

คำนำหน้า

กรมตำรวจ กระทรวงธรรมการ



พืชคณิตภาคต้น

เจ้าพระยาธรรมศักดิ์มนตรี เรียบเรียง

พิมพ์ครั้งที่สาม ๒,๐๐๐ ฉบับ

พ.ศ. ๒๔๒๙

ปลัดกระทรวงมหาดไทย ๔๐ สังกัด
พิมพ์จำหน่ายที่โรงพิมพ์อักษรนิติ บางขุนพรหม
มีกรรมสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ



คำนานนวิธี

กรมตำรา กระทรวงธรรมการ



พีชคณิตภาคต้น

เจ้าพระยาธรรมศักดิ์มนตรี เรียบเรียง



พิมพ์ครั้งที่สาม ๒,๐๐๐ ฉบับ

พ.ศ. ๒๔๖๗

ปกกระดาษราคาเล่มละ ๔๐ สตางค์

พิมพ์จำหน่ายที่โรงพิมพ์อักษรนิติ บางขุนพรหม

มีกรรมสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

คำนำ ครั้ง พิมพ์ คราวแรก

—*—*—*—

แบบเรียนพืชคณิตเล่มนี้ ได้เรียบเรียงขึ้นตามความต้องการ
การของโรงเรียนแต่ชั้นมัธยมขึ้นไป ซึ่งต้องสอนวิชา
กเมื่อวิชาพืชคณิตเป็นวิชาจำเป็นต้องรู้สำหรับเป็นเครื่องมือ
ในการเรียนวิทยาศาสตร์ต่อไปข้างหน้า จำเป็นจะต้องเรียนให้
ชำนาญใช้เห็นเครื่องมือได้จริง ไม่ใช่เรียนเพียงเปล่าๆ สัก
แต่ให้ได้เข้าใจทางไว้เท่านั้น จึงได้เรียบเรียงหนังสือเล่มนี้
ขึ้นทำนองแบบเรียนแท้ มีแบบฝึกหัดบทละหลายๆ ผู้ที่
เรียนด้วยความประสงค์ถึงกล่าวมาแล้วข้างต้น ขอแนะนำให้
พยายามทำแบบฝึกหัดจนชำนาญทุกชั้นไป กับการเรียน
วิชาใดๆ ซึ่งจะได้ซึมทรายชำนาญได้แท้จริง อะไรจะช่วย
ให้สำเร็จได้ถึงเช่นนั้น มากกว่าทำแบบฝึกหัดมากๆ เช่นไม่มี
ถึงกระนั้นก็ดี แบบฝึกหัดทั้งหลายในเล่มนี้ ใช่ว่าจะวาง
ไว้เป็นยังกันว่าผู้เรียนทุกๆ คนจะต้องทำให้สิ้นเชิงตลอด
ทุกข้อในทุกๆ บทก็หาไม่ได้ แม้แต่ผู้ใดทำได้บ้าง เห็น
ว่าพอควรแก่ที่จะให้เกิดความชำนาญในบทนั้นๆ ได้แล้ว จะ

เรียนบทอื่นต่อไป ละเว้นแบบฝึกหัด บางข้อเสียบ้างก็ได้ แต่
ถ้ายังทำได้ มากข้อเพียงใด ก็จะทำให้เกิด ความชำนาญ
ในบทนั้น ๆ ได้ยิ่งขึ้นเพียงนั้น

พีชคณิต นี้ ภาษา อังกฤษ เรียกว่า แอลยิบรา
(Algebra) แต่ได้เคยเห็น ท่านใช้คำว่าพีชคณิต มาใน ภาษา
ไทย จนนักเรียนเรียกกันติดปากแล้ว จึงได้นำคำนี้ มาใช้
ตลอดเล่ม

แบบเรียนนี้ ความตั้งใจของผู้เรียบเรียง ก็เพื่อ สำหรับ
ให้ทดลองใช้ดู เพราะฉะนั้น เมื่อท่านผู้ใดเห็นว่า มีผิดเพี้ยน
คลาดเคลื่อน ตรงไหน โปรดส่งกระต่ายอก มาให้ทราบ ผู้
เรียบเรียง จะมีความพอใจเป็นอันมาก จะได้เห็นทางสำหรับ
แก้ไขต่อไป ในคราวพิมพ์ ครั้งหลัง ๆ ให้ได้ประโยชน์แก่บรรดา
ผู้ศึกษาทั่ว กันยิ่ง ขึ้น

วิชา พีชคณิต ยังมีข้อนี้ไปอีก มาก หวังว่า จะได้มี
โอกาสเรียบเรียง ลง พิมพ์เป็นลำดับไป ตามความ ต้อง การ ของ
หลัก สูตร กรมศึกษาธิการ

พระยาไพศาลศิลปศาสตร

วันที่ ๑๒ พฤศจิกายน ร.ศ. ๑๒๕

บัญชี เรือง

—๒๒๕—

บทที่ ๑	คำอธิบาย	หน้า ๑
บทที่ ๒	เทศมณฑลและวิธีขวกเทศมณฑล	๑๔
บทที่ ๓	การใช้วงเล็บอย่างง่ายและวิธีขวก	๒๔
บทที่ ๔	ลป	๔๒
บทที่ ๕	คุณ	๕๐
บทที่ ๖	การ	๗๔
บทที่ ๗	วิธีถอดและเข้าวงเล็บ	๙๑
บทที่ ๘	ข้อควรระวังเกี่ยวกับ	๑๐๒
บทที่ ๙	การใช้อักษรเป็นเครื่องหมาย	๑๑๔
บทที่ ๑๐	โทษข้อควรระวังเกี่ยวกับ	๑๓๔
บทที่ ๑๑	วิธีหาผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดและตัวหาร ร่วมที่มากที่สุดของเทศมณฑล	๑๔๒
บทที่ ๑๒	เศษส่วนอย่างง่าย	๑๔๖

—๒๒๕—

พีชคณิต

บทที่ ๑

คำอธิบาย

๑. พีชคณิต หรือ แอลยิบรา เป็นวิชาที่กล่าว ด้วย จำนวน
ทุกวิชาเลข แต่จำนวนต่าง ๆ ในวิชาเลขใช้ตัวเลขซึ่ง
มีค่าประจำตัวโดยละเพาะ เช่น ๑ ก็มีค่าแต่เพียง
หนึ่ง, ๒ ก็มีค่า สอง, ๑๓ ก็มีค่าสิบสาม. ๑ ไม่
มีใครเข้าใจว่ามีค่าเท่ากับ ๔ หรือเท่ากับ ๑๐ เลย ส่วน
เครื่องหมายที่ใช้ในพีชคณิตไม่ใช่ตัวเลข เป็นเครื่องหมาย
ชะนิคโคชะนิคหนึ่ง ที่จะให้มีค่าเท่าใดก็ได้ ตามแต่จะ
กำหนดว่า เครื่องหมาย นั้น จะให้แทนจำนวนเท่า นั้น

เครื่องหมายที่ใช้กันมักเป็น ตัวพยัญชนะโดยมาก ถึง
แม้ว่า พยัญชนะไม่มีค่าประจำตัว คือไม่เท่ากับ จำนวนเท่า นั้น
เท่านี้ ก็ดี แต่เราสมมุติให้ พยัญชนะนั้น แทน จำนวนเลขนั้น
ในชั่วขณะหนึ่งๆ เมื่อ พยัญชนะนั้นไป แล้ว จะเปลี่ยนให้ตัวใด
ไปแทนจำนวนใดก็ได้ เช่นเราจะว่า “ให้ $a=๑$ ” เรา

ไม่หมายความว่าให้ g เท่ากับ ๑ เสมอไป, g เท่ากับ ๑ ใน
 ช่วงขณะที่เราสมมุติตั้งขึ้นนี้ คราวหน้าเราจะให้ h เป็น ร้อย
 หรือเป็นพันก็ได้ บางทีเราอาจกำหนดเครื่องหมายพยัญชนะนี้
 ไปตามวิธีของเราโดยไม่ต้องกำหนดว่า h ให้เป็นจำนวน
 เท่านี้ h ให้เป็นจำนวนเท่านี้เลยก็ได้ แท้จริงพีชคณิต
 เป็นวิชาที่ว่าด้วยวิธีกำหนดด้วยเครื่องหมายเท่านั้นเอง

๒. เมื่อจำนวนคูณกันแค่สองจำนวนขึ้นไป ผลคูณ h นี้
 ในพีชคณิตมีที่สังเกตผิดกับวิธีเลขอยู่ คือในวิธีเลข ผลคูณ
 ของ ๒ กับ ๓ เขียนดังนี้ 2×3 (หรือ ๖) แต่ในพีชคณิต
 ผลคูณของ g กับ h จะเขียนลงว่า $g \times h$ หรือ $g \cdot h$
 หรือ gh ก็ได้ แต่มักใช้เขียนว่า gh โดยมาก เพราะ
 พีชคณิตไม่นิยมเครื่องหมาย $\times$ ถ้า $g=2, h=3,$
 $gh = g \times h = 2 \times 3 = 6$ อย่าเข้าใจว่า gh เป็น
 $g+h$ หรือ $2+3$ (คือ ๕) หรือเป็น ๒๓ เป็นอันขาด

๓. ในตำราพีชคณิตนี้ เครื่องหมายที่แทนจำนวน
 จำนวนหนึ่ง เช่น $3gh$ เรียกว่า เทอม หนึ่ง เมื่อเทอม
 หลายเทอมเกี่ยวกัน โดยมีเครื่องหมาย $+$ กับ $-$ กัน ให้
 ชื่อว่า ฐาน เป็นต้นว่า $3gh + 5h - 3k - c + 2h$

นี้เป็นฐานหนึ่งที่มีคำเทอม บางทีก็เรียกว่า เทอมคละ
 หมายเหตุ เทอมเดียว ๆ หรือ เทอมที่อยู่หน้าฐานที่
 มีหลายเทอม ถ้าเป็นเทอมบวก ท่านมักไม่นิยมเครื่องหมาย +
 แต่ถ้าเป็นเทอมลบ ต้องให้มี เครื่องหมาย—ข้างหน้า เพราะ
 ฉะนั้น เมื่อเทอมใดไม่มีเครื่องหมาย อยู่หน้า ก็จงเข้าใจว่า
 เทอมนั้น เป็นเทอมบวก เด็ด

๔. ถ้ามีผลคูณอยู่เทอมหนึ่ง ผลคูณนี้แยก ออกเป็น
 ตัวคูณได้ ตัวคูณเหล่านี้เรียกว่า แฟกเตอร์ ของเทอมนี้
 กล่าวคือ ๕ หรือ ๓ หรือ ๖ ย่อมเป็นแฟกเตอร์ของเทอม
 ๕ ๓ ๖ เพราะถ้าเอา ๕ กับ ๓ กับ ๖ คูณ กันก็ได้อีก ๕ ๓ ๖

๕. เมื่อเทอมใดมีตัวเลขเป็นแฟกเตอร์ แฟกเตอร์นี้
 มักเรียกว่า โคเอฟฟิเชนต์ ของแฟกเตอร์อื่นๆ ทั้งหมดที่
 เหลืออยู่ในเทอมนี้ เช่นในเทอม ๕ ๓ ๖ น. ๕ เป็นโคเอฟ
 ฟิเชนต์ของ ๓ ๖ แต่คำว่าโคเอฟฟิเชนต์ยังมีความหมายกว้าง
 ออกไปกว่าแฟกเตอร์ที่เป็นตัวเลขอีก คือแฟกเตอร์หนึ่ง
 แฟกเตอร์ใดในเทอมเดียวกัน ย่อมเป็นโคเอฟฟิเชนต์แห่ง
 แฟกเตอร์อื่นๆ ที่เหลืออยู่ในเทอมนี้ทั้งสิ้น เช่นในเทอม

๖ ก ข ค นี้, ๖ เป็นโคเอฟฟิเชียนต์ของ ก ข ค, และ ก เป็นโคเอฟฟิเชียนต์ของ ๖ ข ค, ๖ ข เป็นโคเอฟฟิเชียนต์ของ ก ค, และ ก ข เป็นโคเอฟฟิเชียนต์ของ ๖ ค ฯลฯ

หมายเหตุ โคเอฟฟิเชียนต์ที่ไม่ใช่เลขเรียกว่า อักขระโคเอฟฟิเชียนต์ โคเอฟฟิเชียนต์ที่เป็นหนึ่งหน่วย ท่านไม่นิยมคือไม่เขียน ๑ ก เขียนแต่ ก เท่านั้นก็พอ

๖. ถ้าเอาเทอมโคคูณทบทั่วกันขึ้นกี่หน ๆ เช่น $๒ \times ๒ \times ๒$ ผลคูณคือ ๘ เรียกว่า กำลัง ของเทอม ๒ และกำลังนี้ จะทบทั่วกันกี่หน ๆ ก็ทราบได้ด้วยจำนวน ซึ่งอยู่บนปากขาของเทอม คือ ๓×๓ ก็เรียกว่า กำลังที่สองของ ๓ และเขียนลงเป็น $๓^๒$, $๒ \times ๒ \times ๒$ เรียกว่า กำลังที่สามของ ๒ เขียนลงเป็น $๒^๓$ เป็นต้นอย่าง

จำนวนที่บอกกำลังซึ่งอยู่ทางขวามือข้างบนนั้น เรียกว่า อินดิเคส เช่น ๒ หรือ ๕ หรือ ๗ ในเทอมต่อไปนี้เป็นอินดิเคสของ ก, ก, ก โดยลำดับกัน

หมายเหตุ ก อ่านว่า ก กำลังสอง, ก อ่านว่า ก กำลังสาม, ก อ่านว่า ก กำลังสี่ ฯลฯ แต่เมื่ออินดิเคสเป็นหนึ่งหน่วยก็ไม่นิยม คือไม่ต้องเขียนว่า ก เขียนแต่ ก เท่านั้น

ก็พอ เพราะฉะนั้นคงจะเห็นได้ง่าย ๆ ว่า ก, ๑ ก, ก^๑, ๑ ก^๑
นี้ล้วนมีค่าเท่ากันหมด

๗. ผู้แรกเรียนจำต้องเข้าใจให้แจ่มแจ้งว่า ไคเอ็ฟ
พีเซ็นต์กับอินเท็กส์ต่างกันอย่างไร ๓ ก นี, ๓ เป็นไคเอ็ฟ
พีเซ็นต์ และ ๓ ก = ๓ × ก แต่ ก นี ๓ เป็น
อินเท็กส์ และ ก = ก × ก × ก

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้า ก = ๔

$$๓ \text{ ก} = ๓ \times ก = ๓ \times ๔ = ๑๒ \dots\dots\dots \left. \begin{array}{l} ๓ \text{ เป็นไค} \\ \text{เอ็ฟพีเซ็นต์} \end{array} \right\}$$

$$\text{แต่ } ก = ก \times ก \times ก = ๔ \times ๔ \times ๔ = ๖๔ \dots\dots\dots \left. \begin{array}{l} ๓ \text{ เป็น} \\ \text{อินเท็กส์} \end{array} \right\}$$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า ข = ๕

$$๔ \text{ ข} = ๔ \times ข \times ข = ๔ \times ๕ \times ๕ = ๑๐๐$$

$$\text{แต่ } ๒ \text{ ข} = ๒ \times ข \times ข \times ข \times ข$$

$$= ๒ \times ๕ \times ๕ \times ๕ \times ๕ = ๑๒๕๐$$

ตัวอย่างที่ ๓ ถ้า ก = ๖, ค = ๗

$$\frac{๕}{๓} \text{ กค} = \frac{๕}{๓} \times ก \times ค = \frac{๕}{๓} \times ๖ \times ๗ = ๗๐$$

หมายเหตุ ไคเอ็ฟพีเซ็นต์ที่เป็นเศษเกินเช่น $\frac{๕}{๓}$ ก็ให้

คงไว้ อย่าทอนเป็นจำนวน คละเสียเป็นอันขาด

ตัวอย่างที่ ๔ ถ้า $n=๔$, $k=๑$ พหาค่าของ ๕ คือ
 $๕^k = ๕ \times ๕^k = ๕ \times ๑ = ๕ \times ๑ \times ๑ \times ๑ \times ๑ = ๕$

หมายเหตุ กำลังของ ๑ ทุกกำลัง ไม่ว่า ๑ กำลังห้า, ๑ กำลังหก หรือ ๑ กำลังร้อย ผลต้องคงเป็น ๑ เสมอไป

แบบฝึกหัดที่ ๑

ถ้า $n=๗$, $x=๒$, $k=๑$, $k=๕$, $y=๓$
 พหาค่าของเทอมเหล่านี้

(๑) $๑๔k$, (๒) $k^๓$, (๓) $๓ n k$, (๔) $n^๓$, (๕) $x y$,
 (๖) $x^๓$, (๗) $๓ x^๓$, (๘) $๒ k n$, (๙) $๖ k^๓$, (๑๐) $๔ y^๓$,
 (๑๑) $๗ k^๓$, (๑๒) $๙ x^๓$, (๑๓) $๘ x k y$, (๑๔) $๗ y^๓$,
 (๑๕) $๘ k^๓$

ถ้า $n=๘$, $x=๕$, $k=๔$, $k=๑$, $y=๓$
 พหาค่าของเทอมเหล่านี้

(๑๖) $๙ k y$, (๑๗) $๘ x^๓$, (๑๘) $๓ k^๓$, (๑๙) $k^๓$,
 (๒๐) $๗ y^๓$, (๒๑) $๑ k^๓$, (๒๒) $x^๓$, (๒๓) $y^๓$,
 (๒๔) $k^๓$, (๒๕) $y^๓$, (๒๖) $n^๓$, (๒๗) $x^๓$, (๒๘) $n^๓$,
 (๒๙) $k^๓$, (๓๐) $๖ x k y$

ถ้า $n=๕$, $x=๑$, $k=๖$, $k=๔$

จงหาค่าของเทอมเหล่านี้

- (๓๑) $\frac{๓}{๘}$ ศ, (๓๒) $\frac{๑}{๑๐}$ ก ศ, (๓๓) ก, (๓๔) ๒,
 (๓๕) ๘, (๓๖) ๗, (๓๗) $\frac{๗}{๑๔}$ ก ศ, (๓๘) $\frac{๑}{๘}$ ข ศ,
 (๓๙) $\frac{๒}{๘}$ ศ, (๔๐) $\frac{๑}{๖๔}$

๘. เมื่อเทอมหลายเทอมต่าง ๆ กันข้างซ้าย ๆ กันข้าง
 ขวา กัน วิธีที่เขียนลง ก็เขียนทั้งกล่าวมาแล้ว เช่น
 ก ก ข ข ข ข ข ค ค ค ก็เขียนเป็น ก ข ข ค และ ๗ ก ข ค
 หมายความว่า $๗ \times ก \times ก \times ก \times ข \times ค \times ค$

๙. ก ข และ ข ก แสดงว่าเป็นผลคูณของจำนวน
 สองจำนวนคือ ก กับ ข เพราะฉะนั้น ก ข กับ ข ก ก็
 มีค่าเท่ากัน และ ก ข ค, ก ค ข, ข ก ค, ข ค ก, ค ก ข, ค ข ก
 ก็มีค่าเท่า ๆ กันทั้งนั้น ทั่วเป็นผลคูณของ ก, ข, และ
 ค ทั่วกัน

เหตุนี้ในการเรียงแฟกเตอร์ (ตัวคูณ) ถึง ๖ ตัว
 กันอย่างไร ผลคูณ ก็มีค่าคงเดิมอยู่เสมอ แต่ท่านมักนิยม
 เขียนเรียง กัน ตาม ลำดับของ ตัว พหุคูณ

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้า $๕ = ๕$, $๓ = ๓$ จงหาค่าของ ๔ ศ ๓
 $๔ ศ ๓ = ๔ \times ๕ \times ๓$

พีชคณิต ภาคต้น

$$= ๔ \times ๕ \times ๕ \times ๓ \times ๓ \times ๓$$

$$= ๔ \times ๒๕ \times ๒๗$$

$$= ๒๗๐๐$$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า $a = ๔$, $b = ๕$, $c = ๖$

$$\begin{aligned} \text{หาค่าของ } \frac{๘ \text{ } b \text{ } c}{๒๗ \text{ } a} &= \frac{๘ \times ๕ \times ๖}{๒๗ \times ๔} \\ &= \frac{๘ \times ๕ \times ๓ \times ๒}{๒๗ \times ๒ \times ๒} \\ &= \frac{๓}{๒} \\ &= ๑\frac{๑}{๒} \end{aligned}$$

๑๐. ถ้าแฟกเตอร์ตัวหนึ่งเป็น ๐ ถึงแม้ว่าแฟกเตอร์ตัวอื่นๆ จะมีค่ามากเท่าใดๆ ก็คือ ผลคูณที่ได้ทั้งหมดก็ย่อมเป็น ๐ เหมือนกัน เพราะตามธรรมชาติของเลข ๐×๕ ก็เป็น ๐, ๐×๘๐๐๐๐ ก็เป็น ๐ เหมือนกัน เพราะฉะนั้นให้สังเกตไว้ว่า ถ้าจำนวนใดมีแฟกเตอร์ราคาเท่ากับ ๐ อยู่แฟกเตอร์หนึ่งแล้ว ถึงแม้ว่าแฟกเตอร์อื่นๆ จะมีค่ามากน้อยเท่าใดๆ ก็คือ จำนวนนั้นทั้งหมดก็ต้องมีค่าเท่ากับ ๐

คำอธิบาย

๕

เพราะเมื่อคุณ ก็นำเข้าแล้วก็ได้ ๐

แบบฝึกหัดที่ ๒

ถ้า $ก=๗$, $ข=๒$, $ค=๐$, $ก=๕$, $ข=๓$

หาค่าของเทอมเหล่านี้

- (๑) $๔กค$, (๒) $กข$, (๓) $๘ขข$, (๔) $๓คข$,
 (๕) $\frac{๓}{๕}ขค$, (๖) $\frac{๕}{๖}ขข$, (๗) $\frac{๓}{๕}คข$, (๘) $กค$,
 (๙) $กคข$, (๑๐) $๘คข$, (๑๑) $\frac{๗}{๑๐}กขค$, (๑๒) $\frac{๖}{๘}คข$

ถ้า $ก=๒$, $ข=๓$, $ค=๑$, $ป=๐$, $ผ=๔$, $พ=๖$

หาค่าของเทอมเหล่านี้

- (๑๓) $\frac{๓กพ}{๘ข}$, (๑๔) $\frac{๘กข}{๘ข}$, (๑๕) $\frac{๖กค}{๖ข}$, (๑๖) $\frac{๔คพ}{๘ก}$,
 (๑๗) $๓กข$, (๑๘) $\frac{๕}{๖}ขก$, (๑๙) $\frac{๘ค}{๘ก}$

- (๒๐) $กค$, (๒๑) $\frac{๒กข}{๗พ}$, (๒๒) $๓กข$, (๒๓) $๒คก$,

- (๒๔) $กข$, (๒๕) $\frac{๕กข}{๖๔พ}$, (๒๖) $๒๗ก$, (๒๗) $\frac{๖๔}{ผ}$,

- (๒๘) $\frac{ข}{พ}$

๑๑. กรณฑ์ หรือ รุทที่สอง ของเทอมใด ก็คือ เทอมซึ่งเมื่อให้เขียน กำลัง ๒ หรือให้คูณตัวเอง ครังหนึ่ง ผลคูณนั้นก็เท่ากับเทอมเดิม นั้น เช่น $๘๑ = ๙^๒$, ๙ เป็น กรณฑ์หรือรุทที่สองของ ๘๑ กรณฑ์หรือรุทที่สองของ ๘๑ เรากำหนดเขียนทั้งนี้ $\sqrt{๘๑}$ หรือเขียนแต่สั้นๆ ทั้งนี้ $\sqrt{๘๑}$ ทั้งเลข ๒ ออกเสีย

ผู้เขียนจงสังเกตไว้ $๘๑ = ๙^๒$ (ถ้ากำลังสอง)

แต่ $๙ = \sqrt{๘๑}$ (คือกรณฑ์หรือรุทที่สองของ ๘๑)

อนึ่งรุทที่สาม ที่สี่ ที่ห้า ฯลฯ ของเทอมใดๆ ก็เหมือนกัน คือเทอมซึ่งเมื่อมีกำลัง ๓, ๔, หรือ ๕ ฯลฯ ก็เท่ากับเทอมเดิมนั้นๆ และเราเขียนเครื่องหมายรุทที่ ๓ ที่ ๔ ที่ ๕ ฯลฯ ทั้งนี้ $\sqrt[3]{}$ $\sqrt[4]{}$ $\sqrt[5]{}$ ฯลฯ

ผู้เขียนจงสังเกตดูในตัวอย่างต่อไปนี้

$$\sqrt{๔๙} \text{ (รุทที่สองของ ๔๙) } = ๗$$

$$\text{เพราะว่า } ๗ = ๗ \times ๗ = ๔๙$$

$$\sqrt[3]{๒๗} \text{ (รุทที่สามของ ๒๗) } = ๓$$

$$\text{เพราะว่า } ๓ = ๓ \times ๓ \times ๓ = ๒๗$$

$$\sqrt[5]{๓๒} \text{ (รุทที่ห้าของ ๓๒) } = ๒$$

เพราะว่า $๒^๕ = ๒ \times ๒ \times ๒ \times ๒ \times ๒ = ๓๒$

เครื่องหมาย $\sqrt{\quad}$ นี้เรียกว่าเครื่องหมายรูดหรือกรณฑ์

ตัวอย่างที่ ๑ เมื่อ $ก=๓, ข=๑, ค=๘$

งหาค่าของ $๕\sqrt{\quad}$ (๖ ก ข ค)

$๕\sqrt{\quad}$ (๖ ก ข ค)

$= ๕ \times \sqrt{\quad}$ (๖ $\times$ ๓ $\times$ ๑ $\times$ ๘)

$= ๕ \times \sqrt{\quad}$ (๖ $\times$ ๓ $\times$ ๒) $\left\{ \begin{array}{l} ๑ = ๑ \text{ ไม่มีราคา} \\ \text{ทั้งเสียก็ได้} \end{array} \right\}$

$= ๕ \times \sqrt{\quad}$ (๒ $\times$ ๓ $\times$ ๓ $\times$ ๒)

$= ๕ \times \sqrt{\quad}$ (๒ $\times$ ๓)

$= ๕ \times \sqrt{\quad}$ (๒ $\times$ ๒ $\times$ ๒ $\times$ ๒ $\times$ ๓ $\times$ ๓ $\times$ ๓ $\times$ ๓)

$= ๕ \times \sqrt{\quad}$ (๒ $\times$ ๒ $\times$ ๓ $\times$ ๓)

$= ๕ \times (๒ \times ๒ \times ๓ \times ๓)$ เพราะ $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{๒^๒} = ๒ \\ \sqrt{๓^๒} = ๓ \end{array} \right\}$

$= ๕ \times ๓๖ = ๑๘๐$

ตัวอย่างที่ ๒ $ก=๘, ข=๓, ค=๕$

งหาค่าของ $\sqrt{\quad}$ $\left(\frac{ก ข}{ค} \right)$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[3]{\left(\frac{๓๒}{๘}\right)} &= \sqrt[3]{\left(\frac{๘ \times ๓}{๘ \times ๔}\right)} \\
 &= \sqrt[3]{\left(\frac{๘ \times ๘ \times ๑}{๘ \times ๑ \times ๒ \times ๒}\right)} \\
 &= \sqrt[3]{\left(\frac{๘ \times ๘ \times ๘}{๑ \times ๑ \times ๑}\right)} \\
 &= \sqrt[3]{\left(\frac{๘}{๑}\right)} = \frac{๘}{๑}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๓ ถ้า $๓=๘$, $๒=๔$ $๑=๒$

จงหาคำของ $\sqrt[3]{\left(\frac{๓}{๒ \times ๒}\right)}$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[3]{\left(\frac{๓}{๒ \times ๒}\right)} &= \sqrt[3]{\left(\frac{๘}{๒ \times ๒ \times ๔}\right)} \\
 &= \sqrt[3]{\left(\frac{๖๔}{๖๔}\right)} \\
 &= \sqrt[3]{๑} = ๑
 \end{aligned}$$

ให้ดูข้อที่ว่า ๑, ๑, ๑, ๑... เท่ากับ ๑ ทั้งหมด
และจงจำไว้อีกว่า $\sqrt[3]{๑}$, $\sqrt[3]{๑}$, $\sqrt[3]{๑}$, ๑... ก็เท่ากับ ๑
ทั้งนั้นเหมือนกัน

แบบฝึกหัดที่ ๓

ถ้า $\pi=๘$, $\kappa=๐$, $\eta=๙$, $\theta=๔$, $\psi=๑$

จงหาคำของเทอมเหล่านี้

- (๑) $\sqrt{(๒\pi)}$, (๒) $\sqrt{(\eta\theta)}$, (๓) $\sqrt{(๒\pi\theta)}$,
 (๔) $\sqrt{(๒\pi\eta)}$, (๕) $\sqrt{(\eta\psi)}$, (๖) $\sqrt{(\pi\theta)}$,
 (๗) $\sqrt{(\eta\psi)}$, (๘) $\sqrt{(\kappa\psi)}$, (๙) $\eta\theta\sqrt{(๒\pi\psi)}$,
 (๑๐) $\sqrt{๕\psi(๔\eta\theta)}$, (๑๑) $\sqrt{\pi\kappa(\eta\theta)}$, (๑๒) $\eta\theta\psi\sqrt{(๔\psi)}$,
 (๑๓) $\sqrt{(\frac{\eta\theta}{\pi\eta})}$, (๑๔) $\sqrt{(\frac{๒๕\pi}{๒\eta})}$, (๑๕) $\sqrt{(\frac{๑๖\theta}{๔๙\psi})}$,
 (๑๖) $\sqrt{(\frac{\kappa\pi}{๑๖\eta})}$, (๑๗) $\sqrt{(\frac{\eta\pi}{\eta})}$, (๑๘) $\sqrt{(\frac{\pi\theta}{๒๗\psi})}$,
 (๑๙) $\sqrt{(\frac{\kappa\pi}{\eta\psi})}$, (๒๐) $\sqrt{(\frac{\pi\eta}{\eta\theta})}$, (๒๑) $\sqrt{(\frac{\eta\pi\theta}{๒๘\psi})}$,

ถ้า $\pi=๔$, $\eta=๑$, $\kappa=๒$, $\psi=๙$, $\theta=๕$, $\psi=๘$

จงหาคำของเทอมเหล่านี้

- (๒๒) $\eta\sqrt{(๔\psi)}$, (๒๓) $\eta\sqrt{(๕\kappa\theta)}$, (๒๔) $\sqrt{(\kappa\psi)}$,
 (๒๕) $\sqrt{(\frac{๑}{๕\theta\psi})}$, (๒๖) $\sqrt{(\frac{๑}{๘\pi\kappa\eta})}$, (๒๗) $\sqrt{(\frac{๑}{๙\pi\theta})}$,

$$(๒๘) \sqrt{\frac{๑}{(๕คค)}}, (๒๙) \sqrt{\left(\frac{๑}{๔คค}\right)}, (๓๐) \sqrt{\frac{๑}{(๘คคค)}},$$

$$(๓๑) \sqrt{\left(\frac{๓คค}{๖คค}\right)}, (๓๒) \sqrt{\left(\frac{๕คค}{๖คค}\right)}, (๓๓) \sqrt{คค},$$

$$(๓๔) \sqrt{คค}, (๓๕) \sqrt{คค}, (๓๖) \sqrt{คค}$$

๑๒. ในการที่จะทำแบบฝึกหัด ผู้เรียนต้องจำคำเตือนต่อไปนี้ให้ใส่ใจไว้ คือ

๑) ควรจะทำเป็นชั้นๆ ให้แลเห็นได้ จะแจ้งว่าชั้นที่ค่อมานั้น คิดทำ ออกจากชั้นที่แล้วมาอย่างไร เหตุฉะนั้นที่จริง ต้องมีคำอธิบายของตัวเองในชั้นนั้นๆกำกับอยู่ด้วย

๒) เครื่องหมาย = ไม่ควรใช้ในที่อื่น นอกจากในระหว่างจำนวนทั้งสองที่เท่ากัน (เพราะแปลว่าเท่ากัน)

๓) เครื่องหมาย = นี้ ควรเขียนเรียงไว้ใต้กันทุกๆ ชั้นดังที่ทำให้ดูในตัวอย่างข้างต้น เว้นเสียแต่เมื่อมีเครื่องหมายอื่น ๆ จึงควรเขียนเครื่องหมายนี้ ติดต่อกันไปในบรรทัดเดียว ที่ว่าไว้นี้เพื่อสำหรับความงาม และความแจ่ม กระจ่างใจได้ง่ายเท่านั้น

๔) ในการแรกฝึกหัด บางทีก็ยากที่จะให้ถูกต้อง

ต้อง แท้ที่เดียวนักได้ แต่ผู้เรียนต้องไวใจว่า ถ้าทำ
เรียบร้อยทีและเข้าใจของตัวเองได้ ก็มักไม่ค่อยผิด

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้า $g=๕$, $x=๔$, $k=๓$, $y=๒$

$$\begin{aligned} \text{จงหาค่าของ } & \frac{g}{10} g x - ๗ k - \frac{๗}{๔} g y + ๒ x \\ & \frac{g}{10} g x - ๗ k - \frac{๗}{๔} g y + ๒ x \\ & = \frac{g}{10} \cdot ๕ \cdot ๔ - ๗ \cdot ๓ - \frac{๗}{๔} \cdot ๕ \cdot ๒ + ๒ \cdot ๔ \\ & = ๖ - ๒๑ - ๘.๕ + ๘ \\ & = ๒๖ \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า $g=๕$, $x=๐^*$, $k=๗$, $y=๑$

$$\begin{aligned} \text{จงหาค่าของ } & \frac{g}{๕} k - g y + ๗ g x k - \frac{๕}{๒} y \\ & \frac{g}{๕} k - g y + ๗ g x k - \frac{๕}{๒} y \\ & = \frac{g}{๕} \cdot ๗ - ๕ \cdot ๑ + ๐ - \frac{๕}{๒} \cdot ๑ \\ & = ๒๘ \frac{๒}{๕} - ๕ - ๒ \frac{๑}{๒} \\ & = ๑ \frac{๑}{๑๐} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๓ ถ้า $p=๙$, $w=๖$, $x=๔$

จุดนั้นใช้เหมือนเครื่องหมายคูณ อยู่ในข้อ ๒

* ในตัวอย่างที่ ๒ “จำนวน ศูนย์” ไม่มีค่า เพราะฉะนั้นถึงจะ
เป็นจำนวนบวกหรือลบก็ไม่ประหลาด ทั้งเสียได้

$$\begin{aligned}
 \text{จงหาค่าของ } & \frac{๑}{๓} \sqrt{\left(\frac{๒}{๓}\right)} + \sqrt{(๕๒+๓๗+๑)} - \frac{๒}{๔๒} \\
 & \frac{๑}{๓} \sqrt{\left(\frac{๒}{๓}\right)} + \sqrt{(๕๒+๓๗+๑)} - \frac{๒}{๔๒} \\
 & = \frac{๑}{๓} \sqrt{\left(\frac{๕๕}{๑๖}\right)} + \sqrt{(๔๕+๑๘+๑)} - \frac{๒ \times ๓ \times ๖}{๔ \times ๔} \\
 & = \frac{๑}{๓} \sqrt{\left(\frac{๒๗}{๔}\right)} + \sqrt{๖๔-๒} \\
 & = \frac{๑}{๓} \times \frac{๓}{๒} + ๘ - ๒ \\
 & = ๖ \frac{๑}{๒}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๔

ถ้า $ก=๒$, $ข=๓$, $ค=๐$, $ง=๑$ จงคิด

ฐานเหล่านี้ให้เป็นเลขสามตัว

- (๑) $๖ ก + ๕ ข - ๘ ง + ๙ ค$
- (๒) $๓ ก - ๔ ข + ๖ ง + ๕ ค$
- (๓) $๕ ก + ๓ ง - ๒ ข + ๖ ค$
- (๔) $ก ข + ข ง + ง ก - ค ก$
- (๕) $๖ ก ข - ๓ ง ค + ๒ ค ก - ๕ ง ข + ๒ ค ข$
- (๖) $ก ข ง - ข ง ก + ง ค ก + ค ก ข$

$$(๗) \text{ ก ก ข ง} - \text{ข ข ง ค} + \text{ข ง ค ก} - \text{ค ค ก ข}$$

$$(๘) \text{ ข ข ง} + \text{ค ก ข} - \text{ค ค ก} + \text{ค ค ข}$$

$$(๙) \text{ ค ข ง ค} + \text{ค ค ก} - \text{ค ค ก ข} + \text{ก ข ง}$$

$$(๑๐) \text{ ก} + \text{ข} + \text{ค} + \text{ง} \quad (๑๑) \text{ ข ก} + \text{ค ข} - \text{ค ง}$$

$$(๑๒) \text{ ก} + \text{ข} - \text{ง}$$

ถ้า $\text{ก} = ๑, \text{ข} = ๒, \text{ค} = ๐, \text{ง} = ๓, \text{ห} = ๔$

ฐานเหล่านี้ให้เขียนเทอมสำเร็จ

$$(๑๓) \text{ ก} + \text{ข} + \text{ค} + \text{ง}$$

$$(๑๔) \frac{๑}{๒} \text{ ข ง} - \text{ก} - \text{ข} - \frac{๓}{๔} \text{ ก ข ง}$$

$$(๑๕) \text{ ค ก ข ง} - \text{ข ง} - ๖ \text{ ก}$$

$$(๑๖) \text{ ข ก} + \text{ข ข} + \text{ข ง} + \text{ข ค} - \text{ข ข ง} - \text{ข ง ค} - \text{ข ค ก} - \text{ข ก ข} \quad (๑๗) \text{ ง} + \frac{๕}{๒} \text{ ก ค} - \text{ค ก} + \text{ข ค}$$

$$(๑๘) \text{ ก} + \text{ข ข} + \text{ข ง} + \text{ค} + \text{ค ก ข} + \text{ค ข ง} + \frac{๓}{๗} \text{ ค ง}$$

$$(๑๙) \text{ ข ง} + \text{ข ก} + \text{ข ข} - \text{ค ง ข} + ๖ \text{ ก ข ง ค}$$

$$(๒๐) ๑๓ \text{ ก} + \frac{๑๑}{๔} \text{ ข} + ๒๐ \text{ ก ข} - ๑๖ \text{ ก ง} - ๑๖ \text{ ข ง}$$

$$(๒๑) ๖ \text{ ก ข} - \frac{๔}{๓} \text{ ก ง} - \text{ข ก} + \frac{๑}{๒} \text{ ข} - \text{ค ค} + \frac{๕}{๒} \text{ ง}$$

$$(๒๒) \text{ ก} - \text{ง} + \text{ข} - \text{ค} + \text{ค ก ข} - \text{ข ง ค}$$

$$(๒๓) \quad ๒ ก ข - \frac{๓}{๔} ข^๒ + ๓ ก ง - ๒ ง - ค + \frac{๔}{๑๕} ก ค$$

$$(๒๔) \quad ๑๒๕ ข^๒ ง - ๔ ค^๒ + ๓ ก ข ง ค$$

ถ้า $ก=๘, \quad ข=๖, \quad ง=๑, \quad ค=๔, \quad ย=๔$

จงหาคำของฐานเหล่านี้

$$(๒๕) \quad \frac{๕}{๓} ก - \frac{๑}{๔} ข^๒ + \frac{๗}{๑๕} ย$$

$$(๒๖) \quad \frac{๕}{๒๗} ก ค - \frac{๓๒}{๒} - \frac{๖ ก}{๑๕ ค ย}$$

$$(๒๗) \quad \frac{๓ ก ข}{๑๕ ค ย} - \frac{๕ ย}{๓} \quad (๒๘) \quad \sqrt[๓]{\left(\frac{๖ ง ย^๒}{ค}\right)} + ๒ \sqrt{\left(\frac{๓ ก}{๔ ข}\right)}$$

$$(๒๙) \quad \frac{๒}{๑๕} ก ข^๒ \sqrt{\frac{ค}{๑}} - ข ง^๒ ย$$

$$(๓๐) \quad \sqrt[๓]{(๑ ค ย)} - \frac{๑}{๑๕} ข^๒ + \frac{๔ ค^๒}{๑๒ ย}$$

$$(๓๑) \quad \frac{๓}{๔} ก ง - \sqrt{\left(\frac{๒}{๑๕ ค ย}\right)} - \sqrt[๓]{\left(\frac{๒ ย}{๑๕ ค}\right)}$$

$$(๓๒) \quad \frac{๕ ข ย^๒}{๑๒ ก ค} - \sqrt[๓]{\left(\frac{ค^๒ ก}{๑๒ ค ย}\right)} + \sqrt{\left(\frac{๓ ข^๒}{๑๒ ค}\right)}$$

บทที่ ๒

เทอม ลบ และ วิธี บวก เทอม เหมือน

๑๓. ในตำราเลข นักเรียนได้เคยใช้จำนวนตัวเลขที่มีเครื่องหมาย + และ - ติดต่อกันแล้ว หากว่า เรหาค่าของฐาน $๑\frac{๓}{๔} + ๗\frac{๒}{๓} - ๓\frac{๑}{๘} + ๖ - ๔\frac{๑}{๒}$ นักเรียนก็เข้าใจได้ว่า ถ้า มีเครื่องหมาย + หรือ - อยู่ข้างหน้าเทอมใด เทอมนั้น ก็เป็นเทอม สำหรับ บวก เข้า หรือ ลบ ออกเสีย ส่วนเทอมต้น (คือ $๑\frac{๓}{๔}$ ใน ตัวอย่าง นั้น) ที่ไม่มีเครื่องหมาย อยู่หน้า ก็นับเข้าเป็นเทอมบวก ในพีชคณิตก็มีที่สังเกตเช่นเช่นเดียวกัน เช่นในฐาน $๗ก + ๓ข - ๔ง - ๒ค$ นี้ เราเข้าใจได้ว่า $๗ก$ กับ $๓ข$ เป็นเทอม สำหรับบวก แต่ $๔ง$ กับ $๒ค$ นั้น สำหรับหัก ออกเสีย ด้วยมีเครื่องหมายบอกเป็นสำคัญ อยู่ข้างหน้า ปรากฏแล้ว

๑๔. แต่ในวิธีเลข เทอมที่สำหรับ บวก รวม ทั้ง หมด ด้วย กัน จะ ต้อง มากกว่าเทอม สำหรับลบ รวม หมด ด้วยกัน ถ้า มิฉะนั้น ก็ ลบ กันได้ ได้ ผล สำเร็จไม่ได้ แต่ส่วนวิธีพีชคณิตนี้ ถึงแม้ว่า เทอม ลบ จะ มากกว่าเทอมบวกก็ดี ที่ลบได้เท่าไร เราก็ลบเสีย ยังเหลือเศษที่ลบไม่ได้เท่าไร เราก็เขียน ลง

เป็นผล มี เครื่องหมาย ลบ อยู่ข้างหน้าทั้ง $๕-๘=-๓$ ฉะนั้น
 หมายถึงว่า $+๕-๘$ เหลือ -๓ จำนวน -๓ นี้ในทาง
 พีชคณิตก็ยอมเข้าใจกันได้ก็ว่าเป็นเทอมมีค่าอย่างหนึ่ง เพราะ
 ฉะนั้นในที่นี้จะได้กล่าวต่อไปนี้ เพื่อจะได้เห็นความเข้าใจง่าย
 ตักความสงสัย จึงจำเป็นต้องแบ่งเทอมทั้งหลายออกเสียให้
 ต่างกันเป็นสองจำพวก คือ เทอมบวก พวกหนึ่ง กับ

เทอมลบ พวกหนึ่ง มีเครื่องหมาย $+$ หรือเครื่องหมาย $-$
 อยู่ข้างหน้า ตามธรรมดาเหมือนอย่างวิธีเลข ต่อไปนี้จะได้
 บอกตัวอย่างให้เห็นความหมายของจำนวนลบได้ชัดเจน คือ:-

ตัวอย่างที่ ๑ หากว่าผู้หนึ่งได้เงินมา ๑๐๐ บาท แล้ว
 กลับเสียไป ๗๐ บาท เงินที่คงได้นั้นก็จะเป็น ๓๐ บาท แต่
 ถ้าได้มา ๗๐ บาท แล้วกลับเสียไปเสีย ๑๐๐ บาท ฉะนั้น
 ก็กลับเป็นเงินคงเสีย ๓๐ บาท ถ้าจะทดลองตามวิธีพีชคณิต
 ก็เป็นผลสำเร็จได้ดังนี้

$$๑๐๐ \text{ บาท} - ๗๐ \text{ บาท} = +๓๐ \text{ บาท}$$

$$๗๐ \text{ บาท} - ๑๐๐ \text{ บาท} = -๓๐ \text{ บาท}$$

เทอมลบนี้ทำให้เข้าใจง่าย ๆ ก็คือเทอม “เข้าเนื้อ” เป็น
 เทอมที่ต้องหักออก ตรงกันข้ามกับเทอมบวก แต่

เทอมบวก นี่เป็นเทอมที่ “ได้มา”

ตัวอย่างที่ ๒ หากว่าคน ๆ หนึ่งเดินตรงไป จากต้นไม้
ที่ตัวยืนอยู่ถึง หน้าพู่แห่งหนึ่ง นับเป็นหนทาง ตรงไกล จาก
ต้นไม้ นั้น ๑๐๐ เมตร เมื่อไปถึงหน้าพู่แล้ว เขาก็เดินกลับ
ตรง มา ทางต้นไม้ได้ ๗๐ เมตร เพราะฉะนั้นยังอีก ๓๐ เมตร
จึง จะถึง ต้นไม้ที่ยืน อยู่ก่อน แต่ถ้าเขาเดิน ตรงไป จาก ต้น
ไม้ ทาง หน้าพู่ได้ ๗๐ เมตร แล้ว ย้อน กลับตรง มา ๑๐๐ เมตร
เขาก็ คง อยู่ไกล ต้นไม้ อีก ๓๐ เมตร แต่อยู่ไกลจากต้นไม้
นี้ คน ละทาง ตรง กันข้าม กับที่กล่าวใน ครั้ง แรก คือใน ชั้น
ก่อนนั้น เขา กลับ มา ยังไม่ ถึง ต้นไม้ แต่ใน ชั้น หลัง เขา เลย
ต้นไม้ ไป แล้ว ระยะทาง ก็ ๓๐ เมตร จากต้นไม้ เท่ากัน ถ้า
จะ รวม ทาง ที่เขา ได้ ไป แล้วใน ชั้น ก่อน จาก ต้นไม้ สู่น้ำพุ
ก็ ได้ทาง ๓๐ เมตร คือถ้า จะเดิน ไป ได้ถึง หน้าพู่ อีก เขา
จะ ไม่ ต้อง เดิน ถึง ๑๐๐ เมตร เพราะได้ เดิน เป็น กำไร เสีย
แล้ว ๓๐ เมตร แต่ใน ชั้น หลัง เมื่อเขา ถอย หลัง เลย ต้นไม้
ไป เขา ได้ เดิน ขาดทุน ๓๐ เมตร เพราะว่า ถ้า จะเดิน ไป
ให้ถึง หน้าพู่ อีก ก็ ต้อง เดิน หนทาง ถึง ๑๓๐ เมตร ใน ชั้น ที่
สอง นี้ จึง ชื่อว่า เขา เดิน ได้ - ๓๐ เมตร จากต้นไม้ สู่น้ำพุ

ถ้าจะเขียนลงเป็นตัวเลข ก็ได้เหมือนตัวอย่างที่ ๑ คือ

$$๑๐๐ \text{ เมตร} - ๗๐ \text{ เมตร} = +๓๐ \text{ เมตร}$$

$$๗๐ \text{ เมตร} - ๑๐๐ \text{ เมตร} = -๓๐ \text{ เมตร}$$

ในบรรทัดที่สองนี้ เราเห็นได้ว่า ๗๐ เมตร เป็นระยะที่เราเดินตรงไปข้างหน้าให้มีกำไรที่จะให้ถึงหน้าพู แต่ -๑๐๐ เมตรนี้เป็นระยะเดินกลับที่ทำให้ขาดทุนไกลจากหน้าพูออกไป เพราะฉะนั้นตามตัวอย่างนี้ เราเห็นได้ว่า เครื่องหมาย—สำหรับแสดงหนทางย้อนหรือหนทางถอยหลังก็ได้ นับเป็นหนทางเข้าเนื้อเหมือนกันไม่แปลกอะไร กับที่กล่าวมาแล้ว

ตัวอย่างที่ ๓ อีกอย่างหนึ่ง ถ้าคนกระโดดไปข้างหน้าแต่ล้มพักให้ถอยหลัง ๑๕ เมตร คนนั้นก็ขึ้นได้ -๑๕ เมตร คือขึ้นเข้าเนื้อ ๑๕ เมตร ในคราวนั้น

ตัวอย่างที่จะทำให้เกิดความหมายของเทอมบวกและลบตามวิธีพีชคณิตนี้มีอีก แต่ที่ยกมาอธิบายเท่านั้น ก็คงพอแล้ว ถ้าฝึกเขียนพบเทอมที่มีเครื่องหมายลบเข้าเมื่อใดก็จงเข้าใจเถิดว่าเป็นเทอมที่เข้าเนื้อ

๑๕. เทอมที่มีอักษรไม่ผิดกัน หรือมีแต่ตัวเลขโคเอ็ฟฟิเชียนต์ผิดกัน ตัวอักษรเหมือนกัน เราเรียกว่าเทอมเหมือน ถ้าเทอมที่มีตัวอักษรผิดกัน หรือมีตัว

อักษรเหมือนกันแต่กำลังผิดกัน เทอมเหล่านี้ เราเรียกว่า
เทอมต่าง พงศ์เกิดอยู่ในอุทากรณ์ต่อไปนี้

- | | | |
|-------------------|---|------------------------------|
| (๑) ๓ ก กับ ๗ ก | } | เหล่านี้เป็นเทอมเหมือนทุกคู่ |
| (๒) ๕ ก ข + ก ข | | |
| (๓) ๓ ก ข - ๔ ก ข | | |
| แต่ (๑) ๔ ก + ๓ ข | } | เป็นเทอมต่าง ทั้ง สอง คู่ |
| (๒) ๗ ก + ๕ ก ข | | |

๑๖. ข้อบังคับในการ บวก เทอมเหมือน รวบรวมตามที่
เข้าใจมาแล้ว ก็วางลงได้เป็นหลักสั้น ๆ ดังนี้คือ

(๑) ถ้า เป็นเทอม บวก ทุกเทอม ก็ดี หรือ
เทอม ลบ ทุกเทอม ก็ดี ให้ บวก โคเอ็ฟฟิ เซ้นต์ ที่เป็น
ตัวเศษ เข้า ด้วยกัน คงตัว อักขระไว้ แล้วลงเครื่องหมายบวกหรือลบตามที่ เป็นเทอมบวกหรือเทอมลบยกไป
เป็น ผล บวก

เช่น $๘ ก + ๙ ก + ๓ ก = ๒๐ ก$

หรือ $-๘ ก - ๙ ก - ๓ ก = -๒๐ ก$

ผู้เขียนคงแลเห็นความจริงแห่งข้อนี้ได้ง่าย คือเวลาย่อมทราบอยู่แล้วว่า ๘ บาท + ๙ บาท + ๓ บาท = ๒๐ บาท ฉะนั้น $๘ก + ๙ก + ๓ก = ๒๐ก$ ฉะนั้น และถ้าใช้เงินไปครั้งแรก ๘ บาท ครั้งที่ ๒ ใช้ไปอีก ๙ บาท ครั้งที่ ๓ ใช้ไปอีก ๓ บาท รวมที่ใช้เงินไปทั้ง ๓ ครั้ง ก็เป็น ๒๐ บาท แต่เงินทุก ๆ จำนวนนี้เป็นเงินที่เข้าหือ จึงต้องมีเครื่องหมายลบอยู่ข้างหน้าเป็นสำคัญ (ดูคำอธิบายข้อ ๑๔) เพราะฉะนั้นเมื่อพูดเป็นกลาง ๆ ว่าเข้าหือไปครั้งแรก ๘ก ครั้งที่สอง ๙ก ครั้งที่สาม ๓ก ถ้าจะรวมกันว่าเข้าหือไปหมดด้วยกันเท่าใด ก็รวมได้ว่า -๒๐ก แท้จริงที่จะไม่ให้สงสัยว่าทำไมเรียกเลขชนิดนี้ว่า บวกไม่เรียกลบ ก็อาจชี้ได้ว่า ควรเขียนดังนี้คือ $(-๘ก) + (-๙ก) + (-๓ก) = (-๒๐ก)$ แต่ความที่ลงกัน ซึ่งมีเครื่องหมายรุ่งรัง จึงตัดออกเสียเขียนแต่ที่พอต้องการดังนี้ คือ $-๘ก - ๙ก - ๓ก = -๒๐ก$

(๒) ถ้ามีเครื่องหมายไม่เหมือนกันทุกเทอม จงบวกเทอมบวกเข้าด้วยกันเป็นเทอมหนึ่ง แล้ว

บวกเทอมลบเข้า เป็น อีกเทอมหนึ่ง แล้วเอาสอง
เทอมนี้มาหักทอนกัน ผลที่ได้ก็จะมีเครื่องหมาย

บวกหรือลบกำกับ ตามแต่ข้างไหน เป็นจำนวนมาก

ตัวอย่างที่ ๑ ผลที่ได้จากเทอม ๑๗ ศ กับ -๘ ศ
บวกกันนั้นเป็น ๘ ศ คือ ๑๗ ศ - ๘ ศ = ๘ ศ หรือ
เขียนกลับกันเป็น -๘ ศ + ๑๗ ศ = ๘ ศ หรือจะพูด

ให้เข้าใจง่ายว่าได้ ๑๗, เข้าหือ ๘, ถัดกันคงเป็นได้ ๘ ก็ได้

ตัวอย่างที่ ๒ จงหาผลบวกของ ก, ๘ ก, -๘ ก,
- ก, ๓ ก, ๔ ก, กับ -๑๑ ก จำนวนบวกมี ๔ จำนวน

บวกได้ผลเป็น ๑๖ ก จำนวนลบมี ๓ จำนวนบวกได้ผล

- ๒๑ ก. - ๒๑ ก กับ ๑๖ ก คิดหักทอนกันคงเป็น - ๕ ก

∴ ก + ๘ ก - ๘ ก - ก + ๓ ก + ๔ ก

= - ๕ ก



หมายเหตุ ถ้าตัวเลขโคเอ็ฟฟิเช็นต์ของเทอม

เหมือนสองเทอมเท่ากันแต่มีเครื่องหมายต่างกัน ผลบวก

ก็เป็นศูนย์เช่น ๕ ก - ๕ ก = ๐

ตัวอย่างที่ ๓

จงหาผลบวกของ $\frac{๒}{๓}$ ก, ๓ ก,

$$-\frac{1}{6}n, \text{ กัย } -2n$$

$$\frac{2}{3}n + 3n - \frac{1}{6}n - 2n$$

$$= 3\frac{2}{3}n - 2\frac{1}{6}n$$

$$= 1\frac{1}{2}n$$

แบบฝึกหัดที่ ๕

(จงหาผลบวกของเทอมเหล่านี้)

(๑) ๕n, ๗n, ๑๑n, n, ๒๓n

(๒) ๔k, k, ๓k, ๗k, ๘k

(๓) ๗y, ๑๐y, ๑๑y, ๘y, ๒y

(๔) ๖n, ๘n, ๒n, ๑๕n, ๑๘n, ๑๐๐n, n

(๕) -๓k, -๕k, ๑๑k, -๗k

(๖) -๕y, -๖y, -๑๑y, -๑๘y

(๗) -๓y, -๗y, y, -๒y, ๔y

(๘) -๖, -๒๖, -๕๐, -๑๓๖

(๙) -๑๑x, -๕x, -๓x, -x

(๑๐) ๕k, -k, -๓k, -๒k, -k

(๑๑) ๒๖y, -๑๑y, -๑๕y, y, -๓y, ๒y

(๑๒) ๕r, -๘r, -๓r, ๒๑r, -๓๐r

(๑๓) ๒n, -๓n, n, -n, -๕n, ๕n

(๑๔) ๗๒, -๑๑๒, ๑๖๒, -๓๒, -๒๒

(๑๕) ๕๓, -๗๓, -๒๓, ๗๓, ๒๓, -๕๓

(๑๖) ๗๒๓, -๓๒๓, -๕๒๓, ๒๒๓, ๒๒๓

จงหาคำของฐานเหล่านี้

(๑๗) $-๔๓ + ๑๑๓ + ๓๓ - ๔๓$

(๑๘) $๓๒ - ๑๑๒ + ๒๒$

(๑๙) $๓๒ - ๗๒ - ๘๒ + ๒๒ - ๑๑๒$

(๒๐) $๔๓ - ๕๓ - ๘๓ - ๗๓$

(๒๑) $๔๒ - ๒๒ - ๗๒ + ๕๒ - ๒๒$

(๒๒) $-๔๓ - ๔๓ - ๑๒๓ + ๑๓๓ - ๗๓$

(๒๓) $๗๒๓ - ๑๑๒๓ - ๔๑๒๓ + ๒๒๓$

(๒๔) $\frac{๑}{๒}๓ - \frac{๑}{๓}๓ + ๓ + \frac{๒}{๓}๓$

(๒๕) $\frac{๓}{๒}๒ + \frac{๓}{๕}๒ - \frac{๑}{๒}๒$

(๒๖) $-๕๒ + \frac{๑}{๕}๒ - \frac{๓}{๒}๒ + ๒๒ - \frac{๑}{๒}๒ + \frac{๗}{๕}๒$

(๒๗) $-\frac{๕}{๓}๓ - ๒๓ - \frac{๒}{๓}๓ + ๓ + \frac{๑}{๒}๓ + \frac{๑๑}{๖}๓$

(๒๘) $-๒๒ - \frac{๑}{๒}๒ - \frac{๑}{๓}๒ - \frac{๑}{๔}๒ - \frac{๑}{๖}๒$

$+ ๒๒ + \frac{๕}{๑๒}๒$

(๒๙) $\frac{๒}{๓}๓ - \frac{๓}{๔}๓ + \frac{๕}{๖}๓ - ๒๓ + \frac{๑๑}{๖}๓ - \frac{๑}{๓}๓ + ๓$

(๓๐) $-\frac{๕}{๓}๓ - ๔๓ - \frac{๔}{๓}๓ - \frac{๑}{๕}๓ - ๓$

บทที่ ๓

การใช้วงเล็บ อย่างง่าย และวิธีบวก

๑๗. เทอมต่าง ๆ ที่เรียงกันมีเครื่องหมาย + และ - กัน
 ในระหว่างนั้น ตามวิธีเลข ถ้าเราจะกลับเทอมใดเทอมหนึ่ง
 หรือ สลับให้ผิดที่กันไป ค่าของผลสำเร็จแห่งฐานนั้น ก็
 คงไม่เปลี่ยนแปลง ถึงในพีชคณิตนั้น เช่น เช่น วิธีเลข เหมือน
 กัน กุญ ก-ข+ง นั้น จะเขียนกลับเป็น ก+ง - ข ก็ได้
 เพราะ ย่อหมายความว่า มี ข สำหรับหักออกและมี ก กับง
 สำหรับบวกเข้าเหมือนกันทั้ง ๒ อย่าง ผลสำเร็จจึงเป็นยุติ
 ไม่เปลี่ยนแปลงได้ เหตุฉะนั้นให้เข้าใจ เด็ดว่าในพีชคณิต
 ก็คงในวิธีเลข อาจ สลับเปลี่ยนเทอมบวกหรือลบไว้หน้าไว้หลัง
 กันได้ทั้งนี้ ก-ข จะเขียนเป็น -ข+ก ก็ได้

๑๘. วงเล็บ () ทั้งนี้ เป็นเครื่องหมายที่แสดง
 ว่าเทอมต่าง ๆ ที่อยู่ในวงเล็บนั้น นับเป็นจำนวนหนึ่ง หรือ
 นับเป็น อย่างเทอมเดียวกัน วิธีใช้วงเล็บนี้ จะ ยกไว้กล่าว
 โดยพิสดารในบท ๗ แต่ในที่นี้ จะอธิบายเพียงวิธีใช้วงเล็บ
 ที่ง่าย ๆ

$$๘ + (๑๓ + ๕)$$

นี้แปลว่า ๑๓ กับ ๕ นั้น

ต้องเอา มาบวก กันเข้า เสีย ก่อน เช่น จำนวน ห้า ผล บวก ได้
 เท่าใด จึง เอา มาบวก กับ ๘ ดังนี้ $๘ + (๑๓ + ๕)$
 $= ๘ + ๑๘ = ๒๖$ ผู้เขียน เห็น ได้ ว่า $๘ + (๑๓ + ๕)$
 $= ๘ + ๑๓ + ๕ = ๒๖$ เหมือน กัน

$๓ + (๕ + ๓)$ ก็ แปลว่า ๕ กับ ๓ ต้อง บวก กัน เข้า
 ได้ เท่าไร แล้ว เอา มาบวก กับ ๓. ๕ กับ ๓ บวก กัน ได้ $๕ + ๓$
 เมื่อ เอา มาบวก กับ ๓ ก็ได้ $๓ + ๕ + ๓$ เหตุฉะนั้น $๓ + (๕ + ๓)$
 จึง เท่ากับ $๓ + ๕ + ๓$

$๘ + (๑๓ - ๕)$ แปลว่า ๑๓ กับ ๕ จะต้อง ลบ กัน
 ได้ เท่าใด จึง เอา มาบวก กับ ๘ ดังนี้ $๘ + (๑๓ - ๕)$
 $= ๘ + ๘ = ๑๖$ หรือ $๘ + (๑๓ - ๕) = ๘ + ๑๓$
 $- ๕ = ๑๖$

ถ้า เขียน เครื่องหมาย ตัว อักษร ดังนี้ $๓ + (๓ - ๕)$ ก็
 แปลว่า จะต้อง เอา ๕ มาลบ กับ ๓ เสีย ก่อน เหลือ เท่าใด
 เอา มาบวก กับ ๓. เรา เอา ๕ ลบ ๓ ได้ $๓ - ๕$ แล้ว
 เอา มาบวก กับ ๓ เป็น $๓ + ๓ - ๕$

$$\therefore ๓ + (๓ - ๕) = ๓ + ๓ - ๕ \dots \dots \dots (๑)$$

ในทำนองเดียวกัน $๓ + ๕ - ๓ + (๓ - ๕ - ๗)$

$$= ๓ + ๕ - ๓ + ๓ - ๕ - ๗ \dots \dots \dots (๒)$$

ถ้ากลับอีกที $a+b-c+d-e-f$

$$= a+b-c+(d-e-f) \text{ ตามเดิม ... (๓)}$$

$$a-b+c=d+c-d \text{ (ตามคำอธิบายข้อ ๑๗)}$$

$$= a+(d-c)$$

$$= a+(-c+d) \dots \dots \dots \text{ (ข้อ ๑๗)}$$

$$\therefore a-b+c=a+(-c+d) \dots \dots \dots \text{ (๔)}$$

ถ้าผู้เรียนพิจารณาอยู่ในบรรทัดที่มีเลขหมาย (๑) (๒)

(๓) (๔) ข้างบนแล้ว ตามลำดับนี้ก็จะถึงข้อบังคับ

ตามลักษณะของเทอมบวกหรือลบได้ทั้งต่อไป

ข้อบังคับ “บรรดาเทอมต่าง ๆ ที่อยู่ข้างในวงเล็บ ถ้ามีเครื่องหมาย + อยู่หน้าวงเล็บแล้ว เมื่อถอดวงเล็บออกเสีย เครื่องหมายของเทอมเหล่านี้ก็ไม่เปลี่ยนแปลงไป”

ย้อนกลับของข้อบังคับ “ถ้าจะวงเล็บเทอมใดๆ เข้าที่ตรงไหนก็เทอมๆ ก็ได้ แต่ต้องให้มีเครื่องหมาย + อยู่หน้าวงเล็บ แล้วเทอมภายในวงเล็บก็ไม่ต้องเปลี่ยนแปลง”

เช่น $a-b+c-d$ นี้จะวงเล็บเป็น

$$a+(-b+c-d)$$

$$\text{หรือ } a-b+(c-d)$$

หรือ $๓ - ๑ + ๓ + (-๑ + ๓)$

ก็ได้ผลสำเร็จ ซึ่งมีค่าเป็นอันเดียว

๑๙. $๑๐ - ๕ + ๒$ ^{นี้} หมายความว่า ตามลักษณะ
เครื่องหมายว่า ๑๐ กับ ๕ ^{นี้} หักกันแล้วเอา ๒ บวก หรือ
๑๐ กับ ๒ บวกกันแล้วเอา ๕ ลบ ดังได้ ๗ ทั้งสองทาง
แต่แม้ว่าเราจะ วงเล็บ $๕ + ๒$ เข้าเสีย เอาเครื่องหมาย - ออกไว้
หน้า แล้วทำ ตามลักษณะเครื่องหมาย ^{นี้} ก็

$$๑๐ - (๕ + ๒) = ๑๐ - (๗)$$

$$= ๑๐ - ๗$$

$$= ๓$$

ก็ย่อมเห็นได้ทันทีว่า $๑๐ - (๕ + ๒)$ ไม่เท่ากับ $๑๐ - ๕ + ๒$
เพราะว่าในข้อแรกนั้น $(๕ + ๒)$ คือ ๗ เป็นจำนวนที่จะต้อง
ลบเสีย จาก ๑๐ แต่ในข้อหลังมี ๕ จำนวนเต็มที่จะต้อง
ลบเสีย จาก ๑๐ และ ๒ เป็นจำนวนที่จะ ต้องบวกเข้ากับ
๑๐ อีก หรือถ้าจะพูดให้เข้าใจง่าย ก็คือข้อหลัง
เป็น ๑๐ ลบ ๕ แล้วบวกเข้า ๒ แต่ในข้อแรกเป็น ๑๐
ลบ ๕ แล้วหักออกเสีย ๒ จึงปรากฏได้ว่า

$$๑๐ - (๕ + ๒) = ๑๐ - ๗$$

$$= ๑๐ - ๕ - ๒$$

$$\therefore ๑๐ - (๕ + ๒) = ๑๐ - ๕ - ๒$$

$$\therefore ๓ - (๒ + ๑) = ๓ - ๒ - ๑ \dots (๑)$$

อีกประการหนึ่ง $๑๐ - (๕ - ๒)$ แปลว่า ให้เอา ๒ ลบ ๕ เสีย ก่อนเป็นจำนวนหนึ่ง ได้เท่าไร แล้วเอา มาลบ ๑๐ ทั้งนี้

$$๑๐ - (๕ - ๒) = ๑๐ - (๓)$$

$$= ๑๐ - ๓$$

$$= ๗$$

ผู้เรียนเห็นได้แต่ครั้ง ก่อนแล้วว่า ๕ กับ ๒ ในวงเล็บ นั้น ถ้า ๒ มี + อยู่หน้า แล้ว ก็แปลว่า ทั้ง ๕ ทั้ง ๒ ต้องเอา ลบ ออกเสีย จาก ๑๐ คือ ๕ ก็เป็น ตัวลบ ของ ๑๐ และ ๒ ก็เป็น ตัวลบ ของ ๑๐ แต่ในที่นี้ ๒ ไม่ได้เป็น ตัวลบ ของ ๑๐. ๒ เป็น ตัวที่ จะ ลบ ออก จาก ๕ ซึ่งเป็น ตัวลบ ของ ๑๐ กลับ ทำให้ ๕ ที่จะลบ ๑๐ นั้นลด เป็น ๓ ไป เพราะฉะนั้น ๒ จึงไม่ เป็น ตัวช่วย ๕ ลบ กลับเป็น ตัวที่หัก กำลั ๕ ให้น้อยลง คือเหมือนหนึ่ง เป็น ตัวบวก ของ ๑๐ ทั้งนี้

$$๑๐ - (๕ - ๒) = ๑๐ - ๓$$

$$= ๑๐ - ๕ + ๒$$

$$\therefore ๑๐ - (๕ - ๒) = ๑๐ - ๕ + ๒$$

$$\therefore ๓ - (๒ - ๑) = ๓ - ๒ + ๑ \dots (๒)$$

ถ้าพิจารณาตามข้อที่มีหมาย (๑) และ (๒) ข้างต้นแล้ว ก็
คงตั้งข้อบังคับได้อีกถึงต่อไป

ข้อบังคับ “ถ้ามีเครื่องหมาย—อยู่หน้าวงเล็บแล้ว
จำนวนที่อยู่ในวงเล็บ ทุก ๆ จำนวนนั้น เมื่อถอดวงเล็บ ออกเสีย
จะต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย ของจำนวนนั้น ๆ บวกเป็นลบ ๆ เป็น
ลบทั้งหมด” ย้อนกลับ ของข้อบังคับ “ถ้าจะวงเล็บ
จำนวนใด ๆ เข้าด้วยกันแล้ว แม้มีเครื่องหมาย—อยู่หน้าวงเล็บ
ก็ต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย ของจำนวนในวงเล็บ ทุก ๆ จำนวน”

 หมายเหตุ— $(๕ - ๒) = -(+๕ - ๒)$
เพราะว่า ๕ ที่อยู่ในวงเล็บนั้นไม่มีเครื่องหมาย จึงหมาย
ความว่า +๕ เมื่อเอาออกจากวงเล็บ จึงเปลี่ยนเครื่องหมาย— $๕ + ๒$ ตามข้อบังคับ

บวก

คราวนี้ จะกล่าวด้วยวิธีบวกต่อไป

๒๐. เมื่อบวก **เทอมเหมือน** สองเทอม หรือหลาย
เทอมเข้าด้วยกัน ก็คือรวมเทอมเหล่านี้เข้าเป็นเทอม
เหมือนเทอมเดียว แต่ถ้าจะบวก **เทอมต่าง** จะรวม

ให้เป็นเทอมเดียวกันไม่ได้ เช่น ผลที่บวกได้จาก ก และ ข นั้น
ต้องเขียนเป็น $ก + ข$

หนึ่ง ตามข้อบังคับการใช้วงเล็บ $ก + (-ข) = ก - ข$
เพราะว่า ก บวกกับ $-ข$ เขียนลงก็ เป็น $ก - ข$

 อย่าลืมว่าในวิธีพีชคณิตเทอมลบมีค่า และที่
หมายจะเพาะตัวเช่นเทอม $-ข$ นี้มีค่าแต่ถ้าฟังก์คนได้ทั้งกล่าว
มาแล้วในข้อ ๑๔

ตัวอย่างที่ ๑ จงหาผลบวกของ ศ, ศ, ศ ตัวอักษร
ตัวเดียวแต่มีกำลังต่างกัน ก็เป็นเทอมต่าง เพราะฉะนั้นผล
บวกจึงได้ $ศ + ศ + ศ$ ทั้งนี้ ผลสำเร็จนี้จะยื่นเข้าอีกไม่ได้

ตัวอย่างที่ ๒ ผลบวกของ ศ, $-ศ$, $-ศ$, ศ เป็น
 $ศ - ศ - ศ + ศ$

ตัวอย่างที่ ๓ จงหาผลบวกของ

$$\begin{aligned} & ๓ก - ๕ข + ๒ค \quad \text{กับ} \quad ๒ก + ๓ข - ค, \\ & ๓ก - ๕ข + ๒ค + (๒ก + ๓ข - ค) \\ & = ๓ก - ๕ข + ๒ค + ๒ก + ๓ข - ค \\ & = ๓ก + ๒ก - ๕ข + ๓ข + ๒ค - ค \\ & = ๕ก - ๒ข + ค, \end{aligned}$$

ในที่นี้คือเอาจำนวนเหมือน ต่อจำนวนเหมือน มาบวกลบ กันเข้า
แต่ควร ระลึกับ จำนวนทั้ง ต่อไปนี้ดีกว่า คือ

$$๓ ก - ๕ ข + ๒ ค$$

$$๒ ก + ๓ ข - ค$$

$$๕ ก - ๒ ข + ค$$

ข้อบังคับ “ให้เรียงบรรทัดต่างๆ ที่จะบวกกันให้เทอม
เหมือน อยู่ตรงใต้เทอมเหมือน แล้วบวก เทอมเหมือนนั้นๆ
เข้าตามเครื่องหมาย ตั้งแต่ต้น บรรทัดไป (คือแต่ซ้าย
ไปข้างขวา)”

ตัวอย่าง จงหาผลบวกของ $๓ ก - ๗ ข + ๒ ค$;

$$๒ ก - ๕ ข + ๕ ค; - ๔ ก + ๓ ข - ๘ ค$$

$$๓ ก - ๗ ข + ๒ ค$$

$$๒ ก - ๕ ข + ๕ ค$$

$$- ๔ ก + ๓ ข - ๘ ค$$

$$๕ ก - ๕ ข - ค$$

๒๑. เมื่อได้เห็น ตัวอย่าง นี้แล้ว ก็คงสังเกตเข้าใจได้ว่า
คำว่า ผลบวก ในพีชคณิตนี้หมายความว่ากว้างกว่าในตำราเลข
ตามวิธีเลข ก-ข หมายความว่า ต้องเอา ข ลบ ออกจาก ก แต่
ในพีชคณิตหมายความว่าทั้งนี้ด้วย กับทั้งหมายความว่า เป็น ผลบวก

ของจำนวน n กับ $-x$ ที่ได้อามาบวกกันแล้วให้ด้วย เรา
ไม่พักต้องคิดถึงค่าของ n และ x ว่าจะเท่ากับเลขอะไรก็ได้
 n ก็เป็นเทอมมีค่าเทอมหนึ่ง เมื่อมีเทอมต่าง ๆ ติดต่อกัน
ด้วยเครื่องหมาย $+$ และ $-$ ถ้าคิดบวกเข้าด้วยกันเป็นผล
สำเร็จแล้ว ผลสำเร็จนั้น ก็เรียกว่า ผลบวกพีชคณิต

เช่น $๑๑n - ๒๗n + ๑๓n = -๓n$ คือ ผลบวก
พีชคณิตของจำนวน $๑๑n$ กับ $-๒๗n$ กับ $๑๓n$ เป็น
 $-๓n$ หรือ $-๓n$ เป็นผลบวกของ $๑๑n$; $-๒๗n$
กับ $๑๓n$

แบบฝึกหัดที่ ๖

(จงหาผลบวกของ)

- (๑) $n + ๒x - ๓k$; $-๓n + x + ๒k$; $๒n - ๓x + k$
- (๒) $๓n + ๒x - k$; $-n + ๓x + ๒k$; $๒n - x + ๓k$
- (๓) $-๓k + ๒y + ๕$; $k - ๓y + ๒๕$; $๒k + y - ๓๕$
- (๔) $-k + ๒y + ๓๕$; $๓k - y + ๒๕$; $๒k + ๓y - ๕$
- (๕) $๔n + ๓x + ๕k$; $-๒n + ๓x - ๘k$; $n - x + k$
- (๖) $-๑๕n - ๑๘x - ๑๘k$; $๑๔n + ๑๕x + ๑๘k$; $n + ๕x + ๘k$
- (๗) $๒๕n - ๑๕x + k$; $๑๓n - ๑๐x + ๔k$; $n + ๒๐x - k$

- (៨) - ១៦ ១ - ១០ ១ + ៥ ១; ១០ ១ + ៥ ១ - ១; ៦ ១ + ៥ ១ - ១
- (៩) ៥ ១ ១ - ១ ១ ១ + ១ ១; ១ ១ + ១ ១ ១ - ១ ១; - ៣ ១ ១
+ ១ ១ ១ + ៣ ១ ១
- (១០) ១០ ១ + ១ - ១; ១ - ១០ ១ + ១; ១ + ១ - ១០ ១
- (១១) - ៥ ១ ១ + ៦ ១ ១ - ១ ១ ១; ៥ ១ ១ - ៤ ១ ១ + ៣ ១ ១;
- ១ ១ ១ - ១ ១ ១ + ៤ ១ ១
- (១២) ៥ ១ ១ - ១ ១ ១ ១ - ៦ ១ ១; ៤ ១ ១ - ៥ ១ ១
+ ១០ ១ ១; - ៤ ១ ១ + ៤ ១ ១ - ៣ ១ ១
- (១៣) ៥ ១ ១ + ១ ១ - ៣ ១ ១; ១ ១ - ១ ១ + ១ ១; - ១ ១ + ១ ១
+ ១ ១
- (១៤) ១ ១ + ១ ១ - ១ ១; - ១ ១ + ១ ១ + ១ ១; ១ ១ - ១ ១ + ១ ១
- (១៥) ១ + ១ + ១; ១ ១ + ១ ១ - ១ ១; ៣ ១ - ៤ ១ + ១
- (១៦) ១ ១ - ៣ ១ + ១; ៥ ១ - ១ ១ - ៤ ១; ៣ ១ + ១ ១
+ ១ ១
- (១៧) ៤ ១ ១ - ៤ ១ ១ + ១ ១; - ១ ១ + ១ ១ - ១ ១;
១ ១ ១ - ៥ ១ ១ + ១ ១
- (១៨) ១ ១ ១ - ៣ ១ ១ + ៤ ១ ១; - ៥ ១ ១ + ៤ ១ ១ - ១ ១ ១;
១ ១ ១ - ១ ១ ១ - ១ ១
- (១៩) ៤ ១ ១ - ៦ ១ ១ + ១; - ១ ១ + ៥ ១ - ៣ ១; - ១ ១ ១

$$+ ๔๘๒ - ๑๕๕$$

$$(๒๐) \quad ๒๓๓ - ๑๗๖ - ๒๓; - ๙๓ + ๑๕๖ + ๓๓; - ๑๓๓ \\ + ๓๖ - ๔๓$$

๒๒. ถ้า จะบวกเทอม ต่าง ๆ ที่มีอักษร เหมือนกัน แต่
กำลัง ต่าง กัน เข้าด้วยกัน เราควร จะเรียงเทอม ตามกำลัง
ของ ตัวอักษร เป็นลำดับ ตั้งแต่ น้อย ไปหา มาก หรือ มาก
ไปหาน้อย

ตัวอย่างที่ ๑ จะบวกฐานเหล่านี้เข้าด้วยกัน $๓ค^๓$
 $+ ๗ค - ๕ค^๒$; $๒ค^๓ - ๘ค - ๙ค^๒$; $๔ค - ๒ค^๓ + ๓ค^๒$

เราเรียง ตามลำดับ มากไปหาน้อย เอา ค^๓ ซึ่งมีกำลัง
๓ ซ้ำกันก่อน ด้วยเป็นกำลัง มากที่สุด

$$\begin{array}{r} ๓ค^๓ - ๕ค^๒ \quad + ๗ค \\ ๒ค^๓ - ๘ค - ๙ค^๒ \\ - ๒ค^๓ + ๓ค^๒ + ๔ค \\ \hline ค^๓ - ๕ค^๒ - ๑ค \end{array}$$

ดังนี้จึงได้ผลบวกตามลำดับของ ค^๓ มากไปหาน้อย

หมายเหตุ จำนวนเลขที่ไม่มีอักษรกำกับย่อมนิยมไว้
ข้างหลัง

ตัวอย่างที่ ๒ เรขวกรฐานเหล่านี้ $๓ กข - ๒ ข + ก$;
 $๕ กข - กข - ๓ ก$; $๘ ก + ๕ ข$; $๙ กข - ๒ ก + กข$

เรา จะเรียง ตามกำลัง $ก$ ก็ได้ หรือตามกำลัง $ข$
 ก็ได้ แต่ในที่นี้ จะเรียงตามกำลัง $ข$ มากไปหา น้อย เขา
 ข เป็น สำคัญไม่ต้องสังเกตกำลัง $ก$

$$\begin{array}{r}
 - ๒ ข + ๓ กข \qquad + ก \\
 - กข + ๕ กข - ๓ ก \\
 ๕ ข \qquad + ๘ ก \\
 + กข + ๙ กข - ๒ ก \\
 \hline
 ๓ ข + ๓ กข + ๑๔ กข + ๔ ก
 \end{array}$$

ได้ผล ตาม ลำดับ กำลัง $ข$ มากไปหา น้อย และได้ตาม
 ลำดับ $ก$ น้อยไปหา มากด้วย

แบบฝึกหัดที่ ๗

(จงหาผลบวกของ)

(๑) $๒ กข + ๓ กก + ๖ กขก; - ๕ กข + ๒ ขก$
 $- ๕ กขก; ๓ กข + ๒ ขก - ๓ กก$

(๒) $๒ ก - ๒ กข + ๓ ข$; $๔ ข + ๕ กข - ๒ ก$; $ก - ๒ กข$
 $- ๖ ข$

- (๓) $a^2 - ab - 4b^2$; $-b^2 + 4ab - 4a^2$; $4a^2 + ab + 4b^2$
- (๔) $a^2 + ab - b^2$; $-a^2 + ab + b^2$; $-a^2 + ab + b^2$
- (๕) $-a^2 - 3ab + 3b^2$; $3a^2 + 4ab - 4b^2$; $a^2 + ab + b^2$
- (๖) $a^2 - a + b - 1$; $2a^2 - 2a + 2b$; $-3a^2 + 5a + 1$
- (๗) $2a^2 - a - b$; $4a^2 + 5a + 7b$; $-6a^2 - 6a + a$
- (๘) $5a^2 - 7a + 4$; $-14a^2 + 15a - 6$; $20a^2 - 40a - 17$
- (๙) $10a^2 + 5a + 4$; $3a^2 - 4a - 6$; $2a^2 - 2a - 3$
- (๑๐) $a^2 - ab + bc$; $ab + bc - ca$; $ca - ab + bc$
- (๑๑) $5a^2 - 3ab + 4b^2$; $3a^2 - 2ab + 3b^2$; $4a^2 - 2ab - 3b^2$
- (๑๒) $6a^2 - 2ab + 1$; $2a^2 + a + 6$; $a^2 - 7a + 2a - 4$
- (๑๓) $a^2 - a + 3ab$; $3a^2 + 4a + 5ab$; $5a^2 - 6a - 11ab$
- (๑๔) $a^2 + b^2 - 2ab$; $2a^2 - 3b^2 - 4ab$; $2a^2 - 2a^2 - 3ab$
- (๑๕) $a^2 - 2ab + b^2$; $b^2 - 2a^2 + ab$; $a^2 + 2ab - a^2 + b^2$
- (๑๖) $a^2 + 3ab + 3b^2$; $-3ab - 6ab - a^2$; $3ab + 4ab$

- (๑๗) $a + 5b + c$; $a - 10b - c$; $5b - 2c + 2a$
- (๑๘) $a - 4b - 5c$; $3b + 2c - 6a$; $3b + 6c - 5a$
- (๑๙) $a - 4b + 6c$; $a - 10b + c$; $a + 3b + 6c$
- (๒๐) $a - 4b + 6c$; $2b - 3c + 2a$; $a + 3b + 4c$
- (๒๑) $\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b$; $-a + \frac{2}{3}b$; $\frac{3}{4}a - b$
- (๒๒) $-\frac{1}{3}a - \frac{1}{4}b$; $-\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b$; $-2a - b$
- (๒๓) $-2a + \frac{3}{4}b$; $-\frac{1}{3}a - 2b$; $\frac{3}{4}b - 3a$
- (๒๔) $-\frac{1}{2}a - \frac{1}{4}b$; $2a - 3b$; $\frac{1}{2}b - a$
- (๒๕) $\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b - \frac{1}{4}c$; $-a - \frac{2}{3}b + 2c$; $\frac{2}{3}a - b - \frac{1}{4}c$
- (๒๖) $3a - \frac{2}{3}b - \frac{1}{4}c$; $-\frac{3}{4}a + b - \frac{2}{3}c$; $-\frac{2}{3}a - b + c$
- (๒๗) $\frac{3}{4}a - \frac{1}{3}b + \frac{3}{4}c$; $-\frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b - c$; $\frac{1}{2}a - b + \frac{1}{4}c$

$$(๒๘) -\frac{๓}{๔}ค + ๕กค - \frac{๕}{๘}กค; \quad ค - \frac{๓๗}{๘}กค + \frac{๑}{๒}กค; \\ -\frac{๑}{๒}ค + \frac{๓}{๔}กค$$

$$(๒๙) \frac{๓}{๘}ค - \frac{๕}{๘}คข - ๗ข; \quad \frac{๓}{๓}คข + \frac{๑๘}{๕}ข; \quad -\frac{๕}{๘}ค \\ + ๔ข$$

$$(๓๐) \frac{๑}{๒}ก - ๒กข - \frac{๓}{๒}ข; \frac{๓}{๒}กข - \frac{๓}{๔}กข + ๒ข; \quad -\frac{๓}{๒}ก \\ + กข + \frac{๑}{๒}ข$$

บทที่ ๔

ลบ

๒๓. เลขลบอย่างง่าย ๆ ก็คือวิธีบวกทั้งที่ได้อธิบายมาแล้วในข้างต้น นี้เอง เช่น

$$๕ก - ๓ก = ๒ก$$

$$๓ก - ๗ก = -๔ก$$

$$-๓ก - ๖ก = -๙ก$$

กับ ตามวิธีลบคงได้ข้อ ๑๙

$$๓ก - (-๘ก) = ๓ก + ๘ก \\ = ๑๑ก$$

$$-๓ก - (-๘ก) = -๓ก + ๘ก \\ = ๕ก$$

ลบ เทอมต่าง

๒๔. การ ลบ เทอมต่าง นี้ ก็ไม่ยาก ทั้ง จะเห็นได้
ใน ตัวอย่าง ต่อไปนี้

ตัวอย่าง ที่ ๑ วงลบ ๓ ก - ๒ ข - ค ออกจาก ๔ ก - ๓ ข + ๕ ค

$$\begin{aligned}\text{ผลลบ} &= ๔ ก - ๓ ข + ๕ ค - (๓ ก - ๒ ข - ค) \\ &= ๔ ก - ๓ ข + ๕ ค - ๓ ก + ๒ ข + ค \\ &= ๔ ก - ๓ ก - ๓ ข + ๒ ข + ๕ ค + ค \\ &= ก - ข + ๖ ค\end{aligned}$$

หมายเหตุ เมื่อถอดวงเล็บ ที่มี เครื่องหมาย - อยู่หน้า จำ
ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายในวงเล็บตามอธิบายข้อ ๑๔

แต่ การ ลบฐาน ที่มี เทอม มาก ๆ เช่นนี้ ท่าน นิยม
ทำ อย่าง วิธีลบ สามัญ เปลี่ยนเครื่องหมาย ของ เทอม ในฐาน
ตัวลบเสียให้หมดตามวิธีถอดวงเล็บ ทั้ง ตัวอย่างนี้

$$\begin{array}{r} ๔ ก - ๓ ข + ๕ ค \\ - ๓ ก + ๒ ข + ค \\ \hline\end{array}$$

ทำ อย่าง ขวก ก - ข + ๖ ค

แต่ เปลี่ยนเครื่องหมายนี้ ไม่จำเป็น ต้อง เปลี่ยน
จริง ๆ ใ้จริงจริง เป็นแต่นึกเปลี่ยนเขาในเวลาที่คิดหาผลลบ
ก็ไ้ ทั้ง ตัวอย่าง ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๒ จาก $๕ค + คย$ ให้หัก ออกเสีย
 $๒ค + ๘คย - ๗ค$

$$๕ค + คย$$

หักเปลี่ยนเครื่องหมายในใจ $๒ค + ๘คย - ๗ค$
 $๓ค - ๗คย + ๗ค$

ตัวอย่างที่ ๓ จงลบ $๓ค - ๒ค$ ออกจาก $๑ - ค$
 $-ค + ๑$

$$๒ค - ๒ค$$

$$-ค - ๒ค + ๒ค + ๑$$

หมายเหตุ การที่เปลี่ยนลำดับเสียเช่นนี้ ก็เพื่อให้
 กำลังของ ค เป็นลำดับแต่ไกลไปหาน้อยตามคำอธิบายข้อ ๒๒

แบบฝึกหัดที่ ๘

จงลบ

๑. $๔ก - ๓ข + ค$ จาก $๒ก - ๓ข - ค$

๒. $ก - ๓ข + ๕ค$ จาก $๔ก - ๘ข + ค$

๓. $๒ค - ๘คย + ๓$ จาก $๑๕ค + ๑๐คย - ๑๘ค$

๔. $๑๕ก - ๒๗ข + ๘ค$ จาก $๑๐ก + ๓ข + ๔ค$

๕. $-๑๐ค - ๑๔คย + ๑๕ค$ จาก $ค - คย - ค$

๖. $๑๑ กข + ๖ คฌ$ จาก $- ๑๐ ขค + กข - ๔ คฌ$
 ๗. $๔ ก - ๓ ข + ๑๕ ค$ จาก $๒๕ ก - ๑๖ ข - ๑๘ ค$
 ๘. $- ๑๖ ค - ๑๘ ค - ๑๕ ค$ จาก $- ๕ ค + ๘ ค + ๗ ค$
 ๙. $กข + คฌ - กค - ขค$ จาก $กข + คฌ + กค + ขค$
 ๑๐. $- กข + คฌ - กค + ขฌ$ จาก $กข - คฌ + กค - ขฌ$
 จาก
 ๑๑. $๓ กข + ๕ คฌ - ๕ กค - ๖ ขฌ$ ลบ $๓ กข + ๖ คฌ$
 $- ๓ กค - ๕ ขฌ$
 ๑๒. $๒ ค - ๓ ค + ๔ ค$ ลบ $- ๕ ค + ๖ ค - ๗ ค$
 ๑๓. $- ๒ ค - ๓ ค + ๔ ค$ ลบ $ค - ค + ๑$
 ๑๔. $- ๕ ค + ๑๕ ค + ๑๐ ค$ ลบ $๔ ค - ๖ ค - ๕ ค$
 ๑๕. $\frac{๑}{๒} ก - ข + \frac{๑}{๓} ค$ ลบ $\frac{๑}{๒} ก + \frac{๑}{๒} ข - \frac{๑}{๒} ค$
 ๑๖. $\frac{๓}{๔} ค + ๒ - ๓$ ลบ $\frac{๑}{๒} ค - \frac{๑}{๒} ข - \frac{๑}{๒} ค$
 ๑๗. $- ก - ๓ ข$ ลบ $\frac{๓}{๒} ก + \frac{๑}{๓} ข - \frac{๑}{๒} ค$
 ๑๘. $\frac{๑}{๒} ค - \frac{๓}{๗} ข + \frac{๑}{๑๐} ค$ ลบ $- \frac{๑}{๒} ค + \frac{๔}{๗} ข - \frac{๑}{๑๐} ค$
 ๑๙. $- \frac{๒}{๓} ค - \frac{๓}{๕} ข - ๕ ค$ ลบ $\frac{๒}{๓} ค - \frac{๒}{๕} ข - \frac{๑๑}{๓} ค$
 ๒๐. $- \frac{๑}{๒} ค + \frac{๒}{๓} ข - \frac{๑}{๖}$ ลบ $\frac{๑}{๓} ค - \frac{๓}{๒} ข - \frac{๑}{๖}$

แบบฝึกหัดที่ ๙

จาก

๑. $๓คีม - ๕ยส + ๘ตค$ ลบ $-๔คีม + ๒ยส - ๑๐ตค$
๒. $-๘คีม + ๖๕คีม + ๑๓คีม$ ลบ $๔คีม + ๗คีม - ๘คีม$
๓. $-๘ + ๖กข + กข$ ลบ $๔ - ๓กข - ๕กข$
๔. $กขค + ขคก + คกก$ ลบ $๓กขค - ๕ขคก - ๔คกก$
๕. $-๗กข + ๘กข + คณ$ ลบ $๕กข + ๗กข + ๖คณ$
๖. $-๘คีม + ๕คีม - คีม$ ลบ $๘คีม - ๕คีม + คีม$
๗. $๑๐กข + ๑๕กข + ๘กข$ ลบ $-๑๐กข + ๑๕กข - ๘กข$
๘. $๔ค - ๓ค + ๒$ ลบ $-๕ค - ๖ค - ๗$
๙. $ค + ๑๑ค + ๔$ ลบ $๘ค - ๕ค - ๓$
๑๐. $-๘กค + ๕ค + ๑๕$ ลบ $๙กค - ๘ค - ๕$
ลบ
๑๑. $ค - ค + ค + ๑$ จาก $ค + ค - ค + ๑$
๑๒. $๓คีม - ๓คีม + ค - ย$ จาก $ค + ๓คีม + ๓คีม + ย$
๑๓. $ข + ค - ๒กขค$ จาก $ก + ข - ๓กขค$
๑๔. $๗คีม - ย - ๓คีม + ๕ค$ จาก $๘ค + ๗คีม - ๓คีม - ย$

แบบฝึกหัด

๔๗

๑๕. $๕ + ๕ + ๕ - ๓๕$ จาก $๕๕ - ๕๕ - ๒๕ + ๗$

๑๖. $๖ + ๖ + ๖ - ๓๖๖๖$ จาก $๗๖๖๖ - ๓๖ + ๕๖ - ๖$

๑๗. $๑ - ๕ + ๕ - ๕ - ๕$ จาก $๕ - ๑ + ๕ - ๕$

๑๘. $๗๖ - ๕๖ + ๓๖ + ๖$ จาก $๖ - ๕๖ - ๗ + ๗๖$

๑๙. $๑๐๖๖ + ๕๖๖ - ๕๖๖ - ๖$ จาก $๕๖๖ - ๖๖๖$
 $- ๗๖๖$

๒๐. $๖ - ๖ - ๕๖๖ - ๗๖๖$ จาก $- ๕๖๖ + ๑๕๖๖ + ๖$
 จาก

๒๑. $\frac{๑}{๒}๕ - \frac{๑}{๓}๕๖ - \frac{๓}{๒}๖$ ลบ $-\frac{๓}{๒}๕ + ๕๖ - ๖$

๒๒. $\frac{๒}{๓}๖ - \frac{๕}{๒}๖ - ๑$ ลบ $-\frac{๒}{๓}๖ + ๖ - \frac{๑}{๒}$

๒๓. $\frac{๑}{๓}๕ - \frac{๑}{๒}๕ + \frac{๑}{๖}$ ลบ $\frac{๑}{๓}๕ - ๑ + \frac{๑}{๒}๕$

๒๔. $\frac{๑}{๓}๕ - \frac{๒}{๓}๖๕$ ลบ $\frac{๑}{๓} - \frac{๑}{๔}๕ - \frac{๕}{๖}๖๕$

๒๕. $\frac{๑}{๓}๕ - \frac{๑}{๓}๕๖ - ๖$ ลบ $\frac{๑}{๒}๕๖ - \frac{๕}{๖}๖ - \frac{๑}{๓}๕๖$

๒๖. $\frac{๑}{๓}๖ - ๒๖๕ - \frac{๑}{๓}๖๕$ ลบ $\frac{๑}{๓}๖๕ + \frac{๑}{๔}๖ - \frac{๒}{๓}๖๕$

แบบฝึกหัดที่ ๑๐

แบบฝึกหัดต่าง ๆ สำหรับทำบวกและลบ ระคนกัน

๑. จงหาผลบวกของ $๒๖ - ๓๖ - ๒๖$ กับ $๒๖ - ๖ + ๗๖$ และผลบวกของ $๖ - ๔๖ + ๗๖$ กับ $๖ - ๖๖$

๒. จาก $๕ค + ๓ค - ๑$ จงหาผลบวกของ $๒ค - ๕ + ๗ค$ กับ $๓ค + ๔ - ๒ค + ค$ ลง

๓. ลง $๓ก - ๗ก + ๕ก$ จากผลบวกของ $๒ + ๘ก - ก$ กับ $๒ก - ๓ก + ก - ๒$

๔. ลง $๕ค + ๓ค - ๑$ จาก $๒ค$ ได้เท่าไร เธอมาบวกเข้ากับ $๓ค + ๓ค - ๑$

๕. จงประสมผลบวกของ $๒ข - ๓ข$ กับ $๑ - ๕ข$ เข้ากับจำนวนที่เหลืออยู่เมื่อเอา $๑ - ๒ข + ข$ ลง $๕ข$

๖. ให้หัก $ค - ข$ ออกจาก $๓คข - ๔ข$ เหลือเท่าไร เธอมาประสมเข้ากับผลบวกของ $๔คข - ค - ๓ข$ กับ $๒ค + ๖ข$

๗. หาผลบวกของ $๕ก - ๗ข + ค$ กับ $๓ข - ๘ก$ ได้แล้วเธอมาลบออกจาก $ก - ๔ข$

๘. บวก $๓ค - ๗ค + ๕$ กับ $๒ค + ๕ค - ๓$ เข้าด้วยกัน แล้วลบเสีย $๓ค + ๒$

๙. จะเอาจำนวนใดมาบวกเข้ากับ $๕ค - ๗ค - ๒$ จึงจะได้ $๗ค - ๑$?

๑๐. จะเอาจำนวนใดมาบวกเข้ากับ $๔ค - ๓ค + ๒$ จึงจะได้ $๔ค + ๗ค - ๖$?

๑๑. จะเอาจำนวนใดมาลบ ออก จาก ๓ ก-๕ ข+ค
จึง จะให้เหลืออยู่แต่ ๒ ก-๔ ข+ค?

๑๒. จะเอาจำนวนใดมาลบ ออก จาก ๙ ก+๑๑ ค-๕
จึง จะเหลือ อยู่เพียง ๖ ค-๑๗ ค+๓?

๑๓. จะเอา ๑๑ ก-๕ กข-๗ ขค ลบออก จากจำนวน
เท่าไร จึง จะได้ ๕ ก+๗ กข+๗ ขค?

๑๔. จะเอา ๓ กข+๕ ขค-๖ คก ลบออก จากจำนวน
อะไร จึง จะเหลือเพียง ๖ คก-๕ ขค?

๑๕. จะเอา อะไร มาบวก กับ ๗ ค-๖ ค-๕ ค จึงจะได้
๙ ค-๖ ค-๗ ค?

๑๖. จะเอา จำนวนใด มาบวก กับ ๕ กข-๑๑ ขค-๗ คก
จึง จะได้ผลบวกเป็น ๐ ?

๑๗. ถ้าเอา ๓ ค-๗ ค+๒ ลบ. ๐ นี่จะได้เท่ากับเท่าใด?

๑๘. ลบ ๓ ค-๗ ค+๑ จาก ๒ ค-๕ ค-๓
ได้เท่าไรแล้ว เอา มาหัก จาก ๐ ได้เท่าไร เอา มาบวก
เข้ากับ ๒ ค-๒ ค-๔ อีกทีหนึ่ง

๑๙. ลบ ๓ ค-๕ ค+๑ จากหนึ่ง แล้วเอา ๕ ค
-๖ ค มาบวก เข้าด้วย

บทที่ ๕

คูณ

๒๕. เมื่อไม่มีเครื่องหมายอยู่ระหว่างตัวอักษรหรือเทอมใดๆ
เราก็เข้าใจว่า ตัวอักษร หรือเทอมเหล่านั้นจะต้องคูณกัน

เช่น

$$กข = ก \times ข$$

$$๓ กข = ๓ \times ก \times ข$$

$$ก (ค - ข) = ก \times (ค - ข)$$

$(ค + ข)(ก + ข)$ ก็เป็นผลคูณของ $ค + ข$ กับ $ก + ข$

ในวิธีพีชคณิต

ถึงจะเรียงแฟกเตอร์อย่างไร ๆ

ผลคูณก็มีค่าคง อยู่เช่นเดียวกับวิธีเลข [ทั้งนี้ อยู่ในข้อ ๘๘]

ตัวอย่าง

$$๒ ก \times ๓ ข = ๒ \times ก \times ๓ \times ข$$

$$= ๒ \times ๓ \times ก \times ข$$

$$= ๖ กข$$

๒๖. ในบทคำอธิบายก็ได้กล่าวมาแล้วว่า

$$ก = ก ก ก$$

และ $ก = ก ก ก ก ก$

$$\therefore ก \times ก = ก ก ก \times ก ก ก ก ก$$

$$= ก ก ก ก ก ก ก ก = ก^๘$$

คือ ก คุณ กั้น สามตัว คุณ เทอม ก คุณ กั้นห้าตัว ได้เทอม
ก คุณ กั้นแปดตัว

$$\text{พ.ศ. ๕ ก} = ๕ \text{ ก ก}$$

$$๗ \text{ ก} = ๗ \text{ ก ก ก}$$

$$๕ \text{ ก} \times ๗ \text{ ก} = ๕ \times ๗ \times \text{ก ก ก ก ก}$$

$$= ๓๕ \text{ ก}$$

ดังนี้ ผู้เรียนย่อมเห็นได้ว่า ถ้าเป็นตัวอักษรที่เหมือนกันก็ตัว ๆ
คุณ กั้น เราก็เขียนผลคูณลง เป็นอักษร นั้นให้มีกำลังกำกับ
ว่าคุณ กั้น

๒๗. เมื่อเทอมที่คุณ กั้น มีตัวอักษร ต่าง ๆ กัน (คือ
เทอมต่าง) และมีกำลังต่าง ๆ กัน วิธีทำเราก็คูณ ตัว อักษร
ที่เหมือนกันเข้าด้วยกัน อักษรที่ผิดกันก็คงไว้คนละ ต่างหาก

ตัวอย่าง $๕ \text{ ก} \text{ ข} \times ๘ \text{ ก} \text{ ข ค}$

$$= ๕ \text{ ก ก ก ข ข} \times ๘ \text{ ก ก ข ค ค}$$

$$= ๔๐ \text{ ก} \text{ ข ค}$$

หมายเหตุ อินเต็กต์ คือเลข กำลัง ของอักษรที่ต่าง
กันจะมารวมกันไม่ได้ เพราะฉะนั้นเทอม ๔๐ ก ข ค นี้จะ
เขียนย่อลงไว้ไม่ได้

๒๘. ข้อบังคับในการคูณจึงมีดังนี้ “ถ้าจะคูณเทอมเดียว (คือเทอมลำดับที่ไม่มีเครื่องหมายคั่นกลาง) สองเทอมเข้าด้วยกัน ให้นำคูณโคเอฟฟิเชนต์ตัวเลข แล้วบวกกำลังของอักษรที่เหมือนกันเข้าเป็นอักษรเดียวกัน มีเลขกำลังผกไปตามผลที่บวกได้นั้น”

ข้อบังคับนี้ใช้ได้กับผลคูณของเทอมเดียว มากกว่า สองเทอมขึ้นไป

$$\begin{aligned}\text{ตัวอย่างที่ ๑} \quad c^2 \times c^3 \times c^4 &= c^{2+3+4} \times c^1 \\ &= c^9 \\ &= c^9\end{aligned}$$

$$\text{ตัวอย่างที่ ๒. } 5c^2m^3 \times 8m^2c^3 \times 3c^4 = 120c^9m^5$$

คูณเทอมคละด้วยเทอมเดียว

๒๙. วิธีคูณนี้ก็ตรงกับวิธีบวกทบกันเข้านี้เอง ๔ ม ก็แปลว่า ม บวกทบกันเข้า ๔ ครั้ง คือ ๔ ม = ม + ม + ม + ม และ ๑๐ ม = ม + ม + ม + . . . บวกกันจนถึงสิบหน เพราะฉะนั้น ๖ ม = ม + ม + ม + . . . บวกกันจนถึง ๖ ครั้ง ตามแต่ค่าของ ๖ ถ้า ๖ = ๘ ๖ ม = ๘ ม ถ้า ๖ = ๑๐ ๖ ม = ๑๐ ม เป็นต้น คือ ม บวกทบกันเข้าจนแยกหนหรือสิบหนหนึ่ง (๖ + ๘) ม = ม + ม + ม + . . . บวกกันจนถึง (๖ + ๘) ครั้ง

คุณเทอมละครด้วยเทอมเดียว

๕๓

$$=(ม+ม+ม+... \text{ บวกกัน } ๖ \text{ คน})$$

$$+(ม+ม+ม+... \text{ บวกกัน } ๘ \text{ คน})$$

$$=๖ม+๘ม$$

ถ้าหากเปลี่ยนไปเป็นตัวอักษร

$$(ก+ข) ม = ม+ม+ม+... \text{ ถึง } (ก+ข) \text{ คน}$$

$$= (ม+ม+ม+... \text{ ถึง } ก \text{ คน})$$

$$+ (ม+ม+ม+... \text{ ถึง } ข \text{ คน})$$

$$= กม+ขม \dots \dots \dots (๑)$$

$$\text{และ } (ก-ข) ม = ม+ม+ม+... \text{ บวกกัน } (ก-ข) \text{ คน}$$

$$= (ม+ม+ม+... \text{ บวกกัน } ก \text{ คน})$$

$$- (ม+ม+ม+... \text{ บวกกัน } ข \text{ คน})$$

$$= กม-ขม \dots \dots \dots (๒)$$

สังเกตดูตามข้างบนนี้ก็เห็นได้ชัดว่า $(ก-ข+ค) ม = กม-ขม+คม$ เพราะฉะนั้นควรตั้งข้อบังคับไว้ข้อว่า

๓๐. ข้อบังคับ “ถ้าจะคูณคุณเทอมละครด้วยเทอมเดียว
จงเอาตัวคุณ คุณเทอมละครที่ละเทอม ๆ”
ตัวอย่าง

$$(๑) ๓(๒ก+๓ข-๔ค) = ๖ก+๙ข-๑๒ค$$

$$(๒) (๔ก - ๗ข - ๘ค) \times ๓ค มี = ๑๒คมี$$

$$- ๒๑คมี - ๒๔คมีค$$

$$(๓) \left(\frac{๒}{๓}ก - \frac{๑}{๖}ข - ค \right) \times \frac{๓}{๘}กมี = \frac{๑}{๔}กมี - \frac{๑}{๑๖}กมี$$

$$- \frac{๓}{๘}กมีค$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๑

รวม

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| ๑. ๕ก กับ ๗ค | ๒. ๔ก กับ ๕ก |
| ๓. ๗กข กับ ๘กข | ๔. ๖คมี กับ ๕ค |
| ๕. ๘กข กับ ข | ๖. ๒กขค กับ ๓ กค |
| ๗. ๒กข กับ ๒กข | ๘. ๕กข กับ ๒ก |
| ๙. ๔กข กับ ๗ก | ๑๐. ๕กข กับ คมี |
| ๑๑. คมี กับ ๖กค | ๑๒. กขค กับ คมีค |
| ๑๓. ๓กขค กับ ๕กขค | ๑๔. ๕กขค กับ ๗กค |
| ๑๕. ๕กค กับ ๘คค | ๑๖. ๕คมี กับ ๖กค |
| ๑๗. ๒คมี กับ คมี | ๑๘. ๓กคมี กับ กคมี |
| ๑๙. กข+ขค กับ กข | ๒๐. ๕กข-๗ขค กับ ๔ กขค |
| ๒๑. ๕ค+๓มี กับ ๒ค | ๒๒. ก+ข-ค กับ กข |
| ๒๓. ขค+คค-กข กับ กขค | ๒๔. ๕ก+๓ข-๒คกับ๔กขค |

$$๒๕. ๕คัม+คัม-๗คัม กับ ๓คัม$$

$$๒๖. ๖คัม-๕คัม+๗คัม กับ ๘คัม$$

$$๒๗. ๖กขค-๗กขค กับ กข$$

$$๒๘. ๘กข-๒กข กับ ๑กข$$

$$๒๙. กขค-๕กข กับ ๑กข ๓๐. ๖ก-๕กขค กับ ๓กข$$

คุณเทอมคละด้วยเทอมคละ

๓๑. เราได้เรียนวิธีคุณเทอมคละ กับ เทอมเดียว เช่น
(ง+ค) ม ทั้งนี้แล้ว หากว่า ม = ๘ ก็ได้ผลดังนี้

$$ม(ง+ค) = ๘(ง+ค)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ถ้าแบ่ง ๘ ออก} \\ \text{เป็น ๒+๖} \end{array} \right\} ๘(ง+ค) = (๒+๖)(ง+ค)$$

$$= ๒(ง+ค) + ๖(ง+ค)$$

(คือ ง+ค สองหน กับหกหนเป็น ง+ค แหกหน) แล้ว
จึงแยกคุณตามที่ได้เคยเรียนมา = ๒ง+๒ค+๖ง+๖ค ทั้งนี้
(คือ = ๘ง+๘ค เหมือนกัน ทั้งคุณ ๘ กับ (ง+ค) ตรง)

ในข้อ ๒๙ ข้างที่โยงไว้ว่า (๑) นั้น ได้เรียนมาแล้ว
ว่า (ก+ข) ม เราคูณกันอย่างไร ในที่นี้ให้ผู้เรียน
นึกเสียว่า (ง+ค) เป็นเทอมหนึ่งหรือเทอมเดียวเหมือน ม
แล้วคูณกับ (ก+ข) ตามวิธีที่ชี้ให้เห็นแล้วในข้อ ๒๙ ทั้งนี้

$$(a+b)(a+c) = a(a+c) + b(a+c)$$

$$= aa + ac + ba + bc \dots (๓)$$

ถ้าเทียบ จากที่ใบง (๒) ในข้อ ๒๔ ก็เหมือนกัน คือ

$$(a-b)(a+c) = a(a+c) - b(a+c)$$

$$= aa + ac - (ba + bc)$$

$$= aa + ac - ba - bc \dots (๔)$$

หากเราใช้ $(a-c)$ แทน m ใน (๑) วิธีก็เหมือนกับ
ที่ทำมาแล้ว คือ

$$(a+b)(a-c) = a(a-c) + b(a-c)$$

$$= (a-c) \cdot a + (a-c) \cdot b$$

$$= aa - ac + ba - bc \dots (๕)$$

หรือ จาก (๒) ใช้ $(a-c)$ แทน m อย่างที่แล้่วมา

$$(a-b)(a-c) = a(a-c) - b(a-c)$$

$$= aa - ac - (ba - bc)$$

$$= aa - ac - ba + bc \dots (๖)$$

สังเกตดูในใบง (๖) นั้น $(a-b)(a-c) = aa$

$-ac - ba + bc$ ก็เห็นว่าได้ผลสี่เทอม คือ เอา a คูณ
 $(a-c)$ เสียก่อนได้ผลสองเทอมแล้วจึงเอา $-b$ คูณ $(a-c)$
ได้ผลอีกสองเทอม

$$\text{ในชั้นแรก} \quad (+ก) \times (+ง) = + กง$$

$$\text{และ} \quad (+ก) \times (-ค) = - กค$$

$$\text{ในชั้นหลัง} \quad (-ข) \times (+ง) = - ขง$$

$$\text{และ} \quad (-ข) \times (-ค) = + ขค$$

ตามที่คูณกันนี้ ปรากฏผลข้างต้นเป็นข้อบังคับ สำหรับ
เปลี่ยนเครื่องหมายในวิธีคูณได้แล้ว

ข้อบังคับสำหรับการเปลี่ยนเครื่องหมาย “ผลคูณของ
เทอมที่มีเครื่องหมายเหมือนกันสองเทอม เป็นเทอมบวก แต่ผล
คูณของเทอมที่มีเครื่องหมายต่างกันสองเทอม เป็นเทอมลบ”

๓๒. บางทีผู้แรกเรียนจะนึกหวาคไปว่าวิธีเปลี่ยนเครื่องหมายผลคูณ ตามพิสัยนี้ ให้เห็นด้วยอักษรนี้เข้าใจยาก ในที่นี้
จึงจะอธิบายให้เห็นได้แจ่มแจ้งอีกด้วย ด้วยตัวเลขเพื่อให้เข้าใจที่

$$๑. \text{ลบกับบวก} \quad (-๓) \times (+๔) \quad ๒. \text{บวกกับลบ} \quad (+๓) \times (-๔)$$

$$๓. \text{ลบกับลบ} \quad (-๓) \times (-๔) \quad ๔. \text{บวกกับบวกไม่ต้องอธิบาย}$$

$$๑. \quad (-๓) \times (+๔) = -๓ \times ๔$$

$$= -๓ \quad \text{ต้อง การ สี่ ครั้ง}$$

$$= -๓ - ๓ - ๓ - ๓$$

$$= -๑๒ \dots\dots\dots (๑)$$

$$๒. \quad (+๓) \times (-๔) \quad \text{นี้ คือ } +๓ \text{ ต้องการ } -๔ \text{ คน}$$

แต่ข้างที่เข้าใ้ปาก จึงจะอธิบายให้เห็น เป็น อุตสาหกรรม
 กันนี้ ถ้าเกิดกำลังน้อย พายเรือทวนน้ำขึ้นไปโดยเต็มแรง
 เสมอมิได้หยุด แต่น้ำไหลแรงกว่าก็พักให้เรือนี้หยุดหลัง
 ลงมา ๔ เฮกโตเมตร ในเวลาชั่วโมงหนึ่ง ก็เขียนลงว่า เกิด
 พายเรือได้ - ๔ เฮกโตเมตร ในชั่วโมงหนึ่ง ถ้าพายทวนน้ำ
 ไปกันนี้ ๓ ชั่วโมง ก็ระพายได้เป็นหนทาง 3×-4 เฮกโตเมตร
 (คือเรือหยุดหลัง ลงไป ๑๒ เฮกโตเมตร) ๓ คูณ ๔ ก็ได้ ๑๒
 แต่ทางที่ได้ ๑๒ นี้เป็นทางเข้าเนื้อ จึงต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย
 หมายถึง จะบอกให้ทราบว่า เป็นหนทางเข้าเนื้อ กันนี้ - ๑๒
 เพราะฉะนั้น $3 \times -4 = -12$

๓. $(-3) \times (-4)$ แสดงว่าต้องการ - ๓ ถึง - ๔ คน
 $(-3) \times (+4) = -12$ ตามวงเล็บ . . . (๑)

แต่ที่เห็น $(-3) \times (-4) = +12$ คือเครื่องหมายเปลี่ยนไป
 เพราะฉะนั้น $(-3) \times (-4) = 12$ (๒)

๓๓. เพื่อจะให้ผู้เรียนเข้าใจวิธีที่พึงกล่าวมาแล้วนี้
 ชัดเจน ต่อไปนี้ จะให้ตัวอย่างบ้าง

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้า $a = -4$ $b = (-4) \times (-4)$
 $\times (-4) = -16$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$

จงหาค่าของ $-๓ ๖ ๗ ๘$

$$-๓ ๖ ๗ ๘ = (-๓) \times (-๑) \times ๓ \times (-๒)$$

$$= -๓ \times (+๑) \times ๓ \times (-๘)$$

$$= ๗๒$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๒

ถ้า $๖ = -๒$, $๗ = ๓$, $๘ = -๑$, $๙ = -๕$, $๑๐ = ๔$

จงหาค่าของเทอมเหล่านี้

๑. $๖ ๗ ๘$ ๒. $๙ ๖ ๗ ๘$ ๓. $-๕ ๖$ ๔. $๖ ๖ ๖$

๕. $๔ ๖ ๑๐$ ๖. $๖ ๖ ๖$ ๗. $-๖ ๖$ ๘. $๖ ๖ ๖$

๙. $-๗ ๖ ๗ ๘$ ๑๐. $-๒ ๖ ๗ ๘$ ๑๑. $-๔ ๖ ๖$ ๑๒. $๖ ๖ ๖$

๑๓. $๕ ๖ ๖$ ๑๔. $-๗ ๖ ๑๐ ๑๕$ ๑๕. $-๙ ๖ ๖$ ๑๖. $๔ ๖ ๖$

๑๗. $-๕ ๖ ๗ ๘$ ๑๘. $-๗ ๖ ๖$ ๑๙. $-๙ ๖ ๖$ ๒๐. $๗ ๖ ๖$

ถ้า $๖ = -๔$, $๗ = -๓$, $๘ = -๑$, $๑๐ = ๐$, $๑๑ = ๕$, $๑๒ = ๑$

จงหาค่าของ

๒๑. $๖ ๖ + ๗ ๘ - ๔ ๑๐$ ๒๒. $๖ ๖ ๗ - ๓ ๗ ๖ + ๒ ๑๐$

๒๓. $๑๐ ๖ - ๒ ๗ - ๖ ๖$ ๒๔. $๖ ๑๐ - ๕ ๗ - ๒ ๖$

๒๕. $๖ ๖ - ๓ ๗ - ๖ ๖$ ๒๖. $๖ ๑๐ - ๔ ๑๐ - ๖ ๖$

๒๗. $๒ \sqrt{(๖ ๖)} - ๓ \sqrt{(๑๐)} + \sqrt{(๖ ๖)}$

๒๘. $๓ \sqrt{(๖ ๖ ๖)} - ๒ \sqrt{(๑๐)} - ๖ \sqrt{(๑๐)} -$

$$๒๙. ๗\sqrt{(\text{กศ})} - ๓\sqrt{(\text{ขค})} + ๕\sqrt{(\text{ฅค})}$$

$$๓๐. ๓ค\sqrt{(\text{๓ขค})} - ๕\sqrt{(\text{๔คฅ})} - ๒คข\sqrt{(\text{๓ขค})}$$

๓๑. ตัวอย่างต่อไปนี้จะช่วยให้เข้าใจข้อบังคับเครื่องหมาย

และ ข้อบังคับ อินดิเคส (คือกำลัง) จัดเจนขึ้นอีก

ตัวอย่างที่ ๑ $๔กข \times (-๓กข) = -๑๒กข$

ตัวอย่างที่ ๒ $-๕กข \times (-กข) = ๕กข$

ตัวอย่างที่ ๓ จงหาผลคูณของ ๓กข, -๒กข, -กข

$$๓กข \times (-๒กข) = -๖กข$$

และ $-๖กข \times (-กข) = ๖กข$

ตัวอย่างที่ ๔ $(๖ก - ๕กข - ๔กข) - ๓กข$

คูณที่ละเทอม $= -๑๘กข + ๑๕กข + ๑๒กข$

แบบฝึกหัดที่ ๑๓

จงคูณกัน

๑. กศ กับ -๓กศ ๒. -๒กขกับ -๗กข

๓. กข กับ -กข ๔. ๖คฅ กับ -๑๖คข

๕. -กขคกับ -๓กขค ๖. คฅกับ -๕คฅ

๗. ๓คข + ๔คฅ กับ -๑๒คฅ ๘. กข - ขค กับ กขค

๙. -ค - ข - ค กับ -๓ค ๑๐. ก - ข + ค กับ กขค

๑๑. -กข + ขค - คก กับ -กขค

๑๒. - ก ข - ๔ ก ข กับ - ๗ ก ข
 ๑๓. ๕ ศั ม - ๖ ศั ม + ๘ ศั ม กับ ๓ ศั ม
 ๑๔. - ๗ ศั ม - ๕ ศั ม กับ - ๘ ศั ม
 ๑๕. - ๕ ศั ม ๘ + ๓ ศั ม ๘ - ๘ ศั ม ๘ กับ ศั ม ๘
 ๑๖. ๔ ศั ม ๘ + ๘ ศั ม ๘ กับ - ๑๒ ศั ม ๘
 ๑๗. - ๑๓ ศั ม - ๑๕ ศั ม กับ - ๗ ศั ม
 ๑๘. ๘ ศั ม ๘ - ๑๐ ศั ม ๘ กับ - ศั ม ๘
 ๑๙. ก ข ค - ก ข ค - ก ข ค กับ - ก ข ค
 ๒๐. - ก ข ค + ข ค ก - ค ก ข กับ - ก ข

จงหาผลคูณของ

๒๑. ๒ ก - ๓ ข + ๔ ค กับ $-\frac{๓}{๕}$ ก ๒๒. ๓ ศ - ๒ ม - ๔ กับ $-\frac{๕}{๖}$ ศ
 ๒๓. $\frac{๒}{๓}$ ก - $\frac{๑}{๖}$ ข กับ $\frac{๓}{๘}$ ก ศ ๒๔. $\frac{๖}{๗}$ ก ศ - $\frac{๓}{๒}$ ก ศ กับ $-\frac{๗}{๓}$ ก ศ
 ๒๕. - $\frac{๕}{๓}$ ก ศ กับ - $\frac{๓}{๒}$ ก + ก ศ - $\frac{๕}{๒}$ ศ
 ๒๖. - $\frac{๗}{๒}$ ศ ม กับ - ๓ ศ + $\frac{๒}{๗}$ ศ ม
 ๒๗. - $\frac{๓}{๒}$ ศั ม กับ - $\frac{๑}{๓}$ ศ + ๒ ม
 ๒๘. - $\frac{๕}{๗}$ ศั ม กับ - $\frac{๗}{๔}$ ศ - $\frac{๕}{๗}$ ม

๓๕. ที่นี้ จะ ว่า ด้วย วิธี คุณ เถอม คละ ด้วย เถอม คละ
 หรือ พูด อีก นัย หนึ่ง ว่า ทั้ง ตัว ตั้ง และ ตัว คุณ เป็น รฐาน ด้วย กัน
 ข้างบน คับ " จงเอา เถอม คับ ของ รฐาน ตัว คุณ คุณ เถอม ใน รฐาน

ตัวตั้งที่ละเทอมๆ แล้วจึงเอาเทอมที่สองที่สาม ฯลฯ คูณ
 ต่อๆ ไปเป็นลำดับ ถ้าตัวที่คูณ ถัดมีเครื่องหมายเหมือนกันก็
 เขียน + ไว้หน้า ถ้ามีเครื่องหมายต่างกันก็เขียน - ไว้หน้า

ตัวอย่างที่ ๑ คูณ $k+8$ ด้วย $k+7$

เอา k ในฐานตัวคูณคูณ k ในฐานตัวตั้งได้ k^2 และ
 k ใน 8 + ด้วย k จึงได้ผลเป็น $+ 8k$

เอา k คูณ 8 อีกได้ $8k$

เอา 7 ในฐานตัวคูณคูณ k ในฐานตัวตั้งได้ $7k$

เอา 7 คูณ 8 อีกได้ 56

คูณกันเรียงตัวเป็นคู่ๆ ละหนึ่งจนหมด สันเชิงแล้วจึงได้ผลคูณเป็น

$k^2+8k+7k+56$ หรือ $k^2+15k+56$

คือ $(k+8)(k+7) = k^2+8k+7k+56$
 $= k^2+15k+56$

แท้จริง การ คูณ เทอมละคร ด้วยเทอม ละคร ควร ทำ อย่าง นี้

$k+8$

$k+7$

k^2+8k

$+7k+56$

$k^2+15k+56$

เอา k คูณก่อน

แล้วเอา 7 คูณ

บวกกันแล้วได้

หมายเหตุ ต้อง คุณ แด่ ซ้ายไป หาขวา ตรง กับ
ข้ามกับวิธี เลข เมื่อ ถึง คุณ ชั้น ที่ ๒ และ ชั้น ต่อ ๆ ไป ต้องตั้ง
ผล คุณ ลงให้ ตรง กับ บรรทัด บน ให้ เทอม เหมือน อยู่ ตรง เป็น
แถว กันไป เพื่อ จะได้ บวก เข้า ค่าย กัน ได้ ง่าย

ตัวอย่างที่ ๒ คุณ ๒ ศ-๓ ม กับ ๔ ศ-๗ ม เข้า ค่าย กัน

๒ ศ-๓ ม

๔ ศ-๗ ม

๘ ศ-๑๒ ม

- ๑๔ ศ ม + ๒๑ ม

๘ ศ-๒๖ ศ ม + ๒๑ ม

แบบฝึกหัดที่ ๑๔

จง หา ผล คุณ ของ

๑. ศ+๕ กับ ศ+๑๐.
๒. ศ+๕ กับ ศ-๕.
๓. ศ-๗ กับ ศ-๑๐.
๔. ศ-๗ กับ ศ+๑๐
๕. ศ+๗ กับ ศ-๑๐.
๖. ศ+๗ กับ ศ+๑๐.
๗. ศ+๖ กับ ศ-๖
๘. ศ+๘ กับ ศ-๔.
๙. ศ-๑๒ กับ ศ-๑.
๑๐. ศ+๑๒ กับ ศ-๑
๑๑. ศ-๑๕ กับ ศ+๑๕.
๑๒. ศ-๑๕ กับ - ศ+๓.
๑๓. - ศ-๒ กับ - ศ-๓.
๑๔. - ศ+๗ กับ ศ-๗

๑๕. $-k + ๕$ กับ $-k - ๕$. ๑๖. $k - ๑๓$ กับ $k + ๑๔$.
 ๑๗. $k - ๑๗$ กับ $k + ๑๘$. ๑๘. $k + ๑๙$ กับ $k - ๒๐$.
 ๑๙. $-k - ๑๖$ กับ $-k + ๑๖$. ๒๐. $-k + ๒๑$ กับ $k - ๒๑$.
 ๒๑. $๒k - ๓$ กับ $k + ๔$. ๒๒. $๒k + ๓$ กับ $k - ๔$.
 ๒๓. $k - ๕$ กับ $๒k - ๑$. ๒๔. $๕k - ๑๕$ กับ $k - ๑$.
 ๒๕. $๓k - ๕$ กับ $๒k + ๗$. ๒๖. $๓k + ๕$ กับ $๒k - ๗$.
 ๒๗. $๕k - ๖$ กับ $๒k + ๓$. ๒๘. $๕k + ๖$ กับ $๒k - ๓$.
 ๒๙. $๓k - ๕$ กับ $๓k + ๕$. ๓๐. $๓k - ๕$ กับ $๓k - ๕$.
 ๓๑. $k - ๒$ กับ $k + ๓$. ๓๒. $k - ๗$ กับ $k + ๘$.
 ๓๓. $๓k - ๖$ กับ $k - ๘$. ๓๔. $k - ๙$ กับ $k + ๕$.
 ๓๕. $k + ๑$ กับ $k - ๑$. ๓๖. $k - ๑$ กับ $k + ๑$.
 ๓๗. $k - ๒$ กับ $k + ๓$. ๓๘. $k - ๑$ กับ $k + ๑$.
 ๓๙. $k - ๑$ กับ $k + ๑$. ๔๐. $๒k - ๓$ กับ $๒k + ๓$.

๓๖. รุณหรือเทอมอิสระที่มีมากกว่าสองเทอมคูณกัน
 ก็ทำวิธีเดียวกับที่กล่าวมาแล้ว

ตัวอย่าง จงหาผลคูณของ $๒k - ๓$ กับ $k + ๕$
 กับ -๕ กับ $๓k + ๕$

$$\begin{array}{r}
 ๒๐ - ๓๐ + ๔๐ \\
 - ๕๐ + ๓๐ + ๔๐ \\
 \hline
 - ๑๐ + ๑๕ - ๒๐ \\
 + ๖ - ๙ + ๑๒ \\
 \hline
 ๘ - ๑๒ + ๑๖ \\
 \hline
 - ๑๐ + ๒๑ - ๒๑ + ๑๖
 \end{array}$$

๓๗. ถ้า ตัวคูณ และ ตัวตั้ง เรียงกันไว้ไม่เป็นลำดับกำลัง
 ชักนร น้อยไปหา มาก หรือ มากไปหาน้อย ก็ให้เข้า ลำดับ
 เสียใหม่ให้ เรียง กัน ตาม ลำดับ แล้ว จึง คูณ

ตัวอย่าง จง คูณ ๒ ศ ๕ + ๒ ศ - ๓ ม ๕ + ศ ม - ๕
 กับ ศ - ม + ๒ ศ

$$\begin{array}{r}
 ๒ ศ + ศ ม + ๒ ศ ๕ - ๓ ม ๕ - ๕ \\
 ศ - ม + ๒ ศ \\
 \hline
 ๒ ศ + ศ ม + ๒ ศ ๕ - ๓ ม ๕ - ๕ \\
 - ๒ ศ ม - ๒ ศ ม ๕ - ศ ม + ๓ ม ๕ + ม ๕ \\
 ๔ ศ ๕ + ๒ ศ ม ๕ + ๔ ศ ๕ - ๖ ม ๕ - ๒ ๕ \\
 \hline
 ๒ ศ - ศ ม + ๖ ศ ๕ - ๓ ม ๕ + ๓ ศ ๕ - ศ ม + ๓ ม ๕ - ๕ ม ๕ - ๒ ๕
 \end{array}$$

๓๘. เมื่อโคเอ็ฟฟิเช็นต์เป็นเศษส่วน ก็ย่อมคูณเศษส่วนนั้นๆ ตามวิธีเศษส่วน

ตัวอย่าง จงคูณ $\frac{1}{3}ก - \frac{1}{2}กข + \frac{2}{3}ข$ กับ $\frac{1}{2}ก + \frac{1}{3}ข$

$$\frac{1}{3}ก - \frac{1}{2}กข + \frac{2}{3}ข$$

$$\frac{1}{2}ก + \frac{1}{3}ข$$

$$\frac{1}{6}ก - \frac{1}{6}กข + \frac{1}{6}กข$$

$$+ \frac{1}{6}กข - \frac{1}{6}กข + \frac{2}{6}ข$$

$$\frac{1}{6}ก - \frac{1}{6}กข + \frac{1}{6}กข + \frac{2}{6}ข$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๕

จงคูณเข้าด้วยกัน

๑. $ก + ข + ค$ กับ $ก + ข - ค$, ๒. $ก - ๒ ข + ค$ กับ $ก + ๒ ข - ค$,

๓. $ก - กข + ข$ กับ $ก + กข + ข$,

๔. $ค + ๓ ข$ กับ $ค + ๔ ข$, ๕. $ค - ๒ ค + ๘$ กับ $ค + ๒$,

๖. $ค - คข + ข + ค$ กับ $ค + ข$, ๗. $ค + คข + ข$ กับ $ค - ข$,

๘. $ก - ๒ กค + ๔ ค$ กับ $ก + ๒ กค + ๔ ค$,

๙. $๑๖ ก + ๑๒ กข + ๘ ข$ กับ $๔ ก - ๓ ข$,

๑๐. $กค - กค + ค - ก$ กับ $ค + ก$,

๑๑. $ค + ค - ๒$ กับ $ค + ค - ๖$,

๑๒. ๒๓-๓๔ + ๒๓ กับ ๒๓ + ๓๔ + ๒.
 ๑๓. -๓ + ๓ - ๓ กับ -๓ - ๓.
 ๑๔. ๓-๓ + ๔ กับ ๓-๒๓ + ๓.
 ๑๕. ๓ + ๒ ๓ + ๒ ๓ กับ ๓ - ๒ ๓ + ๒ ๓.
 ๑๖. ๔๓ + ๖ ๓ + ๔๓ กับ ๒๓ - ๓.
 ๑๗. ๓-๓๓ - ๓ กับ -๓ + ๓ + ๓.
 ๑๘. ๓-๓ + ๓ กับ ๓ + ๓ + ๓.
 ๑๙. ๓-๒๓ + ๓ กับ ๓ + ๒๓ + ๓.
 ๒๐. ๓ + ๓ + ๓ + ๓ + ๓ กับ ๓ + ๓ - ๓ - ๓.
 ๒๑. -๓ ๓ - ๔ ๓ + ๔ ๓ + ๔ ๓ + ๓ - ๓.
 ๒๒. ๒๓-๓๒ ๓ + ๔ ๓ - ๔ ๓ กับ ๓ + ๔ ๓.
 ๒๓. ๓-๔ ๓ - ๓ กับ ๓ + ๔ ๓ + ๓.
 ๒๔. ๓-๓ + ๓ + ๓ + ๓ + ๑ กับ ๓ + ๓ - ๑.
 ๒๕. ๓ + ๓ + ๓ - ๓ - ๓ - ๓ กับ ๓ + ๓ + ๓.
 ๒๖. -๓ + ๓ + ๓ + ๓ - ๓ กับ ๓ + ๓.
 ๒๗. ๓ - ๓ + ๓ + ๓ - ๓ กับ ๓ + ๓.
 ๒๘. ๓ + ๒ ๓ + ๒ ๓ + ๑ + ๓ กับ ๓ - ๒ ๓ + ๑.
 ๒๙. -๓ + ๓ ๓ - ๔ ๓ กับ -๓ - ๓ ๓.
 ๓๐. -๒๓ + ๓ + ๓ + ๓ - ๒๓ กับ ๓ + ๒๓ + ๓.

$$๓๑. \frac{๑}{๒}ก + \frac{๑}{๓}ก + \frac{๑}{๔}ก \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ก - \frac{๑}{๓}ก.$$

$$๓๒. \frac{๑}{๒}ค - \frac{๑}{๓}ค + \frac{๑}{๔}ค \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ค + \frac{๑}{๓}ค.$$

$$๓๓. \frac{๑}{๒}ค + คข + \frac{๑}{๓}ข \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ค - \frac{๑}{๓}ข.$$

$$๓๔. \frac{๑}{๒}ค - กค - \frac{๑}{๓}ก \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ค - \frac{๑}{๓}กค + \frac{๑}{๓}ก.$$

$$๓๕. \frac{๑}{๒}ค - \frac{๑}{๓}ค - \frac{๑}{๔}ค \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ค + \frac{๑}{๓}ค - \frac{๑}{๔}ค.$$

$$๓๖. \frac{๑}{๒}กค + \frac{๑}{๓}ค + \frac{๑}{๔}ก \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ก + \frac{๑}{๓}ค - \frac{๑}{๔}กค.$$

๓๗. ผลคูณ ของเทอม แต่ละที่เป็นเทอมคู่ ทั้งตัว ทั้งตัวคูณ เช่น $ค + ๗$ คูณ กับ $ค - ๗$ นี้ แม้แต่จะทำได้ตามวิธีที่กล่าวมาแล้ว ก็ยังมีวิธีลัดที่ อาจ สังเกตคูณได้ ในใจแล้ว เขียนลงเป็นตัวเลขได้ทันทีที่ไม่ ต้องตั้งตัวเลขทำตามวิธีเสมอไป

$$\begin{aligned} \text{เช่น } (ค + ๘)(ค + ๗) &= ค + ๘ ค + ๗ ค + ๕๖ \\ &= ค + ๑๕ ค + ๕๖ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ค - ๘)(ค - ๗) &= ค - ๘ ค - ๗ ค + ๕๖ \\ &= ค - ๑๕ ค + ๕๖ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ค + ๘)(ค - ๗) &= ค + ๘ ค - ๗ ค - ๕๖ \\ &= ค + ค - ๕๖ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ค - ๘)(ค + ๗) &= ค - ๘ ค + ๗ ค - ๕๖ \\ &= ค - ค - ๕๖ \end{aligned}$$

ผลคูณข้างบนนี้ ทุก ๆ รูปย่อมน สังเกตเห็นได้ว่า

๑. ผลคูณสำเร็จนี้มีสามเทอม

๒. เทอมต้นเป็นผลคูณของเทอมต้นแต่งตัวตั้งคูณและ

ตัวคูณคูณกัน เช่น $k^2 = k^2$

๓. เทอมที่สามเป็นผลคูณของเทอมท้ายแต่งตัวตั้ง

คูณและตัวคูณคูณกัน เช่น $๘ \times ๗ = ๕๖$

๔. เทอมกลางมีตัวเลขเป็นโคเอฟฟิเชียนต์เท่ากับผลบวก

ของตัวเลขข้างท้ายทั้งสอง จำนวนนิยม ตามเครื่องหมายวิธีคูณ

เพราะฉะนั้นจึงอาจทำสำเร็จได้ในใจโดยรวดเร็วดังนี้:-

$$(k+๒)(k+๓) = k^2+๕k+๖.$$

$$(k-๓)(k+๔) = k^2+k-๑๒.$$

$$(k+๖)(k-๘) = k^2-๓k-๔๘.$$

$$(k-๔๗)(k-๑๐๗) = k^2-๑๕๑k+๔๐๗๙.$$

$$(k-๖๗)(k+๔๗) = k^2-๒๐k-๒๔๗๙.$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๖

(จงเขียนผลคูณของเทอมคู่เหล่านี้เป็นเลขลงสำเร็จ)

๑. $(k-๓)(k+๑๐)$, ๒. $(k-๑)(k+๕)$.

๓. $(k+๗)(k-๘)$, ๔. $(k-๑๐)(k-๘)$.

๕. $(k-๔)(k+๑๑)$, ๖. $(k-๒)(k+๔)$.

๗. $(k+๒)(k-๒)$, ๘. $(k-๑)(k+๔)$.

๙. $(n+๙)(n-๕)$. ๑๐. $(n-๓)(n+๑๒)$.
 ๑๑. $(n-๘)(n+๔)$. ๑๒. $(n-๘)(n+๘)$.
 ๑๓. $(n-๖)(n+๑๓)$. ๑๔. $(n+๓)(n+๓)$.
 ๑๕. $(n-๑๑)(n+๑๑)$. ๑๖. $(n-๘)(n-๘)$.
 ๑๗. $(k-๓n)(k+๒n)$. ๑๘. $(k+๖n)(k-๕n)$.
 ๑๙. $(k+๓n)(k-๓n)$. ๒๐. $(k+๔m)(k-๒m)$.
 ๒๑. $(k+๗m)(k-๗m)$. ๒๒. $(k-๓m)(k-๓m)$.
 ๒๓. $(n+๓x)(n+๓x)$. ๒๔. $(n-๕x)(n+๑๐x)$.
 ๒๕. $(n-๙x)(n-๘x)$.

๔๐. ถ้าขยายวิธีที่ทำมาแล้ว ออกไปอีกหน่อยก็อาจเขียนผลคูณของเทอมคู่ได้ทั้งสี่ ที่ยังมีแปลก ออกไปนั้น คือเทอมที่ ๖ คูณกันมีโคเอฟีเฟเชียนต์ตัวเลข อยู่ ด้วย

$$\begin{aligned}\text{เช่น } (๒k+๓m)(k-m) &= ๒k+๓m - ๒km - ๓m \\ &= ๒k+km-๓m\end{aligned}$$

คราวนี้ถ้าจะเขียนผลคูณลงที่เดียวเทอมแรก ต่อเทอมแรกคูณกันคือ $๒k$ คูณ k ได้ $๒k^2$ ทั้งลงไว้เป็นเทอมต้น เทอมหลัง ต่อเทอมหลัง คูณกันคือ $๓m$ คูณ $-m$ ได้ $-๓m^2$ ทั้งลงไว้เป็นเทอมท้าย แต่เขียนลงให้ห่าง จากเทอมต้นทั้งนี้

ที่ จะหาเทอมกลาง จงคิดในใจว่า ๒ ศ กับ -๙ ซึ่ง
เป็นเทอม หัก ทำย คูณ กัน นั้นได้ -๒ ศ และ ๓ ศ กับ ศ
ซึ่งเป็นเทอมกลาง คูณ กัน นั้นได้ +๓ ศ บวก กัน เข้า คง ได้
+๓ ศ จึง เขียน ลง เป็นเทอมกลาง ได้ ผล สำเร็จ เป็น

$$๒ ศ + ๓ ศ - ๓ ศ$$

คราว นี้ จะหา ค่า ของ (๓ ศ - ๔ ศ) (๒ ศ + ๙) คิด
ในใจว่า ๓ ศ ในวง หน้า กับ ๒ ศ ในวง หลัง คูณ กัน ได้
๖ ศ เขียน ๖ ศ ลง เป็นเทอม ต้น

-๔ ศ เทอม ที่ สอง ในวง หน้า คูณ +๙ เทอม ที่ ๒ ในวง
หลัง ได้ -๔ ศ เขียน ลง เป็นเทอม หลัง ได้ ห่าง จาก ๖ ศ ทั้ง นี้

$$๖ ศ \quad -๔ ศ$$

เทอม หัก ทำย คือ (๓ ศ) $\times$ (๙) = ๓ ศ
และเทอม คูณ กลาง คือ (-๔ ศ) $\times$ (๒ ศ) = -๘ ศ

ได้เทอมกลาง เป็น -๘ ศ

เพราะ ฉะนั้น จึง ได้ ผล สำเร็จ เป็น ๖ ศ - ๘ ศ - ๔ ศ

๔๑. ตัวอย่าง ข้าง บน นี้ ก็ พอ จะ ทำให้ ผู้ เรียบ เข้าใจ ได้
ดี แล้ว แต่ ก่อน ที่ จะ กล่าว ต่อ ไป ถึง วิธี อื่น จะ ขอบ ก อธิบาย
ที่ เป็น ส่วน พิเศษ ไม่ สู้ ตรง กับ ที่ อธิบาย มา แล้ว แต่ นี้ เข้า เป็น
ประเภท เกี่ยว กัน มา ให้ เห็น อีก สอง อย่าง คือ

$$\begin{aligned}
 \text{อุทาหารณ์ที่ ๑} \quad (ค + ๔)(ค - ๔) &= ค^๒ + ๔ค \\
 &\quad - ๔ค - ๑๖ = ค^๒ - ๑๖ \\
 (๒ค + ๕ข)(๒ค - ๕ข) &= ค^๒ + ๑๐คข - ๑๐คข - ๒๕ข^๒ \\
 &= ค^๒ - ๒๕ข^๒
 \end{aligned}$$

ได้ผลแต่สองเทอม คือเป็นผลคูณของเทอมคู่กับกับคู่ท้าย เทอมกลางนั้นข้ามกัน ออกเสีย เพราะฉะนั้นยอมให้ เห็นได้ว่า เทอมคู่ที่เหมือนกัน แต่เครื่องหมายกันกลาง ต่างกันนั้น เมื่อคูณกันเข้าได้ผลเป็นสองเทอมเท่านั้น และสองเทอมนี้คือกำลังสองของเทอมคู่เดิมนั่นเอง มีเครื่องหมายกันกลาง เพราะฉะนั้น $(ค + ๔)(ค - ๔)$ อาจเขียนลงได้ทันทีว่า $ค^๒ - ๑๖$

ให้ผู้เรียนจำเป็นเกณฑ์ไว้ในใจว่า $(ก + ข)(ก - ข) = ก^๒ - ข^๒$

$$\begin{aligned}
 \text{อุทาหารณ์ที่ ๒} \quad (ค + ๓)^๒ &= (ค + ๓)(ค + ๓) \\
 &= ค^๒ + ๓ค + ๓ค + ๙ \\
 &= ค^๒ + ๖ค + ๙
 \end{aligned}$$

ในที่นี้เทอมคู่ที่คูณกันเป็นเทอมเหมือนกัน และเครื่องหมายก็เหมือนกันด้วย จึงได้ผล $ค^๒$ เป็นเทอมต้น และ $๖ค$ เป็นเทอมท้าย แต่เทอมกลางนั้น ได้ $ค + ๓$ สองหนคือ $๖ค$.

จงเขียนลงเป็นผลสำเร็จได้ดังนี้ $k+6$ $k+๙$

เกณฑ์ที่ จะ จำไว้ในใจ นั้นคือ $(k+x)^2 = k^2 + 2kx + x^2$

ถ้าเป็น $(k-๓)(k-๓)$ เทอมกลางก็จะเป็น $k \times$

(-๓) สอง หาคือ $-๖k$

และเทอมท้ายต้อง มีเครื่องหมาย + เพราะ ว่า

$(-๓)(-๓) = +๙$ ผลสำเร็จก็จะเป็น $k^2 - 6k + ๙$

และเกณฑ์ที่ จะ จำไว้ก็คือ $(k-x)^2 = k^2 - 2kx + x^2$

เมื่อคิดเทียบ จากเกณฑ์ ๓ นี้ ก็ได้ตัวอย่าง ดังนี้

$$(๓k-๔x)^2 = (๓k-๔x)(๓k-๔x)$$

$$= ๙k^2 - ๒๔kx + ๑๖x^2$$

$$= ๙k^2 - ๒๔kx + ๑๖x^2$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๗

จง เขียนผล สำเร็จ

๑. $(๒k-๕)(k+๒)$

๒. $(๒k-๕)(k-๒)$

๓. $(๒k+๓)(k-๓)$

๔. $(๓k-๑)(k+๑)$

๕. $(๒k+๕)(๒k-๑)$

๖. $(๓k+๗)(๒k-๓)$

๗. $(๔k-๓)(๒k+๓)$

๘. $(๓k+๘)(๓k-๘)$

๙. $(๒k-๕)(๒k-๕)$

๑๐. $(๓k-๒x)(๓k+x)$

๑๑. $(๓ค+๒ข)(๓ค+๒ข)$ ๑๒. $(๒ค+๗ข)(๒ค-๕ข)$
 ๑๓. $(๕ค+๓ก)(๕ค-๓ก)$ ๑๔. $(๒ค-๕ก)(ค+๕ก)$
 ๑๕. $(๒ค+ก)(๒ค+ก)$

บทที่ ๖

หาร

๔๒. ในการที่จะหารหั้น เราต้องการจะหาจำนวน ๆ หนึ่งซึ่งเรียกว่า ผลหาร ผลหารนี้ถ้าจะคูณกับตัวหาร ก็ได้ผลเท่ากับ ตัวตั้งหาร เพราะฉะนั้นวิธีหารก็เหมือนวิธีย้อนกลับของวิธีคูณ หรืออีกนัยหนึ่งจะเขียนลงสั้น ๆ ดังนี้ก็ได้

$$\text{ผลหาร} \times \text{ตัวหาร} = \text{ตัวตั้งหาร}$$

$$\text{หรือ } \text{ตัวตั้งหาร} \div \text{ตัวหาร} = \text{ผลหาร} \text{ คือ } \frac{\text{ตัวตั้งหาร}}{\text{ตัวหาร}} = \text{ผลหาร}$$

ตัวอย่างที่ ๑ ผลคูณของ ๔ และ ค เป็น ๔ ค เพราะฉะนั้นถ้าจะเอา ค หาร ๔ ค ก็ได้ผลหาร ๔

คือ

$$\frac{๔ค}{ค} = ๔$$

ตัวอย่างที่ ๒ $๒๗ \cancel{ก} \div ๙ \cancel{ก} = \frac{๒๗\cancel{ก}}{๙\cancel{ก}}$

$$= \frac{๒๗กกก}{๙กกก} = ๓ ก$$

แพคเกจที่ รวม กัน ทั้ง ข้างล่าง ข้างบนก็ ฆ่า กัน ออกเสีย
ตามวิธีเศษ ส่วน

ตัวอย่างที่ ๓, $๓๕ \cancel{ก} \cancel{ข} \div ๗ \cancel{ก} \cancel{ข} = \frac{๓๕\cancel{ก}\cancel{ข}ขข}{๗\cancel{ก}\cancel{ข}ขข}$
 $= ๕ ก$

ถ้า จะ เอา ก หาร ก ก็ ตั้ง ลง ถึง นี้

$$\frac{ก}{ก} = \frac{กก}{กก} = ก = ก$$

คือ จำนวนหนึ่ง มี ก คูณ กัน ห้า ตัว อีกจำนวนหนึ่ง มี ก
คูณ กัน สาม ตัว หาร กัน ได้ ผลหาร เป็นจำนวน มี ก คูณ
กัน สอง ตัว

เพราะฉะนั้น เมื่อ เทียบ ตัวอย่างที่ ๑, ที่ ๒, ที่ ๓, ก็
เห็นได้ว่าวิธีหาร เทอมเหมือน ซึ่ง มำลึง ต่าง กัน ก็ เท่า กับ
ลบกำลึงของตัวหารออกจากกำลึงของตัวตั้งหาร ได้ผลไปเป็น

กำลัง ของ ผล หาร เช่น

$$\frac{a^3}{a^2} = a^{3-2} = a^1 = a$$

๔๓. ข้อบังคับ กำลัง ในการ หาร “ กำลัง ของ เทอม ใด ๆ ใน ผล หาร ก็คือ ผล ลบ แห่ง กำลัง ของ เทอม นั้น ๆ ใน ตัว ตั้ง หาร กับ ตัว หาร ”

ตัวอย่างที่ ๔ $84 a^3 \div 12 a^2 = 7 a^{3-2}$
 $= 7 a^1$

ตัวอย่างที่ ๕ $77 a^5 \div 7 a^4 = 11 a^{5-4}$

หมายเหตุ เทอม ที่มี กำลัง เป็น ศูนย์ นั้น จะต้อง สังเกต ไว้ ให้ ดี

ตาม ข้อ บังคับ กำลัง $a^3 \div a^3 = a^{3-3} = a^0$

ตาม วิธี เคาะ ส่วน $a^3 \div a^3 = \frac{a^3}{a^3} = 1$

เพราะ ฉะนั้น $a^0 = 1$

ถ้า จะ เอา เทอม เหมือน กัน อื่น ๆ ที่มี กำลัง เท่า กัน มา หาร กัน อีก ก็ จะ ได้ ผล มี กำลัง เป็น ศูนย์ เสมอ ไป เพราะ ฉะนั้น กำลัง ศูนย์ นี้ ทำให้ เทอม ซึ่งมี กำลัง นั้น ได้ ค่า เป็น ๑ เช่น ๒^๐, ๓^๐, (๔)^๐ เหล่า นี้ มี ค่า เป็น ๑ ด้วย กัน ทั้ง นั้น

ตัวอย่าง ถ้า $a = 5$

$$a = 1, \quad a = 5, \quad a = 25$$

$$a = 125 \quad \text{ฯลฯ}$$

๕๕. ข้อบังคับเครื่องหมายที่ใช้ในวิธีคูณนั้น อารมณ์

ให้เห็นได้ง่ายโดยอักษรต่อไปนี้ว่า ย่อมใช้ได้ในการหาร
ด้วยเหมือนกัน

$$(\text{บวก กับ บวก}) \quad a \times b \div a = \frac{a \times b}{a} = \frac{a \times b}{a} = b$$

$$(\text{ลบ กับ บวก}) \quad -a \times b \div a = \frac{-a \times b}{a} = \frac{-a \times b}{a} = -b$$

$$(\text{บวก กับ ลบ}) \quad a \times -b \div a = \frac{a \times -b}{a} = \frac{a \times -b}{a} = -b$$

$$(\text{เพราะว่า} \quad a \times -b = -a \times b)$$

$$(\text{ลบ กับ ลบ}) \quad -a \times -b \div a = \frac{-a \times -b}{a} = \frac{-a \times -b}{a} = b$$

เพราะฉะนั้นทั้งการทั้งคูณใช้เครื่องหมายได้อย่างเดียวกันคือ

ถ้า เครื่องหมายเหมือนกัน ได้ผลเป็น +

ถ้า เครื่องหมายต่างกัน ได้ผลเป็น -

$$\text{ตัวอย่าง (๑) } ๖ ก ข \div ๒ ก = ๓ ข$$

$$(๒) -๑๕ ค ษ \div ๓ ค = -๕ ษ$$

$$(๓) -๒๑ ก ข \div -๗ ก = ๓ ข$$

$$(๔) ๔๕ ก ข ค \div -๙ ก ข ค = -๕ ก ข ค$$

$$(๕) -\frac{๕}{๒} ก ษ ค \div -\frac{๕}{๓} ก ษ ค = \frac{๓}{๒} ก ษ$$

๔๕. การหารเทอมแต่ละตัวโดยเทอมเดียว ย่อมต้องเอาตัวหารหารตัวตั้งหารที่ละเทอม ๆ กันปรากฏในตัวอย่างต่อไปนี้

$$(๑) (๙ค - ๑๒ ษ + ๓ ค) \div ๓ = ๓ค - ๔ ษ + ค$$

$$(๒) (๔ก + ๑๖ ก ข - ๘ ก ข) \div -๒ก = -๒ก - ๘ ก ข + ๔ ษ$$

$$(๓) (๓๖ ก ข - ๒๔ ก ข - ๒๐ ก ข) \div ๔ ก ข = ๙ ก ข - ๖ ษ - ๕ ก ข$$

$$(๔) (๒ค - ๕ ค ษ + \frac{๓}{๒} ค ษ) = -\frac{๑}{๒} ค = -๔ค + ๑๐ ษ - ๓ ค ษ$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๘

จงหาร

$$๑. \quad ๓ ค \quad \text{ด้วย} \quad ค.$$

$$๒. \quad ๒๗ ค \quad \text{ด้วย} \quad -๙ ค.$$

$$๓. \quad ๓๕ ค \quad \text{ด้วย} \quad ๗ ค.$$

$$๔. \quad ก ข ค \quad \text{ด้วย} \quad -๓ ค.$$

$$๕. \quad ค ษ \quad \text{ด้วย} \quad ค ษ.$$

$$๖. \quad ก ค \quad \text{ด้วย} \quad -๓ ค.$$

៧. ៣ ឯក ក្នុង ៣ ឯក. ៨. ១២ ឯក ក្នុង $—៣$ ឯក.
៨. $—៣$ ឯក ក្នុង $—៣$ ឯក. ១០. ១៥ គី មី ត៍ ក្នុង ៥ គី មី ត៍.
១១. $—១៦$ គី មី ក្នុង $—៤$ គី មី ១២. $—៤៨$ ឯក ក្នុង $—៨$ ឯក.
១៣. ៣៥ ឯក ក្នុង ៧ ឯក ១៤. ៦៣ ឯក ក្នុង ៧ ឯក.
១៥. ៧ ឯក ក្នុង $—៧$ ឯក ១៦. ២៨ ឯក ក្នុង $—៤$ ឯក.
១៧. ១៦ គី មី ក្នុង $—២$ គី មី ១៨. $—៥០$ គី មី ក្នុង $—៥$ គី មី.
១៩. គី $—២$ គី មី ក្នុង គី ២០. គី $—៣$ គី $+ ៣$ គី ក្នុង គី.
២១. គី $—៧$ គី $+ ៤$ គី $+ ៣$ គី ក្នុង គី ២២. ១០ គី $—៨$ គី $+ ៣$ គី ក្នុង គី.
២៣. ១៥ គី $—២៥$ គី ក្នុង $—៥$ គី ២៤. ២៧ គី $—៣៦$ គី ក្នុង $—៩$ គី.
២៥. $—២៤$ គី $—៣២$ គី ក្នុង $—៨$ គី ២៦. ៣៤ គី មី $—៥$ គី មី ក្នុង ១៧ គី មី.
២៧. ៣ $—៣$ $—៣$ ក្នុង $—៣$ ២៨. ៣ $—៣$ $—៣$ ក្នុង ៣ .
២៩. ៣ គី $—៩$ គី មី $—១២$ គី មី ក្នុង $—៣$ គី.
៣០. ៤ គី មី $—៨$ គី មី $+ ៦$ គី មី ក្នុង $—២$ គី មី.
៣១. ៣ ឯក $+ \frac{១២}{២}$ ឯក $— ៦$ ឯក ក្នុង $— \frac{៣}{២}$ ឯក.
៣២. $\frac{១}{២}$ គី មី $— ៣$ គី មី ក្នុង $— \frac{៣}{២}$ គី មី.
៣៣. $— \frac{៥}{២}$ គី $+ \frac{៥}{៣}$ គី មី $+ \frac{១០}{៣}$ គី ក្នុង $— \frac{៥}{៦}$ គី.
៣៤. $— ២$ ឯក $+ \frac{៧}{២}$ ឯក ក្នុង $\frac{១០}{៣}$ ឯក.
៣៥. $\frac{១}{៤}$ ឯក $— \frac{១}{៦}$ ឯក $— \frac{៣}{៨}$ ឯក ក្នុង $\frac{៣}{៨}$ ឯក.

๔๖. วิธีหารเทอมคละด้วยเทอมคละ (ได้แก่หารยาว)

คำแนะนำ ๑. ต้องเรียก ตัวหาร และ ตัวตั้งหาร นิยมตามกำลัง ของเทอมให้ลำดับกันเป็น ชั้นไป แต่มากไปหา น้อย หรือ น้อยไปหา มาก ก็ได้

๒. เอาเทอม ชั้น ของ ตัวหาร หาร เทอม ชั้น ของ ตัว ตั้ง หาร จะไปได้เท่าไร เขียน ผล หาร อันนี้ ลงใน ที่ เลข หลัก

๓. เอาผลหารคูณเทอมของตัวหารทุกเทอม ได้เท่าใด ก็เขียนลงไว้ใต้ตัวตั้งหาร

๔. ลบผลคูณนี้ออก จากตัวตั้งหาร เป็นคู่ ๆ ตามจำนวนเหมือน แล้วชักเทอมที่ยังเหลือ อยู่ในตัวตั้งหาร มา ต่อท้าย สำหรับเป็นตัวตั้งหารใหม่ตามสมควร (เหมือนหนึ่งวิธีหารยาวในวิชาเลข)

หาร กันไป อย่าง ที่ กล่าว มา แล้ว จน จะ ได้ ชัก เทอม ใน ตัว ตั้ง หาร ลง มา หาร หมก จึง จะ เป็น อัน สำเร็จ

ตัวอย่างที่ ๑ ๔๕๖ หาร ๑๑๓ .

$๔๕๖ (๑๑๓)$

๔ หาร ๔ ได้ ๔ ตั้ง ๔ ลงใน ที่ ผลหาร แล้วคูณตัว หาร และ ลบ จาก ตัวตั้ง หาร ดังนี้

$$(ค + ๖) \text{ ค } + ๑๑ \text{ ค } + ๓๐ \text{ (ค)}$$

$$\text{ค } + ๖ \text{ ค}$$

$$๕ \text{ ค } + ๓๐$$

ทำต่อไปทั้งชั้นแรก คือเอาคหาร ๕ ค ได้ ๕ เขียน
๕ ลงในที่ตัวหาร แล้วคูณ เป็นสามร้อย ลงตัวตั้งที่

$$(ค + ๖) \text{ ค } + ๑๑ \text{ ค } + ๓๐ \text{ (ค + ๕)}$$

$$\text{ค } + ๖ \text{ ค}$$

$$๕ \text{ ค } + ๓๐$$

$$๕ \text{ ค } + ๓๐$$

เหตุที่ต้องให้ใช้วิธีทำดังนี้ คือ เราอาจแยก
ตัวตั้ง หาร ออกเป็น ๒ ส่วนก็ได้ คือ ส่วนที่ ๑ คือ
หาลงตัวเขียนตอน ๆ ไป แล้วก็เขียนใช้ได้ เพราะ ค + ๑๑ ค
+ ๓๐ = (ค + ๖ ค) + (๕ ค + ๓๐) ตามที่ได้แยกออก
หรือจะชี้ให้เห็นอีกนัยหนึ่งก็ได้ คือ:-

$$\frac{ค + ๑๑ ค + ๓๐}{ค + ๖} = \frac{ค + ๖ ค}{ค + ๖} + \frac{๕ ค + ๓๐}{ค + ๖} = ค + ๕$$

ตัวอย่างที่ ๒ จงหาร ๒๔ ค - ๖๕ ค + ๒๑๖ ด้วย ๘ ค - ๓

๘๓-๓๕) ๒๔ ที่ -๖๕ ศษ + ๒๑ ม (๓๓-๓๕)

๒๔ ที่ -๘ ศษ

-๕๖ ศษ + ๒๑ ม

-๕๖ ศษ + ๒๑ ม

หมายเหตุ ในชั้นสองนี้ เทอมต้นของตัวตั้งหารเป็นเทอม
ลบ (คือ-๕๖ ศษ) และเทอม ต้นของตัวหาร เป็นเทอมบวก
(คือ ๘๓) เพราะฉะนั้นผลหารต้องเป็นเทอมลบ คือ-๓๕)
เพื่อคูณกันเข้าแล้วจะได้ เป็นเทอมลบ (คือ-๕๖ ศษ) ได้คู่กับ
ตัวตั้งหาร ลบกันหมดไป

แบบฝึกหัด ที่ ๑๙

จงหาร

๑. ที่ + ๓ ศ + ๒ กวีย ศ + ๑. ๒. ที่ - ๓ ศ + ๑๒ กวีย ศ - ๓.
๓. ที่ - ๑๑ ศ + ๓๐ กวีย ก - ๕. ๔. ที่ - ๔๘ ศ + ๖๐๐ กวีย ก - ๒๕.
๕. ๓ ที่ + ๑๐ ศ + ๓ กวีย ศ + ๓. ๖. ๒ ที่ + ๑๑ ศ + ๕ กวีย ๒ ศ + ๑.
๗. ๔ ที่ + ๑๑ ศ + ๒ กวีย ศ + ๒. ๘. ๒ ศ + ๑๗ ศ + ๒๑ กวีย ๒ ศ + ๓
๙. ๕ ที่ + ๑๖ ศ + ๓ กวีย ศ + ๓. ๑๐. ๓ ที่ + ๓๔ ศ + ๑๑ กวีย ๓ ศ + ๑
๑๑. ๔ ที่ + ๒๓ ศ + ๑๕ กวีย ๔ ศ + ๒. ๑๒. ๖ ที่ - ๗ ศ - ๓ กวีย ๒ ศ - ๓
๑๓. ๓ ที่ + ศ - ๑๔ กวีย ศ - ๒

๑๔. ๓ ศี - ศี - ๑๔ ศี + ๓
 ๑๕. ๒ ศี - ๓๑ ศี + ๓๕ ศี + ๒ ศี - ๑๗
 ๑๖. ๔ ศี + ศี - ๑๔ ศี + ๒
 ๑๗. ๑๒๖ - ๑๗๖ - ๑๒๖ ศี + ๓๖ - ๔ ศี
 ๑๘. ๑๕๖ + ๑๗๖ - ๔ ศี + ๓๖ + ๔ ศี
 ๑๙. ๑๒๖ - ๑๑๖ - ๓๖ ศี + ๔๖ - ๑๗
 ๒๐. ๑๖ + ๒๖ - ๓๕ ศี + ๓๖ + ๑๗
 ๒๑. ๒๐ ศี - ๔ ศี - ๔๕ ศี + ๑๐ ศี - ๑๗
 ๒๒. - ๔ ศี - ๑๕ ศี + ๑๖ ศี + ๑๗ - ๕
 ๒๓. ๑๗ + ๑๖ - ๒๕ ศี + ๑๗ - ๒
 ๒๔. ๑๐๐ ศี - ๓ ศี - ๑๒๖ ศี + ๓๖ + ๒๕ ศี
 ๒๕. ๒๑๖ + ๑๗ - ๓ ศี - ๑๐ ศี + ๓๖ - ๒
 ๒๖. ๑๖ - ๑๖ + ๓๑๖ - ๑๗ + ๑๖ - ๓
 ๒๗. ๑๕ + ๓๖ - ๑๖ - ๔ ศี + ๕ - ๔
 ๒๘. ๑๖ - ๑๖ + ๒๑๖ - ๒๑๖ + ๑๖ + ๑๖ - ๓

(๔๗). วิธีทำอย่างที่เราเขียนมาตอนนี้ แม้ตัวการจะ

มีเทอมมากกว่าคู่หนึ่งขึ้นไปก็ทำได้

ตัวอย่าง การ ๒ ศี - ศี + ๔ ศี - ๕ ศี - ศี - ๑๕ ศี + ๒ ศี - ศี + ๓.

ถ้าคูณกำลัง ซักยวให้รูปทั้งนี้:-

$$\begin{array}{r} ๒ค - ค + ๓) ๖ค - ค + ๔ค - ๕ค - ค - ๑๕ (๓ค + ค - ๒ค - ๕ \\ \underline{๖ค - ๓ค + ๘ค} \end{array}$$

$$๒ค - ๕ค - ๕ค$$

$$\underline{๒ค - ค + ๓ค}$$

$$- ๔ค - ๘ค - ค$$

$$- ๔ค + ๒ค - ๖ค$$

$$\underline{- ๑๐ค + ๕ค - ๑๕}$$

$$\underline{- ๑๐ค + ๕ค - ๑๕}$$

๔๘. ต่อไปนี้จะวางแบบที่นับว่าเขียนอย่างยากกว่าที่
แล้ว มาไว้ให้ผู้เรียนเห็นเป็นตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ ๑ จงหาร $ค + ๔ก$ ด้วย $ค + ๒คก + ๒ก$
 $ค + ๒คก + ๒ก) ค + ๔ก$ (ค - ๒คก + ๒ก

$$\underline{ค + ๒คก + ๒คก}$$

$$- ๒คก - ๒คก$$

$$\underline{- ๒คก - ๔คก - ๔คก}$$

$$๒คก + ๔คก + ๔ก$$

$$\underline{๒คก + ๔คก + ๔ก}$$

ตัวอย่างที่ ๒ หาร $\overline{ก} + \overline{ข} + \overline{ค} - ๓$ กขค ด้วย $\overline{ก} + \overline{ข} + \overline{ค}$
 $\overline{ก} + \overline{ข} + \overline{ค}) \overline{ก} - ๓$ กขค + $\overline{ข} + \overline{ค}$ ($\overline{ก} - \overline{กข} - \overline{กค} + \overline{ข} - \overline{ขค} + \overline{ค}$

$\overline{ก} + \overline{กข} + \overline{กค}$

$-\overline{กข} - \overline{กค} - ๓$ กขค

$-\overline{กข} - \overline{กค} -$ กขค

$-\overline{กค} + \overline{กข} - ๒$ กขค

$-\overline{กค} -$ กขค - $\overline{กค}$

$\overline{กข} -$ กขค + $\overline{กค} + \overline{ข}$.

$\overline{กข} + \overline{ข} + \overline{ขค}$

$-\overline{กขค} + \overline{กค} - \overline{ขค}$

$-\overline{กขค} - \overline{ขค} - \overline{ขค}$

$\overline{กค} + \overline{ขค} + \overline{ค}$

$\overline{กค} + \overline{ขค} + \overline{ค}$

หมายเหตุ ในตัวอย่าง นี้ตัวตั้งหารและจำนวนที่ได้จาก
 ที่ลบกันแล้วทุก ๆ ชั้น ก็เรียงกันไปตามลำดับกำลังของ ก แต่
 มากไปหาน้อย การระวังลำดับกำลังนี้ เป็นข้อสำคัญอย่างยิ่ง

๕๙. เมื่อโคเอ็ฟฟิเช้นต์เป็นเศษ ส่วนก็ทำ อย่างเดียวกัน

ตัวอย่าง หาร $\frac{๑}{๔} \overline{ค} + \frac{๑}{๗} \overline{คข} + \frac{๑}{๑๒} \overline{คค}$ ด้วย $\frac{๑}{๒} \overline{ค} + \frac{๑}{๓} \overline{คข}$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y \right) \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{12}xy + \frac{1}{12}y \right) \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{6}y \right) \\
 & \quad \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}xy \\
 & \quad - \frac{1}{6}xy + \frac{1}{12}xy \\
 & \quad - \frac{1}{6}xy - \frac{1}{12}xy \\
 & \quad \frac{1}{12}xy + \frac{1}{12}xy \\
 & \quad \frac{1}{12}xy + \frac{1}{12}y
 \end{aligned}$$

ในตัวอย่างต่าง ๆ ที่ได้ทำมาแล้วนี้ล้วนแต่การลงตัวทั้งสี่ แต่ถ้าตัวตั้งหารไม่เป็นเท่า ทศนิยม ของ ตัวหาร เมื่อหารกันก็ จะไม่ลงตัว ถ้าเช่นนั้น หารไป ให้ผลลบ จะมีค่าน้อยกว่า ตัวหาร และไม่มีเศษใน ตัวตั้ง หาร ที่ จะ ยก มาอีกแล้ว จึงเป็นอัน สำเร็จ ส่วนที่เหลืออยู่ก็ เป็นเศษ ยกวิธีหารเลขตามธรรมดา

แบบฝึกหัด ที่ ๒๐

หาร

๑. $x^2 - x - 2x - 12$ ทั่ว $x^2 + 3x + 3$
๒. $2y^2 - 3y - 6y - 1$ ทั่ว $2y^2 - 5y - 1$
๓. $6m^2 - m - 14m + 3$ ทั่ว $3m^2 + 4m - 1$
๔. $6n^2 - 13n^2 + 4n^2 + 3n^2$ ทั่ว $3n^2 - 2n^2 - n^2$

๕. ก้+ค้+๗ค้-๖ค้+๘ ก้วย ก้+๒ค้+๘
๖. ก้-ก้-๘ก้+๑๒ก้-๙ ก้วย ก้+๒ก้-๓
๗. ก้+๖ก้+๑๓ก้+๑๒ก้+๔ ก้วย ก้+๓ก้+๒
๘. ๒ค้-ค้+๔ค้+๗ค้+๑ ก้วย ค้-ค้+๓
๙. ค้-๕ค้+๙ค้-๖ค้-ค้+๒ ก้วย ค้-๓ค้+๒
๑๐. ค้-๔ค้+๓ค้+๓ค้-๓ค้+๒ ก้วย ค้-ค้-๒
๑๑. ๓๐ค้+๑๑ค้-๘๒ค้-๕ค้+๓ก้วย๒ค้-๔+๓ค้
๑๒. ๓๐ค้+๙-๗๑ค้+๒๘ค้-๓๕ค้ก้วย๔ค้-๑๓ค้+๖
๑๓. ๖ค้-๑๕ค้+๔ค้+๗ค้-๗ค้+๒ก้วย๓ค้-๖+๑
๑๔. ๑๕+๒ค้-๓๑ค้+๙ค้+๔ค้+ค้ก้วย๓-๒ค้-ค้
๑๕. ๒ค้-๘ค้+ค้+๑๒-๗ค้ ก้วย ค้+๒-๓ค้
๑๖. ค้-๒ค้-๔ค้+๑๙ค้ ก้วย ค้-๓ค้+๕
๑๗. ๑๙๒-ค้+๑๒๘ค้+๔ค้-๘ค้ ก้วย ๑๖-ค้
๑๘. ๑๔ค้+๔๕ค้+๗๘ค้+๔๕ค้+๑๔ค้ ก้วย๒ค้+๕ค้+๗ค้
๑๙. ค้-ค้+ค้-ค้+ค้-ค้ ก้วย ค้-ค้-ค้
๒๐. ค้+ค้-ค้+ค้-๒ค้+ค้ ก้วย ค้+ค้-ค้
๒๑. ก้-ค้ ก้วย ก้-ค้ ๒๒. ค้-ค้ ก้วย ค้+ค้+ค้
๒๓. ค้-๒ค้-๗ค้-๗ค้+๑๔ค้ ก้วย ค้-๒ค้

๒๔. $a + 3a^2 + 3a^3 - 1 + 3a^4$ ทั่ว $a + 3a^2 - 1$
 ๒๕. $a^3 - 3a^2$ ทั่ว $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$, ๒๖. $a^3 - 3a^2$ ทั่ว $a^3 - 3a^2$
 ๒๗. $a^3 + 3a^2 + 3a$ ทั่ว $a^3 + 3a^2 + 3a$
 ๒๘. $1 - a - 3a^2 - 6a^3$ ทั่ว $1 - a - 3a^2$
 ๒๙. $\frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{3}a - \frac{2}{3}$ ทั่ว $\frac{1}{3}a^3 - \frac{2}{3}a^2$
 ๓๐. $\frac{1}{27}a^3 - \frac{1}{27}a^2 + \frac{1}{27}a - \frac{1}{27}$ ทั่ว $\frac{1}{27}a^3 - \frac{1}{27}a^2$
 ๓๑. $\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}a^2$ ทั่ว $\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{3}a^2$
 ๓๒. $\frac{1}{18}a^3 - \frac{1}{18}a^2 + \frac{1}{18}a + \frac{1}{18}$ ทั่ว $\frac{1}{18}a^3 - \frac{1}{18}a^2 - a$
 ๓๓. $3a^3 + \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{3}a - 4a^3 - 6 + \frac{1}{3}a$ ทั่ว $6a^3 - \frac{1}{3}a^2 - \frac{1}{3}a$
 ๓๔. $\frac{1}{27}a^3 - \frac{1}{27}a^2$ ทั่ว $\frac{1}{27}a^3 - \frac{1}{27}a^2$

๕๐. แบบสำเร็จ ต่อไปนี้ ถ้า สงสัย จะหา ดู ก็คงเห็น
 ใ้ว่า ถูก เข้ม หลัก สำคัญ มาก สำหรับ ใช้ ในการ เรว
 ผู้เรียน ควร เรียน จำให้ ชัด ใจไว้

$$(๑) \left\{ \begin{array}{l} \frac{a^3 - 3a^2}{a^3 - 3a^2} = a + 3a^2 \\ \frac{a^3 - 3a^2}{a^3 - 3a^2} = a^3 + 3a^2 + 3a + 1 \\ \frac{a^3 - 3a^2}{a^3 - 3a^2} = a^3 + 3a^2 + 3a + 1 \end{array} \right.$$

และเขียนทั้งนี้ตลอดไป ตามลำดับ จนหาเขียนผลสำเร็จ

ได้ทันที ไม่ว่าที่มีกำลังใด ๆ

$$\text{เช่น } \frac{ค^{๑}-ม^{๑}}{ค-ม} = ค + คม + คม^{๒} + คม^{๓} + ม$$

หมายเหตุ ตัวหารเป็น ค-ม แต่ผลหารเป็นเทอมบวก

๕๕
ทงสิน

$$(๒) \begin{cases} \frac{ค^{๑}+ม^{๑}}{ค+ม} = ค - คม + ม \\ \frac{ค^{๒}+ม^{๒}}{ค+ม} = ค - คม + คม^{๒} - คม^{๓} + ม \\ \frac{ค^{๓}+ม^{๓}}{ค+ม} = ค - คม + คม^{๒} - คม^{๓} + คม^{๔} - คม^{๕} + ม \end{cases}$$

เขียนทั้งนี้ ตลอดไป ตาม ลำดับ เหมือนกัน ผลหาร เป็น

เทอมบวก เทอมลบ เทอมลบ เทอมลบ สลับ กันไป จนหมด

หมายเหตุ ตัวหารเป็น ค+ม และตัวตั้งหารต้องมีกำลัง

เป็นเลขคี่เสมอ ถ้ากำลังเป็นเลขคู่ ทำตามวิธีนี้ไม่ได้

$$(๓) \begin{cases} \frac{k^i - m^i}{k + m} = k^i - m^i \\ \frac{k^i - m^i}{k + m} = k^i - k^i m + k^i m^i - m^i \\ \frac{k^i - m^i}{k + m} = k^i - k^i m + k^i m^i - k^i m^i + k^i m^i - m^i \end{cases}$$

เป็นดังนี้ ตลอดไป ตาม ลำดับ ตัวหาร เป็น $k + m$ อิน
เทกซ์ตัวตั้ง หาร ต้องเป็นเลขคู่เสมอ ผลหารเป็นเทอมบวก
และเทอมลบสลับกันไป

(๔) เทอมคละเช่น $k^i + m^i, k^i + m^i, k^i + m^i \dots$ เป็น
คี่ (ที่มีกำลังเป็นเลขคู่ และเป็นเทอมบวกด้วย กัน)
เอา $k + m$ หรือ $k - m$ หารไม่ลงตัวเลย

เมื่อสรุปความใน ๔ ข้อนี้ลงให้สั้นเพื่อจำง่ายก็ได้ดังนี้ :-

(๑) $k^i - m^i$ หารด้วย $k - m$ ลงตัว ถ้า i เป็น
จำนวนเต็มไม่ใช่เศษส่วน

(๒) $k^i + m^i$ หารด้วย $k + m$ ลงตัว ถ้า i เป็น
จำนวนเต็ม และเป็นจำนวนคี่

(๓) $k^i - m^i$ หารด้วย $k + m$ ลงตัว ถ้า i เป็น
จำนวนเต็มที่เป็นคู่

(๔) $a^2 + b^2$ หาคำว่า $a^2 + b^2$ หรือ $a^2 - b^2$ ไม่ลงตัว
เลย ถ้า a เป็นจำนวนเต็มที่เป็นคู่

บทที่ ๗

วิธีถอดและเข้าวงเล็บ

๕๑. เมื่อมีเทอมคละอยู่ในวงเล็บแล้ว บางทีเป็น
การจำแนกที่ ต้องควรวงเล็บซ้อนเข้าอีก เพราะฉะนั้นจึง
จำแนกต้องใช้ควรวง และ วงเล็บรูปต่างๆ กัน เพื่อเป็นที่สังเกต
ว่า พวกไหนคั่นกัน แต่ไหนถึงไหน กฎตามรูปควรวงและวงเล็บ
ที่เหมือนกัน ควรวงและวงเล็บที่ใช้โดยชุกชุม นั้นคือ ()
{ } [] บางทีก็ใช้เส้นขีดไปตลอดฐานที่ตกเป็นตอน
หนึ่ง แทนวงเล็บคู่หนึ่งก็ได้ เช่น

$a - b + c$ เหมือนกับ $a - (b + c)$

เพราะฉะนั้น $a - b + c = a - b - c$

๕๒. ถ้าจะถอดวงเล็บ วงถอดวงใน ออกมาหา วงนอก
วิธีถอดวงเล็บก็ได้อธิบายมาแล้วใน ข้อ ๑๘ และ ๑๙ พอ
เป็นเลา ๆ

ตัวอย่างที่ ๑ วงถอดวงเล็บในฐาน $a - \{ a + b - (b + c) \}$

ถอดวงเล็บคู่ใน ก่อน

$$\begin{aligned}
 & \text{ก} - \{ \text{ก} + \text{ข} - (\text{ข} + \text{ค}) \} = \text{ก} - \{ \text{ก} + \text{ข} - \text{ข} - \text{ค} \} \\
 & \text{แล้ว ถอดวงเล็บออก} \qquad \qquad \qquad = \text{ก} - \text{ก} - \text{ข} + \text{ข} + \text{ค} \\
 & \text{ได้ สำเร็จ} \qquad \qquad \qquad = \text{ค}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๒ วงเล็บในฐานต่อไปนี้เป็น

$$\begin{aligned}
 & \text{ก} - ๒\text{ข} - [๔\text{ก} - ๖\text{ข} - \{ ๓\text{ก} - \text{ค} + (๕\text{ก} - ๒\text{ข} - ๓\text{ก} - \text{ค} + ๒\text{ข}) \}] \\
 & \text{ถอดเครื่องหมายออกก่อนแล้ว ถอดวงเล็บทีละคู่ ๆ ในมา} \\
 & \text{หาผลเป็นขั้น ๆ ดังนี้}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{ก} - ๒\text{ข} - [๔\text{ก} - ๖\text{ข} - \{ ๓\text{ก} - \text{ค} + (๕\text{ก} - ๒\text{ข} - ๓\text{ก} - \text{ค} + ๒\text{ข}) \}] \\
 & = \text{ก} - ๒\text{ข} - [๔\text{ก} - ๖\text{ข} - \{ ๓\text{ก} - \text{ค} + (๕\text{ก} - ๒\text{ข} - ๓\text{ก} + \text{ค} - ๒\text{ข}) \}] \\
 & = \text{ก} - ๒\text{ข} - [๔\text{ก} - ๖\text{ข} - \{ ๓\text{ก} - \text{ค} + ๕\text{ก} - ๒\text{ข} - ๓\text{ก} + \text{ค} - ๒\text{ข} \}] \\
 & = \text{ก} - ๒\text{ข} - [๔\text{ก} - ๖\text{ข} - ๓\text{ก} + \text{ค} - ๕\text{ก} + ๒\text{ข} + ๓\text{ก} - \text{ค} + ๒\text{ข}] \\
 & = \text{ก} - ๒\text{ข} - ๔\text{ก} + ๖\text{ข} + ๓\text{ก} - \text{ค} + ๕\text{ก} - ๒\text{ข} - ๓\text{ก} + \text{ค} - ๒\text{ข} \\
 & = ๒\text{ก}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๓ วงทำให้สำเร็จรูป

$$\begin{aligned}
 & - [-๒\text{ค} - \{ ๓\text{ข} - (๒\text{ค} - ๓\text{ข}) + (๓\text{ค} - ๒\text{ข}) \} + ๒\text{ค}] \\
 & \text{ถอดวงเล็บ} = - [-๒\text{ค} - \{ ๓\text{ข} - ๒\text{ค} + ๓\text{ข} + ๓\text{ค} - ๒\text{ข} \} + ๒\text{ค}] \\
 & = - [-๒\text{ค} - ๓\text{ข} + ๒\text{ค} - ๓\text{ข} - ๓\text{ค} + ๒\text{ข} + ๒\text{ค}] \\
 & = ๒\text{ค} + ๓\text{ข} - ๒\text{ค} + ๓\text{ข} + ๓\text{ค} - ๒\text{ข} - ๒\text{ค} \\
 & = \text{ค} + ๔\text{ค}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๒๑

(จงลดวงเล็บในฐานต่อไปนี้ ออกให้สำเร็จรูป)

๑. $a - (b - c) + a + (b - c) + b - (c + a)$
๒. $a - [b + \{a - (b + a)\}]$
๓. $a - [2a - \{3b - (4c - 2a)\}]$
๔. $\{a - (b - c)\} + \{b - (c - a)\} - \{c\} - (a - b)$
๕. $2a - (3b + [4c - a]) - (5a - [b + c])$
๖. $- \{ - [- (a - b - c)] \}$
๗. $- [a - \{b - (c - a)\}] - [b - \{c - (a - b)\}]$
๘. $- (- (- (-c))) - (- (- (-b)))$
๙. $- [- \{ - (b + c - a) \}] + [- \{ - (a + b - c) \}]$
๑๐. $- 5c - [3b - \{2c - (2b - c)\}]$
๑๑. $- (- (-a)) - (- (- (-c)))$
๑๒. $3a - [a + b - \{a + b + c - (a + b + c + d)\}]$
๑๓. $- 2a - [3c + \{4c - (5b + 3c + 2a)\}]$
๑๔. $3c - [5b - \{6d - (4c - 7b)\}]$
๑๕. $- [5c - (6b - 3c)] - [5b - (3c - 6b)]$
๑๖. $- [5c - \{6b - (6d + 2b)\} - (6c - 5d)]$

$$๑๗. \quad ๘ค \{ ๑๖ข - [๓ค + (๑๒ข - ค) - ๘ข] + ค \}$$

$$๑๘. \quad - [ค - \{ ๕ + (ค - ๕) - (๕ - ๕) - ๕ \} - ค]$$

$$๑๙. \quad [ก + \{ ก - (ก - ค) - (ก + ค) - ก \} - ก]$$

$$๒๐. \quad - [ก - \{ ก + (ค - ก) - (ค - ก) - ก \} - ๒ก]$$

๕๓. โคเอ็ฟฟิเชนต์ที่อยู่หน้าวงเล็บ หรือ อยู่หลังก็ก็
แสดงว่า เทอม ภายในวงเล็บ จะ ต้อง คูณ ด้วยโคเอ็ฟฟิเชนต์นั้น
ทุกเทอม

วงเล็บ ที่เป็นรูปเช่น $\sqrt{ค+ข}$ นั้นก็เขียนดังนี้ $\sqrt{ค+ข}$
เส้นข้างบนก็คือใช้แทน วงเล็บ นั้นเอง

เพราะฉะนั้น $\sqrt{๒๕+๑๔๔} = \sqrt{๑๖๙} = ๑๓$

แต่ $\sqrt{๒๕} + \sqrt{๑๔๔} = ๕ + ๑๒ = ๑๗$

๕๔. การ ถอดวงเล็บ ถ้ามีเทอมเหมือน ซึ่งควร ทำ
ให้สำเร็จ รูปใดก็ควรทำให้สำเร็จรูปในเวลา ที่ถอดวงเล็บ ที่เดียว
จะได้ง่ายและเร็วขึ้น

ตัวอย่าง ง ทำให้เป็นรูปสำเร็จ

$$๘๔-๗ [-๑๑ค - ๔] - ๑๗ค + ๓ (๘-๙-๕ค) \{$$

$$ถอดวงเล็บ = ๘๔-๗ [-๑๑ค - ๔] - ๑๗ค + ๓ (๘-๙+๕ค) \{$$

$$= ๘๔-๗ [-๑๑ค - ๔] - ๑๗ค + ๓ (๕ค-๑) \{$$

$$= ๘๔ - ๗[-๑๑ก - ๔\{-๑๗ + ๑๕ก - ๓\}]$$

$$= ๘๔ - ๗[-๑๑ก - ๔\{-๒ก - ๓\}]$$

$$= ๘๔ - ๗[-๑๑ก + ๘ก + ๑๒]$$

$$= ๘๔ - ๗[-๓ก + ๑๒]$$

$$= ๘๔ + ๒๑ก - ๘๔$$

$$= ๒๑ก$$

เมื่อได้หัดทำจนเจนเข้าแล้ว ก็อาจทำให้เร็วขึ้นและ
ลดข้อผิดพลาดลงได้อีกมาก

แบบฝึกหัดที่ ๒๒

(จงถอดวงเล็บและทำให้เป็นอักษรตัวเดียว)

๑. $ก - [๒ข + \{๓ค - ๓ด(ก + ข)\} + ๒ก - (ข + ๓ค)]$

๒. $ก + ข - (ค + ก - [ข + ค - (ก + ข - \{ค + ก - (ข + ค - ก)\})])$

๓. $ก - (ข - ค) - [ก - ข - ค - ๒\{ข + ค - ๓(ค - ก) - ง\}]$

๔. $๒ค - (๓ข - ๔ค) - \{๒ค - (๓ข + ๔ค) - \{๓ข - (๔ค + ๒ค)\}\}$

๕. $ข + ค - (ก + ข - [ค + ก - (ข + ค - \{ก + ข - (ค + ก - ข)\})])$

๖. $๓ข - \{๕ก - [๖ก + ๒(๑๐ก - ข)]\}$

$$๗. \quad a - (b - c) - [a - b - c - \{b + c\}]$$

$$๘. \quad ๓a - [๖a - \{๘b - (๔c - ๒a)\}]$$

$$๙. \quad b - (c - a) - [b - a - c - \{c + a - ๓(a - b) - c\}]$$

$$๑๐. \quad -๒๐(a - b) + ๓(b - c) - ๒[b + c + a - ๓\{c + a - ๔(a - b)\}]$$

$$๑๑. \quad -๔(a + b) + ๒๔(b - c) - ๒[c + a + a - ๓\{a + b - ๔(b + c)\}]$$

$$๑๒. \quad -๑๐(a + b) - [c + a + b - ๓\{a + ๒b - (c + a - b)\}] + ๔c$$

$$๑๓. \quad a - ๒(b - c) - [-] - (๔a - b - c - \{a + b + c\}) \{ \}$$

$$๑๔. \quad ๘(b - c) - [-\{a - b - ๓(c - b + a)\}]$$

$$๑๕. \quad ๒(๓a - ๕b) - ๗[a - b\{๒ - ๕(a - b)\}]$$

$$๑๖. \quad ๖\{a - ๒[b - ๓(c + a)]\} - ๔\{a - ๓[b - ๔(c - a)]\}$$

$$๑๗. \quad ๕\{a - ๒[a - ๒(a + b)]\} - ๔\{a - ๒[a - ๒(a + b)]\}$$

$$๑๘. \quad -๑๐\{a - b[a - (b - c)]\} + ๖๐\{b - (c + a)\}$$

$$๑๙. \quad -๓\{-๒[-๔(-a)]\} + ๕\{-๒[-๒(-a)]\}$$

$$๒๐. \quad -๒\{-[-(a - b)]\} + \{-๒[-(a - b)]\}$$

วิธีเข้าวงเล็บ

๔๗

๒๑. $\frac{๑}{๔} \{ ๓ - ๕ (๒ - ๓) \} - \frac{๓}{๒} \{ \frac{๑}{๓} (๒ - \frac{๓}{๓}) - \frac{๒}{๔} [๓ - \frac{๓}{๔} (๒ - \frac{๔}{๕})] \}$
๒๒. $๓๕ [\frac{๓๕ - ๔๕}{๕} - \frac{๑}{๑๐} \{ ๓๕ - \frac{๕}{๑๗} (๑๕ - ๔๕) \}] + ๔ (๕ - ๒๕)$
๒๓. $\frac{๓}{๔} \{ \frac{๔}{๓} (๓ - ๒) - ๔ (๒ - ๓) \} - \{ \frac{๒ - ๓}{๒} - \frac{๓ - ๓}{๓} \} - \frac{๑}{๒} \{ ๓ - ๓ - \frac{๒}{๓} (๓ - ๒) \}$
๒๔. $\frac{๑}{๒} ๕ - \frac{๑}{๒} (\frac{๒}{๓} ๕ - \frac{๑}{๒} ๕) - [๕ - \{ \frac{๑}{๒} ๕ - (\frac{๑}{๓} ๕ - \frac{๑}{๔} ๕) \} - (\frac{๒}{๓} ๕ - \frac{๑}{๒} ๕)]$

วิธีเข้าวงเล็บ

๕๕. วิธีเข้าวงเล็บ ก็เป็นวิธีสำคัญ เมื่อลดวงเล็บ ถ้ามีเครื่องหมายลบอยู่หน้าวงเล็บต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของเทอมภายในวงเล็บหมด เพราะฉะนั้นถ้าจะเข้าวงเล็บ แม้เครื่องหมายหน้าวงเล็บเป็นเครื่องหมายลบอยู่ ก็จำต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของเทอมภายในวงเล็บที่เข้านั้นด้วย เพื่อว่าเมื่อลดออกตามวิธี เครื่องหมายของเทอมทุกเทอมจะได้คงตามที่ถูกต้อง ให้สังเกตตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง $a-b+c-d-e=a-b+(c-d-e)$

$a-b+c-d-e=a-(b-c)-(d+e)$

$a-b+c-d=a-(b-c)+(c-d)$

$a-b-c+d=a-(b-c)-(c-d)$

๕๖. การที่จะเข้าวงเล็บนี้ เข้าได้ต่าง ๆ ตาม
ความประสงค์ สุดแต่จะวัง อย่าให้เครื่องหมายผิดก็ใช้ได้

ตัวอย่าง $a-b+c-d+e-f=a-b+c-d+e-f$ นี้
เข้าวงเล็บทั้งนี้ $(a-b+c)-(d+e-f)$ ก็ได้

หรือทั้งนี้ $(a-b+c-d)-(e-f)$ ก็ได้

หรือทั้งนี้ $(a-b)-(c-d+e-f)$ ก็ได้

๕๗. เมื่อเทอมในวงเล็บมี ห.ร.ม. เป็นแฟกเตอร์ร่วม
กันอยู่ แฟกเตอร์นั้น ควร ถอนออกมาไว้ นอกวงเล็บ ซึ่ง
หมายความว่า เป็นตัวสำหรับคูณ ทุก ๆ เทอมในวงเล็บนั้น

ตัวอย่างที่ ๑ ขนาน $a^2-b^2+c^2-d^2+e^2-f^2$
 $=a^2-b^2+c^2-d^2+e^2-f^2$ นี้

๑ เป็นแฟกเตอร์ร่วม คือเป็น ห.ร.ม. อยู่หลายเทอม
แต่ '๑' มีกำลังต่าง ๆ กัน เพราะฉะนั้นถ้าจะเลือกคักที่ '๑'

มีกำลังเท่ากัน ออกเป็น วงเล็บ ต่าง ๆ กัน ก็ได้ เช่น

$$\begin{aligned} & (กค-งค) + (ขค-งค) + (ขค-คค-๒ค) + (๗-ค) \\ & = ค(ก-ง) + ค(ข-ง) + ค(ข-ค-๒) + (๗-ค) \\ & = (ก-ง) ค + (ข-ง) ค + (ข-ค-๒) ค + ๗-ค \end{aligned}$$

ในบรรทัดสุดท้ายนี้ (ก-ง), (ข-ง), (ข-ค-๒) นั้นชื่อว่า
เป็นโคเอฟฟิเชียนต์ ของ ค, ค, ค, ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ ๒ พหุคูณวงเล็บ-กค-๗ก+กข+๓-๒ค-กข

ตาม ลำดับกำลังของ 'ก' และได้หมาย-อยู่หน้า

$$\begin{aligned} \text{ฐานนี้} &= -(กค-กข) - (๗ก+กข) - (๒ค-๓) \\ &= -(ค-ข) ก - (๗+๒) ก - (๒ค-๓) \end{aligned}$$

แบบฝึก หัด ที่ ๒๓

ในฐานต่อไปนี้ พหุคูณวงเล็บให้เรียงตามลำดับกำลังของ 'ค'
และให้มีเครื่องหมายบวกอยู่หน้า วงเล็บ

๑. กค + ขค + ๕ + ๒ ขค - ๕ ค + ๒ ค - ๓ ค
๒. ๓ ขค - ๗ - ๒ ค + กข + ๕ กค + คค - ๔ ค - ๔ ค - ขค
๓. ๒ - ๗ ค + ๕ กค - ๒ คค + ๙ กค + ๗ ค - ๓ ค
๔. ๒ กค - ๓ ก ขค + ๔ งค - ๓ ขค - กค + ค

ในฐานต่อไปนี้ เราจะวงเล็บตามลำดับกำลัง 'ค' ให้มีเครื่องหมายลบอยู่หน้าวงเล็บ

๕. $กค + ๕ค - กค - ๒ขค - ๓ค - ขค$
๖. $๗ค - ๓คค - กขค + ๕กค + ๗ค - กขคค$
๗. $กค + กค - ขค - ๕ค - คค$
๘. $๓ขค - ขค - กค - คค - ๕คค - ๗ค$

จงทำให้สำเร็จรูปแล้วเราจะวงเล็บกันตามกำลัง ของ 'ค'

๙. $กค - ๒คค - [ขค - \{คค - งค - (ขค + ๓คค)\} - (คค - คข)]$
๑๐. $๕กค - ๗(ขค - คค) - \{๖ขค - (๓กค + ๒กค) - ๔คค\}$
๑๑. $กค - ๓\{-กค + ๓ขค - ๔[\frac{๖}{๖}คค - \frac{๒}{๓}(กค - ขค)]\}$
๑๒. $คค - ๔ขค - \frac{๑}{๖}[๑๒กค - ๔\{๓ขค - ๘(\frac{กค}{๒} - ขค) - \frac{๓}{๒}กค\}]$
๑๓. $ค\{ค - ข - ค - (ก - ขค)\} + กค - ค\{ค - ค(กค - ข)\}$

๕๘. ถ้าทำ ขวก ลบ คูณ หาร ที่มีโคเอฟฟิเชียนต์เป็น ตัวอักษร เมื่อเขียน ทอมควรเขียน ลงตามลำดับ กำลังของ ตัวอักษร นั้น ๆ

วิธีเข้าวงเล็บ

๑๐๑

ตัวอย่างที่ ๑ เรขวงเข้าด้วยกัน กค - ๒ ขค + ๓,

ขค - คค - ค กับ ค - กค + คค

$$\begin{aligned} \text{ผลรวม} &= \text{กค} - ๒ \text{ขค} + ๓ + \text{ขค} - \text{คค} - \text{ค} + \text{ค} - \text{กค} + \text{คค} \\ &= \text{กค} - \text{คค} + \text{ค} - \text{กค} - ๒ \text{ขค} - \text{ค} + \text{ขค} + \text{คค} + ๓ \\ &= (\text{ก} - \text{ค} + ๑) \text{ค} - (\text{ก} + ๒ \text{ข} + ๑) \text{ค} + (\text{ข} + \text{ค}) \text{ค} + ๓ \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๒ เรขวง กค - ๒ ขค + ๓ คด้วย ผลค - พ

$$\begin{aligned} \text{ผลรวม} &= (\text{กค} - ๒ \text{ขค} + ๓ \text{ค}) (\text{ผลค} - \text{พ}) \\ &= \text{กผลค} - ๒ \text{ขผลค} + ๓ \text{คผลค} - \text{กพค} + ๒ \text{ขพค} - ๓ \text{คพ} \\ &= \text{กผลค} - (๒ \text{ขผลค} + \text{กพค}) \text{ค} + (\text{๓ คผลค} + ๒ \text{ขพค}) \text{ค} - ๓ \text{คพ} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๒๔

เรขวงฐานเหล่านี้เข้าด้วยกัน แล้วเข้าวงเล็บตามกำลังของ 'ค'

๑. กค - ๒ คค, ขค - คค, คค - ค
๒. ค - ค - ๑, กค - ขค, ขค + ค
๓. กค - ๕ ค, ๒ กค - ๕ กค, ๒ ค - ขค - กค
๔. กค + ขค - ค, ผลค, - พ - บค, ค + ๒ ค + ๓
๕. บค - ผลค, ผลค - บค, ผล - ค; บค + ผลค

จงคูณฐานเหล่านี้ แล้วเข้าวงเล็บคูณตามกำลังของ 'ค'

$$๖. \quad กค + ขค + ค \quad \text{กับ} \quad คค + ค$$

$$๗. \quad คค - ขค + ค \quad \text{กับ} \quad กค - ข$$

$$๘. \quad กค - ขค - ค \quad \text{กับ} \quad ขค + ค$$

$$๙. \quad ขค - คค - ค \quad \text{กับ} \quad ขค + ค$$

$$๑๐. \quad กค - ขค + คค \quad \text{กับ} \quad ค - ค$$

$$๑๑. \quad ขค - ขค - ค \quad \text{กับ} \quad กค - ค$$

$$๑๒. \quad ค + กค - ขค - ค \quad \text{กับ} \quad ค - กค - ขค + ค$$

$$๑๓. \quad กค - ค + คค - ข \quad \text{กับ} \quad กค + ค + คค + ข$$

$$๑๔. \quad ค - กค - ขค + คค + ข \quad \text{กับ} \quad ค + กค - ขค - คค + ข$$

บทที่ ๘

อีควชันชั้นเดียว

๕๙. อีควชัน คือที่ หมายถึง สองฝ่ายมีค่าเท่ากัน
เช่น $ค + ๓ + ค + ๔ = ๒ค + ๗$ ทั้งนี้เรียกว่า อีควชัน
และใช้เครื่องหมาย สมพจน์ = คั่น กลางไว้เช่นที่สังเกต

อีควชันบางชนิด เช่น $๓ค = ๖$ นั้น ค ต้องมีค่า
ได้เฉพาะแต่อย่างใดอย่างหนึ่ง คือ ๒ ถ้ามีค่าอื่นไป

นำหนักทั้งสองฝ่ายก็ระหว่าเท่ากันไม่ อีเควชันชนิดนี้เรียกว่า อีเควชันมีจำกัด

๒๐. ตัวอักษรในอีเควชัน ซึ่ง เรา ต้องให้ทราบว่า มีค่าเท่าใดนั้น เรียกว่า จำนวนที่ไม่ทราบ และวิธีหาค่า ของจำนวนที่ไม่ทราบนี้เรียกว่า แก้อีเควชัน ในลำดับนี้ เราได้อธิบายถึงวิธีแก้อีเควชันอย่างง่าย ๆ ซึ่งเรียกว่า อีเควชันชั้นเดียว ก่อน

๒๑. ใน การแก้อีเควชันนี้ต้องอาศัยความจริง ๔ ข้อคือ

๑. สิ่งใดที่เท่ากันอยู่แล้ว เมื่อเอาอะไรมาเพิ่มเข้า อีกให้เท่า ๆ กัน ผลที่ได้เพิ่มแล้วนี้ก็ยังเท่ากันนั่นเอง

๒. สิ่งใดที่เท่ากันอยู่แล้ว เมื่อชักออกเสียเท่า ๆ กัน ที่เหลืออยู่ก็ยังเท่ากันนั่นเอง

๓. สิ่งใดที่เท่ากันอยู่แล้ว เมื่อทวีขึ้นเท่า ๆ กัน (คือ คูณด้วยตัวคูณ ตัวเดียว กัน) ผลคูณ ก็คงเท่ากันนั่นเอง

๔. สิ่งใดที่เท่ากันอยู่แล้ว เมื่อหาร ทอนลงเท่าส่วนกัน (คือหาร ด้วยตัวหาร ตัวเดียว กัน) ผลหาร ก็คงเท่า กัน นั่นเอง

ความจริงทั้ง ๔ ข้อนี้เราจะใช้กฎทางคณิต ให้เห็นโดยแจ่มแจ้งคือ

๑. ถ้า (ก) กับ (ข) มีเงินคนละเท่า ๆ กัน คือ
คนละ ๗ บาท แม้เพิ่มให้อีกคนละเท่า ๆ กัน ก็ให้
คนละ ๓ บาท เมื่อได้รับส่วนเพิ่มแล้ว ก็ยังมีเงินคนละ
เท่า ๆ กันอยู่เหมือนเดิม คือมีคนละ ๑๐ บาท

๒. เหมือนในข้อหนึ่งนั้น แต่ไม่เพิ่มให้ กลับหักออก
เสียคนละ ๓ บาท เมื่อได้หักแล้วทั้งสองคน ก็ยังคงมีเงิน
เท่ากันเหมือนกัน คือมีคนละ ๔ บาท

๓. ในข้อเขวซัน $๗ก = ๑๔$ นี้ ถ้าเอา ๒ คูณเข้า
ทั้งสองข้าง (คือทวีขึ้นข้างละเท่าตัว) ผลคูณก็คงเท่ากัน
คือ $๑๔ก = ๒๘$

๔. ถ้ากลับเอา ๒หารผลคูณทั้ง ๒ ฝ่าย (คือหาร
ทอดลงครึ่งตัว) ผลหารก็กลับไปเป็นอย่างเดิมอีกคงเท่ากัน
คือ $๗ก = ๑๔$

ตัวอย่างแก้อีเควซัน $๗ก - ๒ก - ก = ๒๓ + ๑๕ - ๑๐$
รวบรวม กันเข้า $๔ก = ๒๘$

เอา ๔หาร $ก = ๗$ (ความเรียงข้อ ๔)

๒๒. ถ้าจะแก้อีเควซัน เช่น $๓ก - ๘ = ก + ๑๒$
ซึ่งมีเทอมที่ไม่ทราบ อยู่ทั้งสองข้างดังนี้ จะต้องไขว้เอาเทอม

ที่ไม่ทราบ มาไว้เสียข้างหนึ่ง แล้วเอาเลขไปไว้ข้างหนึ่ง
การไขว้เทอมเช่นนี้ จะต้องเปลี่ยนเครื่องหมายเสียด้วยจึงจะได้
ทำไมจึงต้องเปลี่ยนเครื่องหมายนั้นจะได้พิสูจน์ ให้เห็นดังต่อไปนี้

คือ $3x - 4 = x + 12$

เอาลบทั้งสองข้าง $3x - 4 - x = x + 12 - x$ (จริง ๒)

คงไว้ $3x - 4 - x = 12$

เอาลบทั้งสองข้าง $3x - 4 - x + 4 = 12 + 4$ (จริง ๑)

คงไว้ $3x - x = 12 + 4$

ทั้งนี้ $+x$ ที่อยู่ข้างขวา กลับมาเป็น $-x$ ข้างซ้าย

และ -4 ที่อยู่ข้างซ้าย กลับไปเป็น $+4$ อยู่ข้างขวา

เพราะฉะนั้นจึงอาจตั้งข้อบังคับ สำหรับการไขว้เทอมใน

อีเควชันได้ดังนี้

ข้อบังคับ “เมื่อจะไขว้เทอมในอีเควชันแต่ย้ายไปขวา
หรือขวามาซ้าย ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของเทอมนั้น”

ตามข้อบังคับนี้ เราอาจเปลี่ยนเครื่องหมายของเทอมใน
อีเควชันเสียทุกเทอม เพราะก็เท่ากับไขว้เทอมเปลี่ยนข้าง
กันเสียให้หมดเท่านั้น.

ตัวอย่าง $-๓ค - ๑๒ = ค - ๒๔$

ไขว้ $-ค + ๒๔ = ๓ค + ๑๒$

คือ ตรงกับ $๓ค + ๑๒ = -ค + ๒๔$

อีเควชัน ชุดนี้ ก็เหมือนกับอีเควชันแรก แปลกแต่
มีเครื่องหมายต่าง กัน ทุก ๆ เทอมเท่านั้น

เพราะฉะนั้น ถ้า $-ค = -๘$

ก็ทราบได้ว่า $ค = ๘$

๒๓. ที่นี้ จะแก้ $\frac{ค}{๓} - ๓ = \frac{ค}{๔} + \frac{ค}{๕}$

ในที่นี้ ควร จะทำ เทอม ที่เป็นเศษ ส่วน ในอีเควชัน ให้เป็น
จำนวนเต็มเสีย ก่อน โดย หาค.ร.น. ของ เทอม ทุก เทอม ทั้งนี้

๒๐ ค.ร.น. $\left\{ \begin{aligned} &(\frac{ค}{๓} \times ๒๐) - (๓ \times ๒๐) = (\frac{ค}{๔} \times ๒๐) + (\frac{ค}{๕} \times ๒๐) \\ &๒๐ \text{ คูณ} \end{aligned} \right.$

คงได้ $๑๐ค - ๖๐ = ๕ค + ๔ค$

ไขว้ $๑๐ค - ๕ค - ๔ค = ๖๐$

$\therefore ค = ๖๐$

๒๔. ในต่อไปนี้จะสรุป รวมความตั้งลงไว้เป็นบัญญัติ
สำหรับแก้อีเควชัน ซึ่งมีเทอมที่ไม่ทราบ อยู่ เทอมหนึ่ง เพื่อ

เป็นหลักในการฝึกหัดต่อไป คือ

ข้อบัญญัติ “ในชั้นแรก ถ้าจำเป็นก็ให้ทำเศษส่วนในอีเควชันให้เป็นจำนวนเต็มเสียหมดก่อน แล้วไขว้เทอมที่ไม่ทราบให้มารวมอยู่ข้างหนึ่ง และเทอมที่ทราบ (คือตัวเลข) เอาไปรวมไว้อีกข้างหนึ่ง หักทอนกันเสียให้เสร็จ แล้วเอาโคเอ็ฟฟิเชียนต์ของเทอมที่ไม่ทราบมาเป็นตัวหารทั้งสองฝ่ายก็จะได้ผลสำเร็จทั้ง ประสงค์”

$$\text{ตัวอย่างที่ ๑} \quad \text{จงแก้ } ๕(ค-๓) - ๗(๖-ค) + ๓ = ๒๔ - ๓(๘-ค)$$

$$\text{ถอดวงเล็บ } ๕ค - ๑๕ - ๔๒ + ๗ค + ๓ = ๒๔ - ๒๔ + ๓ค$$

$$\text{ไขว้ } ๕ค + ๗ค - ๓ค = ๒๔ - ๒๔ + ๑๕ + ๔๒ - ๓$$

$$\therefore ๙ค = ๕๔$$

$$\therefore ค = ๖$$

$$\text{ตัวอย่างที่ ๒} \quad \text{จงแก้ } ๕ค - (๔ค - ๗)(๓ค - ๕) = ๖ - ๓(๔ค - ๙)(ค - ๑)$$

$$\text{คูณเข้าได้ } ๕ค - (๑๒ค - ๔๑ค + ๓๕) = ๖ - ๓(๔ค - ๑๓ค + ๙)$$

$$\text{ถอดวงเล็บ } ๕ค - ๑๒ค + ๔๑ค - ๓๕ = ๖ - ๑๒ค + ๓๙ค - ๒๗$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{เอา } -๑๒ค \text{ ออกเสีย} \\ \text{ไขว้ข้างแล้วไขว้} \end{array} \right\} ๕ค + ๔๑ค - ๓๙ค = ๖ - ๒๗ + ๓๕ \quad (\text{วิธี ๒})$$

$$\therefore ๗ \text{ ศ} = ๑๔$$

$$\therefore \text{ศ} = ๒$$

หมายเหตุ ในตัวอย่างที่ ๒ บรรทัดที่ ๓ เมื่อคูณเทอมในวงเล็บแล้วจะทั้งวงเล็บเสียไม่ได้ด้วยมีเครื่องหมาย—อยู่หน้า จึงต้องลบไว้ก่อนวงเล็บเปลี่ยนเครื่องหมายอีกชั้นหนึ่งถ้าเป็นเครื่องหมาย+อยู่หน้าวงเล็บแล้ว คูณแล้วก็ทั้งวงเล็บเสียได้ทีเดียว

ตัวอย่างที่ ๓ วง แก้ว ๗ ศ - ๕ [ศ - { ๗ - ๖ (ศ - ๓) }]
= ๓ ศ + ๑

ลบวงเล็บ ๗ ศ - ๕ [ศ - { ๗ - ๖ ศ + ๑๘ }] = ๓ ศ + ๑

$$๗ \text{ ศ} - ๕ [\text{ศ} - ๒๕ + ๖ \text{ ศ}] = ๓ \text{ ศ} + ๑$$

$$๗ \text{ ศ} - ๕ \text{ ศ} + ๑๒๕ - ๓๐ \text{ ศ} = ๓ \text{ ศ} + ๑$$

ไขว้ ๗ ศ - ๕ ศ - ๓๐ ศ - ๓ ศ = ๑ - ๑๒๕

$$- ๓๑ \text{ ศ} = - ๑๒๔$$

$$\therefore \text{ศ} = ๔$$

๒๕. การ ทดลอง ทดลอง ว่า ผลที่ทำแล้วนี้จะถูกหรือผิด เป็นข้อสำคัญ สำหรับ ผู้แรกเรียน เพราะ จะ ทำให้ เกิด ความ เชื่อ และ ความ มั่นใจ ใน ตนเอง มากขึ้น

การ ทดลอง เช่นนี้ ใน ชั้น เกวียน ก็มี แต่ จะ เอา ค่า ของ

อีเควชัน ซีนเดียว

๑๐๘

เทอมไม่ทราบที่หาได้ห้เปลี่ยนตั้งลงแทนเทอมที่ไม่ทราบ ใน
อีเควชันเดิม แล้วคิดผลสำเร็จ ถ้าปรากฏว่าทั้งสองข้าง
ของอีเควชันนั้นเท่ากัน ก็เป็นอันเชื่อได้แน่ว่าถูกจริง

ตัวอย่างที่ ๑ เมื่อได้แก้อีเควชัน $๓ค - ๕ = ๒ค - ๑$
แล้ว ให้ $ค = ๔$ อย่างจะตรวจดูว่าถูกหรือไม่ถูกก็ทำดังนี้

$$๓ค - ๕ = ๒ค - ๑$$

เอา ๔ ลงแทน ค $๓ \times ๔ - ๕ = ๒ \times ๔ - ๑$

$$๑๒ - ๕ = ๘ - ๑$$

$$๗ = ๗ \quad \text{ถูกจริง}$$

ตัวอย่างที่ ๒ เพื่อจะตรวจว่า $ค = ๒$ สัมกับอีเควชัน
 $๕ค - (๔ค - ๗) (๓ค - ๕) = ๖ - ๓ (๔ค - ๘) (ค - ๑)$
จริงหรือไม่

เอา ๒ แทน ค ค่าของข้างซ้ายได้

$$๕ค - (๔ค - ๗) (๓ค - ๕) = ๑๐ - (๘ - ๗) (๖ - ๕)$$

$$= ๑๐ - ๑$$

$$= ๙$$

ข้างขวาได้ $๖ - ๓ (๔ค - ๘) (ค - ๑) = ๖ - ๓ (๘ - ๘) (๒ - ๑)$

$$= ๖ - ๓ (-๑)$$

$$= ๙$$

คงเท่ากัน เพราะฉะนั้น $x = ๒$

เป็นคำตอบ

แบบฝึกหัดที่ ๒๕

จงแก้ข้อเขวี้ยงต่อไปนี้

- (๑) $๓x + ๑๕ = x + ๒๕$ ๒. $๒x - ๓ = ๓x - ๗$
- (๓) $๓x + ๔ = ๕(x - ๒)$ ๔. $๒x + ๓ = ๑๖ - (๒x - ๓)$
- (๕) $๔(x - ๑) + ๑๗(x - ๓) = ๔(๔x - ๙) + ๔$
- (๖) $๑๕(x - ๑) + ๔(x + ๓) = ๒(๗ + x)$
- (๗) $๕x - ๖(x - ๕) = ๒(x + ๕)(x - ๔)$
- (๘) $๔(x - ๓) - (๖ - ๒x) = ๒(x + ๒) - ๕(๕ - x)$
- (๙) $๗(๒๕ - x) - ๒x = ๒(๓x - ๒๕)$
- (๑๐) $๓(๑๖๙ - x) - (๗๘ + x) = ๒๙x$
- (๑๑) $๕x - ๑๗ + ๓x - ๕ = ๖x - ๗ - ๘x + ๑๑๕$
- (๑๒) $๗x - ๓๙ - ๑๐x + ๑๕ = ๑๐๐ - ๓๓x + ๒๖$
- (๑๓) $๑๑๘ - ๖๕x - ๑๒๓ = ๑๕x + ๓๕ - ๑๒๐x$
- (๑๔) $๑๕๗ - ๒๑(x + ๓) = ๑๖๓ - ๑๕(๒x - ๕)$
- (๑๕) $๑๗๙ - ๑๘(x - ๑๐) = ๑๕๘ - ๓(x - ๑๗)$
- (๑๖) $๙๗ - ๕(x + ๒๐) = ๑๑๑ - ๘(x + ๓)$
- (๑๗) $x - [๓ + \{x - (๓ + x)\}] = ๕$

$$(១៤) ៥x - (៣x - ៧) - \{ ៤ - ២x - (៦x - ៣) \} = ១០$$

$$(១៥) ៤x - (៥x - ៤) - \{ ៤ - ៣x - (២x - ៣) \} = ៣០$$

$$(២០) ២៥x - ១៥ - [៣ - \{ ៤ - ៥ \}] = ៣x - (៦x - ៥)$$

$$(២១) (x+១)(២x+១) = (x+៣)(២x+៣) - ៤$$

$$(២២) (x+១)^2 - (x-១) = x(២x-១) - ២(x+២)$$

$$(x+១) + ២០$$

$$(២៣) ២(x+១)(x+៣) + ៤ = (២x+១)(x+៥)$$

$$(២៤) ៦(x^2 - ៣x + ២) - ២(x^2 - ១) = ៤(x+១)(x+២) - ២៤$$

$$(២៥) ២(x-៤) - (x^2 + x - ២០) = ៤x - ៥(x+៣)$$

$$(x-៤) - ៦៤$$

$$(២៦) (x+១៥)(x-៣) - (x^2 - ៦x + ៩) = ៣០ - ១៥(x-១)$$

$$(២៧) ២x - ៥ \{ ៣x - ៧(៤x - ៩) \} = ៦៦$$

$$(២៨) ២០(២-x) + ៣(x-៧) - ២[x+៩-៣\{៩-៤$$

$$(២-x)\} = ២២$$

$$(២៩) x+២ - [x-៤-២\{៤-២(៥-x)-x\}] = ០$$

$$(៣០) ៣(៥-៦x) - ៥[x-៥\{១-៣(x-៥)\}] = ២៣$$

$$(៣១) (x+១)(២x+៣) = ២(x+១)^2 + ៤$$

$$(៣២) ៣(x-១)^2 - ៣(x-១) = x-១៥$$

$$(๓๓) (๓ก + ๑)(๒ก - ๗) = ๖(ก - ๓) + ๗$$

$$(๓๔) ก - ๔ก + ๒๕ = ก(ก - ๔) - ๒๕(ก - ๕) - ๑๖$$

$$(๓๕) ก(ก + ๑) + (ก + ๑)(ก + ๒) = (ก + ๒)(ก + ๓) + ก(ก + ๔) - ๘$$

$$(๓๖) ๒(ก + ๒)(ก - ๔) = ก(๒ + ๑) - ๒๑$$

$$(๓๗) (ก + ๑) + ๒(ก + ๓) = ๓ก(ก + ๒) + ๓๕$$

$$(๓๘) ๔(ก + ๕) - (๒ก + ๑) = ๓(ก - ๕) + ๑๘๐$$

$$(๓๙) ๔๔ + (ก + ๔)(ก - ๓)(ก + ๕) = (ก + ๑)(ก + ๒)(ก + ๓)$$

$$(๔๐) (ก + ๑)(ก + ๒)(ก + ๖) = ก + ๔ก + ๔(๗ก - ๑)$$

๒๒. ตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงให้เห็นวิธีต่าง ๆ ที่เขียนประโยชน์มากในการแก้โจทย์ซึ่งมีเศษส่วน

ตัวอย่างที่ ๑ จงแก้ $๔ - \frac{ก-๘}{๔} = \frac{ก}{๒๒} - \frac{๑}{๒}$

เอาค.ร.น.	}	$๓๕๒ - ๑๑(ก - ๘) = ๔ก - ๔๔$
๔๔ คูณ		

ถอวงเล็บ	}	$๓๕๒ - ๑๑ก + ๘๘ = ๔ก - ๔๔$
ใจ		

	}	$- ๑๑ก - ๔ก = - ๔๔ - ๓๕๒ - ๘๘$

เปลี่ยนเครื่องหมายหมด $๑๕ก = ๔๘๔$

$\therefore ก = ๓๒$

อีเคอร์ชัน ชื่นเกี่ยว

๑๑๓

หมายเหตุ ในอีเคอร์ชันนี้ $-\frac{ก-๙}{๘}$ นับว่า เป็น เทอม

เดียว ด้วย เท่ากับ $-\frac{๑}{๘} (ก-๙)$

๒๗. ในบางแห่ง การคูณด้วย ค. ร. น. ตลอดจน
คราวเดียวทำให้ยาก สู้แก้เศษส่วนให้หมดไปทีละขั้นๆ
ไม่ได้ ทั้งต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๒ จงแก้

$$\frac{ก-๔}{๓} + \frac{๒ก-๓}{๓๕} = \frac{๕ก-๓๒}{๙} - \frac{ก+๙}{๒๘}$$

เอา ๙ คูณก่อน $๓ก-๑๒ + \frac{๑๘ก-๒๗}{๓๕} = ๕ก-๓๒ - \frac{๙ก+๘๑}{๒๘}$

ไขว้ $\frac{๑๘ก-๒๗}{๓๕} + \frac{๙ก+๘๑}{๒๘} = ๒ก-๒๐$

เอา ๑๔๐ คูณ $๗๒ก-๑๐๘ + ๔๕ก + ๔๐๕ = ๒๘๐ก - ๒๘๐๐$

$$๒๘๐๐ - ๑๐๘ + ๔๐๕ = ๒๘๐ก - ๗๒ก - ๔๕ก$$

$$๓๐๙๗ = ๑๖๓ก$$

$$ก = ๑๙$$

๒๘. ถ้า จะแก้อีเคอร์ชันที่มีโคเอฟฟิเชียนต์เป็นเศษสิบ ก็

จงทำเศษสิบให้เป็นเศษส่วนก่อน แล้วทำตามแบบ แต่บาง
แห่ง ทำตามวิธีเศษสิบ ตลอดจนไปง่ายกว่า

ตัวอย่างที่ ๑ รวแก๊

ทำเป็นเศษส่วน

เอา ๓๖ คูณ

ไขว้

$$.๖\text{ ก} + .๒๕ - \frac{๑}{๒๐}\text{ ก} = ๑.๘ - .๗๕\text{ ก} - \frac{๑}{๓}$$

$$\frac{๒๐}{๓}\text{ ก} + \frac{๑}{๔} - \frac{๑}{๒๐}\text{ ก} = ๑\frac{๘}{๒๐} - \frac{๓}{๔}\text{ ก} - \frac{๑}{๓}$$

$$๒๔\text{ ก} + ๕ - ๔\text{ ก} = ๖๘ - ๒๗\text{ ก} - ๑๒$$

$$๒๔\text{ ก} - ๔\text{ ก} + ๒๗\text{ ก} = ๖๘ - ๑๒ - ๕$$

$$๔๗\text{ ก} = ๕๓$$

$$\text{ก} = ๑$$

ตัวอย่างที่ ๒ รวแก๊

ไขว้

คงไว้

คือ

$$.๓๗๕\text{ ก} - ๑.๘๗๕ = .๑๒\text{ ก} + ๑.๘๗๕$$

$$.๓๗๕\text{ ก} - .๑๒\text{ ก} = ๑.๘๗๕ + ๑.๘๗๕$$

$$(.๓๗๕ - .๑๒)\text{ ก} = ๓.๐๖$$

$$.๒๕๕\text{ ก} = ๓.๐๖$$

$$\therefore \text{ก} = \frac{๓.๐๖}{.๒๕๕}$$

$$= ๑๒$$

แบบฝึกหัดที่ ๒๖

จงหาค่าของ ค

$$(๑) \frac{\text{ค}}{๔} + \frac{\text{ค}-๕}{๓} = ๑๐ \quad (๒) \frac{\text{ค}-๕}{๑๐} + \frac{\text{ค}+๕}{๕} = ๕$$

$$(๓) \frac{\text{ค}-๒}{๒} + \frac{\text{ค}+๑๐}{๒} = ๕ \quad (๔) \frac{\text{ค}+๑๘}{๕} = ๓ + \frac{\text{ค}}{๔}$$

$$(๕) \frac{\text{ค}-๔}{๗} = \frac{\text{ค}-๑๐}{๕} \quad (๖) \frac{\text{ค}-๑}{๘} = ๑ + \frac{\text{ค}+๑}{๑๘}$$

- (១) $\frac{a(x+b)}{x} = ១ \frac{a}{x} + \frac{ab}{x}$ (២) $\frac{x+a}{x} + \frac{x-a}{x} = ២$
- (៣) $\frac{x+២០}{x} + \frac{៣x}{x} = ៦$ (៤០) $\frac{x-a}{x} + \frac{x-m}{x} + \frac{a}{x}$
 $= ០$
- (៤១) $\frac{x+a}{x} - \frac{x+b}{x} = \frac{a-b}{x}$
- (៤២) $\frac{a-a}{x} - \frac{b-b}{x} = \frac{០}{x}$
- (៤៣) $\frac{a(x+a)}{x} - \frac{b(x-b)}{x} = \frac{a^2-b^2}{x}$
- (៤៤) $\frac{a(x+b)}{x} - \frac{b(x-a)}{x} = \frac{a^2-b^2}{x}$
- (៤៥) $១ + \frac{x}{x} - \frac{២x}{x} = \frac{១}{x} - \frac{២}{x}$
- (៤៦) $\frac{x}{x} + \frac{x}{x} - \frac{x}{x} + \frac{x}{x} = ១ \frac{a}{x}$
- (៤៧) $\frac{៣}{x} (x-a) - \frac{a}{x} (x-a) = \frac{២}{x} (x-a) + \frac{a^2}{x}$
- (៤៨) $x + \frac{a}{x} (x-a) = \frac{a}{x} (x-a) = ៣x - ១ \frac{a}{x}$
- (៤៩) $\frac{៣x}{x} - \frac{៣}{x} (x+១០) - (x-m) = \frac{x-a}{x} - \frac{a}{x}$
- (៥០) $\frac{៣x}{x} - \frac{១}{x} (x-១១) = \frac{៣}{x} (x-២៥) + ៣៤$
- (៥១) $៣ + \frac{x}{x} = \frac{១}{x} (a - \frac{x}{x}) - \frac{a}{x} + \frac{១}{x} (១១ - \frac{x}{x})$
- (៥២) $\frac{១}{x} (x-a) + \frac{a+x}{x} + \frac{x-a}{x} = ១ - \frac{២៣-x}{x}$
- (៥៣) $\frac{១}{x} (\frac{x}{x} - ៣) + \frac{a}{x} - \frac{a}{x} = \frac{x-១២}{x} - \frac{x+៣}{x}$
- (៥៤) $x - (\frac{៣x-a}{x}) = \frac{១}{x} (២៣ - ៥៧) - \frac{a}{x}$
- (៥៥) $\frac{x}{x} - \frac{x+១០}{x} + \frac{៣}{x} = x - ១ - \frac{x-២}{x}$

๑๑๖

พีชคณิตภาคต้น

$$(๒๖) \cdot ๕ก - \cdot ๓ก = \cdot ๒๕ก - ๑. (๒๗) ก + \frac{ก}{๕} = ๗ - \frac{ก}{๒}$$

$$(๒๘) \cdot ๒ \cdot ๒๕ก - \cdot ๑๒๕ = ๓ก + ๓ \cdot ๗๕$$

$$(๒๙) \cdot ๒ก - \cdot ๑๖ก = \cdot ๖ - \cdot ๓$$

$$(๓๐) \cdot ๖ก - \cdot ๗ก + \cdot ๗๕ก - \cdot ๘๗๕ก + \cdot ๑๕ = ๐$$

$$(๓๑) ๑๒ \{ ๓ก - \cdot ๒๕(ก - ๔) - \cdot ๓(๕ก + ๑๔) \} = ๔๗$$

$$(๓๒) \frac{\cdot ๒๕(ก - ๓) + \cdot ๓(ก - ๔)}{๑๒๕} = ๕ก - ๑๙$$

$$(๓๓) \frac{ก + \cdot ๗๕}{\cdot ๑๒๕} - \frac{ก - \cdot ๒๕}{\cdot ๒๕} = ๑๕$$

$$(๓๔) \frac{๕}{๖}ก + \cdot ๒๕ก - \cdot ๓ก = ก - ๓$$

$$(๓๕) \cdot ๕ก - \cdot ๒ก = \cdot ๓ก - ๑ \cdot ๕$$

$$(๓๖) ๑ \cdot ๕ = \frac{\cdot ๓๖}{๒} - \frac{\cdot ๐๙ก - ๑๘}{๙}$$

๒๗. ในที่สุดนี้ควรสังเกตวิธีสำคัญอีกอย่างหนึ่ง ซึ่งเป็นเครื่องมือที่คงต้องใช้บ่อยๆ ในการแก้ข้อเขวช้นต่างๆ ควรจำให้ขึ้นใจ เพื่อจะได้เขียนผลสำเร็จลงได้ทันทีทำให้เร็วขึ้นมาก

ประการที่ ๑ หากว่า $\frac{๗ก}{๕} = \frac{๔}{๓}$

เอา ๕ คูณได้ $๗ก = \frac{๔ \times ๕}{๓}$
 $\therefore ก = \frac{๔ \times ๕}{๓ \times ๗}$ } (๑)

ประการที่ ๒ หากว่า $\frac{๕}{๓ก} = \frac{๗}{๙}$

$$\left. \begin{aligned} \text{เอา } ๓ \text{ คูณได้ } ๕ &= \frac{๔ \times ๓}{๗} \\ ๕ \times ๗ &= ๔ \times ๓ \text{ คี่} \\ \frac{๕ \times ๗}{๔ \times ๓} &= \text{คี่} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (๒)$$

สังเกตตามผลของ (๑) กับ (๒) ก็ได้ความจริง
พอวาง ลง เป็น บัญญัติ สำหรับ เป็นเครื่อง จำไว้ ต่อไป ได้ ดังนี้

“ แฟกเตอร์ ของ เศษ ข้างหนึ่ง จะยกไป เป็น แฟกเตอร์ ของ
ส่วน อีกข้างหนึ่ง ก็ได้ หรือ แฟกเตอร์ ของ ส่วน ข้างหนึ่ง จะยก
ไป เป็น แฟกเตอร์ ของ เศษ อีกข้าง หนึ่ง ก็ได้ ”

บัญญัติ นี้ จะ ใช้ เป็น ประโยชน์ ได้ อย่าง ยิ่ง บวก ทั้ง ตัวอย่าง
ต่อไป

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่างที่ ๑} \quad & \text{ถ้า } \frac{๓}{๑๔} = \frac{๔}{๓๕} \\ \text{เขียน ลง ได้ทันทีว่า} \quad & ๓ = \frac{๔ \times ๑๔}{๓๕ \times ๓} = ๑ \frac{๑}{๕} \\ \text{ตัวอย่างที่ ๒} \quad & \text{ถ้า } \frac{๓}{๕} = -๕ \\ \text{เขียน ลง ได้ทันทีว่า} \quad & ๓ = \frac{๓}{-๕} = -\frac{๓}{๕} \end{aligned}$$

หมายเหตุ เมื่อผู้เรียนได้ ผักหัก จน เกิดความ ขำนาญ
ขึ้น แล้ว ส่วนจำนวน เลข ควรคิด ผล สำเร็จ เอาในใจ ได้ และ
อาจลด ขึ้น เบิกเตล็ด ออก เสีย บ้าง ทำให้ เร็ว ขึ้น และ การ ที่
ทำ ก็ จะ ค่อย เรียบร้อย ขึ้น ไม่ รุนแรง เป็น เย็น นึก

แบบฝึกหัดที่ ๒๗

จงหาคำของ

$$\begin{array}{ll}
 (๑) \frac{๒}{ค} = \frac{๓}{๔} & (๒) \frac{๓}{๗} = \frac{ค}{๑๔} \quad (๓) \frac{๓}{๕} = \frac{๖}{ค} \\
 (๔) -\frac{ค}{๒} = ๒ & (๕) \frac{ค}{๑๗} = \frac{๒๔}{๕๑} \quad (๖) \frac{๒ค}{๑๕} = \frac{๔๔}{๔๕} \\
 (๗) \frac{๓}{๒ค} = -\frac{๑}{๔} & (๘) -\frac{๔ค}{๓} = -\frac{๑}{๒} \quad (๙) \frac{๕}{๓ค} = \frac{๒๕}{๒๗} \\
 (๑๐) \frac{๕}{๒ค} = -\frac{๑๐}{๓} & (๑๑) \frac{๑๓}{๒๑} = \frac{๖๕ค}{๔๔} \\
 (๑๒) -\frac{๗}{๒} = \frac{๑}{๓ค} & (๑๓) \frac{๓}{๔} = \frac{ค}{๔} \\
 (๑๔) \frac{๔}{๒๑ค} = -\frac{๔}{๗} & (๑๕) \frac{๓๖}{๓๕} = \frac{๔๔}{๕ค} \\
 (๑๖) \frac{๕}{๔} = \frac{๑๕}{๒ค} & (๑๗) \frac{ค}{๑๔} = \frac{๔๔}{๔๓} \\
 (๑๘) \frac{๔}{๓ค} = \frac{๑๖}{๒๗} & (๑๙) \frac{๔๔}{๑๕} = \frac{๗}{๓ค} \\
 (๒๐) \frac{๕๖}{๑๕} = \frac{๔ค}{๓} & (๒๑) \frac{๑๔ค}{๗} = \frac{๕๗}{๔๔}
 \end{array}$$



บทที่ ๙

การใช้อักษรเป็นเครื่องหมายนับ (หรือ คะแนน)

๗๐. โจทย์พีชคณิต หรือโจทย์ซึ่งจะทำทางพีชคณิต
 ก็ได้ ย่อมใช้ตัวอักษรเป็นเครื่องหมายแทนจำนวนที่ต้องการ
 ทราบ เพราะฉะนั้นก็มักจะได้แก่ผู้ที่แรกเรียน เช่น
 กันว่า โจทย์ว่า “จำนวนอะไรมากกว่า ค อยู่ ๓?”

การใช้อักษร เป็นเครื่องหมาย (หรือคะแนน) ๑๑๗

เช่นนี้ฟังยาก แต่ถ้าเปลี่ยนพูดเป็นจำนวนเลขเสียว่า “จำนวนอะไร มากกว่า ๕๐ อยู่ ๖?” เช่นนี้ก็ฟังเข้าใจง่าย และตอบได้ทันทีว่า ๕๖ คือ $๕๐ + ๖$ เมื่อเช่นนี้โจทย์แรกก็ควรตอบได้ทันทีเช่นกัน คือ $๔ + ๖$

ข้อนี้โจทย์ว่า “นับหนึ่ง สอง สาม สี่ ตลอดไป จนถึง ๔ แล้วถามว่า จำนวนต่อ ๔ ไปจนเท่ากับเท่าใด” ก็ก็น่าจะตอบไม่ได้ แต่ถ้าคิดเทียบกับเลข เปลี่ยนคำพูดเป็น “นับหนึ่ง สอง ตลอดไป จนถึง ๑๕ แล้ว จำนวนต่อ ๑๕ ไปนั้นจะเป็นอะไร” ก็ตอบได้ทันทีว่า ๑๖ คือ $๑๕ + ๑$ นั้นเอง ฉะนั้นโจทย์ที่ใช้อักษร แทนจำนวนเลข ก็ตอบได้ว่า คือ $๔ + ๑$ นั้นนี่

๗๑. ตัวอย่างต่อไปนี้จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจดีขึ้น ในขั้นต้นนี้ หากจะต้องคิดเทียบกับตัวเลขด้วยก็ยอม

ตัวอย่างที่ ๑ ๔ มากกว่า ๑๗ อยู่เท่าไร? เขาตัวเลขเข้าเทียบ เช่น ๒๗ มากกว่า ๑๗ เท่าไร ตอบได้ว่า ๑๐

เพราะฉะนั้น ๔ มากกว่า ๑๗ อยู่ $๔ - ๑๗$

ถ้าจะว่าข้าง ๔ น้อยกว่า ๒๗ เท่าใดก็ตอบว่า $๒๗ - ๔$

เพราะว่า ๒๖ น้อยกว่า ๒๗ ทราบได้ว่า $๒๗ - ๒๖$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า ๔๕ นี้แบ่งออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งเป็น ๔ อีกส่วนหนึ่งก็เป็น $๔๕ - ๔$

ตัวอย่างที่ ๓ ถ้า ๕ เป็นแฟกเตอร์หนึ่งของ ๔๕
 แฟกเตอร์อีกตัวหนึ่งก็ต้องเป็น $\frac{๔๕}{๕}$

ตัวอย่างที่ ๔ คนๆหนึ่งเดินชั่วโมงละ ๔ ไมล์ ถ้า
 เดินอยู่ ๓ ชั่วโมง จะเดินได้ไกลเท่าไร?

ใน ๑ ชั่วโมงเดินได้ ๔ ไมล์

ใน ๓ ชั่วโมงเดินได้ ๔ ไมล์ ๓ หน คือ ๔ ๓ ไมล์

ตัวอย่างที่ ๕ ถ้าแบ่งเงิน ๒๐ บาทให้แก่คน ๕ คน
 คนละเท่าๆกัน ก็คงได้คนละ $\frac{๒๐}{๕}$ บาท

ตัวอย่างที่ ๖ ถ้าเขา ๖ หาร ๑๗ ได้ผลลัพธ์ ๒ แล้ว
 เหลือเศษอีก ๕ ก็คงเหลือลงดังนี้ คือ

$$\frac{๑๗}{๖} = ๒ + \frac{๕}{๖}$$

ตามความนี้ ถ้าพวกเป็นอีกขบวนว่า ๓ หาร ๓ ได้ผลลัพธ์
 ๓ แล้วเหลือเศษอีก ๓ ก็คงลงดังนี้ คือ

$$\frac{๓}{๓} = ๓ + \frac{๓}{๓}$$

หรือ $๓ = ๓๓ + ๓$

คือ ๓ หาร ๓ = ๓ หาร $\times$ ผลหาร + เศษ

หากจะบอกให้ว่าตัวหารเป็น ๕ ; ผลหารเป็น ๓ ; เศษ
 เหลือเป็น ๓ ก็หาจำนวนทั้งหารได้ว่าคือ $(๕ \times ๓) + ๓$
 หรือ $๕๓ + ๓$

การใช้อักษร เป็นเครื่องหมายนับ (หรือคะแนน) ๑๒๑

ตัวอย่างที่ ๗ นาย ก. กับ นาย ข. พนันกัน ทุนเดิมของ ก. มีอยู่ ๘ คำตั้ง และทุนเดิมของ ข. มีอยู่ ๗ บาท ข. ได้กำไร ๕ คำตั้ง ทั้งนี้ ก. กับ ข. จะมีเงินอยู่ คนละกี่บาท? ข. ได้เท่าไร ก. เสียเท่านี้

ก. เหลือเงิน ๔ (๘-๔) บาท

ข. คงมีเงิน ๗ + ๕ บาท

แบบฝึกหัดที่ ๒๘

๑. จะเอาเท่าไรมาบวกกับ ๕ จึงจะได้ ๘?

๒. จะเอาอะไรคูณ ๓ จึงจะได้ ๑๕?

๓. ตัวตั้งหารเท่าไร เมื่อเอา ๕ เป็นตัวหาร จึงจะได้ผลหารเป็น ๖?

๔. ๒ ข น้อยกว่า ๓ ค เท่าไร?

๕. ๓ ข มากกว่า ๖ เท่าไร?

๖. ถ้าแบ่ง ๑๐๐ ออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งเท่ากับ ๕๐ ส่วนหนึ่งจะเป็นเท่าไร?

๗. ถ้า ก เป็นแฟกเตอร์ตัวหนึ่งของ ข แฟกเตอร์อีกตัวหนึ่งจะเป็นอะไร?

๘. จำนวนอะไรที่น้อยกว่า ๒๐ อยู่ ๖?

๙. ถ้า ๑๒ ผลราคาสิบสตางค์ ถ้า ๑๒ ผลจะเป็น
ราคาก็สตางค์?

๑๐. ถ้า ๑๒ ผลซื้อได้หกสิบสตางค์ ถ้า ๑๐๐ ผล
จะเป็นราคาก็สตางค์?

๑๑. ถ้าสองจำนวน หนึ่งน้อยกว่ากัน อยู่ ๑๑ จำนวน
น้อยกว่ากัน อีกจำนวนหนึ่ง จะเป็นเท่าไร?

๑๒. ผลบวกของ สองจำนวนเป็น ๓๐ ถ้าจำนวนหนึ่ง
เป็น ๒๐ อีกจำนวนหนึ่งเป็นเท่าไร?

๑๓. ๔๐ มากกว่า ๓๐ เท่าไร?

๑๔. ๓๐ มากกว่า ๑๐ เท่าไร?

๑๕. ใน ๑๐๐ มี ๓๐ อยู่กี่คน ค่าของ ๓๐ จะเป็นเท่าไร?

๑๖. หนังสือเล่มละ ๓ บาท ซื้อ ๔๐ เล่ม จะสิ้น
เงินกี่บาท?

๑๗. อีก ๓ ปี เด็กคนหนึ่ง จะมีอายุได้ ๓๖ ปี ปีนี้
อายุของเด็กนั้นได้เท่าไร?

๑๘. ถ้าอายุของชายคนหนึ่ง เกือบนี้ได้ ๓ ปี อีก ๓ ปี
อายุของเขาจะได้เท่าไร?

๑๙. คน ก คน เกือบศักราชในนาฬิกาหนึ่ง ๕ วัน แล้ว คน
เกือบ เกือบ กี่ วัน จึงจะแล้ว?

๒๐. ๓๐ ต้องมีค่าเท่าไร ๕๐ คือ จะเป็น ๒๐ ?

การใช้อักษร เป็นเครื่องหมาย (หรือ คะแนน) ๑๒๓

๒๑. น้อยหน้ายี่สิบ ผล ต่อ ศ สี่ทางค์ ๑๒๐ ผล จะ
เป็นราคาก็สิ่ง?

๒๒. ถ้าเดินได้ชั่วโมง ละ ๔ ไมล์ เดินกี่ชั่วโมง
จึงจะได้ ศ ไมล์?

๒๓. คนหนึ่งเดินทาง อยู่ ศ ชั่วโมง ๆ ละ ๒ กิโลเมตร
ทั้งนี้ จะเป็นทางที่เดินกี่ กิโลเมตร?

๒๔. ใน ศ วันคนหนึ่งเดินได้ ๒ กิโลเมตร จะนับ
หนทางที่เดินตามรายวัน จะเป็นวันละกี่กิโลเมตร?

๒๕. ถ้าเดินได้ชั่วโมง ละ ๓ กิโลเมตร เดินกี่นาทีกี่
จึงจะตลอดทาง ศ กิโลเมตร?

๒๖. รถไฟเดินชั่วโมง ละ ศ กิโลเมตร เดินกี่ชั่วโมง
จากกรุงเทพ ฯ จึงจะถึงกรุงเก่า ซึ่งไกลจากกรุงเทพ ฯ
๗๐ กิโลเมตร?

๒๗. ถ้า รถไฟเดินชั่วโมง ละ กิโลเมตร ๕ ชั่วโมง จึงถึง
หนทางที่รถไฟเดินนั้น จะไกลเท่าไร?

๒๘. รถไฟคันหนึ่งเดิน ๑๒๐๐ กิโลเมตร ใน ศ ชั่วโมง
รถไฟนี้ จะเดินวันละกี่ กิโลเมตร?

๒๙. เหรียญห้าสตางค์ ๑๐๐ กับเหรียญสิบสตางค์ ๕๐๐
รวมเป็นเงิน กี่บาท?

๓๐. ถ้า จ่ายเงิน ๒๐ บาท สิ้นไป ศ สิ่ง จะเหลือ

เงิน อยู่ อีก กี่ สลึง ?

๓๑. ในถุงหนึ่ง มีเงิน ก บาท กับ ข สลึง จ่ายไป
เสีย ค สตางค์ ที่เหลือ อยู่ คิดเป็น สตางค์ กี่ สตางค์ ?

๓๒. ๒๕ - ๕ มากกว่า ๕ + ๑ เท่าไร ?

๓๓. จะหักออกจาก ก - ๒ ข เท่าไร จึงจะเหลือ ก - ๓ ข ?

๓๔. คน ศ คน เข้า เรือ ไร กัน คน ละ ๓ สลึง ๔ สตางค์
จะ รวม เป็น จำนวน เงิน ที่ เรือ ไร ได้ กี่ สตางค์ ?

๓๕. ถ้า เอา เงิน ใน ถุง ที่มี อยู่ ก ตำลึง กับ ข บาท ใช้
ไป เสีย ค สลึง จะ คง เหลือ เงิน กี่ สลึง ?

๓๖. ถ้า มี น้ำ ตัว หนึ่ง ถัง ข้าว ๘ ลิตร หมก ใน สัปดาห์ หนึ่ง
มี ๕ ตัว จะ ถัง ข้าว เหลือ ๒๐๐๐ ลิตร หมก ใน กี่ สัปดาห์ ?

๓๗. ถ้า ใช้ เงิน สิ้น สัปดาห์ ละ ๕ บาท และ ได้รับ
ผลประโยชน์ ปี ละ ๘ ชั่ง คง เก็บ เงิน ได้ ปี ละ กี่ ชั่ง ? (ปี หนึ่ง
มี ๕๒ สัปดาห์) .

๓๘. ใน ตู้ หนึ่ง มี หนังสือ ภาษา ต่าง ๆ ๑๐๐ เล่ม ที่
เป็น หนังสือ อังกฤษ ๕ เล่ม ฝรั่งเศส ๘ เล่ม และ ไทย ๕ เล่ม
หนังสือ ภาษา อื่น ๆ นอก จาก นี้ มี อีก กี่ เล่ม ?

๓๙. ใน กระเป๋ า เล็ก หนึ่ง มี เงิน ๕ บาท อีก กระเป๋ า หนึ่ง
มี อีก ๘ สลึง กับ อีก กระเป๋ า หนึ่ง มี อีก ๕ สตางค์ ถ้า หาก

การใช้อักษร เป็นเครื่องหมาย (หรือ นัยยะแทน) ๑๒๕
 ใช้ไปเสีย สิ่งหนึ่ง จะเหลือ สี่ตัวก็ สี่ตัว?

๔๐. นักเรียนชั้นหนึ่งมี ศ คน ที่อายุเกินเขตคมี
 ม คน แต่ที่อายุยัง อยู่ภายในเขตคมี ศ คน อยากทราบว่า
 เด็ก อายุ ภายในเขตคจะ มากกว่า เด็ก อายุ เกินเขตคกี่ คน?

๗/๒๒. ใน คอนนี้ จะเพิ่มตัว อย่าง ต่างๆ ที่ยาก ขึ้นกว่า
 เก่า กับ ทั้งวิธี ทำ สำเร็จ ด้วยไว้ ให้เป็น ที่ สังเกต

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้าอีก ศ ปี อายุ ของ บิคา จะได้ ม เท่า
 ของ อายุ บุตร ซึ่ง เกือบ นี้ มี อายุ ได้ ม ปี แล้ว อายุ ของ บิคา
 เกือบ นี้ ได้ เท่าไร?

อีก ศ ปี อายุ ของ บุตร จะได้ $m + c$ ปี
 ,, ,, ,, ,, บิคา ,, ,, $m (m + c)$,,
 ,, ,, ,, ,, อายุ ของ บิคา เกือบ นี้ พึง ได้ $m (m + c) - c$,,

ตัวอย่างที่ ๒ จง คิคทอก เบี้ย จาก เงิน ข บาท ใน ๑ ปี
 คิคทอก ร้อย ละ ร (คือ ร เปอร์เซนต์)

ทอก เบี้ย จาก ๑๐๐ บาท ใน ๑ ปี เป็น เงิน ร บาท
 ,, ,, ๑ บาท ,, $\frac{r}{100}$,,
 ,, ,, ๒ บาท ,, $\frac{2r}{100}$,,
 ,, ,, ๓ บาท ใน ๑ ปี เป็น เงิน $\frac{3r}{100}$,,

ตัวอย่างที่ ๓ มีห้อง ๆ หนึ่งยาว x เมตร กว้าง y เกซิเมตร สูง g เกซิเมตร จะปูพรมพื้นให้เต็ม และปิดกระดาน ฝาผนังให้เต็ม จะสิ้นพรมและกระดานกี่เมตร ตารางเหลื่อม?

(๑) พื้นห้องคิดเป็น ๑๐ ศย เกซิเมตร ตารางเหลื่อม
 $\therefore$ พรมปูเต็มพื้นที่ต้องการ $\frac{๑๐ \text{ ศย}}{๑๐๐}$ หรือ $\frac{\text{ศย}}{๑๐}$ เมตร
 ตารางเหลื่อม

(๒) วกดินฝาโดยรอบ ๔ ด้านได้ $๒(๑๐ \text{ ศ} + y)$ เกซิเมตร
 $\therefore$ เนื้อฝาผนังทั้งหมด $= ๒g(๑๐ \text{ ศ} + y)$ เกซิเมตร ตาราง
 เหลื่อม

$\therefore$ สิ้นกระดานปิด $= \frac{๒g(๑๐ \text{ ศ} + y)}{๑๐๐}$ เมตร ตารางเหลื่อม
 $= \frac{g(๑๐ \text{ ศ} + y)}{๕๐}$ เมตร ตารางเหลื่อม

ตัวอย่างที่ ๔ เลขจำนวนหนึ่งมี ๓ ตัว ตัวเลขเหล่านี้
 เท่ากับ g, x, c ตั้งเรียงกันแต่ g ไป จำนวนเลขนี้เท่าใด?

g เป็นหน่วย x เป็นสิบ c เป็นร้อย

$\therefore$ เลขจำนวนนี้ $= g$ ร้อย, x สิบ, c หน่วย

$\therefore$ $= ๑๐๐g + ๑๐x + c$

ตัวอย่างที่ ๕ มีจำนวน ๓ จำนวนที่เป็นนำเซอร์เรียง
 กันไป, n เป็นจำนวนน้อยที่สุด (๑) พหุผลบวก (๒) พหุ
 ผลคูณ ของจำนวนทั้งสามนี้

การใช้อักษรเป็นเครื่องหมาย (หรือคะแนน) ๑๒๖

เมื่อเขียนจำนวนเรียงกัน จำนวนที่^๒_๓ ก็คือ $n+1$ กับ $n+2$

$$\therefore \text{ผลบวกของ } ๓ \text{ จำนวน} = n + (n+1) + (n+2) \\ = ๓n+๓$$

$$\text{และผลคูณของ } ๓ \text{ จำนวน} = n(n+1)(n+2)$$

หมายเหตุ จำนวนคู่ทุกจำนวนเขียนเป็น ๒น ได้ (ถ้า
เป็นจำนวนเต็มใด ๆ) เพราะว่า ๒น นี้จะเอา ๒หาร ได้ลงตัวเสมอ
ถึง n จะเป็นจำนวนคี่ ๒น ก็ต้องเป็นจำนวนคู่ เมื่อความจริง
เป็นเช่นนี้ จำนวนคี่ใด ๆ ก็เขียนลงเป็น $(๒น+๑)$ ได้
เพราะ $(๒น+๑)$ นี้ เมื่อเอา ๒หาร อย่างไร ๆ ก็ลงตัวไม่ได้

ตัวอย่างที่ ๖ ถ้าเด็ก ค คนโตหา ก ไร่ ข วันจึงแล้ว
ผู้ใหญ่ ก คน จะโตหา ข ไร่ ก็วันจึงจะแล้ว? ผู้ใหญ่คน
หนึ่งทำการได้เท่ากับเด็ก n คน

เด็ก	ค คน	โตหา	ก ไร่แล้วใน	ข	วัน
,,	๑ คน	,,	,,	๑ ค	วัน
เด็ก	น คน	หรือผู้ใหญ่ ๑ คน	โตหา ก ไร่แล้วใน	$\frac{๑ค}{น}$	วัน
ผู้ใหญ่	ก คน	,,	,,	$\frac{๑ค}{กน}$	วัน
ผู้ใหญ่	ก คน	,,	๑ ,,	$\frac{๑ค}{ก-น}$	วัน
ผู้ใหญ่	ก คน	,,	๑ ,,	$\frac{๑ค}{ก-น}$	วัน

แบบฝึกหัดที่ ๒๙

๑. ให้เขียนจำนวนเป็นหน้าเบอร์เรียงกันสี่จำนวน ๔ (จำนวน

ต้น) เป็นจำนวนน้อยที่สุด

๒. จงเขียนจำนวนนำเบอร์เรียงกันสามจำนวน ให้นับเป็นจำนวนมากที่สุด

๓. เขียนจำนวนนำเบอร์เรียงกันห้าจำนวน ใต้ ๕ เป็นจำนวนกลาง

๔. จำนวนคู่ที่ต่อ ๒ น ไปนั้นคือจำนวนอะไร?

๕. จำนวนคู่ที่อยู่ก่อนหน้า ๒ น + ๑ นั้นคือจำนวนอะไร?

๖. จงหาผลบวกของจำนวนคู่สามจำนวนที่เป็นนำเบอร์เรียงกันไป ๒ น + ๑ เป็นจำนวนกลาง

๗. ชายคนหนึ่งเที่ยวไปเป็นหนทางไกล ๕ กิโลเมตร, ไปรถม้า ๓ กิโลเมตร ขึ้นรถไฟ ๒ กิโลเมตร แล้วต่อขึ้นไปเรือ ทั้งนี้จะคิดเป็นทางที่ไปเรือกี่กิโลเมตร?

๘. ในสัปดาห์หนึ่ง ม้าตัวหนึ่ง กินข้าวสาลี ๓ ลิตร และลาตัวหนึ่ง กินสาลี ๕ ลิตร ทั้งม้าทั้งลา กินอยู่ ๗ สัปดาห์ จะสิ้นข้าวสาลีกี่ลิตร?

๙. ชายคนหนึ่งห้าปีมาแล้วมีอายุได้ ๕ ปี อีก ๗ ปีอายุเขาจะได้เท่าไร?

๑๐. เด็กคนหนึ่งอายุได้ ๕ ขวบ อีก ๕ ปีก็จะมีอายุได้ครึ่งหนึ่งของอายุบิดา ถ้าถึงนั้นบิดาอายุได้เท่าไร?

การใช้อักษร เป็นเครื่องหมาย (หรือคะแนน) ๑๒๙

๑๑. ชายคนหนึ่งมีปีมาแล้ว มีอายุ m เท่าของบุตร
คนหนึ่ง ซึ่งเมื่อครั้งมีปีมาแล้ว อายุได้ k ขวบ เกือบนี้ชาย
มีอายุได้เท่าไร?

๑๒. อายุของ นาย (ก) เท่า อายุของนาย (ข). สองเท่า
อายุ นาย (ข) เท่า อายุ นาย (ค). สามเท่า อายุของ นาย (ค)
ได้ k ขวบ จงหา อายุของ นาย (ก).

๑๓. ดอกเบี้ย จากต้นเงิน ๑,๐๐๐ บาท ใน x ปี คิด
ดอกเบี้ย ละ k บาท จะเป็นเงินเท่าไร?

๑๔. ดอกเบี้ย จากต้นเงิน k บาท ใน n ปี คิด ดอก
เบี้ย ละ x % จะเป็นเงินเท่าไร?

๑๕. ดอกเบี้ย จาก ๕๐ n บาท ใน n ปี คิด n %
จะเป็นเงินเท่าไร?

๑๖. ดอกเบี้ย จากเงิน ๒๔ ศ. บาท ใน k เดือน คิดปีละ
 x % จะเป็นเงินเท่าไร?

๑๗. ห้อง ๆ หนึ่ง ยาว k เมตร กว้าง m เมตร
จงหา พื้นที่เป็นเมตร ตาราง เหลี่ยม.

๑๘. ห้อง สี่ เหลี่ยม ห้องหนึ่ง วัดได้ k ฟุต ทุก ๆ ด้าน จง
หา ปริมาตร ที่สถา ตาราง เหลี่ยม จัง จะ ได้? (๑ หลา = ๓ ฟุต)

๑๙. ห้อง ๆ หนึ่ง ยาว m ฟุต กว้าง k หลา พรม

กว้าง ๒ ฟุต ข้อ ก หมายความว่า จะปูเต็มพื้นที่?

๒๐. ห้องยาว ก หลา กว้าง ข ฟุตปูพรมเต็ม พรม
นี้ กว้าง หลา ยาว หลา เบ็นราคา ค บาท กนี้ จะ สิ้นเงินค่า
พรมกี่ ตำลึง?

๒๑. จะปูห้องยาว ๘ ฟุต กว้าง ๓ ฟุต ด้วยพรม
กว้าง ๔ นิ้ว จะสิ้นพรมกี่ หลา? (๑ ฟุต = ๑๒ นิ้ว)

๒๒. ห้องสี่เหลี่ยมยาว ก หลา กว้าง ข หลา กลาง
ห้อง มีพรม ค ฟุตตารางเคลือบปูอยู่ ถามว่า พื้นของห้อง
นี้ ยังว่าง อยู่อีก กี่ หลา ตารางเคลือบ?

๒๓. ถ้าขาย แดง เกินได้ ก ไมล์ ใน ๔ ชั่วโมง แม้
จะ ให้เดินเพียง ๔๕ นาที จะไป ได้ กี่ ไมล์?

๒๔. ถ้าเดินได้ ๒๐ กิโลเมตร ใน ๓ ชั่วโมง แม้จะ
เดินแค่ ๒ กิโลเมตร จะ สิ้นเวลาเท่าไร?

๒๕. รถไฟเดินได้ ก กิโลเมตร ใน ๒ ชั่วโมง เมื่อ
เดินไปได้แล้ว ๖๐ กิโลเมตร จะเป็น หินทาง กี่ เมตร?

๒๖. รถไฟคันหนึ่งเดินวินาทีละ ๔ เมตร ใน ชั่วโมง
หนึ่ง จะเดินได้ หินทาง กี่ กิโลเมตร?

๒๗. ใน วันหนึ่ง คน ๆ หนึ่ง เก็บข้าวได้ ๘ เมตร ตาราง
เคลือบ ถ้าคน ๔ คน จะเก็บข้าวได้ หินท ๘ เมตร ตารางเคลือบ
จะ สิ้นวัน กี่ วัน?

การใช้ อักษร เป็นเครื่องหมาย (หรือ คะแนน) ๑๓๑

๒๘. คนที่คนจึง จะทำการใน ศ ชั่วโมงได้เท่ากับ ที่คน
ย คนทำได้ใน ศส ชั่วโมง?

๒๙. ถ้าเงินต้น ๑,๐๐๐ บาท ใน ร ปีได้ดอกเบี้ย
ย บาท จะเป็นคิดดอกเบี้ยร้อยละเท่าไร?

๓๐. ให้เขากู้เงินไป ก บาทคิดดอกเบี้ยร้อยละ ร ถ้า
จะได้ได้ดอกเบี้ย พ บาท จะต้องให้เขากู้กี่ปี?

๗๓. ในตัวอย่างที่ ๖ ของข้อ ๗๑ ได้เห็นแล้ว
ว่าถ้า ก เป็นตัวตั้ง ห เป็นตัวหาร ล เป็นผลลัพธ์ ศ เป็น
เศษแล้ว

$$\frac{ก}{ห} = ล + \frac{ศ}{ห}$$

เช่นนี้เรียกว่าเกณฑ์ และย่อมเป็น สิ่งสำคัญที่มีที่ใช้
มากในวิธีพีชคณิต และคำนวณวิธีสาขาอื่นๆ ด้วยเป็นเครื่อง
สำเร็จสำหรับคิดได้โดย รวดเร็วย่างกาย

เกณฑ์ ในวิชานี้หมายความว่า ความเกี่ยวข้องกัน
ในระหว่างจำนวนหลายจำนวน ซึ่งได้ตั้งไว้โดยได้ตรวจเหตุ
ผลพิสูจน์เห็นถูกต้องแล้ว จำนวนเหล่านี้จำนวนใดจำนวนหนึ่ง
จะสมมติเป็นจำนวนที่ยังไม่ทราบก็ได้

วิชาพีชคณิตมีประโยชน์มาก สามารถที่จะคำนวณ
ได้อย่างละเอียดลึกซึ้งตามวิธีที่จะได้เรียนต่อไป ก็เพราะด้วย

เกณฑ์สำคัญ ๆ ต่าง ๆ ที่จะได้พิสูจน์และวางไว้เป็นหลัก เมื่อ
ได้เวียนมากชั้นแล้ว จะไม่มีความสงสัยในข้อนี้เลย ใน
ขั้นนี้ จะขอยก ตัวอย่างเกณฑ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในวิทยาทั้งปวง อัน
พอจะแลเห็นได้ง่าย ๆ มาเป็นอุทาหรณ์ เพื่อให้เกิดศรัทธา
ในความสำคัญของเกณฑ์ชั้นข้าง

๗๔. ตัวอย่างที่ ๑ ถ้าให้ว่า จะหาอะไรหาร ๙๖ ได้
ได้ลงตัว ๕ และเหลือเศษ ๑๑ ตามเกณฑ์ข้างบน ก็ตั้งลงได้ดังนี้

$$\frac{๙๖}{๕} = ๑๙ \frac{๑๑}{๕}$$

และคิดได้ $๕ = ๑๙$ ซึ่งเป็น ตัวหาร ที่ชอบ

ตัวอย่างที่ ๒ เกณฑ์เสนาและเหลื่อมมลูกษาศัก

(๑) ถ้ารูปสามเหลี่ยมมีฐานวัดได้ ๑ และมีเส้น
ตั้ง (คือวัดจากมุมยอดมาตั้งฉากกับฐาน) วัดได้ ๒ เนื้อ
ที่คือ ๒ ก็หาได้ตามเกณฑ์นี้

$$๒ = \frac{๑}{๒} \times ๑$$

(๒) ถ้ารูปกรวยสูง ๓ พื้นล่างวัดได้ ๑ (พ. มี
กำลัง เพราะ ๑ ตั้งวัดตามมาตราตารางเหลื่อม) เนื้อที่ของ
รูปนี้ทั้งหมดคือ ๒ ก็คิดได้ตามเกณฑ์นี้

$$๒ = \frac{๑}{๓} \times ๑ \times ๓$$

อุทาหรณ์ของ ข้อ ๒ มีโทษเช่น ปริมาตรในประเทศ

อียิปต์เป็นรูปสี่เหลี่ยม วัดที่ฐานใต้กำแพง ๗๖๔ ฟุต
ส่วนสูง ๔๘๐ ฟุต จะเป็นเนื้อดินที่ใช้ก่อนนั้นกี่ฟุตเหลี่ยม
ลูกบาศก์?

$$\begin{aligned}\text{เทียบตามเกณฑ์ } n &= \frac{1}{3} \times (๗๖๔)^2 \times ๔๘๐ \\ &= ๑๖๐ \times ๗๖๔ \times ๗๖๔ \\ &= ๘๓,๓๘๑,๓๖๐ \text{ ฟุตเหลี่ยม} \\ &\text{ลูกบาศก์.}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๓ เกณฑ์เมแกนิคส์ $t = gw$. t คือทาง
ยาว g คือกำลังของสิ่งที่แล่นบนทางนั้น w คือเวลาที่
แล่นตลอดทาง t

เช่นโยทว่า รถไฟมีกำลังแล่นไปได้วินาทีละ ๗๕ ฟุต
ถ้าวินาทีจึงจะแล่นไปได้ตลอดทาง ๘๐๐ ฟุต?

$$๘๐๐ = ๗๕ w$$

$$w = \frac{๘๐๐}{๗๕}$$

$$= ๑๐ \text{ วินาที}$$

เกณฑ์เหล่านี้ไม่จำเป็นจะต้องอธิบายเหตุผลว่าถึงเช่น
อย่างไร ด้วยเป็นการนอกหน้าที่ ชักมาไว้เพื่อให้เห็นความ
สำคัญของการอาศัยเกณฑ์เป็นหลักจำในการคำนวณต่าง ๆ
เท่านั้น

บทที่ ๑๐

โจทย์อีเควชัน ชั้นเดียว

๗๕. สิ่งที่ได้เขียน มาแล้วในบทก่อนนั้น บัดนี้ จะ
ใช้ให้เขียน ประโยชน์ในการ คิดโจทย์ต่อไป การ คิดโจทย์
อีเควชันนี้ จำนวนที่ไม่ทราบควรกำหนดให้ x แทนเสมอ
แล้วคิดเทียบตามรูปโจทย์วางลงเป็นอีเควชัน ดังตัวอย่างต่อไป

ตัวอย่างที่ ๑ ให้หาจำนวน x จำนวน ซึ่งเมื่อผล
บวกเป็น ๒๘ และมีผลลบเป็น ๔

สมมติให้ x เป็นจำนวนน้อย

$x + ๔$ ก็ต้องเป็นจำนวน มาก

ผลบวกคือ $x + (x + ๔) = ๒๘$

$$๒x = ๒๔$$

$$\therefore x = ๑๒$$

$$\text{และ } x + ๔ = ๑๖$$

ตอบ เลข สองจำนวนนี้คือ ๑๒ กับ ๑๖

ตัวอย่างที่ ๒ มีเลขจำนวนเรียงกัน อยู่สาม จำนวน
เลข สามจำนวนนี้ถ้าบวกกันเข้าได้ ๕๗ จงหาจำนวนเลข
ทั้งสามนี้

ให้ x เป็นจำนวนตัว

จำนวนถัดไปจึงเป็น $k+1$

และอีกจำนวนหนึ่งจึงเป็น $(k+1)+1$ คือ $k+2$

เพราะฉะนั้น $k+(k+1)+(k+2) = ๕๗$

คือ $3k+3 = ๕๗$

$$3k = ๕๔$$

$$\therefore k = ๑๘$$

ตอบ เลขสามจำนวนคือ ๑๘, ๑๙, ๒๐

ตัวอย่างที่ ๓ จงแบ่ง ๖๐ ออกเป็นสองส่วน ให้
ส่วนมากทย ๓ เท่าได้มากกว่า ๑๐๐ เท่ากับที่ส่วนน้อย
ทย ๘ เท่าแล้วยังน้อยกว่า ๒๐๐ อยู่

ให้ x เป็นส่วนมาก

$\therefore 60-x$ เป็นส่วนน้อย

ส่วนมากทย ๓ เท่าได้ ๓ x

และ ๓ x มากกว่าร้อยละ ๑๐๐ เท่านี้ :— $3x-100$

ส่วนน้อย ทยแปดเท่าได้ ๘ $(60-x)$

และยังน้อยกว่า ๒๐๐ อยู่เท่านี้ :— $200-8(60-x)$

สองฐานนี้เท่ากัน จึงได้ข้อเควซันดังนี้

$$3x-100 = 200-8(60-x)$$

$$3x-100 = 200-480+8x$$

$$๔๘๐ - ๑๐๐ - ๒๐๐ = ๘๕ - ๓๕$$

$$๕๕ = ๑๘๐$$

$$\therefore ๕๕ = ๓๖ \quad \text{เป็นจำนวนมาก}$$

$$๖๐ - ๕๕ = ๕ \quad \text{เป็นจำนวนน้อย}$$

ตอบ จำนวนมาก ๓๖ จำนวนน้อย ๒๔

ตัวอย่างที่ ๔ หญิงคนหนึ่งซื้อเบ็ดไก่เป็นเงิน ๖๗ บาท
๒ สลึง ราคาไก่ตัวละ ๓ สลึง เบ็ดตัวละ ๒ สลึง
รวมเบ็ดและไก่ที่ซื้อมา ๑๐๕ ตัว จะเป็นเบ็ดกี่ตัว ไก่กี่ตัว?

ให้ ๕ เป็นจำนวนเบ็ด ๑๐๕ - ๕ ก็เป็นจำนวนไก่
เบ็ดตัวละ ๒ สลึง รวมราคาเบ็ดเป็นเงิน ๒๕ สลึง
ไก่ตัวละ ๓ สลึง รวมราคาไก่เป็นเงิน ๓ (๑๐๕ - ๕) สลึง
รวมเงินที่จ่ายทั้งหมดจึงสิ้น ๒๕ + ๓ (๑๐๕ - ๕) สลึง
และ จ่ายไปเป็นเงิน ๖๗ บาท ๒ สลึง คือ ๒๗๐ สลึง
เพราะฉะนั้น ๒๕ + ๓ (๑๐๕ - ๕) = ๒๗๐

$$๒๕ + ๓๑๕ - ๓๕ = ๒๗๐$$

$$๒๕ - ๓๕ = ๒๗๐ - ๓๑๕$$

$$- ๕ = - ๔๕$$

$$\therefore ๕ = ๔๕ \quad \text{คือจำนวนเบ็ด}$$

และ ๑๐๕ - ๕ = ๑๐๐ คือจำนวนไก่

ตอบ เบ็ด ๔๕ ตัว ไก่ ๑๐๐ ตัว

โจทย์ข้อที่ ๕

๑๓๗

ตัวอย่างที่ ๕ นาย ก. เกือบมีอายุได้สองเท่า อายุของ

นาย ข. เมื่อสิบปีมาแล้ว อายุ นาย ก. ได้สี่เท่า อายุของ

นาย ข. เกือบมีอายุ ก. และนาย ข. อายุได้เท่าไร?

สมมุติให้ นาย ข. มีอายุได้ x ปี $2x$ ปี จึงเป็นอายุ
ของ นาย ก.

สิบปีมาแล้ว อายุของนาย ข. ได้ $x - 10$

และอายุของนาย ก. ได้ $2x - 40$

ในโจทย์กล่าวว่า $2x - 10 = 4(x - 10)$

$$2x - 10 = 4x - 40$$

$$2x - 4x = -40 + 10$$

$$-2x = -30$$

$$\therefore x = 15$$

ตอบ นาย ข. มีอายุได้ ๑๕ ปี และนาย ก. มีอายุได้ ๓๐ ปี

หมายเหตุ ในตัวอย่างข้างต้นนี้ x แทนจำนวนต่างๆ

คือจำนวน เลข ๑๘, ๓๖, จำนวนเปิด, จำนวนปี ให้ผู้เรียน

สังเกตไว้ และเมื่อทำโจทย์อย่าใช้คำเลื่อนลอย เช่นว่า "สมมุติ

ให้ x เป็น เปิด หรือให้ x เป็นอายุของ ก ฯลฯ" เป็น

อันขาด ต้องใช้คำให้แน่ลงไปว่า ให้ x แทนจำนวนนั้น

จำนวนนี้

แบบฝึกหัดที่ ๓๐

๑. จำนวนหนึ่ง มากกว่า อีกจำนวนหนึ่ง อยู่ ๕ และผลบวกของจำนวนทั้ง ๒ นี้เป็น ๒๙ จงหาจำนวนทั้งสองนี้

๒. จำนวนสองจำนวนมากกว่ากัน ๘ ถ้าเอา ๒ บวกเข้าข้างจำนวนมาก ก็จะได้เท่ากับจำนวนน้อยทบสามคน จงหาจำนวนทั้งสองนี้

๓. จงหาเลขจำนวนหนึ่ง ซึ่ง มากกว่า ๕๐ แต่ น้อยกว่า ๘๙ จำนวนนี้น้อยกว่า ๘๙ เท่าไร ถ้าเอามาบวกเข้ากับ ๑๑ ผลบวกก็จะเท่ากับที่มากกว่า ๕๐ เท่านี้

๔. ชายคนหนึ่งเดินบนทางไกล ๑๐ ไมล์ แล้วขึ้นรถไฟต่อไปอีก ภายหลังเขาลงจากรถไฟเสียขึ้นรถม้าต่อไปบนถนนทางสองเท่าของที่ไปรถไฟ รวมระยะทางทั้งหมดที่เขาไปนั้น คิดได้ ๗๐ ไมล์ ถามว่า จะเป็นถนนทางที่ไปรถไฟกี่ไมล์?

๕. เลขสองจำนวน ถ้าบวกกันเข้าจะได้ ๕๘ ถ้าลบกัน จะเหลือ ๒๘ เลขสองจำนวนนี้คืออะไร?

๖. ถ้าเอา ๒๘๘ บวกเข้า กับจำนวนๆ หนึ่ง ก็จะได้ผลลัพธ์เท่ากับ สามเท่า ของที่จำนวนนั้น มากกว่า ๑๒ จงหาจำนวนนั้น

๗. จำนวน ๆ หนึ่งทยกันสี่สิบ สามคนแล้วยังมากกว่า ๑๔
อยู่เท่าไร ๑๖ ก็มากกว่า จำนวน หนึ่ง ทยเจ็ดคนเท่า หนึ่ง
หาจำนวนนี้

๘. เงิน ๑๐๕ ออกเป็น สอง ส่วน ให้ ส่วน หนึ่ง
เมื่อเอาออกเสียแล้ว ๒๐ ยังคงเท่ากับอีก ส่วน หนึ่ง เมื่อ
เอาออกเสียเพียง ๑๕

๙. เงินจำนวนเรียงกัน สามจำนวน ซึ่งบวกเข้า
ด้วยกันเป็น ๘๔

๑๐. จำนวนสองจำนวนมีผลบวกเป็น ๘ แต่จำนวน
หนึ่งเมื่อเอา ๒๒ มาบวก จะได้ ๕ เท่าของอีก จำนวนหนึ่ง
พอดี เงินหาเลข สองจำนวนนี้

๑๑. เลขสองจำนวน มีค่าน้อยกว่า กันอยู่ ๑๐ ถ้าบวก
กันเข้า ก็จะได้เท่ากับ สองเท่า ของที่ น้อยกว่า กัน เงิน
หาเลข สองจำนวนนี้

๑๒. นาย ก. กับนาย ข. เล่นการพนันกัน ต่างคน
ต่างมีทุนคนละ ๒๐ บาท ภายหลังนาย ก. มีเงินสองเท่า
ของนาย ข. ทั้งนี้ นาย ก. จะได้เท่าไร?

๑๓. เงินหาเลขจำนวนหนึ่ง ซึ่งถ้าเอา ๕, ๑๕, ๓๕,
บวกเข้าที่ละคราว ผลคูณ ของคราวที่หนึ่ง กับ คราวที่สามนี้

๑๔๐

พีชคณิตภาคที่ ๓

บวกกัน จะเท่า กับ คราวที่ สอง กำลัง สอง

๑๔. กำลังสอง ของเลขสอง จำนวน เวียงกัน มากน้อย
กว่า กัน อยู่ ๑๒๑ จง หา จำนวน ทั้ง สอง นี้

๑๕. เลขสอง จำนวน มาก น้อย กว่า กัน อยู่ ๓ และ
กำลังสองของ ทั้ง สอง จำนวน มาก กว่า กัน อยู่ ๒๗ จง หา
เลขสอง จำนวน นั้น

๑๖. จง แบ่งเงิน ๓๘๐ บาท ให้ นาย ก. นาย ข. กับ
นาย ค. นาย ข. ให้ได้มากกว่านาย ก. ๓๐ บาท และ
นาย ค. ให้ได้มากกว่านาย ข. ๒๐ บาท

๑๗. เหยียญสิบ สี่ทางคี่ กับเงินสี่ถึงแปดอันอยู่ในถุงๆ หึ่ง
รวม ๑๐๐ เหยียญคี่เป็นราคาเงิน ๑๖ บาท ใน ถุงนั้นจะมีเหยียญ
สี่ถึงและเหยียญ สิบ สี่ทางคี่ อย่าง ละกี่ เหยียญ?

๑๘. ผ้าไหม ราคาแพง หก เท่า ของ ราคาผ้า ลินิน ได้
ซื้อผ้าไหม ๒๓ หลา กับผ้า ลินิน ๕๐ หลา สิ้นเงิน ๑๘๘ บาท
จง คิดดู ว่า ผ้า สอง ชนิด นี้ ราคา หลา ละ เท่าไร ?

๑๙. บิศา อายุได้สี่เท่า ของ อายุ บุตร อีก ๒๔ ปี ช้าง
หน้า บิศา จะมีอายุ เป็นสองเท่า ของ อายุ บุตร เทียบกับ บิศา อายุ
ได้เท่าไร ? อายุ บุตร ได้เท่าไร ?

๒๐. นาย ก. แก่กว่านาย ข. ๒๕ ปี นาย ก. แก่กว่า

โทษอีเควซัน ซัน เกียว

๑๔๑

คนอายุสี่สิบเท่าไร นาย ข. ก็ชื่อนกว่าคนอายุแปดสิบห้าเท่านี้
จงหาอายุของนาย ก. กับนาย ข.

๒๑. อายุของนาย ก. ได้หกเท่าอายุของนาย ข. อีก ๑๕ ปีข้างหน้า นาย ก. จะมีอายุแค่เพียงสามเท่าอายุของนาย ข.
จงหาอายุของคนทั้งสองนี้

๒๒. จ่ายเงินไป ๔ คำสั่ง ๑ บาท ๖๐ สตางค์ เป็นเหรียญบาทบ้าง เหรียญสลึงบ้าง เหรียญสิบสตางค์บ้าง จำนวนเหรียญสลึงมีอยู่ที่เท่าของจำนวนเหรียญบาท และสองเท่าของจำนวนเหรียญสิบสตางค์ ทั้งนี้ จะเป็นเหรียญอย่างไรเท่าไร ?

๒๓. อายุของ ก. และ ข. รวมกันเป็น ๓๐ อีกห้าปี ก. จะมีอายุได้ สามเท่าของอายุ ข. จงหาอายุของคนทั้งสองนี้

๒๔. เงินในถุงมีอยู่ ๑๓๘ บาท จ่ายไปเสียบ้าง ให้เขายืมไปเสียบ้าง ที่เหลืออยู่เป็นจำนวนเงินมากกว่าสิบสองเท่าของที่ให้เขายืมไปอีกสามบาท และเงินที่เขา ยืมไปนั้นสองเท่าของเงินที่จ่ายไปพอดี ทั้งนี้ จะเป็นเงินเหลือเท่าไร ? เงินให้เขายืมเท่าไร ? เงินจ่ายเท่าไร ?

๒๕. ห้อง ๆ หนึ่ง กว้างยาว ๆ กว่าคานกว้าง ๓ ฟุต ถ้าคาน ๆ ยาวออกไปอีก ๓ ฟุต และคานกว้างสั้นเข้าอีก ๒ ฟุต พื้นที่ก็ จะคงเท่าเดิม จงหา กว้างยาวของห้องนี้

๒๖. ห้องหนึ่งด้านยาวๆ กว่าด้านกว้าง ๘ ฟุต ถ้า
 ต่อกว้างออกอีก ๒ ฟุต และให้กว้างเข้าอีก ๒ ฟุต จะ
 ได้พื้นที่มากขึ้นอีก ๖๐ ฟุตตารางเส้นยอม จงหาด้านยาว
 และด้านกว้างตามเดิมของห้องนี้

บทที่ ๑๑

วิธีหาผลคูณร่วมที่น้อยที่สุด และตัวหารร่วม
 (หรือแฟกเตอร์) ที่มากที่สุด ของเทอมเดียว

ก. ตัวหารร่วมที่มากที่สุด

๗๖. ความจำกัด “ตัวหารร่วมที่มากที่สุด ของ
 เทอมแต่สองเทอมขึ้นไป คือเทอมที่เข้าอย่างมากที่สุด
 ที่จะหารเทอมเหล่านั้นให้ลงตัวได้”

คำว่า ตัวหารร่วมที่มากที่สุดนี้ ท่านเคยใช้อักษรย่อ
 ว่า ห.ร.ม.

๗๗. การหา ห.ร.ม. ของเทอมเดี่ยวนี้ อาจตรวจดู
 และเขียนลงใต้ทันที เช่น ห.ร.ม. ของ ก, ก, ก, ก.
 ก็คือ ก เพราะถ้าจะเลือกกำลัง ก ที่สูงกว่นี้ ก็จะ
 หาร ก ไม่ลงตัวไม่ได้

เมื่อเทอมที่จะหา ห.ร.ม. มีตัวอักษรซ้อนกันหลายตัว ก็

ตัวหาร รวบรวมมากที่สุด

๑๔๓

เลือก ตัวรวบ รวบรวม ที่ ละ ตัว ๆ ไป ตามแบบข้างบนนี้

ตัวอย่าง ห.ร.ม. ของ กข^๕, กข^๓ค, กข^๒ค, ได้

กข^๕ (ค หาค่าเป็นแฟกเตอร์ร่วมทั้ง ๓ เทอมไม่จึงใช้ไม่ได้)

จะชี้ให้เห็นได้ว่า กข^๕ หาค่าเทอมทั้ง ๓ นั้น ลงตัวได้อย่างไร

$$\frac{\text{กข}^5}{\text{กข}} = \frac{\text{ก ก ก ก ข ข ข ข ข}}{\text{ก ข ข ข ข ข}} = \text{ก}$$

$$\frac{\text{กข}^3\text{ค}}{\text{กข}} = \frac{\text{ก ข ข ข ข ข ข ค ค ค}}{\text{ก ข ข ข ข ข}} = \text{ข ค}$$

$$\frac{\text{กข}^2\text{ค}}{\text{กข}} = \frac{\text{ก ก ข ข ข ข ข ข ข ข ค ค}}{\text{ก ข ข ข ข ข}} = \text{ก ข ค}$$

๗๘. ถ้าเทอมที่ระหว. ห.ร.ม. มีโคเอฟฟิเชียนต์เลขอยู่

ด้วย ให้หา ห.ร.ม. ส่วนตัวเลขนั้นๆ ก่อน แล้วเขามา

เป็นโคเอฟฟิเชียนต์ของอักษรที่เป็น ห.ร.ม. ต่อไป

ตัวอย่าง ห.ร.ม. ของ ๒๑ ก^๒ค^๓, ๓๕ ก^๓ค^๒

๒๘ ก^๒ค^๒ ได้ ๗ ก^๒ค^๒

แบบฝึกหัดที่ ๓๑

(ให้หา ห.ร.ม. ของ)

(๑) ๔ ก^๒, ๒ ก^๓.

(๒) ๓ ก^๒ค^๓, ค^๒.

- (๓) ๖ ศัณ្ច, ๘ ศัณ្ច. (๔) ๑๑ ศัณ្ច, ๑๒ ศัณ្ច.
 (๕) ๕ ศัณ្ច, ๑๕ ศัณ្ច. (๖) ๑๔ ศัณ្ច, ๑๒ ศัณ្ច.
 (๗) ๔ ศัณ្ច, ๖ ศัณ្ច. (๘) ๗ ศัณ្ច, ๑๔ ศัณ្ច.
 (๙) ๑๕ ศัณ្ច, ๑๒ ศัณ្ច.
 (๑๐) ๘ ศัณ្ច, ๖ ศัณ្ច, ๑๐ ศัณ្ច.
 (๑๑) ๔ ศัณ្ច, ๖ ศัณ្ច, ๕ ศัณ្ច.
 (๑๒) ๑๗ ศัณ្ច, ๓๔ ศัณ្ច, ๕๑ ศัณ្ច.
 (๑๓) ๑ ศัณ្ច, ๒ ศัณ្ច, ๓ ศัณ្ច.
 (๑๔) ๒๔ ศัณ្ច, ๖๔ ศัณ្ច, ๔๘ ศัณ្ច.
 (๑๕) ๒๕ ศัณ្ច, ๑๐๐ ศัณ្ច, ๑๒๕ ศัณ្ច.
 (๑๖) ๑ ศัณ្ច, ๒ ศัณ្ច, ๓ ศัณ្ច.
 (๑๗) ๑๕ ศัณ្ច, ๖๐ ศัณ្ច, ๒๕ ศัณ្ច.
 (๑๘) ๓๕ ศัณ្ច, ๔๒ ศัณ្ច, ๓๐ ศัณ្ច.

ข. ผลคูณร่วมที่น้อยที่สุด

๗๙. ความจำกัด “ผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดของเทอม
 แต่สองเทอมขึ้นไป คือเทอมที่เป็นอย่างน้อยที่สุดซึ่งจะหาร
 เทอมเหล่านี้ได้ลงตัวทั้งนั้น”

คำว่าผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดนี้ ทำนั้ใช้อักษรย่อว่า

๙๐. การหา ค.ร.น. ของเทอมเดียว ก็อาจตรวจ
ดูและเขียนลงใต้ทันทีเช่นกัน เช่น ค.ร.น. ของ ก, ก, ก
ก็คือ ก เพราะถ้าเลือกกำลัง ก ให้น้อยกว่านี้ ก ก็จะ
หารไม่ลงตัว

เมื่อเทอมที่ ๒ หา ค.ร.น. มีอักษรซ้อนกันหลายตัว หรือ
มีโคเอฟฟิเชียนต์เลขด้วย ก็เลือกตรวจหาที่ละอักษร ส่วน
โคเอฟฟิเชียนต์เลข ก็หาตามเลข

ตัวอย่าง ค.ร.น. ของ ๒๑ ก^๒ ค^๓ ม, ๓๕ ก^๓ ค^๒ ม,
๒๘ ก^๒ ค^๒ ม, ได้ ๔๒๐ ก^๓ ค^๓ ม

หมายเหตุผู้เรียนจะสังเกตเห็นได้ว่าห.ร.ม. และค.ร.น. มี
ทั้งวิธีพิชคณิตและวิธีเลข ใจความก็อย่างเดียวกัน แต่วิธีทำ
ในส่วนเทอมเดียวพิชคณิต ง่ายกว่า ด้วยเทอม ต่างๆ ย่อมแยก
เป็น แฟกเตอร์ อยู่ในตัวเสร็จแล้ว เป็นแต่เลือกหาแฟกเตอร์
ร่วม ที่มาก ที่สุด หรือ ที่น้อยที่สุดตามต้องการ เท่านั้น

แบบฝึกหัดที่ ๓๒

จงหา ค.ร.น. ของ

(๑) กขค, ๒ ก. (๒) ค^๒ ม, ค^๓ ม. (๓) ๓ ค^๒ ม, ๔ ค^๒ ม.

- (๔) ๕ ก.ข.ค., ๔ ก.ข.ค. (๕) ๓ ก.ข.ค., ๕ ก.ข.ค.
 (๖) ๑๒ ก.ข., ๘ ก.ข. (๗) ๑ ก.ข., ๒ ก.ข., ๓ ก.ข. (๘) ๑ ก.ข., ๒ ก.ข., ๓ ก.ข.
 (๙) ๒ ก.ข., ๓ ก.ข., ๔ ก.ข. (๑๐) ๒ ก.ข., ๓ ก.ข., ๔ ก.ข.
 (๑๑) ๓ ก.ข., ๔ ก.ข., ๕ ก.ข. (๑๒) ๗ ก.ข., ๒ ก.ข., ๓ ก.ข.
 (๑๓) ๑ ก.ข.ค., ๒ ก.ข.ค., ๓ ก.ข.ค. (๑๔) ๕ ก.ข.ค., ๖ ก.ข.ค., ๓ ก.ข.ค.
 (๑๕) ๒ ก.ข.ค., ๓ ก.ข.ค., ๔ ก.ข.ค. (๑๖) ๗ ก.ข.ค., ๘ ก.ข.ค., ๒ ก.ข.ค.
 (๑๗) ๓๕ ก.ข.ค., ๔๒ ก.ข.ค., ๓๐ ก.ข.ค. (๑๘) ๖๖ ก.ข.ค.,
 ๔๔ ก.ข.ค., ๒๔ ก.ข.ค.

พหุคูณ พ. ร. ม. และ พ. ร. น. ของ

- (๑๙) ๒ ก.ข.ค., ๓ ก.ข.ค., ๔ ก.ข.ค. (๒๐) ๒ ก.ข.ค., ๔ ก.ข.ค., ๖ ก.ข.ค.
 (๒๑) ๗ ก.ข.ค., ๓ ก.ข.ค., ๒ ก.ข.ค. (๒๒) ๑๒ ก.ข.ค., ๓๕ ก.ข.ค.
 (๒๓) ๑๗ ก.ข.ค., ๕๑ ก.ข.ค. (๒๔) ๑๕ ก.ข.ค., ๒๕ ก.ข.ค.
 (๒๕) ๓ ก.ข.ค., ๒ ก.ข.ค., ๕ ก.ข.ค. (๒๖) ๑๗ ม.ป., ๕๑ ม.ป.
 (๒๗) ๒ ม.ป., ๕ ม.ป., ๓ ม.ป. (๒๘) ๑๕ ม.ป., ๒๐ ม.ป.,
 ๓๐ ม.ป.

บทที่ ๑๒

เศษส่วนอย่างง่าย

๙๑. ความจำกัด “ถ้าจำนวนคี่แบ่งออกเป็นส่วนเท่าๆ

เศษส่วน อย่างง่าย

๑๔๗

กัน ข ส่วน มีอยู่แค่ ก ส่วน ที่มีอยู่นี้เรียกว่าเศษ ส่วน $\frac{ก}{ข}$ ของ ค. ถ้า ค เป็นอัตราส่วนหรือยุท เศษ ส่วน $\frac{ก}{ข}$ ของ ค ก็เรียกแต่เพียงเศษ ส่วน $\frac{ก}{ข}$ คือเป็นที่หมาย ว่ามีอยู่ส่วนเท่า ๆ กัน ก ส่วน ต่อมีครบ ข ส่วนจึงจะ ครบยุท ”

๑๒. ในบทนี้จะได้กล่าวถึงแต่เศษส่วนอย่างง่าย ที่มีเศษ และ ส่วนเป็นทศมเดียว วิธีทำก็แบบเดียวกับวิธีเลข นั้นเอง จึงจะวางข้อบังคับได้ทีเดียว

ทอน เศษส่วน เป็น อย่างต่ำ

ข้อบังคับ “ การ ทอน เศษ ส่วน เป็น อย่าง ต่ำ ให้เอา ค.ร.น. ของ เศษ และ ส่วน หาค เศษ และ ส่วน ”

$$\text{ตัวอย่าง (๑)} \quad \frac{๖ \text{ ก } ค}{๙ \text{ ก } ค} = \frac{๒ \text{ ก}}{๓ \text{ ค}}$$

$$(๒) \quad \frac{๗ \text{ ค } ย \text{ ส}}{๒๘ \text{ ค } ย \text{ ส}} = \frac{๑}{๔ \text{ ค } ส}$$

$$(๓) \quad \frac{๓๕ \text{ ก } ข \text{ ค}}{๗ \text{ ก } ข \text{ ค}} = \frac{๕ \text{ ก } ข}{๑} = ๕ \text{ ก } ข$$

แบบฝึกหัดที่ ๓๓

ให้ทอนเศษส่วนต่อไปนี้เป็นอย่างต่ำ

- (๑) $\frac{๓}{๖}$ (๒) $\frac{๔}{๑๖}$ (๓) $\frac{๒}{๕}$ (๔) $\frac{๑}{๑๕}$
- (๕) $\frac{๓}{๕}$ (๖) $\frac{๑๕}{๒๕}$ (๗) $\frac{๒๑}{๒๘}$ (๘) $\frac{๘}{๑๒}$
- (๙) $\frac{๑๒}{๑๕}$ (๑๐) $\frac{๑๕}{๑๘}$ (๑๑) $\frac{๑}{๑}$
- (๑๒) $\frac{๓}{๕}$ (๑๓) $\frac{๒}{๔}$ (๑๔) $\frac{๕}{๑๕}$
- (๑๕) $\frac{๑}{๑}$ (๑๖) $\frac{๔}{๖}$

คุณหารเศษส่วน

๙๓. ข้อบังคับ “การคูณเศษส่วนต่อเศษส่วน ให้คูณเศษต่อเศษ เอาไปเป็นเศษใหม่ คูณส่วนต่อส่วนเอาไปเป็นส่วนใหม่”

ตัวอย่างที่ ๑ $\frac{๒}{๓} \times \frac{๕}{๒} \times \frac{๓}{๒} = \frac{๕}{๒}$

$$\text{ตัวอย่างที่ ๒} \quad \frac{๓ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}}}{๕ \cancel{\text{ค}}} \times \frac{๗ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}} \text{ค}}{๓ \cancel{\text{ก}}} \times \frac{๕ \cancel{\text{ค}} \text{ก}}{๗ \cancel{\text{ข}}} = ๑$$

(ใช้วิธีฆ่า)

๘๔. ข้อบังคับ “การ หารเศษส่วนด้วยเศษส่วน ให้
กลับ ตัวหาร เอาเศษ ส่วน ๆ เป็นเศษ แล้วทำอย่างวิธีคูณ

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง} \quad & \frac{๗ \cancel{\text{ก}}}{๔ \cancel{\text{ค}} \text{ข}} \times \frac{๖ \cancel{\text{ค}} \text{ค}}{๕ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}}} \div \frac{๒๘ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ค}}}{๑๕ \cancel{\text{ข}} \cancel{\text{ค}} \text{ข}} \\ &= \frac{๗ \cancel{\text{ก}}}{๔ \cancel{\text{ค}} \text{ข}} \times \frac{๖ \cancel{\text{ค}} \text{ค}}{๕ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}}} \times \frac{๑๕ \cancel{\text{ข}} \cancel{\text{ค}} \text{ข}}{๒๘ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ค}}} = \frac{๙ \cancel{\text{ค}}}{๘ \cancel{\text{ค}}} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๓๔

ให้หาผลสำเร็จ ของ

$$(๑) \quad \frac{๒ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}}}{๓ \cancel{\text{ค}} \text{ก}} \times \frac{\cancel{\text{ก}} \text{ข}}{\cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}}}$$

$$(๒) \quad \frac{๑๒ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}} \text{ค}}{๘ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}}} \times \frac{๒๔ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}}}{๓๖ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}}}$$

$$(๓) \quad \frac{๑๕ \cancel{\text{ค}} \cancel{\text{ข}} \text{ค}}{\cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}} \text{ค}} \times \frac{๓ \cancel{\text{ก}} \text{ค}}{๕ \cancel{\text{ค}} \text{ข}}$$

$$(๔) \quad \frac{๗ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ข}}}{๙ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ค}} \text{ข}} \times \frac{๑๘ \cancel{\text{ค}} \text{ค}}{๑๕ \cancel{\text{ก}} \cancel{\text{ค}}}$$

$$(๕) \quad \frac{๘ \cancel{\text{ม}} \cancel{\text{ห}}}{๕ \cancel{\text{ค}} \cancel{\text{ข}} \text{ค}} \times \frac{๑๕ \cancel{\text{ค}} \cancel{\text{ข}} \text{ค}}{๑๖ \cancel{\text{ม}} \cancel{\text{ห}}}$$

$$(๖) \quad \frac{๒๑ \cancel{\text{ห}} \cancel{\text{ป}}}{๑๓ \cancel{\text{ม}} \cancel{\text{ห}}} \times \frac{๓๙ \cancel{\text{ห}} \cancel{\text{ม}}}{๒๘ \cancel{\text{ป}} \cancel{\text{ห}}}$$

$$(๗) \frac{๓ ก ข}{๔ ข ก} \times \frac{๒ ก}{๘ ก} \div \frac{๖ ก ก}{๑๖ ข ก} \quad (๘) \frac{๗ ม ป}{๑๗ ก ข} \times \frac{๕ ค ย ส}{๒๑ ป น}$$

$$\div \frac{๓ ค}{๒ ย ส}$$

$$(๙) \frac{๑๕ ข}{๔๐ ก} \times \frac{๒๗ ก}{๘๑ ง} \div \frac{๑๖ ก}{๑๔ ง} \quad (๑๐) \frac{๘ ก ค}{๗ ข ย} \times \frac{๔๘ ค ย}{๖๔ ง ค}$$

$$(๑๑) \frac{๔๕ ก ข ก}{๒๗ ค ย ส} \times \frac{๒๔๓ ค ย ส}{๑๘๐ ก ข ก} \quad (๑๒) \frac{๓}{๘ น} \times \frac{๓๖ ป ผ}{๘๑ ม น}$$

$$\div \frac{๑๕ ป ม ค}{๒๗ น ค ย}$$

ทำส่วนให้เท่ากัน

๘๕. ในการที่จะบวกหรือลบเศษส่วน จำจะต้องทำส่วนให้เท่ากันเสียก่อน คงในวิธีเลข และการทำส่วนให้เท่ากันนี้ ใช้ ค.ร.น. ของเศษเหล่านั้นเป็นง่ายกว่าอื่น

ตัวอย่าง ทำส่วนของเศษส่วนต่อไปนี้ให้เท่ากัน และให้เป็นอย่างน้อยที่สุด

$$\frac{๑}{๓ ค ย}, \quad \frac{๒}{๖ ค ย ส}, \quad \frac{๓}{๒ ย ส}$$

ค.ร.น. ของส่วนเหล่านั้นคือ ๖ ค ย ส หาแพ็กเตอร์

บวก ลบ เศษ ส่วน

๑๕๑

คูณเศษและส่วนได้ไว้ส่วน ๖ ศษส เท่ากันหมดได้ทั้งนี้

$$\frac{๒๐}{๖} \text{ ศษส } \frac{๒๐}{๖} \text{ ศษส } \frac{๓๐}{๖} \text{ ศษส}$$

แบบฝึกหัดที่ ๓๕

(จงทำเศษส่วนเหล่านี้ให้มีส่วนเหมือนกัน)

(๑) $\frac{๒}{๓}$, $\frac{๕}{๒๓}$. (๒) $\frac{๔}{๓}$, $\frac{๕}{๓}$. (๓) $\frac{๑}{๒๓}$, $\frac{๒}{๓}$.

(๔) $\frac{๑}{๒}$, $\frac{๑}{๓}$, ๒. (๕) $\frac{๑}{๒}$, $\frac{๒}{๓}$. (๖) $\frac{๑}{๓}$, $\frac{๒}{๓}$.

(๗) $\frac{๒}{๓}$, $\frac{๓}{๕}$. (๘) $\frac{๑}{๕}$, $\frac{๒}{๓}$, ๓. (๙) $\frac{๒}{๓}$, $\frac{๓}{๕}$.

(๑๐) $\frac{๔}{๕}$, $\frac{๓}{๑๐}$. (๑๑) $\frac{๓}{๕}$, $\frac{๕}{๒๑}$. (๑๒) $\frac{๒}{๑}$, $\frac{๒}{๓}$, $\frac{๑}{๕}$.

บวก ลบ เศษ ส่วน

๗๖. ข้อบังคับ “การบวกหรือลบเศษส่วน จงทำให้เศษส่วนเหล่านี้มีส่วนเหมือนกันก่อน แล้วจึงบวกหรือลบเศษส่วนไว้”

ตัวอย่างที่ ๑ หาผลสำเร็จของ $\frac{๕}{๓} + \frac{๓}{๔} - \frac{๗}{๖}$
 ผลสำเร็จ = $\frac{๒๐}{๑๒} + \frac{๙}{๑๒} - \frac{๑๔}{๑๒} = \frac{๑๕}{๑๒} = \frac{๕}{๔}$

ตัวอย่างที่ ๒ หาผลสำเร็จของ $\frac{๓}{๕} - \frac{๑}{๒} - (\frac{๑}{๑๐} + \frac{๑}{๒})$
 ผลสำเร็จ = $\frac{๖}{๑๐} - \frac{๕}{๑๐} - \frac{๑}{๑๐} = \frac{๐}{๑๐} = ๐$

ตัวอย่างที่ ๓ ผลสำเร็จของ $\frac{๒}{๓} - \frac{๕}{๓๓}$

$$\text{ผลสำเร็จ} = \frac{๖ ก ค - ค ย}{๓ ก ค} \quad \text{เช่นที่ สุก อยู่เพียงนี้}$$

หมายเหตุ อย่า งง ว่าใน ตัวอย่างที่ ๓ นี้ ทำไม
จึงไม่เอา ก หรือ ค ทอนลงไป เป็นอย่างคำอีก ทำเช่นนั้น
ไม่ได้ เพราะเศษ มีหลายเทอม และ หา แฟกเตอร์ ร่วม ของ
ทุกเทอมไม่ได้

ถ้า มีจำนวนเต็ม มาบวก หรือ ลบ กับ เศษ ส่วน ะ ต้องทำ
จำนวนเต็มให้เป็น เศษ ส่วน โดย สมมติเอา ๑ เป็น ส่วนเศษ และ
ถ้า เศษ ส่วนใดจะ ทอนลง เป็นอย่าง คำได้ก็ให้ ทอนเสีย ก่อน เพื่อ
ให้ง่ายเข้า

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่างที่ ๔} \quad ๓ ค + \frac{๑ ค}{๒} - \frac{ค ย}{๓ ค ย} \\ = \frac{๓ ค}{๑} + \frac{๑ ค}{๒} - \frac{ค}{๓} = \frac{๑๘ ค + ๓ ก ค - ๒ ค}{๖} \\ = \frac{๑๖ ค + ๓ ก ค}{๖} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๓๖

(ให้หา ผลสำเร็จ ของ)

$$(๑) \frac{๑}{๒} - \frac{๑}{๓} + \frac{๑}{๕} \quad (๒) \frac{๒ ค}{๓} - \frac{ค}{๖} + \frac{๓ ค}{๔} \quad (๓) \frac{ค}{๑} - \frac{ย}{๒}$$

$$(๔) \frac{๓ ค}{๑ ก} + \frac{๒ ย}{๓ ก} \quad (๕) ๑ + \frac{๑}{ค} \quad (๖) ค - \frac{ย}{๓}$$

$$(๗) \frac{ก}{๓} - \frac{ข}{๓} \quad (๘) \frac{ก}{๓} + \frac{ข}{๓} \quad (๙) \frac{๓ก}{๖} - \frac{๒ข}{๖}$$

แบบฝึกหัดที่ ๓๗ (ระคน)

๑. จะหาอะไร บวกเข้ากับ $๔ก - ๓ข + ๒$ เพื่อให้ได้
ผล $๔ก + ๗ข - ๖$?

๒. ถ้า $ก = ๖ก - ๓ข + ๒$, $ข = ก + ข + ๗$,
และ $ค = ๑๐ก + ข - ๗$ จงหาค่าของ $ก + ๔ข - ค$

๓. ถ้า $ก = ๓$, $ข = ๔$, $ค = ๑$ จงหาค่าของ

$$\sqrt{๒กข + ๔คค} + \sqrt{๗ข + \frac{๒กขค}{๓}}$$

๔. ให้ถอดวงเล็บและ คำนวณ สำเนา

$$ก + ๒ข - (๒ค - ข) - \{ (ข - ค - ก) + (ข - ก) \}$$

๕. $ก + ก + ๓ก + ๕$ คูณ ด้วย $ก - ค - ๒$

๖. แก้อสมการต่อไปนี้

$$(ก) ๓ - ๔ก = ๓๖ก - ๑๗; (ข) ๕ก - ๑๕ = ๑๗ก + ๒๑$$

$$๗. ก - ๑๐ก + ๗ \quad \text{หาร ด้วย} \quad ก - ๒ก - ๓$$

$$๘. \text{หาผล สำเนาของ } ๗ก - ๔ข - \{ ๕ก - ๓(๒ - ๒(ก - ข)) \}$$

๙. ในการสอบไล่ ครั้งหนึ่ง ก. ได้คะแนน $ค + ข$, ข. ได้

๑๕๔

พีชคณิตภาคต้น

๒ค-๓ข และ ค. ได้สองเท่าของ ก. ถ้าจะรวมคะแนน
ของ ก, ข. กับ ค. เข้าด้วยกันจะได้เท่าไร?

๑๐. ให้หาผลบวกของ ๑-๒ค+ค, ๓ค-๒ค,
๕ค-๗ค-๒. และให้ลำดับกำลัง ค แต่มากไปหาน้อย

๑๑. จงศึกษาผลคูณแต่ในใจแล้วเขียนลง

(ก) (ค+๑๗)(ค-๓)(ข)(๓ค-๘)(๘ค+๓)

๑๒. แก้อัศวินต่อไปนี้

(ก) ๗ค-๓-(๗-๕ค)=๒-๓ค-๕(๕ค+๘)

(ข) (๕ค+๑)(ค-๒)-(๔ค-๓)(๓ค-๑)=๑๐-(๗ค+๒)

(ค+๑)

๑๓. หากผลบวกของ ๓ กข, -๕ กข, ๒ กข, ๗ กข,
-๙ กข. หาผลบวกของ -๘ กข, ๖ กข, -๙ กข,
๑๐ กข. มาลบ

๑๔. ถ้า ก=๔, ข=๓, ค=๒. จงหาค่าของ

$$\frac{๒ก+ข(๒ค-ก)}{๓ ข-\sqrt{๒ค}}$$

๑๕. จะหาอะไรลบ ๑๑ก-๕ กข-๗ค ให้ได้ผลลัพธ์
๗ก(ก+ค)+๕ก?

๑๖. หา ค-๒ค+๔ค ค+๖ค+๘ค-๘

๑๗. หาผล ถ้าเราของ

$$๑๒ ก - [๖ ก - ๒ (๓ ก - ๔ (ข - ก)) - (๔ ก + ๘ ข)]$$

๑๘. แก้ไขความ

$$(ก) ๓ (๒ ก - ๑) + ๒ (๓ ก - ๒) + ๓ = ๔ (ก - ๕)$$

$$(ข) \frac{๓}{๓} (ก + ๑) + \frac{๒}{๔} (ก + ๓) = \frac{๒}{๕} (ก + ๔) + ๑๖$$

๑๙. เขา ปี + ๗ ปี หาว ๓ ปี + ๑๖ ปี - ๓๓ ปี + ๑๔ ปี

$$๒๐. ขวเข้า ด้วย ก ก + ๒ ข - (๒ ก + ข), ๓ ก - (๒ - ๒ ก) + ๒ ข, ๒ ก - [๒ - (๒ ก - ๓ ข)]$$

๒๑. ๗ ก - ๖ ก - ๕ ก จะเพิ่มเท่าไรจึงจะได้ครบ ๔ ก - ๖ ก - ๗ ก ?

๒๒. หากจะได้ผลคูณของ $ก + ๑$ กับ $๒ ก + ๑$ น้อยกว่าผลคูณของ $ก + ๓$ กับ $๒ ก + ๓$ อีก ๑๔, $ก$ จะต้องมีความเท่าไร ?

๒๓. เมื่อ $ก = ๒, ข = ๓, ค = ๑, ง = ๔, จ = ๖$.
จงหาค่าของ $๕ ก^๒ ค^๒ - ๓ ก^๒ ข^๒ + ๒ ก^๒ ค^๒ จ^๒$

๒๔. แก้ไขความ

$$ก - \frac{ก - ๑๓}{๔} = \frac{๖ ก + ๑}{๕} + \frac{๒}{๓} (๖ - \frac{๓ ก}{๒})$$

กับให้ชี้ให้เห็นว่า ถ้า $ก = ๓$ แก้ไขความผิด

๒๕. ม้าตัวหนึ่งกินข้าวเปลือก ๓ ม+๒ น ลิตร ใน
สัปดาห์หนึ่ง ถ้ามีข้าวเปลือกอยู่ ๑๒ ม-๗ น-๑๐ น
ลิตร ก็สัปดาห์นี้จะหมด?

๒๖. หาผลบวกของ $๒ก-๓ค+๔ กข-๓ค+๒ค$
 $-๗ค ๔ค-๓ค+ค-๖-(๒ค-(ค-๖))$

๒๗. หาค่าของ $ก+ข+ค-๓ กขค$ เมื่อ $ก=๑$,
 $ข=๔$, $ค=-๕$

๒๘. แก้สมการ (ก) $\frac{๒ค}{๑๕} + \frac{ค-๖}{๑๒} = \frac{๓}{๑๐} (\frac{ค}{๒} - ๕)$
(ข) $\frac{๒(ค-๑)}{๕} + \frac{๑๕}{๒} (๑ - \frac{ค}{๓}) + \frac{๑๗}{๑๐} = \frac{๗}{๕} (\frac{ค}{๖} - \frac{๑}{๓})$

๒๙. หาว $๓ม-๓๗ม+๓๕ม+๗ม+๒$ ด้วย
 $ม(ม-๑) (ม+๔)-๒$

๓๐. แบ่งเงิน ๑,๑๒๐ บาท ให้แก่ ก. กับ ข. ให้ ก.
ได้ ๒ เท่าครึ่งของ ข.

๓๑. หาค่าของ $(ก+ข)^๒ + (ข+ค)^๒ + (ค+ก)^๒$
เมื่อ $ก=-๑$, $ข=-๒$, $ค=๓$.

๓๒. $(๒ม+๔)(ม+๒)$ คูณด้วย $๓ม-๖$

๓๓. หาวผลคูณของ $ค-๒$, $ค+๓$, $๒ค-๗$ ด้วย
ผลบวกของ $๓(ค-๒ค-๒)$ กับ $๕ค-ค-๑๕$

๓๔. เดินทางได้ชั่วโมงละไมล์ และเกินอยู่ ๒ ชั่วโมง แล้วขึ้นขี่ม้าต่อไปอีก ๘ ชั่วโมง คิดเป็นความเร็วที่ไป ชั่วโมงละ x ไมล์ จะเป็นหนทางที่ได้ไป ตลอดนั้นไกลเท่าไร? และถ้าขี่ม้าไปตลอดทางนั้น คิดเป็นความเร็วที่ไปได้ชั่วโมงละ y ไมล์ ไปนานเท่าไรจึงจะถึง?

กับถ้า $p=๗$, $m=๓$, $n=๔$, $x=๙$, $y=๑๑$ ให้คิดตอบเป็นจำนวนเลขทศนิยม.

๓๕. แก้ข้อเขวชั้น

$$(ก) \frac{๓x}{๒} - \frac{๕}{๗} = ๒๑x - \frac{๑}{๓} (๒x + ๑๐ \frac{๓}{๑๔})$$

$$(ข) ๓x - ๔ - \frac{๔(๗x - ๙)}{๑๕} = \frac{๔}{๕} (๖ + \frac{x-๑}{๓})$$

๓๖. แม่ค้าซื้อฟองเบกมาจำนวนหนึ่ง ราคา ๒๐ ฟอง ต่อสิ่ง แล้วซื้ออีกห้าเท่าของที่ซื้อจำนวนก่อน เป็นราคา ร้อยฟองต่อ ๑ บาท ๑๗ สตางค์ ฟองเบกเหล่านี้เขาเอามาขาย ๑๒ ฟอง ต่อ ๑๕ สตางค์ มีกำไร ๕ บาท ๘ สตางค์ จะเป็นซื้อฟองเบกมาเท่าไร?

0.59

