



เลขแมนส์เรชัน

(เลขเสนาหน้าไม้)

ของ

พระเสริมวิชาพูล (ใฝ่ หุตะโกวิท) ป.ม.

สำหรับชั้นมัธยมตอนกลาง

และตอนปลาย

พิมพ์ครั้งแรก ๑๐๐๐ ฉบับ

พ.ศ. ๒๔๗๓

ราคาเล่มละ ๕๐ สตางค์

พิมพ์จำหน่ายที่โรงพิมพ์ศรีทอง

จังหวัดพระนคร

มีกรรมสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

บ
๕๑๑
ส



ก 02666

เลขแม่สุพรรณ

(เลขเสนาหน้าไม้)

ของ

พระเสริมวิชาพูล (ใฝ หุตะโกวิท) ป.ม.

สำหรับชั้นมัธยมตอนกลาง

และตอนปลาย

พิมพ์ครั้งแรก ๑๐๐๐ ฉบับ

พ.ศ. ๒๔๗๓

ราคาเล่มละ ๕๐ สตางค์

พิมพ์จำหน่ายที่โรงพิมพ์ศรีหงส์

จังหวัดพระนคร

มีกรรมสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

ก 02666 ๒3

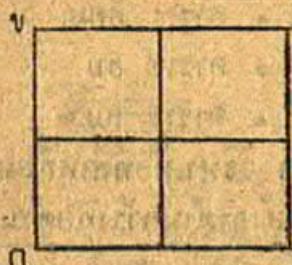
สารบัญ

บทที่ ๑	เนื้อที่พื้นราบแห่งรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส	หน้า ๑
บทที่ ๒	ว่าด้วยกรณฑ์ (รุต)	„ ๓
บทที่ ๓	วิธหาเนื้อที่ของฝาและพื้น	„ ๑๘
บทที่ ๔	รูปสามเหลี่ยม	„ ๒๔
บทที่ ๕	วิธหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม	„ ๓๕
บทที่ ๖	วิธคิดเนื้อที่เหลี่ยมลูกบาศก์	„ ๔๖
บทที่ ๗	วิธคิดหน้าไม้	„ ๕๓
บทที่ ๘	วิธหารุต ๓	„ ๖๒
บทที่ ๙	ว่าด้วยวงกลม	„ ๗๘

เลขแมนจูเรชัน

บทที่ ๑

เนื้อที่พนราบแห่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



การวัดเนื้อที่พนราบ ควรวัดด้วย
เส้นเครื่องหมายเมตร หรืออย่าง
อื่น สมมติว่าจะหาเนื้อที่รูปสี่
เหลี่ยมจัตุรัส ก ก ถ้าด้านของ
รูปนี้ยาวด้านละสิบ เนื้อ $\square$
จัตุรัสนี้ เรียกว่า ๑ ตารางสิบ

ถ้าสมมติว่าด้าน ก ก และ ก ข ยาวด้านละสอง
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนี้ จะเป็นหนึ่งตารางสอง ซึ่งจะ
แบ่งเป็นตารางสิบก็ได้ คือให้ด้าน ก ข ยาวหนึ่งสอง
แบ่งเป็นระยะ ๒ คืบ (คือ ๑ สอก) และแบ่งด้าน ก ข
ออกให้เป็นระยะสองคืบเหมือนกัน เมื่อลากเส้นขนาน
จากจุดที่แบ่งไว้แล้ว ตั้งรูป ก ข คง จะเห็นว่าพื้นที่
ทั้งหมด จะเกิดเป็นตาราง ๔ ตาราง ตารางหนึ่งกว้างยาว
ด้านละหนึ่งคืบ ฉะนั้นเนื้อที่ทั้งหมดจึงเป็น ๔ ตารางคืบ
ซึ่งเท่ากับหนึ่งตารางสอก

๒๕๑ มาตรฐานเป็นมาตรฐานฟุตอย่างเมตริก

- ๑๐๐ ตาราง มม. เท่ากับ ๑ ตาราง ซม.
 ๑๐๐ ตาราง ซม. " " ๑ ตาราง ดม.
 ๑๐๐ ตาราง ดม. " " ๑ ตาราง ม.
 ๑๐๐ ตาราง ม. " " ๑ ตาราง คม.
 ๑๐๐ ตาราง คม. " " ๑ ตาราง ฮม.
 ๑๐๐ ตาราง ฮม. " " ๑ ตาราง กม.

ตามตัวอย่างนี้ เราคงรู้ได้ว่า วิธีหาเนื้อที่สี่เหลี่ยม
 จตุรัส หรือสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ ให้เอาด้านกว้างกับด้าน
ยาวคูณกัน. ผลคูณ เป็นเนื้อที่ แต่ข้อสำคัญต้องระวัง
 ให้ด้านทั้งสอง มีเขตต์มาตราตรงกัน เช่นถ้าด้านกว้าง
 เป็นเซ็นติเมตร ด้านยาวก็ต้องเป็นเซ็นติเมตรด้วย ถ้า
 ด้านกว้างเป็นวา ด้านยาวก็ต้องเป็นวา ฯ ล ฯ จึงจะคูณ
 กันได้ ดูตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ ผ้าใบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว ๑ เมตร
 กว้าง ๓ เมตร ผ้าใบนี้จะมเนื้อที่กี่ตารางเมตร ?



สมมุติ ให้ด้าน กข ยาว ๑ เมตร คือแบ่งออกเป็น ๑ ส่วนเท่า ๆ กัน ด้าน กข กว้าง ๓ เมตร แบ่งออกเป็น ๓ ส่วนเท่า ๆ กันเหมือนกัน เพราะฉะนั้นเนื้อของผ้าใบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้คือ $๑ \times ๓ = ๓$ ตารางเมตร

ตอบ ๓ ตารางเมตร

ตัวอย่างที่ ๒ ในรูปสี่เหลี่ยมค้านขนาน กข คง ด้าน กข ยาว ๑๕ เซนติเมตร เส้นตั้งได้ฉาก ขม หรือ คน ยาว ๒ เดซิเมตร จงหาเนื้อที่ของรูปนี้



ตามรูปนี้จะเห็นได้ว่า เส้นตั้งได้ฉาก ขม และ คน เกิดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า ขม น ค มีเนื้อที่เท่ากับรูปสี่เหลี่ยม กข คง คือเมื่อตัดเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ขม ก ออกจากรูปสี่เหลี่ยมค้านขนานแล้ว และเอารูปสามเหลี่ยม คน ง ซึ่งมีเนื้อที่เท่ากันไป ต่อเข้ากับด้านตรงกันข้าม ฉะนั้นเนื้อที่ของ □ ค้านขนาน ก็เท่ากับ □ ขม น ค

เนื่องจากตัวอย่างนี้ เราจะเห็นได้ว่า เนื้อของ
สี่เหลี่ยมด้านขนาน เท่ากับด้านยาวคูณด้วยเส้นตั้งได้ฉาก
คือ ๑๕ เซนติเมตร คูณ ๒๐ เซนติเมตร เป็น ๓๐๐
เซนติเมตร หรือ ๓ ตารางเดซิเมตร

ตอบ ๓ ตารางเดซิเมตร

หมายเหตุ เส้นตั้งได้ฉากที่ใช้กัน คือระยะห่าง
ด้านยาวทั้งสองของสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่าส่วนกว้าง
ฉะนั้นการหาเนื้อสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็คือเอาส่วนกว้าง
กับส่วนยาวคูณกัน ขอให้เป็นที่เข้าใจว่า การที่เอาด้าน
กว้างกับด้านยาวคูณกัน จะต้องทำให้ด้านอยู่ในเขตต์
มาตราอย่างเดียวกันเสมอ เช่นเมตรคูณกับเมตรเป็นต้น

ตัวอย่างที่ ๓ ที่นารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่ง ยาว
๘๒๕ วา กว้าง ๔๒๐ วา จะเป็นเนื้อที่กี่ไร่ ?

วิธีทำ กว้าง $\times$ ยาว = เนื้อที่

$๘๒๕ \times ๔๒๐ = ๓๔๖๕๐๐$ ตารางวา และเอา
๔๐๐ ตารางวา หาร จะได้ ๘๖๖ ไร่ ๑๐๐ ตารางวา

ตอบ ๘๖๖ ไร่ ๑๐๐ ตารางวา

ตัวอย่างที่ ๔ กะดานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่ง
กว้าง ๘ นิ้ว จะยาวเท่าใดจึงจะเป็นเนื้อที่ ๑ ตารางศอก ?

วิธีทำ เนื้อที่กะดาน ๑ ตารางศอกหรือ ๕๗๖ ตารางนิ้ว
แต่ด้านกว้างของกะดาน ๘ นิ้ว

∴ กะดานยาว $๕๗๖ \div ๘ = ๗๒$ นิ้ว = ๓ ศอก

ตอบ ๓ ศอก

แบบฝึกหัด

- (๑) จงหารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว ๓๗ วา กว้าง ๓๒ วา
- (๒) พื้นห้องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว ๑๘ เมตร กว้าง ๑๖ เมตร จะเป็นเนื้อที่กี่ตารางเดคาเมตร ?
- (๓) จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ซึ่งมีด้านยาว $๒\frac{๑}{๒}$ เมตร
- (๔) ด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสยาว ๒๓ นิ้ว จะมีเนื้อที่กี่ตารางวา ?
- (๕) จงหาเนื้อที่แห่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งยาว ๕๘ เมตร กว้าง $๔๓\frac{๑}{๒}$ เมตร
- (๖) พื้นโต๊ะยาว ๑ ฟุต ๗ นิ้ว กว้าง ๓ ฟุต ๕ นิ้ว จงหาเนื้อที่พื้นโต๊ะ
- (๗) จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว ๕ หลา ๗ นิ้ว กว้าง ๕ หลา ๖ นิ้ว

(๘) จงคำนวณเนื้อที่สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ซึ่งมี
ด้านยาว ๘ เมตร ๕ เซนติเมตร เส้นตั้งได้ฉากยาว ๖
เมตร ๘ เซนติเมตร

(๙) จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสยาว ๒ ฟุต ๕ นิ้ว

(๑๐) จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ยาว
๑๓ ฟุต กว้าง ๗ ฟุต ๓ นิ้ว

(๑๑) สี่เหลี่ยมจตุรัสรูปหนึ่งมีด้านยาว ๑๐ $\frac{1}{2}$ เมตร
จงหาเนื้อที่

(๑๒) จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนด้าน
เท่า มีด้านยาว ๒ ฟุต ๔ นิ้ว เส้นตั้งได้ฉากยาว ๕.๓๒ นิ้ว

(๑๓) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีด้านยาว ๕.๑๕ หลา
กว้าง ๓ ฟุต ๖ นิ้ว จะมีเนื้อที่กี่ตารางหลา ?

(๑๔) ด้านหนึ่งแห่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาว $\frac{5}{3}$ วา
เส้นตั้งได้ฉากยาว $2\frac{2}{3}$ นิ้ว จงหาเนื้อที่นั้น

(๑๕) หีบใบหนึ่ง ขนาดข้างในหีบนั้น ทั้งส่วนกว้าง
ยาวและสูงวัดได้ $2\frac{1}{2}$ นิ้ว ทุกส่วน จะเป็นพื้นที่ของหีบ
ด้านในทั้งหมดเท่าใด ?

(๑๖) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง ๑๔ เมตร มีเนื้อที่
เท่ากับอีกรูปหนึ่ง ซึ่งยาว ๒๐ เมตร กว้าง ๑๗ เมตร
รูปแรกจะยาวเท่าใด ?

(๑๗) จงหาน้ำหนักกะจกแผ่นหนึ่งซึ่งยาว ๓ เมตร
กว้าง ๒ เมตรครึ่ง มีน้ำหนักตารางเมตรละ ๖๕๐ กรัม

(๑๘) จะต้องใช้กระต่ายวาดเขียน ะชนิดมีขนาด
ยาว ๔ ฟุต ๘ นิ้ว กว้าง ๓ ฟุต ๔ นิ้ว ก็แผ่นจึงจะพอปิด
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอีกแห่งหนึ่ง ซึ่งถ้าใช้กระต่าย
ยาว ๒ ฟุต ๖ นิ้ว กว้าง ๑ ฟุต ๘ นิ้ว จะสิ้นกระต่าย
๓๒ แผ่น ?

(๑๙) ห้องหนึ่งยาว ๑๕ ฟุต ๘ นิ้ว กว้าง ๑๓ ฟุต
๘ นิ้ว จะปูพรมให้เต็ม พรมกว้าง $\frac{3}{4}$ หลา ราคาหลา
ละ ๑ บาท ๒๕ สตางค์ จะสิ้นเงินเท่าใด ?

(๒๐) จงหาส่วนกว้างของพรมขนาดเดียวกัน ซึ่ง
ยาว ๕๔ เมตร ใช้ปูพื้นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว ๑๘ เมตร
กว้าง ๑๕.๕ เมตร

บทที่ ๒

ว่าด้วยกรณี (รู้ดี)

วิธีหาสแควร์รูทของเลขจำนวนใดจำนวนหนึ่ง ถ้าหาโดย
แยกแแฟกเตอร์ไม่ได้ ก็ต้องหาอย่างเทียบวิธีพีชคณิต
จะเป็นการเข้าใจดี คือ

ตัวอย่างที่ ๑ จงหารู้ตที่ ๒ ของจำนวน ๑๔๔๔

แยกเป็น ๓๘×๓๘

ฉะนั้นรู้ตที่ ๒ จึงเป็น ๓๘ (รู้ตที่ ๒ จะเรียกว่าสแควร์ตก็ได้)

$$\begin{array}{r}
 \text{วิธีทำ} \quad \begin{array}{r} ๓๐ + ๘ \\ ๓๐ + ๘ \\ \hline (๓๐ \times ๘) + ๘^๒ \end{array} \\
 ๓๐^๒ + (๓๐ \times ๘) \\
 \hline
 ๓๐^๒ + ๒(๓๐ \times ๘) + ๘^๒
 \end{array}$$

ผลคูณของเลขนี้ เป็นเกณฑ์ของการหารู้ต เมื่อเอาเลขจำนวนหลักสิบ คือ $๓๐^๒ = ๙๐๐$ ลบ ๑๔๔๔ จะเหลือ ๕๔๔ หลักหน่วย $๒(๓๐ \times ๘) + ๘^๒ = ๕๔๔$ ลบกันจะลงตัวพอดี ฉะนั้นรู้ตที่ ๒ ของ ๑๔๔๔ เป็น ๓๘

จำนวนเลขที่หารู้ตที่ ๒ หรือเรียกอย่างย่อว่า รู้ต ๒ นั้นวิธีทำ ๒ วิธี ดังนี้ คือ

$$\begin{array}{cc}
 ๓๘ \text{ (ลัพธ์)} & ๓๘ \text{ (ลัพธ์)} \\
 \text{(ก)} \quad \begin{array}{|c|} \hline ๑๔,๔๔ \\ \hline ๙๐๐ \\ \hline ๕๔๔ \\ ๖๐ + ๘ \quad \begin{array}{|c|} \hline ๕๔๔ \\ \hline ๕๔๔ \end{array} \\ \hline \end{array} & \text{(ข)} \quad \begin{array}{|c|} \hline ๑๔,๔๔ \\ \hline ๘ \\ \hline ๕๔๔ \\ \hline ๕๔๔ \end{array}
 \end{array}$$

อธิบาย (๑) นับตัวเลขจากขวามือไปซ้าย ๒ ตัว
ใส่จุดภาค, กันไว้เป็นคู่ๆ จนตลอดไป

(๒) เลขกำลังสองที่หาได้คือลัพท์ ๓ แล้วคูณด้วย
ตัวเองเป็น ๘ ลบ ๑๔ เหลือ ๕.

(๓) เลขที่เหลือชักคู่ ๕๔ ลงมาวางต่อไปตามลำดับ
ตำแหน่งเป็น ๕๔๔ แต่เลขลัพท์ ๓ นั้นทวี ๒ เป็น ๖
ซึ่งเป็นหลักสิบ จึงเป็นจำนวน ๖๐ มาบวกกับลัพท์ ๘
ซึ่งหาได้เป็น $๘ + ๖๐ = ๖๘$ เอามาเป็นตัวหารและคูณ
ด้วยลัพท์ ๘ นี้จะเป็น ๕๔๔ ฉะนั้นรื๓สองจึงเป็น ๓๘.

การหารรื๓ที่สอง ซึ่งมีจำนวน ๓ ตำแหน่ง ก็ทำเช่น
เดียวกัน ของสังเกตตามตัวอย่างนี้

ตัวอย่างที่ ๒ จงหารรื๓ที่ ๒ ของ ๑๐๘๒๔๑

(ก) ๑๐,๘๒,๔๑ | ๓๐๐ + ๒๐ + ๕ (ลัพท์)

	๕ ๐ ๐ ๐ ๐
๓๐๐×๒	๑ ๘ ๒ ๔ ๑
$+ ๒๐ = ๖๒๐$	๑ ๒ ๔ ๐ ๐
๓๒๐×๒	๕ ๘ ๔ ๑
$+ ๕ = ๖๔๕$	๕ ๘ ๔ ๑

∴ สแควร์รื๓ = ๓๒๕.

๗) $๑๐,๘๒,๔๑ | ๓๒๕$

$$\begin{array}{r}
 ๕ \\
 \hline
 ๑๘๒ \\
 ๑๒๕ \\
 \hline
 ๕๘๔๑ \\
 ๕๘๔๑
 \end{array}$$

$\therefore$ สแควร์รุต = ๓๒๕.

วิธี (๖) เป็นวิธีลัดคือ

ตัวอย่างที่ ๓ จงหาสแควร์รุตของ ๒๘๒๔๓๕๒๔๕

$$๒,๘๒,๔๓,๕๒,๔๕ | ๑๖๘๐๓$$

๑ (ก) $๑๘ \div ๒ = ๙$ เติมนำ ถ้าตัว ๙, ๘

ก. $(๑ \times ๒ = ๒)$ ๒๒ $\begin{array}{r} ๑๘๒ \\ ๑๕๖ \end{array}$ ก็คงเดิมอีก $\therefore$ คงตัว ๖ + ๒๐ = ๒๖

ข. $(๒ \times ๑๖ = ๓๒)$ ๓๒๘ $\begin{array}{r} ๒๒๔๓ \\ ๒๒๒๔ \end{array}$ (ค) ๓๓๖ มากกว่า ๒๓๕

ก. $(๒ \times ๑๖๘๐ = ๓๓๖๐)$ ๓๓๖๐๓ $\begin{array}{r} ๒๓๕๒๔๕ \\ ๒๓๕๒๔๕ \end{array}$ $\therefore$ จึงเติมศูนย์ตัว

$$+ ๓ = ๓๓๖๐๓$$

แบบฝึกหัด

จงหาสแควร์คของเลขต่อไปนี้

- (๑) ๓๖๑ (๒) ๕๒๙ (๓) ๑๖๘๑ (๔) ๓๔๘๑
 (๕) ๖๘๘๙ (๖) ๘๖๔๙ (๗) ๑๔๑๖๑
 (๘) ๒๒๒๐๑ (๙) ๒๒๔๘๐๑ (๑๐) ๖๔๐๐๙
 (๑๑) ๑๔๖๖๘๙ (๑๒) ๒๒๖๕๗๖ (๑๓) ๒๔๙๐๐๑
 (๑๔) ๒๕๓๐๐๙ (๑๕) ๓๓๕๓๖๙ (๑๖) ๕๔๖๑๒๑
 (๑๗) ๑๒๖๑๑๒๙ (๑๘) ๑๑๒๑๔๘๑
 (๑๙) ๑๔๘๓๓๙๐๔ (๒๐) ๓๙๓๔๐๔๑๖

สแควร์คเศษส่วน

การหาสแควร์คของเศษส่วนนั้น จะต้องหาทั้งเศษ
 และส่วน ดำเนินอย่างเดียวกับข้างบน แต่ฝึกกันที่ต้อง
 ถอดรูททั้งเศษและส่วน จงสังเกตต่อไปนี้ $\sqrt{\quad}$ นี้เป็น
 เครื่องหมายสแควร์ค

ตัวอย่างที่ ๑ จงหา รุคของ $\frac{๖๔}{๘๑}$

$$\sqrt{\frac{๖๔}{๘๑}} = \frac{๘}{๙} \text{ ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ ๒ จงหา รุคที่ ๒ ของ $๒๐\frac{๑}{๔}$

$$\sqrt{๒๐\frac{๑}{๔}} = \sqrt{\frac{๘๑}{๔}} = \frac{๙}{๒} \text{ หรือ } ๔\frac{๑}{๒} \text{ ตอบ}$$

ถ้าถอดรู้ดไม่ได้ควรถอดอย่างวิธีทศนิยม มีวิธีดังนี้
คือ การหาสแควร์รูตของทศนิยม ก็เนื่องมาจากหลักเดิม
ที่เรียนมาแล้ว ผิดกันก็แต่จุดของทศนิยมเท่านั้น ที่จะ
ต้องเอาออกหรือเติมเข้า หลักที่ควรจำคือ

(๑) จุดทศนิยมเป็นหลักกลาง เลขที่อยู่หน้าจุด
นับไปทางซ้ายตามวิธีกล่าวมาแล้ว คือนับเป็นคู่ๆ แล้ว
หมายไว้ เลขที่อยู่หลังจุดให้นับไปทางขวาจุดไว้เป็น
ตำแหน่งๆ ไป เช่น ๒,๑๗,๕๓,๒๑,๕๔,๒๘ เป็นต้น

(๒) รูตของทศนิยมนั้น ก่อนที่จะชักเลขหลังจุดลง
มานั้น เราต้องจุดเสียก่อนให้ตรงกับจุดเดิม แล้วจึง
ค่อยทำต่อไป

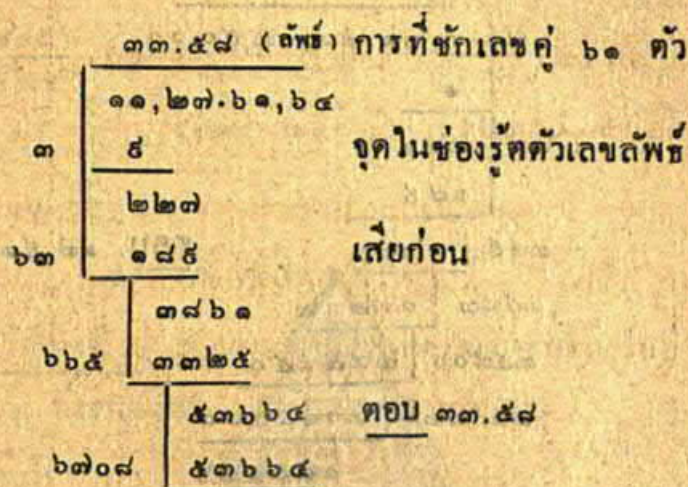
(๓) เลขที่อยู่หลังจุด มิใช่เป็นจำนวนคู่ เติมศูนย์
ให้พอความต้องการ

(๔) รูตไม่ลงตัว เราอาจเพิ่มศูนย์หลังจำนวนเลข
ที่อยู่หลังจุดภาคให้เสมอ (ดูตัวอย่างที่ ๓)

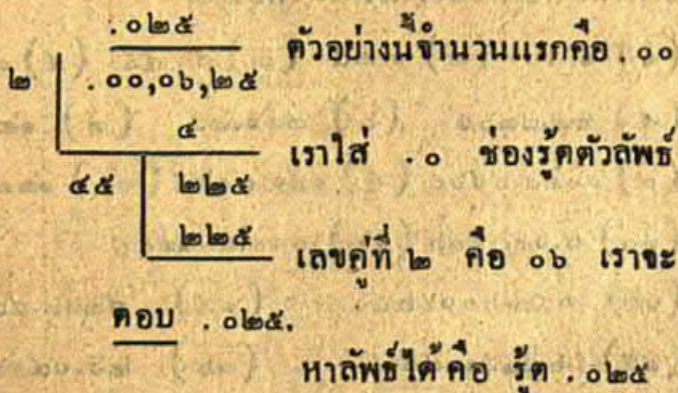


ตัวอย่างที่ ๑ จงหาสแควร์รูทของ ๑๑๒๗.๖๑๖๔

วิธีทำ



ตัวอย่างที่ ๒ จงหาสแควร์รูทของ .๐๐๐๖๒๕



ตัวอย่างที่ ๓ จงหาสแควร์ทของ ๓๒๑.๗๓๐.๒๕

๑ ๗ ๓ ๒ ๕	
๑	๓, ๒๑.๗๓, ๐๒, ๕๐, ๐๐
๑	
๒๗	๒๒๑
	๑๗๓
๓๔๕	๓๒๗๓
๓๔๗๓	๑๓๒๐๒
๓๔๗๖๖	๒๒๕๕๓๕๐
๓๔๗๗๒๗	๓๐๑๕๕๐๐
	๑๔๕๕๗๖

แบบฝึกหัด

จงหาสแควร์ทของจำนวนเลขต่อไปนี้

- (๑) ๑.๕๖ (๒) ๓.๒๕ (๓) ๗๖.๔๕ (๔) ๑.๔๑๖๑
 (๕) ๒๗.๗๓๖๕ (๖) ๓๓๑.๒๕ (๗) ๑๒๐.๐๔๐๕
 (๘) ๑๐๑๕.๖๕๖๕ (๙) ๑๗๐.๓๐๒๕ (๑๐) ๑๒๑.๒๒๐๑
 (๑๑) ๗.๖๗๗๕๖๖ (๑๒) ๑๐๐.๗๖๗๕๕๕
 (๑๓) ๑๔๕.๖๐๐๖๒๕ (๑๔) ๗๒๖๕.๔๔๖๒๗๑
 (๑๕) ๖๗๖.๒๐๗๐๑๖ (๑๖) ๒๖.๐๔๔๖๕๕๖

- (๑๗) $2.5 \times 10^3 \times 3 \times 10^2$ (๑๘) $4.0 \times 10^2 \times 2 \times 10^4$
 (๑๙) $7.5 \times 10^4 \times 2 \times 10^4$ (๒๐) $\frac{1.2 \times 10^3}{0.5 \times 10^2}$ (๒๑) $\frac{2 \times 10^5}{5 \times 10^3}$
 (๒๒) $\frac{7 \times 10^5}{5 \times 10^3}$ (๒๓) $\frac{4 \times 10^4}{2 \times 10^5}$ (๒๔) $\frac{1 \times 10^3 \times 2 \times 10^4}{5 \times 10^3}$ (๒๕) $0.5 \times \frac{7}{5}$
 (๒๖) $3 \times \frac{1}{0.5}$ (๒๗) $2 \times 10 \times \frac{1}{5}$ (๒๘) $3 \times \frac{7}{5}$
 (๒๙) $5 \times \frac{6 \times 10^4}{5 \times 10^3}$

วิธีใช้สแควร์รูท

ตัวอย่างที่ ๑ ส่วนหนึ่งของสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีเนื้อที่

๕๓๑๔๔ ตารางเมตร จงหาด้านยาวของสวน

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 \text{๗๒๘} \\
 \hline
 ๕๓,๑๔,๔๔ \\
 \hline
 ๔๘ \\
 \hline
 ๔๑๔ \\
 \hline
 ๒๘๔ \\
 \hline
 ๓๐๔๔ \\
 \hline
 ๓๐๔๔ \\
 \hline
 \end{array}$$

เนื้อที่สวน ๕๓๑๔๔ ตารางเมตร

∴ ด้านหนึ่งยาว $\sqrt{๕๓๑๔๔} = ๗๒๘$ เมตร

ตอบ ๗๒๘ เมตร

ตัวอย่างที่ ๒ นาแห่งหนึ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านกว้าง ๖๐ เมตร และยาว ๘๐ เมตร ดังนั้นด้านทะแยงจะยาวเท่าใด?

รูป $\triangle$ กคข มีมุม กคข เป็นมุมฉาก

กข จะเท่ากับด้าน กค + คข

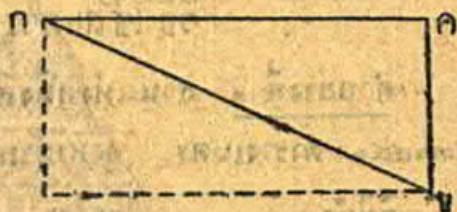
$\therefore$ เส้นทะแยงมุมของนานั้นเป็น

$$= \sqrt{60^2 + 80^2}$$

$$= \sqrt{3600 + 6400}$$

$$= \sqrt{10000} = 100$$

เมตร



ตอบ ยาว ๑๐๐ เมตร

ตัวอย่างที่ ๓ เนื้อที่สนามสี่เหลี่ยมจตุรัสแห่งหนึ่ง $4\frac{1}{2}$ ตารางวา ด้านยาวของเนื้อที่นั้นจะยาวเท่าใด?

เนื้อที่ $\square$ จตุรัสด้านกว้างและยาวเท่ากัน (กว้าง $\times$ ยาว)

ถ้า ๒ ด้านคูณกันได้ $4\frac{1}{2}$ ตารางวา

$\therefore$ ด้านหนึ่งต้องยาว $\sqrt{4\frac{1}{2}} = 2\frac{1}{2}$ วา

ตอบ $2\frac{1}{2}$ วา

แบบฝึกหัด

(๑) คนคนหนึ่งจะต้องใช้เงินรวมทั้งหมด ๓๖๑ บาท
แต่คนหนึ่ง ๆ จะต้องใช้เงินมีจำนวนเท่ากับจำนวนของคน
ที่รวมกัน คนในหมู่นั้นจะมีกี่คน ?

(๒) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง กว้าง ๕๓ ว
๑ สอก ๑๑ นิ้ว ยาว ๑๖๒๘ ว ๑๑ นิ้ว ถ้ารูปสี่เหลี่ยม
จัตุรัสมีเนื้อเท่ากับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ด้านหนึ่งของ
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะยาวเท่าใด ?

(๓) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง ด้านยาวเป็น ๒ เท่า
ของด้านกว้าง มีเนื้อที่ ๓๐๔๗๘.๘๐๕ ตารางวา จงหา
ด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมนี้

(๔) เนื้อของนารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่ง มี
๘๗๕๗๔๔ ตารางวา ด้านยาวเป็น $๓\frac{๑}{๒}$ ของด้านกว้าง
ด้านหนึ่ง ๆ จะยาวเท่าใด ?

(๕) ห้อง ๆ หนึ่งมีด้านยาว ๆ กว่าด้านกว้างครึ่งหนึ่ง
อยากทราบว่าห้องนั้นจะกว้างและยาวเท่าใด ? ถ้าห้องนั้น
มีเนื้อที่ $๔๑๒\frac{๔๗}{๘๖}$ ตารางวา

(๖) จงหาด้านกว้างและด้านยาวของพรมผืนหนึ่ง ซึ่งมีเนื้อที่ ๑๖๗.๗๑๕๕๕๐๒๕ ตารางเมตร (ก) ถ้าพรมนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส (ข) ถ้าพรมผืนนี้มีด้านยาวเป็น $๖\frac{๑}{๔}$ ของด้านกว้าง

(๗) จงหาด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ซึ่งมีเนื้อที่ ๑๔๕๒๐๒.๕ เมตร

(๘) จงหาด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ซึ่งมีที่เท่ากับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาว ๑๗ เมตร กว้าง ๑๖ เมตร

(๙) เนื้อที่ ๑๖๖๔๖๔ ตารางกิโลเมตร ถ้าจะเขียนแผนที่ที่มีส่วน $\frac{๑}{๑๐๐๐๐๐๐}$ จะต้องเขียนแผนที่นั้น ด้านละกี่เซ็นติเมตร ?

(๑๐) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากด้านกว้างเป็น $\frac{๓}{๔}$ ของด้านยาวพืนที่รูปสี่เหลี่ยมเป็น ๖๕๑๒ ตารางเมตร จงหาความยาวของด้านทั้งสอง

บทที่ ๓

วิธีหาเนื้อที่ของฝาและพื้น

กำแพงหรือฝาและพื้นห้อง ที่มีพื้นเป็นรูปสี่เหลี่ยม ดังกล่าวมาแล้ว สมมุติว่าห้องหนึ่งมีพื้นกว้าง ๑๗ เมตร ยาว ๑๕ เมตร มีฝาสีดำ ฝานั้นสูงจากพื้นถึงเพดาน

๑๐ เมตร เพราะฉะนั้นฝาทั้ง ๒ ที่ตรงกันข้าม ก็มีเนื้อ
ที่ยาวฝาละ ๑๕ เมตร กว้าง ๑๐ เมตร (สังเกตว่าเป็น
กว้าง) และอีก ๒ ฝาทั้งตรงกันข้าม ก็มีเนื้อที่ยาวฝาละ
๑๗ เมตร กว้าง ๑๐ เมตรเหมือนกัน

เพราะฉะนั้นเนื้อที่ของฝาทั้งสี่ด้าน จึงต้องมีเนื้อที่
เท่ากับ $(๑๕ \text{ ม} \times ๑๐ \text{ ม} + ๑๗ \text{ ม} \times ๑๐ \text{ ม}) +$
 $(๑๕ \text{ ม} \times ๑๐ \text{ ม} + ๑๗ \text{ ม} \times ๑๐ \text{ ม})$ เนื้อที่ของฝาทั้ง
สี่ด้าน $= ๒ (\text{ยาว} + \text{กว้าง}) \times \text{สูง}$

ตัวอย่างที่ ๑ จงหาเนื้อที่ของฝาทั้งห้อง ๆ หนึ่ง ซึ่ง
ยาว ๑๕ เมตร กว้าง ๑๗ เมตร สูง ๑๐ เมตร
วิธีทำ เนื้อที่ของ ๔ ฝา

$$\begin{aligned} &= ๒ (\text{ยาว} + \text{กว้าง}) \times \text{สูง} \\ &= ๒ (๑๕ + ๑๗) \times ๑๐ \text{ ตารางเมตร} \\ &= ๗๒๐ \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

ตอบ ๗๒๐ ตารางเมตร

ตัวอย่างที่ ๒ ห้อง ๆ หนึ่งยาว ๑๕ ฟุต กว้าง ๑๓ ฟุต
ครึ่ง สูง ๘ ฟุต ๘ นิ้ว จะเอากระดานกรุที่ฝาและเพดาน
ให้เต็ม กระดานชนิดกว้าง ๒๑ นิ้ว ราคากระดานหลา
ละ ๑ สตางค์ ดังนั้นจะสิ้นเงินเท่าใด?

วิธีทำ เนื้อที่ของฝา α ด้าน

$$= ๒ (ยาว + กว้าง) \times สูง$$

$$= ๒ (๑๘ + ๑๓\frac{๑}{๒}) \times ๕\frac{๑}{๓}$$

เนื้อที่เพดาน $= (๑๘ \times ๑๓\frac{๑}{๒})$ ตารางฟุต

$$\therefore \text{,, ,, และฝา} = (๒๑ \times ๒๕) + (๑๘ \times ๑๓\frac{๑}{๒})$$

กระดานกว้าง ๒๑ นิ้ว $= ๑\frac{๑}{๓}$ ฟุต

$$\therefore \text{กระดานยาว} (๒๑ \times ๒๕ + ๑๘ \times ๑๓\frac{๑}{๒}) \div ๑\frac{๑}{๓} \text{ ฟุต}$$

กระดานราคาหลาละ ๓ สตางค์ หรือฟุตละ $\frac{๓}{๑๐}$ สตางค์

$$\therefore \text{ค่ากระดาน} ๘๕๒ \times \frac{๑}{๓} \times \frac{๓}{๑๐} = ๑๑.๓๖ \text{ บาท}$$

ตอบ ๑๑.๓๖ บาท

ตัวอย่างที่ ๓ จงหาราคาของพรมปูห้องสี่เหลี่ยม

กว้าง $๑๑\frac{๑}{๕}$ ฟุต ยาว $๑๕\frac{๑}{๒}$ ฟุต พรมเป็นม้วนกว้าง

๒๓ นิ้ว ราคาหลาละ ๔ บาท

วิธีทำ พรมปูกว้าง $= \frac{๑๑\frac{๑}{๕}}{๒๓\frac{๑}{๔}}$ ของพรม

$$= ๕$$

$\therefore$ จะต้องใช้พรม ๕ ท่อน จึงจะยาวเท่า
กับส่วนกว้างของห้อง

∴ พรหมที่ต้องใช้ = $๕ \times ๑๕ \frac{๑}{๒} = ๓๗ \frac{๑}{๒}$ ฟุต

∴ ราคาพรหม = $๓๗ \frac{๑}{๒} \times ๔ = ๓๑๐$ บาท

ตอบ ๓๑๐ บาท

ตัวอย่างที่ ๔ ถ้าจะเอากะเบื้องปูสนามกว้าง ๑๒ ฟุต
ยาว ๑๖ ฟุต กะเบื้องแผ่นหนึ่ง ๖ ตารางนิ้ว จะสน
เท่าใด ?

อธิบาย การปูกะเบื้อง ให้เอาเนื้อที่ของกะเบื้องหาร
ส่วนกว้างและส่วนยาวของสนาม ได้ผลเท่าไร เอามาคูณ
กัน จะได้จำนวนกะเบื้องที่ต้องการทราบ

วิธีทำ ด้านกว้างสนาม ๑๒ ฟุต จะใช้กะเบื้อง ๒๔ แผ่น

„ ยาว „ ๑๖ ฟุต „ ๓๒ „

∴ จะใช้กะเบื้อง = $๒๔ \times ๓๒ = ๗๖๘$ แผ่น

ตอบ ๗๖๘ แผ่น

ตัวอย่างที่ ๕ ห้องหนึ่งยาว ๑๕ เมตร กว้าง ๑๒ เมตร
ถ้าจะปูพรหมให้มิดช่องว่างโดยรอบห้อง ด้านละ ๒ เมตร
จะเป็นเนื้อที่พรหมและที่ว่างเท่าใด ?

วิธีทำ พรหมยาว $๑๕ - ๒ - ๒ = ๑๑$ เมตร

„ กว้าง $๑๒ - ๒ - ๒ = ๘$ „

∴ เนื้อที่พรหม $๑๑ \times ๘ = ๘๘$ ตารางเมตร

เนื้อที่ห้อง $๑๒ \times ๑๕ = ๑๘๐$ ตารางเมตร

กว้าง $๑๘๐ - ๘๘ = ๙๒$ "

ตอบ { พรม ๘๘ ตารางเมตร
 { กว้าง ๙๒ "

แบบฝึกหัด

๑. ห้องๆ หนึ่งกว้าง ๑๗ ฟุต ยาว ๒๐ ฟุต ๖ นิ้ว
สูง ๗ ฟุต ๑๐ นิ้ว เสียค่าทาสีตารางฟุตละ ๕ สตางค์
จะสิ้นเงินเท่าใด ?

๒. โรงแถวหนึ่งยาว ๘ วา กว้าง ๔ วา สูง ๑๐ ศอก
ค่าทาสีตารางวาละ ๒๕ สตางค์ จะสิ้นเงินเท่าใด ?

๓. ตึกหลังหนึ่งยาว ๕๐ หลา กว้าง ๓๑ หลา ๒ ฟุต
จะปูหินสี่เหลี่ยม เนื้อที่พื้นหินกว้างแผ่นละ ๑ ตารางฟุต
วการ้อยละ ๖๐ บาท จะสิ้นเงินเท่าใด ?

๔. ที่สวนแห่งหนึ่งยาว ๑๒๐ วา กว้าง ๖๐ วา มี
ถนนรอบสวนนั้น ถนนกว้าง ๒ ศอก ที่ที่เหลือนั้น จ้าง
เขาตายหญ้าตารางวาละ ๑๐ สตางค์ จะสิ้นเงินเท่าใด ?

๕. ห้องๆ หนึ่งยาว ๑๕ เมตร กว้าง ๑๒ เมตร มี
ฝ้า ๔ ด้าน บัดกระดานที่ฝ้า กระดานกว้าง ๒.๓ เมตร

ราคากะดามเมตรละ ๑๘ สตางค์ สิ้นเงิน ๔๔.๖๐ บาท
 ดังนั้นจะเป็นฝ้าห้องนั้นสูงเท่าใด?

๖. ห้อง ๆ หนึ่งยาว ๒๕ เมตร กว้าง ๑๕ เมตร สูง ๓.๗ เมตร
 จ้างเขาทำสีฝ้าข้างนอกข้างในและเพดานด้วย
 ตารางเมตรละ ๑๐ สตางค์ ดังนั้นจะสิ้นเงินเท่าใด?

๗. ห้อง ๆ หนึ่งยาว ๑๘ ฟุต กว้าง ๑๓ ฟุต สูง ๘
 ฟุต จะประดับหินลายตามฝ้าและที่พื้นห้องด้วยหินลาย
 รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส กว้างแผ่นละ ๑ ฟุต ราคาร้อยละ
 ๑๕ บาท จะสิ้นเงินเท่าใด?

๘. กำแพงอิฐสูง ๒ วา ยาว ๑ เส้น ๑๕ วา กว้าง
 ๒ ศอก จ้างกรรมกรถือปูนใหม่ ค่าจ้างตารางวาละ
 ๒.๕๐ บาท ดังนั้นเมื่อเสร็จแล้วจะคิดค่าจ้างให้เขาเท่าใด?

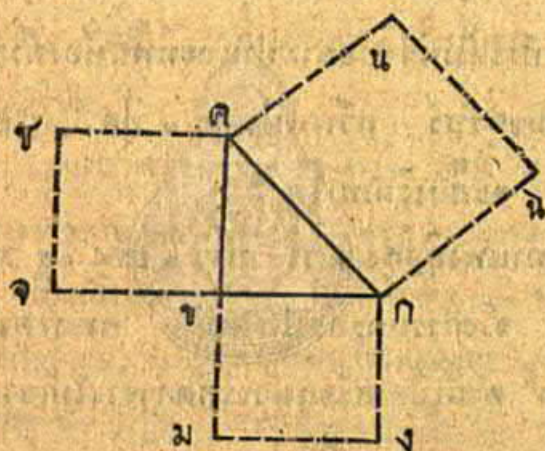
๙. จงหาราคาพรมที่ปูห้อง ๆ หนึ่ง กว้าง ๑๘ ฟุต
 ยาว ๑๘ ฟุต พรมกว้าง ๒ ฟุต ราคาลาละ ๒.๕๐ บาท

๑๐. ห้องสี่เหลี่ยมจตุรัส กว้าง ๑๗ ฟุต ๖ นิ้ว จะ
 ปูพรมที่กว้าง ๒ ฟุต ๖ นิ้ว ราคาลาละ ๓.๕๐ บาท จะ
 สิ้นเงินเท่าใด?

บทที่ ๕

รูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้านหนึ่งเป็นด้านฐาน ด้าน
หนึ่งตั้งได้ฉากกับด้านฐาน และอีกด้านหนึ่งตรงกันข้ามกับ
มุมฉาก เรียกว่าด้านทะแยง อนึ่งด้านตั้งได้ฉาก จะเรียก
ว่าด้านฐานก็ได้ สับเปลี่ยนชื่อกันได้



รูปสามเหลี่ยมมุมฉากนี้ ผู้ที่เรียนยุคถัดมาที่ ๓๓
แล้วก็จะเข้าใจได้ดี เพราะเนื้อที่สี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านที่
ตรงกันข้ามกับมุมฉากย่อมเท่ากับเนื้อที่สี่เหลี่ยมจตุรัสบน
ด้านอีก ๒ ด้านรวมกัน เช่นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กขค
นี้ □ กคณฉ ซึ่งอยู่บนด้าน กค ย่อมมีเนื้อที่เท่ากับ

เนื้อของ □ กขมง บนด้าน กข กับ □ กขจข
บนด้าน ขค นั้นรวมกัน

ถ้าจะกล่าวอย่างย่อ ๆ ก็ว่า ด้าน กข + ขค = กค
หรือ กค = กข + ขค และจะได้เห็นต่อไปอีกว่า ด้าน
กค - กข = ขค และด้าน กค - ขค = กข (เลข ๒ ที่
เขียนไว้บนแง่ตัวอักษรนั้น หมายถึงกำลัง ๒ คือด้านนั้นคูณ
กัน ๒ หน) จะเห็นได้ว่าถ้าเรารู้ด้านแห่งรูปสามเหลี่ยมมุม
ฉากเพียง ๒ ด้าน แล้วอาจจะหาคำนวณหาด้านที่สามได้
เช่นในรูปข้างบนนี้

ถ้าเรารู้ด้าน ๒ ด้านแล้ว เราอาจหาด้านที่ ๓ ได้เช่น
ถ้ารู้ว่าด้าน กข ยาว ๘ เมตร กับด้าน ขค ยาว ๑๕ เมตร,
ด้าน กค จะต้องยาว ๑๗ เมตร เพราะ $กข^2 + ขค^2 = ๖๔ + ๒๒๕ = ๒๘๙$ เมตร เมื่อถอดรูต์แล้วจะเป็นด้าน กค
ยาว ๑๗ เมตร. ถ้ารู้ว่าด้าน กค ยาว ๑๗ เมตร กับด้าน กข
ยาว ๘ เมตร, ด้าน ขค จะต้องยาว ๑๕ เมตร เพราะ
 $กค^2 - กข^2 = ๒๘๙ - ๖๔ = ๒๒๕$ เมตร ซึ่งเมื่อถอดรูต์
แล้ว จะเป็นด้าน ขค ยาว ๑๕ เมตร. ถ้ารู้ว่าด้าน กค

ยาว ๑๓ เมตร กับด้าน ขค ยาว ๑๕ เมตร, ด้าน กข ก็จะต้องยาว ๘ เมตร เพราะกค - ขค = ๒๘๕ - ๒๒๕ = ๖๐ ซึ่งเมื่อถอดรูทออกแล้ว จะเป็นด้าน ขค ยาว ๘ เมตร.

โดยมากเมื่อถอดรูทของจตุรัสให้รู้ด้านที่ต้องการ มักไม่ไ้ลงตัว ก็มักมีเศษ เช่น กค ยาว ๑๓ เมตร ขค ยาว ๑๒ เมตร, □ บนด้าน กข จะเป็น ๑๔๕ ตารางเมตร ถ้าวถอดรูทแล้ว จะได้ใกล้ความจริงที่สุดเป็น ๑๒.๐๔๑๖ เมตร

เราสังเกตได้ตามที่อธิบายมาแล้วว่า เมื่อเราวัดด้าน ทะแยงกับอีกด้านหนึ่งที่กำหนดให้ ก็อาจหาพื้นที่เหลืออยู่อีกด้านหนึ่งได้ ก็ให้เราจตุรัสบนด้านทั้งสองลบกัน ผลลัพธ์จะเป็นด้านที่ ๓ ที่เราต้องการนั้น

เพราะฉะนั้นจึงคงกฎในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ดังนี้

(๑) เมื่อเขาบอกด้านฐานกับด้านตั้งได้ฉากให้แล้ว ให้หาด้านทะแยงตั้งนั้น จงบวกจตุรัสบนด้านฐานกับจตุรัสบนด้านตั้งได้ฉาก แล้วถอดรูท ผลลัพธ์เป็นด้านทะแยง

(๒) เมื่อเขาบอกด้านด้านทะแยงและอีกด้านหนึ่งให้แล้ว ให้หาด้านที่สามตั้งนั้น จงเอาจตุรัสบนด้านที่บอกให้อีกด้านหนึ่งนั้นลบจตุรัสบนด้านทะแยง แล้วถอดรูท ผลลัพธ์จะเป็นด้านที่ ๓

(๓) ก. เมื่อเขบอกด้านฐานหรือด้านฉาก กับบอกผลบวกของด้านอีก ๒ ด้านให้แล้วให้หาด้านที่ ๓ ดังนี้

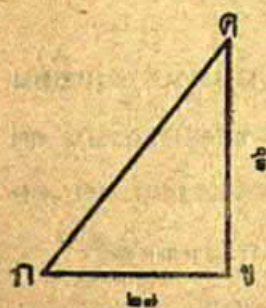
จงเอาผลบวกของด้านทั้ง ๒ นั้นหารจตุรัสของด้านฐานหรือด้านฉาก แล้วบวกด้วยผลบวกของด้านทั้ง ๒ นั้นอีกที จะได้ผลลัพธ์เป็น ๒ เท่าของด้านที่ ๓ นั้น หรือมีฉะนั้น

ข. เมื่อเขบอกด้านฐานหรือด้านฉาก กับบอกผลลบของด้านอีก ๒ ด้านให้แล้วให้หาด้านที่ ๓ ดังนี้

จงเอาผลลบของด้านทั้ง ๒ นั้น หารจตุรัสของด้านฐานหรือด้านฉาก แล้วลบด้วยผลลบของด้านทั้ง ๒ นั้นอีกที จะได้ผลลัพธ์เป็น ๒ เท่าของด้านที่ ๓ นั้นเหมือนกัน

(๑ เท่าคือด้านที่ต้องการ)

ตัวอย่างที่ ๑ ด้าน กข และ ขค แห่งรูปสามเหลี่ยม ขวายเป็นลำดับดังนี้ คือ ๒๗ กับ ๓๖ จงหาด้านทะแยง คือหาว่าด้าน กค ยาวเท่าไร ?



วิธีทำ ตามกฎข้อ ๑ $กข^2 + ขค^2 = กค^2$

$$\text{ด้าน } กข = ๒๗$$

$$\text{ด้าน } กค = ๓๖$$

$$\begin{aligned} \therefore ๒๗^2 + ๓๖^2 &= ๗๒๙ + ๑๒๙๖ \\ &= ๒๐๒๕ \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ด้านทะแยง } กค \text{ ยาว } \sqrt{๒๐๒๕} = ๔๕ \text{ ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ ๒ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ๑ มีด้านที่ตรงข้าม
ยาว ๑๓๓ เมตร ด้านฐานยาว ๑๔๑ เมตร จงหาด้าน
ตั้งได้ฉาก

วิธีทำ ๑. $๑๓๓^2 - ๑๔๑^2 = ๓๑๓๒๕ - ๑๙๘๘๑ = ๑๑๔๔๔$

$\therefore$ ด้านตั้งได้ฉากยาว $\sqrt{๑๑๔๔๔} = ๑๐๖.๕๕๕$ เมตร

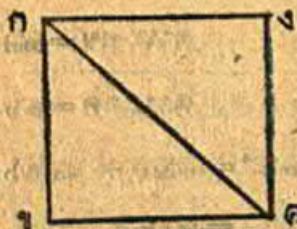
หรือใกล้กับ ๑๐๗ เมตร ตอบ

วิธีทำ ๒. $(๑๓๓ + ๑๔๑) \times (๑๓๓ - ๑๔๑) = ๓๑๔ \times ๓๖$

สแควร์ต = $๑๓.๘๓๒๕ \times ๖ = ๑๐๗$ เมตร ตอบ

ตัวอย่างที่ ๓ ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสยาวด้านละ
๒๑๖ ฟุต เส้นทแยงมุมจะยาวเท่าใด ?

ด้าน กข ยาว ๒๑๖ ฟุต และด้าน ขค ก็ยาว ๒๑๖ ฟุต,
ให้หาเส้นทแยง กค



วิธีทำ กขค เป็นรูปสามเหลี่ยม
มุมฉาก ผลบวกของจตุรัสบน กข
กับ ขค เท่ากับจตุรัสบน กค คือ

$$๒๑๖^2 + ๒๑๖^2 = ๙๓๓๑๒$$

$\therefore$ ด้าน กค ยาว $\sqrt{๙๓๓๑๒}$
 $= ๓๐๕.๔๗$ ฟุต ตอบ

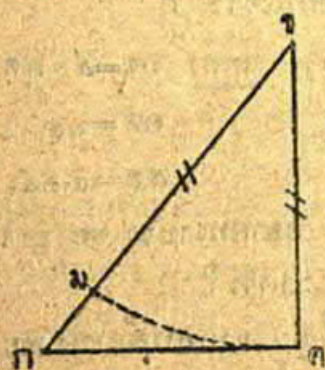
ตัวอย่างที่ ๔ ถ้าเส้นตั้งได้ฉากกับด้านฐานของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ยาว ๑๗ วา และฐานยาว $\frac{๓๐}{๑๐}$ ของด้านที่แบ่งดังนี้ ด้านที่แบ่งจะยาวเท่าใด?

วิธีทำ ด้านฐานยาว ๑ ส่วน ด้านที่แบ่งยาว ๑๐ ส่วน ดังนั้นเส้นตั้งได้ฉากยาว $\sqrt{๑๐^2 - ๑^2} = ๓.๑๔๑๔$ ส่วน

$$\therefore ๓.๑๔๑๔ \text{ ส่วน} = ๑๗ \text{ วา}$$

$$\therefore ๑๐ \text{ ส่วน} = ๒๓.๘ \text{ วา} \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

ตัวอย่างที่ ๕ เอาบันไดพาดกับกำแพง, บันไดยาวกว่าส่วนสูงของกำแพง ๒ ฟุต เชิงบันไดห่างจากกำแพง ๘ ฟุต และปลายบันไดพาดกับส่วนสูงของกำแพง ดังนั้นบันไดจะยาวเท่าใด?



วิธีทำ กข เป็นบันได, ขค เป็นกำแพง, กค ยาว ๘ ฟุต และ กข ยาวเกิน ขค ไป = กม แต่ กม ยาว ๒ ฟุต ตามกฎข้อ ๓ ให้หารจตุรัสบนด้านฐาน ด้วยผลลบของด้านอีก ๒ ด้าน แล้วเอาผลลบของด้านทั้ง ๒ นั้นลบอีกที จะได้ลัพธ์เป็น ๒ เท่า

กับ กค และให้เท่ากับ กค และจากจุด ข. ลากเส้นตรง
 ขย ให้ขนานกับ กค และให้เท่ากับ กค ด้วย

$$คย = ๖๔ - ๘.๓๕ = ๕๕.๖๕$$

$$ขฟ = ๕๐ - ๘.๓๕ = ๔๐.๖๕$$

$$คย = ๖๔ - ๕๐ = ๑๔$$

ฟอ หรือ กส $\sqrt{(ขอ - ขฟ)^2} = ๓๕.๘๘๘๖$

อย หรือ สค $\sqrt{(คย - คข)^2} = ๘๐.๔๑๑$

$$\therefore \text{กค หรือ ขย} = ๑๕๖.๔๑๐๖$$

$$ขค = \sqrt{(ขย + คค)^2} = ๑๕๗.๐๓๖ \text{ ฟุต } \underline{\text{ตอบ}}$$

แบบฝึกหัด

(๑) ด้านฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง
 ยาว ๑๕ เซนติเมตร เส้นตั้งได้ฉากยาว ๒๐ เซนติเมตร
 ดังนั้นด้านทะแยงจะยาวเท่าใด ?

(๒) ถ้าฐานยาว ๓๐ เซนติเมตร เส้นตั้งได้ฉากยาว
 ๑๖ เซนติเมตร ดังนั้นเส้นทะแยงจะยาวเท่าใด ?

(๓) ฐานยาว ๔ ฟุต เส้นตั้งได้ฉากยาว ๔ ฟุต ๓ นิ้ว
ตั้งนี้ด้านทะแยงจะยาวเท่าใด ?

(๔) ด้านทะแยงยาว ๓๕ เซนติเมตร เส้นตั้งได้
ฉากยาว ๒๘ เซนติเมตร ด้านฐานจะยาวเท่าใด ?

(๕) ด้านฐานยาว ๒๐ เมตร ด้านทะแยงยาว ๕๒
เมตร ด้านตั้งได้ฉากจะยาวเท่าไร ?

(๖) ด้านฐานยาว ๒๑ เมตร เส้นตั้งได้ฉากยาว
๒๖ เมตร ด้านทะแยงจะยาวเท่าใด ?

(๗) ด้านทะแยงยาว ๒๘.๓๒ ฟุต ฐานยาว ๒๓.๔๕
ฟุต จงหาเส้นตั้งได้ฉาก

(๘) ด้านฐานยาว ๕.๖ นิ้ว เส้นตั้งได้ฉากยาว ๑ ฟุต
ด้านทะแยงจะยาวเท่าใด ?

(๙) เส้นตั้งได้ฉากและด้านฐานยาวด้านละ ๑๕ ด้าน
ทะแยงยาวเท่าใด ?

(๑๐) รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสยาวด้านละ ๑๐ ฟุต จงหา
ว่าด้านทะแยงจะยาวเท่าใด ?

(๑๑) ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสจะยาวเท่าใด ถ้า
ด้านทะแยงยาว ๑ ?

(๑๒) บันได ๆ หนึ่งวางพิงอยู่กับต้นไม้ ปลายบันได
 พาดอยู่สูงจากพื้นดิน ๓๕ ม. โคนบันไดตั้งอยู่ห่างจาก
 โคนต้นไม้ ๔ ม. ดังนั้น บันไดจะยาวเท่าใด ?

(๑๓) ถนนสายหนึ่งมีตึกแถว ๒ ฟากถนน บันได ๆ
 หนึ่งตั้งอยู่กลางถนน ปลายบันไดจะพาดอยู่กับหน้าต่าง
 สูงจากพื้นดิน ๓๐ ฟุต และบันไดยาว $36\frac{1}{2}$ ฟุต เมื่อ
 ผลักบันไดนั้น ให้กลับ มาพาดกับหน้าต่างตึกอีกแถวหนึ่ง
 มิให้โคนบันไดเคลื่อนจากที่ ปลายบันไดจะพาดกับหน้า
 窓สูงจากพื้น ๒๕ ฟุต อยากทราบว่าถนนสายนั้นจะกว้าง
 เท่าใด ?

(๑๔) ดินบันได ๆ หนึ่งตั้งอยู่กลางถนนมีตึกสอง
 ฟากถนน ห่างจากเชิงกำแพงตึกด้านหนึ่ง ๓๐ ฟุต ปลาย
 บันไดพาดอยู่กับหน้าต่างตึกสูง $22\frac{1}{2}$ ฟุต ถ้าผลักบันได
 นั้นให้ล้มพาดลงอีกฟากหนึ่ง อย่าให้ดินบันไดเคลื่อนที่
 ปลายบันไดจะพาดกับหน้าต่างตึกอีกแถวหนึ่งสูง ๓๖ ฟุต
 จงหาถนนนั้นจะกว้างเท่าใด ?

(๑๕) ก. กับ ข. เติร์ออกจากที่เดียวกันเวลาพร้อมกัน
 ก. เติร์ไปทางทิศใต้ชั่วโมงละ ๔ กิโลเมตร ข. เติร์ไปทาง
 ทิศตะวันออกชั่วโมงละ $4\frac{1}{2}$ กิโลเมตร อยากทราบว่าถ้า

ก. อยู่ห่างจาก ข. ๕๐ กิโลเมตร ก. และ ข. จะเค็รเป็น
เวลานานเท่าใด ?

(๑๖) ถ้าฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งยาว
๕ ฟุต ๔ นิ้ว และ ๕ เท่าของเส้นตั้งได้ฉากจะเท่ากับ
๔ เท่าของด้านเฉียง จงหาว่าเส้นตั้งได้ฉากจะยาวเท่าใด ?

(๑๗) ถ้ารูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีด้านยาว ๑ อ ยาก
ทราบว่าสูงเท่าใด ?

(๑๘) ด้านฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากยาว ๑๕๔ ว
เส้นทแยงกับเส้นตั้งได้ฉากรวมกันยาว ๒๔๒ ว จงหาว่า
เส้นตั้งได้ฉากยาวเท่าใด ?

(๑๙) เส้นตั้งได้ฉากยาว ๔๘ ซม. ด้านทแยง
ยาวกว่าด้านฐาน ๔ ซม. ด้านทแยงจะยาวเท่าใด ?

(๒๐) ถ้าด้านฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากยาว $\frac{๑}{๕}$
ของผลบวกแห่งด้านทแยงกับด้านตั้งได้ฉาก ด้านทั้งสาม
จะยาวด้านละเท่าใด ?

(๒๑) บันได ๆ หนึ่งวางขวางถนนจะยาวเต็มถนน
พอดี ถ้ายกปลายบันไดขึ้นพาดหน้าต่างตึกแถวข้างหนึ่ง
จะสูง ๑๕ เมตร โคนบันไดจะห่างจากตึกแถวตรงกันข้าม
๕ เมตรดังนี้ บันไดนั้นยาวเท่าใด ?

บทที่ ๕

วิธีหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมที่บอกด้านให้ ๒ ด้าน

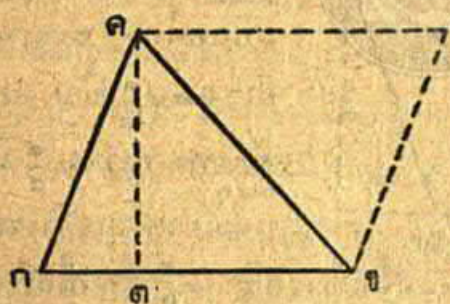
การหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม (ด้านไม่เท่ากัน)

ซึ่งกำหนดด้านฐานกับส่วนสูง หรือเส้นตั้งได้ฉากให้แล้ว
ให้หาเนื้อที่ดังนี้

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตั้งอยู่บนฐานอันเดียวกัน
และมีส่วนสูงเท่ากัน เนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม ๒ รูปนั้น
ย่อมเท่ากับเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมนั้น

ตัวอย่างที่ ๑ จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง

ซึ่งมีด้านฐานยาว ๒๖ เมตร ส่วนสูงยาว ๒๘ เมตร



วิธีทำให้ กขค เป็นรูป
สามเหลี่ยม, ด้าน กข
ยาว ๒๖ เมตร และ
คค ยาว ๒๘ เมตร
ในรูป □ กขมค ด้าน
กข ยาว ๒๖ เมตร
คค ยาว ๒๘ เมตร

เพราะฉะนั้นเนื้อที่ของ □ ด้านขนาน กขมค เป็น
 ๒๘×๒๖ ตารางเมตร แต่เนื้อที่ของ $\triangle$ กขค เป็นครึ่งหนึ่งของ

ของ □ กขมค

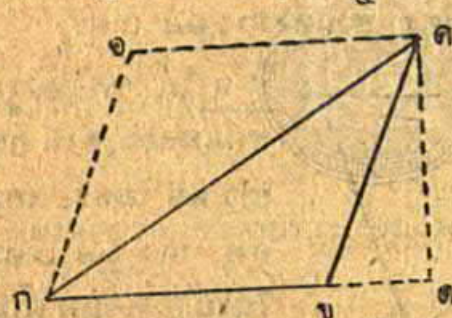
$$\therefore \text{เนื้อที่ของ } \triangle \text{ กขค} = \frac{1}{2} (๒๖ \times ๒๘)$$

= ๓๖๔ ตารางเมตร

ตอบ ๓๖๔ ตารางเมตร

เมื่อได้พิจารณาที่ตามตัวอย่างที่อธิบายมาแล้ว เรา
 ตั้งกฎได้ว่า เส้นตั้งได้ฉากกับด้วยฐาน และ หารด้วย ๒
จะเป็นเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมนั้น

ตัวอย่างที่ ๒. รูปสามเหลี่ยมขาของรูปหนึ่ง ด้าน
 ฐานยาว ๑๘ ฟุต ๖ นิ้ว ส่วนสูงจากมุมยอดตั้งได้ฉาก
 กับด้านฐานยาว ๓ ฟุต ๙ นิ้ว จะเป็นเนื้อที่เท่าใด?



วิธีทำให้ กขค เป็นรูป
 สามเหลี่ยม, ด้าน กข
 ยาว ๒๒ ๒ นิ้ว และ
 ด้าน คข ยาว ๔๓ ๑ นิ้ว
 และเป็นส่วนกว้างของ

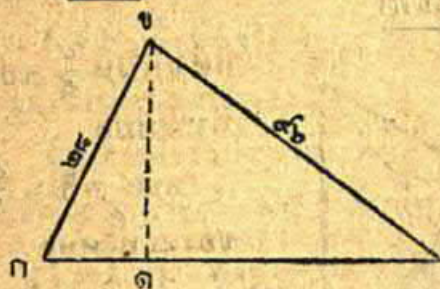
□ ด้านขนาน กขค $\therefore$ เนื้อที่ $\triangle \text{ กขค} = \frac{1}{2}$ ของเนื้อที่ □

$$\text{กขค} = \frac{1}{2} (๔๓ \frac{1}{4} \times ๑๑๑.๒๕) = ๔๘๑๑.๕๖๒๕ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ ๓ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง ด้าน
 ตรงกันข้ามกับมุมฉากยาว ๑๐๐ เมตร และอีกด้านหนึ่ง

ยาว ๕๖ เมตร ถ้าจะลากเส้นตั้งได้ฉากจากมุมยอดมายัง
ด้านตรงกันข้าม เส้นตั้งได้ฉากที่ลากใหม่นี้จะยาวเท่าใด?

วิธีทำ ด้าน กค ยาว ๑๐๐ และ ขค ยาว ๕๖



$$\therefore ๑๐๐^2 - ๕๖^2$$

$$\text{หรือ } ๑๕๖ \times ๔ = ๖๒๔$$

$$\text{แล } \sqrt{๖๒๔} = ๒๔$$

$$= กข$$

ใน $\triangle$ กขค เมื่อให้
ขค เป็นด้านฐาน แต่ด้านฐาน ขค = ๕๖ ด้านตั้ง กข = ๒๔

$\therefore$ ขค $\times$ กข = ๕๖ $\times$ ๒๔ คือเนื้อที่เป็นสองเท่าของ $\triangle$
กขค เมื่อให้ กค เป็นฐานในทำนองเดียวกัน ขค $\times$ ๑๐๐
เนื้อที่ก็เป็น ๒ เท่าของ $\triangle$ กขค เหมือนกัน

$$\therefore \text{ขค} \times ๑๐๐ = ๕๖ \times ๒๔ \text{ (คือ ขค ร้อยหน = ๕๖} \times ๒๔)$$

$$\therefore \text{ขค} = \frac{๕๖ \times ๒๔}{๑๐๐} = ๒๖.๘๘$$

ใน $\triangle$ มุมฉาก กขค เมื่อเรารู้ด้าน กข และ ขค แล้ว
เราก็อาจหาได้ว่า ด้าน กค ยาว = ๒๖.๘๘ โดยทำตามวิธี
ทำนองเดียวกัน คค = ๕๒.๑๖ ตอบ

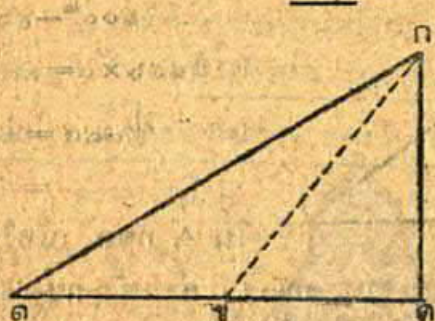
ตัวอย่างที่ ๔ ที่นารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม กคค
เป็นมุมฉาก และลากเส้นตรงมุมฉากยอดมาแบ่งฐาน คค

จากมุม

วิธีคำนวณ

ออกเท่า ๆ กันที่สุด ข. ทำให้เนื้อที่นา $\triangle$ กตข เป็น $\frac{5}{8}$ ของเนื้อนาทั้งหมด แต่วัดด้าน ขค ได้ยาว ๑๘๒ เมตร และด้าน กค ยาว ๖๒๔ เมตร เนื้อนาทั้งหมดจะเป็นเท่าไร?

วิธีทำ



$\triangle$ กตข เป็น $\frac{5}{8}$ ของนาทั้งหมด

$\therefore \triangle$ กขค ก็เป็น $\frac{3}{8}$ ของ $\triangle$ ทั้งหมด

แต่เนื้อที่นา กขค เป็น $\frac{1}{2} (624 \times 182)$

คือ $\frac{5}{8}$ ของนาทั้งหมด = เนื้อที่ $\frac{1}{2} (624 \times 182)$

$\therefore$ " " " = $\frac{5}{8} \times \frac{1}{2} (624 \times 182)$

= ๑๐๒๒๑๑.๒ ตาราง เมตร

แบบฝึกหัด

(๑) จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ซึ่งมีด้านฐานยาว ๔๑ เมตร และด้านตั้งได้ฉากยาว ๑๕ เมตร

(๒) จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้านตั้งได้ฉากยาว ๒๕ เมตร ด้านฐานยาว ๘ เมตร

(๓) จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีส่วน

สูง ขาว ๑ ฟุต ๑ นิ้ว ด้านฐานขาว ๑๐ ฟุต ๕ นิ้ว

(๔) ด้านที่ตั้งได้ฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ขาว ๑๑๐ ฟุต ๑ นิ้ว ด้านฐานขาว ๔๕ ฟุต ๖ นิ้ว จงหาเนื้อที่เป็นตารางหลา

(๕) ถ้าเส้นฐานขาว ๘ วา เส้นตั้งได้ฉากขาว ๑ ศอก จะเป็นเนื้อทกตารางวา ?

(๖) หน้าจั่วเรือนหลังหนึ่ง วัดสูงได้ฉากจะสูง ๘ ฟุต ๑ นิ้ว ด้านฐานจะขาวเท่าใด ถ้าเนื้อที่ของจั่ว ๑๐๐ ตารางฟุต ?

(๗) ด้านทะแยงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปหนึ่ง ขาว ๑๒ วา ๖ นิ้ว และอีกด้านหนึ่งขาว ๑๒ วา จะเป็นเนื้อที่เท่าใด ?

(๘) ด้านทะแยงขาว ๑, แต่ด้านตั้งได้ฉากขาว ๒ จงหาเนื้อที่ของรูปนั้น

(๙) ด้านทะแยงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากขาว ๒๐๘ ด้านฐานเป็นด้านตั้งได้ฉากตั้งนี้ เนื้อที่จะเป็นเท่าใด ?

(๑๐) ด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่ง ขาว ๓๘ เมตร จะเป็นเนื้อที่เท่าใด ?

(๑๑) เส้นตั้งได้ฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากขาว ๓๗ เมตร ฐานขาว ๔๒ เมตร จงหาเส้นตั้งได้ฉากที่ลากจากมุมยอด ถึงด้านทะแยงของรูปนั้นว่าจะขาวเท่าใด ?

(๑๒) ด้านตะแคงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากยาว ๘๕ นิ้ว อีกด้านหนึ่งยาว ๑๗ นิ้ว ถ้ากลับเอาด้านตะแคงเป็นตั้งนี้ ส่วนสูงจะยาวเท่าใด ?

(๑๓) ถ้าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสรูปหนึ่ง ยาว ๔๘.๑๕๓๕ เมตร เนื้อทั้งหมดของรูปสี่เหลี่ยมนี้เท่ากับเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ซึ่งมีเส้นตั้งได้ฉากยาว ๓๘.๑๒๖ เมตร ด้านฐานของรูปสามเหลี่ยมจะยาวเท่าใด ?

(๑๔) ด้านฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ยาว ๖๗.๔๕๖ ด้านตะแคงยาวกว่าด้านตั้งได้ฉาก ๓๘.๔๔ จะเป็นเนื้อที่เท่าใด ?

(๑๕) รูปสามเหลี่ยม กขค, ด้าน กข และ ขค ขรรจบกันเป็นมุมฉาก และด้านหนึ่งยาว ๑๕๔ ฟุต อีกด้านหนึ่งยาว ๔๐ ฟุต ถ้าลากเส้นตั้งได้ฉากจาก ข ถึง กค ที่จุด ค ดังนั้น เส้น กค และ กค จะยาวเท่าใด ?

(๑๖) รูปสามเหลี่ยม กขค มีมุมที่ ค ด้าน กค ยาว ๒๓ ฟุต ๘ นิ้ว เส้นตั้งได้ฉากจาก ข ถึง กค ยาว ๑๕ ฟุต ๑๑ นิ้ว ถ้าจะแบ่งรูปสามเหลี่ยมนี้เป็นสามส่วน โดยลากเส้นจาก ข ถึง กค และให้เนื้อที่ส่วนที่สองมากกว่าส่วนที่หนึ่งครึ่งหนึ่ง และส่วนที่สามมากกว่าส่วนที่สองครึ่งหนึ่ง จะเป็นเนื้อที่ส่วนละเท่าใด ?

วิธีหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม
ที่บอกด้านให้ทั้ง ๓ ด้าน

วิธีหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมซึ่งกำหนดด้านให้สาม
ด้าน (แต่ด้านไม่เท่ากันทั้งสามด้าน) ขอให้สังเกตตาม
ตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ ทหารูปสามเหลี่ยมแห่งหนึ่งมีด้านทั้ง ๓
ยาว ๖ เมตร, ๘ เมตร และ ๑๐ เมตร จะเป็นเนื้อที่เท่าใด?

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{ครึ่งหนึ่งของด้านทั้งสามรวมกัน} = \frac{๑}{๒} (๖ + ๘ + ๑๐) \\ = ๑๒ \text{ เมตร}$$

$$\frac{๑๒}{๒} \left(\frac{๖}{๖} \times \frac{๘}{๔} \times \frac{๑๐}{๒} \times ๑๒ \right) = ๑๒ \\ \text{เมื่อถอดรูทออกมาเป็นเนื้อที่} = \sqrt{๕๗๖} = ๒๔$$

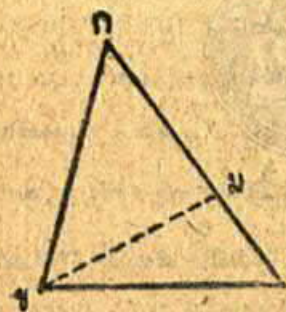
ตอบ ๒๔ ตารางเมตร

กฎ ครึ่งหนึ่งของผลบวกแห่งด้านทั้งสามของรูปสาม
เหลี่ยม ให้ลบด้วยด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้นทีละด้าน
ทั้งสามด้าน (คือให้เอาด้านหนึ่งลบครึ่งหนึ่งของผลบวก

ของด้านทั้งสามนั้น อีก ๒ ด้านก็ทำลบบ้างเดียวกัน)
 และผลลบของด้านทั้งสามนี้ ให้คูณกันแล้วคูณด้วยครึ่ง
 หนึ่งของผลบวกแห่งด้านทั้งสามนั้นด้วย แล้วจึงถอดรูท
 ผลลัพธ์จะเป็นเนื้อของรูปสามเหลี่ยมที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ ๒ รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้าน ก ข
 ยาว ๒๒๕, ด้าน กค ยาว ๒๕๒, ด้าน ขค ยาว ๑๕๓, จงหา
 เส้นตั้งได้ฉาก ซึ่งลากจากจุด ข ถึง กค ว่าจะยาวเท่าใด ?

วิธีทำ ครึ่งหนึ่งของผลบวกของด้านทั้งสามของรูป
 สามเหลี่ยม = $\frac{1}{2} (225 + 252 + 153) = 315$ ตามกฎ



ข้างบน. เนื้อของรูป $\triangle$ กขค

จะเท่ากับสแควร์รุตของ 315
 $\times 80 \times 63 \times 152$ หรือ

$$= \sqrt{(315 \times 8 \times 315 \times 32)} \\ = 315 \times 3 \times 16 \text{ หนึ่งเนื้อ}$$

ของรูป $\triangle$ นี้ก็ = $\frac{1}{2} (กค \times ขม)$

$$= \frac{1}{2} (252 \times ขม)$$

$$\therefore \frac{1}{2} (252 \times ขม) = 315 \times 3 \times 16$$

$$\therefore ขม = \frac{315 \times 3 \times 16}{126} = 126 \text{ ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ ๓ ที่นา รูปสามเหลี่ยมแห่งหนึ่ง ครึ่งหนึ่งของด้านทั้งสามรวมกัน เป็น ๓๕๓ วา ด้านฐานยาวกว่าอีกด้านหนึ่ง ๕๗ วา และยาวกว่าด้านที่สาม ๓๘ วา ถ้าจะล้อมรั้วโดยรอบ จะต้องใช้รั้วที่ยาวกว่ารั้วที่ล้อมที่นา รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสซึ่งมีเนื้อที่เท่ากันเท่าใด ?

วิธีทำ ถ้าจะสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าบนด้านฐานแล้ว ด้านทุกด้านของรูปด้านเท่านี้จะยาวกว่าจริง คือ $๓๘ + ๕๗ = ๙๕$ วา เมื่อ $\frac{1}{2}$ ของผลบวกของด้านทั้งสามเป็น ๓๕๓ วา ด้านทั้งสามรวมกันก็ = ๗๐๖ วา
 $\therefore$ ด้านฐาน = $(๗๐๖ + ๙๕) \div ๓ = ๒๖๘$ วา
 อีก ๒ ด้านรวมกัน = $(๒๖๘ - ๕๗) + (๒๖๘ - ๓๘) = ๔๔๓$ วา
 ด้านฐานยาว ๒๖๘ วา อีก ๒ ด้านก็ยาว ๒๓๗ และ ๒๕๖ ตามลำดับ

เมื่อทำตามวิธีที่กล่าวแล้ว เนื้อของ $\triangle = ๒๕๐๒๖.๓๕$ ตารางวา ถอดสแควร์ได้ ๑๗๐.๓๗๑๒ วา
 เส้นรอบนอกของ $\square$ จตุรัส = ๑๗๐.๓๗๑๒×๔
 $= ๖๘๑.๔๘๖$ วา

แต่เส้นรอบนอกของสามเหลี่ยมยาว ๗๐๖ วา

$\therefore$ จะต้องใช้รั้วยาวกว่าที่นาสี่เหลี่ยม ๑๐๕.๕๑๓ วา ตอบ

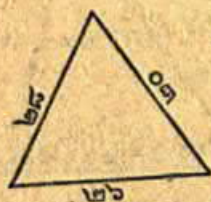
วิธีหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมนั้น เราจะทำเป็นแบบ
ไว้ก็ได้ สมมุติให้ s เป็นครึ่งหนึ่งของผลบวกของด้าน
ทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมนั้น และให้ g, x, y เป็นจำนวน
ความยาวของด้านทั้ง ๓ ตามลำดับ

$$2s = g + x + y \quad \text{และ} \quad s = \frac{g}{2} (g + x + y)$$

$$\therefore \text{เนื้อที่ของ } \Delta = \sqrt{s(s-g)(s-x)(s-y)}$$

ตัวอย่าง จงหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มีด้าน
ก ยาว ๒๐ เมตร ข ยาว ๒๖ เมตร ค ยาว ๒๘ เมตร

$$\text{วิธีทำ } s = \frac{g}{2} (g + x + y) = \frac{20 + 26 + 28}{2} = ๓๒ \text{ เมตร}$$



$$\Delta = \sqrt{s(s-g)(s-x)(s-y)}$$

$$= \sqrt{๓๒ \times ๑๒ \times ๖ \times ๑๔}$$

เมื่อถอดรู้ตจะใช้วิธีแฟกเตอร์ก็ได้

$$\therefore \text{เนื้อที่ของ } \Delta = \sqrt{(๑๖ \times ๒) \times (๖ \times ๒) \times ๖ \times ๑๔}$$

$$= \sqrt{๔^๒ \times ๖^๒ \times ๒^๒ \times ๑๔}$$

$$= ๔๘ \sqrt{๑๔}$$

$$\sqrt{๑๔} = ๓.๗๔๒$$

∴ ๔๘ $\sqrt{๑๔} = ๓๗๘.๖๖๖$ หรือ ๓๘๐ เมตร ตอบ

๓.๗	๔๒	×
	๔๘	
๑๔๘.๖	๘	
๒๘.๘	๓๖	
๓๗๘.๖	๑๖	

แบบฝึกหัด

(๑) ถ้าด้านของรูปสามเหลี่ยม ยาว ๔, ๕, และ ๖ ตามลำดับ จะเป็นเนื้อที่เท่าใด?

(๒) ถ้าด้านของรูปสามเหลี่ยม ยาว ๕, ๘, และ ๘ เมตร จะเป็นเนื้อที่เท่าใด?

(๓) ถ้าด้านของรูปสามเหลี่ยม ยาว ๓๖๕ วา, ๑๔๕๐ วา และ ๑๗๐๕ วาตามลำดับ จะเป็นเนื้อที่เท่าใด?

(๔) จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมแปลงหนึ่ง มีด้าน ยาว ๓๖๕ เมตร ๑๔๕๐ เมตร และ ๑๗๐๕ เมตร ตามลำดับ

(๕) นาแห่งหนึ่งรูปสามเหลี่ยม มีด้านยาว ๒๔๗๐ เมตร, ๒๒๕๐ เมตร และ ๒๑๒๐ เมตร จะให้เขาโดยกีดจลาไร์ละ ๕๐ สตางค์ต่อเดือน จะเป็นเงินค่าเช่าปีละเท่าใด?

(๖) รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาว ๕๐๐ ฟุต, ๘๐๐ ฟุต และ ๙๕๐ ฟุต ถ้ารูปสี่เหลี่ยมจตุรัสมีเนื้อที่เท่ากับเนื้อที่ของสามเหลี่ยมนี้ ด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสจะยาวเท่าใด?

(๗) ด้านฐานของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ยาว ๑๘๔ คานอื่น ๆ ยาว ๑๕๗ และ ๑๖๕ ดังนั้นส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมนี้จะยาวเท่าใด?

(๘) ด้านฐานของรูปสามเหลี่ยม ยาว ๔๕๖ เมตร และด้านอื่น ๆ ยาว ๔๓๗ เมตร และ ๕๖๐ เมตร ส่วนสูงที่คงได้ฉากยาวเท่าใด?

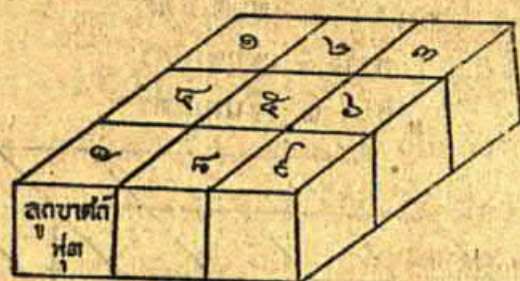
(๙) ด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมเทียบส่วนได้ ๑๑, ๑๒, ๑๓. ใช้รัศมีที่นั่นยาว ๑๐๐ เมตร จะเป็นเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมเท่าใด?

(๑๐) รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาว ๑๒๐ เมตร, ๒๐๒ เมตร และ ๑๔๐ เมตร จะเป็นเนื้อที่เท่าใด?

บทที่ ๖

วิธีคิดเนื้อที่เหลี่ยมลูกบาศก์

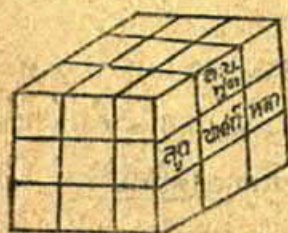
เหลี่ยมลูกบาศก์นั้น คือรูปซึ่งมี ๖ หน้า และทุก ๆ หน้าเท่ากัน หรือรูปซึ่งมียาว, กว้าง, และหนา หรือสูง



เท่ากัน เช่น
ลูกบาศก์ฟุต
ก็หมายความว่า
ว่ารูปนั้น ยาว
๑ ฟุต, กว้าง

๑ ฟุต, หนา (สูง) ๑ ฟุต, ๘ ลูกบาศก์ฟุต ก็คือว่าลูกบาศก์
นั้นยาว, กว้าง, หนา ด้านละ ๑ ฟุต มี ๘ ลูกอยู่ในรูปนั้น
ดูในรูปนี้

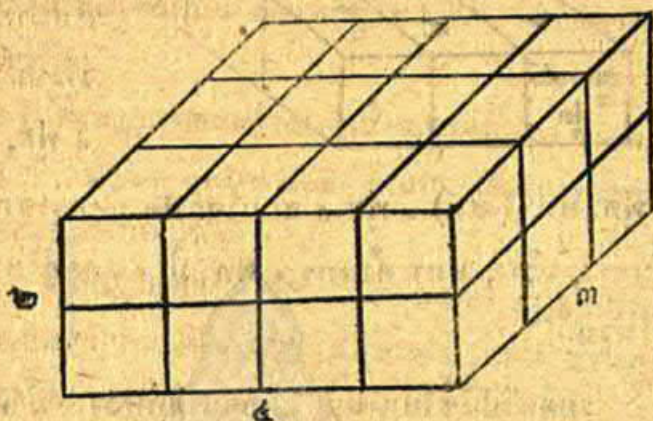
รูปต่อไปนี้จะเห็นว่า ๑ ลูกบาศก์หลา มี ๒๗ ลูก
บาศก์ฟุต



เรารู้แล้วว่า ๑ หลา = ๓ ฟุต
และ ๑ ลูกบาศก์หลา ถ้านับเป็น
ฟุตแล้ว ก็อรปนั้นยาว ๓ ฟุต
กว้าง ๓ ฟุต, หนา (สูง) ๓ ฟุต

เพราะฉะนั้น ๑ ลูกบาศก์ฟุต จึงมีใน ๑ ลูกบาศก์หลา
๒๗ ลูก

๑. รูปหนึ่ง ด้านยาว ๔ เซนติเมตร
 ,, กว้าง ๓ เซนติเมตร
 ,, หนา ๒ เซนติเมตร



เมื่อนับลูกบาศก์ซึ่งวางซ้อนกัน ๒ ชั้น (ลูกบาศก์
 กว้าง, ยาว, และหนา ด้านละ ๑ ซม.) เป็น ๒๔ ลูก
 บาศก์ก้อน หรือ $4 \times 3 \times 2 = 24$

∴ การหาเนื้อที่ลูกบาศก์ก็คือ = ยาว $\times$ กว้าง $\times$ หนา
 ตัวอย่างที่ ๑ หับๆ หน่งยาว ๒ สอก ๑ คืบ กว้าง
 ๒ สอก สูง ๕ นิ้ว หับนั้นจะมีลูกบาศก์กี่คืบ?

วิธีทำ เนื้อที่ = ยาว $\times$ กว้าง $\times$ หนา

$$\begin{aligned}
 &= ๕ \times ๕ \times \frac{๕}{๑๒} \text{ ลูกบาศก์คืบ} \\
 &= ๑๕ \text{ ลูกบาศก์คืบ}
 \end{aligned}$$

ตอบ ๑๕ ลูกบาศก์คืบ

ตัวอย่างที่ ๒ ถังน้ำสี่เหลี่ยมใบหนึ่งยาว ๐.๗๕ เมตร กว้าง ๐.๕ เมตร สูง ๐.๔ เมตร จะจุน้ำกี่ลิตร และน้ำนั้นจะหนักกี่กรัม? (๑ ลิตร = ๑ ลูกบาศก์เดซิเมตร)

วิธีทำ เนื้อที่ลูกบาศก์ของถัง = $๗๕ \times ๕๐ \times ๔๐$ ลิ.บ.ซม.

$$\therefore \text{ถังจุน้ำ} = \frac{๗๕ \times ๕๐ \times ๔๐}{๑๐ \times ๑๐ \times ๑๐} \text{ ลิ.}$$

$$= ๑๕๐ \text{ ลิ.}$$

$$\text{น้ำที่หนัก } ๑ \text{ ลิ.บ.ซม.} = \text{หนัก } ๑ \text{ กรัม}$$

$$\text{น้ำที่หนัก } ๑ \text{ ลิ.} = \text{หนัก } ๑๐๐๐ \text{ กรัม.}$$

$$\therefore \text{ ,, } ๑๕๐ \text{ ,,} = ๑๕๐ \times ๑๐๐๐ \text{ กรัม.}$$

$$= \frac{๑๕๐ \times ๑๐๐๐}{๑๐๐๐} \text{ ก.ก.}$$

$$= ๑๕๐ \text{ กิโลกรัม}$$

$$\text{ตอบ } \left\{ \begin{array}{l} \text{น้ำ } ๑๕๐ \text{ ลิตร} \\ \text{หนัก } ๑๕๐ \text{ กิโลกรัม} \end{array} \right.$$

ตัวอย่างที่ ๓ ห้องร่องแห่งหนึ่งเป็นรางยาว ๑ กิโลเมตร กว้าง ๓ เมตร ลึก ๐.๕ เมตร จะปลูกข้าวโพดกี่ต้น ถ้าปลูกข้าวโพด ๒.๕ เดซิเมตร กว้าง ๑ เดซิเมตร หนา ๔ เซนติเมตร ปลูกให้เต็ม จะสันออกกี่แผ่น?

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{เนื้อที่ท้องร่อง} = ๑๐๐๐ \times ๓ \times ๐.๕ \quad \text{ก.บ.ม.}$$

$$,, \quad \text{แผ่นอิฐ} = ๐.๒๕ \times ๐.๑ \times ๐.๐๘ \quad \text{ก.บ.ม.}$$

$$\therefore \text{ท้องร่องอิฐ} = \frac{๑๐๐๐ \times ๓ \times ๐.๕}{๐.๒๕ \times ๐.๑ \times ๐.๐๘} \quad \text{แผ่น}$$

$$= ๗๕๐๐๐๐ \quad \text{แผ่น}$$

$$\text{ตอบ } ๗๕๐๐๐๐ \quad \text{แผ่น}$$

ตัวอย่างที่ ๔ ถึงใบหนึ่งจุน้ำ ๔๘๐๐๐๐ ลิตร แต่ถึง
ขาว ๘ เมตร กว้าง ๖ เมตร จะเป็นถังนั้นลึกเท่าไร ?

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{เนื้อที่} = \text{กว้าง} \times \text{ขาว} \times \text{ลึก}$$

$$(\text{กลับกัน}) \quad \text{กว้าง} \times \text{ขาว} \times \text{ลึก} = \text{เนื้อที่}$$

$$\therefore \text{ลึก} = \text{เนื้อที่} \div (\text{กว้าง} \times \text{ขาว})$$

$$๑ \text{ ลิตร} = ๑ \text{ ลูกบาศก์เดซิเมตร}$$

$$\therefore \text{ถึงลึก} = ๔๘๐๐๐๐ \div (๘๐ \times ๖๐)$$

$$= ๑๐๐ \text{ ต.ม.} = ๑๐ \text{ ม.}$$

$$\text{ตอบ } ๑๐ \text{ เมตร}$$

ตัวอย่างที่ ๕ ขุดดินขึ้นจากบ่อ ๆ หนึ่ง ซึ่งกว้าง,
ขาว, ลึก เท่ากัน ได้ดิน ๓๓๗๕ ลูกบาศก์เมตร จะเป็น
บ่อนั้นยาวด้านละเท่าไร ?

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{เนื้อ} = ๓๓๓๕ \text{ ลิ.บ.ม.}$$

$$\therefore \text{ยาวด้านละ} = \sqrt[3]{๓๓๓๕} \text{ ม.}$$

$$= \sqrt[3]{๓^๓ \times ๕^๓} \text{ ม.}$$

$$= ๓ \times ๕ = ๑๕ \text{ ม.}$$

ตอบ ๑๕ เมตร

อธิบาย การหาเส้นของลูกบาศก์ ซึ่งบอกแต่เนื้อเท่านั้น ต้องแยกเป็นควมวัดโดยวิธีหา ต.ห.ภ. ถ้าแยก ต.ห.ภ. ไม่ออก ก็ต้องหาโดยวิธีหาร ซึ่งได้กล่าวไว้ในบทที่ ๔ แล้ว

แบบฝึกหัด

(๑) ถังใบหนึ่ง กว้าง ๗ เมตร ยาว ๑๑ เมตร ลึก ๔ เมตร จะจุน้ำกี่ลิตร ?

(๒) อีฐยาวแผ่นละ ๕ นิ้ว กว้าง ๔ นิ้วครึ่ง หนา ๓ นิ้วครึ่ง จะก่อกำแพงยาว ๒๗ หลา กว้าง ๗ ฟุต สูง ๑๕ นิ้ว จะสิ้นอีฐกี่แผ่น ?

(๓) น้ำในถังกว้าง ๑๒ เมตร ยาว ๑๐ เมตร ลึก ๔ เมตร ในนาฬิกา ๑ รั้วไป ๑๕ ลิตร ถังนี้จะมีน้ำหมดถึง ?

(๔) ซุงไม้เหลี่ยมท่อนหนึ่งยาว ๑๐ วา ๒ ศอก กว้าง ๑ ศอกกับ ๑ นิ้ว หนา ๑ ศอก ซุงไม้เหลี่ยมนี้หนักลูกบาศก์เท่าไร ?

(๕) กำปั้นเหล็กใส่เงินติดกับพื้น เหล็กฝารอบ
หนา ๒ นิ้ว เว้นแต่พื้นกำปั้นนั้นหนา ๑ นิ้ว แต่กำปั้น
เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ข้างยาวด้านละ ๑๐ ฟุต ๑ นิ้ว
กำปั้นเหล็กนั้นหนักเท่าไร ?

(๖) มีอากาศอยู่ ๒๔๐๐ ลูกบาศก์ฟุต อยู่ในห้องซึ่ง
กว้าง ๑๐ ฟุต ยาว ๑๒ ฟุต ถามว่าห้องนั้นสูงเท่าใด ?

(๗) ข้างคนโกยเลนขึ้นจากบ่อแห่งหนึ่งซึ่งยาว ๑๐.๖
เมตร กว้าง ๖ เมตร เสนในบ่อนั้นหนา ๓.๕ เมตร เขาคิด
ค่าจ้างลูกบาศก์เมตรละ ๗๕ สตางค์ จะสิ้นเงินเท่าไร ?

(๘) ดึกหลังหนึ่งยาว ๒๐ เมตร กว้าง ๑๒ เมตร
สูง ๑๐ เมตร มีประตู ๒ ประตู ๆ สูง ๒.๕ เมตร กว้าง
๑.๕ เมตร กับมีหน้าต่าง ๓ หน้าต่าง ทุกหน้าต่างสูง
๒ เมตร กว้าง ๑ เมตร จะต้องการอิฐที่ยาว ๒๐ ซม.
กว้าง ๑๐ เซนติเมตร หนา ๕.๕ เซนติเมตร ก่อผนังดึก
นี้ซึ่งหนา ๓๕ เซนติเมตร อิฐเท่าไรจึงจะพอ ?

(๙) หนึ่งลูกบาศก์ฟุตของน้ำทำ หนัก ๑๐๐๐ เอช
และ ๑ ลูกบาศก์เมตรของน้ำทำหนัก ๑๐๐๐ กิโลกรัม
แต่ $\frac{5}{8}$ ไมล์ เท่ากับ ๑๐๐๐ เมตร ถามว่ากิโลกรัมหนึ่ง
หนักกี่ออนซ์ ?

(๑๐) หนึ่งลูกบาศก์เมตรของน้ำนั้น หนัก ๑๐๐๐ กิโลกรัม ถ้ามีฝนตกลงมาที่พื้นดินหนา ๑.๕ เซนติเมตร ดังนั้นหาน้ำหนักฝนที่ตกในพื้นดิน ๑๐ อาร์ (๑ อาร์ = ๑ ตารางเดคาเมตร)



บทที่ ๗

วิธีคิดหน้าไม้

วิธีคิดหน้าไม้ตามที่ใช้กันตามตลาด ในประเทศเรานั้นมักคิดเป็นแผ่น ๆ ซึ่งเลื่อยออกจากคันทอง และคิดเป็นยก

ไม้หน้ากว้าง ๒๔ นิ้ว (๑ ศอก) ยาว ๑๖ วา เรียก ว่าไม้ ๑ ยก ส่วนหนาตามธรรมดาหนา ๑ นิ้ว แต่ไม่กำหนด บางทีหนา ๒ นิ้วหรือเกินก็ได้ ตามแต่จะตกลงกันกับผู้ซื้อและผู้ขาย วิธีคิดก็มักให้หน้าลง ๒๔ นิ้วเสียก่อน ส่วนขยายนจะมากน้อยเท่าไรก็ได้แต่จะต้องการ เช่นไม้แผ่นหนึ่งหน้ากว้าง ๒๔ นิ้ว ยาว ๑๐ วา ก็เรียกว่าไม้ยก ๑๐ วา ต่อไปนี้จะวางวิธีคิดหน้าไม้เป็นแผ่น ๆ โดยเทียบวิธีบัญญัติใครข้างใดข้างหนึ่งต่อไป

ตัวอย่างที่ ๑ ขงคันทองยาว ๘ วา เลื่อยออกได้หน้ากว้าง ๑๘ นิ้ว และเลื่อยออกได้ ๘ แผ่น จะเป็นไม้ (ตามธรรมดาหนา ๑ นิ้ว) กี่ยก ?

วิธีทำ ไม้ม้วน ๒๔ นิ้ว ยาว ๑๖ วา = ๑ ยก

$$\begin{aligned}
 (\text{อย่างที่ ๑}) \quad & \text{,, } ๑ \text{ ,, ,, } ๑๖ \text{ ,, } = \frac{๑}{๒๔} \text{ ,,} \\
 & \text{,, } ๑ \text{ ,, ,, } ๑ \text{ ,, } = \frac{๑}{๒๔ \times ๑๖} \text{ ยก} \\
 & \text{,, } ๑๘ \text{ ,, ,, } ๑ \text{ ,, } = \frac{๑๘}{๒๔ \times ๑๖} \text{ ,,} \\
 & \text{,, } ๑๘ \text{ ,, ,, } ๘ \text{ ,, } = \frac{๑๘ \times ๘}{๒๔ \times ๑๖} \text{ ,,} \\
 \therefore \text{ไม้ม้วน ๖ แผ่น} &= \frac{๑๘ \times ๘ \times ๖}{๒๔ \times ๑๖} = \frac{๕}{๔} \text{ ยก} \\
 &= \underline{\underline{๒ \text{ ยก } ๔ \text{ วา}}}
 \end{aligned}$$

ทำอย่างย่อ ไม้ม้วน ๒๔ × ๑๖ = ๑ ยก

$$\begin{aligned}
 (\text{อย่างที่ ๒}) \quad & \text{,, } ๑ \times ๑ = \frac{๑}{๒๔ \times ๑๖} \text{ ยก} \\
 & \text{,, } ๘ \times ๑๘ = \frac{๘ \times ๑๘}{๒๔ \times ๑๖} \text{ ,,} \\
 \therefore \text{ไม้ม้วน ๖ แผ่น} &= \frac{๘ \times ๑๘ \times ๖}{๒๔ \times ๑๖} \text{ ,,} \\
 &= \underline{\underline{๒ \text{ ยก } ๔ \text{ วา}}}
 \end{aligned}$$

การคิดไม้ม้วน จะคิดเป็นตารางอย่างคิดเนื้อที่ก็ได้
เรารู้แล้วว่า ไม้น้ำกว้าง ๒๔ นิ้ว ยาว ๑๖ วา เป็นไม้
๑ ยก ดังนั้นไม้ม้วนจะเป็นกี่ตารางวา?

$$\text{กว้าง } \frac{๑}{๔} \text{ วา} \times \text{ยาว } ๑๖ \text{ วา} = ๔ \text{ ตารางวา}$$

$$\therefore \text{ไม้ม้วน ๑ ยก} = ๔ \text{ ตารางวา}$$

วิธีทำ ไม้ ๔ ตารางวา = ๑ บก
 (อย่างที ๓) " ๑ " = $\frac{๑}{๔}$ "
 $\therefore$ ไม้ $\frac{๑๘}{๘๖} \times ๘$ " = $\frac{๑๘ \times ๘}{๘๖ \times ๔}$ "
 $\therefore$ ไม้ ๖ แผ่น = $\frac{๑๘ \times ๘ \times ๖}{๘๖ \times ๔} = \frac{๘}{๔} = ๒$ บก ๔ วา
ตอบ ๒ บก ๔ วา

(วิธีทำอย่างที ๓ นี้ ทำได้สะดวก)

ตัวอย่างที ๒ ไม้กะดาน ๒ ชนิดๆ ทีหนึ่งหนา
 ๑ นิ้ว ยาว ๕ วา ๒ ศอก หน้ากว้าง ๑ ศอก มีอยู่ ๑๖
 แผ่น. ชนิดที ๒ หนานวกรง ยาว ๔ วา ๒ ศอก หน้า
 ๑๖ นิ้ว มี ๕ แผ่น ราคาชนิดที ๑ บกละ ๓๐ บาท
 ชนิดที ๒ บกละ ๓๘ บาท ถามว่ากะดานทั้งหมดนี้
 ราคาเท่าไร ?

วิธีทำ ชนิดหนา ๑ นิ้ว ไม้ ๔ ตารางวา = ๑ บก
 $\therefore$ ไม้ $\frac{๑}{๔} \times ๕ \frac{๑}{๒}$ ตารางวา = $\frac{๑}{๔} \times \frac{๑๑}{๔ \times ๒}$ "
 $\therefore$ ไม้ ๑๖ แผ่น = $\frac{๑๖ \times ๑๑}{๔ \times ๔ \times ๒} = \frac{๑๑}{๒}$ "
 $\therefore$ ค่าไม้ชนิดทีหนึ่งเป็นเงิน $\frac{๑๑}{๒} \times ๓๐$ บาท

ชนิดหนานวกรัง ไม้อ ๕ ตารางวา = ๑ ยก

$$\text{ไม้อ } \frac{๑}{๒} \times \frac{๑๖}{๘๖} \text{ ตารางวา} = \frac{๑}{๒} \times \frac{๑๖}{๘๖ \times ๔} "$$

$$\therefore \text{ไม้อ } \frac{๑}{๒} \text{ แผ่น} = \frac{๑ \times ๑๖ \times ๕}{๒ \times ๘๖ \times ๔} = \frac{๑๕}{๑๖} \text{ ยก}$$

$$\therefore \text{ค่าไม้อชนิดที่ ๒ เป็นเงิน } \frac{๑๕}{๑๖} \times ๓๘ \text{ บาท}$$

$$\therefore \text{ค่าไม้อ ๒ ชนิด} = \left(\frac{๑๑}{๒} \times ๓๐\right) + \left(\frac{๑๕}{๑๖} \times ๓๘\right) \text{ บาท}$$

$$= ๒๐๐.๖๒ \text{ บาท}$$

ตอบ ๒๐๐ บาท ๖๒ $\frac{๑}{๒}$ สตางค์

แบบฝึกหัด

(๑) มีกะดานอยู่ ๑๒ แผ่น ๆ หนึ่งมีหน้ากว้าง ๘ นิ้ว ยาว ๔ วา จะเป็นไม้อีกยก?

(๒) ไม้อ ๘๔ แผ่น ๆ หนึ่งยาว ๓ วา ๒ สอก หน้ากว้าง ๑๖ นิ้ว จะเป็นไม้อีกยก?

(๓) ไม้อซุงท่อนหนึ่งเลื่อยปักออกแล้วยาว ๓ วา มีหน้ากว้าง ๒๐ นิ้ว หนา ๑ คืบ ถ้าเลื่อยออกได้ไม้อ ๑๒ แผ่น จะคิดเป็นไม้อีกยก?

(๔) พื้นห้อง ๆ หนึ่งกว้าง ๓ วา ยาว ๔ วา จะปูกะดานให้เต็มค่าไม้อีกยกละ ๓๖ บาท จะสิ้นเงินเท่าไร?

(๕) ดึงหลังหนึ่งมี ๓ ห้องๆ ละกว้าง ๓ วา ๒ สอก ยาว ๕ วา ๓ สอก ซื่อกะตานปูห้องทั้ง ๓ นั้น สั้นเงินไป ๔๘๓ บาท ถามว่ากะตานซื่อมาขกสะเท่าไร ?

(๖) ซื่อไม้กะตานมา ๒ แผ่นๆ หนึ่งยาว ๑ วา ๒ สอก หน้า ๑๖ นิ้ว อีกแผ่นหนึ่งยาว ๓ วา หน้า ๑ สอกก๊ีบ เป็นเงิน ๒๒ บาท ถามจะเป็นราคาขกสะเท่าไร ?

(๗) ไม้ซุงท่อนหนึ่งเมื่อเลื่อยขกออกแล้ว มีหน้ากว้าง ๒ สอก หน้า ๑ สอก ยาว ๒ วา ๒ สอก ถ้าจะคิดเป็นไม้หน้า ๑ นิ้ว จะเป็นไม้ก๊ีบขก ?

(๘) ไม้ซุงเลื่อยขกออกแล้ว มีหน้ากว้าง ๑ สอกก๊ีบ ยาว ๒ วากับ ๑ คืบ หน้า ๑ สอกดังนี้ ถ้าจะเลื่อยออกให้เป็นแผ่น หน้าแผ่นละ ๓ นิ้ว จะได้ไม้ก๊ีบขก ?

(๙) หีบใบหนึ่งยาว ๓ สอก กว้าง ๒ สอก สูง ๑ สอกก๊ีบ ถ้าค่อด้วยไม้หน้า ๑ นิ้ว จะเป็นไม้ก๊ีบขก ถ้าราคาไม้ขกสะ ๓๐ บาท ๒๕ สตางค์ จะสั้นเงินเท่าใด ?

(๑๐) เรือนหลังหนึ่งยาว ๔ วา ๒ สอก กว้าง ๓ วา ๒ สอก จะทำระเบียงยื่นออกไปให้รอบเรือนนั้น กว้าง ๕ สอกก๊ีบ ถ้าไม้ขกสะ ๓๕.๕๐ บาท จะสั้นเงินเท่าใด ?

วิจิตหน้าไม้อย่างเหลี่ยมลูกบาศก์

วิจิตหน้าไม้ที่ใช้กันตามโรงเลื่อยจักร หรือที่จะ
บรรทุกเรือกลไฟไปขายต่างประเทศนั้น เขาไม่ได้คิด
เป็นยกดังที่กล่าวมาแล้ว มักคิดเป็นเหลี่ยมลูกบาศก์
หรือเป็นตัน

ก่อนที่จะอธิบายวิจิตไม้สักเป็นตันนั้น จะต้อง
อธิบายคำว่า “ตัน” เสียก่อน. ตันนั้นมี ๒ อย่าง อย่าง
คิดเป็นน้ำหนักอย่าง ๑ อย่างคิดเป็นเหลี่ยมลูกบาศก์
(วอลูม) อย่าง ๑

(ก) อย่างที่คิดเป็นน้ำหนักนั้นคือ

ตัน ๑ =หนัก ๒๒๔๐ ปอนด์ หรือ
=หนัก ๑๖.๘๐ หาบ หรือ
=หนัก ๑๐๐๐ กิโลกรัม

(ข) อย่างที่คิดเป็นเหลี่ยมลูกบาศก์ (วอลูม) นั้น
คือคิดเนื้อที่ในเรือกลไฟทั้งลำ ๑๐๐ ลูกบาศก์ฟุต = ๑ ตัน
ตัวอย่างเช่นเรือกลไฟลำ ๑ มีเนื้อที่ ๓๐๐,๐๐๐ ลูกบาศก์
ฟุต เรือลำนั้นจะมีกี่ตัน ?

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{วิธีทำ} & ๑๐๐ \text{ ลูกบาศก์ฟุต} & = & ๑ & \text{ตัน} \\
 & ๓๐๐๐๐๐ & , & = & \frac{๓๐๐๐๐๐}{๑๐๐} \text{ ,,} \\
 & & & = & ๓๐๐๐ \text{ ,,} \\
 & & & \text{ตอบ} & ๓๐๐๐ \text{ ตัน}
 \end{array}$$

แต่ในการที่เรือกลไฟรับบรรทุกสินค้า เพื่อเก็บเงิน
ค่าระวางนั้น การคิด เขาคิดอย่างตันบรรทุกสินค้า คือ
ตัน ๑ = ๕๐ ลูกบาศก์ฟุต หรือ
= ๒๘๓ ลูกบาศก์เมตร

แต่อัตรานี้ไม่สูงเท่านัก ย่อมสุดแล้วแต่บริษัทเรือ
ไฟจะวางอัตราไว้อย่างไร ในประเทศสยามใช้ ๕๐ ลูก
บาศก์ฟุต = ๑ ตัน อนึ่งในการที่เจ้าของเรือกลไฟเรียก
เก็บเงินค่าระวางจากผู้ที่จะมาบรรทุกสินค้านั้น จะคิดตัน
อย่างเป็นน้ำหนัก หรืออย่างลูกบาศก์นั้น ย่อมสุดแล้ว
แต่สินค้านั้นจะเป็นอย่างไร ถ้าสินค้ามีน้ำหนักมาก เช่น
เหล็กหรือแร่อื่น ๆ ก็คิดตันเป็นน้ำหนัก ถ้าเป็นสิ่งของ
ที่ไม่สู้น้ำหนักมากนัก แต่เปลือกที่มาก เช่น ไม้สักก็คิด
ตันเป็นเหลี่ยมลูกบาศก์ และเรียกเก็บเงินค่าระวางต่างกัน
ไม้สักที่ส่งไปขายยังต่างประเทศ ก็คิดตันอย่าง
ลูกบาศก์ ในประเทศสยาม

ไม้สักต้น ๑ = ๕๐ ลูกบาศก์ฟุต (คิวบิกฟุต) การวัด เขาวัดเป็นมาตราอังกฤษที่เดียว

ตัวอย่างที่ ๑ ไม้สัก ๓๐ แผ่นยาวแผ่นละ ๘ หลา กว้าง ๒ ฟุต หนา ๒ นิ้ว จะเป็นไม้เท่าใด? ถ้าราคา ลูกบาศก์ฟุตละ ๒.๗๕ บาท จะเป็นเงินเท่าใด?

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad & \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{หนา} = \text{ลูกบาศก์} \\ & \text{ไม้สัก } (8 \times 3) \times 2 \times \frac{2}{12} = \text{ลูกบาศก์ฟุต} \\ \therefore \text{ไม้สัก ๓๐ แผ่น} &= 8 \times 3 \times 2 \times \frac{2}{12} \times 30, \\ &= ๔ \text{ ต้น } ๔๐ \text{ ลูกบาศก์ฟุต} \end{aligned}$$

๑ ลูกบาศก์ฟุตเป็นเงิน ๒.๗๕ บาท

$$\begin{aligned} \therefore \text{ค่าไม้เป็นเงิน} &= ๒๔๐ \times ๒.๗๕, \\ &= ๖๖๐, \end{aligned}$$

$$\text{ตอบ} \left\{ \begin{array}{l} \text{ไม้ ๔ ต้น ๔๐ ลูกบาศก์ฟุต} \\ \text{เงิน ๖๖๐ บาท} \end{array} \right.$$

การวัดไม้นั้น ถ้าวัดเป็นมาตราไทย ต้องแปลงให้เป็นมาตราอังกฤษ หรือเมตรีก่อน แล้วจึงคิดเป็นลูกบาศก์ฟุตหรือตันที่หลัง

ตัวอย่างที่ ๒ ไม้ ๘ แผ่นยาวแผ่นละ ๑๒ วา กว้าง ๓ สอก หนา ๒ นิ้วจะเป็นไม้กี่ต้น? ถ้าขายไปยกละ ๓๐ บาท จะเป็นลูกบาศก์ฟุตละเท่าไร?

วิธีทำ ๑๐ นิ้วอังกฤษ = ๑๒ นิ้วไทย หรือ ๑ กับ

๘๐ " " = ๑ วา

ยาว ๑๒ วา = ๑๒×๘๐ นิ้วอังกฤษ หรือ $\frac{๑๒ \times ๘๐}{๑๒}$ ฟุต

กว้าง ๓ ศอก = ๖๐ " " " $\frac{๖๐}{๑๒}$ "

หนา ๒ นิ้วไทย = $\frac{๒ \times ๑๐}{๑๒}$ " " " $\frac{๒ \times ๑๐}{๑๒ \times ๑๒}$ "

ไม้ ๘ แผ่น = $๘๐ \times ๕ \times \frac{๕}{๓๖} \times ๘ = ๕๐๐$ ลบ.ฟ.

ไม้ ๑ ยก = $\frac{๑๖ \times ๕}{๑๒} \times \frac{๒๔}{๑๒} \times \frac{๑}{๑๒}$ ลบ.ฟ.

∴ ลูกบาศก์ฟุตละ $\frac{๕๐๐}{๕๐๐} \times \frac{๑๒ \times ๑๒ \times ๑๒}{๕๖ \times ๑๖ \times ๒๔} \times ๓๐ = \frac{๑๓}{๓๒}$ บาท

ตอบ ๑๐ ตัน, $\frac{๑๓}{๓๒}$ บาท

แบบฝึกหัด

(๑) ไม้ยาว ๒๐๐ หลา หนา ๖ นิ้ว หนา ๑ นิ้ว
จะเป็นไม้กลูกบาศก์ฟุต และราคาลูกบาศก์ฟุตละ ๒ บาท
๑๕ สตางค์ จะเป็นเงินเท่าใด?

(๒) ชุง ๓ ตันยาวตันละ ๑๕ ฟุต เลื่อยออกเป็น
ไม้เหล็ยมได้ กว้าง ๒ ฟุต หนา ๑ ฟุต ๖ นิ้ว ขายได้
เงิน ๑๓๕.๕ บาท จะเป็นลูกบาศก์ฟุตละเท่าไร?

(๓) ปูพื้นเรือนหลังหนึ่ง ยาว ๑๖ หลา กว้าง ๒๕ ฟุต
ปูด้วยไม้หนา ๒ นิ้ว ราคาไม้ยกละ ๓๑ บาท จะสิ้นเงินเท่าไร?

(๔) หีบใบหนึ่งยาว ๖ หลา กว้าง ๑๐ ฟุต สูง ๔ ฟุต
 ต่อด้วยไม้หนา ๑ นิ้ว จะสิ้นไม้เท่าใด ? และราคาไม้
 ขกละ ๒๕ บาท จะสิ้นเงินเท่าใด ?

(๕) ขง ๒ ต้นยาวต้นละ ๕ วา หน้า ๒๘ นิ้ว หนา
 ๒๐ นิ้ว ราคาลูกบาศก์ฟุตละ ๑ สลึง จะเป็นเงินเท่าไร ?

(๖) พื้นเรือนหลังหนึ่งยาว ๖ วา กว้าง ๔ วา ปูด้วย
 ไม้หนา ๒ นิ้ว ขอไม้มาราคาลูกบาศก์ฟุตละ ๓ บาท
 ปูเต็ม จะสิ้นเงินเท่าใด ?

(๗) เรือนหลังหนึ่งยาว ๔ วา ๒ ศอก กว้าง ๓ วา
 ๒ ศอก ทำพะไลยื่นออกไปโดยรอบ ถ้าใช้ไม้หนา ๓ นิ้ว
 ปูพื้นพะไลนั้นราคาลูกบาศก์ฟุตละ ๓ บาท ๒ สลึง จะสิ้น
 เงินเท่าใด ?

(๘) ขายไม้เหล็บบนไป ๕ ต้น แต่ ๓ ต้นยาวต้น
 ละ ๘ หลา ๒ ฟุต อีก ๒ ต้นยาวต้นละ ๕ วา ๒ ศอก กว้าง
 และหนาอย่างละ ๑ ศอกกับทุกต้น ขายไปราคาลูกบาศก์
 ฟุตละ ๓.๒๕ บาท จะได้รับเงินเท่าใด ?

บทที่ ๘

วิธีหารู้ต ๓ (คิวรู้ต) และรู้ตต่อไป

กำลัง ๓ ของเลขจำนวนใดมีเพียงหลักหน่วย เมื่อ
 เอาเลขจำนวนนั้นคูณตัวเอง ๒ หน จะได้ผลลัพธ์ ๑ ตัวบ้าง
 ๒ ตัวบ้าง เช่น $๒^๓ = ๘$ (๑ ตัว); $๓^๓ = ๒๗$ (๒ ตัว)

$5^3 = 125$ (๓ ตัว) เรียกว่า คิวบ์ และ ๒, ๓, และ ๕ เรียกว่า คิวรูด แต่ถ้านับเลขจำนวนใดมี ๒ ตัว และมีกำลัง ๓ เมื่อคูณตัวเอง ๒ หนแล้วก็มีผลลัพธ์เป็น ๖ ตัว เช่น $5^3 = 125$ เวลาหาคิวรูดของ ๗๕๓๕๗๑ เราทำต้องค้นจำนวนเลข ๓ ตัวชุดหนึ่ง ๆ ตั้งต้นจากขวามือ เหมือนอย่างเราค้นรูด ๒ ทีละ ๒ ตัว เมื่อเราค้นเสร็จแล้วจำนวนที่เหลือจากทีละ ๓ ตัวนั้น บางทีก็เหลือเป็น ๑ ตัวบ้าง ๒ ตัวบ้าง ให้ดูตัวอย่างวิธีหารรูด ๓ (คิวรูด) ต่อไปนี้ซึ่งเป็นวิธีของฮอร์เนอร์

ตัวอย่าง จงหารรูดที่ ๓ ของ ๕๐๖๕๓

			๓ ๓ (ผลลัพธ์)
๑	๐	๐	๕๐,๖๕๓
	๑๐	๑๐	<u>๒๓</u>
	๖๑๐	๑๘	๒๓๖๕๓
	๓๖๐	๒๓๐๐	๒๓๖๕๓
	๕๐	๖๗๕	
	<u>๓</u>	<u>๓๓๗๕</u>	
๕๓			ตอบคิวรูด = ๓๓

วิธีหารรูด ๓ ชั้นแรกให้เขียนเป็น ๔ ช่อง ๆ แรกใส่เลข ๑, ช่องที่ ๒ ใส่ ๐, ช่องที่ ๓ ใส่ ๐, ช่องที่ ๔ ใส่จำนวนที่ต้องการหารรูด ๓ แล้วค้นจำนวนเลขในช่องที่ ๔ เป็นชุดละ ๓ ตัวจากทางขวามือไปทางซ้ายมือ (ดูข้างบน)

(ก) ในช่องที่ ๔ ให้คิดหาผลหารที่เลขชุดหน้าก่อน คือ ๕๐ ว่าเลขอะไรคูณตัวเอง ๒ คนจะได้ใกล้ ๕๐ ที่สุด จะเห็นว่า ๓ คูณตัวเอง ๒ คนได้ ๒๗ ซึ่งใกล้ ๕๐ มากที่สุด ฉะนั้นเราใส่เลข ๓ เป็นผลลัพธ์ลงบนชุดหน้าที่ต้องการหา

(ข) เอา ๓ (รู้ที่หาได้) คูณ ๑ (คือกำลัง ๑) ในช่องแรก เอามาวกกับ ๐ ในช่องที่ ๒ ได้ผลลัพธ์ ๓ แล้วเอา ๓ คูณตัวเอง (คือกำลัง ๒) เอาไปบวกกับ ๐ ในช่องที่ ๓ คงได้ผลลัพธ์ ๙ ต่อไปค้นสุดท้าย เอา ๓ (รู้ที่หาได้) คูณ ๙ (คือกำลัง ๓) ได้ผลลัพธ์ ๒๗ ใส่ในช่องที่ ๔ ได้ ๕๐ แล้วลบกันเหลือ ๒๓ เป็นเสร็จการหาผลหารตัว ๓

(ค) เอา ๓ (รู้ที่หาได้) คูณ ๑ ในช่องแรก แล้วเอาไปบวกกับช่องที่ ๒ ได้ผลลัพธ์ ๖ และคูณ ๖ ด้วย ๓ (รู้ที่หาได้) เอาไปบวกในช่องที่ ๔ ได้ผลลัพธ์ ๒๗ ต่อไปเอา ๓ (รู้ที่หาได้) คูณ ๑ ในช่องแรกอีกหนหนึ่ง แล้วเอาไปบวกเลข ๖ ในช่องที่ ๒ ได้ผลลัพธ์ ๙

(ง) หลังเลข ๙ ในช่องที่ ๒ ใส่ ๐ ลงไป เป็น ๙๐ และหลังเลข ๒๗ ในช่องที่ ๓ ใส่ ๐๐ เป็น ๒๗๐๐ อนึ่งเลข ๒๓ ที่เหลือในช่องที่ ๔ ให้ชักเลข ๖๕๓ ลงมาต่อเป็น ๒๓๖๕๓

(จ) เลข ๒๓๖๐๐ ในช่องที่ ๓ นี้เป็นตัวสำคัญ ที่จะทำให้เราหาผลหารตัวที่ ๒ ต่อไป เราลองเอา ๒๓๖๐๐ ไปหาร

๒๓๖๕๓ ให้ ๘ ซึ่งเป็นผลหารที่ต้องการ แต่เลข ๘ นี้
เมื่อคูณดังอธิบายในข้อ (ข) จะเห็นว่าในช่องที่ ๒ และ
๓ เลข ๘ ที่จะเป็นผลหารนั้นมากเกินไป ฉะนั้นต้องลดผล
หารนั้นลงเอาแต่เพียง ๗ เท่านั้น

(ค) เอา ๗ (รู้ตัวที่หาได้) คูณ ๑ ในช่องแรก เอา
ไปบวก ๘๐ ในช่องที่ ๒ ได้ผลลัพธ์ ๘๗ และคูณ ๘๗ ด้วย ๑ อีก
(รู้ตัวที่หาได้) และเอาผลคูณนั้นบวกกันในช่องที่ ๓ ได้
ผลลัพธ์ ๓๓๗๕ แล้วเอา ๗ คูณ ๓๓๗๕ อีกหนหนึ่ง ได้ผลลัพธ์
เท่าใดเอาไปลบ ๒๓๖๕๓ ในช่องที่ ๔ ไม่มีเศษเหลือ
ฉะนั้นรู้ตัว ๓ ที่ต้องการก็คือ ๓๗ เป็นเสร็จการหาผลหารตัว ๗

หมายเหตุ (๑) ควรจะสังเกต ตอนเมื่อหารรู้ตัว
ต้นได้แล้ว คั่นที่ ๑ เราเอาเลขมาคิดในช่อง ๓ ช่อง
(คือช่อง ๒-๓-๔) คั่นที่ ๒ เอามาคิดในช่อง ๒ ช่อง
(คือช่อง ๒-๓) คั่นที่ ๓ เอามาคิดในช่อง ๆ เดียว
(คือช่องที่ ๒)

(๒) ในช่องที่ ๒ และ ๓ คุณ จะคิดผลคูณในใจและ
บวกในใจใส่ผลที่บวกลงไว้ที่เดียวจะสะดวกกว่า ให้สังเกต
ในตัวอย่างที่ ๒ ต่อไปนี้ การที่ใส่เครื่องหมาย ๐ ไว้ที่
จำนวนนั้น แสดงว่าใส่ผลบวกไว้เสร็จที่เดียว

ในตัวอย่างที่ ๑ น ถ้าจะทำอย่างวิธีหารก็ได้ดังนี้

๔๖
วิธีทำ

๓ ๗ (๓๗)

௫௦, ௬௫௭

১২০৭

$$n \times n 0^{\text{th}} = 1000$$

$$၈ \times ၈၀ \times ၅ = ၃၂၀၀$$

$2^r = 2n$

അനുതക

எ

1906 年 1 月

അനുഭവ

73 50658 = 88 100

ตัวอย่างที่ ๒ จงหาปริมาตรของ ๑๕๓๑๐๐๕๕๒

๕ ๓ ๘ (กัณฑ์)

৫৮

Long

ॐ नमः, ॐ नमः, ॐ नमः

60

७५

உலகம்

ॐ

॥ ० ॥

६८१००

உய்யு

உருகா

၁၀၈၆၈

১৬৫

கனவுகள்

అక ౦ అక్ష ౬౭

എന്നു

പ്രശ്നം ൦൦

॥६०॥

ഒന്നു

കേവലഭൂതം

အဝပ်ကိစ္စ = ၁၀၀

ท้าวธิดา

๕ ๓ ๗ (๕๗๓)

๑๕๓,๑๐๐,๕๕๒

๑๒๕

๖๘๑๐๐๐

$$๓ \times ๕๐^๒ = ๗๕๐๐$$

$$๓ \times ๕๐ \times ๗ = ๑๐๕๐$$

$$๗^๒ = ๔๙$$

๗๕๕๕

๗

๖๐๑๕๓

๖๐๑๕๓

$$๓ \times ๕๗๐^๒ = ๙๗๔๗๐๐$$

๗๕๐๗๕๕๒

$$๓ \times ๕๗๐ \times ๗ = ๑๑๖๗๐$$

$$๗^๒ = ๔๙$$

๙๗๗๕๕๕

๗

๗๕๐๗๕๕๒

๗๕๐๗๕๕๒

$$\therefore \sqrt{๑๕๓๑๐๐๕๕๒} = ๕๗๓ \text{ ทียบ}$$

ตัวอย่างที่ ๓

จงหาปริมาตรของ

๒๗๕๔๓๖๐๘

๓ ๐ ๒

๑

๐

๐

๒๗,๕๔๓,๖๐๘

๓

๕

๒๗

๖

๒๗๐๐

๕๔๓๖๐๘

๕๐๒

๒๗๕๔๐๘

๕๔๓๖๐๘

ท้าวหาร

๓ ๐ ๒

๒๗,๕๕๓,๖๐๘

๒๗

$$๓ \times ๓๐๐ = ๒๗๐๐๐$$

๕๕๓๖๐๘

$$๓ \times ๓๐๐ \times ๒ = ๑๘๐๐$$

$$๒ = ๔$$

๒๗๑๘๐๔

๒

๕๕๓๖๐๘

๕๕๓๖๐๘

รวม ๓๐๒

แบบฝึกหัด

จงหาตัวคูณของเลขต่อไปนี้

- (๑) ๒๑๕๗ (๒) ๔๕๑๓ (๓) ๖๔๕๖ (๔) ๗๕๕๐๗
 (๕) ๒๐๕๓๗๕ (๖) ๒๒๖๕๘๑ (๗) ๕๗๑๗๘๗
 (๘) ๕๑๒๖๗๓ (๙) ๑๐๓๐๓๖๑ (๑๐) ๑๒๕๕๐๒๕
 (๑๑) ๑๔๕๒๘๕๗ (๑๒) ๒๕๗๑๗๘๗ (๑๓) ๗๖๕๕๓๗๓
 (๑๔) ๑๑๐๘๕๕๖๗ (๑๕) ๒๒๑๘๘๑๑ (๑๖) ๒๕๕๗๗๕๗
 (๑๗) ๒๘๕๗๕๕๕๗ (๑๘) ๕๘๘๖๗๘๖๕ (๑๙) ๕๗๕๗๒๑๘๑
 (๒๐) ๑๘๖๑๖๕๕๑

คิ่วรู้ตเศษส่วนและทศนิยม

การหาคิ่วรู้ตของเลขจำนวนใด ในวิธีที่จะหาคิ่วรู้ตของทศนิยม ก็คงทำเช่นเดียวกัน แต่มีข้อที่ควรจำอยู่ต่อไปนี้ คือ

(๑) เราลงจุดภาคหมายจำนวนตัวเลขชุดละ ๓ ตัว เเทมที่อยู่หลังจุดให้นับจากซ้ายไปขวา ให้จุดทศนิยมเป็นกลาง

(๒) จะต้องใส่จุดของทศนิยมลงทันที ก่อนที่เราจะแบ่งอย่างวิธีที่ ๑

(๓) เราจะเติมศูนย์ลงทางท้ายเลขหลังจุดได้เสมอ เมื่อต้องการ เพราะค่าจะไม่เปลี่ยนแปลง และตำแหน่งที่ยังเกิดขึ้น ก็จะเป็นตำแหน่งที่ครบบริบูรณ์

(๔) การหาคิ่วรู้ตของเลขจำนวนใดไม่ลงตัว เราอาจเติมจุดลงหลังจำนวนหน่วยของเลขตัวนั้น แล้วทำต่อไป โดยวิธีเดียวกับทศนิยม

ตัวอย่างที่ ๑ จงหาคิ่วรู้ตของ .๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๘
เราใส่จุดภาคคั่นเลขจำนวนนี้ชุดละ ๓ ตัว คือ .๐๐๐,๐๐๐,
๐๐๐,๐๐๘ ในเลขตัวหน้า ๓ ตัว เป็นศูนย์และขึ้นต้น
จุดทศนิยมชุดหนึ่ง ก็คงมีศูนย์เป็นคิ่วรู้ตตัวหนึ่ง ฉะนั้น

สำหรับชุดหนึ่ง ก็คงเป็น .๐๐๐ ส่วนชุดที่ ๔ เลข ๐๐๘
 หาร ๒ หารลงตัวจำนวนนั้นเป็น .๐๐๐๒ ตอบ

ตัวอย่างที่ ๒ จงหาตัวหารของ .๐๐๐๐๒๗๕๔๓๖๐๘
 ตัวอย่างนี้ เราแยกหาตัวหารของ ๒๗๕๔๓๖๐๘ มาแล้ว
 ในตัวอย่างที่ ๓

$$\therefore \sqrt{.๐๐๐,๐๒๗,๕๔๓,๖๐๘} = .๐๓๐๒$$

ตัวอย่างที่ ๓ จงหาตัวหารของ ๑๓๓๘.๒๗๓๒๐๘

			<u>๑ ๑ . ๐ ๒</u>
๑	๐	๐	๑,๓๓๘.๒๗๓,๒๐๘
	๑	๑	<u>๑</u>
	๒	๓	๓๓๘
๓๐	๓๐๐		<u>๓๓๘</u>
๓๒	๓๓๘		๗,๒๗๓,๒๐๘
๓๓๐	๓๖๓		<u>๗,๒๗๓,๒๐๘</u>
๓๓๐๐	๓๖๓๐๐		
๓๓๐๒	๓๖๓๐๐๐๐		
	๓๖๓๖๖๐๘		

ตอบ หารลงตัว ๑๑.๐๒

หรือ $\sqrt{๑๓๓๘.๒๗๓๒๐๘} = ๑๑.๐๒$

ก่อนที่เราจะชักจำนวนเลข ๒๗๓ ลงมาทำ เราต้องใส่
จุดภาคกันให้เป็นชุดๆ เสียก่อน วิธีที่จะใส่จุดภาคก็คง
เป็นไปตามวิธีนี้ทั้งสิ้น

เศษส่วนจำนวนใด ถ้าเศษและส่วนเป็นกำลัง ๓
ด้วยกันแล้ว คิวรุตของเศษส่วน ก็คงเป็นเศษส่วนเช่น
เดียวกัน คือคิวรุตของเศษที่เป็นเศษ ของส่วนที่เป็น
ส่วน เช่น

$$\sqrt[3]{\frac{๑๓๓๑}{๑๗๒๘}} = \frac{\sqrt[3]{๑๓๓๑}}{\sqrt[3]{๑๗๒๘}} = \frac{๑๑}{๑๒}$$

ถ้าส่วนของเลขนั้นเป็นกำลัง ๓ ได้ แต่เศษมิใช่
กำลังสามแล้ว จะต้องทำดังนี้ เช่น

$$\sqrt[3]{\frac{๓}{๖๔}} = \frac{\sqrt[3]{๓}}{\sqrt[3]{๖๔}} = \frac{\sqrt[3]{๓}}{๔} \quad ๓ \text{ ๓ ๓}$$

การหาคิวรุตของเลข ๓ เราคงจะหาได้ โดยทำให้เป็น
ทศนิยม คือหารด้วย ๔ แล้วดำเนินการตามวิธีทศนิยมต่อไป.

ถ้าส่วนของเศษส่วนใด ๆ ไม่อาจแยกเป็นกำลัง ๓ ได้
วิธีที่จะแยกคิวรุตทำได้ดังนี้ คือ เช่น $\sqrt[3]{\frac{๓}{๔}}$,

$$(๑) \sqrt{\frac{9}{๔}} = \sqrt{\frac{๖}{๒}} = \sqrt{\frac{๓}{๑}} = ๑.๕$$

$$\text{หรือ } (๒) \sqrt{\frac{9}{๔}} = \sqrt{๒.๒๕} = ๑.๕$$

แบบฝึกหัด

$$(๑) .๐๐๘ \quad (๒) .๐๒๗ \quad (๓) .๐๖๔ \quad (๔) .๕๑๒$$

$$(๕) .๗๒๘ \quad (๖) ๑.๓๓๑ \quad (๗) ๑.๗๒๘ \quad (๘) ๔.๐๘๖$$

$$(๙) ๘.๒๖๑ \quad (๑๐) ๑๒.๑๖๗ \quad (๑๑) ๔๗๔.๕๕๒$$

$$(๑๒) ๕๕๑.๒๖๘ \quad (๑๓) ๑๓๖๗.๖๓๓ \quad (๑๔) ๑๐.๒๑๘๓๓๓$$

$$(๑๕) ๑๒.๘๑๒๘๐๔ \quad (๑๖) ๖๖.๘๒๓๔๑๖$$

$$(๑๗) ๒๐๖.๔๒๕๐๗๑ \quad (๑๘) .๐๐๐๔๐๕๒๒๔$$

$$(๑๙) ๑๘.๘๖๒ \quad (๒๐) ๕๑๒.๗๖๓๗๘๔๐๖๔$$

จงหาจตุรตุของเลขต่อไปนี้ ให้มีทศนิยมเพียง ๓ ตำแหน่ง

$$(๑) ๑๑ \quad (๒) ๒.๘ \quad (๓) \frac{๘}{๖๔} \quad (๔) \frac{๑๑}{๕๑๒} \quad (๕) \frac{๔}{๗}$$

$$(๖) \frac{๓}{๑๓} \quad (๗) \frac{๒๑๓}{๑๗๒๕} \quad (๘) \frac{๑๘๔}{๔๗๑๓}$$

การใช้จตุรตุ

รูปสี่เหลี่ยมใดๆ ถ้าส่วนกว้าง, ยาว, สูง, ของรูป

สี่เหลี่ยมเท่ากัน เราเรียกว่าลูกบาศก์ (คิว) เนื้อนั้น
จะเท่ากับ (ด้านยาว)^๓

รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ถ้ารูปสี่เหลี่ยมนั้นเราทราบเนื้อ
แล้ว เราอาจทราบด้านหนึ่งได้โดยแยกคิวรู้ตัวของเนื้อที่ตั้ง
ตัวอย่าง ถังใบหนึ่งมีเนื้อ ๑๕๒๐ ลูกบาศก์ฟุต
กับ ๑๕๑๒ ลูกบาศก์นิ้ว จงหาว่าด้านหนึ่งยาวเท่าใด?

เนื้อ = (๑๕๒๐ × ๑๗๒๘ + ๑๕๑๒) ลูกบาศก์นิ้ว
หาอย่างแยกแฟกเตอร์

$$\sqrt[3]{2628072} = \sqrt[3]{2^3 \times 3^3 \times 23^3}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2628072} \\ \underline{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1314036} \\ \underline{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 657018} \\ \underline{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 328509} \\ \underline{9} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 109503} \\ \underline{9} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 36501} \\ \underline{9} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 12168} \\ \underline{46} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 528} \\ \underline{46} \end{array}$$

๒๓

∴ ด้านหนึ่งยาว = $2 \times 3 \times 23$ นิ้ว = ๑๓๘ นิ้ว ตอบ

หาอย่างวิธีหาร

๑ ๓ ๘

๒,๖๒๘,๐๓๒

๑

$$๓ \times ๑๐^๒ = ๓๐๐$$

๑๖๒๘

$$๓ \times ๑๐ \times ๓ = ๙๐$$

$$๓^๒ = ๙$$

๓๕๕

๓

๑๑๕๓

๑๑๕๓

$$๓ \times ๑๓๐^๒ = ๕๐๗๐๐$$

๔๓๑๐๓๒

$$๓ \times ๑๓๐ \times ๘ = ๓๑๒๐$$

$$๘^๒ = ๖๔$$

๕๓๘๘๔

๘

๔๓๑๐๓๒

๔๓๑๐๓๒

$$\sqrt{๒๖๒๘๐๓๒} = ๑๓๘ \text{ นว } \underline{\text{ตอบ}}$$

แบบฝึกหัด

๑. ถังสี่เหลี่ยมปิรามิดที่มีเนื้อที่ ๕๕๓๑๖๐๔๐๒.๔๖๑

ลูกบาศก์นิ้วฟุต จงหาตัวรอบถึงนั้นยาวเท่าใด ?

๒. กองไม้กองหนึ่งยาว $2\frac{1}{3}$ ฟุต สูง ๖ ฟุต กว้าง ๔ ฟุต ถ้าเราจะกองใหม่ให้เป็นสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ กองไม้นั้นจะสูงเท่าใด?

๓. จงหาส่วนยาวของต่อไปนี้ คือ (ก) ๔๕๐ ลูกบาศก์ฟุต ๑๐๘๘ ลูกบาศก์นิ้วฟุต (ข) ๑๕๒๐ ลูกบาศก์ฟุต ๑๕๑๒ ลูกบาศก์นิ้วฟุต (ค) ๓๖๐๕ ลูกบาศก์ฟุต ๖๔ ลูกบาศก์นิ้วฟุต (ง) ๔๑๐๖๓ ลูกบาศก์ฟุต ๑๐๘๐ ลูกบาศก์นิ้วฟุต (จ) ๑๒๐๐๖๖ ลูกบาศก์ฟุต ๑๐ ลูกบาศก์นิ้วฟุต (ฉ) ๑๕๑.๗๐๓ ลูกบาศก์ยาร์ด

๔. หินสี่เหลี่ยมก้อนหนึ่งหนา ๒ ฟุต แต่คิดเนื้อทั้งหมดเป็น ๕ ลูกบาศก์ฟุต ๑๒๔ ลูกบาศก์นิ้ว ด้านหนึ่งจะยาวเท่าใด?

๕. หินแกรนไนท์ก้อนหนึ่งยาว ๑๐ ฟุต ๖ นิ้ว กว้าง ๘ ฟุต ๒ นิ้ว หนา ๔ ฟุต ถ้าหินอีกก้อนหนึ่งมีเนื้อที่เท่ากับหินแกรนไนท์นั้น แต่หินก้อนนั้นสูงกว้างยาวเท่ากัน หินแกรนไนท์ก้อนนั้นจะสูงเท่าใด?

๖. ลูกบาศก์ลูกหนึ่งมีเนื้อที่ ๑๓๖๓๔.๗๘๘๘๖๕ ลูกบาศก์เมตร จงหาเนื้อที่ของด้านหนึ่งว่าจะยาวเท่าใด?

๗. บ่อขังน้ำบ่อหนึ่ง ๒๐๐๐๐ ลูกบาศก์ฟุต จงหาส่วน
ยาวของด้านหนึ่งว่าจะยาวเท่าใด? เศษที่เหลือจะทำให้ไม่
เกินกว่า $\frac{1}{10}$ ของน้ำ

๘. รูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ที่มีด้าน ๆ หนึ่งยาว ๑ ฟุต
เส้นเฉลียงของลูกบาศก์นั้นจะยาวเท่าใด? ทำแต่เพียง
ทศนิยม ๓ ตำแหน่ง

๙. ลูกบาศก์ลูกหนึ่งมีเนื้อที่ ๑๕๖๘๓ จงหาส่วนยาว
ของด้าน ๆ หนึ่ง และเส้นทะแยงมุมของลูกบาศก์นั้น
ว่าจะยาวเท่าใด?

๑๐. หินสี่เหลี่ยมก้อนหนึ่ง มีด้านสูง ๒๕ ฟุต
กว้าง ๕๕ ฟุต ยาว ๑๖๐ ฟุต ถ้าลูกบาศก์ที่มีเนื้อที่
เท่ากันหินก้อนนั้นมีด้าน ๆ หนึ่งยาวเท่าใด? และเส้น
ทะแยงมุมจะยาวเท่าใด?

๑๑. จะเป็นดินกี่ลูกบาศก์เมตร ถ้าเราจะขุดขึ้นจน
มีด้าน ๆ หนึ่งยาว ๑๕ ฟุต ๑.๕ นิ้ว และถ้าเมื่อขุดขึ้น
๖๔ เท้าของที่กลาดแล้วจะได้ดินเท่าใด? และบ่อนั้น
ลึกเท่าใด?

๑๒. หีบเปล่าใบหนึ่งมีเนื้อที่ ๑๐๓ ลูกบาศก์ฟุต
๔๑๐ ลูกบาศก์นิ้วฟุต จ้างช่างทาสีภายใน คิดค่าทาสี
ตารางฟุตละ ๔๐ สตางค์ จะเสียค่าทาสีเท่าใด?

๒ ๑ ๕ รูท ๓ มากขึ้นไป

เราจะเห็นได้ว่า รูทสี่ของ ๕^๔ เราแยกออกได้คือแยก
 $๕^๔ = ๕ \times ๕ \times ๕ \times ๕ = ๕^๒ \times ๕^๒$ แล้ว ๕^๒ ก็เป็นรูท
 ของ ๕^๔ และ ๕ เป็นรูทของ ๕^๒ เพราะฉะนั้น ๕ จึงเป็น
 รูทของรูทสองของ ๕^๔ เราจะกล่าวได้ว่า รูทสี่ของเลข
 จำนวนใด คงเป็นรูทของรูทสองเสมอไป

รูทหกของ ๕ ก็คงเป็นรูทหกของ ๕^๖ เราจะทราบได้
 โดยแยก $๕^๖ = ๕ \times ๕ \times ๕ \times ๕ \times ๕ \times ๕ = ๕^๒ \times ๕^๒ \times ๕^๒$

เพราะฉะนั้น ๕^๒ ก็คงเป็นกักรูทของ ๕^๖ และ ๕
 เป็นรูทของ ๕^๒ เพราะฉะนั้นรูทหกของเลขจำนวนใด
 ก็คือรูทสองของกักรูทเสมอไป ถ้าจะหารูท ๘ รูท ๑๒
 รูท ๑๘ ได้เช่นเดียวกัน โดยใช้หลักจากรูทสองหรือกักรูท
 เท่านั้น หรือใช้รูทสองและกักรูทด้วยกัน

การที่จะหารูทมากขึ้นไปอีกนั้น หลักที่จะหาคงใช้
 หลักของรูทสอง และกักรูทนั่นเอง แต่โดยมากเขาไม่
 ใ้กรู้ใช้กัน

ตัวอย่าง หารูทหกของ ๒๕๔๘๕๔๘๔

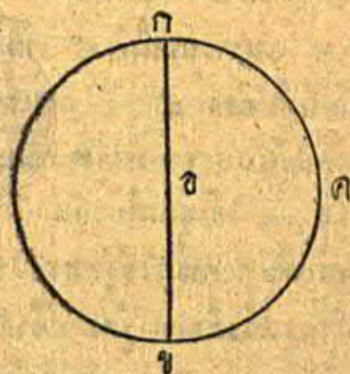
$$\sqrt[6]{25485484} = \sqrt[6]{2^๒ \times ๓๖} = ๒^{\frac{๒}{6}} \times ๓ = ๒ \times ๓ = ๑๒$$

แบบฝึกหัด

จงหารู้ตของเลขต่อไปนี้ว่าจะเป็นเท่าใด ?

- (๑) รู้ต ๔ ของ ๑๐๔๘๗๖ (๒) รู้ต ๔ ของ ๑๕๐๐๖๒๕
 (๓) รู้ต ๔ ของ $๕๐\frac{๔๖}{๘๑}$ (๔) รู้ต ๕ ของ ๓๓๓๖
 (๕) รู้ต ๖ ของ ๒๘๘๕๘๘๔ (๖) รู้ต ๖ ของ ๔๘๒๖๘๐๒
 (๗) รู้ต ๖ ของ ๑๑๓๘๐๖๒๕ (๘) รู้ต ๘ ของ ๒๑๔๓๕๘๘๘๑
 (๙) รู้ต ๑๒ ของ ๑๓๘๔๒๘๓๒๐๑
 (๑๐) รู้ต ๑๘ ของ ๓๘๑๔๖๘๓๒๖๕๖๒๕

บทที่ ๗

ว่าด้วยวงกลม

ก่อนที่จะทำวงกลม ควรทราบเส้นต่างๆ ของวงกลม เสียก่อน คือ กขค เส้นรอบวง และ กข เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางวงกลมนั้น เมื่อเปรียบเทียบกับความยาวคิดเป็นเรโซแล้ว ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลาง กข ยาว ๑ ส่วน เส้นรอบวง กขค

ก็ยาว ๒๒ ส่วน คือเส้นรอบวง กขค ยาว $๓\frac{๑๑}{๒}$ เท่าของ
เส้นผ่าศูนย์กลาง กข การเปรียบเทียบเช่นนี้ ไม่สู้จะ
ตรงกับความจริงที่เดิวนัก แต่เพื่อสะดวกในการคิดหา
เนื้อที่เบื้องต้น (ส่วนที่แท้จริงนั้น คือ ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลาง
ยาว ๑ ส่วน ส่วนเส้นรอบวงจะยาว ๓.๑๔๑๖ ส่วน หรือ
เส้นรอบวงยาว ๓.๑๔๑๖ เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลาง) ระหว่าง
เส้นรัศมี กอ และเส้นผ่าศูนย์กลาง กข เส้นรัศมียาวเป็น
ครึ่งหนึ่งของเส้นผ่าศูนย์กลาง หรือเส้นผ่าศูนย์กลางยาว
เป็น ๒ เท่าของเส้นรัศมีก็ได้

เมื่อทราบเส้นต่าง ๆ ของวงกลมแล้ว และถ้ากำหนด
ส่วนยาวของเส้นหนึ่งเส้นใดให้ ก็อาจจะหาเส้นอื่น ๆ ได้
โดยง่าย ให้สังเกตตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมยาว
๑๕๔ นิ้ว เส้นรอบวงจะยาวเท่าไร ?

วิธีทำ เส้นผ่าศูนย์กลาง ๑ เส้นรอบวง ๒๒

“ “ ๑ “ “ $\frac{๒๒}{๓}$

“ “ ๑๕๔ “ “ $\frac{๒๒}{๓} \times ๑๕๔$
 $= ๔๘๔$ นิ้ว
ตอบ ๔๘๔ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้าเส้นรอบวงยาว ๒๔๒ นิ้ว เส้นผ่าศูนย์กลางและเส้นรัศมีจะยาวเท่าใด?

วิธีทำ เส้นรอบวง ๒๒ เส้นผ่าศูนย์กลาง ๓

$$\text{,,} \quad \text{๑} \quad \text{,,} \quad \frac{๓}{๒๒}$$

$$\text{,,} \quad ๒๔๒ \quad \text{,,} \quad \frac{๓}{๒๒} \times ๒๔๒ = ๓๓ \text{ นิ้ว}$$

คือเส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๓๓ นิ้ว

$$\therefore \text{รัศมียาว} \quad ๓๓ \div ๒ = ๑๖ \frac{๑}{๒} \text{ นิ้ว}$$

$$\text{ตอบ} \left\{ \begin{array}{l} \text{เส้นผ่าศูนย์กลาง } ๓๓ \text{ นิ้ว} \\ \text{รัศมี } ๑๖ \frac{๑}{๒} \text{ นิ้ว} \end{array} \right.$$

วิธีหาเนื้อที่ของวงกลม

ได้กล่าวมาตอนต้นแล้วว่า เส้นรอบวงเป็น $\frac{๓}{๒}$ เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลาง ถ้าอันนี้ตามวิธีเลขวงกลมใช้เครื่องหมายเป็นอักษรกรีกแทนคือ π หรือเรียกว่า พาย เมื่อพบอักษรเช่นนี้ ก็ให้เข้าใจว่ามีค่าเท่ากับ $\frac{๓}{๒}$ คือเส้นรอบวงเป็น $\frac{๓}{๒}$ เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลาง วิธีหาเนื้อที่ของวงกลมนั้นตามกฎซึ่งได้คิดไว้สำเร็จแล้วนั้นดังนี้

เนื้อที่ ของวงกลม = $\pi \times r^2$

หรือ $\frac{22}{7} \times r \times r$ (r เป็นรัศมีของวงกลม)

ตามกฎอันนี้ จะเห็นได้ว่าการหาเนื้อที่ของวงกลม จำเป็นต้องทราบรัศมีของวงกลมเสียก่อนจึงจะหาได้ ถ้า ใจที่ยบอกลเส้นรอบวงให้ ก็ต้องหาเส้นรัศมีของวงกลมแล้ว จึงหาเนื้อที่ตามกฎ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้าเส้นรัศมีของวงกลมยาว ๑๔ นิ้ว เนื้อที่ของวงกลมจะเป็นเท่าไร ?

วิธีทำ ตามกฎเนื้อที่ของวงกลม = $\pi \times r^2$

$$= \frac{22}{7} \times ๑๔ \times ๑๔$$

$$= ๖๑๖ \text{ ตาราง นิ้ว}$$

ตอบ ๖๑๖ ตาราง นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ เส้นรอบวงของวงกลมยาว ๑๗๖ นิ้ว

เนื้อที่ของวงกลมจะเป็นเท่าใด ?

วิธีทำ เส้นผ่าศูนย์กลาง $\frac{๓}{๒๒}$ ของเส้นรอบวง

ถ้าเส้นรอบวงยาว ๑๓๖ นิ้ว

เป็นเส้นผ่าศูนย์กลาง $= \frac{๓}{๒๒} \times ๑๓๖ = ๕๖$ นิ้ว

$\therefore$ เส้นรัศมี $= ๕๖ \div ๒ = ๒๘$ นิ้ว

ตามกฎเนื้อที่ของวงกลม $= \pi \times r^2$

$= \frac{๒๒}{๗} \times ๒๘ \times ๒๘ = ๒๔๖๔$ ตาราง นิ้ว

ตอบ ๒๔๖๔ ตาราง นิ้ว

แบบฝึกหัด

(๑) จงหาส่วนยาวของเส้นรอบวงต่อไปนี้

(ก) รัศมียาว ๒๑ นิ้ว

(ข) รัศมียาว ๔ เมตร ๒ เดซิเมตร

(ค) รัศมียาว ๔ หลา ๕ ฟุต

(๒) จงหารัศมีของเส้นรอบวงของวงกลมต่อไปนี้

(ก) ๒๖๔ นิ้ว (ข) ๗๓ ม. (ค) ๓๔๒ ซม.

(๓) ลวดเส้นหนึ่ง ถ้าขดเป็นวงกลมจะได้รัศมี ๔๒ นิ้ว แล้วเอาไปล้อมเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะได้ด้านหนึ่งยาวเท่าใด?

(๔) ล้อจักรยานกว้าง ๒๘ นิ้ว ถ้าหมุนไปได้ ๑๒๐ รอบ จะเป็นทางไกลเท่าใด ?

(๕) อ่างสีลาน้ำพุแห่งหนึ่งมีรัศมี ๑ เมตร ถ้าจะกั้นรั้วด้วยลวดเหล็กโดยรอบ เหล็กราคาเมตรละ ๓ บาท จะสิ้นเงินเท่าใด ?

(๖) สนามวงกลมแห่งหนึ่งมีรัศมียาว ๑๐๕ หลา ถ้าวิ่งแข่งกันคนในสนามนี้ไปได้ไกล ๓ ไมล์ จะต้องวิ่งกี่รอบ ?

(๗) ถนนทางไกล ๕ ไมล์ ล้อรถกว้าง ๓๖ นิ้ว ล้อรถจะต้องหมุนกี่รอบจึงจะถึงที่ ?

(๘) ล้อรถจักรยานคันหนึ่งหมุนได้ ๕๖๐ รอบ ต่อ ๑ ไมล์ จะเป็นรัศมียาวเท่าใด ?

(๙) เส้นรอบวงเป็น $\frac{๑}{๕}$ ของวงกลมวงหนึ่งยาว ๑๔ ฟุต ๑ นิ้ว วงกลมนั้นจะมีรัศมียาวเท่าใด ?

(๑๐) กรงขนถ่านหินของบ่อแห่งหนึ่ง ผ่อนขึ้นลงได้ เขาใช้ลวดเหล็กหมุนติดกับลูกรอก ซึ่งมีเส้นรอบวง ๖ เมตร ถ้ากรงนั้นต้องผ่อนลงไปเป็นเวลา ๔๒ วินาที จึงจะถึงกับบ่อ ลูกรอกหมุนได้ ๓๕ รอบ ต่อ ๑ นาที อยากทราบว่าบ่อนั้นลึกเท่าใด ?

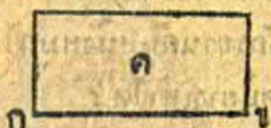
(๑๑) จงหาเนื้อที่ของวงกลมแห่งหนึ่ง ซึ่งถ้าคิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านหนึ่งจะยาว ๓.๖ เมตร

(๑๒) จงหาราคาของสนามดินแห่งหนึ่งรูปเป็นวงกลม ถ้าวัดตามเส้นศูนย์กลางยาว ๒๒๐ เมตร คิดเป็นราคาตารางเมตรละ ๒๕ บาท

(๑๓) จงหาเนื้อที่ของรูปวงแหวน ซึ่งมีรัศมีชั้นในยาว ๒ ฟุต ๖ นิ้ว ชั้นนอกยาว ๓ ฟุต ๘ นิ้ว

(๑๔) รัศมีของรูปวงกลมวงแหวนชั้นในของหนึ่งเป็น ๑๔ นิ้ว และเนื้อที่ทั้งหมดของมันเป็น ๑๐๐ ตารางนิ้ว จงหาว่ารัศมีภายนอกจะยาวเท่าใด?

รูปกะบอก



จงนำไม้รูปกะบอก ก. มาอันหนึ่ง แล้วใช้กระดาษสีเหลือง ค. ห่อรอบนอกให้พอดี จะเห็นได้ว่าความยาวของ ค. เท่ากับเส้นรอบวงแห่งฐาน ก. และส่วนสูงของ ค. ก็เท่ากับความสูงของท่อนไม้รูปกะบอกยาวนั้น

(ถ้ากลัดขึ้นกระดาษติดรอบไม้รูปกะบอก ก. ได้พอดีอย่างรูปนั้นแล้ว แก้ออก และวัดระหว่างรอบเข็มกลัดทั้งสอง จะรู้เส้นรอบวงแห่งไม้รูปกะบอกนั้นได้ และเมื่อวัดเส้นผ่าศูนย์กลาง จะเห็นได้ว่า

เส้นรอบวง = $\pi \times$ เส้นศูนย์กลาง

เพราะฉะนั้นเนื้อส่วนโค้งแห่งรูปกะบอก = $กข \times ขค$
 = เส้นรอบวงแห่งฐาน $\times$ ส่วนสูง

เพราะส่วนตัดของรูปกะบอกมีอัตราอยู่ดังนี้ $\frac{คค}{คข}$ จึงตั้ง
 เกณฑ์ได้ว่า

เนื้อลูกบาศก์ของรูปกะบอก = เนื้อพินราบหน้า
 คค $\times$ ส่วนสูง.

$\therefore$ พินที่ และเนื้อของรูปกะบอกคือ

(๑) พินที่ราบ = เส้นรอบวง $\times$ ส่วนสูง

$$= ๒ \pi r \times s$$

$$= ๒ \pi r s$$

(๒) เนื้อลูกบาศก์ = พินที่ของฐาน $\times$ ส่วนสูง

$$= \pi r^2 \times s$$

$$= \pi r^2 s$$

พินทั้งหมด = พินที่ราบ + พินที่หัวท้าย

$$= ๒ \pi r s + ๒ \pi r^2$$

(คำไข ร คือรัศมี s คือ ส่วนสูง)

ตัวอย่างที่ ๑ จงหาพื้นที่ราบและเนื้อที่ลูกบาศก์ของ
รูปกระบอก ซึ่งสูง ๑๕ นิ้ว เส้นผ่าศูนย์กลางของฐานยาว
๓๖ นิ้ว

วิธีทำ $s = \frac{๓}{๘}$ ฟุต $r = \frac{๓}{๘}$ ฟุต

พื้นที่ราบ = ๒ π r s

$= ๒ \times \frac{๒๒}{๗} \times \frac{๓}{๘} \times \frac{๓}{๘} = ๑๑$ ตร. ฟุต ตอบ

เนื้อที่ลูกบาศก์ = π r^2 s

$= \frac{๒๒}{๗} \times \left(\frac{๓}{๘}\right)^2 \times \frac{๓}{๘} = ๘ \frac{๑}{๔}$ ลูกบาศก์ฟุต ตอบ

ตัวอย่างที่ ๒ จงหาเนื้อที่ทั้งหมดของรูปกระบอกกลวง
ยาว ๘ นิ้ว เส้นผ่าศูนย์กลาง ๑๐ นิ้ว หนา ๒ นิ้ว

วิธีทำ สูง ๘ นิ้ว รัศมีวงนอก ๕ นิ้ว รัศมีวงใน ๓ นิ้ว

พื้นที่ราบนอก ๒ π $\times ๕ \times ๘ = ๘๐\pi$ ตร. นิ้ว

พื้นที่ราบใน ๒ π $\times ๓ \times ๘ = ๔๘\pi$ ตร. นิ้ว

วงกลมหัวท้าย ๒ π $(๕^2 - ๓^2) = ๓๒\pi$ ตร. นิ้ว

เนื้อที่ทั้งหมด $๘๐\pi + ๔๘\pi + ๓๒\pi$ ตร. นิ้ว

$= ๑๖๐ \times \pi$ ตร. นิ้ว $= ๕๐๒.๘๕...$ ตร. นิ้ว

ตอบ ๕๐๒.๘๕ ตร. นิ้ว

แบบฝึกหัด

(๑) ถ้าวรัศมีของรูปกะบอกยาว ๕ เซนติเมตร พื้น
ราบ ๔๔๐ ตารางเซนติเมตร ส่วนสูงจะเป็นเท่าใด?

(๒) เส้นผ่าศูนย์กลางของรูปกะบอกยาว ๒ เมตร
สูง ๑๔ เมตร ค่าทาสีพื้นรอบนอกตารางเมตรละ ๑ บาท
๕๐ สตางค์ จะเป็นค่าทาสีเท่าใด?

(๓) จงหาส่วนสูงรูปกะบอกดังนี้

(ก) เนื้อที่ ๓๐๘ ลูกบาศก์นิ้ว รัศมี ๓.๕ นิ้ว

(ข) เนื้อที่ ๒๔ ลูกบาศก์ฟุต ๑๒๕๖ ลูกบาศก์นิ้ว
รัศมี ๖ นิ้ว

(๔) เนื้อที่ของรูปกะบอกสูงยาว ๑๔ เซนติเมตร จะ
เท่ากับลูกบาศก์ลูกหนึ่งซึ่งมีด้านยาว ๑๑ เซนติเมตร จง
หาตัวรัศมีจะยาวเท่าใด?

(๕) ฉันทเสียค่าเช่าหินไป ๓๔๐ บาท ในการสร้าง
อุโมงค์ลอดเขาแห่งหนึ่ง คิดค่าแรงขุดลูกบาศก์เมตร
ละ ๕ บาท เส้นผ่าศูนย์กลางของอุโมงค์กว้าง ๒ เมตร
อยากทราบว่าอุโมงค์ยาวเท่าใด?

(๖) จงหาพื้นที่รวมทั้งหมดของรูปกะบอกกลวง เส้น
ผ่าศูนย์กลางภายใน ๑๒ นิ้ว ภายใน ๘ นิ้ว สูง ๑ ฟุต

(๓) ลูกกลิ้งเหล็กลูกหนึ่งหน้าครึ่งนิ้วฟุต เส้นรอบวงภายนอก $5\frac{1}{2}$ ฟุต และกว้าง $3\frac{1}{2}$ ฟุต จะเป็นเหล็กที่เคลือบลูกยางสักนิ้ว?

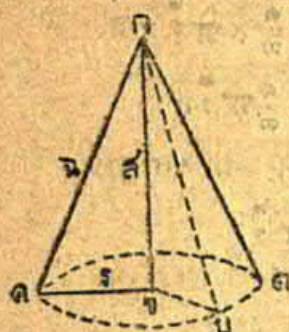
(๔) ลูกกลิ้งลูกหนึ่งยาว ๘ เมตร และเส้นผ่าศูนย์กลาง $3\frac{1}{2}$ เมตร ถ้าลากไปในสนามที่มีเนื้อที่ ๓๔๐ ตารางเมตร ถามว่าลูกกลิ้งจะหมุนกี่รอบ จึงจะรอบสนามนั้น ?

(๕) เนื้อที่ของรูปกะบอก ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง ๔ เมตร เป็นเนื้อที่ ๑๒๘.๒ ลูกบาศก์เมตร ส่วนสูงจะเป็นเท่าใด ?

(๑๐) ทองหนึ่งเหลี่ยมลูกบาศก์นิ้ว ชักลวดได้ยาว ๑๐๑๐ วา เส้นผ่าศูนย์กลางของลวดนั้นจะเป็นเท่าใด ?

(๑๐) ลวดทองแดงมีเส้นผ่าศูนย์กลาง ๒ มิลลิเมตร ถ้าพันรอบรูปกะบอกซึ่งยาว ๑๒ เซนติเมตร และมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๑๐ เซนติเมตร ลวดทองแดงจะยาวเท่าใด ?

รูปกลวยวงกลม



รูปกลวยวงกลมเป็นรูปที่มีฐาน
กลม และเรียวขึ้นไปจนมีปลายเป็น
ยอดแหลมดังรูปนี้ จะเป็นรูปสาม
เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้านฐานเป็น
มุมฉาก. ระหว่างเส้นศูนย์สูตร คือ
กขค จะเป็นวงรอบด้าน กข ด้าน
กค เป็นด้านทะแยงมุม และรอบส่วนโค้ง กค โดยรอบ
เป็นรูปกลวยที่จุด. ก. เรียกว่า มุมยอด เป็นส่วนสูงของ
รูปกรวย กข. ส่วนเฉียง คือเส้นทะแยงมุม กค ส่วน
วงกลม คสดบ ที่เกิดขึ้นโดยวิธีนี้ ขค ก็เป็นด้านฐาน
ของรูปกรวยนั้น

เพราะฉะนั้นเนื้อที่และพื้นที่ของรูปกรวยมุมฉาก ซึ่ง
เราให้ ส. เป็นส่วนสูง, น เป็นด้านเฉียง, ร เป็นรัศมีตั้งนี้

$$(๑) \text{ พื้นที่รอบนอกรูปกรวย} = \frac{\pi}{2} (\text{เส้นรอบของฐาน}) \\ (\text{ด้านเฉียง})$$

$$= \frac{\pi}{2} \times 2 \pi r \times n$$

$$= \pi r n$$

$$(๒) \text{เนื้อที่ (วอลุ่ม) รูปกรวย} = \frac{\pi}{3} (\text{พื้นที่ฐาน}) \times (\text{สูง})$$

$$,, ,, ,, = \frac{\pi}{3} \times \pi r^2 \times s$$

$$,, ,, ,, = \frac{\pi}{3} \pi r^2 s$$

$$\text{พื้นที่ทั้งหมด} = \text{พื้นที่รอบนอก} + \text{พื้นที่ของฐาน}$$

$$,, ,, = \pi r s + \pi r^2$$

$$,, ,, = \pi r (s + r)$$

อนึ่งต้องจำกฎไว้คือ เนื้อที่ของรูปกรวยจะต้องเป็น
หนึ่งในสามของเนื้อที่รูปกระบอก ถ้าส่วนสูงและฐานเท่ากัน

ตัวอย่าง รูปกรวยสูง ๑ ฟุต มีเส้นผ่าศูนย์กลางของ
ฐานยาว ๕ ฟุต ๑๐ นิ้ว ดังนั้น คำนวณเชิงยาวเท่าไร พื้นที่
รอบนอกเท่าไร และเนื้อที่ทั้งหมดเท่าไร ?

$$\text{วิธีทำ } s = ๑๒ \text{ นิ้ว และ } r = ๓๕ \text{ นิ้ว}$$

$$\text{และ } \pi = s^2 + r^2 = ๑๔๔ + ๑๒๒๕ = ๑๓๖๙$$

$$(๑) \text{ คำนวณเชิง } \pi = \sqrt{๑๓๖๙} = ๓๗ \text{ นิ้ว } \underline{\text{ตอบ}}$$

$$(๒) \text{ พื้นที่รอบนอก} = \text{พื้นที่ด้านนอก} + \text{พื้นที่ของฐาน}$$

$$,, ,, = \pi r s + \pi r^2 = \pi r (s + r)$$

$$,, ,, = \frac{๒๒}{๗} \times ๓๕ \times ๓๗ \text{ ตร.น.}$$

$$= ๑๙๒๐ \text{ ตารางนิ้ว } \underline{\text{ตอบ}}$$

(๓) เนื้อที่ของรูปกรวย = $\frac{๑}{๓}$ ตรี ส

$$= \frac{๑}{๓} \times \frac{๒๒}{๓} \times (๓๕)^2 \times ๑๒ = ๑๕๔๐๐ \text{ ถ.บ.น.}$$

= ๔ ลูกบาศก์ฟุตกับ ๑๕๗๖ ลูกบาศก์นิ้ว

ตอบ

แบบฝึกหัด

(๑) จงหาพื้นที่รอบนอกของรูปกรวย ต่อไปนี้

(ก) รัศมียาว ๕ นิ้ว ด้านเฉียงยาว ๑ ฟุต ๘ นิ้ว

(ข) รัศมียาว ๗ ฟุต ๗ นิ้ว สูง ๕ ฟุต

(๒) จงหาเนื้อที่ของรูปกรวย ต่อไปนี้

(ก) รัศมียาว ๗ นิ้ว สูง ๑ ฟุต

(ข) สูง ๒ ฟุต ด้านเฉียงยาว ๒ ฟุต ๑ นิ้ว

(๓) จงหาส่วนสูงของรูปกรวยชิ้นหนึ่ง มีเนื้อที่ ๘๘ ลูกบาศก์นิ้ว ด้านฐานมีรัศมียาว ๒ นิ้ว

(๔) ถ้ารูปกรวยมีเนื้อที่ ๓ ลูกบาศก์ฟุต ๘๖ ลูกบาศก์นิ้ว สูง ๒ ฟุต ๑๑ นิ้ว รัศมีและด้านเฉียงจะยาวเท่าใด?

(๕) ผ้าทำเต็นท์สูง ๑๖ ฟุต ทำเป็นรูปกรวย เส้นผ่าศูนย์กลางของฐาน ๒๔ ฟุต ราคาผ้าตารางหลาละ ๑๓ บาท จะสิ้นเงินค่าทำเต็นท์เท่าใด?

(๖) กรวยชั้นหนึ่ง สูง ๑๐ ฟุต เนื้อที่ ๑๒๘.๒๘๒ ลูกบาศก์ฟุต จง หาเส้นผ่าศูนย์กลางของฐานว่ายาวเท่าใด?

(๗) จงหาพื้นที่รอบนอก และเนื้อที่ของรูปกรวยต่อไปนี

(ก) รัศมียาว ๖ ซม. ด้านเฉียงยาว ๑๐ ซม.

(ข) รัศมียาว ๑.๒ ซม. สูง ๓.๕ ซม.

(๘) จงหาเนื้อที่ของรูปกรวยชั้นหนึ่ง ด้านเฉียงยาว ๕.๑ เมตร สูง ๕.๔ เมตร

(๙) จงหาปริมาตรของฐานรูปกรวยชั้นหนึ่ง ซึ่งสูง ๘ ฟุต เนื้อที่เท่ากับรูปกะบอกที่สูง ๘ นิ้ว และมีเส้นผ่าศูนย์กลาง ๕ ฟุต

ลูกกลม

ลูกกลมนั้น มีลักษณะเป็นของกลม มีส่วนโค้งรอบตัว เช่นลูกหนังที่เด็กเล่น และบนพื้นรอบนอกของลูกกลม ที่ห่างจากจุดศูนย์กลางภายในลูกกลมนั้นเท่ากัน เพราะฉะนั้นเส้นที่ลากจากจุดศูนย์กลางมาจดที่พื้นนั้น เรียกว่า รัศมีของลูกกลม เส้นรัศมีทุกเส้นจึงเท่ากัน

เพราะฉะนั้นพื้นที่ราบ และเนื้อที่ของลูกกลมนี้ดังนี้
สมมุติให้ พ. แทนพื้นที่เป็นตาราง

น. แทนเนื้อที่เป็นลูกบาศก์

$$\therefore \text{พ.} = ๔ \pi r^2 \quad \text{และ} \quad \text{น.} = \frac{๔}{3} \pi r^3$$

ตัวอย่างที่ ๑ จงหาพื้นที่และพื้นที่ของลูกกลมลูก

หนึ่งซึ่งมีรัศมียาว ๑๐.๕ เซนติเมตร ($\pi = ๓.๑๔๑๖$)

วิธีทำ พ. = $๔ \pi r^2 = ๔ \pi \times (๑๐.๕)^2 = ๔๔๐ \pi$

$$= ๑๓๘๕.๔๔ \text{ ตารางเซนติเมตร} \quad \text{ตอบ}$$

$$\text{น.} = \frac{๔}{3} \pi r^3 = ๑๓๘๕.๔๔ \times \frac{๑๐.๕}{๓}$$

$$= (๑๓๘๕.๔๔ \times ๓.๕)$$

$$= ๔๘๔๕.๐๔ \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ ๒ จงหาพื้นที่รอบนอกทั้งหมด และน้ำ

หนักของลูกกลมทองแดงครึ่งหนึ่ง ซึ่งภายในกลวง มีเส้น

ผ่าศูนย์กลางภายใน ๑๒ เซนติเมตร หนา ๑ เซนติเมตร

และ ๑ ลูกบาศก์เซนติเมตรของทองแดง มีน้ำหนัก

เท่ากับ ๘๘.๘ กรัม.

วิธีทำ

$$\text{พื้นที่ของพื้นวงรอบนอก} = \frac{\pi}{2} \times ๔ \text{ ฐ} \times ๖^๒$$

$$= ๗๒ \text{ ฐ} \quad \text{ตร.ซม.}$$

$$\text{พื้นที่ของพื้นวงรอบใน} = \frac{\pi}{2} \times ๔ \text{ ฐ} \times ๕^๒ = ๕๐ \text{ ฐ}$$

$$\text{ตร.ซม.}$$

$$\text{พื้นที่ของวงรอบหน้าตัด} = \text{ฐ} (๖^๒ - ๕^๒) = ๑๑ \text{ ฐ}$$

$$\text{ตร.ซม.}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ของพื้นหน้าทั้งหมด} = ๑๓๓ \text{ ฐ} = ๔๑๗.๘๓$$

$$\text{ตร.ซม.}$$

$$\text{เนื้อที่ลูกบาศก์} = \frac{\pi}{๓} \text{ ฐ} (๖^๓ - ๕^๓) = \frac{๑๘๒}{๓}$$

$$= ๖๐.๖๖ \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$\therefore \text{น้ำหนัก} = (๖๐.๖๖ \times ๘.๘๘) \text{ ก.} = ๕.๖๕๒ \text{ กก.}$$

$$\text{ตอบ} \left\{ \begin{array}{l} ๔๑๗.๘๓ \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ ๕.๖๕๖ \text{ กิโลกรัม} \end{array} \right.$$

แบบฝึกหัด

(๑) จงหาพื้นที่รอบนอก และเนื้อที่ ของลูกกลม
ที่มีรัศมี

(ก) ๑ ฟุต ๗ นิ้ว (ข) ๒ เมตร (ค) ๓.๗ นิ้ว

(๒) จงหาเวลาغرقกับทิศทางของโดมแห่งหนึ่ง ที่มีรูปทรงลูกกลม และเส้นผ่าศูนย์กลาง ๓๕ เมตร ถัดจากข้างตาวางเมตรละ ๒ บาท

(๓) พินรอบลูกกลมเป็นเนื้อที่ ๑๓๘๖ ตารางเซนติเมตร จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางและเนื้อที่ว่าเป็นเท่าใด?

(๔) ถ้าจะเอาตะกั่วสี่เหลี่ยมท่อนหนึ่งมาทำลูกปืนกลมให้มีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๑ นิ้วจะได้ลูก เมื่อตะกั่วยาว ๑๑ นิ้ว กว้าง ๘ นิ้ว หนา ๕ นิ้ว

(๕) จงหาเส้นรัศมีของลูกกลมที่มีเนื้อที่เท่ากับรูปกระบอกตัดที่สูง ๑๖ เซนติเมตร เส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๔ เซนติเมตร

(๖) ตะกั่วแผ่นหนึ่งกลม หนา ๓ นิ้ว เส้นผ่าศูนย์กลาง ๑๒ นิ้ว จะทำลูกปืนชนิดลูกปลายที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง ๐.๐๑ นิ้ว ได้กี่ลูก?

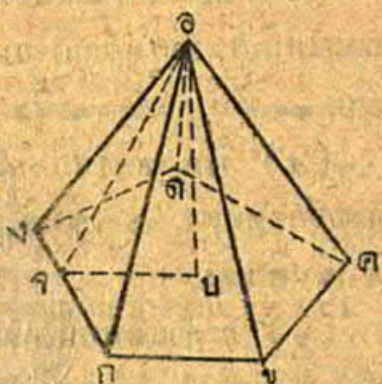
(๗) ลูกตะกั่วกลมลูกหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง ยาว ๑ นิ้ว ถ้าจะทำเป็นแผ่นหนา ๐.๐๑ นิ้ว จะมีรัศมียาวเท่าใด?

(๘) โลหะลูกกลมก้อนหนึ่ง เส้นผ่าศูนย์กลาง ๑๔ นิ้ว ถ้าจะใส่ลงไปในถังสี่เหลี่ยมที่กว้างยาว ๔๘ นิ้ว กว้าง ๑๔ $\frac{๒}{๓}$ นิ้ว ถ้าลูกกลมจะจมลงไปใต้น้ำ น้ำจะขึ้นมากกว่าขีดเดิมเท่าใด?

(๘) รูป ๆ หนึ่งเป็นรูปกรวย ที่ฐานเป็นรูปกลม
ครึ่งซีก รูปกรวยสูง ๓๕ นิ้ว เส้นผ่าศูนย์กลางฐานยาว
๒ ฟุต จงหาเนื้อที่

รูปพีระมิต

รูปพีระมิตเป็นรูปคล้าย
รูปกรวย แต่ผลิตภัณฑ์รูป
พีระมิตเป็นเหลี่ยมเท่านั้น
ด้านฐานจะเป็นกเหลี่ยมก็ได้
หรือจะเรียกว่า รูปหลาย
เหลี่ยม ซึ่งมีมุมยอดร่วมกัน
ที่จุดหนึ่ง รูป กขคดง เป็น
ด้านฐาน ด้านหน้าเป็นรูป $\triangle$ อกข. อขค. อกค. อดง.
องค. จุดยอดที่ร่วมกัน คือจุด อ.



ถ้าด้านฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า มุมยอด อ.
ที่ตั้งอยู่บนเส้น อบ. จะตั้งได้ฉากกับจุดศูนย์กลาง บ.
เมื่อด้านฐานของมันเท่ากันทุกด้าน เส้น อก. อข. อก.
อด. อด. จะตั้งเท่ากัน และด้านที่เป็นรูป $\triangle$ จะเท่า
กันทุกด้าน

เส้นตั้งได้ฉาก อบ. เป็นส่วนสูงของพีระมิต เส้น อจ.
ซึ่งตัดด้านฐานออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน และตั้งได้ฉาก
กับฐาน เรียกว่าส่วนสูงด้านเฉียงนั้น มีข้อที่ควรสังเกต
คือ อบ. เป็นเส้นที่ตั้งได้ฉากกับฐาน ฉะนั้นถ้าจะลาก
เส้นใดเส้นหนึ่งจาก บ. มาแล้ว จะเกิดเป็นมุมฉากที่
จุด บ. เช่น บจ. เป็นต้น

เมื่อบวกรูป $\triangle$ ด้านหน้า ออกข. + อขค. + ออกค.
+ ออกง. + ออกก. เข้าแล้ว เรียกว่าพื้นที่ด้านเฉียงของ
รูปพีระมิต

เนื้อที่ (วอลุ่ม) ของพีระมิต

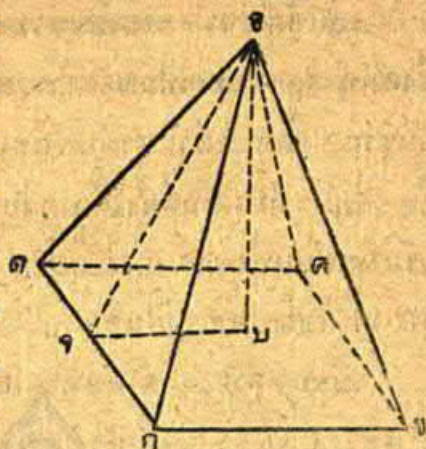
$$(ก) \text{ พื้นที่ด้านเฉียง} = \frac{๑}{๓} (\text{ส่วนยาวรอบฐาน}) \times (\text{ส่วนสูงด้านเฉียง})$$

$$\text{พื้นที่รวมทั้งหมด} = \text{พื้นที่ด้านเฉียง} + \text{พื้นที่ฐาน}$$

$$(ข) \text{ เนื้อที่ (วอลุ่ม)} = \frac{๑}{๓} (\text{พื้นที่ฐาน}) \times \text{ส่วนสูง}$$

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ด้านเฉียง และเนื้อที่ของรูป
พีระมิต สูง ๒๑ นิ้ว ตั้งอยู่บนฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส
มีด้านยาว ๔๐ นิ้ว

วิธีทำ $อบ = ๒๑$ นิ้ว
 และ $กข = กค = ๔๐$ นิ้ว
 $\therefore บจ = \frac{๑}{๒} กข = ๒๐$ นิ้ว
 $\therefore \triangle อบจ$ มุมฉาก
 อยู่ที่ $บ$
 $\therefore อจ^๒ = อบ^๒ + บจ^๒$
 $= (๒๑)^๒ + (๒๐)^๒$
 $= ๘๔๑$



$\therefore อจ \sqrt{๘๔๑} = ๒๙$ นิ้ว

พื้นที่ของรูป $\triangle อคก = \frac{๑}{๒} กค \times อจ = \frac{๑}{๒} \times ๔๐ \times ๒๙$ ตร.น.
 $= ๕๘๐$ ตารางนิ้ว

(๑) พื้นที่ด้านเฉียง = ๔ $\triangle อคก = ๔ \times ๕๘๐ = ๒๓๒๐$ ตร.น.

(๒) เนื้อที่พระมิต = $\frac{๑}{๓}$ (เนื้อที่ฐาน) $\times$ (ส่วนสูง)
 $= \frac{๑}{๓} (๔๐)^๒ \times ๒๑ = ๑๑๒๐๐$ ลูกบาศก์นิ้ว ตอบ

แบบฝึกหัด

(๑) จงหาพื้นที่ด้านเฉียงของรูปพีระมิตรูปหนึ่ง มุมฉาก สูง ๖ เมตร ตั้งอยู่บนฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้าน ๆ ยาว ๑๖ เมตร

(๒) จงหาเนื้อที่ของรูปพระมิตมมฉาก สูง ๒ ฟุต ตั้งอยู่บนฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้าน ๆ หนึ่ง ยาว ๑ ฟุต ๘ นิ้ว

(๓) รูปพระมิตรูปหนึ่ง สูง ๑ ฟุต ๔ นิ้ว ตั้งอยู่บนฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้าน ๆ หนึ่ง ยาว ๒ ฟุต จงหาพื้นที่ด้านเฉียง

(๔) ฐานของรูปพระมิตมมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีด้านหนึ่ง ยาว ๖ เซ็นติเมตร และด้านเฉียงเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า จงหาส่วนสูงด้านเฉียง และส่วนสูงของรูปพระมิต

(๕) จงหาค่าทาสีด้านเฉียงของรูปพระมิตมมฉาก สูง ๖ ฟุต ๕ นิ้ว ตั้งอยู่บนฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีด้าน ๆ หนึ่ง ยาว ๖ ฟุต ค่าทาสีตารางฟุตละ ๓ บาท

(๖) พระมิตมมฉากรูปหนึ่ง ตั้งอยู่บนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านยาว ๒ ฟุต ๘ นิ้ว กว้าง ๑๐ นิ้ว พระมิตสูง ๑ ฟุต จงหาพื้นที่และเนื้อที่ทั้งหมดของรูปสามเหลี่ยม

(๗) จงหาเนื้อที่ของพระมิตต่อไป

(ก) ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ด้านหนึ่งยาว ๖ นิ้ว สูง ๑ นิ้ว

(ข) รูปสามเหลี่ยมด้านหนึ่ง ยาว ๔ ฟุต ๓ นิ้ว และ ๓ ฟุต ๑ นิ้ว และ ๑ ฟุต ๘ นิ้ว สูง ๑ ฟุต

(๘) จงหาส่วนสูงของพีระมิดต่อไป

(ก) เนื้อของพีระมิดเป็น ๑๒๘ ลูกบาศก์นิ้ว รูปสามเหลี่ยมพื้นผิวยาว ๘ นิ้ว กว้าง ๔ นิ้ว

(ข) เนื้อของรูปพีระมิดเป็น ๘๐ ลูกบาศก์นิ้ว รูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีด้านหนึ่งยาว ๑๓ นิ้ว และ ๑๒ นิ้ว และ ๕ นิ้ว

โจทย์ระคน

๑. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีเนื้อ ๔๑๐๗ ตารางวา และรูปสี่เหลี่ยมด้านยาวเป็น ๓ เท่าของด้านกว้าง จงหาด้านยาว และด้านกว้าง

๒. รัศมีของสนามหญ้าวงกลมแห่งหนึ่งยาว ๑๐.๔ เมตร ถ้าเกี่ยวหญ้าตารางเมตรละ ๕๐ สตางค์ จะสิ้นเงินเท่าไร ?

๓. ก. มีเนื้อที่ดินรูป □ พื้นผิว ซึ่งมีด้านกว้างและยาว ๒:๓ คิดเนื้อที่นาได้ ๘๐๗๗๔ ตารางหลา ถ้า ข. มีเนื้อที่นา ด้านยาวเท่ากับของ ก. แต่ด้านกว้าง ๗๖๐ หลา จงคิดว่าเนื้อที่ของ ข. มีเท่าใด ?

๔. วงกลมวงหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๕๐ นิ้ว มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบรรจุอยู่ภายในวงกลมนี้พอดี จงหาเนื้อที่ของรูป ☐ จตุรัสนั้น

๕. เรือนหลังหนึ่งกว้าง ๕ วา ยาว ๖ วา สูงจากพื้นดิน ๓ ศอก ฝาสูง ๕ ศอก กั้นฝาโดยรอบและกั้นฝาประจันห้องแบ่งเรือนออกเป็น ๓ ห้อง จงคิดว่าจะต้องใช้ไม้ฝากี่กอก ไม้พินกี่กอก?

๖. จงบอกกฎของวิธีหาเนื้อที่ $\triangle$ ด้านไม้เท่า และจงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านไม้เท่า ซึ่งมีด้านตามกำหนดต่อไปนี้ ก=๓๐ เมตร, ข=๒๕ เมตร, ค=๑๑ เมตร

๗. นารูป $\triangle$ มุมฉากรูปหนึ่ง มีเนื้อที่ $\frac{๑}{๒}$ ไร่ แต่เรโซของด้านกว้างและยาว เป็น ๒:๔ จงหาด้านกว้างและด้านยาวของนานั้น

๘. กระดาษแข็งแผ่นหนึ่ง กว้าง ๑๔ นิ้ว ยาว ๒๖ นิ้ว สำหรับตัดแผ่นแร้วตัวอย่าง ซึ่งมีรูปกลมกว้างแผ่นละ ๑ นิ้ว จะตัดได้กี่แผ่น และเหลือเศษกระดาษเท่าใด?

๙. วงกลม ๒ วงเท่ากัน บรรจุอยู่ในรูป ☐ ผืนผ้า กว้างกลมวงหนึ่งมีเนื้อที่ ๖๑๒ ตารางวา จงหาด้านกว้างและด้านยาวของ ☐ นั้น

๑๐. พรมผืนหนึ่งกว้าง ๑๕ ฟุต ๕ นิ้ว ยาว ๑๖ ฟุต ๖ นิ้ว ราคาตารางหลาละ ๖ บาท ปูพื้นกว้าง ๑๗ ฟุต ยาว ๒๓ ฟุต ส่วนเนื้อที่ที่เหลือจากนั้น ปูด้วยพรมชนิดอื่น ราคาตารางหลาละ ๑๕ สตางค์ จงหาราคาของพรมทั้ง ๒ ชนิด ว่าเป็นเท่าใด?

๑๑. ที่แห่งหนึ่งเป็นวงกลม กิตเส้นศูนย์กลางภายใน ยาว ๔๐ เมตร มีกำแพงล้อมรอบซึ่งกว้าง ๑๕ เซนติเมตร จงหาเนื้อที่ทพนของกำแพงนั้น

๑๒. จงหาเนื้อที่ของรูปวงแหวนกลม ส่วนรัศมีชั้นใน ๔.๓ นิ้ว ชั้นนอก ๕.๗ นิ้ว

๑๓. วงเวียนกลมแห่งหนึ่ง มีเนื้อที่เท่ากับ $\square$ ผืนผ้า ซึ่งมีด้านยาว ๒๔๒๐ เซนติเมตร และกว้าง ๑๒.๘ เมตร ดังนั้นเส้นรอบวงจะยาวเท่าใด?

๑๔. ไม้สักท่อนหนึ่งหน้ากว้าง ๒๔ นิ้ว หนา ๑๓ นิ้ว ยาว ๑ วา จะเลื่อยออกเป็นกะดานหน้า ๑ นิ้ว จะได้ไม้กี่ยก?

๑๕. โรงเรียนหนึ่ง ๘ ห้อง ๆ หนึ่งกว้าง ๒๐ ฟุต ยาว ๔๐ ฟุต ตั้งโต๊ะเรียนสำหรับเด็กคนหนึ่ง กินเนื้อที่ ๘ ตารางฟุต ถามว่าโรงเรียนนี้บรรจุนักเรียนกี่คน?

๑๖. ซุงต้นหนึ่งเลื่อยปักออกแล้วยาว ๔ วา หน้า
หนาเหลี่ยมละศอกกลับ ถ้าเลื่อยออกเป็นแผ่น ๆ อีก ๑๒
คลองเลื่อย จะได้กี่ยก ?

๑๗. พื้นทนาแห่งหนึ่งกว้าง ๕๐ หลา ยาว ๖๐ หลา
จะขุดคูรอบทนานั้น กว้าง ๕ ฟุต และให้ได้ดินที่ขุดขึ้นมา
ถมทนานั้น หนา ๔ นิ้ว จะต้องขุดคูลึกเท่าใด ?

๑๘. ห้องหนึ่งยาว ๒๕ ฟุต กว้าง ๑๖ ฟุต จะปูพรม
แต่รอบห้องนั้นไม่ได้ปูเสีย ๑ ฟุต ๖ นิ้ว ถ้าราคาพรม
ตารางฟุตละ ๔ บาท ๕๐ สตางค์ จะเป็นค่าพรมเท่าใด
เนื้อที่ไม่ได้ปูเท่าใด ?

๑๙. ห้องแถวแห่งหนึ่งยาว ๑๗ วา ๒ ศอก กว้าง ๒ วา
จะเอาไม้กระดานอย่างยาวแผ่นละ ๑ วา ๑ ศอก กว้าง
๒ ศอกมาปูพื้น ถ้าไม้ถูกบาทศกฟุตละ ๓ บาท จะสิ้นเงิน
เท่าไร ?

๒๐. $\triangle$ รูปหนึ่ง เส้นสูงยาว ๑๕ วา ๑ ศอก $\triangle$ นี
มีเนื้อเท่ากับสเหลี่ยมจตุรัส ซึ่งมีด้านยาว ๒ เส้น ๒ วา
จงหาด้านฐานว่าจะยาวเท่าใด ?

๒๑. รูป $\triangle$ หน้าจั่วรูปหนึ่ง มีด้านข้างยาว ๑๒๐ เมตร
ด้านฐานสั้นกว่าด้านข้าง ๑ เท่า เส้นสูงยาว ๔๗๕ เท่า
ของด้านข้าง จงหาเนื้อของ $\triangle$ นี

๒๒. สระกลมวัดโดยรอบ ๒๐๐ เมตร เส้นศูนย์
กลางยาวเท่าใด ?

๒๓. หีบใบหนึ่งกว้าง ๑๐ ฟุต สูง ๖ ฟุต บรรจุหีบ
ลูกบาศก์ ๒ ฟุต อยู่ในหีบใหญ่ได้ ๓๖๐ หีบเต็มพอดี
ถามว่าหีบใหญ่ยาวเท่าใด ?

๒๔. หนังสือเล่มหนึ่งกว้าง ๑๖ เซนติเมตร ยาว
๒๕ เซนติเมตร จะบรรจุในลังซึ่งยาว ๑๕ เมตร กว้าง
๔ เมตร ได้กี่เล่ม ?

๒๕. เนื้อที่ของสวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่ากับเนื้อ
ที่นา รูปสี่เหลี่ยมยาวซึ่งมีด้านวัดได้ $๔๓\frac{๕}{๖}$ เมตร และ
 $๓๕\frac{๑}{๒}$ เมตร สวนนั้นจะกว้างด้านละเท่าไร ?

๒๖. ห้อง ๒ ห้องยาวห้องละ ๑๔ เมตร กว้าง ๑๒ เมตร
สูง ๔.๕๐ เมตร จะเอากะดาษแผ่นซึ่งกว้าง ๕๐ เซนติ
เมตร ยาว ๑๕ เซนติเมตร ปิดฝาห้องภายในทั้งหมด
จะสิ้นกระดาษเท่าใด ?

๒๗. ก่อนน้ำแห่งหนึ่งยาว ๕ ไมล์ เส้นผ่าศูนย์กลาง
ยาว ๒ ฟุต จะจุน้ำเท่าใด ?

๒๘. ดึกหลังหนึ่งเป็นรูปกระบอกตัด เส้นผ่าศูนย์กลาง
กลางยาว ๔๐ ฟุต สูง ๒๕ ฟุต หลงคาทำเป็นรูปโดม
กลมครึ่งลูกกลม เส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับตัวตึก จงหา
ราคาทาสีภายนอก ซึ่งคิดค่าทาตารางหลาละ ๑๐ สตางค์

๒๘. รูปกรวยรูปหนึ่งสูง ๑๖ เมตร เนื้อที่ของฐาน
เป็น $\frac{3}{5}$ ของเนื้อที่รอบนอก จงหารัศมีของฐานนั้น

๓๐. เต้นต้นหนึ่งมีรูปกลม กว้าง ๑๒ ฟุต สูง ๑๔ ฟุต
มีฝารอบสูงจากดิน ๒ ฟุต และยอดเป็นรูปกรวย ฝา
๑๒๐๐ หลา กว้าง ๓๐ นิ้ว และจะต้องเสียเศษเนื้อผ้า
เป็นตะเข็บเสียร้อยละ ๑๐ ถามว่าจะทำเต็นต์ได้เท่าใด ?

๓๑. ห้องหนึ่งยาว ๘ หลา ๒ ฟุต สูง ๓ หลา ๑ ฟุต
กว้าง ๕ หลา ๑ ฟุต ถ้าปิดกระดานกว้าง $\frac{9}{16}$ หลา จะต้อง
ใช้กระดานเท่าใด ?

๓๒. สนามคีนกลมแห่งหนึ่ง วัดเส้นศูนย์กลาง
ได้ ๕๒๕ เมตร อยากจะขุดคูรอบที่นี้ คุให้กว้าง ๔
เมตร ลึก ๒ เมตร เขาคิดค่าจ้างขุดลูกบาศก์เมตรละ
๑๑ สตึง ถามว่าจะสันค่าขุดเท่าใด ?

๓๓. แก้วสามเหลี่ยมมีส่วนสูง ๓ เมตร ด้านของ
แก้วกว้างด้านละ ๓ เมตร, ๓.๕ เมตร, ๕.๒ เมตร ตาม
ลำดับ จงหาเนื้อที่

๓๔. ตะกั่วก้อนหนึ่งกลม มีเส้นผ่าศูนย์กลาง $3\frac{3}{4}$ นิ้ว
ถ้าจะแบ่งทำเป็น ๓ ลูก ๆ ที่หนึ่งให้มีเส้นผ่าศูนย์กลาง
 $1\frac{1}{2}$ นิ้ว ลูกที่สองยาว ๒ นิ้ว ลูกที่สามจะมีเนื้อที่เท่าใด ?

๓๕. ชุดอุโมงค์รถไฟทะเลภูเขาแห่งหนึ่งยาว ๑๘๕๐ เมตร ลึกหรือสูง ๖.๕๐ เมตร ข้างบนกว้าง ๑๕.๒๐ เมตร ข้างล่างกว้าง ๑๖.๔๐ เมตร ถ้าชุดวันหนึ่งได้หิน ๔๕๐ ตัน จะต้องขุดกี่วัน? (เหลี่ยมลูกบาศก์เมตรหนึ่งหนัก $2\frac{1}{2}$ ตัน)

๓๖. เงินแท่งหนึ่งรูปสามเหลี่ยมยาว ๕ นิ้ว ด้านข้างด้านหนึ่งละ ๒.๖ นิ้ว, ๒.๖ นิ้ว, และ ๑.๑ นิ้ว ตามลำดับ จงหาว่ามีน้ำหนักเท่าใด? (๑ ลูกบาศก์นิ้วหนัก ๖ บาท)

๓๗. รูปพีระมิดฐาน ๖ เหลี่ยม ด้านหนึ่งยาว ๖ เมตร สูง ๘ เมตร จงหาเนื้อที่ด้านหนึ่งจะเป็นเท่าใด?

๓๘. รูปกรวยรูปหนึ่ง สูง ๕ เมตร เนื้อที่รอบด้านนอกเป็น ๕ เท่าของเนื้อที่ฐาน จงหาเนื้อที่ด้านหนึ่งจะเป็นเท่าใด?

๓๙. โลหะธาตุกมก้อนหนึ่ง มีเส้นผ่าศูนย์กลาง ๑๔ นิ้ว ถ้าใส่ลงในถังสี่เหลี่ยมที่ยาว ๔๘ นิ้ว กว้าง $๑๔\frac{1}{2}$ นิ้ว ถ้าโลหะกลมนจมลงไปใต้น้ำ น้ำจะขึ้นมากกว่าขีดเดิมเท่าใด?

๔๐. จงหาน้ำหนักของลูกกระสุนปืน ตะกั่วกลม ๕๐,๐๐๐ ลูก เส้นผ่าศูนย์กลาง ๘ มิลลิเมตร (๑ ลูกบาศก์เดซิเมตร เท่ากับ ๑๑.๓๕ กิโลกรัม)

(สำเนา)



ใบอนุญาตให้ใช้แบบเรียน

ฉบับที่ ๓๓ / ๒๔๘๔

วันที่ ๒๗ เดือนกันยายน พ.ศ. ๒๔๘๓

หนังสือ เลขแมนสเรชั่น ของ อำมาตย์ตรี
พระเสริมวิชาพูล พิมพ์ครั้งที่หนึ่ง จำนวนหนึ่งพันฉบับ
ใน พ.ศ. ๒๔๘๓

เจ้าหน้าที่ได้ตรวจแล้ว อนุญาตให้ใช้ในโรงเรียนได้

(ลงพระนาม) ยานีนิวัต มหาอำมาตย์เอก

เสนาบดีกระทรวงธรรมการ

(ใช้ให้เฉพาะในการพิมพ์คราวนี้เท่านั้น)