

ค.
๘๗



คำผนวณวิธิ

เมนตฺเรชน

ของ

หลวงสุวรรณวาจกกสิกิจ (ทองทิ เรศานนท์) B.S. Agr. (Hon.)

ตำหรับ

ประโยชน์ครูมูลกสิกรรม ประโยคครูประถมกสิกรรม
มัธยมตอนต้น มัธยมตอนปลาย กสิกร พ่อค้า และผู้สนใจทั่วไป
กระทรวงธรรมการอนุญาตให้ใช้ในโรงเรียนได้

พิมพ์ครั้งแรก ๑,๐๐๐ ฉบับ

พ.ศ. ๒๔๗๗

ราคาเล่มละ ๓ บาท ๕๐ สตางค์

พิมพ์จำหน่ายที่โรงพิมพ์ศรีหงส์

ถวณกสิกรรม

ป
๕๑๑
๓



คำนวนวิธี

เมนุเรชั่น

ของ

หลวงสุวรรณวาจกกสิกิจ (ทองดี เรศานนท์) *B.S. Agr. (Hon.)*

สำหรับ

ประโยคครูมูลกสิกรรม ประโยคครูประถมกสิกรรม

มัธยมตอนต้น มัธยมตอนปลาย กสิกร พ่อค้า และผู้สนใจทั่วไป

กระทรวงธรรมการอนุญาตให้ใช้ในโรงเรียนได้

พิมพ์ครั้งแรก ๑,๐๐๐ ฉบับ

พ.ศ. ๒๔๗๗

ราคาเล่มละ ๑ บาท ๕๐ สตางค์

.....

พิมพ์จำหน่ายที่โรงพิมพ์ศรีหงส์

สงวนลิขสิทธิ์

ก ๐๒๖๗๗

คำนำ

การที่ข้าพเจ้าเขียนตำราเล่มนี้ขึ้นก็เพราะว่า ตำราคำนวณวิธีทางเมตริกซ์ที่เหมาะแก่หลักสูตร และแก่นักเรียนฝึกหัดครูมูล และประณกสิกกรรมยังไม่มี จึงทำให้การสอนการเวียนของครูและนักเรียนแผนกนี้ไม่สะดวกเท่าที่ควรจะเป็น ถึงแม้ความมุ่งหมายข้อใหญ่ของข้าพเจ้าอยู่ที่จะเป็นตำราสำหรับโรงเรียนกสิกรรม โดยเฉพาะ โรงเรียนฝึกหัดครู ประณกสิกกรรมก็จริง แต่ในการแต่งก็ได้คิดถึงนักเรียนฝึกหัดครูมูล นักเรียนสามัญ กสิกร พ่อค้า และบุคคลสามัญทั่วไปอยู่มาก ฉะนั้นจึงหวังว่าบุคคลทั้งหลายที่ได้ระบุนามไว้แล้ว ก็สามารถจะหาประโยชน์จากตำราเล่มนี้ได้บ้าง ตามสมควร

ตำราเล่มนี้เขียนจากความรู้ความชำนาญ ที่ได้รับจากการสอนนักเรียนฝึกหัดครูมูล และนักเรียนฝึกหัดครูประถมมาเป็นเวลานานนี้ นอกจากนี้ได้อาศัยการเรียนเมื่อครั้งอยู่โรงเรียนฝึกหัดอาจารย์บ้านสมเด็จ ปี พ.ศ. ๒๔๕๖-๕๗ และอยู่แผนกคุรุศึกษาจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปี พ.ศ. ๒๔๕๘-๖๐ เป็นเครื่องช่วย

วันที่ ๑ ธันวาคม พ.ศ. ๒๔๗๗

หลวงสุวรรณวาจกกสิกิจ

บัญชีเรื่อง

บทที่ ๑	ว่าด้วยหัวข้อเบื้องต้น มาตรการต่าง ๆ และอัตราเทียบ	หน้า ๑
บทที่ ๒	ว่าด้วยวิธีหาราคาสอง	„ ๒๘
บทที่ ๓	ว่าด้วยคุณสมบัติและลักษณะของรูปต่าง ๆ	„ ๕๘
บทที่ ๔	ว่าด้วยการหาต้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม มุมฉาก	„ ๗๔
บทที่ ๕	ว่าด้วยรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก	„ ๘๕
บทที่ ๖	ว่าด้วยการหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม	„ ๑๑๔
บทที่ ๗	ว่าด้วยการหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ	„ ๑๔๕
บทที่ ๘	ว่าด้วยรูปวงกลม	„ ๑๗๕
บทที่ ๙	ว่าด้วยรูปวงกลม (ต่อ)	„ ๒๐๕
บทที่ ๑๐	ว่าด้วยการหาความจุของรูปสี่เหลี่ยมตัน	„ ๒๒๕
บทที่ ๑๑	ว่าด้วยวิธีหาความจุของรูปสามเหลี่ยมตัน	„ ๒๓๔
บทที่ ๑๒	ว่าด้วยของตันรูปคล้ายกะป๋องหรือกะบอก	„ ๒๓๕
บทที่ ๑๓	ว่าด้วยการหาความจุของรูปตันปลายแหลม และรูปกลมตัน (ลูกกระสุน)	„ ๒๕๘
บทที่ ๑๔	ว่าด้วยวิธีคิดหน้าไม้เป็นยกตามแบบเก่า	„ ๒๖๔
บทที่ ๑๕	ว่าด้วยวิธีคิดหน้าไม้เป็นยกตามแบบใหม่ และตามวิธีลัด	„ ๒๗๑

- บทที่ ๑๖ ว่าด้วยวิธีคิดหน้าไม้เป็นบอรุดฟุต คิวบิกฟุต
และคิวบิกเมตร หน้า ๒๗๕
- บทที่ ๑๗ ว่าด้วยวิธีคิดไม้เป็นตันแบบอังกฤษ
และแบบจีน ,, ๒๘๗
- บทที่ ๑๘ ว่าด้วยวิธีใช้เมนสุเรชันเกี่ยวกับการกลักรร ,, ๒๘๕
- บทที่ ๑๙ ว่าด้วยเมนสุเรชันที่เกี่ยวกับการค้าขาย ,, ๒๘๕
- บทที่ ๒๐ ว่าด้วยวิธีสอนเมนสุเรชันในโรงเรียน ,, ๓๑๒
- บทที่ ๒๑ ว่าด้วยคำตอบ ,, ๓๑๗



๑
บทที่ ๑

ว่าด้วยหัวข้อเบ็ดเตล็ด มาตรฐานต่างๆ และอัตราเก็บ

๑ วิชาเมนูเรชั่นกล่าวถึงอะไร เมนูเรชั่นเป็นวิชาคำนวณ
ที่กล่าวถึง

(๑) วิชาหาความยาวของเส้น เช่น หาฐาน หาสูง หรือหาเส้น
รอบรูปทรงสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม หาคความยาวของรัศมี เส้นผ่า
ศูนย์กลางหรือเส้นรอบวงของวงกลม เหล่านี้เป็นต้น

(๒) วิชาหาเนื้อที่ของพื้นรูปต่างๆ เช่น รูปสามเหลี่ยม
สี่เหลี่ยม วงกลม รูปกระบอก รูปทึบ ฯลฯ

(๓) วิชาหาความจุหรือเหลี่ยมลูกบาศก์ของรูปตันต่างๆ เช่น
รูปเหลี่ยมต่างๆ รูปกลม และอื่นๆ

๒ วิชาเมนูเรชั่นมีประโยชน์อย่างไร โดยเหตุที่เมนูเรชั่นก็
เป็นวิชาคำนวณอย่างหนึ่ง เพราะฉะนั้นจึงมีประโยชน์หลายอย่าง
เหมือนวิชาคำนวณอื่นๆ เช่น :-

(๑) ผูกหัดความคิดและสติปัญญาให้รวดเร็วเฉียบแหลม

(๒) ผูกหัดให้เป็นคนเจ้าระเบียบและประหยัด

(๓) ผูกหัดให้เป็นคนมีสติสัมปชัญญะระมัดระวังเหตุระวังผล

(๔) ผักหัดใหม่มีความง่วงใจใหญ่พริบ เหล่านี้เป็นตัวอย่าง

๓ บุคคลชนิดใดบ้างที่ควรเรียนและควรรู้แผนสู่เรชั่น นอก
จากนักเรียนซึ่งจำเป็นต้องเรียนโดยหลักสูตรบังคับแล้ว ทั่วไป
เห็นว่าบุคคลต่อไปนี้ควรเรียนแผนสู่เรชั่นด้วย

(๑) กสิกร กสิกรสมัยใหม่จำเป็นต้องรู้แผนสู่เรชั่นดี เพราะ
ประการที่หนึ่งเขาต้องเดี่ยภาษีบางอย่าง เช่นภาษีนำเข้าที่รัฐบาล
ตามจำนวนหน่วยของเนื้อ เพราะฉะนั้นจึงควรควรรู้ได้แน่นอนว่า ตัว
มันกี่ไร่ และควรเดี่ยภาษีเป็นเงินเท่าใด

(๒) ในการกสิกรรมสมัยวิทยาศาสตร์ กสิกรจะต้องเกี่ยวข้องกับ
กับการหาเนื้อที่ขุดเนื้อ เช่นหาว่าในเนื้อที่เท่าใด ปลูกพืชผลได้
เท่าใด ต้องใส่ปุ๋ยเท่าใด ต้องลงทุนเท่าใด คิดเป็นราคาทุนได้กำไร
ไว้ละกี่ยาก เหล่านี้เป็นต้น

(๓) ช่างไม้ ในการคิดประมาณราคาและกะจำนวนไม้จำนวน
กระเบื้องหรือสังกะสี สำหรับใช้ในการก่อสร้างต่าง ๆ วิชาแผนสู่เรชั่น
จะช่วยให้มากมาย การที่ช่างไทยเราทำการประมาณราคาไม่ได้ หรือ
ไม่ทันช่างไม้จีน เป็นเพราะขาดความรู้ในวิชานั้นเอง

(๔) พ่อค้า ผู้ควรต้องรู้แผนสู่เรชั่นเหมือนกัน เพราะในการ
ค้าขายจะต้องเกี่ยวข้องกับแผนสู่เรชั่นอยู่บ่อย ๆ เช่นหาเนื้อที่ของพิน
ดินที่จะปลูกสร้างห้างหอสำหรับประกอบการค้าขาย หาค่าระวาง
ของหีบห่อสินค้าซึ่งจะต้องบรรทุกเรือ โดยบริษัทเรือคิรราคาเขา

ตามความจุ หรือคิดประมาณว่าตัวรถไฟหนึ่งตัว หรือยังหนึ่งหลัง
จะบรรจุข้าวเปลือกได้กี่เกวียนหรือกี่หาบ เป็นต้น

๔ วิชาเมเนจเม้นท์เรชั่น ก็น่าเกิดมาจากวิชาอะไรบ้าง วิชาเม
เนจเรชั่นเป็นวิชาผสม ส่วนมากมาจากวิชาเรขาคณิต ซึ่งเป็นวิชา
ที่วาดด้วยรูป และการพิสูจน์ความจริงที่เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม
สี่เหลี่ยม ฯ บางอย่างมาจากวิชาตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นวิชาที่เกี่ยว
กับส่วนสัมพันธ์ของด้านและมุมต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม บางแห่ง
มาจากวิชาพีชคณิต ซึ่งเป็นวิชาที่ใช้ตัวอักษรแทนตัวเลข ส่วน
วิธีทำโจทย์เมเนจเรชั่นใช้วิธีบวกลดคูณหารของวิธีเลข

๕ ในการเรียนเมเนจเรชั่นนักเรียนจะต้องมีความรู้อะไรบ้าง
จึงจะเข้าใจได้ดี จะให้เข้าใจเมเนจเรชั่นดีและทำได้ถูกต้อง นักเรียน
ควรจะมีความรู้เหล่านี้ :-

(๑) วิชาเรขาคณิตเบื้องต้น ๆ ตอนที่เกี่ยวกับรูปวง ฆะนิต
คุณสมบัติ ลักษณะ และความจริงที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูป
สี่เหลี่ยม รูปวงกลมและอื่น ๆ

(๒) วิชาพีชคณิต ตอนที่เกี่ยวกับการแก้และทำโจทย์สมการ
(Equation) บ้าง การแยกแฟกเตอร์บ้าง

(๓) วิชาเลขสามัญ แต่ข้อสำคัญคือสอนบวกลดคูณหาร
ทศนิยม เข้าใจมาตราต่าง ๆ มีมาตราวัดความยาว มาตราวัดเนื้อ
และมาตราวัดความจุ เป็นอาทิ

นักเรียนฝึกหัดक्रमลูกดิกรวมหลายคน และนักเรียนฝึกหัดครู
ประเภทลูกดิกรวมบางคน อาจจะมีพื้นฐานความรู้เดิมตามที่กล่าวมาแล้ว
ไม่ชัด ฉะนั้นก่อนจะลงมือเรียนเมนูเรชั่น จึงควรเรียนสิ่งเล็กๆ
น้อยๆ เหล่านี้เสียก่อน เพื่อฐานความรู้ของนักเรียนจะได้แน่น
แน่น แล้วจะได้เข้าใจเมนูเรชั่นดี และนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์
ต่อไปข้างหน้าได้

๖ วิธีสอนเมนูเรชั่น ในการสอนเมนูเรชั่น ครูจะต้อง
สอนให้นักเรียนเข้าใจ ไม่ใช่สอนให้ท่องจำ ถ้านักเรียนเข้าใจ
ดีแล้ว นักเรียนจะจำได้ โดยไม่ต้องท่อง หรือแม้จะท่องก็โดย
ท่องน้อยที่สุด ถ้าครูสอนที่นักเรียนจะไม่รู้ดีกว่ายาก ตรง
กันข้าม ถ้าครูสอนไม่ดี นักเรียนจะรู้ดีกว่ายากมาก

วิธีสอนเมนูเรชั่นที่ดีนั้น คือ

- (๑) สอนโดยใช้ของจริงและรูปภาพให้มากที่สุดที่จะทำได้
- (๒) สอนให้นักเรียนทำเองให้มากที่สุด
- (๓) สอนให้นักเรียนพิจารณาหาความจริงและหาเหตุผลด้วย
ตนเอง ชำนาญออกให้นอกจากจำเป็นจริง ๆ
- (๔) จงสอนอย่างวิธีสหศึกษา และได้ตั้งเหตุผลจากนักเรียน
ให้มาก
- (๕) คำถามหรือแบบฝึกหัดนั้น ควรจะมีทั้งที่ให้ทำด้วยมือให้
ตอบด้วยปาก ให้คิดด้วยขียน และเป็นโจทย์ที่ต้องคิด และเป็น

โดยที่ผลก่อกำเนิดเพื่อความชำนาญ

๗ วิธีเรียนแบบผู้เรียน การเรียนแบบผู้เรียนหรือคำนวณ
ขึ้น ๆ นั้น นักเรียนจะได้รับผลดีที่สุด เมื่อ

(๑) นักเรียนพยายามทำ พยายามคิดแบบฝึกหัดที่ครูให้
โดยอาศัยกำลังสติปัญญาของตัวเอง การดูแลคัดลอกของคน
อื่นนั้น นักเรียนไม่ได้รับประโยชน์อย่างใดเลย วิชาคำนวณเป็นวิชา
ฝึกหัดสมอง ถ้าไม่ใช้สมอง (เช่นในการดูเพื่อน) ก็ไม่ได้ประโยชน์
นอกจากนั้นยังทำให้ครูเข้าใจผิดไปว่า ตัวทำได้ ครูเลยไม่ช่วยเหลือ
เท่าที่ควรจะช่วย ผลที่สุดนักเรียนจะสอบได้ตก ฉะนั้นการดูหรือ
การคัดลอกผู้อื่น จึงเท่ากับเป็นการลงโทษตัวเอง

(๒) นักเรียนจะต้องยืนทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ แม้แบบฝึกหัด
นั้นจะง่ายดังเพียงใดก็ตาม การทำแบบฝึกหัดจะช่วยให้นักเรียนพบ
ความจริง เข้าใจเหตุผลได้จำได้แม่นยำ

(๓) เมื่อไม่เข้าใจตรงไหนต้องซักไซ้และถามครู อย่าอาย
หรือเกรงเพื่อนจะดูถูก การถามเป็นประโยชน์แก่ตัวเอง แก่ผู้อื่น
และแก่ครูด้วยเหมือนกัน ทุกคนย่อมมีสิ่งที่ไม่รู้ สิ่งเหล่านั้นจะ
รู้ได้โดยถาม โดยเรียนเท่านั้น

(๔) เวลานักเรียน ขาดเรียน จะเป็น ด้วยเหตุใดก็ตาม
นักเรียนจะต้องเรียนวิชาที่ขาดนั้นให้ทัน โดยถามเพื่อนหรือถามครู
วิชาคำนวณ ตามปกติเกี่ยวข้องกันเป็นลูกโซ่ ถ้าไม่เข้าใจตอนแรกแล้ว

ตอนค่อ ๆ มาก้มักจะเข้าใจได้ยากเต็มที่ นักเรียนจงรู้ดีว่าที่ตัวไม่พยายามเรียนให้ทันนั้น เท่ากับลงโทษตัวเอง การเก็บบัญชีดี การฝึกหัดข้อนี้ดี และอื่น ๆ ดีดี ไม่เป็นเหตุผลเพียงพอที่จะยกเว้นอ้างในการแก้ตัวไม่ทำแบบฝึกหัดหรือเรียนวิชาที่ขาดไปนั้นเลย

๔ หลักสูตรโรงเรียนสำหรับประโยคครูมูลกลีกรรม ตามระเบียบการโรงเรียนฝึกหัดครูมูล และหลักสูตรประโยคครูมูลของกระทรวงธรรมการ พิมพ์เมื่อ พ.ศ. ๒๔๖๔ กล่าวถึงหลักสูตรวิชาแผนสี่เรขาคณิต ดังนี้ :-

“๑. แผนสี่เรขาคณิต รูปเส้นตรง รูปสามเหลี่ยม รูปกลม ไม่ต้องใช้เครื่องมือ”

๕ จะเรียนให้จบหลักสูตร นักเรียนฝึกหัดครูมูล จะต้องเรียนอะไรบ้าง จะให้จบหลักสูตรตามที่กระทรวงกระทรวงไว้ข้างบนนี้ นักเรียนครูมูลกลีกรรมจะต้องเรียน

- (๓) วิชาเนื้อหาของรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ ทุกชนิด
- (๔) วิชาหาความกว้างด้านยาว หรือส่วนสูงและฐานกับเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ
- (๕) วิชาทำใจที่แยกแยะเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยม
- (๕) วิชาหาเนื้อหาของรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ
- (๕) วิชาหาความสูงและอื่น ๆ ของรูปสามเหลี่ยม

- (๖) วัสดุที่เบ็ดเตล็ดเกี่ยวกับรูปถ่ายเหมือน
 (๗) วัสดุหาเนื้อที่ของรูปวงกลมอย่างง่าย ๆ (ไม่ต้องใช้
 กรรณท์)
 (๘) วัสดุหาส่วนต่าง ๆ ของรูปวงกลม
 (๙) วัสดุทำวัสดุที่เบ็ดเตล็ดเกี่ยวกับรูปวงกลม

๓๐ ความรู้เดิมของนักเรียนผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมมีแค่ไหน ตาม
 ระเบียบการนักเรียนผลิตภัณฑ์ “จะต้องสอบได้ตั้งแต่เทียบชั้นไม่
 ต่ำกว่ามัธยมปีที่ ๓” แต่ตามความเป็นจริง นักเรียนผลิตภัณฑ์บาง
 คนไม่ได้ชั้นมัธยมปีที่ ๓ กัน ฉะนั้นนักเรียนผลิตภัณฑ์บางคนจึงมีพื้น
 วิชาคำนวณอ่อนมาก ที่ไม่เคยเรียนวิชาเรขาคณิตและวิชาพีชคณิต
 เลยก็มีหลายคน โดยเหตุนี้การที่จะสอบวิชาเมตริกซ์ให้แก่นักเรียน
 ผลิตภัณฑ์สอบได้ได้ และให้เข้าใจที่สนใจเขาไปใช้เป็นประโยชน์จริง
 หน้าได้ จึงไม่ใช่เป็นของง่ายนัก แต่ว่าถ้าสอนให้ถูกต้องก็ไม่ใช่
 เป็นของยากเกินไป

๓๑ หลักสูตรเมตริกซ์สำหรับประโยชน์อุตสาหกรรมมีอะไร
บ้าง ตอนต้นมีเหมือนของประโยชน์อุตสาหกรรม ตอนปลายเพิ่มวิชา
 เนื้อที่รูปเหลี่ยมยาก ๆ วิชาเหลี่ยมลูกบาศก์ วิชาคิดหน้าไม้ต่าง ๆ
 และโจทย์ยาก ๆ เกี่ยวกับเนื้อที่ตลอดจนโจทย์เกี่ยวกับการวัดกรรม
 รวมอยู่ด้วย

๓๒ ความรู้เดิมของนักเรียนฝึกหัดครูประถมกสิกรรม นักเรียน

มีความรู้เดิมแบ่งออกเป็นสองพวก คือพวกหนึ่งได้ประโยชน์คุณ
กสิกรรม (ป.ก.) มาแล้ว อีกพวกหนึ่งได้มัธยม อย่างต่ำตั้งแต่
ม.๑ มาแล้ว เพราะฉะนั้นการสอนนักเรียนฝึกหัดครูประถมจึงนับ
ว่าง่ายกว่าสอนนักเรียนฝึกหัดครูมัธยม

๓๓ เส้น ตามวิชาเรขาคณิต เส้นมีกำเนิดมาจากจุด “.”
คือถ้าจุดคือกันหลาย ๆ จุด ก็จะได้กลายเป็นเส้นขึ้น เส้นธรรมดา
นี้แต่ความยาว ไม่มีความกว้าง เพราะเส้นอาจจะเล็กลงตามธรรมชาติ
วัดไม่ได้ก็มี คงจำได้ว่า ความยาวเป็นเส้น หรือ เส้นมีความยาว
มาตราวัดยาวต่าง ๆ ก็คือ มาตราสำหรับวัดเส้นนั่นเอง มาตรา
วัดเส้นต่าง ๆ มีคำลงท้ายว่า วา ศอก เมตร วด ๆ เหย

๓๔ พื้นที่ พื้นที่เป็นแผ่น เช่น แผ่นดินแผ่นกระดาษ แผ่นกระดาน
หรือแผ่นไม้ เช่น ข้างกะบ๋อง แผ่นหรือพื้นที่เกิดจากเส้นหลายเส้น
เรียงกันจนมีความกว้างอีกด้วยหนึ่งด้วย หรือจะว่า พื้นที่ คืออาณา
เขตที่เส้นล้อมรอบก็ได้ พื้นที่มีชื่อมิติ (มิติ = *Dimension*)
คือด้านยาวและด้านกว้าง มาตราวัดพื้นที่ คือมาตราสำหรับวัดแผ่น
ของเนื้อที่ จำนวนหน่วยของมาตราวัดจึงต้องเป็นแผ่นเหมือนกัน
มาตราวัดเนื้อที่มักลงท้ายว่าตารางเสมอไป เช่น ตารางนิ้ว ตาราง
กับ ตารางศอก ตารางเมตร วด ๆ พื้นที่ไม่มีความหนา

๓๕ ดูบาศักดิ์หรือความจุ ถ้าเอาพื้นที่หลายๆ แผ่นซ้อนกัน

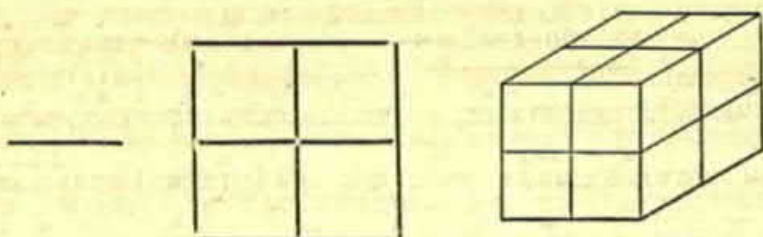
เช่นแผ่นกระดาษของหนังสือ ก็จะ^{๓๕}เป็นเล่มหนังสือหรือมีความหนา^{๓๕}
ขึ้น และจะมีด้าน^{๓๕}มีคคือ กว้าง ยาว สูง (หรือหนา) ของที่^{๓๕}มีค
กว้าง ยาว สูง หรือหนา เราเรียกว่า “ดูบาศักดิ์หรือของ^{๓๕}เป็นกัอื่น”
ของ^{๓๕}เป็นกัอื่นถ้า^{๓๕}ข้างในกลวง เช่นกระเบื้อง เรา^{๓๕}ก็จะ^{๓๕}จะบรรจุอะไร
อื่นได้ ฉะนั้นเราจึงพูดว่า ของ^{๓๕}เป็นกัอื่นมีความ^{๓๕}จุ (ปริมาตร)

ถ้าเราจะ^{๓๕}ใคร่ทราบ^{๓๕}ว่าดูบาศักดิ์ไหน^{๓๕}มีความ^{๓๕}จุเท่าไร เรา^{๓๕}ก็ต้อง
เอาจำนวนหน่วย^{๓๕}ซึ่งเป็นของ^{๓๕}เป็นกัอื่นเหมือนกันมาวัด มาตราสำหรับ
วัดความ^{๓๕}จุลงท้ายด้วยคำว่า “ดูบาศักดิ์” หรือ “เหลี่ยมดูบาศักดิ์”
หรือ “คิวบิก” (ภาษาอังกฤษ) เช่น ดูบาศักดิ์^{๓๕}หนึ่ง ดูบาศักดิ์^{๓๕}เมตร ๑๐๐

๓๖ ความ^{๓๕}เกี่ยวข้องระหว่างมาตราวัดยาว มาตราวัดพื้นที่

และมาตราวัดปริมาตร โดยเหตุ^{๓๕}ที่มาตราวัดยาวเป็นมาตราสำหรับวัด
เส้น และเส้น^{๓๕}เรียงกันทำให้เกิดพื้นที่ พื้นที่ซ้อนกันทำให้เกิด^{๓๕}เป็น
ดูบาศักดิ์ ฉะนั้นมาตราวัด^{๓๕}ด้านยาว มาตราวัดพื้นที่ และมาตราวัด
ความ^{๓๕}จุ หรือเหลี่ยมดูบาศักดิ์ ย่อม^{๓๕}เกี่ยวข้องกันโดย^{๓๕}ใกล้ชิดดังจะเห็น
ได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้าเรา^{๓๕}จะ^{๓๕}หา^{๓๕}พื้นที่^{๓๕}ของ^{๓๕}รูป^{๓๕}สี่เหลี่ยม^{๓๕}ผืน^{๓๕}หนึ่ง^{๓๕}ซึ่ง^{๓๕}มี^{๓๕}ด้าน^{๓๕}ยาว^{๓๕}๑๐๐



๑

๒

๓

รูปที่หนึ่งเป็นเส้นยาวหนึ่งศอก หรือสองคืบ รูปที่สองเป็นแผ่น
กว้างสองคืบ ยาวสองคืบ หรือกว้างศอกหนึ่ง ยาวศอกหนึ่ง รูปที่สาม
เป็นลูกบาศก์ กว้างสองคืบ ยาวสองคืบ หนาสองคืบ หรือกว้างหนึ่งศอก
ยาวหนึ่งศอกและสูงหนึ่งศอก เพราะฉะนั้นรูปทั้งสามนี้ย่อมยาวสอง
คืบหรือหนึ่งศอกเท่ากันทุกรูป

ในรูปแรกเรานับดูจะเห็นว่า สองคืบเป็นหนึ่งศอก ในรูปที่สอง
จะเห็นว่า ๒ คืบ $\times$ ๒ คืบ = ๔ ตารางคืบ เป็นหนึ่งตารางศอก ในรูปที่
สามจะเห็นว่า ๒ คืบ $\times$ ๒ คืบ $\times$ ๒ คืบ = ๘ เหลี่ยมลูกบาศก์คืบ เป็น
หนึ่งเหลี่ยมลูกบาศก์ศอก

ดังนั้นถ้าจะลองดูหลาย ๆ อย่างก็จะพบความจริงว่า มาตราวัด
ยาวนั้นเป็นมาตราหลัก และมาตราวัดพื้นที่คือ มาตราวัดยาวคูณ
ตัวเอง แล้วเติมคำว่า “ตาราง” ไว้ข้างท้าย เพื่อบอกให้รู้ว่า
นั้นเป็นมาตราสำหรับวัดของที่เป็นแผ่น หรือพื้นที่ ส่วนมาตราวัด
ความจุ คือมาตราวัดยาวกับมาตราวัดพื้นที่คูณกัน หรือจะว่า

มาตราวัดยาวคุณตัวเองสามตัวก็ได้ เช่น ๒ คืบ × ๒ คืบ × ๒ คืบ = ๘

เหลี่ยมลูกบาศก์คืบ หรือ ๒ คืบ × ๔ ตารางคืบ = ๘ เหลี่ยมลูกบาศก์คืบ

เนื่องจากเหตุนี้ เมื่อนักเรียนจำมาตราวัดยาวได้แล้ว ก็สามารถ

จะได้หามาตราวัดเนื้อที่ และมาตราวัดความจุเขาเองได้ โดยง่าย

และในทำนองเดียวกัน เมื่อนักเรียนหามาตราวัดยาวหารมาตราวัด

ความจุ นักเรียนก็จะได้นาตราหาเนื้อที่ หรือเมื่อหามาตราหาเนื้อที่

หารมาตราวัดความจุ ก็จะได้อัตราเป็นมาตราวัดความยาว

ตัวอย่าง

$$\frac{๘ \text{ ค.บ. คืบ}}{๒ \text{ คืบ}} = \frac{๒ \text{ คืบ} \times ๒ \text{ คืบ} \times ๒ \text{ คืบ}}{๒ \text{ คืบ}} = ๔ \text{ ตารางคืบ (แผ่น)}$$

$$\frac{๘ \text{ ค.บ. คืบ}}{๔ \text{ ตารางคืบ}} = \frac{๒ \text{ คืบ} \times ๒ \text{ คืบ} \times ๒ \text{ คืบ}}{๒ \text{ คืบ} \times ๒ \text{ คืบ}} = ๒ \text{ คืบ (เส้น)}$$

๓๗ มาตราต่างๆ ที่ใช้ในวิชาเมตริกซ์มีอะไรบ้าง มาตรา

ที่ใช้ในเมตริกซ์ และที่นักเรียนควรจะจำให้ได้โดยมากมี

- | | |
|---------------------|-------------------------|
| (๑) มาตราวัดยาว | (ไทย อังกฤษ เมตริก) |
| (๒) มาตราวัดพื้นที่ | (ไทย อังกฤษ เมตริก) |
| (๓) มาตราวัดความจุ | (ไทย อังกฤษ เมตริก) |
| (๔) มาตราวัดน้ำหนัก | (ไทย จีน อังกฤษ เมตริก) |
| (๕) มาตราวัดมวล | (ไทย อังกฤษ เมตริก) |

(๖) มาตรฐานเงิน (ไทย อังกฤษ อเมริกัน ฝรั่งเศส
ฮ่องกง สิงคโปร์ ญี่ปุ่น ฯลฯ อินเดียน ฯลฯ)

(๗) มาตรฐานเวลา

(๘) มาตรฐานค่านิยม

๓๗ มาตรฐานวัดส่วนยาว มาตรฐานวัดส่วนยาวที่ควรรู้มีอยู่ ๕ อย่าง
คือ มาตรฐานวัดส่วนยาวไทย มาตรฐานวัดส่วนยาวอังกฤษ มาตรฐานวัด
ส่วนยาวเมตริก และมาตรฐานวัดส่วนยาวเกี่ยวกับการทำแผนที่

(๑) มาตรฐานวัดส่วนยาวไทย มาตรฐานวัดส่วนยาวไทยแต่เดิมมา
ไม่มีอัตราและขนาดแน่นอน หรือแม้จะมีก็ไม่แพร่หลายพอให้คน
สามัญทราบได้ ถ้าจะถามนักเรียนว่า “หนึ่งนิ้วไทยยาวเท่าไหน?”
นักเรียนจะให้คำตอบต่าง ๆ กัน บางคนจะชี้ที่ไม่ฟุต และบอกว่า
นิ้วไทยคือนิ้วฟุต บางคนจะชี้ที่หัวแม่มือและบอกว่า นิ้วไทยกว้างเท่า
หัวแม่มือ ดังนั้น เป็นต้น ตามที่เข้าใจกัน ความยาวของระยะเท่า
ขนาดของหัวแม่มือก็ต่างกันว่าคือนิ้ว ระยะระหว่างปลายนิ้วหัวแม่มือ
และปลายนิ้วก้อยในเวลาที่เหยียดออกไปเต็มที่ก็คือนิ้ว ระยะระหว่าง
นิ้วของศอกไปจนกระทั่งปลายนิ้วก้อยคือ ศอก

ธรรมดาคนเราข้อมใหญ่เล็กผิดกัน ฉะนั้นถ้าจะถือเอา ข้อมขะ
ในร่างกายเป็นไม้วัดแล้ว ก็ย่อมจะสั้นยาวผิดกันตามขนาดของคน
อยู่เอง และข้อมจะถือเอาเป็นแน่นอนไม่ได้ โดยเหตุนี้รัฐบาลจึง



๓๓

ได้ออกอัตรามังคับไว้ ในพระราชบัญญัติครั้งก่อนว่า “๓ วาไทยให้ยาวเท่ากับ ๒ เมตร (มาตราวัดส่วนยาวอเมริกัน) ๓ คอกไทยให้ยาวเท่ากับ ๕๐ เซ็นติเมตร ๓ คับไทยให้ยาวเท่ากับ ๒๕ เซ็นติเมตร”
 ด่วนเป็นต้น ส่วนยาวของไม้เมตรเป็นสิ่งตายตัว เพราะเขาได้กำหนดไว้เป็นบรรทัดฐาน และมีไม้ค้วอย่างอยู่แล้ว เพราะฉะนั้นเมื่อรัฐบาลกำหนดเดี่ยดังนี้ แม้คนเล็ก คนใหญ่ จะวัดส่วนยาวของนิ้ว กับ คอก วาไทย ก็จะได้เท่ากันหมด มาตราวัดส่วนยาวไทยซึ่งนักเรียนทุกคนคงจำได้ มีดังต่อไปนี้

๓๒ นิ้ว	๔๑ เป็น	๕ คับ
๒ คับ	๔๑ เป็น	๓ คอก
๔ คอก	๔๑ เป็น	๓ วา
๒๐ วา	๔๑ เป็น	๓ เด็น
๔๐๐ เด็น	๔๑ เป็น	๓ โยชน์

อัตราทเทียบ

๓ คอก	=	๕๐ เซ็นติเมตร
๓ วา	=	๒ เมตร
๓ คอก	=	๒๐ นิ้วฟุต (ประมาณ ๆ)
๓ วา	=	๘๐ นิ้วฟุต
๔๐ เด็น	=	๓ ไมล์
๕๕ เด็น	=	๓ กิโลเมตร

(๒) มาตราวัดยาวอังกฤษ

๓๒ นิ้ว	เป็น	๓ ฟุต
๓ ฟุต	เป็น	๓ ยาวุต (หรือ หดา)
๒๒๐ ยาวุต	เป็น	๓ เพอรุดอง
๘ เพอรุดอง (๓๕๖๐ หดา)	เป็น	๓ ไมล์
๕ นิ้วฟุต	เป็น	๓ แชนค (= มื่อ ใช้ดำหรับวัดน้ำ)

อัตราเทียบ

๓ ไมล์	=	๔๖ เส้น
๓ ไมล์	=	๓.๖ กิโลเมตร

(๓) มาตราวัดส่วนยาวรอบทำแผนที่

๘.๖๓ นิ้ว	เป็น	๓ ไร่
๓๐๐ ไร่	เป็น	๓ ไร่
๓ ไร่	=	๒๒ หดา
๘๐ ไร่	=	๓ ไมล์

ในการทำแผนที่ มักจะนิยมใช้ ไร่เป็นหลักเป็นเครื่องวัด เพราะทันทนและลากไปในน้ำในรกได้ ไร่หนึ่งแบ่งออกเป็นไร่ย่อย ๆ มี ๓๐๐ ไร่ เพื่อไม่ให้มันพัวจะได้ลากไปสะดวก ที่ปลายทั้งสองมีที่ดำหรับมือ ดึงคือ ไร่หนึ่งมีชื่อว่า ไร่ของกันเคอร์ เพราะมีงเคอร์ กันเคอร์ เป็นคนกิดขึ้น

(๔) มาตรฐานวัดส่วนยาวแบบเมตริก มาตรฐานวัดส่วนยาวแบบ

เมตริก เป็นมาตราที่นิยมนับสิบเป็นหลัก คือเลื่อนตำแหน่งไปทีละ
สิบ เช่นเดียวกับวิธีนับขรรพมา มาตรฐานเมตริกนี้เราใช้เมตรเป็น
หน่วย ฉะนั้นถ้าหากว่ามาตรารั้งมีคำว่า “เมตร” อยู่ด้วยเสมอ
ตั้งต้นจากจำนวนน้อยไปหาจำนวนมาก และชื่อที่เรียกถ้าแปลเฉย
ก็จะช่วยให้จำมาตราได้ โดยไม่ต้องท่อง คำแปลมีดังนี้

มิลลิ	แปลว่า	$\frac{๑}{๑๐๐๐}$
เซ็นต์	แปลว่า	$\frac{๑}{๑๐๐}$
เดซี	แปลว่า	$\frac{๑}{๑๐}$
เมตร	แปลว่า	๑
เดกะ	แปลว่า	๑๐
เฮกโต	แปลว่า	๑๐๐
กิโล	แปลว่า	๑๐๐๐
มิเรย์	แปลว่า	๑๐๐๐๐

มาตรฐานเมตริกเมื่อเรียงตามคำแปลก็จะเป็น

๑๐ มิลลิเมตร	เป็น	๑ เซนติเมตร
๑๐ เซนติเมตร	เป็น	๑ เดซีเมตร
๑๐ เดซีเมตร	เป็น	๑ เมตร
๑๐ เมตร	เป็น	๑ เดกะเมตร

๓๐ เดกะเมตร	เป็น	๓ เซกโตเมตร
๓๐ เซกโตเมตร	เป็น	๓ กิโตะเมตร
๓๐ กิโตะเมตร	เป็น	๓ มิเรย์เมตร

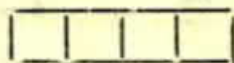
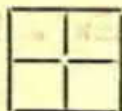
หรือถ้าจะเรียงตามตำแหน่งของมันก็จะเป็นอย่างนี้

มิเรย์ กิโตะ เซกโต เดกะ เมตร เดซี เซนติ มิลลิ
เมตรเป็นหน่วย ข้างขวาคือหน่วยย่อยของเมตร ข้างซ้ายเป็น
จำนวนสิบ ร้อย ฯลฯ ของเมตร

อัตราเทียบ

๓ เมตร	=	๒ คืบ
๓ เมตร	=	๓๗.๓๗ นิ้ว
๓ กิโตะเมตร	=	๒๕ เซ็น
๓ กิโตะเมตร	=	๐.๖ ไมล์

๓๗ มาตราวัดพื้นที่ ในมาตราวัดพื้นที่ มีค่าของค่าทศนิยม
ควรจะเข้าใจให้ได้ อย่าให้ประปนกันได้ ค่าของค่าทศนิยม คำว่า “ตาราง”
กับ “ตารางเหลี่ยม” เช่น “๕ ตารางวา” กับ “๕ วาตารางเหลี่ยม”
คำว่า “ตาราง” เช่น “๕ ตารางวา” นั้น หมายความว่าถึง
พื้นที่ ๕ ไร่ ๕ ตารางวา ส่วนรูปร่างไม่ได้กำหนดถึง จะมีรูปร่าง
อย่างไรก็ได้ ตั้งแต่สี่เหลี่ยมผืนผ้า ๕ ตารางวา เป็นใช้ได้ เพราะ
ฉะนั้น รูปคี่เหลี่ยมต่างมีเนื้อที่ ๕ ตารางวา ด้วยกัน



ส่วนคำว่า ตารางเหลี่ยม หมายถึง รูป ว่า มีด้านกว้างด้านยาวเท่ากันพอดี เช่นดังรูปข้างล่างนี้



จะเป็นรูปอย่างอื่นแตกต่างกันไม่ได้ เพราะถ้าต่างออกไปก็จะไม่ได้รูป หรือไม่ได้ขนาดตามที่ต้องการ รูป ๔ ตารางเหลี่ยม มีเนื้อ ๑๖ ตารางวา ดังนั้นนักเรียนจะนับดูให้เห็นจริงด้วยตนเองได้

ได้บอกแล้วว่า มาตราวัดพื้นที่คือ มาตราวัดด้านยาว คูณด้วยตัวเอง จึงได้อธิบายเหตุผลให้ฟังตั้งแต่ตอนต้นแล้ว ฉะนั้นจึงไม่น่าจะมีข้อที่ควรอธิบายอะไรอีก นอกจากจะจดมาตราและอัตราเทียบมาให้ให้ดังข้างล่างนี้

(๓) มาตราวัดพื้นที่ไทย

$$\begin{aligned}
 ๓๒ \text{ ไร่} \times ๓๒ \text{ ไร่} &= ๑๐๕๖ \text{ ตารางไร่} \text{ เป็น } ๑ \text{ ตารางกม} \\
 ๒ \text{ ไร่} \times ๒ \text{ ไร่} &= ๔ \text{ ตารางไร่} \text{ ,, } ๑ \text{ ตารางศอก} \\
 ๔ \text{ ศอก} \times ๔ \text{ ศอก} &= ๑๖ \text{ ตารางศอก} \text{ ,, } ๑ \text{ ตารางวา}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ๒๐ \text{ วา} \times ๒๐ \text{ วา} &= ๔๐๐ \text{ ตารางวา} \text{ เป็น } ๓ \text{ ไร่} = ๔ \text{ งาน} \\
 ๓ \text{ งาน} &= ๓๐๐ \text{ ตารางวา} \\
 ๓ \text{ ไร่} &= ๓๖๐๐ \text{ ตารางเมตร} \\
 ๓ \text{ ไร่} &= ๒ \frac{๒}{๕} \text{ เอเคอร์}
 \end{aligned}$$

(๒) มาตราวัดพื้นที่อังกฤษ

$$\begin{aligned}
 ๓๒ \text{ นิ้ว} \times ๓๒ \text{ นิ้ว} &= ๓๔๔ \text{ ตารางนิ้ว} \text{ เป็น } ๓ \text{ ตารางฟุต} \\
 ๓ \text{ ฟุต} \times ๓ \text{ ฟุต} &= ๙ \text{ ตารางฟุต} \text{ ,, } ๓ \text{ ตารางหลา} \\
 ๔๘๔๐ \text{ ตารางหลา} &\text{ เป็น } ๓ \text{ เอเคอร์} \\
 ๓ \text{ เอเคอร์} &= ๒ \frac{๒}{๕} \text{ ไร่}
 \end{aligned}$$

(๓) มาตราไร่

$$\begin{aligned}
 ๓๐๐ \text{ ไร่} \times ๓๐๐ \text{ ไร่} &= ๓๐,๐๐๐ \text{ ตารางไร่} \text{ เป็น } ๓ \text{ ตารางไร่} \\
 ๓๐ \text{ ตารางไร่} &= ๓ \text{ เอเคอร์}
 \end{aligned}$$

(๔) มาตราวัดพื้นที่เมตริก

$$\begin{aligned}
 ๓๐ \text{ มม.} \times ๓๐ \text{ มม.} &= ๓๐๐ \text{ ตาราง มม.} \text{ เป็น } ๓ \text{ ตาราง ซม.} \\
 ๓๐ \text{ ซม.} \times ๓๐ \text{ ซม.} &= ๓๐๐ \text{ ตาราง ซม.} \text{ ,, } ๓ \text{ ตาราง ดม.} \\
 ๓๐ \text{ ดม.} \times ๓๐ \text{ ดม.} &= ๓๐๐ \text{ ตาราง ดม.} \text{ ,, } ๓ \text{ ตาราง ม.} \\
 ๓๐ \text{ ม.} \times ๓๐ \text{ ม.} &= ๓๐๐ \text{ ตาราง ม.} \text{ ,, } ๓ \text{ ตาราง คม.} \\
 ๓๐ \text{ คม.} \times ๓๐ \text{ คม.} &= ๓๐๐ \text{ ตาราง คม.} \text{ ,, } ๓ \text{ ตาราง ฮม.} \\
 ๓๐ \text{ ฮม.} \times ๓๐ \text{ ฮม.} &= ๓๐๐ \text{ ตาราง ฮม.} \text{ ,, } ๓ \text{ ตาราง กม.} \\
 ๓๐ \text{ กม.} \times ๓๐ \text{ กม.} &= ๓๐๐ \text{ ตาราง กม.} \text{ ,, } ๓ \text{ ตาราง มกม.}
 \end{aligned}$$

๓ ตาราง ยม. = ๓๐,๐๐๐ ตารางเมตร = ๓ เฮกตาร์

๓ เฮกตาร์ = ๖๕ ไร่

๓ ตารางกิโลเมตร = ๖๒๕ ไร่

๔ ตารางเมตร = ๓ ตารางวา

๒๐ มาตราวัดความจุของรูปตัน มีดังต่อไปนี้

(๑) มาตราวัดความจุไทย

๓๒ นิ้ว × ๓๒ นิ้ว × ๓๒ นิ้ว = ๓๒๖๘ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ นิ้ว
เป็น ๓ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ คม

๒ คืบ × ๒ คืบ × ๒ คืบ = ๘ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ คืบ
เป็น ๓ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ คืบ

๔ ศอก × ๔ ศอก × ๔ ศอก = ๖๔ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ ศอก
เป็น ๓ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ วา

(๒) มาตราวัดความจุอังกฤษ

๓๒ นิ้ว × ๓๒ นิ้ว × ๓๒ นิ้ว = ๓๒๖๘ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ นิ้ว
เป็น ๓ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ ฟุต

๓ ฟุต × ๓ ฟุต × ๓ ฟุต = ๒๗ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ ฟุต
เป็น ๓ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ หลา

(๓) มาตราวัดความจุเมตริก

๓๐ มม. × ๓๐ มม. × ๓๐ มม. = ๓๐๐๐ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ มม.
เป็น ๓ เหลี่ยมมณ्डูบาศก์ ซม.

๒๐ คำตั้ง	เป็น	๓ ชิง
๕๐ ชิง	,,	๓ หาบ

(๓) มาตราวัดน้ำหนักของกฤษ

๓๖ แตรมตุ้	เป็น	๓ เขานซุ
๓๖ เขานซุ	,,	๓ ปอนด์
๒๗ ปอนด์	,,	๓ ควอร์เตอร์
๒๐ ควอร์เตอร์	,,	๓ ฮันเดรดเวต
๒๐ ฮันเดรดเวต	,,	๓ ตัน
๓๕ ปอนด์	,,	๓ สโตน

(๔) มาตราวัดน้ำหนักเมตริก เหมือนมาตราวัดยาว แต่ง

ท้ายด้วยคำว่า “แกรม” ตัดออกไป คือ

๓๐ มิลลิแกรม	เป็น	๓ เซ็นติแกรม
๓๐ เซ็นติแกรม	,,	๓ เดซิแกรม
๓๐ เดซิแกรม	,,	๓ แกรม
๓๐ แกรม	,,	๓ เดกะแกรม
๓๐ เดกะแกรม	,,	๓ เฮกโตแกรม
๓๐ เฮกโตแกรม	,,	๓ กิโลแกรม
๓๐ กิโลแกรม	,,	๓ เมกะแกรม

อัตราเทียบ

๒ ชั่งจีน	=	๓ ชั่งไทย
๓๐๐ ชั่งจีน	=	๕๐ ชั่งไทย
	=	๓๓๓.๓ ปอนด์
	=	๖๐ กิโลกรัม
๓ กิโลกรัม	=	๒.๒ ปอนด์
	=	$\frac{๒}{๓}$ ชั่งจีน
๓ ปอนด์	=	๓.๒ บาท

๒๒ มาตราตวง(๑) มาตราตวงไทย

๒๐ ทะนาน	เป็น	๓ ถัง
๒๕ ทะนาน	,,	๓ สัก
๓๐๐ ถัง หรือ ๗๐ สัก	,,	๓ เกวียน

(๒) มาตราตวงอังกฤษ ก. ตวงของเหลว

๒ ไปนค์	เป็น	๓ ควอร์ต
๔ ควอร์ต	,,	๓ แกลลอน
๓๖ แกลลอน	,,	๓ บาร์เรล (ถังของอังกฤษ)

ข. ตวงของแห้ง

๒ ไปนค์	เป็น	๓ ควอร์ต
๖๔ ควอร์ต	,,	๓ บุเชต

(๓) มาตราดวงเมตริก มีคำลงท้ายว่า “ติตร” (๑)

๓๐ มิตติติตร เป็น ๓ เซ็นติติตร

๓๐ เซ็นติติตร ,, ๓ เดซีติตร

๓๐ เดซีติตร ,, ๓ ติตร

๓๐ ติตร ,, ๓ เดกะติตร

๓๐ เดกะติตร ,, ๓ เฮกโตติตร (๑)

๓๐ เฮกโตติตร ,, ๓ กิโลติตร

อัตราเทียบ

๓ ทะนัน = ๓ ติตร

๓ ติตร = มีความจุกว้างยาวสูงด้านละ ๓๐ เซ็นติเมตร

๒๓ มาตราเงิน

(๑) มาตราเงินอังกฤษ

๔ ฟาร์ทิง (f) เป็น ๓ เพนนี (d)

๓๒ เพนนี ,, ๓ ชิลลิง (s)

๒๐ ชิลลิง ,, ๓ ปอนด์ (p)

๒๐๐ ชิลลิง ,, ๓ ฟลอริน แบบใช้รพช

๕ ชิลลิง ,, ๓ เกราน์ แบบใช้รพช

๒๓ ชิลลิง ,, ๓ กินี แบบใช้รพช

(๒) มาตราเงินไทย

๓๐๐ สตางค์	เป็น	๓ บาท
๕ บาท	,,	๓ ตำลึง
๒๐ ตำลึง	,,	๓ ชั่ง
๓๖๐ ชั่ง (๘๐๐๐ บาท),,		๓ หาบ

(๓) มาตราเงินฝรั่งเศส

๓๐๐ ฟรังก์	เป็น	๓ แฟรงก์
------------	------	----------

(๔) มาตราเงินญี่ปุ่น

๓๐๐ เซ็นต์	เป็น	๓ เยน
------------	------	-------

(๕) มาตราเงินอเมริกัน

๓๐๐ เซ็นต์	เป็น	๓ เหรียญ (๘)
------------	------	--------------

(๖) มาตราเงินฮ่องกง

๓๐๐ เซ็นต์	เป็น	๓ เหรียญ
------------	------	----------

(๗) มาตราเงินสิงคโปร์

๓๐๐ เซ็นต์	เป็น	๓ เหรียญ
------------	------	----------

อัตราเทียบ ราคาเทียบย่อมขึ้น ๆ ลง ๆ ตามราคาตลาด จะให้
 แน่นอนคงถือเอาราคาแลกเปลี่ยนของแบงก์ และเพราะวันหนึ่ง ๆ
 เป็นเหตุ อัตราเทียบเงินเมื่อเขียนคำราม มีดังนี้

เงินสยาม ๓๐๐ บาทเป็นเงินต่างประเทศ

ฝรั่งเศส ๗๖๐ เฟรังก์

อเมริกา ๔๕๕ เหรียญ

อินเดีย ๓๒๓ รูปี

สิงคโปร์ ๗๗๕ เหรียญ

ฮ่องกง ๓๒๓ เหรียญ

ญี่ปุ่น ๑๕๐ เยน

ชวา ๗๓๒ กิลเดอร์

อังกฤษ ๒๓๗ ปอนด์

๒๔ มาตราเวลา

๖๐ วินาที เป็น ๑ นาที

๖๐ นาที ,, ๑ ชั่วโมง

๒๔ ชั่วโมง ,, ๑ วัน

๗ วัน ,, ๑ สัปดาห์

๓๕ วัน ,, ๑ ปักษ์

๓๖๕ วัน ,, ๑ ปี

๔๐๐ ปี ,, ๑ ศตวรรษ

๒๕ มาตราวัดมุม

๖๐	วัดปดว (")	เป็น	๓	วัดปดว (')
๖๐	วัดปดว	,,	๓	วัดก่า (°)
๓๖๐	วัดก่า	,,	๓	วัดกรวษ
๙๐	วัดก่า	,,	๓	มุมฉก

๒๖ เครื่องหมายที่นักเรียนควรทราบ ในวิชาจำเนนคองนำ

เครื่องหมายมาใช้จากวิชาเรขาคณิตและอื่น ๆ บ้าง ดังต่อไปนี้

∴	แทนคำว่า	เพราะฉะนั้น
∴	,,	เพราะว่า
=	,,	เท่ากับ
	,,	เส้นขนาน
┌	,,	มุมฉาก
└	,,	ตั้งได้ฉาก
∧	,,	มุม
>	,,	ใหญ่กว่า
<	,,	เล็กกว่า
△	,,	สามเหลี่ยม
□	,,	สี่เหลี่ยม
○	,,	วงกลม
◻	,,	ลูกบาศก์

π แทนค่าว่า ไฟ หรือ $\frac{\text{เส้นรอบวง}}{\text{ผ่าศูนย์กลาง}}$
 N ,, ดัชนีหักเห
 $\%$,, เปอร์เซนต์



บทที่ ๒

ว่าด้วยวิหัตสอง

๒๗ รุกข์อะไร คำ “รุก (Root)” เป็นภาษาอังกฤษ แปลว่า “รากไม้” หรือจะหมายความว่า “รากเง้า” หรือ “เค้าเดิม” ก็ได้ ภาษาไทยมีผู้ใช้คำว่า “กรณ” แทน “รุก” จะให้นักเรียนเข้าใจว่ารุกข์หรือกรณคืออะไร จำต้องยกตัวอย่างอธิบายจึงจะเห็นได้ง่าย

ตัวอย่าง ๖×๖ ได้ตอบเท่าไร ?

๖×๖ นี้เรียกว่า ๖ คูณตัวเอง หรือ ๖ แฉก (คำว่าแฉก เป็นภาษาอังกฤษ แปลว่าคูณหรือทวีตัวเอง) หรือจะเรียกว่า ๖ กำลังสอง (๖^2 อ่านว่าหกกำลังสอง ซึ่งหมายความว่า ๖ มีกำลังเป็นสองแรงขึ้น) ก็ได้

$$๖ \times ๖ = ๓๖ \text{ ตอบ}$$

โดยที่ถามว่า ๖×๖ ได้เท่าไร เราตอบว่าได้ ๓๖ นั้นถ้าถามว่า ๓๖ เกิดจากอะไรคูณตัวเอง ก็ต้องตอบว่าเกิดจาก ๖ คูณตัวเอง เพราะ $๓๖ = ๖ \times ๖$ เพราะฉะนั้นเราพูดได้ว่า ๓๖ มีรากเง้า หรือ เค้าเดิมมาจาก ๖ คือ ๖ เป็นรุกข์หรือเป็นกรณของ ๓๖

วิหัตตัวที่เป็นรากเง้าเค้าเดิมของจำนวนเลขนั้น เราเรียกว่า “วิหัต” หรือ “วิหัตกรุกข์” หรือ “วิหัตกรณ” ตัวเลขที่ถอดได้

เช่น ๖ นั้น คือ รุต ฉะนั้นถ้าจะกล่าวว่ารุต คือตัวแฟกเตอร์เหมือนกัน
ซึ่งเมื่อคูณกันเข้าจะได้เท่ากับจำนวนเดิมก็ได้

๒๘ เครื่องหมายรุต คำว่า “รุต” หรือ “กรณ” นั้น ถ้า
จะเขียนเป็นตัวหนังสือก็จะต้องใช้ตัวละเดี่ยวเวลานาน ฉะนั้นเราจึงใช้เครื่องหมาย
ดังนี้ $\sqrt{\quad}$ แทน ตอน “ $\sqrt{\quad}$ ” เรียกว่าหัวรุตหรือตัวรุต สำหรับ
บอกให้ทราบว่าเป็นรุตชนิดไหน ตอน “ $\quad$ ” เรียกว่าหางรุต
สำหรับให้ทราบว่า ตัวเลขที่อยู่ใต้หางนั้นจะต้องลดรุตทั้งนั้น เช่น

รูปที่ ๒๔ $\sqrt{๒๔๖}$ หมายความว่า ๒๔๖ เท่านั้นที่จะต้องลดรุต
เมื่อลดได้แล้วก็เอาไปคูณกับ ๒๔ อย่างวิธีลดวงเล็บ

รูปที่ ๒๕ $\sqrt{(๓๕-๕)}(๓๕-๖)(๓๕-๗)$ หมายความว่าจำนวนเลข
เหล่านั้นจะต้องลดรุตตลอดแถว แต่ก่อนลดต้องทำให้เป็นจำนวน
ถ้าเร้าตามวิธีทำลดวงเล็บเสียก่อน

๒๙ ชนิดของรุต รุตมีหลายชนิดเช่น รุตสอง รุตสาม
รุตสี่ ฯลฯ จะเป็นรุตชนิดไหนก็ต้องเขียนเลขบอกไว้บนมาของ
ตัวรุต เช่น $\sqrt{\quad}$ $\sqrt{\quad}$ $\sqrt{\quad}$ แต่สำหรับรุตสองนั้นใช้กันมา
จนเคยแล้ว แม้จะไม่มีเลขบอกไว้จะเขียน $\sqrt{\quad}$ เฉยๆ ก็เข้าใจกันเขาว่า
หมายถึง $\sqrt{\quad}$

ถ้าลดรุตสองก็หมายความว่าให้หาตัวที่เหมือนกัน ตัวหนึ่ง
ตัวใดในสองตัว ซึ่งเมื่อคูณกันเข้าจะได้เท่ากับจำนวนเดิม

ถ้าถอดรูทดำมก็หมายความว่าให้หาตัวที่เหมือนกัน ตัวหนึ่ง
ตัวใดในสามตัว ซึ่งเมื่อคูณกันเข้าจะได้เท่ากับจำนวนเดิม ก็จะ
เห็นได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

$$\sqrt[4]{๑๖} = \sqrt[4]{๔ \times ๔} = ๔$$

$$\sqrt[๓]{๒๗} = \sqrt[๓]{๓ \times ๓ \times ๓} = ๓$$

$$\sqrt[๕]{๓๒} = \sqrt[๕]{๒ \times ๒ \times ๒ \times ๒ \times ๒} = ๒$$

ทั้งนี้วิธีจะมีอยู่หลายชนิดที่จริง แต่ที่ใช้กันแพร่หลายที่สุด
ก็คือวิธีที่สอง และที่แพร่หลายรองลงมาคือวิธีดำม

๓๐ ประโยชน์ของวิธีถอดรูท การถอดรูทที่ ใช้ ในวิชาเมณ
ดูเรขาคณิตทางด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หาค้นและหาเส้น
ทะแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม และหาส่วนต่าง ๆ บางอย่างของวงกลม
เหล่านี้เป็นต้น ถ้าหากนักเรียนไม่เข้าใจหาวิธีก็จะทำโจทย์เหล่านี้
ไม่ได้ โดยเหตุนี้จึงต้องเรียนเสียก่อนลงมือเรียนเมณดูเรขาคณิต

๓๑ วิธีถอดรูทที่สอง การถอดรูทที่สองมีวิธีทำอยู่ ๓ วิธี คือ

(๑) วิธีแยกแฟกเตอร์

(๒) วิธีประมาณ

(๓) วิธีหาร

วิธีถอดรูทโดยแยกแฟกเตอร์ โดยเหตุที่รูทที่สองคือตัวแฟกเตอร์
ที่เหมือนกันสองตัว ซึ่งเมื่อคูณกันเข้าจะได้เท่ากับจำนวนเดิม

เพราะฉะนั้นการถอดรูดจึงย่อมทำได้โดยวิธีแยกแฟกเตอร์ได้โดยง่าย
 ดังจะเห็นได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ จงหารุดของ ๓๖

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 36 &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \sqrt{4 \times 9} \\ &= 6 \end{aligned}$$

ตอบ ๖

ตัวอย่างที่ ๒ จงหา $\sqrt{36 \times 49}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 36 \times 49 &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7} \\ &= \sqrt{(2 \times 3 \times 7)(2 \times 3 \times 7)} \\ &= \sqrt{6 \times 6 \times 7 \times 7} \\ &= 42 \end{aligned}$$

ตอบ ๔๒

ตัวอย่างที่ ๓ จงหา $\sqrt{3024}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \sqrt{3024} &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= \sqrt{(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3)(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3)} \\ &= \sqrt{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 3 \times 3} \\ &= 54 \end{aligned}$$

ตอบ ๕๔

ตัวอย่างที่ ๔ จงหาว่าของ $\sqrt{๓๘๔๖}$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \sqrt{๓๘๔๖} &= \sqrt{๔ \times ๔ \times ๔ \times ๔ \times ๔ \times ๔} \\ &= \sqrt{(๔ \times ๔ \times ๔)(๔ \times ๔ \times ๔)} \\ &= \sqrt{๖๔ \times ๖๔} \\ &= ๖๔\end{aligned}$$

ตอบ ๖๔

จากตัวอย่างข้างบนนี้ นักเรียนย่อมจะสังเกตเห็นและพิจารณา
เห็น ได้ด้วยตนเองว่า วิธีถอดรากโดยแยกแฟกเตอร์นั้น เรามีดังนี้ :

๑. แยกจำนวนนั้นออกเป็นแฟกเตอร์เหมือน (ตัวเดียวกัน)
๒. รวมแฟกเตอร์เหมือนไว้สองชุด มีจำนวนเท่า ๆ กัน
๓. เอาแฟกเตอร์ในชุดหนึ่ง ๆ คูณกัน เพื่อหาแฟกเตอร์เหมือน
ที่ใหญ่ที่สุด

๔. แฟกเตอร์เหมือนที่ใหญ่ที่สุดตัวหนึ่งตัวใดในสองตัวนั้น คือ
รากที่สองของจำนวนที่โจทย์บอก

วิธีถอดรากของโดยวิธีประมาณ ในการถอดรากของโดย
ประมาณนั้น นักเรียนจะต้องพิจารณาให้รู้ความจริงเหล่านี้เสียก่อน

๑. จำนวนนั้นจะถอดรากลงตัวหรือไม่
๒. ถ้าถอดรากลงตัว ตัวท้ายของคอบบวจะเป็นตัวอะไร
๓. คอบบวจะอยู่ระหว่างไหนถึงไหน

๓. วิธีตั้งแถวจำนวนใดอาจละการคูณสองได้ดังตัวหรือไม่
จะทราบได้โดยพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

$๓ \times ๓ = ๙$	เพราะฉะนั้น	$\sqrt{๙} = ๓$
$๒ \times ๒ = ๔$	,,	$\sqrt{๔} = ๒$
$๓ \times ๓ = ๙$	,,	$\sqrt{๙} = ๓$
$๔ \times ๔ = ๑๖$	,,	$\sqrt{๑๖} = ๔$
$๕ \times ๕ = ๒๕$	,,	$\sqrt{๒๕} = ๕$
$๖ \times ๖ = ๓๖$	,,	$\sqrt{๓๖} = ๖$
$๗ \times ๗ = ๔๙$	,,	$\sqrt{๔๙} = ๗$
$๘ \times ๘ = ๖๔$	,,	$\sqrt{๖๔} = ๘$
$๙ \times ๙ = ๘๑$	,,	$\sqrt{๘๑} = ๙$
$๑๐ \times ๑๐ = ๑๐๐$	,,	$\sqrt{๑๐๐} = ๑๐$

ในจำนวนเลขที่คูณกันให้ดูข้างบนนี้ นักเรียนจะเห็นว่าไม่มี
ตัวที่ลงท้ายด้วย ๒, ๓, ๗, ๘ และ ๐ (ศูนย์) เลย เพราะฉะนั้นถ้า
ตรวจดูจำนวนที่ลดการคูณ เมื่อเห็นว่ามี ๒, ๓, ๗, ๘ หรือ ๐ (ศูนย์
ถ้าศูนย์คืออาจลงตัว) เราก็ทายได้แน่นอนว่า เลขชนิดนั้นลดการ
คูณไม่ได้ดัง

๒. วิธีสังเกตว่าตัวท้ายของคอบจะเป็นอะไร จากตัวอย่างข้างต้นนั้น นักเรียนจงสังเกตว่า จำนวนที่อาจเกิดขึ้นคือ จำนวนที่ลงท้ายด้วยเลข ๓, ๔, ๕, ๖, ๗, ๘, ๙, ๐ (ศูนย์) โดยพิจารณาอยู่ในข้อ ๓ ข้างต้นนั้น นักเรียนจะสังเกตเห็นว่า ถ้าตัวลงท้ายด้วย ๓ ตัวท้ายของคอบอาจเป็น ๓ หรือ ๘

๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙	๐
๓	๕	๖	๗	๘	๙	๐	๓
๖	๗	๘	๙	๐	๓	๔	๕
๙	๐	๓	๔	๕	๖	๗	๘
๐	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙

๓. วิธีประมาณว่ารูปหรือคอบจะอยู่ระหว่างไหน จงสังเกต:

๓๐ X ๓๐	=	๓๐๐	ถ้าตัวตั้งอยู่ในระหว่างคอบจะอยู่ใน	๓-๘
๒๐ X ๒๐	=	๔๐๐	๓	๓๐-๒๐
๓๐ X ๓๐	=	๙๐๐	๓	๒๐-๓๐
๔๐ X ๔๐	=	๓๖๐๐	๓	๓๐-๔๐
๕๐ X ๕๐	=	๒๕๐๐	๓	๔๐-๕๐
๖๐ X ๖๐	=	๓๖๐๐	๓	๕๐-๖๐
๗๐ X ๗๐	=	๔๙๐๐	๓	๖๐-๗๐
๘๐ X ๘๐	=	๖๔๐๐	๓	๗๐-๘๐
๙๐ X ๙๐	=	๘๑๐๐	๓	๘๐-๙๐
๑๐๐ X ๑๐๐	=	๑๐๐๐๐	๓	๙๐-๑๐๐

ตัวอย่างที่ ๑ จงถอด $\sqrt{๓๖}$ โดยวิธีประมาณ

วิธีคิด ๑. รุตนขาวจะลงตัว และตอบขาวมีตัวท้ายเป็น ๔ หรือ ๖
(เพราะ $๔ \times ๔ = ๑๖$, $๖ \times ๖ = ๓๖$)

๒. ตอบจะอยู่ในระหว่าง ๓๐ ถึง ๔๐ (เพราะ $๓๐ \times ๓๐ = ๙๐๐$,
 $๔๐ \times ๔๐ = ๑๖๐๐$) ฉะนั้นรุตนขาวเป็น ๓๔ หรือ ๓๖

๓. ตอบจะใกล้มาทาง ๓๐ มากกว่าทาง ๔๐ เพราะ $๓๖ > ๓๐$
ใกล้ ๓๐๐ กว่าใกล้ ๔๐๐

๔. โดยเหตุนี้ควรตอบ ๓๔

ทดของครั้งที่ ๑

๓๔

๓๔

๑๖

๓๔

๓๖

พยท เพราะฉนั้น ๓๔ คือตัวที่

วิธีทำ $\sqrt{๓๖} = \sqrt{๓๔ \times ๓๔}$
 $= ๓๔$
ตอบ ๓๔

ตัวอย่างที่ ๒ จงหารุตนของของ ๓๐๒๔ โดยวิธีประมาณ

วิธีคิด ๑. รุตนขาวจะลงตัวและตัวท้ายขาวเป็น ๒ หรือ ๘ (เพราะ
 $๒ \times ๒ = ๔$, $๘ \times ๘ = ๖๔$)

๒. ตอบจะอยู่ในระหว่าง ๓๐ กับ ๔๐ (เพราะ $๓๐ \times ๓๐ = ๙๐๐$, $๔๐ \times ๔๐ = ๑๖๐๐$) ^๔ ฉะนั้นตัวรากจะเป็น ๓๒ หรือ ๓๘

๓. ตอบจะใกล้มาทาง ๓๐ มากกว่า ๔๐ เพราะ ๓๐๒๔ ใกล้มาทาง ๙๐๐ มากกว่า ๑๖๐๐

๔. ^๕ เหตุนี้ควรทดลองดู ๓๒ ก่อน

ทดลองครั้งที่ ๓

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 ๓๒ \\
 \times \\
 ๓๒ \\
 \hline
 ๖๔ \\
 ๙๖ \\
 \hline
 ๑๐๒๔
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{ถูกพบที่} \\
 \sqrt{๑๐๒๔} = \sqrt{๓๒ \times ๓๒} \\
 = ๓๒ \\
 \text{ตอบ } ๓๒
 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ ๓ จงหา $\sqrt{๓๔๘๑}$ โดยวิธีประมาณ

วิธีคิด ๓. ตัวท้ายเป็น ๑ เพราะฉะนั้นตัวรากจะเป็น ๓ หรือ ๗ (เพราะ $๓ \times ๓ = ๙$, $๗ \times ๗ = ๔๙$)

๒. ตอบจะอยู่ระหว่าง ๕๐ กับ ๖๐ (เพราะ $๕๐ \times ๕๐ = ๒๕๐๐$, $๖๐ \times ๖๐ = ๓๖๐๐$) ^๔ ฉะนั้นตัวรากจะเป็น ๕๓ หรือ ๕๗

๓. คอจะค้อยไถ้ไปทาง ๖๐ (เพราะ ๓๔๗๓ ไถ้กับ ๓๖๐๐ กว่า ๕๕๐๐)

๔. ฉะนั้นคอรทตของ ๕๘ ยิ่งกว่า ๕๓

$$\begin{array}{r} ๕๘ \\ \times ๕๘ \\ \hline ๕๓๓ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ๒๘๕ \\ ๓๔๗๓ \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ถูกพอดิ} \end{array}$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} \sqrt{๓๔๗๓} = \sqrt{๕๘ \times ๕๘} \\ = ๕๘ \\ \hline \text{ตอบ } ๕๘ \end{array}$$

วิธีคิดนั้นเรคิดอยู่ในใจ นักเรียนไม่จำเป็นต้องจดลงในกระดาษทำ คงจดลงเฉพาะแต่วิธีทำเท่านั้น การที่บอกวิธีคิดไว้ในที่นี้ด้วยนั้นก็เพื่อจะให้ให้นักเรียนทราบว่า ในการคิดนั้นมีวิธีคิดมาเป็นชั้น ๆ หรือเป็นระยะ ๆ อย่างไร

ตัวอย่างที่ ๔ (รูปไม่ลงตัว) จงหารุคสองของ ๓

วิธีคิด ๓. ๓ จะออกรุคไม่ลงตัว เพราะไม่มีอะไรคูณกันได้ตัวท้ายเป็น ๓

๒. คอจะอยู่ระหว่าง ๓ กับ ๒ แต่จะไถ้ไปทาง ๒ มากกว่า (เพราะ ๓ × ๓ = ๙, ๒ × ๒ = ๔)

๓. ทศของฐานจุฬาย ๆ หนึ่งจนได้ตอบใกล้พอแก่ความ
ต้องการ

ทศของวงท ^{๕๘} ๓ สมมติให้ตอบเป็น ^{๕๙} ๓.๗

๓.๗

x

๓.๗

๓๓๑

๓๗

๒.๗๑

ถ้าเอาตัวหนึ่งเดียวเท่านั้นก็ใกล้พอ

ทศของวงท ^{๕๘} ๒ สมมติให้ตอบเป็น ^{๕๙} ๓.๗๓

๓.๗๓

x

๓.๗๓

๕๓๑

๓๒๓๓

๓๗๓

๒.๗๑๒๑

ถูกใกล้พอแล้ว

วิธีทำ

$\sqrt{3}$

=

$\sqrt{3.๗๓ \times ๓.๗๓}$

=

๓.๗๓

ตอบ

๓.๗๓

ตัวอย่างที่ ๕ (ถอดรูปไม่ตรงตัว) จงหาคำของ $\sqrt{44}$

วิธีคิด ๓. ตอบจะไม่ตรงตัว (เพราะไม่มีตัวอะไรที่คูณกันได้
๔๔ พอดี)

๒. คอบจะอยู่ระหว่าง ๖ กับ ๗ (เพราะ $๖ \times ๖ = ๓๖$,
 $๗ \times ๗ = ๔๙$)

๓. คอบจะใกล้ข้าง ๗ มากกว่า (เพราะ ๔๔ ใกล้ ๔๙
 มากกว่า ๓๖)

๔. ทดลองคูณดูหลาย ๆ หนจนได้ตอบใกล้ต้องการ
 ทดลองครั้งที่ ๓ ให้ตอบ = ๖.๖

$$\begin{array}{r} ๖.๖ \\ ๖.๖ \times \\ \hline ๓๙๖ \\ ๓๙๖ \\ \hline ๔๓.๕๖ \end{array}$$

ถ้าเขาดำแหน่งเดียวเท่านั้นพอ

ทดลองครั้งที่ ๒ ให้ตอบ = ๖.๖๓

$$\begin{array}{r} ๖.๖๓ \\ ๖.๖๓ \times \\ \hline ๓๙๗๘ \end{array}$$

๓๙๗๘

$$\begin{array}{r} ๓๙๗๘ \\ ๔๓.๙๕๖๘ \end{array}$$

ถูกพอแล้ว

วิธีทำ

$$\sqrt{๔๔} = \sqrt{๖.๖๓ \times ๖.๖๓}$$

$$= ๖.๖๓$$

$$\underline{\text{ตอบ } ๖.๖๓}$$

ตัวอย่างที่ ๖ (ถอดรูปไม้ตั้งตัว) จงหารุศของของ ๘๘๐

วิธีคิด ๓. คอบไม้ตั้งตัว (เพราะตัวท้ายเป็นศูนย์เดียว)

๔. คอบอยู่ระหว่าง ๒๐ ถึง ๓๐ (เพราะ $๒๐ \times ๒๐ = ๔๐๐$,
 $๓๐ \times ๓๐ = ๙๐๐$)

๕. คอบก่อนไปข้าง ๓๐ (เพราะ ๘๘๐ ใกล้เคียง ๙๐๐ ที่สุด)

๖. ทดลองดูหลาย ๆ ครั้ง

ทดลองครั้งที่ ๓ ให้ตอบเป็น ๒๘.๓

$$\begin{array}{r}
 ๒๘.๓ \\
 \times ๒๘.๓ \\
 \hline
 ๒๘๓ \\
 ๕๖๖ \\
 ๕๖๖ \\
 \hline
 ๗๙๖.๘๙
 \end{array}$$

ยังผิดไกลมาก

ทดลองครั้งที่ ๒ ให้ตอบเป็น ๒๘.๘

$$\begin{array}{r}
 ๒๘.๘ \\
 \times ๒๘.๘ \\
 \hline
 ๒๓๘๔ \\
 ๒๖๘๒ \\
 ๕๘๖ \\
 \hline
 ๘๒๘.๐๔
 \end{array}$$

ถ้าต้องการตำแหน่งเดียวเท่านั้น

ก็พอ

ทดของครึ่งที่ ๓ ให้ตอบเป็น ๒๑.๘๓

$$๒๑.๘๓$$

$$๒๑.๘๓ \times$$

$$๘๑.๕๑$$

$$๒๓๘๖.๕$$

$$๒๖๘๕.๗$$

$$๕๑๖๖$$

$$๘๘๑.๘๒๘๑$$

ใกล้พอแล้ว

วิธีทำ

$$\sqrt{๘๘๑} = \sqrt{๒๑.๘๓ \times ๒๑.๘๓}$$

$$= ๒๑.๘๓$$

$$\text{ตอบ } ๒๑.๘๓$$

โจทย์ขรมดาตอบทศนิยมสองตำแหน่งก็นับว่าพอแล้ว และตัวเลขที่จะถอดรูทก็มักไม่เกิน ๓๐๐๐๐ ถ้าตัวเลขเกิน ๓๐๐๐๐ ไปก็หาคำต้องการทศนิยมมากกว่าสองตำแหน่ง เช่นเป็น ๕ ห้า ตำแหน่งก็ต้องถอดรูทอย่างวิธีหาร

ถ้าหมั่นนักเรียนฝึกหัดครุยมูลกสิกรรม ถ้าทำได้เพียงนี้ให้คัดลอกแล้วก็นับว่าพอแก่ความประสงค์ของหลักสูตรแล้ว ส่วนนักเรียนฝึกหัดครูประถมกสิกรรมจะต้องเรียนวิธีถอดรูทอย่างวิธีหารด้วย จึงจะทำโจทย์ยากๆ หรือโจทย์ที่ต้องการให้รู้ตัวทศนิยมมากๆ ตำแหน่งได้ถูกต้อง

ถอดรูปโดยวิธีหาร ในการถอดรูปต้องโดยวิธีหาร นักเขียน
จะต้องทราบความจริงเสียก่อนว่า

๑. เลขจำนวนนั้นจะถอดรูปได้ลงตัวหรือไม่
๒. ถ้าถอดรูปไม่ลงตัวจะต้องการทศนิยมกี่ตำแหน่ง
๓. ตอบจะเป็นเลขกี่ตัว

การที่จะทราบว่าเลขจำนวนใดจะถอดรูปได้ลงตัวหรือไม่นั้น
จะมีหลักสำหรับวินิจฉัยดังกล่าวไว้แล้วโดยละเอียดในข้อ ๑ (ว่าด้วย
วิธีถอดรูปโดยวิธีประมาณ)

ถ้าต้องการทศนิยมกี่ตำแหน่งก็ให้เติม ๐ เข้าข้างหลังอย่าง
เดียวกับวิธีหารยาว แล้วหารต่อไปจนได้จำนวนตำแหน่งทศนิยม
เท่าที่ต้องการ แต่จำนวน ๐ ที่เติมต้องเติมที่ละสองศูนย์ เพราะรูป
สองของ ๐๐ จะได้เป็น ๑ เดียว เช่นรูปสองของ ๓๐๐ จะเป็น ๓๐ (มี
ศูนย์ ๆ เดียว)

ส่วนตอบจะเป็นเลขกี่ตัวนั้นจะสังเกตได้ โดยการประมาณเอา
อย่างที่เรียนมาแล้ว หรือจะใส่จุดถ่วงนับเอาก็ได้ จำนวนของจุด
จะเท่ากับจำนวนของตัวตอบ จึงสังเกตว่า

$$\begin{array}{rcl} ๓ \times ๓ = ๙ & \therefore & \sqrt{๙} = ๓ \\ ๘ \times ๘ = ๖๔ & \therefore & \sqrt{๖๔} = ๘ \\ ๓๐ \times ๓๐ = ๙๐๐ & \therefore & \sqrt{๙๐๐} = ๓๐ \end{array}$$

$$๓๐๐ \times ๓๐๐ = ๙๐,๐๐๐$$

$$\sqrt{๙๐,๐๐๐} = ๓๐๐$$

$$๓,๐๐๐ \times ๓,๐๐๐ = ๙,๐๐๐,๐๐๐$$

$$\sqrt{๙,๐๐๐,๐๐๐} = ๓,๐๐๐$$

$$๓๐,๐๐๐ \times ๓๐,๐๐๐ = ๙๐๐,๐๐๐,๐๐๐$$

$$\sqrt{๙๐๐,๐๐๐,๐๐๐} = ๓๐,๐๐๐$$

จากตัวอย่างข้างบนนี้เราจะเห็นได้ว่า

ถ้าตัวตั้งมีเลข ๓ ถึง ๒ ตัว ตัวรากจะมีเลข ๑ ตัว

๑๑ ๑๑ ๓ ๑๑ ๔ ๑๑ ๑๑ ๑๑ ๒ ๑๑

๑๑ ๑๑ ๕ ๑๑ ๖ ๑๑ ๑๑ ๑๑ ๓ ๑๑

๑๑ ๑๑ ๗ ๑๑ ๘ ๑๑ ๑๑ ๑๑ ๔ ๑๑

๑๑ ๑๑ ๙ ๑๑ ๑๐ ๑๑ ๑๑ ๑๑ ๕ ๑๑

เนื่องจากความจริงข้างบนนี้ ถ้าเราจะนับหนึ่ง—สอง หนึ่ง

สองจากจำนวนหน่วยไปหาจำนวนสิบ. ร้อย. ได้จุดบนหัวตัวเลขทุกตัวที่ตกจังหวะ “หนึ่ง” แล้วนับจำนวนจุดนั้นดู จำนวนจุดจะเท่ากับจำนวนตัวเลขของคำตอบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

๑๓' มีหนึ่งตำแหน่ง (นับหนึ่ง. สอง. จุดเดียวก็หมด)

๓'๖๘' มีสองตำแหน่ง (นับได้หนึ่ง. สอง. หนึ่ง)

๕๔'๖๓'๒๓' มีสามตำแหน่ง (นับได้หนึ่ง. สอง. หนึ่ง. สอง. หนึ่ง. สอง. สามจึงหุระ)

วิธีนับหนึ่งสองจากตัวหน่วยแล้วได้จุดทุก ๆ ตัวหนึ่งเรื่อยมาตั้งข้างบนนี้ นอกจากจะมีประโยชน์โดยบอกให้ทราบคำตอบมีกี่ตำแหน่ง ยังมีประโยชน์โดยบอกบอกว่าตัวตั้งจะต้องยกลงมาที่อะไรตามที่จะไว้นั้นด้วย

ในการใส่จุดทศนิยมที่เราจะต้องนับหนึ่งออกจาก
ตำแหน่งส่วนสิบไปหาตำแหน่งส่วนร้อย ทั้งนี้เพราะทศนิยมส่วน
ร้อยเมื่อถอดรูดของออกจะได้ตอบเป็นทศนิยมส่วนสิบ ดังตัวอย่าง
ต่อไปนี้

$$\begin{array}{lcl} .๓ \times .๓ & = & .๐๙ \\ .๐๓ \times .๐๓ & = & .๐๐๐๙ \\ .๐๐๓ \times .๐๐๓ & = & .๐๐๐๐๐๙ \end{array} \quad \begin{array}{lcl} \sqrt{.๐๙} & = & .๓ \\ \sqrt{.๐๐๐๙} & = & .๐๓ \\ \sqrt{.๐๐๐๐๐๙} & = & .๐๐๓ \end{array}$$

นักเรียนคงจะท้าวชี้หารยาวได้ว่าทำดังต่อไปนี้

$$๓๒๕) ๓๒๕๖๘ (๑๐๘$$

๓๒๕

๓๐๘๐

๓๐๐๐

๘๐๘

๘๐๕

๓

ในการหารทศโดยวิธีหาร เราทำอย่างเดียวกับวิธีหารยาว
คือเอาตัวหารไปคูณผลหารแล้วลบออกจากตัวตั้ง แล้วหารต่อเรื่อย
ไปจนหมดตัว หรือจนได้ทศนิยมมากตำแหน่งพอแก่ความต้องการ
แต่ข้อหลักของการหารหาเหมือนกันทีเดียวไม่ เพราะในการหารยาว
ตัวหารคงที่ และผลหารไม่จำเป็นต้องเท่ากับตัวหาร ส่วนในการ

หารเพื่อลดรูปจนเหลือตัวหารเพิ่มจนเรื่อยไป จนผลที่สุดตัวหารกับผล
หารต้องเท่ากัน เพราะตัวหารและผลหารต่างก็เป็นรูปของตัวตั้งด้วย
กัน เมื่อหารลงตัวกันเข้าจะได้ผลเท่ากับตัวตั้งเสมอ

ในการหารเลขสามัญตัวเศษจะมากกว่าตัวหารไม่ได้ แต่ในการ
หารเลขเพื่อลดรูปบางทีเศษมากกว่าตัวหารได้ ทั้งนี้เพราะตัวที่เอา
หารเรื่อยไปนั้นเป็นแค่ตัวหารเทียบเพียงชั่วคราวเท่านั้น

ในการหารเพื่อลดรูปดังนั้น เราเอาทดของการหารมาจาก
ความจริงในวิธีคูณตัวของจำนวนในวิธีเพี้ยนคิดต่อไป

สมมุติว่า $(n + 1)$ เป็นตัวรูป ถ้าเช่นนั้นจำนวนที่จะลดรูปได้
ก็พจน์นั้นจะเป็น $(n + 1)^2$ หรือ $(n + 1)(n + 1)$ ถ้าลองเอา
 $(n + 1)$ คูณกันดูจะเป็นดังนี้

$$n + 1$$

$$\underline{n + 1}$$

$$nn + n1$$

$$\underline{\quad\quad n1 + 11 \quad\quad}$$

$$nn + 2n1 + 11$$

$$\text{หรือ } n^2 + 2n1 + 1^2$$

$$\text{หรือ } n^2 + (2n + 1)1 \quad (\text{โดยเอา } 1. \text{ ออกไว้หน้าวงเล็บ})$$

การคูณข้างบนนี้จะใช้ได้หน่วยแทน n . และ 1 . ก็จะเป็นดังนี้

ดืบ + หน่วย

ดืบ + หน่วย

ดืบ^๒ + ดืบ × หน่วย

ดืบ × หน่วย + หน่วย^๒

ดืบ^๒ + ๒ ดืบ × หน่วย + หน่วย^๒

หรือ ดืบ^๒ + (๒ ดืบ + หน่วย) หน่วย

ตัวอย่างที่ ๑ วิธีหารุทต้องตามหลักของ $(n+x)(n+x)$ จงหา

รุทต้องของ ๓๖๘

วิธีคิด ๓. ได้จุทโดยวิธีนับหนึ่ง, ต้อง, ก็จะเป็น ๓๖๘ ซึ่งเรา

ทราบว่าจะได้คำตอบสองตำแหน่ง เพราะมีจุทสองจุท

๒. เมื่อตอบเป็นสองตำแหน่ง ตัวหน้าจะเป็นตำแหน่งดืบ
ตัวหลังจะเป็นตำแหน่งหน่วย

๓. ประมาณดูจะทราบว่า ตอบจะอยู่ในระหว่าง ๓๐-๔๐

(เพราะ $๓๐ \times ๓๐ = ๙๐๐$, และ $๔๐ \times ๔๐ = ๑๖๐๐$) เมื่อ

เป็นเช่นนั้นตอบตัวหน้าต้องเป็น ๓๐ และ

๓๖๘ = ดืบ^๒ + (๒ ดืบ + หน่วย) หน่วย

๙๐๐ = ดืบ^๒

๖๘ = (๒ ดืบ + หน่วย) หน่วย

๖๘ = (๒ ดืบ + หน่วย) หน่วย

(๒ ดืบ + หน่วย) = (๒ ดืบ + หน่วย)

๖๘ = หน่วย

๓๐ + หน่วย

๒๐ ไปหาร ๖๘ ได้ประมาณ ๓ ลองให้หน่วยเป็น ๓

$$\frac{๖๘}{๒๐ + ๓} = ๓ \quad ๓ = \text{ตอบตัวหลัง}$$

เพราะฉะนั้นตอบก็เป็น ๓๓ ถูกแล้ว

ตามที่ทำข้างบนนี้นักเรียนจะเห็นว่า ๒๐ (สิบคนตัวเอง) เป็นตัวที่จะต้องไปลบตัวตั้ง (๖๘ - หน่วย) เป็นตัวที่จะไปหารต่อไป แต่โดยเหตุที่หน่วยตามธรรมชาติย่อมเล็กกว่า ๒๐ สิบมาก ฉะนั้นในการเอาไปหารเพื่อหาตัวต่อไปจึงใช้แค่ ๒๐ สิบก็ได้ วิธีหารตามที่ทำข้างบนนี้ ถ้าจะทำการย้ายวิธีหารยาวก็จะเป็นดังต่อไปนี้

๓๖๘ = ๓๐๐ + ๖๘ ได้คำตอบสองตำแหน่ง

$$๓๐) ๓๐๐ (๓๐ + ๓ = ๓๓$$

$$(๒ \times ๓๐) + ๓ = ๒๓$$

๓๐๐
๖๘
๖๘

ตอบ ๓๓

ถ้าลองเอาตัวหารกับผลหารคูณกันดูก็จะเป็นอย่างนี้

$$๓๐ + ๓$$

$$๓๐ + ๓$$

$$๓๐ + ๓๐ \times ๓$$

$$๓๐ \times ๓ + ๓$$

$$๓๐๐ + ๖๐ + ๘ = ๓๖๘$$

เพราะฉะนั้นเราจึงเห็นว่าตอบนั้นถูก

วิธีคิด ๓. นับหนึ่ง, สอง, ใต้จุด ได้สองจุด ตอบสองตำแหน่ง

๒. อะไรคูณตัวเองจะได้ ๓ หรือใกล้ ๓ ตอบ ๓ เป็น
ตัวตัวแรกหรือตัวตำแหน่งสิบ

๓. เอา ๓ คูณตัวเองแล้วไปหักออกจากตัวตั้ง อย่างวิธีหาร
ยาว ลงกันหมด ยก ๖๘ ลงมา

๔. เอา ๒ คูณ ๓ ได้ ๖ สองตัวนี้เปรียบได้แก่ (๒สิบ+หน่วย)
ในตัวอย่างข้างต้น

๕. ลองเอา ๒๐ หาร ๖๘ ได้ประมาณ ๓ ได้ ๓ เป็นตัวตัว
ตั้งและเป็นตัวหารตัวที่สองด้วย เอาตัวหาร ๒๐ ไป
คูณผลหาร ๓ ได้ ๖๐ เอา ๖๐ ไปลบตัวตั้งหมดพอดี

ตัวอย่างที่ ๒ หารหาคสอง (โดยวิธีหาร) ของ ๓๕๒๓

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3523} \\ \underline{3} \\ 5 \\ \underline{60} \\ 22 \\ \underline{60} \\ 23 \end{array}$$

ตอบ ๓๘

ตัวอย่างที่ ๓ จงหารจุดสองของ ๓๗๗๒๔๓

๕	๓๗๗๒๔๓	๕๒๓
	๓๖	
๘๒	๓๗๒	
	๓๖๔	
	๘๔๓	
๘๔๓	๘๔๓	

ตอบ ๕๒๓

วิธีคิด ๓. นับหนึ่ง—สอง—ได้จุด ได้สามจุด ตอบต้องเป็น ๓ ตัว

๒. ตัวตั้งคู่แรกเป็น ๓๗ เพราะฉะนั้นได้ ๕ (เพราะ $๕ \times ๕ = ๓๖$)

๓. ตัวหารตัวแรกจึงเป็น ๕ และตอบตัวแรกก็ได้ ๕

๔. เอา ๒ คูณ ๕ ตามเคย ได้ ๑๐ เอา ๑๐ ถองหาร ๓๗๒๔ ได้ประมาณ ๒ ได้พักตัวที่สองเป็น ๒ และตัวหารตัวที่สองก็เป็น ๒ เหมือนกัน เอา ๑๒ คูณ ๒ ได้ ๓๖๔ เอาไปลบตัวตั้งเหลือ ๘ ชัก ๔๓ ลงมา ถองเอา ๑๔๐ หาร ๘๔๓ ได้ ๑ เอา ๑ ได้ทั้งตัวหารและผลหารเป็นตัวที่สาม แล้วคูณกันไปลบตัวตั้งหมดพอดี เพราะฉะนั้นรู้ตนลงตัว และได้ตอบ ๕๒๓ ตัวหารก็คือ ๕๒๓

นักเรียนอาจจะสงสัยว่าทำไม ๒×๕ ได้ ๑๐ เวลาไปตองหาร ๑๐๒
 เหตุใดจึงว่าเป็น ๑๐ ที่ว่าเป็น ๑๐ ก็เพราะ ๑๐ นั้นเป็นตัวหารตัวหนึ่ง
 ตัวหารตัวที่สองคือตัวที่ก่าตั้งตองหาร ฉะนั้น ๑๐ จึงอยู่ในตำแหน่งสิบ
 และฉนั้นจึงว่าค่าเป็น ๑๐

ตัวอย่างที่ ๔ จงหาค่า $\sqrt{๓}$ ทศนิยม ๕ ตำแหน่ง

๓	๓.๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐๐	๓.๗๓๒๐๕
๒๗	๒๐๐ ๓๗๑	
๓๔๓	๓๔๐๐ ๓๐๒๑	
๓๔๖๒	๗๓๐๐ ๖๑๒๔	
๓๔๖๔๕	๓๗๖๐๐๐ ๓๗๓๒๐๕	
	๒๗๑๗๕	

ตอบ ๓ = ๓.๗๓๒๐๕

- วิธีคิด ๑. ตอบเป็นตำแหน่งเดียว แต่ต้องการเศษทศนิยม
 ๕ ตำแหน่ง
 ๒. ดำหรับทศนิยม ๕ ตำแหน่งต้องเติม ๐ ห้าตัว
 จะได้ไว้ก่อนหรือใส่ทีหลังก็ได้

๓. ลงมือหารอย่างเคย ๓×๓ ได้ ๙ เพราะฉะนั้น ๓
เป็นตัวหลักหน่วย และตัวถัดมา ๓ ๐ บ ๓ เหลือ ๒
ชัก ๐๐ ได้จุดที่ตอบ

๔. ๒ คูณ ๓ ได้ ๖ ๖ นั้น ๖๐ เป็นตัวของหาร ๒๐๐ ได้ ๗
๖ นั้นตัวหารตัวจริงก็ ๒๗ ๒๗ คูณ ๗ ได้ ๑๘๙
ไปลบ ๒๐๐ เหลือ ๓๓ ชักอีก ๐๐ ลงมา

๕. ๒ คูณ ๗ ได้ ๑๔ ตัวหารลงต่อไปโดยกลายเป็น
๓๔๐ ของหาร ๓๓๐๐ ได้ ๓ ตัวหารจริงจึงเป็น ๓๔๓
และได้ตัวที่ ๓ เป็น ๓

ทำอย่างเดียวกันต่อๆ ไปจนได้ทศนิยมเท่าที่
ต้องการ

ตัวอย่างที่ ๕ หารคี่ของของจำนวนทศนิยม

จงหารคี่ของของ ๑.๕๗๖

๒	๑.๕๗๖	๒๔
	๑๐๔	
๔๔	๑๗๖	
	๑๗๖	

ตอบ ๒๔

วิธีคิด อย่างเดียวกับข้ออื่น ๆ ต่างกันแต่วิธีได้จุดนับจาก
ขวาไปซ้าย ดังอธิบายเหตุผลไว้ข้างต้นแล้ว

ตัวอย่างที่ ๖ หารุทของจำนวนที่มีทศนิยมด้วย

จงหาหุทของของ ๒๓๒.๒๕๗๖

๓	๒๓๒.๒๕๗๖	๓๕.๒๕
	๒	
๒๕	๓๓๒	
	๓๒๕	
๓๐๒	๗๒๕	
	๖๐๕	
๓๐๕๕	๓๒๓๗๖	
	๓๒๓๗๖	

ตอบ ๓๕.๒๕

วิธีคิด ๓. ได้จุดตามระดับของจำนวน (คือจำนวนเต็มนับ
หนึ่ง—ต้องมาทางซ้าย ทศนิยมนับหนึ่ง—ต้องมา
ทางขวา)

๒. แล้วหารอย่างข้ออื่น ๆ เมื่อจะยก ๒๕ ลงมาต้องได้
จุด เพราะเป็นเศษของหน่วยแล้ว

ตัวอย่างที่ ๗ วิธีหาคะรุดเศษส่วน

การถอดครุดเศษส่วนมีทางทำได้สองทาง คือ ทางที่หนึ่ง

แปลงเศษส่วนนั้นให้เป็นทศนิยม แล้วถอดรูดอย่างวิธีทศนิยม
 ทางที่สอง ถอดทั้งเศษส่วนอยู่อย่างนั้น
 วิธีถอดรูดเศษส่วนนั้น ต้องถอดรูดทั้งเศษและส่วน ดังตัวอย่าง
 ต่อไป

$$\begin{aligned} \text{จงถอดรูดของ } & \sqrt{\frac{๘๓}{๓๔๔}} \\ \sqrt{\frac{๘๓}{๓๔๔}} &= \sqrt{\frac{๘๓ \times ๘}{๓๒ \times ๓๒}} \\ &= \frac{\sqrt{๘๓}}{๓๒} \\ \text{หรือ } & \frac{๓}{๘} \\ \text{ตอบ } & \frac{๓}{๘} \end{aligned}$$

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๑

- (๑) คำว่า “รูด” มาจากภาษาอะไร หมายความว่าอย่างไร
 ไทยใช้คำว่าอะไรแทน
- (๒) จำนวนจาก ๓ ถึง ๓๐๐ มีจำนวนอะไรบ้างที่ถอดรูดสอง
 ได้ลงตัว
- (๓) จงยกตัวอย่างเลขมา ๖ จำนวน แล้วบอกว่าจำนวนนั้นๆ
 เป็นรูดของจำนวนอะไร
- (๔) รูดมีกี่ชนิด ชนิดไหนต่างกันอย่างไร และมีที่สังเกต
 อย่างไร

- (๕) การถอดรูดมั่วที่ใช่เมื่อไร
 (๖) วิธีถอดรูดทำได้กี่วิธี
 (๗) จงยกตัวอย่างการถอดรูดโดยวิธีต่าง ๆ มาให้ดู
 (๘) ท่านจะมีวิธีสังเกตอย่างไรว่า เลขจำนวนไหนอาจถอดรูดลงตัวหรือไม่ลง

(๙) ท่านจะบอกได้อย่างไรว่า รูดของจำนวนใดจะมีคอบกตำแหน่ง

(๑๐) วิธีหารยาวของเลขสามัญ กับวิธีหารยาวของวิธีถอดรูดต่างกันอย่างไร

(๑๑) การถอดรูดต้องเอาหลักมาจากไหน จงอธิบาย

(๑๒) ท่านสังเกตหรือไม่ว่า วิธีถอดรูดต้องแบบหารยาวนั้น คัดตอบทุกตัวมีอยู่ในตัวหารด้วยหรือไม่ ถ้าสังเกตจงชี้ให้ดู

(๑๓) วิธีถอดรูดของนั้น ท่านสังเกตอย่างไรว่า เมื่อใดควรใส่จุดทศนิยมสำหรับบอกเศษของหน่วยที่ถัดไป

(๑๔) วิธีคูณนับตำแหน่งว่า คอบจะมีกี่ตัวของเลขที่เป็นจำนวนเต็ม กับเลขที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ต่างกันอย่างไร

(๑๕) ท่านถนัดและเข้าใจถอดรูดวิธีไหนมาก เพราะเหตุใด จงหารูตของของจำนวนต่อไปนี้โดยวิธีแยกแฟกเตอร์

(๑๖) ๖๔

(๑๗) ๓๕๕

(๑๘) ๘๓

(๑๙) ๓๘๖

(๒๐)	๖๒๕	(๒๔)	๘๖๔๘
(๒๑)	๖๘๘๘	(๒๕)	๙๕๘๗๖
(๒๒)	๓๓๓๖	(๒๖)	๙๘๖๐๐
(๒๓)	๖๕๔๓	(๒๗)	๕๘๕๓๖

จงถอดรหัสของของจำนวนเลขต่อไปนี้โดยวิธีประมาณ

(๒๘)	๓๒๔๘	(๓๔)	๕ (ทศนิยม ๒ ตำแหน่ง)
(๒๙)	๙๗๖๔	(๓๕)	๙๘ (,, ,, ,,)
(๓๐)	๙๐๘๘	(๓๖)	๓๗๐ (,, ,, ,,)
(๓๑)	๕๗๗๖	(๓๗)	๔๗ (,, ,, ,,)
(๓๒)	๗๗๔๔	(๓๘)	๙๘๐ (,, ,, ,,)
(๓๓)	๙๕๒๓	(๓๙)	๕๘๕ (,, ,, ,,)

จงหาชื่อแถวรหัสของจำนวนต่อไปนี้โดยวิธีหาร

(๔๐)	๕๔๘๐๘๓	(๔๘)	๖๒๕๐๐๐๐๐๐	
(๔๑)	๙๔๖๖๘๘	(๔๙)	๒๘๒๒๔	
(๔๒)	๕๔๖๓๒๓	(๕๐)	๒	(ทศนิยม ๔ ตำแหน่ง)
(๔๓)	๙๕๓๗๖	(๕๑)	๓	(,, ,, ,,)
(๔๔)	๖๘๘๘	(๕๒)	๕	(,, ,, ,,)
(๔๕)	๕๘๕๓๖	(๕๓)	๗	(,, ,, ,,)
(๔๖)	๙๙๒๓๔๘๓	(๕๔)	๕๖	(,, ,, ,,)
(๔๗)	๒๓๓๓๒๐๘	(๕๕)	๓๕	(,, ,, ,,)

(๕๖) ๘๐ (ทศนิยม ๕ ตำแหน่ง) (๕๗) ๓๒๐ (ทศนิยม ๕ ตำแหน่ง)

(๕๗) ๘๓ (, , ,) (๕๘) ๓๒๐ (, , ,)

จงแยกตัวประกอบของจำนวนทศนิยมต่อไปนี้

(๖๐) ๐.๕๓๕๐๘๘

(๖๗) ๐.๐๘๓

(๖๑) ๘๗.๘๓๒๓

(๖๘) ๐.๐๐๗

(๖๒) ๗.๒๕

(๖๙) ๐.๐๐๐๔

(๖๓) ๐.๐๓๓

(๗๐) ๐.๐๐๐๐๐๐๐๓

(๖๔) ๐.๐๐๐๓

(๗๑) ๔๙๗๘๓.๗๒๘๔

(๖๕) ๐.๐๐๐๖๒๕

(๗๒) ๓.๔๔

(๖๖) ๐.๐๐๐๐๕๖

(๗๓) ๓๐.๕๐

จงหาตัวประกอบของเศษส่วนต่อไปนี้

(๗๔) $\frac{๒๕}{๔๘}$

(๗๘) $\frac{๓}{๕}$

(๗๕) $\frac{๔๖}{๘๓}$

(๗๙) $\frac{๓}{๕}$

(๗๖) $\frac{๘๓}{๓๔๔}$

(๘๐) $\frac{๓}{๖}$

(๗๗) $\frac{๓๖๘}{๖๒๕}$

(๘๑) $\frac{๓}{๖}$

(๗๘) $\frac{๒}{๗}$

(๘๒) $\frac{๓}{๑๐๖}$

(๘๔) รุคข์ของของ ๒ กับรุคข์ของของ ๕ ต่างกันเท่าไร

(๘๕) จงหาตัวประกอบของ ๓๐๒๕ ได้เท่าไรเขาไปบวกกับ

ตัวประกอบของ ๓๓๒๒๕

(๘๖) ๔๕ คุณตัวเองจะมากหรือน้อยกว่า ๔๖๐๔ ทารตัวเอง
เท่าไร

(๘๗) ถ้า $ก = ๓๐๐$, $ข = ๓๐$. จงหาค่าของ $(ก + ข) \times (ก + ข)$

(๘๘) จำนวนเลขตั้งแต่ ๓๐๐ ถึง ๒๐๐ มีจำนวนอะไรที่ถอดรูป
ต้องลงตัวบ้าง

(๘๙) จงพยายามคุณครูในเวลาว่าง ว่าจำนวนเลขจาก ๓
ถึง ๓๐๐ นั้น คุณตัวเองได้เท่าไร แล้วลองกลับมาทบทวนข้อของผลคุณ
นั้นดูที่หรือว่า ท่านได้ตอบตรงกับตัวเดิมของมันหรือไม่



บทที่ ๓

ว่าด้วยคุณสมบัติและลักษณะของรูปต่าง ๆ

๓๒ คุณสมบัติและลักษณะของรูปต่าง ๆ เป็นความรู้เบื้องต้นที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ความหมายของรูป คุณสมบัติ และคุณสมบัติเหล่านี้ นักเรียนเรียนในวิชาเรขาคณิตมาแล้ว แต่โดยเหตุที่นักเรียนโรงเรียนฝึกหัดครูอุดมศึกษาบางคน อาจจะไม่ได้อ่านวิชา และนักเรียนฝึกหัดครูประถมศึกษามากหลายคน อาจลืมวิชาเรขาคณิตไปเสียบ้าง ฉะนั้นจึงรวบรวมวิชาเรขาคณิตเฉพาะที่จำเป็น และเฉพาะที่เกี่ยวกับคุณสมบัติและลักษณะของรูปต่าง ๆ มาไว้ในหนังสือนี้ ซึ่งถ้าไม่เป็นความรู้ใหม่แก่เท่ากับซ่อมความรู้เก่าของนักเรียนให้แน่นแฟ้นเข้า เพื่อจะได้เชื่อมความรู้ใหม่ได้สนิท

เส้น เส้นที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสี่เหลี่ยมย่อมหมายถึงเส้นตรง ส่วนเส้นรอบวงของวงกลม เป็นเส้นโค้ง

มุม มุมเกิดจากเส้นตรงอย่างน้อยสองเส้นมาบรรจบกัน หรือมาติดกัน มุมต่างๆ มีขนาดใหญ่เล็กแบ่งออกได้เป็น ๓ ชนิด คือ

ก. มุมฉาก ได้แก่มุมที่กางได้ฉากหรือกว้าง ๙๐ องศา

ข. มุมจั่ว คือมุมที่ใหญ่กว่ามุมฉาก หรือมุมที่กางกว้างกว่า ๙๐ องศา

ค. มุมขง คือมุมที่เล็กกว่ามุมฉาก หรือทางแคบกว่า

๑๐. คัดร์

วิธีวัดมุม มุมต่าง ๆ นั้นจะวัดให้ทราบขนาดว่าใหญ่เล็กได้ โดย

ใช้ไม้บรรทัดผูก (ไม้บรรทัดผูกโดยมากมีที่สำหรับวัดมุมอยู่ด้วย)

จะไร้ไม้โปรแทรกเตอร์ หรือจะใช้พระจันทร์ครึ่งซีกสำหรับวัดก็ได้

นักเรียนทุกคนจงหัดวัดมุมเสียให้เป็น ที่เครื่องวัดตามทีกล่าวแล้ว

เขามุมขนาดต่าง ๆ ไว้แล้ว เพียงแต่เขาเครื่องวัดนั้นไปตามเข้

กับมุมที่ต้องการวัด ก็จะอ่านขนาดของมุมที่ต้องการวัดได้ โดยง่าย

มุมของรูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยมทุกรูปมีมุมอยู่ ๓ มุม

และมุมทั้งสามนั้นรวมกันเข้าจะเท่ากับสองมุมฉาก หรือ ๑๘๐ องศา

พอดี รูปสามเหลี่ยมจะมีมุมฉากก็ต่อเมื่อมุมจั่วได้เพียงมุมเดียว อีกสอง

มุมต้องเป็นมุมขง

มุมของรูปสี่เหลี่ยม

รูปสี่เหลี่ยมมีมุมอยู่ ๔ มุม และผลบวก

ของมุมทั้งสี่จะเท่ากับสี่มุมฉาก หรือ ๓๖๐ องศา พอดี รูปสี่เหลี่ยมจะ

มีมุม (อย่างใหญ่) ได้เพียงมุมฉากทั้งสี่มุม ถ้าเป็นมุมใหญ่กว่า

มุมฉากจะมีได้เพียงสองมุม อีกสองมุมจะต้องเล็กกว่ามุมฉาก

๓๓ รูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยมเป็นรูปที่เกิดจากเส้น ๓ เส้น

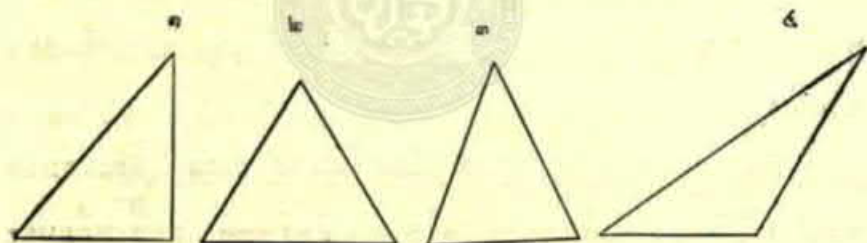
มาบรรจบกันที่หัวท้าย ทำให้เกิดเป็นด้าน ๓ ด้าน และมุม ๓ มุมขึ้น

๓๔ ชนิดของรูปสามเหลี่ยม

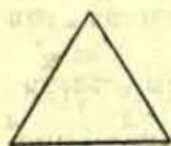
บรรดารูปสามเหลี่ยมแบ่งที่

นักเรียนจะสามารถเขียนขึ้นนั้น จะแยกออกได้เป็น ๔ ประเภท คือ

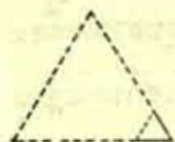
๑. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก (อีก ๒ มุมต่างก็เล็กกว่ามุมฉาก)
๒. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามและมีมุมทั้งสามเท่ากัน มุมหนึ่ง ๆ ทาง ๖๐ องศา
๓. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านสองด้าน และมีมุมสองมุมเท่ากัน
๔. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านและมีมุมทุกมุมไม่เท่ากันเลย



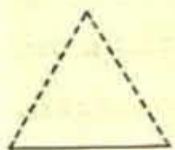
๓๕. ชื่อส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมีชื่อดังต่อไปนี้



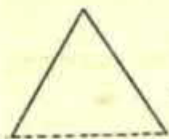
๓. ด้าน เป็นคำรวม สำหรับเรียกชื่อเส้นหนึ่งเส้นใดในสามเส้นที่ประกอบกันขึ้นเป็นรูปสามเหลี่ยม



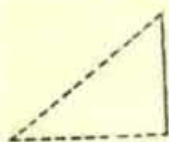
๒. มุม เป็นชื่อรวมสำหรับเรียกชื่อมุมหนึ่ง มุมใดใน
ด้านมุมของรูปสามเหลี่ยม



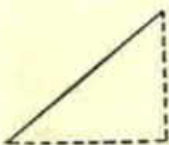
๓. ฐานหรือด้านฐาน เป็นชื่อของด้านที่รองรับรูป
สามเหลี่ยมในขณะที่เราอุปสามเหลี่ยมตั้งไว้บนพื้น
โดยเหตุที่ เราจะ หมุน ให้ด้านไหนอยู่บนพื้นก็ได้
เพราะฉะนั้นด้านทั้งสามก็อาจจะผลัดกันเป็น



๔. ด้านตั้ง คือด้านที่ตั้งฉากที่ตั้งอยู่บนฐาน คำว่า “ด้าน
ตั้ง” นี้ใช้บ่อยๆ ในเมื่อกล่าวถึงรูปหน้าจั่ว

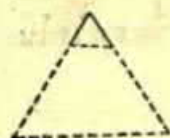


๕. ด้านตงฉาก คือด้านตั้งที่ทำมุมฉากกับฐาน ด้าน
ตั้งฉากนี้เป็นพิเศษสำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
เท่านั้น เพราะว่าในรูปสามเหลี่ยมอื่นไม่มีด้านใด
ตั้งฉากกัน

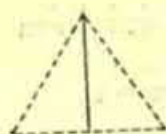


๖. ด้านตรงข้ามมุมฉากหรือด้านทะแยง คือด้านที่อยู่

ตรงกันข้ามกับมุมฉาก บางทีเรียกว่าด้านทะแยง
เพราะด้านนั้นเทียบหรือคล้ายคลึงกับเส้นทะแยงมุม
ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือของรูปสี่เหลี่ยมด้าน
ขนานอย่างอื่น ๆ ซึ่งมีมุมเป็นมุมฉากทั้ง ๔ มุม



๗. มุมยอด คือมุมที่อยู่ตรงยอดของรูปสามเหลี่ยม หรือจะว่ามุมยอด คือมุมที่อยู่ตรงกันข้ามกับฐาน ก็ได้ มุมยอดของรูปสามเหลี่ยมอาจจะมีได้ ๓ มุม แต่ตามธรรมชาติจะต้องเปลี่ยนกันเป็นทั้งมุมแหลม มุมฉาก และมุมป้าน จึงจะเป็นมุมยอดพร้อมกันได้

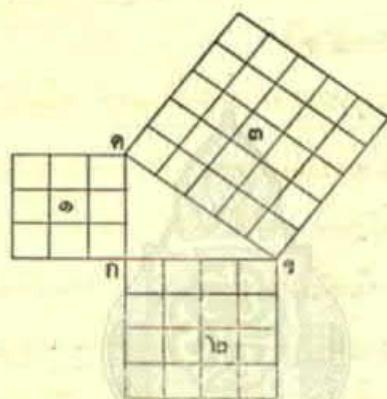


๘. ความสูง หรือ ส่วนสูง หรือ เส้นสูง คือเส้นที่ลากจากมุมยอด ไปตั้งฉากกับฐานหรือส่วนต่อของฐาน หรือจะว่า คือเส้นที่ลากจากมุมหนึ่งมุมใด ไปตั้งฉากกับด้านหรือส่วนต่อของด้านที่อยู่ตรงกันข้ามก็ได้ เพราะฉะนั้น เส้นสูงของรูปสามเหลี่ยม อาจจะมีได้สามเส้น แต่ตามธรรมชาติเราลากได้ถึงครึ่งเดียว เพราะรูปของรูปสามเหลี่ยมที่เขียนมักเป็นรูปตั้ง

๓๖. คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

๑. มุมๆ หนึ่งเป็นมุมฉาก (อีกสองมุมเป็นมุมแหลม) มุมฉากมีได้มุมเดียวเท่านั้น ทั้งนี้เพราะมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็นสองมุมฉาก ฉะนั้นอีกสองมุมค้างก็ต้องเป็นมุมแหลม

๕. ด้านตั้งฉากเป็นเส้นตั้งไปในตัว เพราะด้านตั้งฉากเป็นมุม ๙๐ องศาอยู่กับฐานอยู่แล้ว
๖. จตุรัสบนด้านทะแยง มีเนื้อที่เท่ากับจตุรัสบนด้านตั้งและจตุรัสบนด้านฐานรวมกันพอดี ดังจะเห็นได้จากรูปต่อไปนี้



(ถ้าเรายกรูป ๒ ไปวางทับรูป ๓ เนื้อที่ที่เหลือจะเท่ากับเนื้อที่ของรูป ๑ พอดี)

๓๗ คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

๑. มีด้านทั้งสามเท่ากัน (ฉะนั้นถ้าเราบอกให้แค่เพียงด้านเดียวก็เท่ากับบอกให้สามด้าน)
๒. มีมุมทั้งสามเท่ากันทุกมุม
๓. มุมภายใน ๖๐ องศาทุกมุม

๔. เส้นสูงแบ่งมุมยอดขวาออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน
๕. เส้นสูงทุกเส้นยาวเท่ากัน
๖. เส้นสูงแบ่งฐานออกเป็นสองส่วนเท่ากัน (ฉะนั้น
เส้นที่ลากจากมุมยอดมายังฐาน เมื่อแบ่งฐานออกเป็น
เป็นสองส่วนเท่า ๆ กันแล้ว เส้นนั้นจะตั้งฉาก
กับฐาน)

๓๗ คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

๑. มุมด้านข้างเท่ากัน
๒. มุมที่ฐานเท่ากัน
๓. เส้นสูงแบ่งฐานออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน
๔. $(\text{ผลบวกของสามด้าน} - \text{ฐาน}) \div ๒ = \text{ด้านข้างด้าน}$
หนึ่ง ในโจทย์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
ตาม ขรรพดาเขมรก็จะบอกผลบวกของสามด้าน
และความยาวของด้านฐานให้ ให้หาสามด้านของเขาเอง
ซึ่งจะหาได้ดังข้างต้นนี้

๓๘ คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

๑. ด้านทั้งสามไม่เท่ากันโดย
๒. มุมทั้งสามไม่เท่ากันโดย
๓. เส้นสูงแบ่งฐานออกเป็นสองส่วน แต่ไม่เท่ากัน

๔๐. รูปสี่เหลี่ยม คือรูปที่มีด้านสี่ด้าน มีมุมสี่มุม

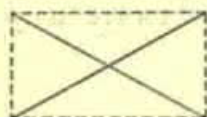
๔๑. ชื่อส่วนต่างๆ ของรูปสี่เหลี่ยม

๑. ด้าน คือเส้นที่ประกอบขึ้นเป็นเหลี่ยมหนึ่งเหลี่ยม

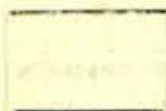
โคจรของรูปสี่เหลี่ยมนั้น

๒. เส้นทะแยงมุม คือเส้นที่ลากจากมุมหนึ่งทะแยง

ไปหาอีกมุมหนึ่ง เส้นทะแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม
มีสองเส้น



๓. ด้านยาว คือเส้นหนึ่งเส้นโคจรของด้านขนานคู่ยาว
ตามธรรมชาติคำว่า "ด้านยาว" นี้ ใช้สำหรับรูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส

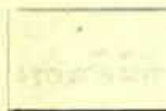


๔. ด้านกว้าง คือด้านที่สั้นกว่าของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
มีอยู่สองด้านด้วยกัน ถ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส
จะเรียกด้านไหนเป็นกว้างเป็นยาว หรือจะเรียก
เป็นด้านกว้างทั้งหมด หรือเป็นด้านยาวทั้งหมด



ก็ได้ เพราะด้านกว้างและยาวเท่ากันหมดทุกด้าน

๕. ด้านฐานหรือฐาน คือด้านที่เป็นฐานของรูปสี่
เหลี่ยม จะเป็นด้านกว้างหรือด้านยาวก็เรียกว่า
ฐานได้ ตั้งแต่แค่ด้านใดทำหน้าที่เป็นฐานก็เรียก
ว่า "ด้านฐาน"



๖. ด้านสูงหรือสูง คือเส้นที่ตึงฉากกับฐาน หรือเส้น
ที่ตึงฉากระหว่างด้านขนานของรูปสี่เหลี่ยมด้าน
ขนาน ถ้าห้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก (คือรูปสี่เหลี่ยม
ผืนผ้าหรือรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส) สูงอาจจะเป็นด้าน
กว้างหรือด้านยาว สุดแต่แต่ด้านไหนตั้งอยู่บนฐาน

๔๒ ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมที่นักเรียนจะได้อาจารย์
เขียนใ้ดูนั้น แบ่งออกได้เป็น ๖ ชนิด คือ

๑. รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส คือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มี
ด้านทุกด้านเท่ากัน
๒. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือรูปสี่เหลี่ยมด้าน
ขนานที่มีด้านตรงข้ามเท่ากัน และมีมุมที่อยู่ตรงข้าม
เท่ากัน แต่มุมไม่เป็นมุมฉาก พัดอย่างง่าย ๆ
รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนก็คือนูนรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสที่
จับโย้เสียให้มุมเปลี่ยนจากมุมไปนั่นเอง
๓. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ
รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีมุมทั้งสี่เป็นมุมฉากทุกมุม
แต่ด้านมียาวอยู่คู่หนึ่ง สั้นคู่หนึ่ง
๔. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรง
กันขนานกัน แต่มุมไม่เป็นมุมฉาก และด้าน
ขนานนั้นสั้นคู่หนึ่งยาวคู่หนึ่ง รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ทวารก็คือ รูปดีเหลี่ยมผืนผ้าที่ โยมมเดียวเปลี่ยน
จากมุมไปนั่นเอง

๕. รูปดีเหลี่ยมคางหมู คือรูปดีเหลี่ยมที่มีด้านขนาน
กันอยู่คู่หนึ่ง การที่เรียกรูปดีเหลี่ยมชนิดนี้ว่า
“รูปดีเหลี่ยมคางหมู” อาจจะเป็นเพราะคางของ
หมูนั้น เมื่อลากเส้นตั้งเส้น คือ แนวทางเส้นหนึ่ง
แนวหน้าฉากเส้นหนึ่งไปหาจุดมุม แนวจุดเส้นหนึ่ง
และแนวคอดงมาเส้นหนึ่ง ก็จะกลายเป็นรูปดีเหลี่ยม
ขึ้น และมีเส้นที่ลากตามแนวจุดกับแนวคอดงขนาน
กัน เพราะฉะนั้น รูปดีเหลี่ยมใด ๆ ที่มีด้านขนาน
กันคู่หนึ่ง ก็อันเคราะห์ให้เขาอยู่ในรูปดีเหลี่ยม
คางหมูทั้งนั้น
๖. รูปดีเหลี่ยมด้านไม่เท่า คือรูปดีเหลี่ยมที่มีด้าน
ทั้งสี่ไม่เท่าและไม่ขนานกันเลย

๔๓ ลักษณะทั่วไปของรูปดีเหลี่ยม

๑. รูปดีเหลี่ยมมีด้านอยู่ตั้งแต่ ๓ ด้าน
๒. รูปดีเหลี่ยมมีมุมอยู่ตั้งแต่ ๓ มุม
๓. มุมทั้งสี่รวมกันเข้าจะเท่ากับสี่มุมฉากหรือ ๓๖๐
องศา

๔. รูปดีเหลี่ยมมีเส้นทะแยงมุมอยู่สองเส้น
๕. เส้นทะแยงมุมเส้นหนึ่งจะแบ่งรูปดีเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป
๖. รูปดีเหลี่ยมมีเส้นสูงได้หลายเส้น
๗. เส้นสูงของรูปดีเหลี่ยมด้านขนานในรูปเดียวกันทุกชนิดจะยาวเท่ากัน

๔.๔ ความสูงของรูปดีเหลี่ยม เส้นตั้งฉากจากฐานไปยังด้านตรงกันข้ามคือส่วนสูงของรูปดีเหลี่ยม

๔.๕ ลักษณะของรูปดีเหลี่ยมจัตุรัส มี :

๑. มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก
๒. มีด้านทั้งสี่เท่ากัน
๓. ด้านตรงกันข้ามขนานกัน
๔. เส้นทะแยงมุมเท่ากัน และต่างก็คั่นกันออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน
๕. เส้นทะแยงมุมตั้งฉากกัน
๖. เส้นทะแยงมุม แบ่งรูปดีเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปเท่า ๆ กัน
๗. เส้นทะแยงมุมเมื่อคั่นกัน แบ่งรูปดีเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสี่รูปเท่า ๆ กัน

๘. ด้านของรูปดีเหลี่ยมจัตุรัสเป็นเส้นสูงไปในตัว

๔๖ ลักษณะของรูปดีเหลี่ยมขนมเปียกปูน คือ :

๑. ไม่มีมุมเป็นมุมฉาก
๒. ด้านทั้งสี่เท่ากัน
๓. ด้านตรงกันข้ามขนานกัน
๔. เส้นทะแยงมุมไม่เท่ากัน
๕. เส้นทะแยงมุมแบ่งครึ่งกัน
๖. เส้นทะแยงมุมตั้งฉากกัน
๗. เส้นทะแยงมุม แบ่งรูปดีเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่า ๆ กัน

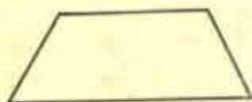
๔๗ ลักษณะของรูปดีเหลี่ยมผืนผ้า คือ :

๑. มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก
๒. ด้านตรงกันข้ามขนานกัน
๓. มีด้านคู่หนึ่งยาวกว่าด้านอีกคู่หนึ่ง
๔. มีเส้นทะแยงมุมสองเส้นเท่ากัน
๕. เส้นทะแยงมุมแบ่งครึ่งกัน
๖. เส้นทะแยงมุมเส้นหนึ่ง แบ่งรูปดีเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปเท่า ๆ กัน
๗. ด้านเป็นส่วนของสูงของรูปดีเหลี่ยม ไปในตัว

๔๘ ลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ :

๑. ไม่มีมุมเป็นมุมฉาก
๒. ด้านอยู่ตรงกันข้ามขนานกัน
๓. ด้านยาวกว่ากันอยู่คู่หนึ่ง
๔. เส้นทะแยงมุมสองเส้นยาวไม่เท่ากัน
๕. เส้นทะแยงมุม แบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่า ๆ กัน
๖. ด้านหนึ่งด้านใดของรูปสี่เหลี่ยมเป็นเส้นสูงไม่ได้ เส้นสูงคือเส้นตั้งฉากระหว่างเส้นขนานคู่หนึ่ง

๔๙ ลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู



๑. มีด้านขนานกันอยู่คู่หนึ่ง
๒. มุมจะเป็นมุมฉากบ้าง หรือไม่เป็นก็ได้
๓. ถ้ามีมุมฉากจะมีมุมฉากได้อย่างมากเพียงสองมุม



๔. เส้นทะแยงมุมยาวไม่เท่ากัน
๕. เส้นทะแยงมุม แบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปไม่เท่ากัน

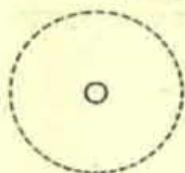
๕๐ ลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า



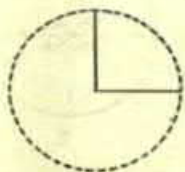
๓. มีด้านทั้งสี่ไม่ขนานกันเลย
๔. ตามธรรมชาติด้านทั้งสี่ไม่เท่ากัน แต่บางทีก็อาจ
จะเท่ากันได้บ้างด้านสองด้าน
๕. ถ้ามุมเป็นมุมฉากจะมีได้อย่างมากเพียงสองมุม
๖. ความสูงไม่แน่นอน เพราะด้านไม่ขนานกัน
๗. เส้นทแยงมุมสองเส้นนั้นยาวไม่เท่ากัน
๘. เส้นทแยงมุมไม่ตั้งฉากกัน
๙. เส้นทแยงมุมไม่แบ่งครึ่งกัน
๑๐. เส้นทแยงมุมเส้นหนึ่งแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็น
รูปสามเหลี่ยมสองรูปไม่เท่ากัน

๕๓ รูปวงกลม รูปวงกลมคือรูปกลมรวมที่มีจุดศูนย์กลางห่าง
จากเส้นรอบวงเป็นระยะเท่ากันทุกแห่ง

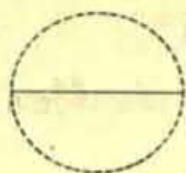
๕๔ ส่วนต่างๆ ของรูปวงกลม มีดังนี้ :



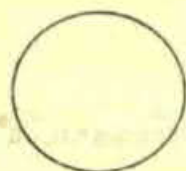
๑. จุดศูนย์กลาง คือจุดที่อยู่ตรงกลางของรูปวงกลม
มีระยะห่างจากขอบวงทุกแห่งเท่ากัน เวลานักเรียน
ขีดรูปวงกลมด้วยวงเวียน จุดที่ปลายเหล็กแหลม
ของวงเวียนนั้นคือจุดศูนย์กลาง



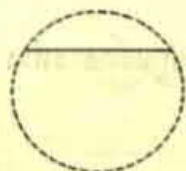
๒. รัศมี คือเส้นที่ขีดจากจุดศูนย์กลางมายังเส้นรอบ
วง รัศมีของรูปวงกลมนี้ได้หลายเส้น เพราะจะ
ขีดตักที่เส้นๆ ก็ได้ เส้นรัศมีทุกเส้นย่อมเท่ากัน



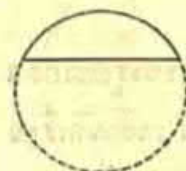
๑. เส้นผ่าศูนย์กลาง คือ เส้นที่ลากจากวงข้างหนึ่งผ่านจุดศูนย์กลางไปจรดขอบวงอีกข้างหนึ่ง หรือจะว่าเส้นผ่าศูนย์กลางคือเส้นรัศมีสองเส้นที่ต่อกันเป็นเส้นตรงก็ได้ จำนวนเส้นผ่าศูนย์กลางย่อมเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนเส้นรัศมี เพราะรัศมีสองเส้นต่อกันเข้าจึงเป็นเส้นผ่าศูนย์กลางได้ เส้นหนึ่ง



๔. เส้นรอบวง คือเส้นโค้งของรูปวงกลมที่ล้อมหรือเป็นอาณาเขตต์ของรูปวงกลม



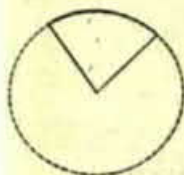
๕. เส้นคอร์ด คือเส้นตรงที่ขึงระหว่างสองโค้งของรูปวงกลม แต่ไม่ได้ผ่านจุดศูนย์กลาง



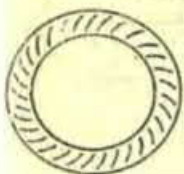
๖. ส่วนวง คือส่วนของเส้นรอบวงที่ขึงอยู่ระหว่างปลายเส้นคอร์ด



๗. เนื้อที่ก้นกระดุน คือเนื้อที่ที่เส้นคอร์ดและส่วนวงล้อมอยู่



๔. ภาควง คือ เนื้อที่ที่อยู่ระหว่างรัศมีสองเส้น และ
ส่วนหนึ่งของเส้นรอบวง.



๕. เนื้อที่รูปวงแหวนกลม คือ เนื้อที่ที่อยู่ระหว่าง
วงกลมสองวง ซึ่งมีจุดศูนย์กลางตรงกัน.

๕.๓ ความจริงเกี่ยวกับรูปวงกลม เมื่อนักเรียนเรียนรู้ลักษณะ
ของรูปวงกลมได้แล้ว นักเรียนก็ย่อมจะทดลองหรือพิสูจน์หรือเห็น
ความจริงข้างล่างนี้:

๑. เส้นรัศมี (r) ๒ เส้นต่อกันจะยาวเท่ากับเส้น
ผ่านศูนย์กลาง (d)
๒. เส้นรัศมีจะยาวเป็น $\frac{๓}{๒}$ ของเส้นผ่านศูนย์กลาง
๓. เส้นผ่านศูนย์กลางทุกเส้น จะผ่านวงกลมเป็น
สองภาคเท่า ๆ กัน
๔. ความยาวของเส้นรอบวงนั้น เป็น ประมาณ
 ๓.๑๔๒ หรือ $\frac{๒๒}{๗}$ เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลาง
เสมอ ไม่ว่าวงกลมจะเล็กหรือใหญ่

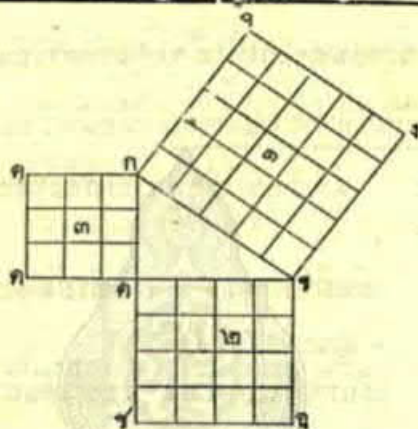


๕. มุมของวงกลม วงกลมมีมุม = ๓๖๐ ดีกรี
จึงจะเห็นได้ง่ายโดยขีดเส้นผ่านศูนย์กลางให้ตั้ง
ฉากกันดู.

บทที่ ๔

ว่าด้วยการหาด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

๕๔ ความจริงเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.



ก ข ค เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านฐานยาว ๔ นิ้ว
 ด้านตั้งยาว ๓ นิ้ว และด้านทะแยงยาว ๕ นิ้ว ๓ (ก. ข. ง. จ.)
 ๒ (ก. ข. ฉ. ช.) ๓ (ก. ค. ต. ด.) เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบน
 ด้านทะแยง บนด้านฐาน และบนด้านตั้ง ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
 ก. ข. ค. ตามลำดับ ถ้าขีดเส้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสามออกเป็น
 ช่อง ๆ กว้างช่องละ ๓ นิ้ว ยาวช่องละ ๓ นิ้ว ช่องหนึ่งก็จะมีเนื้อ
 ที่ ๓ ตารางนิ้ว เมื่อนับจำนวนช่องก็จะได้รวมว่ารูปสี่เหลี่ยมรูปไหน
 มีเนื้อที่กี่ตารางนิ้ว ถ้าเอาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมเหล่านี้เปรียบ
 เทียบกันก็จะได้พบความจริงว่า

- (๑) รูป ๑ (สี่เหลี่ยมจัตุรัส ก. ข. ง. จ) มีเนื้อที่ ๒๕ ช่อง
หรือ ๒๕ ตารางนิ้ว
- (๒) รูป ๒ (รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก. ข. ค. ง) มีเนื้อที่ ๑๖ ช่อง
หรือ ๑๖ ตารางนิ้ว
- (๓) รูป ๓ (รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก. ค. ค. ค) มีเนื้อที่ ๙ ช่อง
หรือ ๙ ตารางนิ้ว
- (๔) เนื้อที่ของรูป ๒ + เนื้อที่ของรูป ๓ = เนื้อที่ของรูป ๑ เพราะ
 $๑๖ \text{ ตารางนิ้ว} + ๙ \text{ ตารางนิ้ว} = ๒๕ \text{ ตารางนิ้ว}$
- (๕) เนื้อที่ของรูป ๑ - เนื้อที่ของรูป ๒ = เนื้อที่ของรูป ๓ เพราะ
 $๒๕ \text{ ตารางนิ้ว} - ๑๖ \text{ ตารางนิ้ว} = ๙ \text{ ตารางนิ้ว}$
- (๖) เนื้อที่ของรูป ๑ - เนื้อที่ของรูป ๓ = เนื้อที่ของรูป ๒ เพราะ
 $๒๕ \text{ ตารางนิ้ว} - ๙ \text{ ตารางนิ้ว} = ๑๖ \text{ ตารางนิ้ว}$
- (๗) เนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน $\times$ ด้าน (จะพิสูจน์ให้เห็นเหตุผลโดยละเอียดในภายหลัง)
- เพราะ $๕ \text{ นิ้ว} \times ๕ \text{ นิ้ว} = ๒๕ \text{ ตารางนิ้ว}$ (รูป ๑)
- $๔ \text{ นิ้ว} \times ๔ \text{ นิ้ว} = ๑๖ \text{ ตารางนิ้ว}$ (รูป ๒)
- $๓ \text{ นิ้ว} \times ๓ \text{ นิ้ว} = ๙ \text{ ตารางนิ้ว}$ (รูป ๓)
- (๘) เนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส หาตัวเองหรือถอดคิดแถวรูป
หรือแยกกรณศาสตร์ = ความยาวของด้าน ๆ หนึ่ง
- เพราะ $๒๕ = ๕ \times ๕ = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$

$$๕ = \text{ด้าน (รูป ๑)}$$

$$๓๖ = ๔ \times ๔ = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$๔ = \text{ด้าน (รูป ๒)}$$

$$๙ = ๓ \times ๓ = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$๓ = \text{ด้าน (รูป ๓)}$$

๕๕ วิธีหาค้นหากระแวงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เมื่อเข้าใจความจริงดังข้างบนนี้แล้ว การที่นักเรียนจะหาส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากก็ไม่ยากอะไร ดังจะเห็นได้จากตัวอย่างข้างดังนี้

ตัวอย่างที่ ๑ บอกด้านตั้งและด้านฐาน ให้หาค้นหากระแวง

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากหนึ่ง มีด้านฐานยาว ๔ นิ้ว ด้านตั้งยาว ๓ นิ้ว ถามว่าด้านกระแวงยาวเท่าไร

วิธีทำ จตุรัสบนด้านกระแวง = จตุรัสบนด้านฐาน + จตุรัสบนด้านตั้ง

$$\begin{aligned} \text{เนื้อที่ } (๒ ก \times ๒ ก) &= \text{เนื้อที่ } (๓ ก \times ๓ ก) + (๔ ก \times ๔ ก) \\ &= (๓ \times ๓) + (๔ \times ๔) \\ &= ๙ + ๑๖ \\ &= ๒๕ \end{aligned}$$

$$= ๕ \times ๕$$

$$\therefore ๒ ก = ๕ \text{ นิ้ว}$$

ตอบด้านกระแวงยาว ๕ นิ้ว

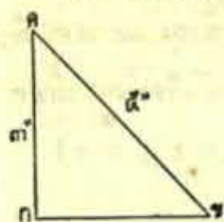
๕๖ วิธีหาค้นฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ ๒ บอกด้านกระแจะและด้านตั้งให้หาค้นฐาน

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านกระแจะยาว ๕ นิ้ว
ด้านตั้งฉากยาว ๓ นิ้ว ถามว่าด้านฐานยาวเท่าไร

วิธีทำ จตุรัสบนด้านฐาน = จตุรัสบนด้านกระแจะ - จตุรัสบน
ด้านตั้ง

$$\begin{aligned}\text{เนื้อที่ } (ก ข \times ก ข) &= \text{เนื้อที่ } (ข ก \times ข ก) - (ก ค \times ก ค) \\ &= (๕ \times ๕) - (๓ \times ๓) \\ &= ๒๕ - ๙ = ๑๖\end{aligned}$$



$$ก ข \times ก ข = ๕ \times ๕$$

$$\therefore ก ข = ๔ \text{ นิ้ว}$$

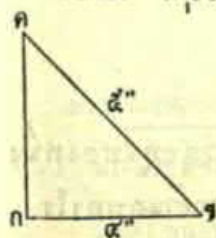
ตอบฐานยาว ๔ นิ้ว

๕๗ วิธีหาค้นตั้งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ ๓ บอกด้านกระแจะและด้านฐานให้หาค้นตั้ง

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านกระแจะยาว ๕ นิ้ว ฐาน
ยาว ๔ นิ้ว ถามว่าด้านตั้งฉากยาวเท่าไร

วิธีทำ จตุรัสบนด้านตั้ง = จตุรัสบนด้านกระแจะ - จตุรัสบน
ด้านฐาน



$$\begin{aligned}\text{เนื้อที่ } (ก ค \times ก ค) &= \text{เนื้อที่ } (ข ก \times ข ก) \\ &\quad - (ก ข \times ก ข) \\ &= (๕ \times ๕) - (๔ \times ๔)\end{aligned}$$

$$= ๒๕ - ๑๖ = ๙$$

$$ก ก \times ก ก = ๓ \times ๓$$

$$\therefore ก ก = ๓ \text{ นิ้ว}$$

ตอบบ้านตั้งฉากยาว ๓ นิ้ว

๘๘ วิธีแก้แบบตัดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก.

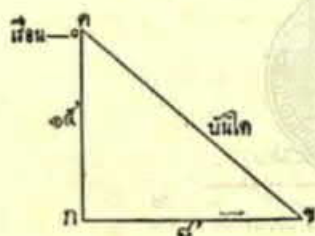
ตัวอย่างที่ ๔ โจทย์แบบตัด

โจทย์ บ้านไคอันหนึ่งพักอยู่ติดกับหน้าต่างเรือนซึ่งสูง ๓๕ ฟุต ต้น
บ้านไคอยู่ห่างจากเรือน ๘ ฟุต ถามว่าบ้านไคนี้ยาวกี่ฟุต

$$\text{วิธีทำ } (๒ ก \times ๒ ก) = (ก ก \times ก ก) + (ก ๒ \times ก ๒)$$

$$= (๓๕ \times ๓๕) + (๘ \times ๘)$$

$$= ๑๒๒๕ + ๖๔ = ๑๒๘๙$$



$$๒ ก \times ๒ ก = ๑๒๘๙$$

$$\therefore ๒ ก = ๓๕.๘๖ \text{ ฟุต}$$

ตอบบ้านไคยาว ๓๕.๘๖ ฟุต

ตัวอย่างที่ ๕ โจทย์แบบตัด

โจทย์ ชาวนาผู้หนึ่งมีเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอยู่แปลงหนึ่ง
เนื้อที่ ๑๖๘ ไร่ ถามว่านานั้นมีด้านยาวด้านละเท่าไร

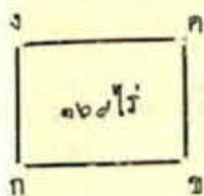
วิธีทำ

$$ก ข \times ก ง = ๓๖๘$$

$$ก ข \times ก ง = ๓๓ \times ๓๓$$

$$\therefore ก ง = ๓๓$$

ตอบ นายาวด้านละ ๓๓ ไร่



ตัวอย่างที่ ๖ โจทย์เบ็ดเตล็ด

โจทย์ เรือนหลังหนึ่งมีจันทันยาวข้างละ ๒๔ ฟุต และมีคั้งสูง ๓๒ ฟุต ถามว่ามีชื่อยาวเท่าไร

วิธีทำ

$$ก ข \times ก ข = (ก ค \times ก ค) - (ข ค \times ข ค)$$

$$= (๒๔ \times ๒๔) - (๓๒ \times ๓๒)$$

$$= ๕๗๖ - ๑๐๕๖$$

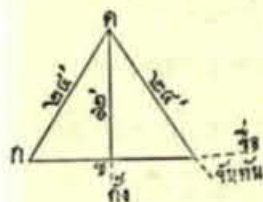
$$= ๔๓๒$$

$$ก ข \times ก ข = ๒๓.๕ \times ๒๓.๕$$

$$\therefore ก ข = ๒๓.๕$$

$$๒ ก ข = ๔๓$$

ตอบ ชื่อยาว ๔๓ ฟุต



๕๘ ข้อที่ควรจำ

(๓) นักเรียนจงพยายามเขียนรูปเสมอ

การมีรูปจะช่วยให้

นักเรียนเข้าใจโจทย์ได้แจ่มแจ้งขึ้น

(๒) ข่าวดังกล่าวหลักของการทำโทษระงับนี้ นักเรียนจะต้องหา
วิธีลดอัตราลงมาให้

(๓) หลักของการแก้โทษอาศัยความจริงที่ได้อธิบายมาแล้วโดย
ละเอียดข้างต้นนี้

ต่อจากนั้นนักเรียนก็ควรจะทำโทษระงับนี้ และเมื่อผลที่ได้
เสียให้ชำนาน นักเรียนก็ควรทำได้ดัง

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๒

- (๑) ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีอะไรบ้าง
- (๒) ความจริงที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่าอย่างไร
- (๓) ในการทำโทษจำพวกนี้ นักเรียนควรจำอะไรเป็นหลักบ้าง
- (๔) โทษแบบนั้นที่จะเอาไปใช้ให้เป็นประโยชน์เมื่อไร

จงหาด้านที่หนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อด้านตั้งและ
ด้านฐานยาวดังนี้

- (๕) ด้านตั้งยาว ๓๕ ศอก ฐานยาว ๒๐ ศอก
- (๖) ด้านตั้งยาว ๒๕ ฟุต ฐานยาว ๓๗ ฟุต
- (๗) ด้านตั้งยาว ๔๗๐ เมตร ฐานยาว ๓๕๐ เมตร
- (๘) ด้านตั้งยาว ๓๒๐ นิ้ว ฐานยาว ๕๐ นิ้ว
- (๙) ด้านตั้งยาว ๒๐ หลา ฐานยาว ๓๕ หลา

จงหา^๕ด้านตั้งของรูปสามเหลี่ยมเมื่อ^๕ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕งกับ^๕ฐานยาว^๕ ดังน^๕

- (๓๐) ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕งยาว ๒๗ เมตร ด้าน^๕ฐานยาว ๒๓ เมตร
 (๓๑) ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕งยาว ๕๐ วา ฐานยาว ๓๐ วา
 (๓๒) ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕งยาว ๒๕๐ หลา ฐานยาว ๒๐๐ หลา
 (๓๓) ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕งยาว ๒๕ ไร่ ฐานยาว ๓๕ ไร่

จงหา^๕ด้าน^๕ฐาน^๕ของ^๕รูป^๕สาม^๕เหลี่ยม^๕มุม^๕ฉาก^๕ เมื่อ^๕ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕ง^๕และ^๕ด้าน^๕ตั้ง^๕ยาว^๕ ดัง^๕ค^๕อ^๕ไป^๕น^๕

- (๓๔) ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕งยาว ๓๗ วา ด้าน^๕ตั้ง^๕ยาว ๘ วา
 (๓๕) ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕งยาว ๓๗ เมตร ด้าน^๕ตั้ง^๕ยาว ๓๒ เมตร
 (๓๖) ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕งยาว ๕๐ ศอก ด้าน^๕ตั้ง^๕ยาว ๓๕ ศอก
 (๓๗) ด้าน^๕ท^๕ะ^๕แย^๕งยาว ๒๗ นิ้ว ด้าน^๕ตั้ง^๕ยาว ๒๓ นิ้ว

จงหา^๕ใจ^๕ห^๕ย^๕เบ^๕ด^๕เต^๕ด^๕ค^๕อ^๕ไป^๕น^๕

- (๓๘) ต้น^๕ไม้^๕ต้น^๕หนึ่ง^๕หัก^๕พ^๕ย^๕อยู่^๕กับ^๕ตอ^๕เห^๕น^๕ือ^๕พ^๕น^๕ค^๕้น ๒๓ ฟุต ปลาย^๕พ^๕าด^๕ไป^๕จ^๕ด^๕ร^๕อบ^๕ค^๕ด^๕ของ^๕ฝ^๕ง^๕โน^๕้น ค^๕ด^๕ของ^๕พ^๕น^๕ก^๕ว^๕้ง ๒๗ ฟุตพอดี ถามว่าต้น^๕ไม้^๕นั้น^๕สูง^๕เท่า^๕ไร^๕ ?
 (๓๙) คอก^๕ไก่^๕ห^๕ด^๕ง^๕หนึ่ง^๕มี^๕ซ^๕ื่อ^๕ยาว ๕ เมตร ตั้ง^๕สูง ๓.๕ เมตร ถามว่าจ^๕น^๕ท^๕้น^๕ยาว^๕เท่า^๕ไร^๕ ?
 (๔๐) มะ^๕พ^๕ร^๕ว^๕ ต้น^๕หนึ่ง^๕เมื่อ^๕ใช้^๕เช^๕ือก^๕ข^๕ึง^๕จาก^๕ยอด^๕มา^๕ยัง^๕ห^๕ด^๕ก^๕ซึ่ง^๕อยู่^๕ห^๕่าง^๕ต้น^๕ ๘๕ ศอก เช^๕ือก^๕น^๕ั้น^๕ยาว ๓๕๐ ศอก ถามว่าต้น^๕มะ^๕พ^๕ร^๕ว^๕สูง^๕เท่า^๕ไร^๕ ?

- (๒๑) ถามว่า ถ้าจะทำรั้วล้อมรอบนาปลูกสัปปะรด ๕๐ ไร่ จะมีเนื้อที่ ๑๙๖ ไร่ จะเดินรั้วยาวเท่าไรเดิน ?
- (๒๒) บันไดชั้นหนึ่งปลายพาดอยู่กับหน้าตึกซึ่งสูง ๓๖ ฟุต และตีนของบันไดอยู่ห่างเรือน ๔๘ ฟุต ถามว่าบันไดนั้นยาวเท่าไร ?
- (๒๓) นาย ก. ปลูกเรือนยกพื้นสูงจากพื้นดิน ๖ ศอก เราทำบันไดยาว ๓๕ ศอก ถามว่าเราจะต้องวางให้ตีนบันไดห่างจากเรือนเท่าไรจึงจะพอดี
- (๒๔) เสาต้นหนึ่งสูง ๔ หลา อยู่ห่างต้นมะพร้าว ๓๐ หลา ถ้าใช้เชือกโยงจากยอดมะพร้าวมายังปลายเสา จะเดินเชือก ๒๕ หลาพอดี ถามว่าต้นมะพร้าวสูงจากพื้นดินเท่าไร ?
- (๒๕) นาย ก. เดินทางไปทางทิศตะวันตก ๓๖๘ เส้น แล้วเลี้ยวไปทางทิศใต้ ๔๕ เส้น ถามว่านาย ก. จะอยู่ห่างจากที่ตั้งต้นกี่เส้น ?
- (๒๖) ก. เดินเร็วชั่วโมงละ ๔ กิโลเมตร ข. เดินเร็วชั่วโมงละ ๕ กิโลเมตร ถามว่า ถ้า ก. ออกเดินตรงไปทางทิศตะวันตก และ ข. ออกเดินไปทางทิศเหนือพร้อมกัน ภายหลังเมื่อไปได้นาน ๔ ชั่วโมง เราจะอยู่ห่างกันเท่าไร ?
- (๒๗) มีหมากอยู่สองคัน ห่างกันเท่าไรไม่ทราบ ทราบแต่ว่า เมื่อกลิ้งกรดใส่พระของซึ่งยาว ๒๐ ศอก พาดไปยังคันที่หนึ่ง ปลายบันไดจะอยู่สูงพื้นพื้นดิน ๓๐ ศอก และถ้าหกลพระของ

กลับปดหายไปพาดยังต้นที่สอง ปดายนันไคจะอยู่สูงเหนือ
พื้นดิน ๓๒ ศอก ถามว่าหมากสองต้นนั้นอยู่ห่างกันเท่าไร ?

โจทย์

- (๒๘) จงหาเส้นทะแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ซึ่งมีด้านยาว
ยาว ๓๒ หลา ๒ ฟุต
- (๒๙) จงหาความสูงของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ซึ่งมีเส้นทะแยงมุมยาว
๓๐๐ เมตร
- (๓๐) ชาวนาผู้หนึ่งเดินเร็วชั่วโมงละ ๕ ไมล์ เดินรอบนารูปสี่เหลี่ยม
จตุรัสแปลงหนึ่ง ด้านเวลา ๓ นาทีพอดี ถามว่าถ้าจะเดิน
จากมุมหนึ่งของนาทะแยงไปยังอีกมุมหนึ่ง นานเท่าไรจึง
จะถึง ?
- (๓๑) กติกรดีเดินตรวจพื้นที่ไปทางทิศตะวันตก ๒๐ กิโลเมตร แล้ว
ไปทางทิศใต้ ๑๕ กิโลเมตร ต่อมาไปทางทิศตะวันออก
๒๘ กิโลเมตร ดังนั้นเขาจะอยู่ห่างจากที่ตั้งต้นกี่กิโลเมตร ?
- (๓๒) กติกรพรมเดินตามจั่วไปทางทิศใต้ ๓๐ กิโลเมตร แล้ว
เลี้ยวไปทางตะวันออกอยู่พักหนึ่ง ต่อมาเดินย้อนขึ้นไปทาง
เหนือ ๓๓ กิโลเมตร เมื่อสังเกตดูเห็นว่าตัวอยู่ห่างจากที่ตั้งต้น
๒๙ กิโลเมตร ถามว่ากติกกรพรมเดินเลี้ยวไปทางตะวันออก
กี่กิโลเมตรจึงย้อนขึ้นเหนือ ?

- (๓๓) ก.ข.ค. เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ตากด้าน ก.ง. จากมุมยอด ไปยังฐาน ข.ค. ถ้าสมมุติให้ ก.ค. ยาว ๓๗ นิ้ว ก.ข. ยาว ๓๐ นิ้ว และค.ง. ยาว ๓๕ นิ้ว จงหาความยาวด้าน ข.ค. ยาวเท่าไร?
- (๓๔) ก.ข.ค.ง. เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่ารูปหนึ่ง มีมุม ง.ก.ข. และ มุม ง.ค.ข. เป็นมุมฉาก ถ้าด้าน ก.ง. ยาว ๓๒ เมตร ก.ข. ยาว ๕ เมตร และ ข.ค. ยาว ๓๓.๒ เมตร จงหาความยาวของ ด้าน ค.ง.
- (๓๕) กระบี่อนายดำหาย นายดำจึงออกเดินติดตามจากบ้านตรงไป ทางทิศใต้ ๓๒ กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันตก ๓๐ กิโลเมตร ค่อยมาเดินไปทางทิศใต้อีก ๓๒ กิโลเมตร ก็พบ กระบี่ที่หายพอดี จากเดิมเขาเดินกลับบ้านเป็นเส้นตรง ดังนั้น ถ้ามหา นานเท่าไรนายดำจึงจะกลับถึงบ้าน สมมุติว่าเขาเดิน เร็วช้าไหมงละ ๕ กิโลเมตร ?
- (๓๖) ถ้ากสิกรสองคนจากมุม ไร่ข้าว โภชน์รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมุมหนึ่ง เป็นเส้นทะแยงมุมไปยังมุมไร่อีกมุมหนึ่ง สิ้นเวลา ๓๐ นาที ถ้ามหาว่าถ้าจะเดินให้รอบไร่จะกินเวลานานเท่าไร?

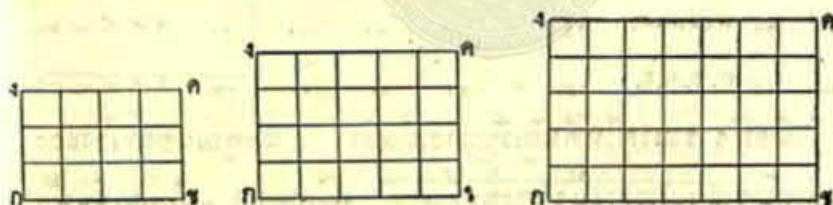
บทที่ ๕

ว่าด้วยรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

๖๐. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคืออะไร คำว่า “รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก”

เป็นชื่อรวมสำหรับเรียกรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมเป็นมุมฉากทั้งสี่มุม รูปสี่เหลี่ยมประเภทนี้มีอยู่ ๒ ชนิด คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าชนิดหนึ่ง และรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสอีกชนิดหนึ่ง รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านขนานคู่หนึ่งยาวกว่าอีกคู่หนึ่ง ส่วนรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านขนานทั้งสองคู่ยาวเท่ากัน จึงทำให้ด้านทุกด้านของมันยาวเท่ากันหมด

๖๑. หลักของการหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



รูป ๑

รูป ๒

รูป ๓

ก.ข.ค.ง. เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มี ก.ข. เป็นด้านยาว หรือด้านฐานยาว ๔ นิ้ว ๕ นิ้ว และ ๖ นิ้ว ในรูปที่ ๑ ที่ ๒ ที่ ๓ ตามลำดับ มี ก.ง. เป็นด้านกว้าง หรือสูง ๓ นิ้ว ๔ นิ้ว และ ๕ นิ้ว ในรูป ๑ รูป ๒ รูป ๓ ตามลำดับ

ถ้าขีดด้านยาวและด้านกว้างออกเป็นช่อง ๆ ละ ๓ นิ้ว เราจะได้ตารางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งกว้าง ๓ นิ้ว ยาว ๓ นิ้ว หรือมีเนื้ท ๓ ตารางนิ้ว ถ้ามีจำนวนตารางวางในช่องเหล่านั้นดู ก็จะทราบได้ว่า รูปไหนมีเนื้ทกี่ตารางนิ้ว

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก.ข.ค.ง. ในรูปที่ ๓ นับตารางได้ ๓๒ จึงมีเนื้ท ๓๒ ตารางนิ้ว

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก.ข.ค.ง. ในรูปที่ ๒ นับตารางได้ ๒๐ จึงมีเนื้ท ๒๐ ตารางนิ้ว

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก.ข.ค.ง. ในรูปที่ ๓ นับตารางได้ ๓๕ จึงมีเนื้ท ๓๕ ตารางนิ้ว

รูปสี่เหลี่ยม ก.ข.ค.ง. ในรูปที่ ๓ ตอของเขากว้าง $\times$ ยาวคู่จะได้ $๓ \times ๔ = ๓๒$

,, ,, ก.ข.ค.ง. ,, ๒ ,, ,, ,, ,, ๕ $\times$ ๕ = ๒๐

,, ,, ก.ข.ค.ง. ,, ๓ ,, ,, ,, ,, ๕ $\times$ ๗ = ๓๕

เมื่อพิจารณาดูให้นักเรียนจะเห็นว่า ผลคูณของกว้างและยาวเท่ากับจำนวนตารางนิ้วของพื้นที่พอดี ดังเกิดรูป ๓ ก็เป็นเช่นนั้น ดังเกิดรูป ๒ ก็ทำนองเดียวกัน ดังเกิดรูป ๓ ก็ได้ผลไม่ผิดกับรูปอื่น ถ้านักเรียนลองพิสูจน์ดูอีกหลาย ๆ รูป ก็จะเห็นเป็นเช่นนั้นเสมอ เพราะฉะนั้นนักเรียนก็พบความจริงเข้าแล้วว่า

ด้านกว้าง $\times$ ด้านยาว = เนื้ทของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

หรือ สูง $\times$ ฐาน = เนื้ทของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เมื่อความจริงมีอยู่อย่างนี้ ต่อไปเมื่อนักเรียนจะหาเนื้อที่รูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้า แทนที่จะวัดเป็นตารางนิ้วนับเอา ดังที่ทำได้ข้าง
ต้น ซึ่งเป็นวิธีช้าและยุ่งยากนั้น นักเรียนก็เอาด้านกว้างกับด้าน
ยาว หรือสูงกับฐานคูณกันก็ได้ตอบเป็นเนื้อที่ทันทีถูกต้อง ทั้ง
สะดวกและเร็วเข้ามาก เมื่อนักเรียนพบความจริงเข้าเช่นนั้น ก็นำ
ความจริงนี้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ต่อไป ดังจะเห็นได้จากตัวอย่าง
ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ บอกกว้างและยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้หาเนื้อที่
โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านกว้าง ๓๐ นิ้ว ด้านยาว
๕๐ นิ้ว จงหาเนื้อที่

วิธีทำ เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ด้านกว้าง $\times$ ด้านยาว

ก	ค	,,	,,	=	ก $\times$ ค
๓๐		,,	,,	=	๓๐ $\times$ ๕๐
ก	๕๐	ค	,,	=	๑๕๐๐ ตารางนิ้ว

ตอบเนื้อที่ ๑๕๐๐ ตารางนิ้ว

๖๒ หลักของการหาด้านกว้างและยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เมื่อความจริงมีอยู่ว่า

เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ด้านกว้าง $\times$ ด้านยาว

หรือ ๓๐ $\times$ ๕๐ = ๑๕๐๐ ตารางนิ้ว (จากตัวอย่างที่ ๑)

$$\therefore ๕๐ = \frac{๑๕๐๐}{๓๐}$$

๘๘

$$\text{คือ คำนวณ} = \frac{\text{เนื้อ}}{\text{คานกว้าง}}$$

$$\text{ทำนองเดียวกัน } ๓๐ = \frac{๒๓๐๐}{๗๐}$$

$$\text{คือ คานกว้าง} = \frac{\text{เนื้อ}}{\text{คานยาว}}$$

นี่เป็นความจริงอีกสองข้อซึ่งต่อเนื่องมาจากความจริงข้อแรก และนักเรียนจะนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในการคิดโจทย์ได้ เช่น

ตัวอย่างที่ ๒ บอกเนื้อและคานกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้ ให้หาคานยาว

โจทย์

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเนื้อ ๒๐๐ ตารางนิ้ว
คานกว้าง ๗๐ นิ้ว ถ้ามหาคานยาว ๗ นิ้ว

วิธีทำ

$$\text{คานยาว} = \frac{\text{เนื้อ}}{\text{คานกว้าง}}$$

$$\therefore \text{คานยาว กว} = \frac{\text{เนื้อ ก. ร. ก. จ.}}{\text{คานกว้าง กว}}$$



$$= \frac{๒๐๐}{๗๐}$$

$$= ๒๐ \text{ นิ้ว}$$

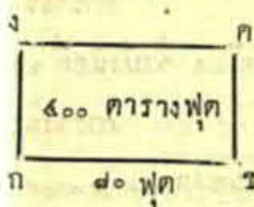
ตอบคานยาว ๒๐ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๓ บอกเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและด้านยาว ให้หา
ด้านกว้าง

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเนื้อที่ ๔๐๐ ตารางฟุต
ถ้าด้านยาว ๆ ๘๐ ฟุต จงหาด้านกว้าง

วิธีทำ ด้านกว้าง $= \frac{\text{เนื้อที่}}{\text{ด้านยาว}}$

$\therefore$ ด้านกว้าง กว $= \frac{\text{เนื้อที่ ก ข คง}}{\text{ด้านยาว ก ข}}$



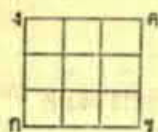
$$= \frac{400}{80}$$

$$= 5 \text{ ฟุต}$$

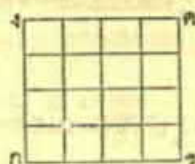
ตอบด้านกว้าง ๕ ฟุต

๖๓ หลักของการหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส รูปสี่เหลี่ยม

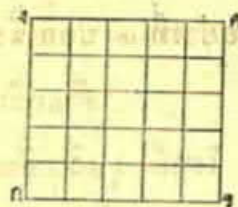
จตุรัส ก็คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งด้านกว้างกับด้านยาวเท่ากันนั่นเอง
โดยเหตุนี้การหาเนื้อที่และหาด้านของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส จึงมีหลัก
อันเดียวกันกับการหาเนื้อที่และหาด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังจะ
เห็นได้จากต่อไปนี้



รูป ๑



รูป ๒



รูป ๓

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก ข ค ง ในรูป ๑ นับตารางได้ ๙ จึงมีเนื้อที่ ๙ ตารางนิ้ว

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก ข ค ง ในรูป ๒ นับตารางได้ ๑๖ จึงมีเนื้อที่ ๑๖ ตารางนิ้ว

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก ข ค ง ในรูป ๓ นับตารางได้ ๒๕ จึงมีเนื้อที่ ๒๕ ตารางนิ้ว

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก ข ค ง ในรูป ๑ ด้านกว้าง $\times$ ด้านยาว = ๓ $\times$ ๓ = ๙

“ “ “ “ ๒ ด้านกว้าง $\times$ ด้านยาว = ๔ $\times$ ๔ = ๑๖

“ “ “ “ ๓ ด้านกว้าง $\times$ ด้านยาว = ๕ $\times$ ๕ = ๒๕

$\therefore$ ด้านกว้าง $\times$ ด้านยาว = เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

แต่ ด้านยาว = ด้านกว้าง

$\therefore$ ด้านกว้าง $\times$ ด้านกว้าง = เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

หรือด้านยาว $\times$ ด้านยาว = เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

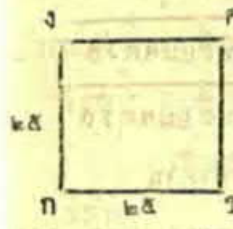
หรือด้าน $\times$ ด้าน หรือ (ด้าน)^๒ = เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

$\therefore$ เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = (ด้าน)^๒

ตัวอย่างที่ ๔ บอกด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้หาเนื้อที่

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีด้านยาว ด้านละ ๒๕ นิ้ว จงหาเนื้อที่

วิธีทำ



$$\begin{aligned} \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} &= \text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} \\ ก ข \times ก ข &= \text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส } ก ข ก ข \\ ก ข \times ก ข &= \text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} \\ & \quad (\text{เพราะ } ก ข = ก ข) \\ ๒๕ \times ๒๕ &= \text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} \\ ๖๒๕ &= \text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} \end{aligned}$$

ตอบเนื้อที่ ๖๒๕ ตารางนิ้ว

๖๔ หลักของการหาด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส หลักของ

การหาด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก็เป็นเช่นเดียวกับการหาด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือถ้าเราบอกเนื้อที่ให้ บอกด้านกว้างให้ ให้หา ด้านยาว นักเรียนก็จะหาได้ โดยเอาเนื้อที่ตั้งแล้วเอาด้านกว้างหาร ได้ตอบเป็นด้านยาว แต่โดยเหตุที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ด้านกว้าง กับด้านยาวเท่ากัน ฉะนั้นถึงแม้จะไม่หารก็ได้ทันทีว่า ด้านกว้าง เป็นเท่าไรด้านยาวก็เป็นเท่านั้น ซึ่งเป็นการง่ายเหลือเกิน โดย เหตุนี้จึงไม่มีประโยชน์อะไรที่จะถามเช่นนั้น เพราะฉะนั้นนักเรียน จะไม่เห็น โจทย์รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เราบอกเนื้อที่ให้ บอกด้านหนึ่งให้ แล้วให้หาอีกด้านหนึ่ง ดังที่นักเรียนเคยทำในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้เลย

ตรงกันข้ามในโจทย์รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เราเพียงแค่นอกเหนือให้ โดยไม่ต้องบอกด้านให้ด้กด้านเดียว เราก็สามารถหาด้านได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\therefore \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} &= \text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} \\ \therefore \sqrt{\text{ด้าน} \times \text{ด้าน}} &= \sqrt{\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส}} \\ \therefore \text{ด้าน} &= \sqrt{\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส}}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๕ บอกเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้ ให้หาด้าน

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีเนื้อที่ ๔๐๐ ตารางเมตร ถามว่าด้านยาวเท่าไร

วิธีทำ



$$\text{ด้าน} \times \text{ด้าน} = \text{เนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส}$$

$$\text{ด้าน} \times \text{ด้าน} = ๔๐๐ \text{ ตารางเมตร}$$

$$\text{ด้าน} \times \text{ด้าน} = ๒๐ \times ๒๐$$

$$\therefore \text{ด้าน} = ๒๐ \text{ เมตร}$$

ตอบด้านยาว ๒๐ เมตร

จากคำอธิบายและตัวอย่างข้างบนนี้ นักเรียนย่อมจะเห็นได้ โดยตนเองแล้วว่า เมื่ออยากทราบความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้ถอดแควรรุคของเนื้อที่ วิธีถอดแควรรุคนี้ นักเรียนได้ทำมาข้างกันแล้ว ฉะนั้นการหาด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยถอดแควรรุค ย่อมไม่ยากอะไร

๖๕ หลักของการหาเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส วิธี

หาเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้น ได้กล่าวไว้แล้วในวิธี
หาเส้นทแยงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งขอเข้าใจอีกทีโดยตัวอย่าง
ข้างดังนี้

ตัวอย่างที่ ๖ บอกเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้ ให้หาเส้นทแยงมุม

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีเนื้อที่ ๑๔๔ ตารางนิ้ว ถามว่า
เส้นทแยงมุมยาวเท่าไร

วิธีทำ

$$ก ก \times ก ก = (ก ข \times ก ข) + (ข ก \times ข ก)$$

$$\text{หรือ} = (ก ข \times ก ข) + (ก ข \times ก ข)$$

$$(\text{เพราะ } ก ข = ข ก)$$



$$(ก ข \times ก ข) + (ก ข \times ก ข) = ๒ (ก ข \times ก ข)$$

$$\text{หรือ} = ๒ \text{ เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส}$$

$$\therefore ก ก \times ก ก = ๒ \text{ เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส}$$

$$\therefore ก ก \times ก ก = ๒ \times ๑๔๔ = ๒๘๘$$

$$ก ก \times ก ก = \sqrt{๒๘๘}$$

$$\text{หรือ} = ๑๖.๙๗๙ \times ๑๖.๙๗๙$$

$$\therefore ก ก = ๑๖.๙๗๙ \text{ นิ้ว}$$

$$\text{ตอบเส้นทแยงมุมยาว } ๑๖.๙๗๙ \text{ นิ้ว}$$

จากตัวอย่างข้างต้นนี้ นักเรียนจะเห็นได้ว่า

$$\text{เส้นทแยงมุม} \times \text{เส้นทแยงมุม} = ๒ \text{ เนื้อ}$$

$$\text{และ} \quad \text{เส้นทแยงมุม} = \sqrt{๒ \text{ เนื้อ}}$$

เพราะฉะนั้นเวลาทำโจทย์นักเรียนจะทำได้ โดยถือความจริง
นั้นเป็นหลักตั้งก็ได้

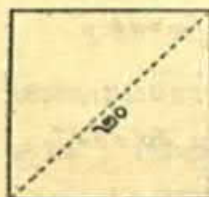
$$\begin{aligned} \text{เส้นทแยงมุม} &= \sqrt{๒ \text{ เนื้อ}} \\ &= \sqrt{๓๔๔ \times ๒} \\ &= \sqrt{๓๖.๘๘๘ \times ๓๖.๘๘๘} \\ &= ๓๖.๘๘๘ \end{aligned}$$

ตอบ ๓๖.๘๘๘

ตัวอย่างที่ ๗ บอกเส้น ทแยงมุม ให้ ให้หาเนื้อของรูปสี่เหลี่ยม
จัตุรัส

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว ๒๐ นิ้ว
ถามว่าเนื้อของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้เป็นเท่าไร

วิธีทำ เส้นทแยงมุม $\times$ เส้นทแยงมุม = เนื้อ + เนื้อ



$$๒๐ \times ๒๐ = ๒ \text{ เนื้อ}$$

$$๔๐๐ = ๒ \text{ เนื้อ}$$

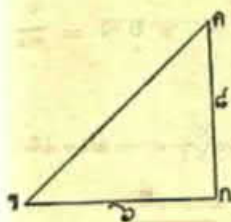
$$๒๐๐ = \text{เนื้อ}$$

ตอบ เนื้อรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ๒๐๐ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๔ ให้หาเนื้อที่ของแผ่นกระดานที่พิงอยู่กับฝา

โจทย์ กระดานแผ่นหนึ่งกว้าง ๘ นิ้ว พิงอยู่กับฝาซึ่งสูง ๘ ศอก
ปลายอีกข้างหนึ่งจรดอยู่กับพื้น ห่างฝา ๖ ศอก จงหาเนื้อ
ที่ของกระดานแผ่นนั้น

วิธีทำ



(๑) หาความยาวของแผ่นกระดานเสียก่อน

(๒) แล้วหาเนื้อที่ของแผ่นกระดานนั้น

$$\begin{aligned} \text{กข} \times \text{กข} &= (\text{กค} \times \text{กค}) + (\text{กข} \times \text{กข}) \\ &= (๘ \times ๘) + (๖ \times ๖) \\ &= ๖๔ + ๓๖ = ๑๐๐ \end{aligned}$$

$$\text{กข} \times \text{กข} = ๑๐ \times ๑๐$$

$$\therefore \text{กข} = ๑๐ \text{ ศอก}$$

$$\therefore \text{เนื้อที่กระดาน} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว}$$

$$= \frac{๘}{๒๕} \times ๑๐ \text{ ศอก}$$

$$= ๓ \frac{๓}{๕} \text{ ตารางศอก}$$

$$\text{ตอบเนื้อที่กระดาน } ๓ \frac{๓}{๕} \text{ ตารางศอก}$$

๖๖ วิธีเบ็ดเตล็ด

ตัวอย่างที่ ๕ โจทย์เกี่ยวกับการปูฝาปูพื้น

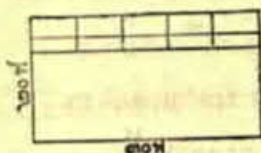
โจทย์ เรือนห้องหนึ่ง กว้าง ๒๐ ฟุต ยาว ๓๐ ฟุต จะปูด้วย
กระดานกว้าง ๖ นิ้ว ยาว ๖ ฟุต ถามว่าจะเดินกระดาน
กี่แผ่น

วิธีทำ

(๑) หาเนื้อที่ของห้อง

(๒) หาเนื้อที่กระดาน ๓ แผ่น

(๓) เนื้อที่ห้อง ÷ เนื้อที่กระดาน = จำนวนกระดาน



$$\text{เนื้อที่ของห้อง} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} = ๓๐ \times ๓๐$$

$$= ๙๐๐ \text{ ตารางฟุต}$$

$$\text{เนื้อที่ของกระดาน} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} = \frac{๖}{๓}$$

$$\times ๖ = ๓ \text{ ตารางฟุต}$$

$$\therefore \text{จำนวนกระดาน} = ๙๐๐ \div ๓ = ๓๐๐ \text{ แผ่น}$$

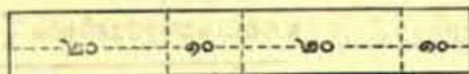
ตอบต้นกระดาน ๓๐๐ แผ่น

ตัวอย่างที่ ๑๐ โจทย์เกี่ยวกับปริมาตรของ

โจทย์ ห้อง ๆ หนึ่งกว้าง ๓๐ ฟุต ยาว ๒๐ ฟุต สูง ๖ ฟุต จะมีตู้ด้วยกระดานขนาดกว้าง ๓ ฟุตจนเต็ม จะต้นกระดานยาวเท่าไร



รูปห้อง



รูปฝาห้องเมื่อจับยึดออก

วิธีทำ (๑) หาเนื้อที่ฝาห้อง

$$(๒) \frac{\text{เนื้อที่ฝาห้อง}}{\text{ความกว้างของกระดาน}} = \text{ความยาวของกระดาน}$$

(เหตุผล เนื้อที่กระดาษที่มีจะต้องเท่ากับเนื้อที่ของผ้าห่อ
จึงจะเต็ม แต่กระดาษที่มีเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพราะ
ฉะนั้นเนื้อที่ $\div$ กว้าง = ยาว)

$$\begin{aligned}\text{เนื้อที่ของผ้าห่อ} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \\ &= ๒ \times (๒๐ + ๓๐ + ๒๐ + ๓๐) \\ &= ๒ \times ๑๐\end{aligned}$$

$$= ๓๖๐ \text{ ตารางฟุต}$$

$$\text{เนื้อที่กระดาษ} = \text{เนื้อที่ผ้าห่อ}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ความยาวของกระดาษ} &= \frac{\text{เนื้อที่กระดาษ}}{\text{ความกว้างของกระดาษ}} \\ &= \frac{๓๖๐}{๓} = ๓๖๐ \text{ หลา}\end{aligned}$$

ตอบต้องใช้กระดาษยาว ๓๖๐ หลา

ตัวอย่างที่ ๑๑ โจทย์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือแผ่น
โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง กว้าง ๕๐ หลา ยาว ๕๐ หลา
มีถนนกว้าง ๕ หลาอยู่ภายในโดยรอบ จงหาเนื้อที่
ของถนน

วิธีทำ (๑) วาดค่อนถนนให้เป็นรูปสี่เหลี่ยม

(๒) หาเนื้อที่ของถนนตามแบบหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เนื้อที่ถนน = กว้าง $\times$ ยาว



$$= 2 \times \left\{ (40 + 40) + (20 - 4) \times 2 \right\}$$

$$= 2 \times (40 + 40 + 32 + 32)$$

$$= 2 \times 144$$

$$= 288 \text{ ตารางหลา}$$

ตอบเนื้อที่ถนน ๒๘๘ ตารางหลา

เมื่อนักเรียนเข้าใจเหตุผลดังได้อธิบายและยกตัวอย่างมาให้ดู
โดยละเอียดดังข้างบนนี้ นักเรียนก็ควรจะทำโจทย์ด้านนี้เกี่ยวกับรูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้า และรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสได้ตลอด

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๓

- (๑) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกับรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสต่างกันอย่างไร ?
- (๒) จงเขียนรูปแสดงให้เห็นว่า ๓ ตารางฟุต กับ ๓ ฟุตตารางเหลี่ยม
แตกต่างกันอย่างไร ?
- (๓) เมื่อเอาจำนวนข้างล่างนี้คูณกัน ได้ตอบเป็นอะไร ?

ก. ๕ ๕	ค. ๕ ฟุต ๓
ข. ๕ ฟุต ๕ ฟุต	ง. ๕ ตารางฟุต ๓
- (๔) เนื้อที่ห้องกับเนื้อที่ผืนต่างกันอย่างไร ?
- (๕) เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมหมายความว่าอะไร ?

- (๖) เส้นรอบรูปของห้องหมายความว่าอย่างไร ?
- (๗) ถ้ามีเหตุผลอย่างไรจึงว่าเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับด้านกว้างคูณด้านยาวคูณกัน
- (๘) ถ้ามีเหตุผลอย่างไรที่จะแสดงว่าเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหารด้วยด้านยาว เท่ากับด้านกว้าง และหารด้วยด้านกว้าง เท่ากับด้านยาว
- (๙) การหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส อาศัยความจริงเหมือนกัน หรือต่างกัน กับ การหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไร หรือไม่ เพราะเหตุใด ?
- (๑๐) จงพิสูจน์ให้เห็นว่า เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสเท่ากับด้านคูณตัวเอง
- (๑๑) จงพิสูจน์ให้เห็นว่า เนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสเท่ากับครึ่งหนึ่งของเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสบนเส้นทะแยงมุมของมัน
- (๑๒) จงพิสูจน์ให้เห็นว่า เส้นทะแยงมุมรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสเท่ากับ $\sqrt{2}$ ด้าน
- (๑๓) เวลาจะเข้านกกว้างด้านยาวคูณกันเพื่อหาเนื้อที่นั้น เหตุใดจึงต้องแปลงกว้างยาวให้เป็นอย่างเดียวกันเสียก่อน ถ้าไม่แปลงจะเป็นอย่างไร ?
- (๑๔) เนื้อที่ถ้าจะตอบเป็นตารางวา และความยาวถ้าจะตอบเป็นตารางวาแทนจะพอผกผันกันได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ?

(๑๕) การเขียนโดยวิธีจำ กับการเขียนโดยวิธีคิดเหตุคิดผล ทั้ง
สองวิธีนี้ วิธีไหนจะดีกว่า เพราะเหตุใด?
บอกกว้างยาวให้ ให้หาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และ
รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส

(๑๖) กว้าง ๕ นิ้ว ยาว ๖ นิ้ว

(๑๗) กว้าง ๔ หลา ๒ ฟุต ยาว ๔ หลา ๓ ฟุต

(๑๘) กว้าง ๕ เมตร ยาว ๒๐ เมตร

(๑๙) กว้าง ๒๐ ศอก ยาว ๓๕ ศอก

(๒๐) กว้าง ๓๒๐ วา ยาว ๓๒๐ วา

(๒๑) กว้าง ๕ เส้น ยาว ๘ เส้น

จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ซึ่งมีด้านยาวดังต่อไปนี้

(๒๒) ยาวด้านละ ๓๕ นิ้ว

(๒๓) ยาวด้านละ ๓๓ ฟุต

(๒๔) ยาวด้านละ ๗๕ เมตร

(๒๕) ยาวด้านละ ๔๐ เส้น

(๒๖) ยาวด้านละ ๓๐ ไร่

(๒๗) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งยาวเป็น ๔ เท่าของกว้าง ถ้าด้านยาว
เป็น ๒๐ เส้น จงหาด้านกว้าง

(๒๘) ถ้าที่นาราคาไร่ละ ๒๐ บาท จงหาราคาที่นาซึ่งกว้าง ๓๒ เส้น
ยาว ๒๐ เส้น

- (๒๘) จงหาค่าทาดี่ผาเรือน ซึ่งกว้าง ๓๒ เมตร ยาว ๘๐ เมตร
ค่าทาดี่ตารางเมตรละ ๓๕ สตางค์
- (๒๙) จงหาเนื้อที่ของพื้นที่ซึ่งกว้าง ๒๐ ฟุต ยาว ๓๐ ฟุต
- (๓๐) จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งกว้าง ๒.๕ นิ้ว ยาว ๔.๓๖ นิ้ว
- (๓๑) จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งกว้าง ๖๕๐ กิโลเมตร ยาว ๘๐๐ กิโลเมตร
- (๓๒) จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้านยาว ๒๔ ฟุต ๖ นิ้ว
- (๓๓) จงหาเนื้อที่ของสนาม ซึ่งกว้าง ๔๘ ฟุต ยาว ๖๐ ฟุต และถ้า
เดี่ยค่าปลูกหญ้าตารางหลาละ ๒๕ สตางค์ จะดินเงินค่าปลูก
หญ้าเท่าไร ?
- (๓๔) คตาคแห่งหนึ่งมีถนนยาวทั้งหมด ๘ ไมล์ ถ้าความกว้างของ
ถนนเฉลี่ยได้ ๘ เมตร ถามว่าเนื้อที่ของถนนมีกี่ไร่ ?
- (๓๕) ถ้าทางรถไฟกว้าง ๓ เมตร ทางยาว ๓ กิโลเมตร จะมีเนื้อที่
กี่ไร่ ?
- (๓๖) สมมุติว่าหนังสือพิมพ์ฉบับหนึ่ง พิมพ์ออกจำหน่ายวันละ
๔๐๐๐ ฉบับ ฉบับหนึ่งมี ๓๒ แผ่น และแผ่นหนึ่งมีขนาด
กว้าง ๒๕ นิ้ว ยาว ๓๖ นิ้วไทย ถามว่าถ้าจะเอาหนังสือพิมพ์
ที่ออกในวันหนึ่งไปป้อนที่นา จะปกคลุมเนื้อที่ได้กี่ไร่ ?

(๓๘) กติกรผู้หนึ่งเสียค่าเช่านารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง ๓๒ เซ็น
ยาว ๒๐ เซ็น เป็นเงินปีละ ๓๖๐ บาท ถามว่าเขาเสียค่าเช่า
ไร่ละเท่าไร ?

(๓๙) กติกรผู้หนึ่งเสียค่ารั้ววัดนาเป็นเงินปีละ ๕๕ บาท โดยเสีย
ไร่ละ ๕๐ สตางค์ ถามว่ากติกกรผู้นั้นมีเนื้อไร่ ?

(๔๐) นารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแปลงหนึ่งมีขนาดยาวสองเท่ากว้าง และ
ถ้าเขาจะทำรั้วล้อมรอบจะสิ้นเงิน ๓๖๘๖ บาท โดยเสียค่าทำ
วาระ ๓.๕๐ บาท จงหาเนื้อที่ของนา

(๔๑) นารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีทางเดิน โดยรอบยาว ๓๓๐๐ เมตร
ถ้านาหน้ายาว ๒ เท่ากว้าง ถามว่านามีเนื้อไร่ ?

(๔๒) ถนนสายหนึ่งยาว ๘๐ กิโลเมตร และกว้างเฉลี่ยได้ ๘ เมตร
ถามว่าถนนนี้มีเนื้อไร่ ?

บอกเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้ บอกด้านกว้างให้ ให้หาด้านยาว
จงหาความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีเนื้อที่และด้านกว้าง
ดังต่อไปนี้

(๔๓) เนื้อที่ ๕๔๐๐ ตารางเมตร ด้านกว้าง ๔๐ เมตร

(๔๔) เนื้อที่ ๓๐๐ ตารางฟุต ด้านกว้าง ๒๐ ฟุต

(๔๕) เนื้อที่ ๓ ไร่ ด้านกว้าง ๓๕ วา

(๔๖) เนื้อที่ ๒๐๐ ไร่ ด้านกว้าง ๒๐๐ เมตร

บอกเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้ บอกด้านยาวให้ ให้หาด้านกว้าง
จงหาด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีเนื้อที่และด้านยาว
ดังต่อไปนี้

- (๔๗) เนื้อที่ ๔๐๐ ไร่ ยาว ๕๐ เด็น
- (๔๘) เนื้อที่ ๓๒๐๐ ตารางฟุต ยาว ๔๐ ฟุต
- (๔๙) เนื้อที่ ๓ ตารางฟุต ๖๕ ตารางนิ้ว ยาว ๒ ฟุต
- (๕๐) เนื้อที่ของแปลงถั่วซึ่งแปลงหนึ่งเป็น ๓ ไร่ ถ้าด้านกว้างเป็น
๓๕ วา ด้านยาวเป็นกี่วา ?
- (๕๑) จงหาด้านยาวของหิ้งซึ่งกว้าง ๒๐ ฟุต หิ้งนี้ใช้กระเบื้องขนาด
๖ นิ้วสี่เหลี่ยมปู พื้นกระเบื้อง ๕๖๖๐ แผ่น พอดี
- (๕๒) ข้าวโพดแปลงหนึ่งมีเนื้อที่ ๓๐ ไร่ ถ้าด้านกว้าง ๘๐ เมตร
ด้านยาวยาวกี่เด็น ?
- (๕๓) ถ้ากระดาศหนึ่งยาว ๕๐ เด็น จะสามารถปูโคนดัมประศ
ได้เป็นเนื้อที่ ๓๖๐๐ ตารางเมตร ถามว่ากระดาศกว้างเท่าไร ?
- (๕๔) ถ้าจะมุงหลังคารูปเพิงหมาแหงน ด้วยสังกะสีขนาดยาว ๖ ฟุต
กว้าง ๒๕ นิ้ว ก็จะต้องใช้สังกะสี ๖๐ แผ่นพอดี ถ้าเพิงนั้นกว้าง
๓๕ ฟุต ถามว่ายาวเท่าไร ?
- (๕๕) ที่นาแปลงหนึ่งยาว ๓๐ เด็น ถามว่าจะต้องกว้างกี่เด็นจึง
จะมีเนื้อที่ ๒ เท่าของนาซึ่งกว้าง ๖ เด็น ยาว ๘ เด็น
- (๕๖) พื้นทึบของห้อง ๆ หนึ่ง กว้าง ๓๒ ฟุต ยาว ๓๐ ฟุต พื้นของอีก

ห้องหนึ่งมีเนื้อที่ ๒ เท่าของห้องแรก ถ้าห้องหลังนี้มีคาน

กว้าง ๓๐ ฟุต จะมีคานยาวเท่าไร ?

รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสบอกเนื้อที่ให้ให้หาคำน

งหาคานของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสซึ่งมีเนื้อที่ดังต่อไปนี้

(๕๗) เนื้อที่ ๖๒๕ ไร่

(๕๘) เนื้อที่ ๓๘๓๖ ตารางหลา

(๕๙) เนื้อที่ ๕๓๘๔ ตารางเมตร

(๖๐) เนื้อที่ ๒๒๕๐๐ ตารางฟุต

(๖๑) ถ้าค่าทำสนามรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสสนามหนึ่ง เป็นเงิน ๓๒๕๐ บาท โดยเสียค่าทำตารางเมตรละ ๒ บาท ถามว่าสนามนั้นกว้าง ยาวเท่าไร ?

(๖๒) ถามว่านารูปสี่เหลี่ยมจตุรัสซึ่งมีเนื้อที่ ๓๘๖ ไร่ จะมีคานยาว เท่าไรเมตร ?

(๖๓) มีนารูปสี่เหลี่ยมจตุรัสอยู่สามแปลง ๆ ที่หนึ่งมีคานยาว คำน ละ ๘๐ วา แปลงที่สองมีคานยาว ๖๐ วา แปลงที่สามมีเนื้อที่ เท่ากับแปลงที่หนึ่งทั้งสองรวมกัน ถามว่าแปลงที่ สามมีคาน ยาวคานละกี่เมตร ?

(๖๔) นารูปสี่เหลี่ยมจตุรัสแปลงหนึ่ง เจ้าของต้องเสียค่าเกดที่ดิน ตารางเมตรละ ๒๕ สตางค์ ขึ้นเงิน ๘๐๐.๐๐ บาท ถามว่าเขา จะเสียค่าถมรั้วเท่าไร ถ้าค่าถมรั้วตกเมตรละ ๕๐ สตางค์

รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสบอกเนื้อที่ให้ ให้หาเส้นทแยงมุม

จงหาเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสซึ่งมีเนื้อที่ดังต่อไปนี้

- (๖๕) เนื้อที่ ๑๖๘ ตารางนิ้ว
- (๖๖) เนื้อที่ ๖๗๖ ตารางฟุต
- (๖๗) เนื้อที่ ๗๒๒๕ ตารางเมตร
- (๖๘) เนื้อที่ ๓๐๒๕ ไร่

รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสบอกเส้นทแยงมุมให้ ให้หาเนื้อที่

จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสซึ่งมีเส้นทแยงมุมยาวดังต่อไปนี้

- (๖๙) ๓๕๖ ฟุต
- (๗๐) ๓๒ เมตร
- (๗๑) ๓๕ เส้น
- (๗๒) ๔๕ วา
- (๗๓) ๗๗ นิ้ว

โจทย์เกี่ยวกับแก้ปัญหียง

- (๗๔) หียง ๆ หนึ่งกว้าง ๑๖ ฟุต ยาว ๑๖ ฟุต จะปูพรมซึ่งมีขนาดกว้าง ๒๕ ฟุตจนเต็ม ดังนั้นจะต้องใช้พรมยาวเท่าไรจึงจะพอ?
- (๗๕) ถ้าหากพรมน้ำมันมีราคาตารางฟุตละ ๒.๒๕ บาท ถามว่าจะค้นค่าพรมเท่าไรจึงจะปูหียงซึ่งยาว ๑๖ ฟุต กว้าง ๒๕ ฟุตเต็มพอดี?

- (๗๖) ห้องหนึ่งกว้าง ๓๐ เมตร ยาว ๕๐ เมตร จะปูด้วยขนาดกว้าง
เมตรครึ่งจนเต็ม ถ้าราคาเนื้อเป็นหลอดละ ๐.๕๕ บาท ถามว่า
จะสิ้นค่าเนื้อเท่าไร ?
- (๗๗) จงหาค่าเทคอนกรีตของพื้นซึ่งกว้าง ๓๐ คืบ ยาว ๓๐ คืบ
ค่าเทคอนกรีตคิดตารางเมตรละ ๓.๒๕ บาท
- (๗๘) ถ้าข้าพเจ้าต้องเสียเงิน ๓๒๐ บาท ถ้าหับเป็นค่าเทคอนกรีต
พื้นห้องซึ่งมีขนาดกว้างยาวด้านละ ๒๔ เมตร ถามว่าข้าพเจ้า
จะต้องเสียเงินค่าเทคอนกรีตของห้องซึ่งกว้าง ๓๕ เมตร ยาว
๓๗ เมตร เท่าไร ค่าเทคอนกรีตต่อตารางเมตรเท่ากัน
- (๗๙) ถ้าข้าพเจ้า ต้องเสียเงิน ค่าปูกระเบื้องพื้นห้องซึ่งกว้าง ๓๒ ฟุต
ยาว ๓๗ ฟุต ๖ นิ้ว เป็นเงิน ๙๓ บาท ถามว่าข้าพเจ้าจะ
ต้องเสียเงินค่าปูกระเบื้องของห้องซึ่งกว้าง ๔๖ ฟุต ยาว ๒๓ ฟุต
๓ นิ้ว เท่าไร ?
- (๘๐) ถามว่าพรมซึ่งกว้าง $2\frac{1}{2}$ หลา ยาว $3\frac{3}{4}$ หลา จะคลุมพื้นที่
กี่เปอร์เซ็นต์ ถ้าพื้นกว้าง ๓๕ ฟุต ยาว ๒๖ ฟุต
- (๘๑) โรงเรียนหลังหนึ่งมีห้องเรียนกว้าง ๘ เมตร ยาว ๕๐ เมตร
จะปูด้วยไม้กระดานขนาดหนา ๓ นิ้ว กว้าง ๘ นิ้ว ยาว ๕ เมตร
ถามว่าจะสิ้นกระดานกี่แผ่น (๑ เมตรคิด ๕๐ นิ้วฟุต)
- (๘๒) จะมุงหลังคาโรงเรียนด้วยกระเบื้องไทย จะสิ้นกระเบื้องเท่าไร
หลังคามันเป็นทรงหน้าจั่ว จันทันยาว ๓๒ ฟุต ออกไปยาว ๖๐ ฟุต
กระเบื้องไทยแผ่นหนึ่งมุงได้กว้าง ๓ นิ้ว ยาว ๕ นิ้ว

- (๔๓) จงหาจำนวนกระดานผืนขนาดหน้ากว้าง ๖ นิ้ว ยาว ๓๕ นิ้ว สำหรับมาตัดผ้าหุ้มซึ่งกว้าง ๓๒ ฟุต ยาว ๒๐ ฟุต สูง ๖ ฟุต
- (๔๔) หอพักทรงหน้าจั่วหลังหนึ่ง กว้าง ๓๒ ฟุต ยาว ๕๐ ฟุต เท่ากันทั้งสองด้าน จมูกคิ้วตั้งกระดี่ขนาดยาว ๖ ฟุต ถ้าตั้งกระดี่แผ่นหนึ่งคลุมเนื้อที่ได้กว้าง ๒๐ นิ้ว ถามว่าใช้ตั้งกระดี่กี่แผ่นจึงจะพอ ?
- (๔๕) ถ้าจะใช้กระเบื้องขนาดกว้าง ๕ นิ้ว ยาว ๖ นิ้ว มาปูในห้องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งกว้าง ๓๖ ฟุต ยาว ๕๐ ฟุต จะสิ้นกระเบื้องกี่แผ่น ?
- (๔๖) จงหาค่าปูพรมห้องซึ่งกว้าง ๔๒ ฟุต ยาว ๖๐ ฟุต ด้วยพรมขนาดกว้าง ๓๖ นิ้ว หด พรมราคาหลอดละ ๔.๕๐ บาท
- (๔๗) ถ้าจะปูพื้นห้องด้วยไม้ขนาดหน้า ๓ นิ้ว กว้าง ๓๐ นิ้ว ยาว ๓๕ ฟุต และห้องนั้นกว้าง ๒๒๕ ฟุต ยาว ๓๐ ฟุต จะต้องใช้ไม้กี่แผ่น ?
- (๔๘) พนักอิงที่ทำจากรัฐบาตแห่งหนึ่ง ปูด้วยกระเบื้องขนาด ๖ นิ้ว สี่เหลี่ยม สิ้นกระเบื้อง ๓๖๐๐ แผ่นพอดี ถามว่าถ้าจะใช้อิฐซึ่งมีขนาดกว้าง ๔ นิ้ว ยาว ๘ นิ้วแทน จะสิ้นอิฐกี่แผ่น ?
- (๔๙) ที่แปลงหนึ่งกว้าง ๔๕ เมตร ยาว ๖๓ เมตร จะแบ่งเป็นแปลงให้นกเรียนปลูกผักคนละ ๓ แปลง แปลงหนึ่งมีขนาด

กว้าง ๓.๕๐ เมตร ยาว ๕.๕๐ เมตร ดังนั้นจะพอสำหรับนักเรียน
กี่คน ?

- (๗๐) จะใช้กระเบื้องขนาดกว้าง $\frac{3}{4}$ นิ้ว กว้าง กี่แผ่น กี่แถว เพื่อปูพื้นกว้าง ๒๗ ฟุต ยาว ๓๐ ฟุต ถ้าหากกระเบื้องมีราคาพื้นละ ๓๖.๕๐ บาท จะต้นทุนค่ากระเบื้องเท่าไร ?
- (๗๑) ถ้าลดสำหรับตัวจริงหมี่ตาขนาดกว้าง ๔ นิ้ว ยาว ๖ นิ้ว ถามว่าลดตั้ง ๒๖ นิ้ว ซึ่งลดออกมาหนี่งกว้างยาวด้านละ ๓๐ ฟุตอยู่นั้น จะมีค่ากี่ยก ?
- (๗๒) ดมุดเล่มหนึ่งมี ๓๐๐ หน้า และหน้ามีขนาดกว้าง ๓๐ นิ้ว ยาว ๑๕ นิ้ว ถามว่าถ้าจะเอาเล่มดมุดมีขนาดกว้าง $\frac{3}{4}$ นิ้ว ยาว ๓ นิ้ว ไปปิดจนเต็มทุกหน้า จะต้นทุนเล่มดมุด กี่บาท ?

๑. ใจทยเกี่ยวกับมีช่องหรือมีถนนอยู่กลางแจ้งและรอบๆ

- (๗๓) ต่ำนพญารูปดีเหลี่ยมผืนผ้ากว้าง ๓๐ ฟุต ยาว ๘๐ ฟุต มีทาง
เดินกว้าง ๓๐ ฟุต ล้อมอยู่ด้านนอก จงหาเนื้อที่ของถนน
(๗๔) ห้องหนึ่งกว้าง ๒๐ ฟุต ยาว ๓๕ ฟุต ใช้พรมปูตรงกลาง เว้น
ช่องตามยาวข้างละ ๔ ฟุต ตามกว้างข้างละ ๒ ฟุต จงหาราคา
ของพรมที่ปู พรม ๓ ตารางหลา มีราคา ๓.๕๐ บาท
(๗๕) ห้องๆ หนึ่งกว้าง ๓๕ ฟุต ยาว ๔๕ ฟุต จะใช้พรมขนาดกว้าง
๕๕ นิ้ว ปูภายใน ให้รอบพรมอยู่ห่างจากริมห้อง ๔ ฟุต
รอบด้าน ดังนั้นจะต้องใช้พรมยาวกี่หลาจึงจะพอ และถ้าพรม
มีราคาหลาละ ๔.๕๐ บาท จะต้นค่าพรมเท่าไร ?

- (๘๐) ห้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสห้องหนึ่ง มีด้านยาวด้านละ ๓๐ ฟุต มี
พรมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ ๓๐ ฟุต ปูอยู่ตรงกลาง
พอดี ดังนั้นถามว่าเนื้อที่ที่ไม่ได้ปูพรมมีเท่าไร ?
- (๘๑) ดานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่ง กว้าง ๕๐ เมตร ยาว ๖๐ เมตร
มีสนามรูปสี่เหลี่ยมอยู่ข้างใน ระหว่างขอบสนามกับขอบ
ดานมีถนนกว้างเท่ากันล้อมอยู่รอบด้าน ถ้าด้านยาวของสนาม
ข้างในเป็น ๓๐ เมตร ถามว่าสนามกว้างเท่าไร ?
- (๘๒) จงหาเนื้อที่ของถนนซึ่งกว้าง ๓๐ ฟุต และล้อมสนามหญ้าซึ่ง
กว้าง ๖๐ ฟุต ยาว ๓๐๐ ฟุต อยู่โดยรอบ

หาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมเอียง

- (๘๓) จงหาเนื้อที่ของกระดานซึ่งกว้าง ๓๕ นิ้ว พึงอยู่กับฝา ปลาย
ข้างบนจรดฝ้าสูงจากพื้นดิน ๘ ฟุต ปลายข้างล่างจรดพื้น ห่าง
จากฝ้า ๖ ฟุต ถามว่ากระดานแผ่นนั้นมีเนื้อที่เท่าไร ?
- (๘๔) กระดานแผ่นหนึ่งพาดอยู่กับเรือน ปลายบนอยู่สูง ๓๕ ฟุต
ปลายล่างอยู่ห่างเรือน ๘ ฟุต ถ้ากระดานนั้นกว้าง ๓ ฟุต
จงหาเนื้อที่ของกระดานนั้น
- (๘๕) จงหาเนื้อที่ของหลังคาหน้าจั่ว ซึ่งมีช้อยยาว ๘ เมตร ตั้งสูง
๓ เมตร และจันทันยาวเกินช้อยออกไป ๐.๕๐ เมตร ออกไป
ยาว ๑.๕ เมตร

- (๓๐๒) หลังกาเพิงหมาแหงนมีช่องช้อยยาว ๕ เมตร มีตั่งสูง ๓ เมตร
หลังกายาว ๒๐ เมตร จงหาเนื้อที่

ใจทย์เปิดเต๊ต

- (๓๐๓) เรือนเช่าแถวหนึ่งมี ๒๐ ห้อง ๆ หนึ่งมี ๓๒ หน้าต่าง ๆ หนึ่งมี
๒ บาน ๆ หนึ่งมี ขนาดกว้าง ๕๐ นิ้ว ยาว ๕๐ นิ้ว ถามว่าถ้า
จะได้กระจกหน้าต่างทุกบาน โดยเสียค่ากระจกตารางฟุตละ
๒๕ สตางค์ จะสิ้นเงินเท่าไร ?

- (๓๐๔) ถามว่าจะเสียค่าเอาทรายมาถมสนามซึ่งกว้าง ๒๐ เมตร ยาว
๓๐ เมตร เท่าไร ถ้าถมคกตารางเมตรละ ๐.๓๗๕ บาท

- (๓๐๕) ถ้าที่ดินมีราคาตารางวาละ ๓๒.๕๐ บาท จงหาราคาที่ดินซึ่งมี
ขนาดกว้าง ๓.๒๕ เด็น ยาว ๓.๕ เด็น

- (๓๐๖) สนามแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง ๖๓ เมตร ยาว
๓๓๒ เมตร ถ้าจะแปลงให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยให้
มีเนื้อที่เท่าเดิม จะต้องเพิ่มด้านกว้างเข้าและลดด้านยาวลง
เท่าไร ?

- (๓๐๗) ถ้าแม่ไก่หนึ่งตัวต้องการเนื้อที่คอก ๔ ตารางฟุต ถามว่าคอก
ซึ่งกว้าง ๒๐ ฟุต ยาว ๖๐ ฟุต จะจุไก่ได้กี่ตัว ?

- (๓๐๘) ถ้ากระบือหนึ่งตัวต้องการเนื้อที่สำหรับนอน ๓ ตารางวา คอก
กระบือซึ่งกว้าง ๖ เมตร ยาว ๗ เมตร จะพอให้กระบือ
กี่ตัว ?

- (๓๐๗) ถ้านักเรียนคนหนึ่งต้องการที่สำหรับนอน กว้าง ๒ เมตร ยาว ๒ เมตร ถามว่าเรือนนอนซึ่งมีขนาดกว้าง ๓๐ เมตร ยาว ๒๐ เมตร จะจุนักเรียนนอนกี่คน ?
- (๓๐๘) ถ้าต้องเสียค่าทำดีเพดานห้อง ๓๗.๕๐ บาท ในอัตราตารางฟุต ละ ๓๕ สตางค์ ถ้าความกว้างของเพดานเป็น ๓๐ ฟุต ถามว่าความยาวเป็นเท่าไร ?
- (๓๐๙) ข้าพเจ้าให้เขาเช่านาไปไร่ละ ๕๐ สตางค์ ได้เงิน ๒๕๐.๐๐ บาท ถ้านาของข้าพเจ้ายาว ๓๐ เส้น ถามว่ายาวเท่าไร ?
- (๓๑๐) ถ้าเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสเป็น ๓๘๖ ตารางฟุต ถามว่าเส้นรอบรูปของมันเป็นยาวเท่าไร ?
- (๓๑๑) ข้าพเจ้ามีนารูปสี่เหลี่ยมจตุรัสอยู่แปลงหนึ่งมีเนื้อที่ ๖๒๕๐๐ ไร่ ถ้าข้างเขาทำรั้วได้เส้นละ ๒.๕๐ บาท จนวนรอบ ถามว่าจะสิ้นค่าทำรั้วเท่าไร ?
- (๓๑๒) ถ้าถดถิกรดำเดินเร็วชั่วโมงละ ๕ กิโลเมตร ถามว่าเขาจะเดินรอบนาของเขาซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส และมีเนื้อที่ ๖๒๕ ไร่ ในเวลานานเท่าไร ?
- (๓๑๓) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเนื้อที่เท่ากับรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสตามรูป ซึ่งมีด้านยาว ๓๘, ๓๘ และ ๒๐ เมตร ตามลำดับ ถามว่าถ้าด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาว ๓๓ เมตร อีกด้านหนึ่งจะยาวเท่าไร ?

- (๓๑๖) จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง ซึ่งมีด้านหนึ่งยาว ๔๐ เมตร และเส้นรอบรูปของมันเป็นยาว ๒๐๐ เมตร
- (๓๑๗) จงหาค่าทางสี่เหลี่ยมซึ่งกว้าง ๓๐ เมตร ยาว ๓๐ เมตร สูง ๓ เมตร อัตราค่าทางสี่เหลี่ยมเมตรละ ๕๐ สตางค์
- (๓๑๘) เพดานของห้องๆหนึ่ง กว้าง ๕ เมตร ยาว ๘ เมตร ถ้าจะปิดด้วยกระดาษหนึ่งดื้อพิมพ์ ซึ่งกว้าง ๐.๔๐ เมตร ยาว ๐.๗๐ เมตร ก็แผ่นจึงจะพอ?
- (๓๑๙) ถ้านาย ข. เดินเร็วชั่วโมงละ ๓๒๐ เดิน เขาจะเดินอยู่นาน ๕๐ นาที จึงจะรอบไร่ข้าวโพดของเขา ถามว่าถ้าไร่ข้าวโพดนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส จะมีเนื้อที่กี่ไร่?
- (๓๒๐) ถ้าไร่ข้าวโพดมีราคาหาบละ ๓.๐๐ บาท และถ้าที่ ๓ ไร่ปลูกข้าวโพดได้ ๖ หาบ ถามว่าถ้านาย ก. ปลูกไร่ข้าวโพดกว้าง ๒๐ เมตร ยาว ๒๕ เมตร เขาจะได้เงินค่าไร่ข้าวโพดเท่าไร?
- (๓๒๑) ถ้าใช้กระดาษมาปิดห้องซึ่งกว้าง ๓๐ ฟุต ยาว ๖๐ ฟุต จะใช้กระดาษยาวถึง ๘๐๐ ฟุต จึงจะพอดี ถามว่ากระดาษที่ใช้บัตินั้นมีขนาดกว้างเท่าไร?
- (๓๒๒) ด่านแห่งหนึ่งกว้าง ๕๓ เมตร ยาว ๘๒ เมตร มีสนามหญ้าอยู่ตรงกลาง สนามหญ้านั้นมีถนนกว้าง ๖ เมตรล้อมอยู่ จงหาด้านกว้างและด้านยาวของสนาม รอบถนนจดเขตที่ดินพอดี

- (๓๒๓) นารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแปดเหลี่ยมมีด้านกว้าง ๓๓๓๘ เมตร เส้น
 ทแยงมุมยาว ๓๙๓๒ เมตร ถามว่าพหุนามเนื้อที่กี่ไร่?
- (๓๒๔) จงหาเนื้อที่ของที่ดินซึ่งมีด้านตั้งสูง ๔ เมตร ขอบยาว ๖ เมตร
 และออกไร่ยาว ๓๐ เมตร
- (๓๒๕) เนื้อที่ที่ดินจะมากกว่าเนื้อที่พื้นที่เท่าไร ถ้าเรื่อนั้นกว้าง
 ๘ เมตร ยาว ๔๐ เมตร และตั้งสูง ๓ เมตร (ความกว้าง
 ของพื้นที่ยอมเท่ากับ ความกว้างของเรือเป็นธรรมดา)

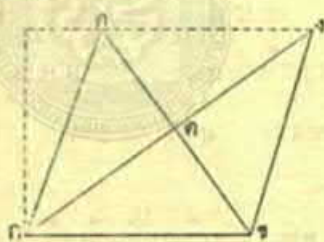


บทที่ ๖

ว่าด้วยการหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม

ในการหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ นั้น ถ้านักเรียนเข้าใจหลักของมันที่แท้ ก็จะรู้ได้ง่าย นักเรียนจงค่อย ๆ พิจารณาเหตุผลตามคำอธิบายต่อไปนี้ ให้ดี แล้วจะสามารถหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมทุกชนิดได้ โดยไม่ยากเลย

๖๘ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมกับรูปสามเหลี่ยมในรูปข้างล่างนี้



ก ข ค และ ก ข ง เป็นรูปสามเหลี่ยม มีฐาน ก ข อันเดียวกัน และสูงเท่ากัน ถ้านักเรียนจะคิดรูปสามเหลี่ยม ก ค ต กับรูปสามเหลี่ยม ข ค ต ออกมาซ้อนกันดู นักเรียนจะเห็นว่ามันจะเท่ากันพอดี

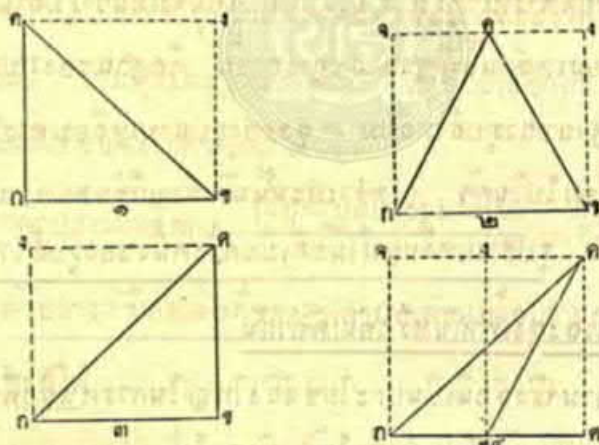
เมื่อรูปสามเหลี่ยม ก ค ต = รูปสามเหลี่ยม ข ค ต

∴ รูปสามเหลี่ยม ก ต ค + รูปสามเหลี่ยม ก ข ต = รูป
สามเหลี่ยม ข ต ง + รูปสามเหลี่ยม ก ต ข

∴ รูปสามเหลี่ยม ก ข ค = รูปสามเหลี่ยม ก ข ง

หรือพูดอีกอย่างหนึ่งว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีฐานและมีสูงอัน
เดียวกันหรือเท่ากัน จะมีเนื้อที่เท่ากันด้วย นี่เป็นความจริงที่
นักเรียนค้นหาได้เอง และความจริงนี้ ค่อยไปจะเอาไปใช้ให้เป็น
ประโยชน์ได้มาก

๖๘ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสามเหลี่ยมกับรูปสี่เหลี่ยม



รูป ก ข ค เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ก ข ง ค เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือผืนผ้า ซึ่งสร้างขึ้น

โดยลากเส้น ข ง ให้ขนานกับ ก ก และลากเส้น ค ง ให้ขนาน
กับ ก ข ถ้าตัดรูปสามเหลี่ยม ก ข ค กับรูปสามเหลี่ยม ค ข ง
ออกที่ข้อชนกันดู นักเรียนจะเห็นว่ามันเท่ากัน

∴ รูปสามเหลี่ยม ก ข ค = ครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม ก ข ง ค

โดยทำนองเดียวกันก็จะแสดงให้เห็นว่า—

ในรูป ๒ รูปสามเหลี่ยม ก ข ค = ครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม ก ข ง ค

ในรูป ๓ รูปสามเหลี่ยม ก ข ค = ครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม ก ข ง ค

ในรูป ๔ รูปสามเหลี่ยม ก ข ค = ครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม ก ข ง ค

โดยพิจารณาที่รูป ๑, ๒, ๓ นักเรียนจะเห็นว่ารูปสามเหลี่ยมและ
รูปสี่เหลี่ยมเหล่านี้นั้นมีฐานและสูงเท่ากัน คือฐานของรูปสามเหลี่ยม
ต่างเป็นฐานของรูปสี่เหลี่ยม สูงของรูปสามเหลี่ยมต่างเป็นสูงของ
รูปสี่เหลี่ยมไปในตัว เพราะฉะนั้นนักเรียนก็ค้นพบความจริงข้อที่
ข้อหนึ่งคือ รูปสามเหลี่ยมมีเนื้อที่เป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ซึ่งมีฐานและสูงเท่ากันหรืออันเดียวกัน

ความจริงข้อนี้เป็นประโยชน์อย่างยิ่งใหญ่ในการหาเนื้อที่ของรูปสาม
เหลี่ยม ดังนั้นนักเรียนจะเห็นได้ในข้อต่อไป

๖๘ หลักของการหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมเมื่อเราบอกฐานและ

สูงให้

เราพบความจริงจากข้างบนนี้ว่า

เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม = ครึ่งหนึ่งของเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี
ฐานและสูงเท่ากัน

แต่เราเวียนมาได้แล้วว่า เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = สูง $\times$ ฐาน

$$\therefore \text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม} = \frac{\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า}}{2} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2}$$

หรือจะพูดอีกอย่างหนึ่งว่า ในการหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม โดย

เราบอกสูงและฐานให้มัน เราเอาสูง $\times$ ฐาน ให้เป็นเนื้อที่ของรูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้าเสียก่อน แล้วจึงเอา ๒ แบ่งครึ่งให้เป็นเนื้อที่ของ

รูปสามเหลี่ยม เพราะรูปสามเหลี่ยมมีเนื้อที่เป็นครึ่งหนึ่งของรูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีสูงและฐานเท่ากัน หรืออันเดียวกัน

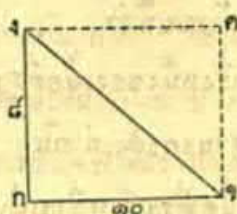
เหตุนี้นักเวียนจงจำความจริงไว้ว่า

$$\text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม} = \frac{\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า}}{2} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2}$$

๘. ตัวอย่างวิธีหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมเมื่อเราบอกสูงและ
ฐานให้

ตัวอย่างที่ ๑ รูปสามเหลี่ยมบอกสูงและฐานให้ ให้หาเนื้อที่

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีฐาน ๓๐ นิ้ว สูง ๘ นิ้ว จงหา
เนื้อที่



วิธีทำ ก (๓) หาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเดียวกัน คือ

$$\begin{aligned} \text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก ข ง} &= \text{ฐาน ก ข} \times \text{สูง ก ข} \\ &= ๘ \times ๓๐ = ๒๔๐ \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

(๔) เอา ๒ ทารให้ เป็นเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม เป็น

$$๒๔๐ \div ๒ = ๑๒๐ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ๑๒๐ ตารางนิ้ว

หรือจะทำได้ ๒ วิธีข้างล่างนี้ก็ได้

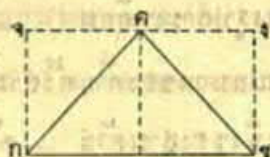
วิธีทำ ข. เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม = $\frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$

$$= \frac{๘ \times ๓๐}{๒} = ๑๒๐ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ๑๒๐ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ รูปสามเหลี่ยมบอกสูงบอกฐานให้ ให้หาเนื้อที่

โจทย์ นารูปสามเหลี่ยมแสดงหนึ่ง ฐานยาว ๒๒ นิ้ว มีเส้นตั้ง
ฉากจากยอดมายังฐานยาว ๘ นิ้ว ถามว่าหาแสดงนั้น มีเนื้อที่เท่าไร



วิธีทำ เนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม = $\frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2}$

$$= \frac{๓๒ \times ๘}{2} = ๑๒๘ \text{ ไร่}$$

ตอบเนื้อที่ ๑๒๘ ไร่

๗๓. หลักของการหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมเมื่อเขาบอกด้านทั้งสามให้

วิธีหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมโดยเขาบอกความยาวของด้านทั้ง

สามให้ นั้น ต้องใช้สูตรซึ่งเอามาจากวิชาเรขาคณิต สูตรนี้ได้เรียน

วิชาเรขาคณิตมาสูง ๆ หน่อย ก็ย่อมจะได้หรือพิสูจน์ให้เห็นได้ว่ามัน

มาอย่างไร แต่ถ้าไม่ได้เรียนวิชาเรขาคณิตมา หรือเรียนมาแต่ลืมเสีย

มากแล้ว ก็ย่อมเข้าใจไม่ได้ ฉะนั้นจึงไม่มีประโยชน์ที่จะพิสูจน์สูตร

นั้นว่าได้อามาจากไหนแต่อย่างไร สูตรนี้นั้นคือ เนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม

= $\frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}$

ของสามด้าน (ครึ่งของสามด้าน - ด้านที่หนึ่ง) (ครึ่ง

ของสามด้าน - ด้านที่สอง) (ครึ่งของสามด้าน - ด้านที่สาม)

หรือจะพูดว่า เนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม = ดักรวม รวบรวม
หนึ่งของผลบวกของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมนั้น
 $\times$ ครึ่งหนึ่งของด้าน — ด้านที่หนึ่ง $\times$ ครึ่งหนึ่งของ
ของด้าน — ด้านที่สอง $\times$ ครึ่งหนึ่งของด้าน
— ด้านที่สาม ก็ได้

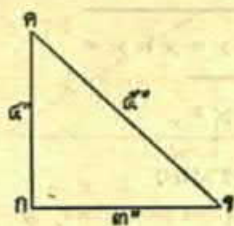
ถ้าจะใช้ตัว s ย่อแทนครึ่งหนึ่งของด้าน และ a เป็นด้าน
ที่หนึ่ง b เป็นด้านที่สอง c เป็นด้านที่สาม แล้วสูตรนั้นจะเป็น
$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

สูตรนี้นักเรียนทุกชาติทุกภาษาต่างก็ต้องจำเอาทั้งนั้น และ
แทนที่จะใช้ตัวหนึ่งชื่อของชาติตัวเองแทน กลับใช้ตามแบบเดิมของ
เขา เพราะสะดวกดีจำง่ายอะไร ๆ ก็รู้จัก ตามสูตรนี้เราจะเลือก
ให้ด้านไหนเป็นด้านที่หนึ่งที่สองที่สามก็ได้ เพราะตัวเลขจะเหมือนกัน
กันทั้งนั้น

๗๒ ตัวอย่างวิธีหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม โดยเราบอกด้าน
ทั้งสามให้

ในชั้นแรกเราจะหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมทั้ง โดยวิธีใช้สูตร และ
วิธี $\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$ ให้ดูเสียก่อน เพื่อนักเรียนจะได้เห็นและเชื่อว่าวิธี
หาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมโดยวิธีสูตรนั้น จะทำได้ถูกต้องเหมือนกัน

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านฐานยาว ๓ นิ้ว
ด้านตั้งฉากยาว ๔ นิ้ว ด้านทแยงยาว ๕ นิ้ว จงหาเนื้อที่



วิธีทำ ก. อย่างแบบ $\frac{\text{ตั้ง} \times \text{ฐาน}}{๒}$

$$\text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม} = \frac{\text{ตั้ง} \times \text{ฐาน}}{๒}$$

$$= \frac{๓ \times ๔}{๒}$$

$$= ๖ \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\text{ตอบเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม } ๖ \text{ ตารางนิ้ว}$$

วิธีทำ ข. แบบใช้สูตร

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$s = \text{ครึ่งของสามด้าน} = \frac{๓+๔+๕}{๒} = ๖$$

$$s-a = \text{ครึ่งของสามด้าน} - \text{ด้านที่หนึ่ง} = ๖-๓ = ๓$$

$$s-b = \text{ครึ่งหนึ่งของด้านด้าน} - \text{ด้านที่} \text{ต้อง} = ๖ - ๔ = ๒$$

$$s-c = \text{ครึ่งหนึ่งของด้านด้าน} - \text{ด้านที่} \text{ด้าน} = ๖ - ๕ = ๑$$

$$\begin{aligned}\Delta &= \sqrt{๖ \times ๓ \times ๒ \times ๑} \\ &= \sqrt{๖ \times ๖} \\ &= ๖ \text{ ตารางนิ้ว}\end{aligned}$$

ตอบรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ๖ ตารางนิ้ว

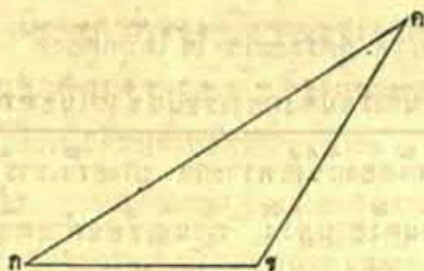
หรืออย่างนี้

$$\begin{aligned}\Delta &= \sqrt{๖(๖-๓)(๖-๔)(๖-๕)} \\ &= \sqrt{๖ \times ๓ \times ๒ \times ๑} \\ &= \sqrt{๓ \times ๒ \times ๓ \times ๒} \\ &= ๓ \times ๒ \\ &= ๖ \text{ ตารางนิ้ว}\end{aligned}$$

ตอบรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ๖ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ บอกด้านสามด้านให้ ให้หาพื้นที่

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านทั้งสามยาว ๖, ๘ และ ๑๐ เมตรตามลำดับ จงหาพื้นที่



วิธีทำ คำนวณสูตร เนื้อที่ $\triangle = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$\text{แฉะ } s = \frac{๖ + ๘ + ๓๐}{๒} = ๓๒$$

$$\therefore s-a = ๓๒ - ๖ = ๒๖$$

$$s-b = ๓๒ - ๘ = ๒๔$$

$$s-c = ๓๒ - ๓๐ = ๒$$

$$\therefore \triangle = \sqrt{๓๒ \times ๒๖ \times ๒๔ \times ๒}$$

$$= \sqrt{๓๒ \times ๒ \times ๓๒ \times ๒}$$

$$= ๒๔ \text{ ตารางเมตร}$$

ตอบเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ๒๔ ตารางเมตร

นักเรียนจะเห็นได้จากตัวอย่างข้างบนนี้ว่า วิธีหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้สูตรนี้ ได้คำตอบถูกต้องและตรงกับวิธีหาแบบรูปสามเหลี่ยม $= \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$ เหมือนกัน เพราะฉะนั้นนี่ก็เป็นวิธี

พิศุจน์อยู่ในตัวแล้วว่า สูตรของเราใช้ได้ถูกต้องดี

๗๓ เหตุใดนักเรียนจึงต้องเรียนวิชาเนอทิททั้งสองวิชา การที่

นักเรียนต้องเรียนทั้งสองวิชาก็เพราะว่า บางครั้งเราวิ่งดูและฐาน แต่
บางครั้งเราวิ่งแต่ด้านหนึ่งด้านใดด้านหนึ่ง ถ้านักเรียนทำแต่วิชาที่หนึ่งวิชาเดียว
นักเรียนก็จะทำโจทย์ที่เราบอกด้านด้านนั้นให้ เช่น โจทย์รูปสาม
เหลี่ยมด้านไม่เท่าไม่ได้ แต่ด้านนักเรียนเรียนเสียทั้งสองวิชาแล้ว โจทย์
จะเป็นรูปสามเหลี่ยมอย่างไร นักเรียนอาจทำได้ทั้งสิ้น

แต่นักเรียนจงจำไว้ว่าวิชาเนอทิทรูปสามเหลี่ยมโดยวิชาที่ ๑ นั้น
ทำง่ายและทำได้รวดเร็วกว่าวิชาทำอย่างใช้สูตรมาก เพราะฉะนั้นต้อง
หาโอกาสทำโดยวิชานั้นก่อน ส่วนวิชาใช้สูตรจงเก็บไว้ และเขาออก
มาใช้เมื่อจำเป็นจริงๆ โดยเราบอกด้านด้านนั้นให้เท่านั้น

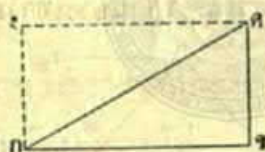
๗๔ หลักของการหาฐานของรูปสามเหลี่ยมเมื่อเราบอกเนอทิ
และบอกสูงให้

$$\begin{aligned} \text{เนอทิรูปสามเหลี่ยม} &= \frac{\text{เนอทิรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า}}{2} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2} \\ \therefore \text{เนอทิรูปสามเหลี่ยม} \times 2 &= \text{เนอทิรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = \text{สูง} \times \text{ฐาน} \\ \therefore \frac{\text{เนอทิรูปสามเหลี่ยม} \times 2}{\text{สูง}} &= \frac{\text{เนอทิรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า}}{\text{สูง}} = \text{ฐาน} \\ \text{และ} \frac{\text{เนอทิรูปสามเหลี่ยม} \times 2}{\text{ฐาน}} &= \frac{\text{เนอทิรูปสี่เหลี่ยม}}{\text{ฐาน}} = \text{สูง} \end{aligned}$$

นั่นแปลว่า เมื่อจะหาส่วนสูงหรือฐานของรูปสามเหลี่ยม โดย
เราบอกเนื้อที่และฐานหรือส่วนสูงให้ ก็แรกจะต้องเอา ๒ คูณเนื้อที่
รูปสามเหลี่ยมให้เป็นเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าก่อน ต่อไปเมื่ออยาก
หาสูงก็เอาฐานหาร เมื่ออยากหาฐานก็เอาสูงหาร เพราะตอนนั้น
เป็นวิธีหาฐานหรือสูงของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่นักเรียนเรียนมาแล้ว

๑๕ ตัวอย่างวิธีหาฐานหรือสูงของรูปสามเหลี่ยมโดยเราบอก
เนื้อที่และส่วนสูงหรือฐานให้

ตัวอย่างที่ ๑ รูปสามเหลี่ยมบอกเนื้อที่สูงให้ ให้หาฐาน
โจทย์ รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีเนื้อที่ ๒๔ ตารางฟุต ถ้าฐาน
ยาว ๘ ฟุต จงหาสูง



วิธีทำ ก. $\triangle ก ข ค$ มีเนื้อที่ = ๒๔ ตารางฟุต

$$\triangle ก ข ค \times ๒ = \text{รูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง} = ๒๔ \times ๒$$

$$\text{รูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง} = ก ข \times ข ค$$

$$\therefore ๒๔ \times ๒ = ๘ \times ข ค$$

$$ข ค = \frac{๒๔ \times ๒}{๘}$$

$$๒ก = ๖$$

หรือคานสูง ๒ก = ๖ ฟุต

ตอบสูง ๖ ฟุต

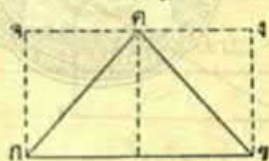
$$\text{วิธีทำ ร. สูง} = \frac{๒ \times \text{เนื้อรูปสามเหลี่ยม}}{\text{ฐาน}}$$

$$= \frac{๒ \times ๒๔}{๔}$$

$$= ๖$$

ตอบรูปสามเหลี่ยมสูง ๖ ฟุต

ตัวอย่างที่ ๒ รูปสามเหลี่ยมบอกเนื้อที่บอกสูงให้ ให้หาฐาน
โจทย์ รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีเนื้อที่ ๓๐ ตารางเมตร สูง ๖ เมตร ถามว่าฐานยาวเท่าไร ?



$$\text{วิธีทำ} \quad \frac{\text{รูปสามเหลี่ยม} \times ๒}{\text{สูง}} = \text{ฐาน}$$

$$\begin{aligned} \text{หรือฐานยาว} &= \frac{๓๐ \times ๒}{๖} \\ &= ๑๐ \text{ ฟุต} \end{aligned}$$

ตอบฐานรูปสามเหลี่ยมยาว ๑๐ ฟุต

๗๖ ปัญหาของโจทย์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสาม

เหลี่ยมมุมฉาก ปัญหาที่จะถามได้มีดังนี้ :-

(๑) บอกสองด้านใด ๆ ให้ ให้หา^๕ด้านที่สาม ซึ่งนักเรียนย่อมจะ
แก้ได้ เพราะได้เรียนมาแล้ว

(๒) บอกด้านสองด้านให้ ให้หา^๕เนื้อที่ ถ้าด้านที่บอกเป็น^๕ด้านฐาน
กับ^๕สูง นักเรียนก็จะหา^๕เนื้อที่^๕ได้ทันที โดยทำแบบ^๕เนื้อที่^๕รูป

สามเหลี่ยม = $\frac{\text{ฐาน} \times \text{สูง}}{๒}$ แต่ถ้าเขาบอกสูงกับด้าน^๕ทะแยง

หรือฐานกับด้าน^๕ทะแยง นักเรียนจะต้องหา^๕ฐานหรือหา^๕สูง^๕เสีย

ก่อน แล้วจึงหา^๕เนื้อที่^๕ตามแบบรูปสามเหลี่ยม = $\frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$ ดัง

กล่าวแล้วนั้นได้

(๓) ถามหา^๕เส้น^๕ตั้งฉาก^๕ซึ่ง^๕ฉาก^๕จาก^๕มุมฉาก^๕ไปยัง^๕ด้าน^๕ทะแยง โดยเขา
บอก^๕ด้าน^๕ฐานกับ^๕ด้าน^๕ตั้งฉาก^๕ให้ โจทย์แบบ^๕นั้นจะต้องหา^๕ด้าน^๕
ทะแยง^๕สำหรับ^๕เป็น^๕ฐาน^๕เสียก่อน แล้วหา^๕เนื้อที่^๕ของ^๕รูปสามเหลี่ยม^๕
นั้น ต่อมาหา^๕ความยาว^๕ของ^๕เส้น^๕ตั้งฉาก^๕ ตาม^๕ตัวอย่าง^๕ที่^๕ทำให้^๕
มาแล้ว โดยเอา^๕ด้าน^๕ทะแยง^๕เป็น^๕ฐาน และ^๕เส้น^๕ตั้งฉาก^๕ที่^๕เขากำ
เป็น^๕สูง (ดู^๕ตัวอย่าง^๕ใน^๕ข้อ^๕ถัด^๕ไป)

๗๗ ตัวอย่างโจทย์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

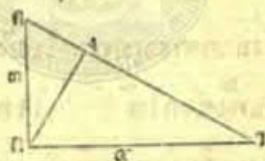
(๑) บอก^๕ด้าน^๕หนึ่ง^๕ด้าน^๕ใด^๕สอง^๕ด้าน^๕ให้ ให้หา^๕ด้าน^๕ที่^๕สาม จงดู^๕ตัวอย่าง

ข้างกัน ซึ่งได้อธิบายไว้ข้างละเยียดแล้ว

- (๒) บอกด้านฐานและด้านสูงให้ ให้หาพื้นที่ ข้อข้างกันได้กล่าวไว้ ถัดกันแล้ว
- (๓) บอกพื้นที่ บอกด้านฐานหรือสูง ให้หาสูงหรือฐาน ทำตามหลักอันเดียวกับที่เคยเรียนมาแล้ว
- (๔) บอกด้านสองด้านคือฐานกับด้านตั้งแล้วให้หาเส้นตั้งฉากที่ลากจากมุมฉากไปยังด้านตรงกันข้าม จงดูตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากบอกด้านฐานและสูงให้ ให้หาเส้นตั้งฉากที่ลากจากมุมฉากไปยังด้านทะแยง

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีฐานยาว ๔ เมตร และสูง ๓ เมตร จงหาความยาวของเส้นตั้งฉาก ซึ่งลากจากมุมฉากไปยังด้านทะแยง



วิธีทำ ๑. หาด้านทะแยง คบ เสียก่อน

$$\begin{aligned}
 คบ \times คบ &= (๓๓ \times ๓๓) + (๔๔ \times ๔๔) \\
 &= (๓ \times ๓) + (๔ \times ๔) \\
 &= ๒๕ \\
 &= ๕ \times ๕
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ด้าน คบ} = ๕$$

๒. หาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

$$\text{รูปสามเหลี่ยม} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2}$$

$$= \frac{๓ \times ๔}{2}$$

$$= ๖ \text{ ตารางเมตร}$$

๓. หา ก ก ตามวิธีที่เขานอกเหนือที่รูปสามเหลี่ยมให้บอก
ฐานให้ ให้หาสูง

$$\text{สูง} = \frac{\text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม} \times 2}{\text{ฐาน}}$$

$$= \frac{๖ \times 2}{๔}$$

$$= ๓ \text{ เมตร}$$

ตอบ ก ก ยาว ๓ เมตร

๗๗ ปัญหาของโจทย์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ในรูป

สามเหลี่ยมด้านเท่า โจทย์อาจถามได้ดังนี้

- (๑) บอกกันให้ (จะเป็นด้านเดียวสองด้านหรือสามด้านก็ได้ เพราะ
ด้านเท่ากันทั้งนั้น บอกด้านเดียวก็รู้ทุกด้าน) ให้หาพื้นที่
ปัญหานี้จะแก้ ได้ โดยวิธีหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมตามวิธีใช้สูตร
ในเมื่อรู้ด้านสามด้าน

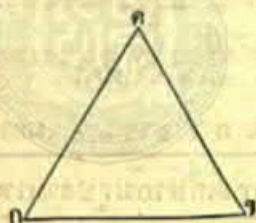
- (๒) บอกด้านให้ ให้หาสูง ซึ่งจะทำได้ตามที่เรียนแล้วเรื่องความ
สัมพันธ์ของด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- (๓) บอกสูงให้ ให้หาเนื้อที่ ซึ่งจะแก้ได้ โดยหาฐานหรือด้าน

แล้วหาเนื้อที่โดยวิธี $\text{รูปสามเหลี่ยม} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2}$ หรือ

$$\text{แบบรูปสามเหลี่ยม} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

๑๘ ตัวอย่าง โจทย์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ตัวอย่างที่ ๑ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า บอกด้านให้ ให้หาเนื้อที่
โดยวิธี รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีด้านยาว ๖ นิ้ว ถามว่า
เนื้อที่เท่าไร



วิธีทำ $s = \frac{\text{ครึ่งหนึ่งของด้านด้านรวมกัน}}{2} = \frac{๖+๖+๖}{2} = ๙$

$s-a = \frac{\text{ครึ่งหนึ่งของด้านด้าน} - \text{ด้านที่หนึ่ง}}{2} = \frac{๙-๖}{2} = ๓$

$s-b = \frac{\text{ครึ่งหนึ่งของด้านด้าน} - \text{ด้านที่สอง}}{2} = \frac{๙-๖}{2} = ๓$

$s-c = \frac{\text{ครึ่งหนึ่งของด้านด้าน} - \text{ด้านที่สาม}}{2} = \frac{๙-๖}{2} = ๓$

เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม $= \sqrt{๙ \times ๓ \times ๓ \times ๓}$

๑๓๓

$$= \sqrt{๘ \times ๘ \times ๓}$$

$$= ๘ \sqrt{๓}$$

$$\text{หรือ} = \sqrt{๘ \times ๘ \times ๓.๗๓ \times ๓.๗๓}$$

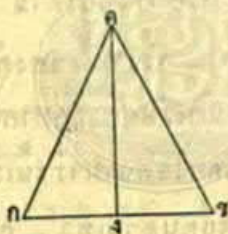
$$= \sqrt{๓๕.๕๗ \times ๓๕.๕๗}$$

$$= ๓๕.๕๗ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบ เนื้อรูปสามเหลี่ยม ๓๕.๕๗ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ บอกด้านให้ ให้หาสูง

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีด้านยาวด้านละ ๖ นิ้ว
ถามว่าสูงเท่าไร



วิธีทำ สูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจะแบ่งฐานออกเป็นสองส่วน
เท่า ๆ กัน ฉะนั้นถ้าเราทำเส้นตั้งฉาก ก ง
 $\therefore$ ก ง = ๓ นิ้ว

รูปสามเหลี่ยม ก ก ง เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี
ด้านทะแยง = ๖ นิ้ว ด้านฐาน = ๓ นิ้ว ต้องการหา
ด้านตั้ง ก ง ถ้าทำได้ตามหลักที่เรียนมาแล้ว คือ

$$\begin{aligned} กง \times กง &= (กก \times กก) - (งง \times งง) \\ &= (๖ \times ๖) - (๓ \times ๓) \end{aligned}$$

$$= ๓๖ - ๙$$

$$= ๒๗$$

$$\therefore กง = \sqrt{๓ \times ๓ \times ๓}$$

$$= ๓ \sqrt{๓}$$

$$\text{หรือ} = \sqrt{๕.๓๑ \times ๕.๓๑}$$

$$= ๕.๓๑$$

ตอบ กง ยาว ๕.๓๑ นิ้ว

แต่ ๓ คือ $๖ \div ๒$ หรือครึ่งของด้าน เพราะฉะนั้นความสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า = ครึ่งหนึ่งของด้าน $\times \sqrt{๓}$ เมื่อความจริงเป็นเช่นนั้น ค่อยไปด้านนักเรียนอยากหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ก็จะหาได้เร็วโดยใช้ความจริงนี้เป็นหลักเกณฑ์ เช่น:-

$$\text{ความสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า} = \text{ครึ่งของด้าน} \times \sqrt{๓}$$

$$\text{แต่ในโจทย์นี้ด้านยาว ๖} \therefore \text{ครึ่งด้านยาว} = ๓$$

$$\therefore \text{ความสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า} = \frac{๖}{๒} \times \sqrt{๓}$$

$$= ๓ \times \sqrt{๓}$$

$$= ๓ \times ๑.๗๓$$

$$= ๕.๓๑$$

ตอบรูปสามเหลี่ยมสูง ๕.๓๑ นิ้ว

ฉะนั้นวิธีหาส่วนของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจึงมีอยู่สองวิธีคือ

๑. วิธีธรรมดา หรือหาตามหลักการของการหาส่วนของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

๒. วิธีตัด หรือหาโดยวิธีใช้หลักความจริง คือส่วนของส่วนของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า = ครึ่งของด้าน $\times \sqrt{3}$

ตัวอย่างที่ ๓ บอกสูงให้ ให้หาด้าน

โจทย์ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งสูง ๕.๓๘ นิ้ว ถามว่าด้านยาวเท่าไร

วิธีทำ ส่วนของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า = ครึ่งหนึ่งของด้าน $\times \sqrt{3}$

$$\therefore \frac{\text{สูง}}{\sqrt{3}} = \frac{\text{ครึ่งของด้าน}}$$

$$\frac{๕.๓๘}{\sqrt{3}} = \frac{๕.๓๘}{๓.๔๖} = ๓ = \text{ครึ่งของด้าน}$$

$$๓ \times ๒ = ๖ = \text{เต็มด้าน}$$

ตอบด้านยาว ๖ นิ้ว

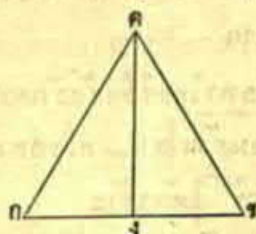
ถ้านักเรียนอยากทำโดยวิธีตัดหรือย่อ คงจำได้ว่า

๓. ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า = ครึ่งของด้าน $\times \sqrt{3}$

หรือ $\frac{\text{ด้าน}}{๒} \times \sqrt{3}$

๒. ด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า = $\frac{\text{สูง}}{\sqrt{3}} \times ๒$

ตัวอย่างที่ ๔ บอกสูงให้ ให้หาเนื้อที่
 โจทย์ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่ง สูง ๕.๓๘ นิ้ว จงหาเนื้อที่



วิธีทำ ก. ทำอย่างวิธีขรรคมา

๑ หาด้านเสียก่อน

๒ เมื่อรู้ด้านแล้วหาเนื้อที่ตามแบบ $\frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$

$$\begin{aligned}\text{ด้าน} &= \frac{\text{สูง}}{\sqrt{๓}} \times ๒ \\ &= \frac{๕.๓๘}{\sqrt{๓}} \times ๒ \\ &= \frac{๕.๓๘}{๑.๗๓๒} \times ๒ \\ &= ๖\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม} &= \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒} \\ &= \frac{๕.๓๘ \times ๖}{๒}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= ๑๕.๕๗ \\ &= \frac{๑๕.๕๗}{๑} \text{ ตารางนิ้ว}\end{aligned}$$

ในตอนที่รู้ความยาวของด้านแล้ว ถ้าจะหาเนื้อที่ตามแบบรูป
 สามเหลี่ยม $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ก็ได้เหมือนกัน
 แต่ยาวกว่าและช้ากว่าคงได้อธิบายและยกตัวอย่างมาแล้ว
 วิธีทำ ข. ทำอย่างวิธีตัด

เราเห็นว่าสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า = ครึ่งด้าน $\times \sqrt{3}$
 และด้านของรูปสามเหลี่ยมเป็นสองครึ่ง เพื่อให้เห็นง่าย ถ้าจะใช้ ก
 แทนครึ่งด้าน ๒ ก แทนสองครึ่ง หรือเต็มด้าน

$$\text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}; \text{แต่ด้าน} = ๒ก; \text{สูง} =$$

$$ก \times \sqrt{3}$$

$\therefore$ รูปสามเหลี่ยม $= \frac{ก \sqrt{3} \times ๒ก}{๒} = ก^๒ \sqrt{3}$
 เปลี่ยนว่าเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม = ครึ่งหนึ่งของด้านคูณตัวเองแล้วคูณ
 ด้วย $\sqrt{3}$ เมื่อเราทราบค่าเงื่อนตงนี้แล้ว วิธีหาเนื้อที่รูปสาม
 เหลี่ยมอย่างตัด ก็จะทำให้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า} &= (\text{ครึ่งด้าน})^๒ \times \sqrt{3} \\ &= ๓ \times ๓ \times \sqrt{3} \\ &= ๙ \times ๑.๗๓ \end{aligned}$$

$$= ๑๕.๕๗ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ๑๕.๕๗ ตารางนิ้ว

๘๐. ปัญหาของโจทยเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ในรูป
สามเหลี่ยมหน้าจั่วไม่มีปัญหาอะไรมาก เพราะถ้าโจทยบอกฐานให้
และสูงให้ แล้วถามเนื้อที่ ก็จะทำให้ตามแบบ รูปสามเหลี่ยม

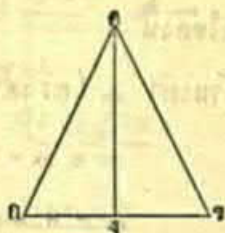
= $\frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$ ถ้าบอกด้านทั้งทั้งสองและบอกฐานให้ ก็หาเนื้อที่
ได้ตามแบบที่เคยทำมาแล้ว ในเมื่อเขาบอกด้านสามด้านให้ แต่
ฐานบางทีโจทยไม่บอกให้ตรง ๆ แต่บอกให้คิดเอง เช่น
เขาบอกผลบวกของสามด้านให้ บอกด้านตั้งให้ ให้หาฐาน นักเรียน
ก็หาฐานได้โดยเอาสองด้านตั้งไปลบ ที่เหลือคือฐาน

๘๑. ตัวอย่างโจทยเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ตัวอย่างที่ ๑ บอกฐานและสูงให้ ให้หาเนื้อที่

โจทย รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่ง มีด้านทั้งสามยาวรวมกัน

๓๘ นิ้ว ด้านประกอบมุมจั่ว ๕ นิ้ว สูง ๓ นิ้ว จงหา
เนื้อที่



วิธีทำ ฐานรูปสามเหลี่ยม = $๓๘ - ๕ - ๕ = ๒๘$ (ด้านประกอบ
มุมจั่วเท่ากัน)

$$\text{เนื้อรูปสามเหลี่ยม} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2}$$

$$= \frac{๓ \times ๘}{2}$$

$$= ๑๒ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ๑๒ ตารางนิ้ว

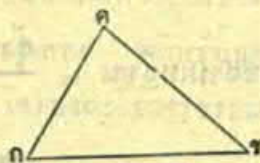
๘๒ มัณหารของโจทยเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ในรูป

สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า มีมัญหาที่โจทยมักถามอยู่ปัญหาเดียว คือ เนื้อที่ ซึ่งนักเรียนจะหาได้โดยใช้สูตรรูปสามเหลี่ยม

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ ดังได้กล่าวมาแล้ว}$$

๘๓ ตัวอย่างโจทยที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

ตัวอย่างที่ ๑ บอกด้านทั้งสามให้ ให้หาเนื้อที่
 โจทย์ รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านทั้งสามยาว ๓. ๕. ๖ นิ้ว
 ตามลำดับ จงหาเนื้อที่



$$\text{วิธีทำ } s = \frac{\text{ครึ่งหนึ่งของด้านคั่น}}{2} = \frac{๓ + ๕ + ๖}{2} = \frac{๑๔}{2} = ๗$$

$$(s-a) = \text{ครึ่งหนึ่งของด้านด้าน} - \text{ด้านที่หนึ่ง} = ๗-๖=๑$$

$$(s-b) = \text{ครึ่งหนึ่งของด้านด้าน} - \text{ด้านที่สอง} = ๗-๓=๔$$

$$(s-c) = \text{ครึ่งหนึ่งของด้านด้าน} - \text{ด้านที่สาม} = ๗-๕=๒$$

$$\text{เนื้อรูปสามเหลี่ยม} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

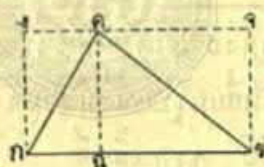
$$= \sqrt{๗ \times ๑ \times ๔ \times ๒}$$

$$= \sqrt{๕๖}$$

$$= ๗.๔๘$$

$$\text{ตอบเนื้อรูปสามเหลี่ยม } ๗.๔๘ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ ๒ โจทย์ บอกฐานและสูงให้ ให้หาเนื้อที่
รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีฐานยาว ๓๒ นิ้ว สูง ๘ นิ้ว
จงหาเนื้อที่



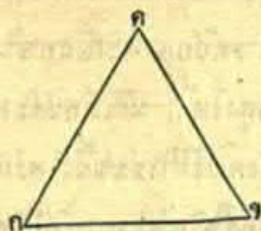
$$\text{วิธีทำ} \quad \text{เนื้อรูปสามเหลี่ยม} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$$

$$= \frac{๓๒ \times ๘}{๒}$$

$$= ๑๒๘$$

$$\text{ตอบเนื้อรูปสามเหลี่ยม } ๑๒๘ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ ๓ บอกเนื้อที่บอกฐานให้ ให้หาสูง
 โจทย์ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีเนื้อที่ ๕๐ ตารางนิ้ว
 มีฐานยาว ๒๐ นิ้ว จงหาสูง



วิธีทำ
$$\frac{\text{รูปสามเหลี่ยม} \times ๒}{\text{ฐาน}} = \text{สูง}$$

$$\frac{๕๐ \times ๒}{๒๐} = ๕ \text{ นิ้ว}$$

ตอบสูง ๕ นิ้ว

ตามที่ได้อธิบายเรื่องรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ มาแล้ว ถ้านักเรียน
 เข้าใจดี และเมื่อนักเรียนฝึกหัดหาความชำนาญ โดยตอบคำถาม
 และแบบฝึกหัดข้างล่างนี้ให้ตลอด นักเรียนควรจะมีความรู้ในเรื่อง
 รูปสามเหลี่ยมสำหรับทำโจทย์และใช้การจรรยาได้ดังนี้

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๔

- (๑) จงเขียนรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีฐานและสูงเท่ากันคู่หุหลาย ๆ คู่ แล้ว
 พิสูจน์ โดยคิดเนื้อที่ทาบกันดูว่า เนื้อที่ของมันเท่ากันหรือไม่?

- (๒) ท่านจะพิสูจน์ได้อย่างไรว่า รูปสามเหลี่ยมมีเนื้อที่เป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีฐานมีสูงเท่ากัน
- (๓) วิชัหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม เหตุใดจึงเอาสูงคูณฐาน แล้วหารด้วย ๒ ถ้าไม่หารด้วย ๒ จะเป็นอย่างไร เพราะเหตุไร?
- (๔) ถ้าเราบอกฐานบอกสูงให้ นักเรียนจะหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมได้อย่างไร ทำไมจึงต้องทำเช่นนั้น จะหาอย่างอื่นไม่ได้หรือไม่?
- (๕) ถ้าเราบอกด้านสามด้านให้จะหาเนื้อที่ได้อย่างไร?
- (๖) การหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมมีกี่แบบ และแบบไหนควรใช้เมื่อใด เพราะเหตุไร?
- (๗) ในโจทย์รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เราอาจจะถามอะไรบ้าง?
- (๘) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีวิธัหาเนื้อที่ได้กี่วิธี วิธีไหนง่ายกว่าจงนำมาให้ดู
- (๙) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เราบอกแต่ด้าน ๆ เดียว เหตุใดจึงหาเนื้อที่ได้
- (๑๐) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า แม้รู้แต่สูงเพียงด้านเดียว เหตุใดจึงหาฐานได้
- (๑๑) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เหตุใดโจทย์มักไม่บอกฐานให้ตรง ๆ
- (๑๒) รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่ากัน มีวิธัหาเนื้อที่ได้อย่างไร?
- (๑๓) ถ้าโจทย์ไม่ได้บอกว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมอะไร บอกแต่ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมเฉย ๆ เราจะสมมุติให้เป็นรูปสามเหลี่ยม

มุลาก หรือรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้หรือไม่ ถ้าไม่ได้

จะต้องถือว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมอะไร เพราะเหตุไร ?

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากบอกสูงและฐานให้ ให้หาเนื้อที่

จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี ฐานและสูงดังต่อไปนี้

- (๑๔) ฐาน ๕ นิ้ว สูง ๘ นิ้ว
- (๑๕) ฐาน ๓๒ ฟุต สูง ๒๐ ฟุต
- (๑๖) ฐาน ๓๐ เมตร สูง ๔๐ เมตร
- (๑๗) ฐาน ๒๐ เด็น สูง ๓๐ เด็น
- (๑๘) ฐาน ๒๕ วา สูง ๔๐ วา
- (๑๙) ฐาน ๘ ไร่ สูง ๘ ไร่
- (๒๐) ฐาน ๖๐ หลา สูง ๔๐ หลา

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากบอกด้านทะแยงและฐานหรือสูงให้ ให้หาเนื้อที่

จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้านทะแยงและด้าน ฐานหรือสูง ดังต่อไปนี้

- (๒๑) ด้านทะแยง ๓๗ เมตร ฐาน ๓๒ เมตร
- (๒๒) ด้านทะแยง ๒๕ หลา ฐาน ๘ หลา
- (๒๓) ด้านทะแยง ๒๕.๓๐ วา ฐาน ๓๒.๐๐ วา
- (๒๔) ด้านทะแยง ๒๕ ฟุต ฐาน ๘ ฟุต
- (๒๕) ด้านทะแยง ๕๐ เด็น สูง ๓๐ เด็น

(๒๖) ด้านทะแยง ๓๐๐ ฟุต สูง ๖๐ ฟุต

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากบอกเนื้อที่บอกฐานหรือสูงให้ ให้หา
ด้านทะแยง

จงหาด้านทะแยงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีเนื้อที่และด้าน
ฐานหรือสูง ดังต่อไปนี้

(๒๗) เนื้อที่ ๖๐ ตารางเมตร ฐาน ๘ เมตร

(๒๘) เนื้อที่ ๒๔ ตารางฟุต ฐาน ๘ ฟุต

(๒๙) เนื้อที่ ๖ ตารางนิ้ว ฐาน ๓ นิ้ว

(๓๐) เนื้อที่ ๒๓๐ ตารางหลา สูง ๓๕ หลา

(๓๑) เนื้อที่ ๘๔ ตารางนิ้ว สูง ๒๔ นิ้ว

(๓๒) เนื้อที่ ๖๐๐ ไร่ สูง ๓๐ เส้น

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากบอกเนื้อที่บอกฐานหรือสูงให้ ให้
หาสูงหรือฐาน

จงหาด้านฐานหรือสูงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีเนื้อที่
และมีความสูงหรือฐาน ดังต่อไปนี้

(๓๓) เนื้อที่ ๘๕๐ ตารางฟุต ฐานยาว ๕๐ ฟุต จงหาสูง

(๓๔) เนื้อที่ ๓๒๐ ตารางเมตร สูง ๒๐ เมตร จงหาฐาน

(๓๕) เนื้อที่ ๖๐ ตารางหลา ฐานยาว ๘ หลา จงหาสูง

(๓๖) เนื้อที่ ๒๐ ไร่ ฐานยาว ๔ เส้น จงหาสูง

รูปสามเหลี่ยมบอกฐานและสูงให้ ให้หาเนื้อที่

จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมซึ่งมี ฐานและสูงมีขนาดดังต่อไปนี้

- (๓๗) ฐาน ๓๒ ฟุต สูง ๓๖ ฟุต
- (๓๘) ฐาน ๓๐ เมตร สูง ๒๐ เมตร
- (๓๙) ฐาน ๕๐ เซ็นต์ สูง ๒๐ เซ็นต์
- (๔๐) ฐาน ๕๕ วา สูง ๕๐ วา

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากบอกสูงและฐานให้ ให้หาเส้นตั้ง

ฉากจากมุมฉากไปยังด้านทะแยง

- (๔๑) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมี ฐานยาว ๘ เมตร สูง ๖ เมตร จงหาความยาวของเส้นตั้งฉาก ซึ่งลากจากมุมฉากมาตั้งฉากกับด้านทะแยง
- (๔๒) ก ข ค เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้าน ก ข ยาว ๓๒ ฟุต ก ค ยาว ๓๕ ฟุต จงหาด้าน ก ง ซึ่งลากจากจุด ก ไปตั้งฉากกับด้านทะแยง ค ข
- (๔๓) สนามรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากสนามหนึ่ง มี ฐานยาว ๒๕ วา มี ด้านตั้งยาว ๘ วา ถามว่าถ้าจะขึงเส้นจากมุมฉากไปจดด้านทะแยง และให้ตั้งฉากกับด้านทะแยงด้วย เส้นนี้จะยาวกี่วา ?
- (๔๔) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านฐานและด้านตั้งยาว ๒๘ เมตร และ ๘ เมตร ตามลำดับ จงหาเส้นตั้งฉากจากมุมฉากไปยังด้านทะแยง

(๔๕) นารูปสามเหลี่ยมมุมฉากแปลงหนึ่งมีฐานยาว ๔๐ เซ็น มีด้านตั้งยาว ๓๐ เซ็น ถามว่าทางสั้นที่สุดจากมุมฉากไปยังด้านตรงกันข้ามยาวเท่าไร ?

(๔๖) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านที่ประกอบมุมฉากยาว ๓ ฟุต และ ๔ ฟุต ถามว่าเส้นสั้นที่สุดซึ่งลากจากมุมฉากไปยังด้านที่ประกอบมุมฉากยาวเท่าไร ?

(๔๗) รูปสามเหลี่ยม ก ข ค เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านที่ประกอบมุมฉากยาว ๓๐ เมตร กับ ๓๐ เมตร จงหาเส้นตั้งฉากซึ่งลากจากมุมฉากไปยังด้านตรงกันข้าม

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วบอกฐานและด้านให้ ให้หาเนื้อที่
จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีฐานและด้านตั้งยาว ดังต่อไปนี้

(๔๘) ฐานยาว ๒๐ เมตร ด้านตั้งยาวด้านละ ๒๖ เมตร

(๔๙) ฐานยาว ๓๐ ฟุต ด้านตั้งยาวด้านละ ๒๕ ฟุต

(๕๐) ฐานยาว ๓๐ วา ด้านตั้งยาวด้านละ ๕๐ วา

รูปสามเหลี่ยมบอกเนื้อที่ให้บอกฐานหรือสูงให้ ให้หาสูงหรือฐาน
จงหาฐานหรือสูงของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีเนื้อที่และฐานหรือสูงดังต่อไปนี้

(๕๑) เนื้อที่ ๕๖ ตารางวา ฐานยาว ๓๖ วา

(๕๒) เนื้อที่ ๓๒๐ ตารางเมตร สูง ๓๕ เมตร

(๕๓) เนื้อที่ ๕๐ ไร่ ฐานยาว ๕ เซ็น

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า บอกด้านให้ ให้หาเนื้อที่

จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีด้านยาวดังนี้

(๕๔) ยาวด้านละ ๓๐ หลา

(๕๕) ยาวด้านละ ๓๘ หลา

(๕๖) ยาวด้านละ ๔๐ วา

(๕๗) ยาวด้านละ ๓๐ ฟุต

(๕๘) ยาวด้านละ ๒๐ นิ้ว

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า บอกด้านให้ ให้หาสูง

จงหาสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีด้านยาวดังต่อไปนี้

(๕๙) ยาวด้านละ ๘ เมตร

(๖๐) ด้านยาวละ ๕๕ ฟุต

(๖๑) ยาวด้านละ ๓๖ นิ้ว

(๖๒) ยาวด้านละ ๕๒ หลา

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า บอกสูงให้ ให้หาเนื้อที่

จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีสูงดังต่อไปนี้

(๖๓) ๓ เมตร

(๖๔) ๗ เมตร

(๖๕) ๓๒ ฟุต

(๖๖) ๕๐ หลา

(๖๗) ๒๕ วา

(๖๘) ^๕๓๕ นว
รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า บอกด้านทั้งสามให้ ให้หาเนื้อที่
จากเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ซึ่งมีด้านทั้งสามยาว
ดังต่อไปนี้

(๖๙) ๒๒, ๒๐ และ ๓๕ ฟุต

(๗๐) ๓๗, ๒๐ และ ๓๐ หลา

(๗๑) ๓๖, ๒๔ และ ๒๗ เมตร

(๗๒) ๔๐, ๕๐ และ ๖๐ วา

(๗๓) ๓๒๐, ๓๐๐ และ ๘๐ เมตร

(๗๔) ๓๐, ๒๐ และ ๒๒ ไร่

(๗๕) ๒๐, ๓๒ และ ^๕๓๕ นว

โจทย์เปิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม

(๗๖) ถ้าข้าพเจ้าได้ค่าเช่านารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีฐานยาว
๓๐ เส้น เส้นตั้งฉากจากยอดมายังฐานยาว ๘ เส้น เป็น
เงินปีละ ๖๐ บาท ถามว่าข้าพเจ้าได้ค่าเช่าไร่ละเท่าไร ?

(๗๗) ข้าพเจ้าเช่านารูปสามเหลี่ยมมุมฉากแปลงหนึ่ง เป็นเงิน
๓๐๐ บาท โดยคิดค่าเช่าไร่ละ ๐.๕๕ บาท ถ้าฐานของนา
นั้นยาว ๓๐ เส้น ถามว่าด้านตั้งของนายาวเท่าไร ?

(๗๘) จักรของเรือนหลังหนึ่งมีรัศมียาว ๕ เมตร ตั้งยาว ๒ เมตร
ถามว่าจะกรจั่วขึ้นด้วยกระดานขนาดหนา ๐.๐๓๕ เมตร กว้าง

- ๐.๓๕ เมตร และยาว ๕ เมตร จะต้องใช้กระดานกั้นแผ่นจึงจะเต็ม
- (๗๗) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วกับรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าตั้งอยู่บนฐาน
ซึ่งยาว ๑๖ เมตร อันเดียวกัน ถ้าเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม
หน้าจั่วเป็นสองเท่าของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ถามว่ารูป
สามเหลี่ยมหน้าจั่วสูงเท่าไร?
- (๗๘) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีฐานยาว ๒๐ นิ้ว ถามว่ารูป
สี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีเนื้อที่เท่ากัน จะมีฐานยาวเท่าไร?
- (๗๙) นารูปสามเหลี่ยมด้านเท่าแปลงหนึ่งมีเนื้อที่ ๓๐ ไร่ ถามว่า
ถ้าจะทำรั้วล้อมนานนี้จะสิ้นร่วยาวกี่วา?
- (๘๐) ถ้าข้าพเจ้าจะมุ่งหลังคารูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีด้านยาว
ด้านละ ๓๐ ฟุต ด้วยกระเบื้องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมี
ฐานยาว ๕ นิ้ว และสูง ๖ นิ้ว จะสิ้นกระเบื้องกี่แผ่น?
- (๘๑) สนามรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า มีด้านยาวด้านละ ๕๐ เมตร
ถามว่าจะปูด้วยอิฐสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดยาวด้านละ ๒๐ เมตร
กี่แผ่นจึงจะพอ
- (๘๒) ถ้ารัฐบาลเรียกค่าอากรเป็นเงินไร่ละ ๐.๕๐ บาทค่อไร่ ถาม
ว่านายแดงจะต้องเสียค่าอากรนารูปสามเหลี่ยมมุมฉากของ
เขาซึ่งมีด้านฐานยาว ๒๐ เส้น ด้านตั้งยาว ๒๐ เส้น เป็นเงิน
เท่าไร?
- (๘๓) กติกรตำบลถูกชาวโกชนั่งลงในไร่รูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีฐานและ
สูงยาว ๒๐ เส้นและ ๓๐ เส้นตามลำดับ ถ้าเขาได้ผล ๖.๕ หาบ

และหาบหนึ่งขายได้เงิน ๓.๕๐ บาท ถามว่าเขาจะไต่เงินค่าข้าวโภชนเท่าไร?

(๔๖) จงหาค่านของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ซึ่งมีเนื้อที่เท่ากับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีฐานยาว ๓๕ เมตร และด้านข้างยาวด้านละ ๒๕ เมตร

(๔๗) ก ข ค เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ถ้าจะลากเส้นตั้งฉากจากมุมตรงข้ามมายังฐาน ก ข จะยาวเท่าไร ด้านของรูปสามเหลี่ยมนี้มีค่าน ก ข = ๓๐ นิ้ว ก ค = ๓๖ นิ้ว ข ค = ๓๒ นิ้ว

(๔๘) ถ้าที่ดินไร่จะพอเลี้ยงไก่ได้ ๒๐๐ ตัว ถามว่าที่รูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีฐานยาว ๖๐ วา และสูง ๗๐ วา จะเลี้ยงไก่ได้กี่ตัว?

(๔๙) ถ้าข้าวโภชนหนึ่งตันต้องการเนื้อที่ ๐.๘๐ ตารางเมตร ถามว่าไว้รูปสามเหลี่ยมซึ่งมีด้านทั้งสามยาว ๖๐ วา จะปลูกข้าวโภชนได้กี่ตัน?

(๕๐) นา นาย ก เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านฐานยาว ๖๐ วา ด้านข้างยาว ๔๐ วา นา นาย ข เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีฐานยาว ๔๐ วา สูง ๖๐ วา ถ้าที่ดินไร่ได้ข้าว ๓๐ ถึงถามว่านาย ก กับนาย ข จะได้ข้าวคนละกี่ถึง?

(๕๑) ถ้าในนาหญ้า ๓ ไร่ จะทำหญ้าแห้งได้ ๓๕๐ ฟ่อนคอกบี่ ถามว่าในนาหญ้ารูปสามเหลี่ยมซึ่งมีฐานยาว ๓๐ เส้น และด้านข้างยาว ๔ เส้น จะทำหญ้าแห้งได้กี่ฟ่อน?

บทที่ ๗

ว่าด้วยการหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ

๘๔ รูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ ที่ยังไม่ได้หาเนื้อที่มีอะไรบ้าง ใน
คราวก่อนนักเรียนได้เรียนวิธีหาเนื้อที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสี่
เหลี่ยมจตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าไปแล้ว เพราะฉะนั้นรูปสี่เหลี่ยม
ที่ยังคงเหลือและจะต้องเรียนต่อไปก็มี:-

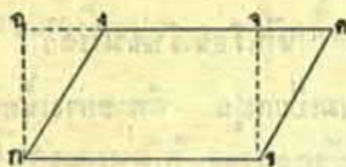
(๑) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

(๒) รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

(๓) รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

(๔) รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า

๘๕ ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนกับรูปสี่
เหลี่ยมผืนผ้า



ตามรูปข้างบนนี้ ก ข ก ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

ก ข จ ฉ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และเป็นเนื้อ
ที่รวมของรูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง และ

ก ข ค ฅ

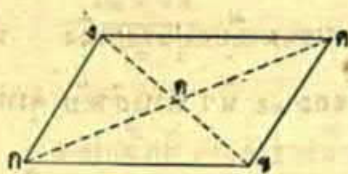
ให้นักเรียนลองคิดรูปสามเหลี่ยม ก ง ฅ กับรูปสามเหลี่ยม
ค ข ค มาทาบซ้อนกันดู จะเห็นว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองเท่ากันพอดี
รูปสามเหลี่ยม ก ง ฅ + รูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง = รูปสามเหลี่ยม
ค ข ค + รูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง นั่นคือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก ข ค ฅ
= รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ก ข ค ง

เพราะฉะนั้นนักเรียนก็พบความจริงว่า รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากับรูป
สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนซึ่งมีฐานมีสูงเท่ากัน หรือเป็นอันเดียวกันนั้น
มีเนื้อที่เท่ากัน

๑๖ หลักของการหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เมื่อเรา
รู้ความจริงว่า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีเนื้อที่เท่ากับรูปสี่เหลี่ยม
ผืนผ้า ซึ่งมีฐานและสูงเท่ากันหรือเป็นอันเดียวกัน และวิธีหาเนื้อ
ที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นั่นนักเรียนเรียนมาแล้ว เพราะฉะนั้นการ
หาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ก็ทำอย่างเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
คือ

เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน = เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า =
สูง $\times$ ฐาน ที่ทำอย่างนี้หมายความว่าเราบอกสูงและฐานให้

บางครั้งโจทย์อาจจะบอกเส้นทแยงมุมทั้ง ๒ ของรูปสี่เหลี่ยม
ขนมเปียกปูนให้ แล้วให้หาพื้นที่ นักเรียนก็จะหาได้ทันที
ข้างล่างนี้



รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ก ข ค ง = รูปสามเหลี่ยม ก ง ค
+ ก ข ค

$$= \frac{ก ค \times ง ค}{๒} + \frac{ก ค \times ค ข}{๒}$$

$$= \frac{ก ค (ค ง + ค ข)}{๒} \quad (\text{ทำตามหลักการของการแจกแจง})$$

$$= \frac{ก ค \times ข ง}{๒} = \frac{\text{เส้นทแยงมุม} \times \text{เส้นทแยงมุม}}{๒}$$

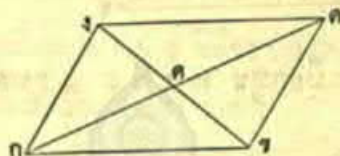
หรือพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน = ครึ่งหนึ่งของผลคูณของเส้น
ทแยงมุมของมัน

ถ้าโจทย์บอกเส้นทแยงมุมให้ และบอกด้านให้ ก็จงหาพื้นที่
อย่างวิธีหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมเมื่อเราบอกด้านสามด้านให้ หรือ
อย่างบอกสูงบอกฐานให้ก็ได้

๔๘ ตัวอย่างวิธีหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

ตัวอย่างที่ ๑ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน บวกเส้นทแยงมุมตั้ง
เส้นให้ ได้หาเนื้อที่

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่ง มีเส้นทแยงมุมยาว
๓๒ นิ้ว และ ๓๕ นิ้ว ตามลำดับ จงหาเนื้อที่



วิธีทำ ก ทำอย่างยาว

เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง = เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม

ก ข ค + ก ค ง

= ๒ รูปสามเหลี่ยม ก ค ง

= $\frac{๒ \text{ สูง } ก \times \text{ฐาน } ก ค}{๒}$

= $\frac{๒ (๒ \times ๓๕)}{๒}$

= ๗๐

ตอบเนื้อที่ ๗๐ ตารางนิ้ว

วิธีทำ ข. ทำอย่างดัด เนื้อรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

$$= \frac{\text{เส้นทแยงมุมคูณกัน}}{๒}$$

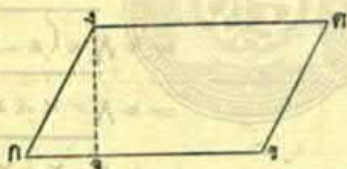
$$= \frac{๓๒ \times ๓๕}{๒}$$

$$= ๕๖๐$$

ตอบเนื้อ ๕๖๐ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน นอกสูงนอกฐานให้ ให้หาเนื้อ

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่ง มีฐานยาว ๓๐ นิ้ว สูง ๘ นิ้ว จงหาเนื้อ



วิธีทำ เนื้อรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน = เนื้อรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ฐาน $\times$ สูง

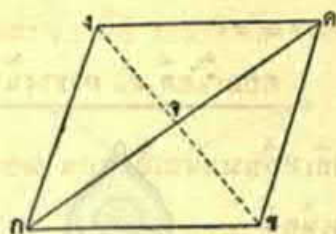
$$= ๓๐ \times ๘$$

$$= ๒๔๐$$

ตอบเนื้อ ๒๔๐ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๓ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนบอกระยะแยงมุมให้ บอกราคันให้ ให้หาเนื้อที่

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่งมีด้านยาว ๕ นิ้ว มีเส้นทะแยงมุม ๓ เส้น ยาว ๘ นิ้ว จงหาเนื้อที่



$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ ก. รูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง} &= \text{รูปสามเหลี่ยม ก ข ค} + \text{ก ค ง} \\
 &= ๒ \text{ เท่ารูปสามเหลี่ยม ก ค ง} \\
 &= ๒ \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\
 &= ๒ \sqrt{๘ \times ๔ \times ๔ \times ๓} \\
 &= ๒ \sqrt{๓ \times ๓ \times ๔ \times ๔ \times ๓ \times ๓} \\
 &= ๒ \times ๓ \times ๔ \\
 &= ๒๔
 \end{aligned}$$

ตอบเนื้อที่ ๒๔ ตารางนิ้ว

วิธีทำ ข. ทำอย่างแบบ $\frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$

หาาง ๑ เดี่ยวก่อนแล้วจึงหาเนื้อที่

$$\begin{aligned}
 gk &= \sqrt{(งก \times งค) - (กข \times กค)} \\
 &= \sqrt{(๕ \times ๕) - (๔ \times ๔)} \\
 &= \sqrt{๑}
 \end{aligned}$$

∴ $gk = ๑$ คือครึ่งหนึ่งของเส้นตรงแนวนอนเส้นหนึ่ง
 เมื่อที่รูปสี่เหลี่ยม กขคก = ๒ เท่ารูปสามเหลี่ยม กคก

$$\begin{aligned}
 &= \frac{๒(๑ \times ๓)}{๒} \\
 &= ๓
 \end{aligned}$$

ตอบเนื้อที่ ๓ ตารางนิ้ว

๑๑ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานกับรูปสี่เหลี่ยม

แผ่นผ้า



กขคก เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

กขคค เป็นรูปสี่เหลี่ยมแผ่นผ้าซึ่งสร้างขึ้น

โดยตัดรูปสามเหลี่ยม กคก กับ ขคค ทาบซ้อนกันดู นักเรียน

จะพบความจริงว่า รูปสามเหลี่ยมทั้งสองนั้นเท่ากัน

แต่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู กขคก เป็นเนื้อที่รวม

∴ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก ข ก ง = รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก ข จ ฉ

∴ เนื้อรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน = เนื้อรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

๑๑ หลักการหาเนื้อรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน นักเรียนได้

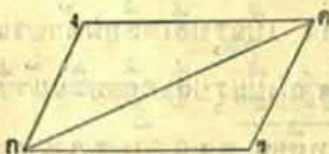
พิสูจน์แล้วว่า เนื้อรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเท่ากับเนื้อรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีฐานและสูงอันเดียวกัน เพราะฉะนั้นการหาเนื้อของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เมื่อเราบอกสูงและฐานให้ ก็ทำอย่างเดียวกันกับการหาเนื้อรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



เช่นในรูปข้างบนนี้ เนื้อรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก ข ก ง = เนื้อรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก ข จ ฉ

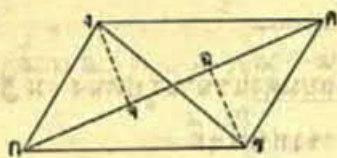
แต่เนื้อรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = สูง × ฐาน

∴ เนื้อรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก ข ก ง = สูง × ฐาน เหมือนกัน



บางครั้งโจทย์บอกเส้นทะแยงมุมให้ และบอกด้านสองด้านบนเส้นทะแยงมุมให้ ถ้าเป็นเช่นนั้นนักเรียนก็จะหาเนื้อของรูปสี่เหลี่ยม

ด้านขนานได้ โดยหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปบนด้านที่แย้ง
มุม ตามแบบรูปสามเหลี่ยม = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ เดี่ยวก่อน
เมื่อได้เท่าใดเอา ๒ คูณก็จะเป็นเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป ซึ่ง
เป็นเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานไปในตัว



ตามรูปข้างบนนี้ ก ข จ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

กค, ขง, เป็นเส้นที่แย้งมุม งค, ขน, เป็นเส้นตั้งฉาก

รูปสามเหลี่ยม ก ข ค = รูปสามเหลี่ยม ก ง ค

และรูปสี่เหลี่ยม ก ข จง = รูปสามเหลี่ยม ก ข ค + รูปสามเหลี่ยม ก ง ค

หรือ = ๒ รูปสามเหลี่ยม ก ข ค

$$\text{รูปสามเหลี่ยม ก ข ค} = \frac{\text{กค} \times \text{ขน}}{๒}$$

$$\text{๒ รูปสามเหลี่ยม ก ข ค} = \frac{(\text{กค} \times \text{ขน}) ๒}{๒}$$

$$= \text{กค} \times \text{ขน}$$

$$= \text{เส้นที่แย้งมุม} \times \text{เส้นตั้งฉาก}$$

เพราะฉะนั้นถ้าใจที่ยับอกเส้นที่แย้งมุมเส้นหนึ่งให้และบอกเส้น
ตั้งฉากจากมุมยอดคมายังเส้นที่แย้งมุมให้ ก็จะหาเนื้อที่ได้โดยเอา

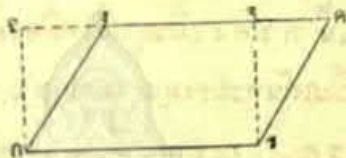
เส้นทแยงมุมกับเส้นตั้งฉากนั้นคู่กัน คือ

เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน = เส้นทแยงมุม $\times$ เส้นตั้งฉาก

๑๐ ตัวอย่างวิธีหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ตัวอย่างที่ ๑ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน บอกฐานบอกสูงให้ ให้หา
เนื้อที่

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่ง มีฐานยาว ๓๐ นิ้ว สูง
๕ นิ้ว จงหาเนื้อที่



วิธีทำ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก ข คง = รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก ข คง

$$= \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

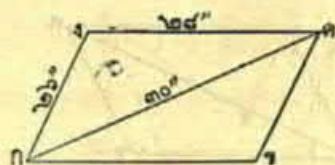
$$= ๓๐ \times ๕$$

$$= ๕๐ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบเนื้อที่ ๕๐ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานบอกเส้นทแยงมุมให้ บอก
ด้าน ๒ ด้านบนเส้นทแยงมุมให้ ให้หาเนื้อที่

โจทย์ ก ข คง เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เส้นทแยงมุม
ยาว ๓๐ นิ้ว ด้านบนเส้นทแยงมุมยาว ๒๐ และ
๒๕ นิ้ว จงหาเนื้อที่



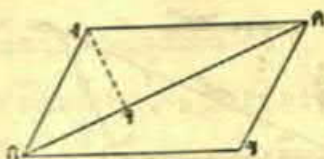
วิธีทำ รูปสี่เหลี่ยม ก ข ก ง = ๒ รูปสามเหลี่ยม ก ข ค

$$\begin{aligned}
 ๒ \text{ รูปสามเหลี่ยม ก ข ค} &= ๒ \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\
 &= ๒ \sqrt{๔๒ \times ๓๒ \times ๓๖ \times ๓๔} \\
 &= ๒ \sqrt{๓๔ \times ๓ \times ๓ \times ๔ \times ๔ \times ๒ \times ๒ \times ๓๔} \\
 &= ๒ \times ๓๔ \times ๓ \times ๔ \times ๒ \\
 &= ๖๗๒ \text{ ตารางนิ้ว}
 \end{aligned}$$

ตอบเนื้อ ๖๗๒ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๓ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานบอกเส้นทะแยงมุมให้ บอก
เส้นตั้งฉากจากมุมยอดมายังเส้นทะแยงมุมให้ ให้
หาเนื้อ

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่งมีเส้นทะแยงมุม ยาว
๓๕ ฟุต และเส้นตั้งฉากจากมุมยอดมายังเส้นทะแยง
มุม ยาว ๓๓.๖๘ ฟุต จงหาเนื้อ



วิธีทำ เนื้อรูปสี่เหลี่ยมกขคง = ๒ รูปสามเหลี่ยม กคง

$$= \frac{๒ (กค \times งค)}{๒}$$

$$= กค \times งค$$

$$= ๓๕ \times ๓๐.๘๐$$

$$= ๑๐๘๒.๕๐ \text{ ตารางฟุต}$$

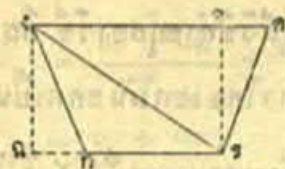
ตอบเนื้อรูปสี่เหลี่ยม ๑๐๘๒.๕๐ ตารางฟุต

๑๓ หลักของการหาเนื้อรูปสี่เหลี่ยมคางหมู วิธีหาเนื้อรูป

สี่เหลี่ยมคางหมูนั้น นักเรียนต้องทำอย่างหาเนื้อรูปสามเหลี่ยม คือ
เส้นทแยงมุมระหว่างด้านขนานของมัน จะแบ่งรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป ซึ่งเรารู้ความยาวของฐานและสูง

ฉะนั้นวิธีหาเนื้อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้ทำตามแบบ $\frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$ ได้

เท่าใด เนื้อของรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นไปรวมกันก็จะเป็น
เนื้อของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูนั้น



ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

ข ง เป็นเส้นทแยงมุมซึ่งแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป คือ รูปสามเหลี่ยม ก ข ง ซึ่งมี ก ข เป็นฐาน ง ค เป็นสูง กับรูปสามเหลี่ยม ข ค ง ซึ่งมี ค ง เป็นฐาน ข ก เป็นสูง

$$\text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ก ข ง} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2} = \frac{\text{ง ค} \times \text{ก ข}}{2}$$

$$\text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ข ค ง} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2} = \frac{\text{ข ก} \times \text{ง ค}}{2}$$

$$\therefore \text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ก ข ง} + \text{ข ค ง} = \frac{\text{ง ค} \times \text{ก ข}}{2} + \frac{\text{ข ก} \times \text{ง ค}}{2}$$

แต่ ง ค = ข ก เพราะต่างเป็นสูงและอยู่ระหว่างเส้นขนานคู่เดียวกัน

$$\begin{aligned} \therefore \text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ก ข ง} + \text{ข ค ง} &= \frac{\text{ง ค} \times \text{ก ข}}{2} + \frac{\text{ง ค} \times \text{ค ง}}{2} \\ &= \frac{\text{ง ค} (\text{ก ข} + \text{ค ง})}{2} \end{aligned}$$

หรือ สูง $\times$ ครึ่งผลบวกของด้านขนาน หรือ $\frac{\text{ด้าน} + \text{ปลาย}}{2} \times \text{สูง}$

จากคำอธิบายข้างบนนี้ นักเรียนจงจำหลักสำคัญไว้ว่า การหา

เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีวิธีทำอยู่สองวิธี คือ

๑. วิธีธรรมดาหาโดยแยกมันออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป แล้วหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมตามแบบ $\frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2}$ ได้เท่าใด แล้วเอาเนื้อที่มาบวกกันก็จะเป็นตอบหรือเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

๒. หาโดยวิธีย่อโดยจำความจริงไว้ว่า :-

$$\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู} = \text{สูง} \times \frac{\text{ผลบวกของด้านขนาน}}{2}$$

๑๒ ตัวอย่างวิธีหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

ตัวอย่างที่ ๑ รูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีมุมฉากสองมุม

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปหนึ่ง มีมุมเป็นมุมฉากสองมุม เส้นตั้งฉากยาว ๓๐ นิ้ว ด้านขนานยาว ๘ และ ๓๒ นิ้ว จงหาเนื้อที่



วิธีทำ ก. แยกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป

$$\begin{aligned} \text{รูปสี่เหลี่ยมคางหมู กขคง} &= \text{รูปสามเหลี่ยม ขคก} + \text{รูปสามเหลี่ยม กขง} \\ &= \frac{\text{สูง กข} \times \text{ฐาน กข}}{2} + \frac{\text{สูง กข} \times \text{ฐาน กข}}{2} \end{aligned}$$

$$= \frac{๓๐ \times ๓๒}{๒} + \frac{๓๐ \times ๔}{๒}$$

$$= ๖๐ + ๕๐$$

$$= ๓๐๐ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบรูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง มีเนื้อที่ ๓๐๐ ตารางนิ้ว

วิธีทำ ร. ทำอย่างดัด

$$\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมกางหมุ} = \text{สูง} \times \frac{\text{ผลบวกของด้านขนาน}}{๒}$$

$$= ๓๐ \times \frac{(๔ + ๓๒)}{๒}$$

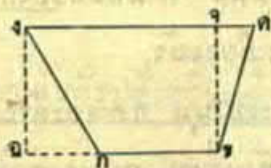
$$= ๓๐ \times ๓๐$$

$$= ๓๐๐ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยม ๓๐๐ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ รูปสี่เหลี่ยมกางหมุ รูปด้านค้ของทั้งสองของ มอกตัก มอกปาก มอกกันให้ ให้หาเนื้อที่

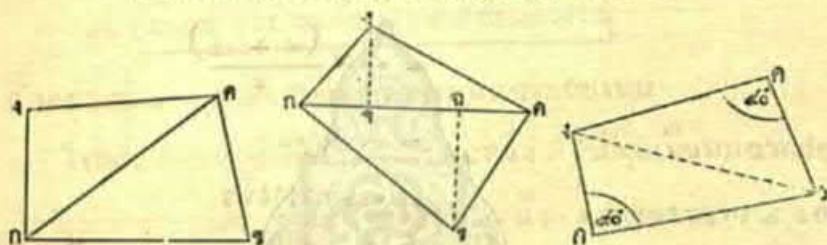
โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมกางหมุรูปหนึ่ง สูง ๓๐ ฟุต มีด้านขนาน ยาว ๕๐ ฟุต และ ๓๐ ฟุต จงหาเนื้อที่



$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{เนื้อรูปสี่เหลี่ยมคางหมู} &= \text{สูง} \times \frac{\text{ผลบวกด้านขนาน}}{2} \\
 &= 30 \times \frac{(20 + 50)}{2} \\
 &= 30 \times 35 \\
 &= 1050 \text{ ตารางฟุต}
 \end{aligned}$$

ตอบเนื้อรูปสี่เหลี่ยม 1050 ตารางฟุต

๑๓ หัดการหาเนื้อรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า



นักเรียนจะเห็นได้จากรูปข้างบนนี้ว่า เส้นทแยงมุมแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าสองรูป และรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้มีขนาดไม่เท่ากัน เพราะฉะนั้น ต้องหาเนื้อรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า โดยแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป แล้วหาเนื้อของรูปสามเหลี่ยมนั้น ตามหลักของการหาเนื้อของรูปสามเหลี่ยมซึ่งกล่าวไว้ โดยละเอียดแล้ว

- (๑) ถ้าโจทย์บอกเส้นทแยงมุม กค และด้าน กข ขค คง และ งค ให้เนื้อรูปสี่เหลี่ยม กข คง = เนื้อรูปสามเหลี่ยม

กขค + กงค และเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมทั้งสองนี้หาตามแบบ

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

- (๒) ถ้าเราบอกเส้นทแยงมุม กค และเส้นตั้งฉาก ขค กับ งค ให้
เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยม กขคง = เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม กขค + กงค
และเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมทั้งสองนี้หาตามแบบรูปสามเหลี่ยม

$$= \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$$

- (๓) ถ้าโจทย์บอกว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า มีมุมเป็นมุมฉากสอง
มุม คือ มุม ง ก ข กับมุม ง ค ข และเราบอกด้าน กง กข
ขค เพียงสามด้านให้ ก็จะสามารถหาเนื้อที่ได้ เพราะเมื่อรู้
กง และ กข จะหา ง ข ได้

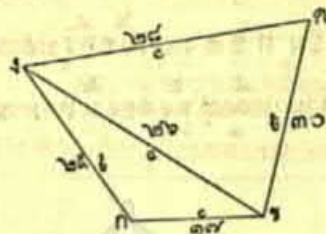
เมื่อรู้ ง ข และ ค ข ก็หา กง ได้ ต่อจากนั้นก็หาเนื้อที่รูป
สี่เหลี่ยม กขคง ได้ เพราะรูปสี่เหลี่ยม กขคง = รูปสามเหลี่ยม
กขง + ขงค เนื้อที่รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นหาได้ตามแบบรูป

$$\text{สามเหลี่ยม} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$$

๘๔ ตัวอย่างวิธีหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า

ตัวอย่างที่ ๑ บอกเส้นทแยงมุมให้ บอกด้านทั้งสี่ให้ ให้หา
เนื้อที่

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมคางหมูไม่เท่ารูปหนึ่ง มีด้านทั้งสี่ยาว ๓๗, ๓๐, ๒๘, ๒๕ ฟุต และเส้นทะแยงมุมเส้นหนึ่งยาว ๒๖ ฟุต จงหาเนื้อ



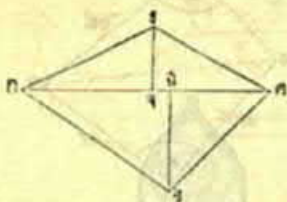
วิธีทำ เนื้อรูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง = เนื้อรูปสามเหลี่ยม ก ข ง + ง ค ข

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{s(s-a)(s-d)(s-c)} + \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\
 &= \sqrt{42 \times 30 \times 22 \times 28} + \sqrt{36 \times 28 \times 24 \times 20} \\
 &= \sqrt{6 \times 7 \times 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 7 \times 2} + \sqrt{3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2} \\
 &= 6 \times 7 \times 4 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \\
 &= 1008 + 720 \\
 &= 1728 \text{ ตารางฟุต}
 \end{aligned}$$

ตอบเนื้อที่ ๑๗๒๐ ตารางฟุต

ตัวอย่างที่ ๒ บอกเส้นทะแยงมุมเส้นหนึ่งให้ บอกเส้นตั้งฉากทั้งคู่บนเส้นทะแยงมุมให้ ให้หาเนื้อที่

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมค้านไม้เท้ารูปหนึ่ง มีเส้นทะแยงมุมเส้น
หนึ่งยาว ๒๐ นิ้ว และเส้นตั้งฉากจากมุมยอดมายัง
เส้นทะแยงมุมนั้นยาว ๓๐ นิ้ว และ ๓๒ นิ้ว จงหา
พื้นที่
เนื้อที่

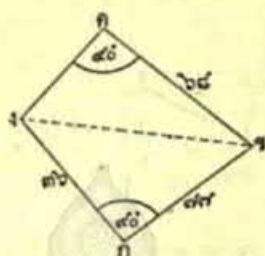


$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมก ข ก ง} &= \text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ก ข ค} + \text{พื้นที่ ก ง ค} \\
 &= \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒} + \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒} \\
 &= \frac{๒๐ \times ๓๒}{๒} + \frac{๒๐ \times ๓๐}{๒} \\
 &= ๓๒๐ + ๓๐๐ \\
 &= ๖๒๐ \text{ ตารางนิ้ว}
 \end{aligned}$$

ตอบพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม ๖๒๐ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๓ บอกมุมฉากให้สองมุม บอกด้านให้สามด้าน ให้
หาพื้นที่

โจทย์ ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า มีมุม ง ก ข และมุม ง ค ข เป็นมุมฉาก ด้าน ง ก = ๓๖ เมตร ก ข ยาว ๗๗ เมตร ด้าน ค ข ยาว ๖๘ เมตร จงหาพื้นที่



วิธีทำ ตลากเส้นทแยงมุม ง ข แล้วหาด้าน ง ข และ ค ง ต่อมาหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ง ก ข และ ง ค ข ตามลำดับ

$$\begin{aligned}\text{ด้าน ง ข} \times \text{ง ข} &= (\text{ก ง} \times \text{ก ง}) + (\text{ก ข} \times \text{ก ข}) \\ &= (36 \times 36) + (77 \times 77) \\ &= 7225 \\ &= 85 \times 85\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ง ข} = 85 \text{ เมตร}$$

$$\begin{aligned}\text{ค ง} \times \text{ค ง} &= (\text{ง ข} \times \text{ง ข}) - (\text{ค ข} \times \text{ค ข}) \\ &= (85 \times 85) - (68 \times 68) \\ &= 7225 - 4624\end{aligned}$$

$$= 200$$

$$= 50 \times 50$$

$$= 50 \times 50$$

$$\therefore ก ข = 50$$

เนื้อที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ก ข + ง ค ข

$$= \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2} + \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{2}$$

$$= \frac{30 \times 40}{2} + \frac{40 \times 50}{2}$$

$$= 600 + 1000$$

$$= 1600 \text{ ตารางเมตร}$$

ตอบเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยม 1600 ตารางเมตร

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๕

- (๑) รูปสี่เหลี่ยมมีอยู่กี่ชนิด?
- (๒) รูปสี่เหลี่ยมที่ใช้เป็นหลักในการหาเนื้อที่ คือรูปสี่เหลี่ยมอะไร?
- (๓) จงแสดงให้เห็นว่า รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานกับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีฐานและสูงเท่ากัน หรือฐานร่วมกัน มีเนื้อที่เท่ากัน
- (๔) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานกับรูปสี่เหลี่ยมขนานมีเยกปุนนั้น ถ้าเราบอกฐานและสูงให้ จะหาเนื้อที่ได้อย่างไร เพราะเหตุไร?

- (๕) จงแสดงให้เห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เป็นครึ่งหนึ่งของผลคูณของเส้นทแยงมุมของมัน
- (๖) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เมื่อเราบอกด้านสองด้านและเส้นทแยงมุมให้ จะหาเนื้อที่ได้อย่างไร?
- (๗) รูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีวิธีหาเนื้อได้อย่างไร?
- (๘) เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู เหตุใดจึงว่า สูงคูณด้วยครึ่งหนึ่งของผลบวกของด้านขนาน จงพิสูจน์ให้ดู
- (๙) รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่ากัน มีวิธีหาเนื้อที่เหมือนกับรูปอะไร เพราะเหตุไร?
- (๑๐) ในบรรดารูปสี่เหลี่ยมด้วยกัน รูปสี่เหลี่ยมไหนมีที่ไรมาก เพราะเหตุไร?

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานบอกเส้นทแยงมุมกับด้านสองด้านบนเส้นทแยงมุมให้ ให้หาเนื้อที่

จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งมี

- (๑๑) เส้นทแยงมุมยาว ๓๕ เมตร ด้านบนเส้นทแยงมุมยาว ๓๓ เมตร และ ๓๔ เมตร
- (๑๒) เส้นทแยงมุมยาว ๓๗ หลา ด้านสองด้านบนเส้นทแยงมุมยาว ๔๕ หลา กับ ๔๒ หลา
- (๑๓) จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก ข ค ง ซึ่งมีด้าน ก ค ยาว ๔๓ ศอก ด้าน ข ง ซึ่งลากจากมุมยอดมาตั้งฉากกับฐาน ก ค ยาว ๓๒ ศอก

- (๓๕) จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว ๘.๓๕ นิ้ว และเส้นตั้งฉากจากมุมตรงกันข้าม มายังเส้นทแยงมุมนั้นยาว ๕ นิ้ว

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานบอกฐานและสูงให้ ให้หาเนื้อที่
จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งมีฐานและสูงดังต่อไปนี้

- (๓๕) สูง ๓๖ ฟุต ฐาน ๓๖ ฟุต
(๓๖) สูง ๓๐ นิ้ว ฐาน ๒๕ นิ้ว
(๓๗) สูง ๔๐ เมตร ฐาน ๘๐ เมตร
(๓๘) เส้นตั้งฉากระหว่างด้านขนานยาว ๘ นิ้ว ฐานยาว ๓๒ นิ้ว
รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานบอกเนื้อที่บอกฐานหรือสูงให้ ให้หาฐานหรือสูง
(๓๙) นารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแปลงหนึ่ง มีเนื้อที่ ๓๐๐ ไร่ ถ้าเส้นขนานที่เบนฐานของรูปสี่เหลี่ยมยาว ๓๒ เส้น ถามว่าเส้นตั้งฉากระหว่างเส้นขนานนั้นยาวเท่าไร?
(๔๐) ไร่ข้าว โกงน้ไร่หนึ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีเนื้อที่ ๔๐ ไร่ ถ้าเส้นตั้งฉากระหว่างด้านขนานยาว ๕ เส้น ถามว่าฐานยาวเท่าไร?

รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนบอกเส้นทแยงมุมให้ ให้หาเนื้อที่

- (๔๑) จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ซึ่งมีด้านยาวด้านละ ๓๐

ฟุต และเส้นทแยงมุมเส้นสั้นยาว ๓๐ ฟุตด้วย

- (๒๒) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมทั้งสองยาว ๔๘ เมตร และ ๓๔ เมตร จงหาพื้นที่และหาตัว
- (๒๓) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนรูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมทั้งสอง ๔๐ วา และ ๓๐ วา จงหาพื้นที่

โจทย์เปิดเขตต์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

- (๒๔) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่ง มีด้านขนานคู่ยาว ยาวด้านละ ๓๐ คอก ด้านขนานคู่สั้นยาวด้านละ ๒๐ คอก ถ้าเส้นตั้งฉากระหว่างด้านขนานคู่ยาวยาว ๓๕ คอก ถามว่าเส้นตั้งฉากระหว่างด้านขนานคู่สั้นจะยาวเท่าไร?
- (๒๕) เส้นตั้งฉากระหว่างด้านขนานของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาว ๖๕ เมตร และ ๘๓ เมตร ถ้าด้านขนานคู่หนึ่งยาวด้านละ ๓๓๘ เมตร ถามว่าด้านขนานอีกคู่หนึ่งยาวเท่าไร?
- (๒๖) ถ้าข้าพเจ้าต้องเสียค่าเช่าให้แก่รัฐบาลไร่ละ ๕๐ สตางค์ ถามว่าข้าพเจ้าจะต้องเสียค่าเช่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนซึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว ๓๒ เส้น และ ๒๐ เส้น เป็นเงินเท่าไร?
- (๒๗) ข้าพเจ้าให้เขาเช่าที่ไปแปลงหนึ่ง รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานสูง ๒๐ เส้น ฐาน ๔๐ เส้น คิดค่าเช่าไร่ละ ๒.๕๐ บาท ต่อปี ดังนั้น ข้าพเจ้าจะได้ค่าเช่าปีละเท่าไร?

- (๒๑) รูปสี่เหลี่ยมคางหมูขนานรูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว ๓๔ นิ้ว และ
๓๔ นิ้ว ด้าน ๆ หนึ่งยาว ๒๕ นิ้ว จงหาเนื้อที่
- (๒๒) จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ขี่ด้านหนึ่งยาว ๓๕.๔๐
เมตร และเส้นทแยงมุมทั้งสองยาว ๒๓.๗ เมตร และ ๓๗.๔๐
เมตร ตามลำดับ

รูปสี่เหลี่ยมคางหมูปอกสูงบอกด้านขนานให้ ให้หาเนื้อที่

- (๓๐) จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งมีด้านขนานยาว ๓๐ นิ้ว
กับ ๓๔ นิ้ว และเส้นตั้งฉากระหว่างด้านขนานยาว ๖ นิ้ว
- (๓๑) รูปสี่เหลี่ยมคางหมูปอกสูงบอกด้านขนานยาว ๒๐ เมตร และ
๓๐ เมตร ถ้าเส้นตั้งฉากระหว่างด้านขนานยาว ๓๐ เมตร
จงหาเนื้อที่
- (๓๒) ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มุม ง ก ข เป็นมุมฉาก
ถ้าด้าน ก ง ยาว ๒๐ หลา ก ข ยาว ๓๐ หลา ง ค ยาว ๕๐
หลา จงหาเนื้อที่
- (๓๓) ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มุม ง ก ข เป็นมุมฉาก
ถ้าด้าน ก ง ยาว ๓๐ วา ก ข ยาว ๓๕ วา ง ค ยาว ๒๐ วา
จงหาพื้นที่ของพื้นที่ทั้งหมด ที่หนึ่งตารางวา มีราคา ๓๒.๕๐ บาท
- (๓๔) ถ้าที่นามีราคาไร่ละ ๔๐ บาท จงหาราคารูปสี่เหลี่ยม
คางหมู ซึ่งมีด้านขนานยาว ๕๐ เมตร กับ ๓๐๐ เมตร เส้น
ตั้งฉากระหว่างด้านขนานยาว ๖๐ เมตร

- รูปสี่เหลี่ยมคางหมูบอกเนื้อที่บอกด้านขนานให้ ให้หาสูง
- (๓๕) เนื้อที่ของนารูปสี่เหลี่ยมคางหมูแปลงหนึ่งมี ๓๐๐ ไร่ ถ้าคานนา ด้านขนานทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมนี้ยาว ๒๕ เด็น และ ๓๕ เด็นตามลำดับ ถามว่าคานนาขวาง ซึ่งตั้งฉากระหว่างคานนาขนานนั้น ยาวเท่าไร? (ความกว้างของคานนาไม่ต้องคิด)
- (๓๖) รูปสี่เหลี่ยมคางหมูแปลงหนึ่ง มีเนื้อที่ ๓๖๐ ตารางเมตร ถ้าขอบแปลงซึ่งขนานกันนั้น ยาว ๓๒ เมตร และ ๘ เมตร ถามว่าระยะตั้งฉากระหว่างขอบแปลงนั้นยาวเท่าไร?
- (๓๗) ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มุม ง ก ข เป็นมุมฉาก เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยม ก ข ค ง เป็น ๓๐ ไร่ ถ้าด้าน ก ข ยาว ๓๒ เด็น ง ค ยาว ๘ เด็น ถามว่าด้าน ก ง ยาวเท่าไร?
- (๓๘) ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหนึ่ง มีด้าน ก ข ขนานกับด้าน ง ค และมีมุม ง ก ข เป็นมุมฉาก ถ้ารูปสี่เหลี่ยมนี้มีเนื้อที่ ๒๔๐ ตารางหลา และด้าน ก ข ยาว ๓๖ หลา ด้าน ง ค ยาว ๘ หลา ถามว่าด้าน ก ง ยาวเท่าไร?
- รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ใจทย์เบ็คเท็ค
- (๓๙) นารูปสี่เหลี่ยมคางหมูแปลงหนึ่ง มีด้านขนานยาว ๓๐ เด็น กับ ๒๐ เด็น และมีเด็นตั้งฉากระหว่างด้านขนาน ยาว ๓๕ เด็น ถ้าผู้เช่าเสียค่าเช่ามีดะ ๓๓๗.๕๐ บาท ถามว่าเจ้าของเวียกค่าเช่าไร่จะเท่าไรต่อบ?

(๔๐) นารูปสี่เหลี่ยมคางหมูแปดเหลี่ยม มีเนื้อที่ ๓๖๐๐๐๐ ตารางเมตร
ถ้าด้านขนานทั้งสองยาว ๓๐ เมตร กับ ๓๕ เมตร ถามว่าเส้น
ตั้งฉากระหว่างด้านขนานยาวกี่เมตร?

(๔๑) นารูปสี่เหลี่ยมคางหมูแปดเหลี่ยม ผู้เช่าเสียค่าเช่ามีดะ ๓๒๐
บาท ในอัตราไร่ละ ๓.๕๐ บาท ถ้าด้านขนานของนานั้น
ยาว ๒๐๐ วา กับ ๒๔๐ วา ถามว่าระยะระหว่างด้านขนาน
ของนานั้นยาวกี่เส้น?

(๔๒) รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่ง มีด้านขนานยาว ๓๐ เมตร กับ
๕๐ เมตร อีกสองด้านยาว ๓๐ เมตร เท่ากัน จงหาเนื้อที่

(๔๓) ท้องร้องแห่งหนึ่งมองดูจากด้านตึกเห็นเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
มีเนื้อที่ ๙ ตารางศอก ถ้าปากท้องกว้าง ๔ ศอก ก้นท้อง
กว้าง ๒ ศอก ถามว่าท้องนั้นลึกเท่าไร?

รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า บอกเส้นทะแยงมุมให้ และบอก
เส้นตั้งฉากทั้งสองเส้นทะแยงมุมให้ ให้หาเนื้อที่

(๔๔) จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า ซึ่งมีเส้นทะแยงมุม
ยาว ๓๕ นิ้ว เส้นตั้งฉากบนเส้นทะแยงมุมจากมุมยอด ยาว ๘
นิ้ว และ ๓๐ นิ้ว จงหาเนื้อที่

(๔๕) ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า มีด้าน ก ค ยาว ๓๘
ฟุต เส้นตั้งฉากจากมุม ก ง ค และมุม ก ข ค มายังเส้น
ทะแยงมุมนั้น ยาว ๓๓ ฟุต และ ๙ ฟุต จงหาเนื้อที่

- (๔๖) รูปสี่เหลี่ยมค้านไม้เท้า ก ข ค ง มีเส้นทะแยงมุม ก ค ยาว ๕๐ เมตร เส้นตั้งฉากจากมุมตรงกันข้ามมายังเส้นทะแยงมุมนั้น ยาว ๓๐ และ ๕๐ เมตร จงหาเนื้อที่
- (๔๗) ถ้าที่ดินมีราคาตารางวาละ ๓๐.๐๐ บาท จงหาราคาที่ดินรูปสี่เหลี่ยมค้านไม้เท้าแปลงหนึ่ง ซึ่งมีด้านทะแยงมุมยาว ๒๐ วา และเส้นตั้งฉากจากมุมยอด มายังเส้นทะแยงมุมนั้น ยาว ๓๐ และ ๓๖ วา
- (๔๘) ถ้าค่าเช่าเมื่ออัตราไร่ละ ๒.๐๐ บาท ถามว่านารูปสี่เหลี่ยมค้านไม้เท้า ซึ่งมีเส้นทะแยงมุมยาว ๒๐ เส้น และเส้นตั้งฉากจากมุมยอดมายังเส้นทะแยงมุมนั้นยาว ๑๕ เส้น และ ๑๒ เส้น จะได้ค่าเช่าทั้งหมดเท่าไร?

รูปสี่เหลี่ยมค้านไม้เท้าบอกเส้นทะแยงมุมให้ และบอกด้านทั้งสี่ให้ ให้หาเนื้อที่

- (๔๙) รูปสี่เหลี่ยมค้านไม้เท้ารูปหนึ่ง มีเส้นทะแยงมุมรูปหนึ่งยาว ๒๓ นิ้ว ด้านทั้งสี่ยาว ๓๓, ๒๐, ๓๗ และ ๓๐ นิ้ว จงหาเนื้อที่
- (๕๐) นารูปสี่เหลี่ยมค้านไม้เท้าแปลงหนึ่ง มีเส้นทะแยงมุมยาว ๓๒ เส้น ด้านทั้งสี่ยาว ๕, ๗, ๖, ๘, เส้น ถามว่านานั้นมีเนื้อที่กี่ไร่?
- (๕๑) ไร่ข้าวโพดแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมค้านไม้เท้า มีเส้นทะแยงมุมเส้นหนึ่งยาว ๖๐ วา ด้านทั้งสี่ยาว ๓๐, ๒๐, ๕๐ และ ๕๐ วา ตามลำดับ ถ้าไร่ข้าวโพดให้ผลเฉลี่ย ๗.๕๐ หาบ

ข้อที่ ๓ ไร่ ถามว่าจะได้ข้าวโกธน์จากไร่นั้นเท่าไร?
รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าบอกลมุมและด้านให้ ให้หาเนื้อที่

(๕๒) ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า มีมุม ก ข ค และ
ค ง ก เป็นมุมฉาก และด้าน ก ข ๓๕ เมตร ข ค ๒๐ เมตร
ค ง ๑๖ เมตร จงหาเนื้อที่

(๕๓) จงหาเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า ก ข ค ง ซึ่งมีด้านต่าง ๆ
คือมุม ก ข ค ๙๐ องศา ด้าน ก ข ๓๕ วา ข ค ๓๒ วา ค ง
๒๐ วา ด้าน ง ก ๕๓ วา

(๕๔) ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่ากัน มีมุม ก ข ค และ
มุม ค ง ก เป็นมุมฉาก ด้าน ก ข ยาว ๕๐ วา ข ค ยาว
๑๕ วา ค ง ยาว ๑๗ วา จงหาเนื้อที่

(๕๕) ก ข ค ง เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า มีมุม ก ข ค ๖๐ องศา
มุม ค ง ก ๙๐ องศา มีด้าน ก ข และ ก ค ยาวด้านละ ๓๓ ฟุต
ด้าน ค ง ยาว ๓๒ ฟุต จงหาเนื้อที่

โจทย์เปิดเตล็ดเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า

(๕๖) ถ้าข้าวเปลือกมีราคา ๓๐๐ ถึงต่อ ๓๗ บาท และไร่หนึ่งได้
ข้าว ๓๐ ถึง ถามว่าถ้านักแถม จะได้เงินค่าข้าวจากนา
รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า ซึ่งมีเส้นทะแยงมุมยาว ๒๐๐ วา และ

เดินขึ้นจากจากมุมยอดมายังเดินทะแยงมุมนั้น ยาว ๘๐ วา
และ ๓๒๐ วา เท่าไร ?

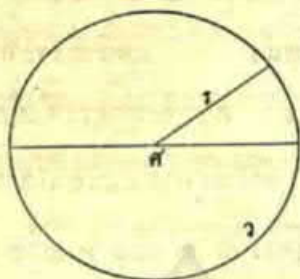
(๕๗) นาย ข. ขายข้าวจากนาของเขาได้เงิน ๓๘๐ บาท ถ้าข้าวมี
ราคาถึงละ ๐.๘๘ บาท ถามว่านาย ข. ทำนาได้ข้าวไว้ละกี่ถัง
ที่นาของนายข. เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า มีเดินทะแยงมุม
ยาว ๒๐ เส้น เดินขึ้นจากทั้งสี่ของจากมุมยอดมายังเดินทะแยง
มุมนั้น ยาว ๓๐ เส้น และ ๓๐ เส้น

(๕๘) นารูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าแปลงหนึ่ง มีเนื้อที่ ๕๕๐ ไร่ มีเดิน
ขึ้นจากซึ่งตกจากจากมุมยอดมายังเดินทะแยงมุม ยาว ๓๐ เส้น
และ ๒๐ เส้น ตามลำดับ ถามว่าเดินทะแยงมุมยาวเท่าไร ?

(๕๙) รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่ารูปหนึ่ง มีเดินทะแยงมุมยาว ๓๐๐ เมตร
เดินขึ้นจากจากมุมตรงกันข้ามมายังเดินทะแยงมุมนั้นยาว ๓๐
และ ๕๐ เมตร ถามว่ารูปสี่เหลี่ยมจตุรัส ซึ่งมีเนื้อที่เท่ากัน
จะมีด้านยาวด้านละเท่าไร ?

บทที่ ๘

ว่าด้วยรูปวงกลม



๔๕ ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นรอบวงกับเส้นผ่าศูนย์กลาง
 นักเรียนจงลองวัดของกลม เช่น ขวดหมักขวดโหล นาฬิกา กระโถน
 หรืออย่างอื่นดูว่า เส้นรอบวงและเส้นผ่าศูนย์กลางของมันยาวเท่าไร
 แล้วจงลองหาความยาวของเส้นผ่าศูนย์กลาง หาความยาวของเส้น
 รอบวง

จากการทดลองข้างบนนี้ นักเรียนจะพบความจริงว่า ไม่ว่า
 รูปวงกลมจะเล็กหรือใหญ่ ส่วนดัดของเส้นรอบวงกับเส้นผ่าศูนย์กลาง
 จะคงที่เสมอ คือเส้นรอบวงจะยาว ๓ เท่าเศษ ๆ ของเส้นผ่าศูนย์กลาง
 คงที่เสมอไป ดังจะเห็นได้จากผลหารที่นักเรียนหาตั้งข้างบนนี้แล้ว

๔๖ π คืออะไร เส้นรอบวง $\div$ เส้นผ่าศูนย์กลาง หรือ
 $\frac{\text{เส้นรอบวง}}{\text{เส้นผ่าศูนย์กลาง}}$ นี้ ตามที่นักปราชญ์ทางคำนวณได้ทดลองหาออกมา

ก่อน และตามก้นกระเรียนได้กดของตุ้มน้ำลงจนเห็นว่าการกินไม่
ลงตัว ตามธรรมชาติที่การกินไม่ลงตัว เราจะหาขอบที่ถูกต้องทีเดียว
ไม่ได้ เราหาได้แต่ให้ใกล้เคียงไป ถ้าต้องการให้ถูกใกล้เคียงมากก็หารไป
จนได้ทศนิยมมากตำแหน่ง แต่ว่าถ้าจะหารไปจนได้ทศนิยมมาก
ตำแหน่งสักเท่าไรก็ตาม ตอบจะถูกตรงทีเดียวไม่ได้

ในวิชาคำนวณ ถ้าไม่รู้ค่าที่แน่นอนเรามักใช้ตัวหนึ่งชื่อแทนค่า
ของจำนวนนั้น เช่น ให้ค่าเป็น x เป็น y หรือ g เป็น x ๖ แต่สำหรับ

ค่าของ $\frac{\text{เส้นรอบวง}}{\text{เส้นผ่าศูนย์กลาง}}$ นี้ แทนที่จะใช้ตัวหนึ่งชื่อไทยหรืออังกฤษ

นักคำนวณชั้นก่อน ๆ ใฝ่ไปใช้ตัวหนึ่งชื่อกรีก π (อ่านว่าไพ) แทน

คือ $\frac{\text{เส้นรอบวง}}{\text{เส้นผ่าศูนย์กลาง}} = \pi$ ซึ่งหมายความว่า ผลหารที่เกิดขึ้นโดย

เอาเส้นผ่าศูนย์กลางไปหารเส้นรอบวงนั้น ได้ตอบจำนวนหนึ่งซึ่ง

สมมุติให้มีค่า $= \pi$ เพราะฉะนั้น π ก็คือ $\frac{\text{เส้นรอบวง}}{\text{เส้นผ่าศูนย์กลาง}}$ นั่น

เอง การที่เราใช้อักษรกรีกแทนนี้ อาจจะเป็นเพราะต้องการให้มัน

ชัดแจ้งว่า นักคำนวณรุ่นหลังก็เคยนิยมใช้ตามเรื่อยมาจนเป็นประเพณี

จนไม่มีใครอยากเปลี่ยนเป็นอย่างอื่น ความจริงเราจะใช้ตัว x หรือ

y หรือตัว g ตัว z แทนก็ได้ผลเท่ากัน

๘๗ คำของ π ตามที่ผู้เคยวัดและคำนวณกันมา π หรือ

เส้นรอบวง
เส้นผ่าศูนย์กลาง

มีค่า = $\frac{๒๒}{๗}$, ๓.๑๔๑๖, ๓.๑๔๑๕๙๒๖ แล้วแต่

จะต้องการให้ถูกต้องแค่ไหน สำหรับทศวิทยุธรรมคาใช้ $\pi = \frac{๒๒}{๗}$

ก็ถูกพอกับความประสงค์แล้ว ทั้งง่ายและสะดวกด้วย ในตำราเล่ม

๕ ถ้าไม่ได้บอกไว้เป็นอย่างอื่น หมายความว่า π มีค่า = $\frac{๒๒}{๗}$

เสมอไป เมื่อใช้ $\pi = \frac{๒๒}{๗}$ ก็หมายความว่า เมื่อเส้นรอบวงยาว ๒๒

เส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๗ และเส้นรัศมีจะยาว $\frac{๗}{๒}$

๘๘ ตัวอย่างวิธีหาคำของ π ในวิทยุรูปวงกลมบางที่เรา

ถามคำของ π เช่น

ตัวอย่างที่ ๑ บอกเส้นรอบวงให้ บอกเส้นผ่าศูนย์กลางให้ ให้
หาคำของ π

โจทย์ ถ้ารูปวงกลมวงหนึ่งวัดเส้นรอบวงได้ ๔๓.๘ นิ้ว และวัด
เส้นผ่าศูนย์กลางได้ ๓๓.๘ นิ้ว ถามว่า π มีค่าเท่าไร?

วิธีทำ $\pi = \frac{\text{เส้นรอบวง}}{\text{เส้นผ่าศูนย์กลาง}}$

$\frac{๔๓.๘}{๓๓.๘}$

$= \frac{๔๓.๘}{๓๓.๘}$

$= ๑.๓๕๗$

ตอบ π มีค่า ๑.๓๕๗

ตัวอย่างที่ ๒ บอกเนื้อที่ให้ บอกเส้นผ่าศูนย์กลางให้ ให้หาค่า
ของ π

โจทย์ ในการหาเนื้อที่ของรูวงกลมวงหนึ่ง ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๓๔ นิ้ว นาย ก. ได้ตอบเนื้อที่ ๓๕๔ ตารางนิ้ว
ถามว่านาย ก. ไร้อะไรเป็นค่าของ π

วิธีทำ เนื้อที่ = $r^2 \pi$ (ดูคำอธิบายในหน้าต่อไป)

$$\therefore \frac{\text{เนื้อที่}}{r^2} = \pi$$

$$\frac{๓๕๔}{๗ \times ๗} = \frac{๒๒}{๗} = \pi$$

$$\text{ตอบ } \pi \text{ มีค่า } \frac{๒๒}{๗}$$

๔๔ หลักของการหาเส้นรอบวง

$$\frac{\text{เส้นรอบวง}}{\text{เส้นผ่าศูนย์กลาง}} = \pi$$

$$\therefore \text{เส้นรอบวง} = \text{เส้นผ่าศูนย์กลาง} \times \pi$$

$$\text{หรือ } c = d \pi$$

นี่เป็นวิธีหาเส้นรอบวงโดยวิธีตั้ง หรือวิธีใช้ π ซึ่งเป็นวิธี
ที่มักใช้กันทั่วไป แต่ยังมีอีกวิธีหนึ่งซึ่งนักเรียนอาจจะเข้าใจได้ดีกว่า
และเขาไปใช้ได้ผลดีเท่ากัน ทั้งมีเหตุผลที่เข้าใจง่าย วิธีที่ว่านี้คือ

ตัวอย่างที่ ๒ บอกรัศมีให้ ให้หาเส้นรอบวง
 โจทย์ รูปวงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว ๘ นิ้ว ถามว่าเส้น
 รอบวงยาวเท่าไร ?

วิธีทำ หา ค. เดี่ยวก่อนแล้วทำอย่างเดียวกันกับตัวอย่างที่ ๑

$$ก = ๒ r = ๘ \times ๒ = ๑๖$$

$$ว = ก \pi$$

$$= ๑๖ \times \frac{๒๒}{๗}$$

$$= ๕๐.๒๘ \text{ นิ้ว}$$

ตอบเส้นรอบวงยาว ๕๐.๒๘ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๓ โจทย์เกี่ยวกับเส้นรอบวง บอกระยะทาง บอกละเส้น
 ผ่านศูนย์กลางให้ ให้หาจำนวนรอบ

โจทย์ จักรยานคันหนึ่งมีล้อกว้าง ๒๓ นิ้ว ถามว่าในระยะ
 ทางหนึ่งไมล์ล้อจะหมุนกี่รอบ ?

วิธีทำ ๑. หาความยาวของเส้นรอบวง (ล้อ)

$$ว = ก \pi = ๒๓ \times \frac{๒๒}{๗} = ๖๖ \text{ นิ้ว}$$

๒. หาจำนวนรอบที่ล้อหมุน

$$\text{จำนวนรอบที่ล้อหมุน} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เส้นรอบวง}}$$

๓๗๕

$$= \frac{๓๗๖๐ \times ๓ \times ๓๖}{๖๖}$$

$$= ๕๖๐ \text{ รอบ}$$

ตอบด้ยหมุน ๕๖๐ รอบ

ตัวอย่างที่ ๔ บอกความกว้างของด้ายให้ บอกจำนวนรอบให้ ให้หา
ระยะทาง

โจทย์ จักรยานคันหนึ่งมีด้ายกว้าง ๒๓ นิ้ว ถามว่าเมื่อด้ายหมุน
ไปได้ ๗๒๐ รอบ จะไปได้ไกลเท่าไร?

วิธีทำ ๑. หาเส้นรอบวง

$$C = \pi d = ๒๓ \times \frac{๒๒}{๗} = ๖๖ \text{ นิ้ว}$$

๒. หาระยะทาง

$$\text{ระยะทาง} = \text{เส้นรอบวง} \times \text{จำนวนรอบ}$$

$$= \frac{๖๖ \times ๗๒๐}{๓๖}$$

$$= ๑๓๒๐ \text{ ฟุต}$$

ตอบไปได้ไกล ๑๓๒๐ ฟุต

ตัวอย่างที่ ๕ บอกจำนวนรอบ บอกเส้นผ่าศูนย์กลางให้ ให้หาพื้นที่
หรือระยะทาง

โจทย์ รถจักรยานคันหนึ่งมีด้ายกว้าง ๔๒ นิ้ว หมุนนาฬิกาดะ ๕๐๐ รอบ
ถามว่ารถนั้นวิ่งเร็วชั่วโมงละเท่าไร?

วิธีทำ ๓. หาเส้นรอบวง

$$C = \pi d = 42 \times \frac{22}{7} = 282 \text{ นิ้ว}$$

๒. หาระยะทางที่ล้อหมุนได้ใน ๓ นาที

$$3 \text{ นาที ล้อหมุนได้ทาง } \frac{282 \times 500}{60} \text{ หลา}$$

๓. หาเวลาที่ล้อหมุนใน ๓ ชั่วโมง

$$\text{ใน ๓ ชั่วโมงล้อหมุนได้ทาง } \frac{282 \times 500}{60} \times \frac{60}{3600}$$

(แปลงเป็นไมล์)

$$= 22.5 \text{ ไมล์}$$

ตอบรถวิ่งเร็ว ๓ ชั่วโมงได้ ๒๒.๕ ไมล์

ตัวอย่างที่ ๖ บอกจำนวนรอบ บอกเส้นผ่าศูนย์กลาง บอกระยะทาง
ให้ ให้หาเวลา

โจทย์ ถามว่ารถจักรซึ่งมีล้อกว้าง ๓๕ นิ้ว หมุนนาทีละ ๕๐๐
รอบ จะเดินทางจากเมือง ก. ถึงเมือง ข. ซึ่งอยู่ห่าง
กัน ๘๒๐ ไมล์ ในเวลาเท่าไร

วิธีทำ ๓. หาเส้นรอบวง

$$C = \pi d = 35 \times \frac{22}{7} = 220 \text{ นิ้ว}$$

๒. หาระยะทางที่ล้อหมุนใน ๓ นาที

$$\text{ใน ๓ นาทีรถจะหมุนได้} = \frac{๓๓๐ \times ๔๐๐}{๓๖} \text{ หด}$$

(แปลงเป็น หด)

๓. หาเวลาที่รถจะถึงวง

$$\begin{aligned} \text{เวลาที่รถถึง} &= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}} \\ &= \frac{๗๒๐ \times ๓๗๖๐ \div \frac{๓๓๐ \times ๔๐๐}{๓๖}}{\text{อัตราเร็ว}} \\ &= \frac{๗๒๐ \times ๓๗๖๐ \times ๓๖}{๓๓๐ \times ๔๐๐ \times ๖๐} \\ &= ๓๗.๖๘ \text{ ชั่วโมง} \\ &\text{ตอบรถถึงวงนาน ๓๗.๖๘ ชั่วโมง} \end{aligned}$$

๓๐๓. หลักของการหาเส้นผ่านศูนย์กลางและรัศมี ในควรวกก่อน

นักเรียน ได้เรียนแล้วว่า

$$\begin{aligned} r &= \frac{C}{\pi} \\ \therefore \frac{r}{\pi} &= \frac{C}{\pi^2} \text{ หรือ } \frac{r}{\pi} = \frac{C}{\pi^2} \\ \therefore \frac{r}{\pi} &= r \end{aligned}$$

五

१०६

ตัวอย่างที่

โจทย์

วิธีทำ

ถ้าเห็น

22

"

ตอบเห็นผ่า

3. 1

4 =

ตอบได้

ตัวอย่างที่

โจทย์

วิธีทำ ก. อย่างพิสดาร

ถ้าเดินรอบวงยาว ๒๒ นิ้ว รัดเข็มยาว $\frac{๗}{๒}$ นิ้ว

๖๖ ๖๖ ๓ ๖๖ ๖๖ $\frac{๗}{๒ \times ๒๒}$ ๖๖

๖๖ ๖๖ ๓๓๒ ๖๖ ๖๖ $\frac{๗ \times ๓๓๒}{๒ \times ๒๒}$ ๖๖

= ๒๓ ๖๖

ตอบ รัดเข็มยาว ๒๓ นิ้ว

วิธีทำ ข. ทำอย่างย่อ

$$r = \frac{r}{\pi} = \frac{๓๓๒}{๒} \times \frac{๗}{๒ \times ๒๒} = ๒๓ \text{ นิ้ว}$$

ตอบ รัดเข็มยาว ๒๓ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๓ โจทย์เป็นคเค็ดต บอกระยะทางบอกจำนวนรอบให้ ให้หาเส้นผ่านศูนย์กลาง

โจทย์ ถัดจากรยานหมุน ๗๒๐ รอบ ไปใต้ทางไกล ๓๓๒๐ หลาถามว่าด้นนั้นกว้างเท่าไร?

วิธีทำ ค. หาเส้นรอบวงของล้อ

$$\text{เส้นรอบวงของล้อ} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{จำนวนรอบ}}$$

$$= \frac{๓๓๒๐ \times ๓๖}{๗๒๐}$$

$$= ๖๖ \text{ นิ้ว}$$

๒. หาเส้นผ่านศูนย์กลาง

$$r = \frac{r}{\pi} = \frac{66}{\frac{22}{7}} = 66 \times \frac{7}{22} = 21 \text{ นิ้ว}$$

ตอบ ๒๑ นิ้ว

๓๐๓ หลักการหาเนื้อที่รูปวงกลม นักเรียนจงวาดรูปวงกลม
 ลงบนกระดาษฟูลงแต่ปวงหนึ่ง ให้รัศมียาว ๔ นิ้วฟุต แล้วจงขีดรัศมี
 ๓ เส้น ให้ห่างกันเส้นละ ๓ กระเบียด แล้วจงใช้มีดคม ๆ ตัดตาม
 แนวรัศมีเส้นนั้น หรือเส้นที่หนึ่งกับเส้นที่สาม แล้วจงเอารูปที่
 ตัดออกนั้นไปพิจารณาดู นักเรียนจะเห็นว่า รูปที่ตัดนั้นเป็น
รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีด้านตั้งยาวเท่ากับรัศมีของรูปวงกลม มี
 ฐานยาวเกือบเท่าส่วนโค้งของเส้นรอบวงส่วนนั้น มีสูงเกือบเท่าเส้น
 รัศมี ถ้านักเรียนจะขีดรูปสามเหลี่ยมใหม่ ขนาดยังเล็กเข้าทุกที ความ
 ยาวของฐานจะยิ่งใกล้ความยาวของเส้น โค้งของรูปวงกลมเข้าทุกที
 จนนับเอามันเท่ากันได้ และในทำนองเดียวกัน ความยาวของส่วน
 สูงจะยิ่งใกล้ความยาวของรัศมีเข้าทุกที จนนับว่าเท่ากันได้

ตามตัวอย่างข้างบนนี้ นักเรียนย่อมเห็นจริงด้วยตนเองแล้วว่า
 ถ้าขีดรัศมีให้ถี่ ๆ กันจนรอบรูปวงกลม รูปวงกลมก็จะกลายเป็นรูป
 สามเหลี่ยมหน้าจั่วเล็ก ๆ นานี้ ถ้าขีดรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเล็ก ๆ นานี้
 ออกไปให้เพื่อนนักเรียนดู เพื่อนจะทายไม่ถูกว่า รูปสามเหลี่ยม
 หน้าจั่วเล็ก ๆ นานี้มาจากรูปวงกลม รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเล็ก ๆ นานี้

ถ้าจะตัดออกไปให้หมดแล้วเอามาปะใหม่ ก็จะกลายเป็นรูปวงกลมตามเดิม เพราะฉะนั้นนักเรียนก็จะพบความจริงสำคัญเข้าแล้วว่า รูปวงกลมประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเล็ก ๆ ทยายรูปเรียงกัน

สมมุติว่าเราแบ่งเส้นรอบวงออกเป็น ๓๐๐๐ ส่วน เราก็จะได้รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ๓๐๐๐ รูป

$$\therefore \text{เนื้อที่ของรูปวงกลมนั้น} = \text{เนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ๓๐๐๐ รูปนั้น} \quad \text{แต่เนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม ๓ รูป} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$$

$$\therefore \text{เนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม ๓๐๐๐ รูป} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒} + \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒}$$

$$๓๐๐๐ \text{ หน} = \frac{\text{สูง} (\text{ฐาน} + \text{ฐาน} + \text{ฐาน} \dots ๓๐๐๐ \text{ หน})}{๒}$$

(ตามหลักของการเข้าวงเดิม)

แต่ฐานของรูปสามเหลี่ยม ๓๐๐๐ หน ยาวเท่ากับเส้นรอบวง เพราะฐานก็คือเส้นรอบวงส่วนหนึ่ง ๆ นั่นเอง

$$\therefore \text{เนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม ๓๐๐๐ รูป หรือรูปวงกลม} = \frac{\text{สูง} \times \text{เส้นรอบวง}}{๒}$$

$$= \frac{\text{รัศมี} \times \text{เส้นรอบวง}}{๒}$$

เพราะฉะนั้นนักเรียนจึงจำได้ว่า การหาเนื้อที่รูปวงกลม ก็หาได้จากการหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมนั่นเอง คือ

เนื้อที่รูปวงกลม = $\frac{รัศมี \times \text{เส้นรอบวง}}{๒}$ ซึ่งแปลว่าเนื้อที่ของรูปวงกลม หาอย่างเดียวกับเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีฐานยาวเท่ากับเส้นรอบวง และมีสูงยาวเท่ากับรัศมีของรูปวงกลมนั้น

การหาเนื้อที่ของรูปวงกลม ถ้าจะทำอย่างย่อก็ได้คือ

$$\text{เนื้อที่รูปวงกลม} = \frac{รัศมี \times \text{เส้นรอบวง}}{๒}$$

$$\text{แต่ } r = ๕ \text{ } \pi$$

$$\therefore \text{เนื้อที่รูปวงกลม} = \frac{r \times ๒ r \cdot \pi}{๒} = r^2 \pi$$

นักเรียนจงจำไว้ว่า

$$\text{เนื้อที่รูปวงกลม} = r^2 \pi$$

๓๐๔ ตัวอย่างวิธีหาเนื้อที่รูปวงกลม

ตัวอย่างที่ ๑ บอกรัศมีให้ ให้หาเนื้อที่

โจทย์ จงหาเนื้อที่ของรูปวงกลม ซึ่งมีรัศมียาว ๓.๕ นิ้ว

วิธีทำ ก. ทำอย่างพิสดาร

$$\begin{aligned} \text{เนื้อที่รูปวงกลม} &= \text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยมซึ่งมีฐานยาวเท่ากับเส้นรอบวง และมีสูงยาวเท่ากับรัศมี} \\ &= \frac{รัศมี \times \text{เส้นรอบวง}}{๒} \end{aligned}$$

$$\text{แต่ } r = ๕ \text{ } \pi = ๒ r \pi = ๓.๕ \times ๒ \times \frac{๒๒}{๗} = ๔๘ \text{ นิ้ว}$$

$$\therefore \text{เนื้อ} = \frac{๓๔ \times ๑๑}{๒}$$

$$= ๑๘๖ \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\text{ตอบเนื้อทรงวงกลม ๑๘๖ ตารางนิ้ว}$$

วิธีทำ ข. ทำอย่างย่อ

$$\text{เนื้อทรงวงกลม} = r^2 \pi = ๓๔ \times ๓๔ \times \frac{๒๒}{๗}$$

$$= ๑๘๖ \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\text{ตอบเนื้อทรงวงกลม ๑๘๖ ตารางนิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ ๒ มอกเส้นผ่าศูนย์กลางให้ ให้หาเนื้อที่

โถยี่ จงหาเนื้อที่ของรูปวงกลม ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๕๖ นิ้ว

วิธีทำ ก. ทำอย่างพิสดาร

$$\text{เส้นรอบวง} = ๒ \pi r = ๕๖ \times \frac{๒๒}{๗} = ๓๕๒ \text{ นิ้ว}$$

$$\text{รัศมี} = \frac{1}{2} \text{ ครึ่งเส้นผ่าศูนย์กลาง} = ๕๖ \div ๒ = ๒๘ \text{ นิ้ว}$$

$$\text{เนื้อ} = \frac{\text{รัศมี} \times \text{เส้นรอบวง}}{๒}$$

$$= \frac{๒๘ \times ๓๕๒}{๒}$$

$$= ๔๙๖๘ \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\text{ตอบเนื้อทรงวงกลม ๔๙๖๘ ตารางนิ้ว}$$

วิธีทำ ข. ทำอย่างย่อ

$$\begin{aligned}\text{เนื้อทรงรูปวงกลม} &= r^2 \pi = ๒๘ \times ๒๘ \times \frac{๒๒}{๗} \\ &= ๒๔๖๔ \text{ ตารางนิ้ว}\end{aligned}$$

ตอบเนื้อทรงรูปวงกลม ๒๔๖๔ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๓ นอกเส้นรอบวงให้ ให้หาเนื้อที่

โจทย์ จงหาเนื้อที่ของรูปวงกลม ซึ่งมีเส้นรอบวงยาว ๓๓๒ นิ้ว

วิธีทำ ก. ทำอย่างพิสดาร

๑. หารัศมีก่อน

ถ้าเส้นรอบวงยาว ๒๒ นิ้ว รัศมีจะยาว $\frac{๗}{๒}$ นิ้ว

” ” ” ” ” ” ” ” $\frac{๗}{๒ \times ๒๒}$

” ” ๓๓๒ ” ” ” ” $\frac{๗ \times ๓๓๒}{๒ \times ๒๒} = ๒๗$ นิ้ว

$$\text{เนื้อทรงรูปวงกลม} = \frac{\text{รัศมี}^2 \times \text{เส้นรอบวง}}{๒}$$

$$= \frac{๒๗ \times ๓๓๒}{๒}$$

$$= ๔๕๘๑ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบ ๔๕๘๑ ตารางนิ้ว

วิธีทำ ข. ทำอย่างย่อ

$$r = \frac{r}{2\pi} = \frac{๓๓.๕ \times ๔}{๕ \times ๒๒} = ๒๓ \text{ นิ้ว}$$

$$\text{เนื้อที่รูปวงกลม} = r^2 \pi = ๒๓ \times ๒๓ \times \frac{๒๒}{๗}$$

$$= ๓๓๘๖ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบ ๓๓๘๖ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๔ บอกเนื้อที่ให้ ให้หาค้น

โจทย์ จงหาค้นของรูปวงกลม ซึ่งมีเนื้อที่ ๓๓๘๖ ตารางนิ้ว

วิธีทำ $r^2 \pi = \text{เนื้อที่}$

$$\therefore r^2 = \frac{\text{เนื้อที่}}{\pi}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{\text{เนื้อที่}}{\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{๓๓๘๖ \times ๗}{๒๒}}$$

$$= \sqrt{๒๓ \times ๒๓}$$

$$= ๒๓ \text{ นิ้ว}$$

ตอบ รศมียาว ๒๓ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๕ บอกรัศมีสองเส้นให้ ให้หาเนื้อที่ของรูปวงแหวน

โจทย์ จงหาเนื้อที่ของรูปวงแหวน ซึ่งมีรัศมีวงในยาว ๘ นิ้ว

รัศมีวงนอกยาว ๓๔ นิ้ว

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{เนื้อที่รูปวงแหวน} &= \text{เนื้อที่รูปวงกลมใหญ่} - \text{เนื้อที่รูปวงกลมเล็ก} \\
 &= r^2 \pi - r^2 \pi \\
 &= \left(\frac{๓๔ \times ๓๔ \times ๒๒}{๗} \right) - \left(\frac{๗ \times ๗ \times ๒๒}{๗} \right) \\
 &= ๖๓๖ - ๓๕๔ = ๒๘๒ \text{ ตารางนิ้ว} \\
 &\quad \text{ตอบเนื้อที่รูปวงแหวน ๒๘๒ ตารางนิ้ว}
 \end{aligned}$$

นักเรียนจะเห็นจากตัวอย่างข้างบนนี้ว่า มีวิธีทำอยู่สองวิธี คือ วิธีพิงคารกับวิธีย่อ ซึ่งถูกต้องเหมือนกัน แต่ว่าการทำโจทย์อย่าง วิธีย่อกับวิธีพิงคาร มีประโยชน์ไปคนละอย่าง วิธีตัดหรือย่อทำได้เร็วแต่ให้โทษที่ลืมสูตรง่าย เมื่อลืมสูตรแล้วทำไม่ได้ วิธียาวให้โทษที่ช้า แต่ให้คุณที่ผู้ทำไม่รู้จักลืมหรือลืมได้ยาก เพราะมีเหตุผลประกอบไปเสมอ จึงรู้หลักและรู้เหตุผลแน่นแฟ้นดี นักเรียนควรจะหัดทำโดยวิธีพิงคารจนชำนาญ เมื่อเข้าใจเหตุผลดีแล้ว จึงค่อยทำอย่างวิธีตัด เช่นเมื่อนักเรียนลืมสูตรเสีย นักเรียนก็จะไล่หาสูตรเอาได้ โดยง่าย

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๖

- (๑) จงบอกชื่อส่วนต่าง ๆ ของรูปวงกลมมาให้ครบ
- (๒) เหตุใดเมื่อเขา ๒ ไปหารเส้นผ่านศูนย์กลาง จึงได้ตอบเท่ากับรัศมี

- (๓) ถ้าท่านอยากทำสนามกลมกว้าง ๕ วา ท่านจะมีวิธีวัดอย่างไร?
- (๔) ท่านจะมีข้อพิสดารได้อย่างไร ว่าเส้นรอบวงกับเส้นผ่าศูนย์กลางและรัศมีของรูปวงกลมทุกวง มีส่วนสัดเหมือนกัน
- (๕) π คืออะไร มีประโยชน์อย่างไร?
- (๖) ถ้าเราไม่ใช้ π จะใช้อักษร ก. หรือ ข. แทนได้หรือไม่ เพราะเหตุไร?
- (๗) ท่านจะหาเนื้อที่ หาเส้นรอบวงและอื่นๆ ของรูปวงกลม โดยไม่ใช้ π ได้หรือไม่ ถ้าได้ทำอย่างไร?
- (๘) ในการหาเนื้อที่รูปวงกลม เราได้หัดกลับมาจากไหน?
- (๙) เนื้อที่รูปวงกลมเท่ากับเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีขนาดอย่างไร?
- (๑๐) ถ้าท่านต้องการทำโจทย์เกี่ยวกับรูปวงกลมให้เร็ว ท่านจะต้องจำสูตรอะไรบ้าง?

รูปวงกลมบอกเส้นผ่าศูนย์กลางให้ ให้หาเส้นรอบวง

จงหาเส้นรอบวงของรูปวงกลม ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว

ดังต่อไปนี้

(๓๑) ๓๕ นิ้ว

(๓๒) ๔๒ ฟุต

(๓๓) ๓.๕ เมตร

(๓๔) ๓๐.๕ หลา

(๑๕) ๓ ฟุต ๙ นิ้ว

(๑๖) ๕ หลา ๒ ฟุต

รูปวงกลมบอกรัศมีให้ ให้หาเนื้อที่

จงหาเนื้อที่ของรูปวงกลม ซึ่งมีรัศมียาว ดังต่อไปนี้

(๑๗) ๘ นิ้ว

(๑๘) ๓ ฟุต ๒ นิ้ว

(๑๙) ๒๓ หลา

(๒๐) ๖๖ เมตร

(๒๑) ๓๐ ๑

(๒๒) ๓๔ คอก

(๒๓) ๓ หลา ๓ ฟุต ๓ นิ้ว

รูปวงกลมบอกเส้นรอบวงให้ ให้หาเส้นผ่าศูนย์กลาง

จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของรูปวงกลม ซึ่งมีเส้นรอบวงยาว ดังต่อไปนี้

(๒๔) ๒๒ นิ้ว

(๒๕) ๕๕ ฟุต

(๒๖) ๓๘๘ เมตร

(๒๗) ๒๖๔ ๑

(๒๘) ๗๘๒ ๑

(๒๙) ๓๘๖ คอก

รูปวงกลมบอกเส้นรอบวงให้ ให้หาค่า

จงหา r ของรูปวงกลม ซึ่งมีเส้นรอบวงยาว ดังต่อไปนี้

(๓๐) ๓๕.๔ นิ้ว

(๓๑) ๕.๐๖ ฟุต

(๓๒) ๓๓.๒๔ หลา

(๓๓) ๓๗.๘๒ เมตร

(๓๔) ๓๗.๓๔ วา

โจทย์เปิดเตี๊ตเกี่ยวกับเส้นรอบวง

เส้นผ่านศูนย์กลางและ r ของรูปวงกลม

จงทำโจทย์ข้างล่างนี้

(๓๕) ถอดเส้นหนึ่งถ้าชดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จะได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีด้านยาวด้านละ ๒๒ นิ้ว ถามว่าถอดเส้นนั้นถ้าชดเป็นรูปวงกลมจะได้รูปวงกลมซึ่งมี r ยาวเท่าไร ?

(๓๖) ถอดเส้นหนึ่งถ้าชดเป็นรูปวงกลม จะได้รูปวงกลมซึ่งมี r ยาว ๓๕.๔ นิ้ว ถามว่าถ้าจะชดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีด้านยาวด้านละเท่าไร ?

(๓๗) ถ้าถอดทองคำมีราคาเมตรละ ๒.๐๐ บาท ถอดทองคำพันอยู่รอบหลอด ๓๐๐ รอบ จะมีราคา ๒๖๔.๐๐ บาท ถามว่าหลอดนั้นมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวเท่าไรเซ็นติเมตร ?

(๓๘) สนามหญ้าแห่งหนึ่งมีรัศมียาว ๘๔ วา ถามว่าถ้าจะทำรั้วล้อมรอบโดยเสียค่าทำรั้ววาระ ๒.๕๐ บาท จะสิ้นเงินค่าล้อมรั้วเท่าไร ?

(๓๙) ถามว่าถ้าจะเอาเชือกซึ่งยาว ๗๓๓ หลา ๓ ฟุต ไปพันรอบหลอดซึ่งมีรัศมียาว ๖ นิ้ว จะพันได้กี่รอบ ?

(๔๐) ถ้านาย ก. ขับจักรยานซึ่งมีล้อกว้าง ๕๖ เซนติเมตร ไปได้ ๓๐๐๐๐๐ รอบ ถามว่านาย ก. จะไปได้ไกลจากที่ที่ตั้งต้นเท่าไร กิโลเมตร ?

(๔๑) ในการแข่งขันจักรยานทางไกล ๖๖ กิโลเมตร ถามว่าผู้แข่งขันจะต้องขี่จักรยานรอบสนาม ซึ่งเป็นรูปวงกลมมีรัศมียาว ๓๐๐ เมตร กี่รอบ ?

(๔๒) ถามว่าจักรยานซึ่งมีล้อกว้าง ๓๖ นิ้ว จะต้องหมุนกี่รอบจึงจะไปได้ไกล ๓๐ ไมล์ ?

(๔๓) ถ้าวล้อจักรยานมีล้อกว้าง ๕ ฟุต และหมุนได้ ๕๕๒ รอบ คือ ๓ นาที ถามว่ารถนั้นวิ่งได้เร็วชั่วโมงละกี่ไมล์ ?

รูปวงกลมบอกรัศมีให้ ให้หาเนื้อที่

จงหาเนื้อที่ของรูปวงกลมซึ่งมีรัศมียาว ดังต่อไปนี้

(๔๔) ๗ นิ้ว

(๔๕) $3\frac{1}{2}$ หลา

- (๔๖) ๓๕ วา
 (๔๗) ๕๖ เมตร
 (๔๘) ๘๓ เซนติเมตร

รูปวงกลมบอกเส้นผ่าศูนย์กลางให้ ให้หาเนื้อที่
 จงหาเนื้อที่ของรูปวงกลมซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาวดังต่อไปนี้

- (๔๙) ๔๒ นิ้ว
 (๕๐) ๓๔ เมตร
 (๕๑) ๓๗๒ วา
 (๕๒) ๗๐ หลา
 (๕๓) ๓.๕ ศอก

รูปวงกลมบอกเส้นรอบวงให้ ให้หาเนื้อที่
 จงหาเนื้อที่ของรูปวงกลมซึ่งมีเส้นรอบวงยาวดังต่อไปนี้

- (๕๔) ๓๗๖ นิ้ว
 (๕๕) ๒๒๐ ฟุต
 (๕๖) ๒๖๔ เมตร
 (๕๗) ๓๗๗ หลา
 (๕๘) ๒๔๒ วา

รูปวงกลมบอกเนื้อที่ให้ ให้หารัศมี
 จงหารัศมีของรูปวงกลมซึ่งมีเนื้อที่ดังต่อไปนี้

- (๕๙) ๓๕๔ ตารางนิ้ว

- (๖๐) ๖๓๖ ตารางฟุต
 (๖๑) ๓๘๕๐ ตารางหลา
 (๖๒) ๘๘๕๖ ตารางเมตร
 (๖๓) ๘๓ ไร่ ๓ งาน ๔๔ ตารางวา

【หาเนื้อที่ของรูปวงแหวน

- (๖๔) จงหาเนื้อที่ของรูปวงแหวนซึ่งมีรัศมีวงในยาว ๓๐ นิ้ว และ
 รัศมีวงนอกยาว ๓๒ นิ้ว
 (๖๕) จงหาเนื้อที่ของรูปวงแหวนซึ่งมีรัศมีทั้งดี่ยาว ๔ นิ้ว และ
 ๓๓ นิ้ว ตามลำดับ
 (๖๖) สนามกกลมแห่งหนึ่งมีรัศมียาว ๔๒ เมตร มีถนนกว้าง ๔ เมตร
 ล้อมอยู่รอบ ถามว่าถนนนั้นมีเนื้อที่เท่าไร?
 (๖๗) โดะทะกกลมแผ่นหนึ่งมีรัศมียาว ๓๔ นิ้ว มีกรอบกว้าง ๓ นิ้ว
 [ล้อมอยู่] ถามว่ากรอบนั้นมีเนื้อที่เท่าไร?

【โจทย์เขตที่ดินเกี่ยวกับรูปวงกลม

- (๖๘) จงหาราคาของพื้นที่รูปวงกลม รัศมียาว ๓.๕ เด็น ในอัตรา
 ราคา ไร่ละ ๓๕.๐๐ บาท
 (๖๙) พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแปลงหนึ่งกว้าง ๖๕ เมตร ยาว ๘๘
 เมตร ถูกแบ่งออกเป็นรูปวงกลมสำหรับปลูกต้นไม้ ๕ รูป
 รูปวงกลดามีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๓๐ เมตร รูปวงรอบสี่รูป
 มีเส้นผ่าศูนย์กลางรูปละ ๒๐ เมตร ที่ระหว่างรูปวงกลมจะ

ปลูกหญ้า ถ้าค่าปลูกหญ้าเป็นราคาตารางเมตรละ ๐.๕๐ บาท
จงหาค่าปลูกหญ้าทั้งหมด

- (๗๐) นารูปกลมแปลงหนึ่งเจ้าของเดี่ยวคำด้อมรวเบนเงิน ๒๕๔.๐๐
บาท ในอัตรา ๓.๐๐ บาท ต่อรั้วยาว ๑ เส้น จงหาเนื้อที่
ของนาแปลงนั้น

- (๗๑) ในการสร้างบ่อน้ำกลมใบหนึ่ง ช่างเขาคิดเอาค่าจ้าง ๒.๐๐
บาทต่อ ๑ นิ้ว ของความยาวรอบบ่อน้ำด้านใน ถ้าเจ้าพเจ้า
เดี่ยวคำสร้างบ่อน้ำเป็นเงินทั้งสิ้น ๓๕๒.๐๐ บาท ถามว่าบ่อน้ำ
กว้างเท่าไรฟุต

- (๗๒) เมื่อดำหรับหัดซ้อมยิงบนเป้าหนึ่งเป็นรูปกลม ใจกลางมีดี
แดงกว้าง ๘ นิ้ว วงต่อมาเป็นสีดำมีขนาดกว้าง ๔ นิ้ว วง
ที่ ๓ มีสีเขียวกว้าง ๔ นิ้ว ด้อมวงที่สี่ของอยู่อีก ดังนั้น ถาม
ว่าวงที่สี่ของกับวงที่สามมีเนื้อที่ต่างกันเท่าไร?

- (๗๓) จงหารัศมีของนารูปกลมแปลงหนึ่ง ซึ่งมีเนื้อที่เท่ากับแปลง
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีเนื้อที่ ๒๔๔ ไร่

- (๗๔) จงหาด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีเนื้อที่เท่ากับรูปวงกลม
ซึ่งมีรัศมียาว ๒๘ นิ้ว

- (๗๕) รูปวงกลมสองรูปมีจุดศูนย์กลางอันเดียวกัน ถ้าเนื้อที่ของ
รูปวงกลมทั้งสองนั้นต่างกัน ๓๓๒๐ ตารางเมตร และรูปวง
นอกมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๔๔ เมตร ถามว่ารูปวงในมี

รัศมียาวเท่าไร?

- (๗๖) ถัดซ้ายใหญ่ซึ่งมีขนาดกว้าง ๒๘ นิ้ว หมุนได้ ๕๐๐ รอบ ถ้าม
ว่าดัดเล็กซึ่งมีขนาดกว้าง ๘ นิ้ว จะหมุนได้กี่รอบ จึงจะได้

ระยะทางเท่ากัน

จบหลักสูตรประโยคฝึกหัดक्रमดกลิกรรมเพียงเท่านี้

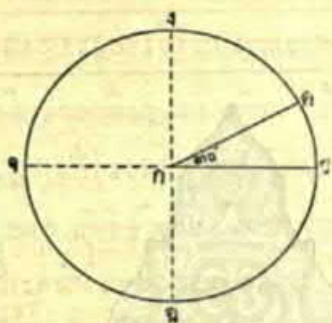
ถ้านักเรียนฝึกหัดक्रमดเข้าใจทุกสิ่งทุกอย่าง ตั้งแต่ต้นมาจน
ถึงนี้ และได้ทำแบบฝึกหัดจนมีความชำนาญแล้ว นักเรียนจะ
สอบได้วิชาเมนดูเรชั่นได้ทุกคน

ถ้าหากมีเวลาเหลือ นักเรียนควรเรียน และควรควรสอนบางสิ่ง
บางอย่างที่มีประโยชน์ เช่น การหาเนื้อที่รูปกระเบื้อง การหาความ
จุของรูปสี่เหลี่ยมคี่ วงรี วงกลม วงรีคี่ หน้าไม้ควย

บทที่ ๗

ว่าด้วยรูปวงกลม (ต่อ)

๓๐๕ ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางและส่วนโค้ง
(arcs) ของรูปวงกลม



ตามรูปข้างบนนี้ ก. เป็นจุดศูนย์กลาง ข ก หรือ ค ง เป็นส่วนโค้ง (arcs) ของรูปวงกลม ส่วนโค้งของรูปวงกลมก็คือส่วนหนึ่งของเส้นรอบวงนั่นเอง ข ก ค และ ค ง เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง

นักเรียนจงวัดส่วนโค้งของรูปวงกลม (arcs) ขนาดต่าง ๆ ดังตัวอย่างข้างบนนี้ แล้วสังเกตดูว่า ถ้าส่วนโค้งยาวออก มุมที่จุดศูนย์กลางใหญ่ขึ้นหรือไม่

นักเรียนย่อมสังเกตเห็น ถ้าส่วนโค้งของรูปวงกลมยาวออก มุมที่จุดศูนย์กลางจะใหญ่ขึ้น หรือมุมที่จุดศูนย์กลางใหญ่ขึ้น ส่วนโค้งจะยาวออก ดังจะเห็นได้จากรูปข้างบนนี้ คือ:-

เมื่อมุมกาง 30° ส่วนโค้งยาว = ๒ ค

,, ,, 60° ,, ,, = ๒ ค ง หรือ $\frac{\pi}{3}$ ค

,, ,, 90° ,, ,, = ๒ ค จ หรือ $\frac{\pi}{2}$ ค

,, ,, 120° ,, ,, = ๒ ค ง จ น หรือ $\frac{2\pi}{3}$ ค

,, ,, 180° เต็มที่ยาว = ๒ ค ง จ น ข หรือ ๑

๓๐๖ หลักของการหาส่วนโค้งของรูปวงกลม (arcs) เมื่อ

ทอดตงดูหลาย ๆ ครั้ง เห็นเป็นเส้นที่ก่อกำเนิดข้างบนเสมอ เรา
ก็ถนัดและถือเป็นความจริงได้ว่า ส่วนโค้ง (arcs) ของรูปวงกลม
และมุมตรงศูนย์กลางของมันสัมพันธ์กันเสมอ คือถ้าส่วนโค้งยาว
ออกมามากขึ้น มุมใหญ่ออกส่วนโค้งจะยาวออก แล้วถ้ามุม
ความจริงอันนี้ไปใช้ในการคำนวณต่อไป คือ ถ้าเรารู้มุมหรือรู้ส่วน
โค้งก็เทียบหาส่วนโค้งหรือมุมได้

๓๐๗ ตัวอย่างวิธีหาเส้นโค้งของรูปวงกลม

ตัวอย่างที่ ๑ บอกรัศมีให้ บอกมุมที่ศูนย์กลางให้ ให้หาส่วนโค้ง
ของรูปวงกลม

โจทย์ รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๔๒ นิ้ว ถามว่าส่วนโค้ง
ของรูปวงกลมซึ่งมีมุมที่ศูนย์กลางกาง ๔๕ องศา
จะยาวเท่าไร?

วิธีทำ $s = r \pi = ๔๒ \pi = ๔๒ \times ๓.๑๔ = ๑๓๑.๘$ นิ้ว

ถ้ามุมกาง ๔๖๐ องศา ส่วนโค้งยาว ๒๖๔ นิ้ว

$$,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad \frac{๒๖๔}{๓๖๐} \quad ,,$$

$$,, \quad ๔๕ \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad \frac{๒๖๔ \times ๔๕}{๓๖๐} = ๓๓ \quad ,,$$

ตอบส่วนโค้ง (arcs) ยาว ๓๓ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ บอกรัศมีให้ บอกมุมที่จุดศูนย์กลางให้ ให้หาส่วนโค้งของรูปวงกลม

โจทย์ รูปวงกลมรูปหนึ่ง มีรัศมียาว ๔๒๐ ฟุต ถ้าหาว่าส่วนโค้งของรูปวงกลมซึ่งมีมุมตรงจุดศูนย์กลางกว้าง ๒๔° ยาวเท่าไร?

วิธีทำ เส้นรอบวง $= ๒ \pi r = ๒ \times ๔๒๐ \times \frac{๒๒}{๗} = ๒๖๔๐$ ฟุต

มุมตรงจุดศูนย์กลาง $= ๒๔^{\circ} = ๒๔.๓๕$ องศา

ถ้ามุมตรงจุดศูนย์กลางกว้าง ๓๖๐° ส่วนโค้งจะยาว ๒๖๔๐ ฟุต

$$,, \quad ,, \quad / \quad ,, \quad \frac{๒๖๔๐}{๓๖๐} \quad \text{ฟุต}$$

$$,, \quad ,, \quad ๒๔.๓๕ \quad ,, \quad \frac{๒๖๔๐ \times ๒๔.๓๕}{๓๖๐}$$

$$= ๓๗๗.๓ \quad \text{ฟุต}$$

ตอบ ๓๗๗.๓ ฟุต

๓๐๘ หลักของการหาพื้นที่จุดศูนย์กลาง ในทำนองเดียวกัน ถ้าถ้ายึดกันเสียโดยบอกรัศมีให้ และบอกส่วนโค้ง (*arcs*) ให้ ก็จะเทียบหาขนาดของพื้นที่จุดศูนย์กลางได้ เพราะฉะนั้นหลักของการหาพื้นที่จึงเหมือนกันกับหลักของการหาส่วนโค้ง (*arcs*)

๓๐๙ ตัวอย่างวิธีหาพื้นที่จุดศูนย์กลางของรูปวงกลม

ตัวอย่างที่ ๑ บอกรัศมีให้บอกส่วนโค้งให้ ให้หาพื้นที่จุดศูนย์กลาง ใจห้ รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๒๓ นิ้ว จงหาพื้นที่จุดศูนย์กลางของส่วนโค้งซึ่งยาว ๔๔ นิ้ว

วิธีทำ $C = 2\pi R = 2 \times 23 \times \frac{22}{7}$ นิ้ว

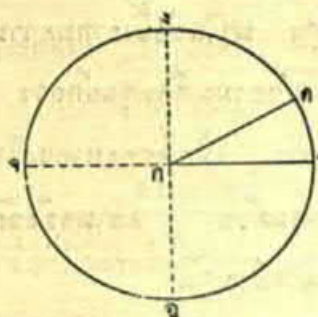
ถ้าส่วนโค้งยาว $23 \times 2 \times \frac{22}{7}$ มุมจะกาง ๓๖๐°

” ” ” ” $\frac{360}{23 \times 2 \times \frac{22}{7}}$

” ” ” ” $\frac{360 \times 44 \times 7}{23 \times 2 \times 22}$
= ๓๒๐°

ตอบพื้นที่จุดศูนย์กลางกาง ๓๒๐°

๓๑๐ ภาครูปวงกลม (หรือ Sector) คือรูปที่มีรัศมี ๒ เส้น และส่วนโค้งที่ซึ่งอยู่ระหว่างรัศมีนั้นเป็นอาณาเขตต์ เช่น (ดูรูป)



ก ข ค เป็นภาควงเพราะมีรัศมี ก ข กค และส่วนของโค้งค ข อยู่บน
 นักเรียนจงเขียนภาควงขนาดต่าง ๆ แล้ววัดมุมที่จุดศูนย์กลาง
 ของมันดู

จากรูปข้างบนนี้ เมื่อ

มุมศูนย์กลาง = ข กค หรือ 30°	หรือ	เป็น $\frac{30}{360}$ ของ	หรือ	เป็น $\frac{1}{12}$ ของ	หรือ	เป็น $\frac{1}{12}$ ของ
มุมศูนย์กลาง = ข กข หรือ 90°	หรือ	เป็น $\frac{90}{360}$	หรือ	เป็น $\frac{1}{4}$	หรือ	เป็น $\frac{1}{4}$ ของ
มุมศูนย์กลาง = ข กข + กค หรือ 120°	หรือ	เป็น $\frac{120}{360}$	หรือ	เป็น $\frac{1}{3}$	หรือ	เป็น $\frac{1}{3}$ ของ
มุมศูนย์กลาง = ๔ มุมฉาก	หรือ	เป็น $\frac{360}{360}$	หรือ	เป็น ๑	หรือ	เป็น ๑ ของ

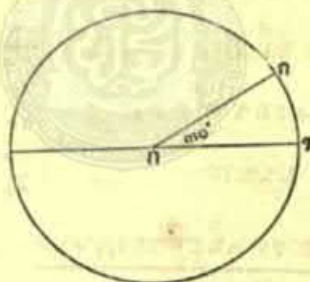
๓๓๓ หลักการหาเนื้อที่ของภาควง เมื่อเราพบความจริง
 ว่า เนื้อที่ของภาควงทั่วทั้งหนึ่งหรือลดลงตามขนาดของมุมศูนย์กลางแล้ว
 เราก็นำความจริงไปใช้เป็นหลักโดยเทียบเขา เช่นบอกเนื้อที่หรือ
 มุม เราก็สามารถจะเทียบหามุมหรือเนื้อที่ได้

ในข้อก่อนเราพบความจริงว่า ขนาดของส่วนของโค้งใหญ่เล็กตาม

ขนาดของมุมที่ศูนย์กลาง มาในข้อนี้เราพบความจริงว่า เนื้อที่ของ
ภาควงใหญ่ได้แก่ความขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง เพราะฉะนั้นความ
จริงจึงเกี่ยวเนื่องไปด้วยว่า เนื้อที่ของภาควงใหญ่ได้แก่ความยาว
ของส่วนโค้งของรูปวงกลมด้วย ความจริงข้อนี้มีประโยชน์เอาไป
ใช้ในเวลาคิดโจทย์ด้วยเหมือนกัน

๓๓๒ ตัวอย่างวิธีหาเนื้อที่ของภาควงกลม

ตัวอย่างที่ ๑ บอกรัศมีให้ บอกมุมที่ศูนย์กลางให้ ให้หาเนื้อที่
โจทย์ จงหาเนื้อที่ของภาควง (Sector) ของรูปวงกลมซึ่ง
มีรัศมียาว ๔๒ นิ้ว และมุมศูนย์กลางทาง ๓๐°



วิธีทำ เนื้อที่รูปวงกลม = $r^2 \pi = 42 \times 42 \times \frac{22}{7}$ ตารางนิ้ว

ถ้ามุมที่ศูนย์กลางกว้าง ๓๖๐° เนื้อที่ = $42 \times 42 \times \frac{22}{7}$,,

,, ,, ,, ,, = $\frac{42 \times 42}{360} \times \frac{22}{7}$,,

$$\text{ถ้ามุมที่ศูนย์กลางกว้าง } 30^{\circ} \text{ เนื้อ } = \frac{42 \times 42 \times 30 \times 22}{360 \times 2}$$

$$= 462 \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\text{ตอบเนื้อภาควง } 462 \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ ๒ บอกเนื้อภาควงให้ บอกมุมศูนย์กลางให้ ให้หาคัม
ของรูปวงกลม

โจทย์ จงหาคัมของรูปวงกลม ซึ่งมีเนื้อภาควง 462
ตารางนิ้ว และมีมุมศูนย์กลาง 30°

วิธีทำ หาเนื้อรูปวงกลม แลหาคัม

$$\text{มุมกว้าง } 30^{\circ} \text{ เนื้อภาควง } = 462 \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, = \frac{462}{30} \quad ,,$$

$$,, \quad 360^{\circ} \quad ,, \quad ,, = \frac{462 \times 360}{30} = 5544 \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$r^2 \pi = \text{เนื้อ} \text{ หรือ } r^2 = \frac{\text{เนื้อ}}{\pi}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{\text{เนื้อ}}{\pi}}$$

$$= \sqrt{5544 \times \frac{7}{22}}$$

$$= \sqrt{28 \times 7}$$

$$= \sqrt{๗ \times ๖ \times ๖ \times ๗}$$

$$= ๗ \times ๖$$

$$= ๔๒ \text{ นิ้ว}$$

ตอบรัศมียาว ๔๒ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๓ บอกส่วนโค้งของรูปวงกลม (*arcs*) ให้ และบอกรัศมีให้ ให้หาเนื้อที่ของภาควงกลม

โจทย์ รูปวงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว ๓๔ นิ้ว จงหาเนื้อที่ของภาควงซึ่งมีส่วนโค้ง (*arcs*) ยาว ๓๕ นิ้ว

$$\text{เนื้อที่รูปวงกลม} = r^2 \pi = ๓๔ \times ๓๔ \times \frac{๒๒}{๗}$$

$$\text{เส้นรอบวง} = ๒\pi r = ๓๔ \times ๒ \times \frac{๒๒}{๗}$$

$$\text{ถ้าเส้นรอบวงยาว } ๓๔ \times ๒ \times \frac{๒๒}{๗} \text{ เนื้อที่} = ๓๔ \times ๓๔ \times \frac{๒๒}{๗}$$

$$\text{,, ,, ,, ,,} = \frac{๓๔ \times ๓๔ \times \frac{๒๒}{๗}}{๓๔ \times ๒ \times \frac{๒๒}{๗}}$$

$$\text{,, ,, ๓๕ ,,} = \frac{๓๔ \times ๓๔ \times \frac{๒๒}{๗} \times ๓๕}{๓๔ \times ๒ \times \frac{๒๒}{๗}}$$

$$= ๒๔๕ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบเนื้อที่ของภาควงกลมมี ๒๔๕ ตารางนิ้ว

ตามตัวอย่างข้างบนนี้ เราอาจเห็นได้ว่าเนื้อที่ภาควง

$$= \frac{\text{เนื้อที่รูปวงกลม}}{\text{เส้นรอบวง}} \times \text{ส่วนโค้งของรูปวงกลม}$$

$$\text{ดังนั้น} = \frac{r \times r \times \pi \times \text{ส่วนโค้งของรูปวงกลม}}{r \times 2 \times \pi}$$

$$= \frac{r \times \text{ส่วนโค้งของรูปวงกลม}}{2}$$

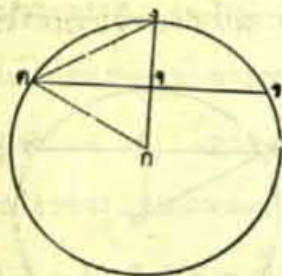
$$= \frac{๓๕ \times ๓๕}{2}$$

$$= ๖๑๒.๕ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบเนื้อที่ภาควง ๖๑๒.๕ ตารางนิ้ว

๓๓๓ หลักของการหาความยาวของสายขนุ (Chord) สายขนุ

คือ เส้นตรงที่ขึงอยู่ระหว่างจุด ๒ จุดของส่วนโค้ง (arcs) ของรูปวงกลม เช่น ข ค ในรูปข้างล่างนี้



ถ้าเราลากรัศมี ก ข ให้ตั้งฉากบนสายขนุ ค ข เมื่อนักเรียนวัดดู

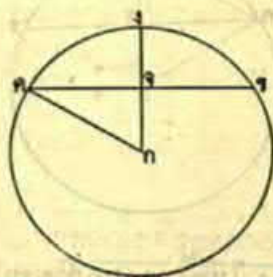
ก็จะพบว่า จะตัดสายขนุ ค ข ออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กันที่ ค และจะ
ตัดเส้นโค้ง ค ง ข ออกเป็น ๒ ส่วนเท่า ๆ กันที่ ง

นักเรียนจะเห็นว่า ค ง ค และ ค ก ก เป็นรูป $\triangle$ มุมฉาก
เพราะฉะนั้น ถ้าบอกด้าน ค ง หรือความสูงของสายขนุ ค ข ให้
และบอกรัศมี ก ก ให้ ก็จะหาความยาวของสายขนุได้ เพราะใน $\triangle$
ก ก ค; $ก ก^2 = ก ก^2 - ก ง^2$ หรือถ้าเราอยากจะได้ ค ง ซึ่งเป็น
สายขนุของส่วนโค้ง ค ง ก็อาจจะหาได้ ถ้าเราบอกรัศมีให้ และ
บอกความสูง ง ค ของสายขนุ ค ข ให้ จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
ค ก ง เราก็จะหาสายขนุสายสั้นคือ ค ง ได้ เพราะ $ค ง^2 = ก ก^2 - ง ค^2$

๓๓๔ ตัวอย่างวิธีหาความยาวของสายขนุ

ตัวอย่างที่ ๑ บอกรัศมีให้ บอกความสูงของสายขนุให้ ให้หาความ
ยาวของสายขนุ

โจทย์ รูปวงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว ๖๕ นิ้ว มีสายขนุสูง
๑๒ นิ้ว ถามว่าสายขนุยาวเท่าไร ?



วิธีทำ รัศมี $กค = กง = ๒๕$ นิ้ว

แต่ $งค = ๓๒$ นิ้ว

$\therefore กค = ๒๕ - ๓๒ = ๓๓$ นิ้ว

$$\begin{aligned}\text{ใน } \triangle \text{ มุมฉาก } กคก, กค &= \sqrt{กค \times กค - กค \times กค} \\ &= \sqrt{๒๕ \times ๒๕ - ๓๓ \times ๓๓} \\ &= \sqrt{๔๒๒๕ - ๓๐๘๑} \\ &= \sqrt{๓๓๓๖} \\ &= \sqrt{๕๖ \times ๕๖} \\ &= ๕๖\end{aligned}$$

$กข = ๒ กค, \therefore กข = ๕๖ \times ๒$

$= ๓๓๒$ นิ้ว

ตอบด้วยขนู ก ข ยาว ๓๓๒ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ บอกความยาวของสายขนูให้ บอกความสูงของสาย
ขนูให้ ให้หาเส้นผ่าศูนย์กลางของรูปวงกลม

โจทย์ ถ้าสายขนูยาว ๒๔ นิ้ว และสูง ๘ นิ้ว ถามว่าเส้น
ผ่าศูนย์กลางของรูปวงกลมนั้นยาวเท่าไร ?

$กค = กง = ร; กค = ๘$ นิ้ว

$\therefore กค = ร - ๘; กค = ๓๒$ นิ้ว

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กคจ

$$กค^2 = กจ \times กค + กจ \times กค$$

$$\therefore ๖^2 = (๖-d)(๖-d) + ๓๒ \times ๓๒$$

$$๖^2 = ๖^2 - ๓๖d + ๓๖d + ๓๒d$$

$$๖^2 = ๖^2 - ๓๖d + ๓๖d (เอา ๖^2 + ๓๖d \text{ มายกทั้งสองข้าง})$$

$$๓๖d = ๓๖d \quad \text{— เพื่อให้ } ๖^2 \text{ หกตกไป และเพื่อให้ } ๖^2$$

$$๖ = ๓๒ \quad \text{— และเลขอยู่คนละข้างตามแบบของวิธี}$$

$$๓ = ๒๖ \quad \text{— (คือเศษ)}$$

$$= ๓๒ \times ๒$$

$$= ๒๖ \text{ นิ้ว}$$

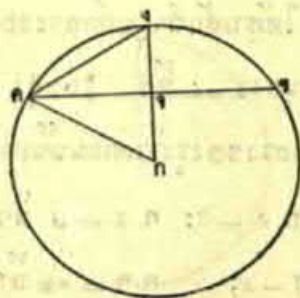
ตอบ เส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๒๖ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๓ บอกรัศมีให้ บอกความสูงของส่วนโค้งให้ ให้หา

ความยาวของสายชัฏซึ่งตั้งอยู่บนครึ่งวงโค้ง

โจทย์— ส่วนสูงของส่วนโค้งยาว ๒ นิ้ว และรัศมีของรูปวงกลม

ยาว ๘ นิ้ว จงหาสายชัฏสายตั้ง



$$กค = กง = ๘ \text{ นิ้ว}$$

$$กค = กง - งค = ๘ - ๒ = ๖ \text{ นิ้ว}$$

$$กง = ?$$

วิธีทำ ๓. หากคาก่อน

$$\text{ใน } \triangle กคก \text{ } กค^2 = กค \times กค - กค \times กค$$

$$= ๘ \times ๘ - ๘ \times ๘$$

$$= ๘๔ - ๘๘$$

$$= ๓๒$$

๒. หากกง

$$\text{ใน } \triangle กคก, กง^2 = กค \times กค + กค \times กค$$

$$= ๓๒ + ๔$$

$$= ๓๖$$

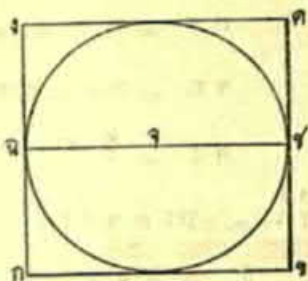
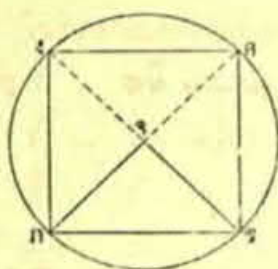
$$= ๖ \times ๖$$

$$กง = ๖$$

ตอบ กง ยาว ๖ นิ้ว

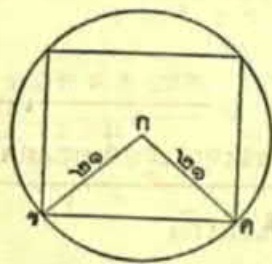
๓๓๕ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากับรูปวงกลม ซึ่ง

อยู่ข้างในและข้างนอกกันและกัน



นักเรียนจะเห็นจากรูปว่า รัศมีของรูปวงกลมเป็นครึ่งของเส้น
 ทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพราะฉะนั้นจากรูปสามเหลี่ยมมุม
 ฉาก ก จ ข หรือ ก จ ค นักเรียนจะหาด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
 เมื่อทราบอกรัศมี หรือหารัศมีเมื่อทราบอกด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
 หรือจะหาผลตกฉากกันระหว่างเส้นทแยงมุมของรูปวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมจั
 ตุรัส เมื่อทราบอกรัศมีของรูปวงกลมให้ ก็ย่อมหาได้โดยง่าย
 ตัวอย่างที่ ๑ บอกรัศมีของรูปวงกลมให้ ให้หาด้านของรูปสี่เหลี่ยม
 จตุรัส ซึ่งรูปวงกลมนั้นตั้งอยู่

โจทย์ รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๒๓ นิ้ว จงหาด้านของรูป
 สี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งตั้งอยู่ในรูปวงกลมนั้น



วิธีทำ $ก ข = ก ค = ๒๓$ นิ้ว

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ก ข ค

$$\begin{aligned} ๒๓^๒ &= ๓๓^๒ + ๓๓^๒ \\ &= (๒๓ \times ๒๓) + (๒๓ \times ๒๓) \\ &= ๑๐๖ \end{aligned}$$

$$๒๓ \times ๒๓ = ๒๓.๗ \times ๒๓.๗$$

$$๒๓ = ๒๓.๗$$

ตอบค่านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ๒๓.๗ นิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ บอกค่านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้ (ก) ให้หาวิเศษ
ของรูปวงกลม ซึ่งตั้งมุมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหนึ่งอยู่พอดี
(ข) ให้หาเนื้อที่รูปวงกลมและเพาะที่อยู่รอบรูปสี่
เหลี่ยมหนึ่ง

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีด้านยาวด้านละ ๓๐ นิ้ว (ก) จง
หาวิเศษของรูปวงกลมซึ่งตั้งมุมอยู่รอบรูปสี่เหลี่ยมหนึ่งพอดี
(ข) แล้วจงหาเนื้อที่ของรูปวงกลม และเพาะที่อยู่รอบ
นอกรูปสี่เหลี่ยมหนึ่งด้วย

วิธีทำ (ดูรูปในตัวอย่างที่ ๑)

$$\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = ๓๐ \times ๓๐ = ๙๐๐ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ใน $\triangle$ มุมฉาก ก ข ค, $๓๓ = ๓๓ = ๓๓$; $๒๓ = ๓๐$ นิ้ว

$$\therefore ๓๓^๒ + ๓๓^๒ = ๓๓^๒ + ๓๓^๒ = ๒๓๓^๒ = ๒๓^๒ = ๓๐ \times ๓๐ = ๙๐๐ \text{ นิ้ว}$$

$$\therefore ๓๓^๒ = \frac{๙๐๐}{๒} = ๔๕๐$$

$$\therefore \text{ก.ว.} \times \text{ก.ว.} = \sqrt{50} = 7.07 \times 7.07$$

$$\text{ก.ว.} = 7.07 = \text{รัศมี}$$

$$\begin{aligned} \text{เนื้อที่รูปวงกลม} &= r^2 \pi = 7.07 \times 7.07 \times \frac{22}{7} \\ &= 98.6 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ผลที่ต่างกันระหว่างเนื้อที่รูปวงกลมและเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} \\ &= 98.6 - 100 = 1.4 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

$$\text{ตอบ } \left\{ \begin{array}{l} \text{รัศมีรูปวงกลมยาว 7.07 นิ้ว} \\ \text{เนื้อที่รูปวงกลมมากกว่าเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1.4 ตารางนิ้ว} \end{array} \right.$$

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๗

- (๑) เส้นกอร์ดูหรือสายรุ้งคืออะไร?
- (๒) ความยาวของเส้นกอร์ดูวัดจากไหนถึงไหน?
- (๓) เส้นกอร์ดูที่ยาวที่สุด จะยาวได้แก่อะไรของรูปวงกลม?
- (๔) ความสูงของคันธนูวัดจากไหนถึงไหน?
- (๕) ความสูงของคันธนูอย่างสูงสุดจะยาวเท่ากับอะไร?
- (๖) ความสูงของคันธนู จะวัดสายรุ้งออกเป็นอย่างไร?
- (๗) วิถีหารัศมีของรูปวงกลมในเมื่อเรารู้ความยาวของสายรุ้ง และบอกความสูงของสายรุ้งให้แน่ หาโดยใช้หลักของอะไร?
- (๘) เส้นฮาร์ก คืออะไร?
- (๙) จงวัดความมุมที่จุดศูนย์กลางของรูปวงกลมทางกัณฑ์?

- (๓๐) มุมที่จุดศูนย์กลางกับเส้นโค้งหรือฮาร์ของมุม สัมพันธ์กันอย่างไร?
- (๓๑) เมื่อรู้มุมจะหาส่วนโค้ง และเมื่อรู้ส่วนโค้งจะหามุมได้โดยใช้วิธีอะไร?
- (๓๒) เช็กเตอร์ คืออะไร?
- (๓๓) เช็กเตอร์กับมุมที่จุดศูนย์กลางของมันเกี่ยวข้องกันอย่างไร?
- (๓๔) เราจะหาเนื้อที่เช็กเตอร์ได้ เมื่อเราต้องบอกอะไรให้บ้าง?
- (๓๕) ในการหาเนื้อที่เช็กเตอร์ เราทำตามวิธีอะไร?
- (๓๖) มาตราวัดมุมว่าอย่างไร?
- (๓๗) รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสภายในรูปวงกลมนั้น มีอะไรสัมพันธ์กันกับของรูปวงกลมบ้าง?
- (๓๘) ท่านจะหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสภายในรูปวงกลม ในเมื่อเราบอกรัศมีของรูปวงกลมให้ ได้อย่างไร?
- (๓๙) ท่านจะหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสภายในรูปวงกลม ในเมื่อเราบอกเส้นรอบวงให้ ได้อย่างไร?
- (๔๐) ท่านจะหาเนื้อที่ของรูปวงกลม ซึ่งล้อมรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสได้หรือไม่ ถ้าเราบอกด้านของรูปสี่เหลี่ยมให้ เพราะเหตุไร?
- (๔๑) รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๓๗ เซนติเมตร คอรูดหรือสายขนุนเส้นหนึ่งของมันยาว ๗๐ เซนติเมตร ถามว่าคอรูดเส้นนั้นอยู่ห่างจุดศูนย์กลางเท่าไร?

- (๒๒) รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๔๕ นิ้ว มีคอร์ดสองเส้นขนานกันยาว ๗๒ นิ้ว และ ๓๐๒ นิ้วตามลำดับ ถามว่าเส้นคอร์ดคู่นั้นอยู่ห่างกันเท่าไร?
- (๒๓) คอร์ดเส้นหนึ่งของรูปวงกลมยาว ๔๘ นิ้ว และสูง ๓๘ นิ้ว ถามว่ารูปวงกลมรูปนั้นมีรัศมียาวกี่นิ้ว?
- (๒๔) ถ้าสายขนานยาว ๒๔ ฟุต และคันขลุ่ยสูง ๘ ฟุต จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของรูปวงกลมนี้
- (๒๕) รัศมีของรูปวงกลมรูปหนึ่งยาว ๔๒ นิ้ว จงหาส่วนโค้งของเส้นรอบวง (อาร์ก) ซึ่งมีมุมศูนย์กลางทาง 60°
- (๒๖) รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๒๓ เซนติเมตร จงหาความยาวของเส้นอาร์ก ซึ่งมีมุมศูนย์กลางทาง 30° และ 35°
- (๒๗) รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๕๖ เมตร จงหามุมศูนย์กลางของอาร์ก ซึ่งยาว ๔๔ เมตร
- (๒๘) รูปวงกลมรูปหนึ่งมีเส้นอาร์กยาว ๕๕ เซนติเมตร และมีมุมศูนย์กลางของอาร์กนี้ทาง 30° ถามว่ารูปวงกลมนี้มีรัศมียาวเท่าไร?
- (๒๙) รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๒๓ ฟุต และมีมุมระหว่างรัศมีสองเส้นทาง 60° ถามว่าเนื้อของเซ็กเตอร์นี้เท่าไร?
- (๓๐) รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๓๔ เมตร และมีมุมระหว่างรัศมีสองเส้นทาง 60° ถามว่าเนื้อของเซ็กเตอร์นี้เท่าไร?

- (๓๑) รูปวงกลมรูปหนึ่งมีรัศมียาว ๓๕ เซนติเมตร มุมของเข็มนาฬิกาหรือภาควงกวาง ๓๐° ๓๕' จงหาเนื้อที่ของภาควงกวางนั้น
- (๓๒) จงหาเนื้อที่ของภาควงกวางซึ่งมีเส้นอาร์คยาว ๓๒ ฟุต และรัศมียาว ๓๗ ฟุต
- (๓๓) จงหาเนื้อที่ของรูปวงกลมซึ่งมีเนื้อที่ภาควง ๓๐๐ ตารางนิ้ว และมีมุมศูนย์กลางกวาง ๓๐°
- (๓๔) ถ้าเข็มนาฬิกาของรูปวงกลมมีเนื้อที่ ๘๒๕ ตารางนิ้ว และส่วนโค้งของเข็มนาฬิกา ๒๒ นิ้ว จงหารัศมีของรูปวงกลม และมุมศูนย์กลางกวางของเข็มนาฬิกา
- (๓๕) ถ้ามุมของเข็มนาฬิกา ๓๐° และเนื้อที่ของมันเป็น ๓๗๕ ตารางนิ้ว จงหาความยาวของเส้นอาร์คของเข็มนาฬิกา
- (๓๖) จงหาความยาวของเส้นรอบวง (ก) ซึ่งอยู่ภายในพหุ (ข) อยู่ภายนอกพหุ ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีด้านยาวด้านละ ๘ นิ้ว
- (๓๗) จงหาผลต่างกวางระหว่างเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้านยาวด้านละ ๓๖ นิ้ว กับเนื้อที่ของรูปวงกลม ซึ่งตั้งอยู่บนสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้นอยู่ พหุ
- (๓๘) จงหาผลต่างกวางระหว่างเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้านยาวด้านละ ๓๐ นิ้ว กับเนื้อที่ของรูปวงกลมซึ่งบรรจุอยู่ในรูปสี่เหลี่ยมพหุ

(๓๗) รูปวงกลมรูปหนึ่งมีเนื้อที่ ๓๗๕๐ ตารางนิ้ว ถามว่า (ก) ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งบรรจุอยู่ในรูปวงกลมนั้นพอดี และ (ข) ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งบรรจุอยู่นอกรูปวงกลมนั้นพอดี จะยาวเท่าไร?

(๔๐) ถามว่าเส้นรอบวงของรูปวงกลม ซึ่งอยู่ภายในและภายนอก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้านยาวด้านละ ๓๐ นิ้วพอดี จะต่างกันเท่าไร?

(๔๑) ถ้ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกับรูปวงกลมซึ่งบรรจุอยู่ในพอดี มีเนื้อที่ต่างกัน ๓๐๕๐ ตารางฟุต ถามว่าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้นยาวกี่นิ้ว?

(๔๒) รูปวงกลมหนึ่งมีเส้นรอบวงยาว ๓๖ นิ้ว

ถามว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งบรรจุอยู่ในรูปวงกลมนั้นพอดี

มีด้านยาวเท่าไร?

(๔๓) รูปวงกลมหนึ่งมีเส้นรอบวงยาว ๓๖ นิ้ว

ถามว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งบรรจุอยู่นอกรูปวงกลมนั้นพอดี

มีด้านยาวเท่าไร?

(๔๔) รูปวงกลมหนึ่งมีเส้นรอบวงยาว ๓๖ นิ้ว

ถามว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งบรรจุอยู่ในรูปวงกลมนั้นพอดี

มีด้านยาวเท่าไร?

บทที่ ๑๐

ว่าด้วยการหาความจุของรูปสี่เหลี่ยมตัน

๓๓๖ รูปสี่เหลี่ยมตันคือรูปอย่างไร รูปสี่เหลี่ยมตันคือรูปสี่เหลี่ยม
ซึ่งมีด้านกว้าง ด้านยาว และด้านสูง จะมีรูปคล้ายกล่องไม้ขีดไฟ
คล้ายลูกเต๋า หรืออย่างอื่นก็ได้

๓๓๗ กำเนิดของรูปสี่เหลี่ยมตัน รูปสี่เหลี่ยมตันเกิดจากรูป
สี่เหลี่ยมราบ ซึ่งนักเรียนเคยเรียนหาเนื้อที่มาแล้วนั้น ข้อนั้น
หลาย ๆ ชิ้นจนเกิดมีความหนาขึ้น รูปร่างของรูปสี่เหลี่ยมตันจะเป็น
อย่างไร ก็แต่จุดแปรปรวนของรูปสี่เหลี่ยมราบ ซึ่งจะมาซ้อนหรือมา
ทับเป็นรูปสี่เหลี่ยมตันขึ้นนั้นจะเป็นอย่างไร

๓๓๘ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปราบกับรูปตันและด้าน เราทราบ
แล้วว่ารูปราบซ้อนกันหลาย ๆ รูป เกิดมีความสูง จึงกลายเป็นรูป
ตันขึ้น เพราะฉะนั้นเราก็จะเห็นได้ โดยง่ายว่า รูปสี่เหลี่ยมตันมี
ด้านกว้าง ด้านยาว และด้านสูง หรือหนาเป็นอาณาเขต เพราะ
ฉะนั้นความสัมพันธ์ของรูปราบ รูปตัน และด้าน จึงมีดังต่อไปนี้
$$\text{รูปสี่เหลี่ยมตัน} = \text{รูปสี่เหลี่ยมราบ} \times \text{สูง} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง}$$
$$\frac{\text{รูปสี่เหลี่ยมตัน}}{\text{สูง}} = \frac{\text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง}}{\text{สูง}} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} = \text{รูปสี่เหลี่ยมราบ}$$

$$\frac{\text{รูปสี่เหลี่ยมคี่มุม}}{\text{รูปสี่เหลี่ยมรวม}} = \frac{\text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง}}{\text{กว้าง} \times \text{ยาว}} = \text{สูง}$$

$$\text{หรือ ความจุของรูปสี่เหลี่ยมคี่มุม} = \text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมรวม} \times \text{สูง}$$

$$\frac{\text{ความจุของรูปสี่เหลี่ยมคี่มุม}}{\text{สูง}} = \frac{\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมรวม}}$$

$$\frac{\text{ความจุของรูปสี่เหลี่ยมคี่มุม}}{\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมรวม}} = \text{สูง}$$

๓๓๘ วิธีหาความจุของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคี่มุม เมื่อเราทราบ

ความจริงตามข้างบนนี้แล้ว วิธีจะหาความจุของรูปสี่เหลี่ยมคี่มุมก็
 ย่อมไม่ใช่เป็นของยาก แต่มีข้อสำคัญอยู่ว่า นักเรียนจะต้องจำมาตรา
 ความจุให้ขึ้นใจและเข้าใจเสียก่อน มิฉะนั้นจะงง และทำโจทย์
 ค่อยไปไม่ได้

ตัวอย่างที่ ๑ บอกกว้างยาวและสูงของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคี่มุมให้ ให้
 หาความจุ

โจทย์ ถังได้นำฝนไมหนึ่งมีขนาดกว้าง ๓ เมตร ยาว ๔ เมตร
 สูง ๒ เมตร ถ้า ๑ ลูกบาศก์เมตรจุน้ำ ๕๕ ลิตร ถามว่าถัง
 ไมนี้จะจุน้ำได้กี่ลิตร ?

วิธีทำ ๑. หาความจุของถัง

$$\begin{aligned}\text{ความจุของถัง} &= \text{เนื้อที่พื้น} \times \text{สูง} \\ &= (\text{กว้าง} \times \text{ยาว}) \times \text{สูง} \\ &= ๓ \times ๔ \times ๒ = ๒๔ \text{ ลูกบาศก์เมตร}\end{aligned}$$

วิธีทำ ๒. แปลงความจุให้เป็นบม

$$\begin{aligned}\therefore \text{ถังน้ำ} &= ๒๔ \times ๕๕ = ๑๓๒๐ \text{ บม} \\ &\quad \text{คอบถังน้ำ } ๑๓๒๐ \text{ บม}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๒ บอกความจุให้ บอกกว้างให้ ให้หาสูง

โจทย์ ยุง ๆ หนึ่งจุข้าวได้ ๓๓ เกวียน (ข้าว ๓ เกวียน = ๓๐๐ ถัง และ ๕๕ ถัง = ๓ ลูกบาศก์เมตร) ถ้าพื้นของยุงกว้าง ๔ เมตร ยาว ๖ เมตร ถามว่ายุงนั้นสูงเท่าไร ?

วิธีทำ ๑. หาความจุของยุง

$$\text{ความจุของยุง} = \frac{๓๓ \times ๓๐๐}{๕๕}$$

๒. หาสูงของยุง

$$\text{ความสูงของยุง} = \frac{\text{ความจุของยุง}}{\text{เนื้อที่ฐาน}}$$

$$= \frac{๓๓ \times ๓๐๐}{๕๕} \times \frac{๓}{๔ \times ๖} = ๒ \frac{๓}{๒} \text{ เมตร}$$

$$\text{คอบยุงสูง } ๒ \frac{๓}{๒} \text{ เมตร}$$

ละ ๐.๗๕ บาท ดังนั้นถ้าดินที่ขุดขึ้นมาก็ให้ถมกลับ
บาศก์เมตร และต้องเสียค่าจ้างขุดเท่าไร ?

วิธีทำ ความจุของร่อง = เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมูหรือด้าน
ตัดของร่อง $\times$ ความยาวของร่อง

$$\text{เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมูด้านตัด} = \frac{\text{ผลบวกของด้านขนาน}}{๒} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{\text{ผลบวกของปากกับก้น}}{๒} \times \text{สูง} = \frac{๓ + ๐.๕๐}{๒} \times ๓ = ๑.๑๒๕ \text{ ตารางเมตร}$$

$$\therefore \text{ความจุหรือดินที่ขุดขึ้น} = \text{เนื้อที่} \times \text{สูง} = ๑.๑๒๕ \times ๑๐๐ = ๑๑๒.๕ \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

$$\therefore \text{ค่าจ้างขุด} = ๑๑๒.๕ \times ๐.๗๕ = ๘๔.๓๗๕ \text{ บาท}$$

ตอบ { ก. ดินที่ขุดขึ้น ๑๑๒.๕ ลูกบาศก์เมตร
ข. ค่าจ้างขุด ๘๔.๓๗๕ บาท

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๘

- (๑) รูปสี่เหลี่ยมคางหมูคืออะไร ?
- (๒) รูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีได้กี่ชนิด ?
- (๓) รูปสี่เหลี่ยมคางหมูชนิดไหนเกิดขึ้นจากอะไร ?
- (๔) จงทำตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมคางหมูต่าง ๆ โดยใช้ไม้หรือดินมา
ให้ดู
- (๕) รูปสี่เหลี่ยมคางหมูกับรูปสี่เหลี่ยมแบนหรือรูปสี่เหลี่ยมรวมเกี่ยว
ข้องกันอย่างไร ?

- (๖) เพราะเหตุใดจึงว่ารูปดีเยี่ยมต้นเกิดจากรูปดีเยี่ยมรวม
- (๗) วิชานี้ข้อที่ของรูปดีเยี่ยมต้นนี้จะเอาไปใช้เป็นประโยชน์ได้อย่างไรบ้าง ?
- (๘) รูปดีเยี่ยมต้นซึ่งจะพบมากที่สุดนั้นคือรูปดีเยี่ยมต้นชนิดไหน ?
- (๙) ในการจ้างเขาสร้างบ่อน้ำ - ถ้านักเรียนคิดความจุของรูปดีเยี่ยมต้นไม่เป็น - นักเรียนจะเสียประโยชน์อย่างไรบ้าง ?
- (๑๐) วิชานี้ข้อที่ของรูปดีเยี่ยมต้นนั้นทำอย่างไรนักเรียนจึงจะไม่ลืมได้ง่ายๆ

รูปดีเยี่ยมมุมฉากต้นบอกกว้างยาวและสูงให้ ให้หาความจุ
จงหาความจุของรูปดีเยี่ยมมุมฉากต้นซึ่งมีขนาด ดังต่อไปนี้

- (๑๑) กว้าง ๓๐ ฟุต ยาว ๒๐ ฟุต สูง ๖ ฟุต
- (๑๒) กว้าง ๓๒ เมตร ยาว ๓๕ เมตร สูง ๘ เมตร
- (๑๓) กว้าง ๓ วา ยาว ๔ วา สูง ๒ วา
- (๑๔) กว้าง ๓๐ ศอก ยาว ๒๐ ศอก สูง ๓๒ ศอก

รูปดีเยี่ยมมุมฉากต้นบอกความจุบอกสูงให้ ให้หาเนื้อที่
จงหาเนื้อที่ของรูปดีเยี่ยมมุมฉากต้นซึ่งมีความจุและสูง ดังต่อไปนี้

- (๑๕) ความจุ ๓๖๘๐ ลูกบาศก์นิ้ว สูง ๒๐ นิ้ว
- (๑๖) ความจุ ๒๕๐๐ เหลี่ยมลูกบาศก์ฟุต สูง ๕๐ ฟุต

(๓๗) ความจุ ๖๕๐๐ เหลี่ยมมณ्डปากกัเมตร สูง ๘ เมตร

(๓๘) ความจุ ๓๒๐๐ เหลี่ยมมณ्डปากกัวา สูง ๓๐ วา

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตันบอกความจุให้ บอกเนื้อที่ให้ ให้หา

ความจุ

(๓๙) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตันรูปหนึ่งมีความจุ ๕๘๐๐ เหลี่ยมมณ्डปากกั
หนว มีเนื้อที่ฐาน ๘๐๐ ตารางหนว ถามว่าสูงเท่าไร ?

(๔๐) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตันรูปหนึ่งมีความจุ ๒๐๐๐ เหลี่ยมมณ्डปากกั
เมตร ฐานกว้าง ๘ เมตร ยาว ๒๕ เมตร ถามว่าสูงกี่เมตร ?

โจทย์เบ็ดเตล็ดเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตัน

(๔๑) จงหาเนื้อที่ภายนอกของหีบรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งกว้าง ๓๕ ฟุต
ยาว ๒๐ ฟุต สูง ๓๐ ฟุต

(๔๒) จงหาเนื้อที่ของหินรูปลูกเต๋า ซึ่งมีด้านยาวด้านละ ๒ เมตร

(๔๓) หีบใบหนึ่งมีขนาดกว้าง ๓๐ ฟุต ยาว ๓๒ ฟุต สูง ๘ ฟุต ถ้า
เสียค่าจ้างทาสีตารางฟุตละ ๑๐ สตางค์ ถามว่าค่าทาสีทั้งชิ้น
เป็นเงินเท่าไร ? (ทาภายนอกหีบรวมทั้งฝาและกันด้วย)

(๔๔) ถ้าวัตถุรูปลูกเต๋ากันหนึ่ง มีเนื้อที่ทั้งหมด ๓๓๕๐ ตาราง
เซ็นติเมตร ถามว่าวัตถุกันนั้นมีด้านยาวด้านละเท่าไร ?

(๔๕) จงหาค่าของแท่งโลหะรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตันแท่งหนึ่ง ซึ่งมี

ขนาดกว้าง ๕ ฟุต ยาว ๘ ฟุต สูง ๓ ฟุต กิ่วราคาดูกบาท
ฟุตละ ๘.๕๐ บาท

(๒๖) บ่อน้ำฝนตื้นหนึ่งมีปากกว้าง ๒ เมตร ตื้นเหลี่ยม และสูง ๓ เมตร
ถามว่าบ่อน้ำฝนตื้นจะจุน้ำได้กี่ลูกบาศก์เมตร ?

(๒๗) บ่อน้ำฝนในข้อ ๒๖ นี้ จะจุน้ำกี่บิบ ถ้าขนาดบิสูง ๓๒ นิ้ว
ปากกว้าง ๓๐ นิ้ว ตื้นเหลี่ยม

(๒๘) ถ้าหนึ่งลูกบาศก์เมตร = ๕๕ บิบ จงหาความจุของถังน้ำซึ่ง
มีขนาดกว้าง ๕ เมตร ยาว ๘ เมตร สูง ๔ เมตร

(๒๙) ถ้ากรรมกร ๓ คน สามารถจะขุดดินได้วันละ ๒ เหลี่ยมลูก
บาศก์หลา ถามว่าถ้าจะจ้างกรรมกร ๒๐ คน ขุดสระซึ่งกว้าง
๒๐ หลา ยาว ๔๐ หลา ลึก ๘ หลา กว้นจึงจะเสร็จ ?

(๓๐) ถ้าข้าพเจ้าต้องเสียค่าจ้างขุดดินเป็น ราคาเหลี่ยมลูกบาศก์หลา
ละ ๐.๗๐ บาท ถามว่าข้าพเจ้าจะต้องเสียค่าจ้างขุดสระในข้อ
๒๙ นี้เป็นเงินเท่าไร ?

(๓๑) ถนนสายหนึ่งยาว ๒๐ กิโลเมตร พื้นถนนกว้าง ๖ เมตร ฐาน
กว้าง ๓๐ เมตร และถนนหนา ๓ เมตร ถามว่าดินที่ขุดขึ้น
มาทำถนนนี้กี่เหลี่ยมลูกบาศก์เมตร ?

(๓๒) ถังน้ำโหลเต็มวางกว้าง ๕ นิ้ว สูง ๓ นิ้ว เต็มพอดี และโหล
เรือน้ำที่ละ ๕๐ หลา ดังนั้นถามว่านานเท่าไรน้ำจึงจะโหลเต็ม
สระซึ่งกว้าง ๔๐ หลา ยาว ๓๐๐ หลา ลึก ๓๐ หลา

- (๓๓) ถ้าเครื่องยนตร์ถูกระหัด สามารถถอดให้น้ำไหลตามรางระหัด ซึ่งกว้าง ๖ นิ้ว สูง ๔ นิ้ว ไปได้เร็วนาทีละ ๓๐๐ หลา ดังนั้น ถ้ามองว่าจะต้องเดินระหัดอยู่นานกี่ชั่วโมง น้ำจึงจะท่วมที่ ๓ ไว้ให้สูง ๖ นิ้วได้



ว่าด้วยวิธืหาความจุของรูปสามเหลี่ยมตัน

๓๒๑ รูปสามเหลี่ยมตันคือรูปอย่างไร รูปสามเหลี่ยมตันคือ

รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านสูงหรือด้านหนาด้วย

๓๒๒ กำเนิดของรูปสามเหลี่ยมตัน รูปสามเหลี่ยมตันเกิดจาก

รูปสามเหลี่ยมราบหลาย ๆ รูปซ้อนกันจนเกิดมีความหนาขึ้น รูปร่าง
ของรูปสามเหลี่ยมตันจะเป็นอย่างไร ก็แต่แค่รูปของรูปสามเหลี่ยม
ราบ ซึ่งจะมาซ้อนหรือมาก่อเป็นรูปสามเหลี่ยมตันนั้น จะเป็น
อย่างไร

๓๒๓ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปราบกับรูปตันแต่ละด้าน นักเรียน

ทราบแล้วว่ารูปราบซ้อนกันหลาย ๆ รูป เกิดมีความสูงจึงกลายเป็น
รูปตันขึ้น เพราะฉะนั้นเราก็จะเห็น ได้ โดยง่ายว่า รูปสามเหลี่ยม
ตันมีด้านและมีสูงเป็นอาณาเขต เพราะฉะนั้นความสัมพันธ์ของ
รูปสามเหลี่ยมราบและรูปสามเหลี่ยมตันจึงมีดังต่อไปนี้

$$\text{รูปสามเหลี่ยมตัน} = \text{รูปสามเหลี่ยมราบ} \times \text{สูง (หนา)}$$

$$\frac{\text{รูปสามเหลี่ยมตัน}}{\text{รูปสามเหลี่ยมราบ}} = \text{สูง (หนา)}$$

$$\frac{\text{รูปสามเหลี่ยมตัน}}{\text{สูง (หนา)}} = \text{รูปสามเหลี่ยมราบ}$$

หรือ ความจุของรูปสามเหลี่ยมคัน = เนื้อที่รูปสามเหลี่ยมราบ $\times$ สูง
(หนา)

$$\frac{\text{ความจุของรูปสามเหลี่ยมคัน}}{\text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยมราบ}} = \text{ความสูง (หนา)}$$

$$\frac{\text{ความจุของรูปสามเหลี่ยมคัน}}{\text{ความสูง (หนา)}} = \text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยมราบ}$$

๓๒๔ วิธีหาความจุของรูปสามเหลี่ยมคันตรง (หมายความว่า

หัวท้ายของมันขนานกัน คือไม่แฉลบหรือไม่เอียง) เมื่อเราทราบความจริงข้างบนนี้แล้ว วิธีหาความจุของรูปสามเหลี่ยมคันจึงไม่ใช่ของยาก เมื่อหาเนื้อที่ของฐานรูปสามเหลี่ยมได้ แล้วเอาความหนาคูณเข้า ก็จะได้ความจุทันที

๓๒๕ วิธีหาความจุของรูปสามเหลี่ยมคันตรงอื่น ๆ ความจริง

ข้างบนนี้เป็นหลักทั่วไปของการหาความจุของรูปคันตรงอื่น ๆ ด้วย คือถ้าเราเอารูปห้าเหลี่ยมราบซ้อนกัน เราจะได้รูปคันตรงซึ่งมีปลายเป็นรูปห้าเหลี่ยม ถ้าเราเอารูปหกเหลี่ยมราบซ้อนกัน ก็จะเกิดเป็นรูปคัน ๖ เหลี่ยมราบ ฯลฯ หลักของการหาความจุเหมือนกันหมดคือ

$$\text{เนื้อที่ฐาน} \times \text{สูง (หนา)} = \text{ความจุ}$$

$$\text{ความจุ} \div \text{สูง (หนา)} = \text{เนื้อที่ฐาน}$$

$$\text{ความจุ} \div \text{เนื้อที่ฐาน} = \text{สูง (หนา)}$$

เมื่อนักเรียนรู้หลักเช่นนี้ ถ้าอยากจะหาความจุของรูปตันตรงใด ๆ ก็จะสามารถหาได้โดยง่าย

๓๒๖ ตัวอย่างวิธีหาความจุของรูปด้ามเหลี่ยมตันตรง

ตัวอย่างที่ ๑ บอกเนื้อที่ฐานให้ บอกสูงให้ ให้หาความจุ
โจทย์ จงหาความจุของรูปด้ามเหลี่ยมตันตรง ซึ่งมีเนื้อที่ฐาน
๖ ตารางนิ้ว และมีส่วนหนา ๓๐ นิ้ว

วิธีทำ ความจุ = เนื้อที่ฐาน $\times$ สูง
 $= ๖ \times ๓๐ = ๑๘๐$ คิวบิกนิ้ว

ตอบ ๑๘๐ คิวบิกนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ บอกฐาน บอกสูง (รวม) บอกหนาให้ ให้หาความจุ
โจทย์ จงหาความจุของรูปด้ามเหลี่ยมตัน ซึ่งมีด้านฐานยาว ๓๐
นิ้ว สูงรวม (เดินตั้งฉากจากมุมยอดมายังฐานของรูป
ด้ามเหลี่ยมแบน) ยาว ๖ นิ้ว หนาหรือสูงตั้ง ยาว ๓๐ นิ้ว

วิธีทำ ๑. หาเนื้อที่รูปฐาน

$$\text{เนื้อที่รูปด้ามเหลี่ยม} = \frac{\text{สูง} \times \text{ฐาน}}{๒} = \frac{๖ \times ๓๐}{๒} = ๙๐$$

ตารางนิ้ว

๒. หาความจุ

$$\text{ความจุ} = \text{เนื้อที่ฐาน} \times \text{หนา}$$

$$= ๙๐ \times ๓๐ = ๒๗๐๐ \text{ คิวบิกนิ้ว}$$

ตอบความจุ ๒๗๐๐ คิวบิกนิ้ว

ตามตัวอย่างนี้ โจทย์บอกด้านฐานและด้านสูงของรูปสามเหลี่ยม จึงหาเนื้อที่โดยวิธีนี้ ถ้าเราบอกด้านสามด้านให้ ก็ต้องหาเนื้อที่โดยใช้สูตรซึ่งนักเรียนเรียนมาแล้ว

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๘

- (๑) หักของการหาความจุของรูปสี่เหลี่ยมตัน กับรูปสามเหลี่ยมตัน เป็นอย่างไรกัน
 - (๒) หักก่อนนั้นคืออย่างไร?
 - (๓) เพราะเหตุใดความจุ $\div$ เนื้อที่ฐาน จึงได้หน้า
 - (๔) เพราะเหตุใดความจุ $\div$ หน้า จึงเท่ากับ เนื้อที่ฐาน
 - (๕) การหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมรวม ทำได้กี่วิธี คืออะไรบ้าง?
- จงหาความจุของรูปสามเหลี่ยมตันตรง ต่อไปนี้
- (๖) ฐานยาว ๓๐ นิ้ว เส้นตั้งฉากของฐานยาว ๘ นิ้ว รูปสูง (หน้า) ๓๕ นิ้ว
 - (๗) ฐานยาว ๒๐ ฟุต เส้นตั้งฉากของฐานยาว ๓๐ เมตร รูปสูง (หน้า) ๘ เมตร
 - (๘) ฐานยาว ๘ ศอก เส้นตั้งฉากของฐานยาว ๖ ศอก รูปสูง (หน้า) ๘ ศอก
 - (๙) ด้านของฐานยาวด้านละ ๓๐ นิ้ว สูง (หน้า) ๓๐ นิ้ว
 - (๑๐) ด้านของฐานยาวด้านละ ๖ เมตร สูง (หน้า) ๘ เมตร
 - (๑๑) ด้านของฐานยาว ๔, ๕, ๖ นิ้ว สูง (หน้า) ๓๕ นิ้ว

(๓๒) ด้านของฐานยาว ๖, ๘, ๘, เมตร สูง (หนา) ๓๐ เมตร
จากเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมคัน ซึ่งมีด้านสูง (หนา) และ
ความสูงดังต่อไปนี้

(๓๓) สูง ๖ นิ้ว ความจุ ๒๔ เหลี่ยมลูกบาศก์นิ้ว

(๓๔) สูง ๘ ฟุต ความจุ ๔๖ เหลี่ยมลูกบาศก์ฟุต

(๓๕) สูง ๓๐ เมตร ความจุ ๓๐ เหลี่ยมลูกบาศก์เมตร

จากหาความสูงของรูปสามเหลี่ยมคันซึ่งมีความสูงและเนื้อที่ฐาน
ดังต่อไปนี้

(๓๖) ความจุ ๓๐๐ ค.ด.บ. นิ้ว เนื้อที่ฐาน ๒๐ ตารางนิ้ว

(๓๗) ความจุ ๔๖ ค.ด.บ. ฟุต เนื้อที่ฐาน ๘ ตารางนิ้ว

(๓๘) ความจุ ๓๐ ค.ด.บ. เมตร เนื้อที่ฐาน ๓๐ ตารางเมตร

บทที่ ๑๒

ว่าด้วยของตันรูปคล้ายกระบองหรือกระบอ (Cylinder)

๑๒๑ รูปกระบองหรือกระบอคืออย่างไร กระบองหรือกระบอคือ มีรูปกลมเสมอกันเสมอปลาย กันกับปลายชนานกัน และมีรูปเป็น วงกลมเท่ากัน กระบองนม ท่อน้ำ กระบอกไม้ หรือบ่อกลมเหล่านี้นั้น โคนเขาในรูปกระบองหรือกระบอทั้งนั้น

๑๒๒ รูปกระบอตันเกิดขึ้นอย่างไร รูปกระบองหรือกระบอตัน มีทางกำเนิดขึ้นได้หลายทาง คือ

ทางที่ ๑. เกิดจากเขารูปวงกลมราบซ้อนกันจนมีความหนาหรือ สูงขึ้น ยกตัวอย่างเช่น เขากระต่ายแผ่นกลม ๆ ขนาดเดียวกันซ้อน กันหลาย ๆ ชั้น ก็จะมีรูปคล้ายกระบองหรือกระบอขึ้น ดังคำหรือ เปรียบเทียบเคียงกันซ้อนกันหลาย ๆ อัน ก็เป็นรูปกระบอได้

ทางที่ ๒. เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปวงกลม ๒ วง ซึ่ง มีเส้นรอบวงเท่ากัน ถ้านักเรียนเขาไปฝนตะกั่วที่คั่นเป็นกระบองใส่นม ให้ละลาย นักเรียนจะเห็นว่า กระบองนั้นประกอบด้วยส่วน ๓ ส่วน คือฝาและกันซึ่งเป็นรูปวงกลมและมีขนาดเท่ากัน กับข้าง ๆ ซึ่งเมื่อตั้ง ออกจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีด้านยาวเท่ากับเส้นรอบวงของ ฝาหรือกันพอดี

นอกจากนี้ยังเกิดขึ้นได้ โดยวิธีอื่น แต่นักเรียนอาจจะเข้าใจยาก
ทราบไว้แต่เพียงต้องวิธีเท่านั้นพอ

๓๒๗ เนื้อทฤษฎีบท นักเรียนจงพิจารณาตัวกระเบื้อง

หนึ่ง เห็นหรือไม่ว่า เนื้อทกนและเนื้อทสี่เหลี่ยม เพราะเป็นรูป
วงกลมแบนขนาดเดียวกัน จงใช้ไม้ตวัดวัดกระดาศที่ห่อกระเบื้องตาม
ด้านตั้งแล้วคล้อยออกดู นักเรียนก็จะทราบทันทีว่า เนื้อทของข้างกระเบื้อง
เท่ากับเนื้อทของกระดาศบ้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ห่อกระเบื้องนั้น นักเรียน
จงวัดความสูงของกระเบื้องดู จะเห็นว่าความสูงของกระเบื้องเท่ากับความ
กว้างของบ้ายพอดี ต้องวัดความยาวของบ้าย กับความยาวของเส้น
รอบวงของกระเบื้องดู เท่ากันหรือไม่? (เท่า) เพราะฉะนั้นนักเรียนจะ
เห็นได้แล้วว่า

$$\begin{aligned} \text{เนื้อทภายนอกของกระเบื้อง} &= \text{เนื้อทสี่} + \text{เนื้อทกน} + \text{เนื้อทข้าง} \\ &= \text{เนื้อทรูปวงกลมสี่} + \text{เนื้อทรูปวง} \\ &\quad \text{กลมกน} + \text{เนื้อทรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} \\ &\quad \text{ซึ่งเป็นข้าง} \end{aligned}$$

๓๓๐ วิธีหาเนื้อทของวงกลม นักเรียนเข้าใจแล้วว่า

$$\begin{aligned} \text{เนื้อทภายนอกของวงกลม} &= \text{เนื้อทสี่} + \text{เนื้อทกน} + \text{เนื้อทข้าง} \\ \text{เนื้อทสี่} &= \text{เนื้อทกน} = \text{เนื้อทรูปวงกลม} = r^2 \pi \\ \therefore \text{เนื้อทสี่} + \text{เนื้อทกน} &= 2r^2 \pi \text{ เพราะสี่เหลี่ยมทกน} \end{aligned}$$

เนื้อที่ข้าง = เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง $\times$ ยาว

แต่กว้าง = สูงของกระบอก ; ยาว = เส้นรอบวงของกระบอก

$\therefore$ กว้าง $\times$ ยาว = สูง $\times$ เส้นรอบวง = สูง $\times ๒\pi r$ หรือ สูง $๒\pi r$

$\therefore$ เนื้อที่ภายนอกทั้งหมด = $๒\pi r^2$ + สูง $๒\pi r$

เอา $๒\pi r$ ใ้้นอกวงเล็บได้ = $๒\pi r (r + \text{สูง})$

= $๔\pi r (r + \text{สูง})$ เพราะ ๒π

= ๔

$\therefore$ เนื้อที่ภายนอกของกระบอก = เส้นผ่าศูนย์กลาง $\times \pi \times (รัศมี + \text{สูง})$

๓๓๓ วิธีหาเนื้อที่ของรูปกระบอก เนื่องจากความจริงข้างบนนี้

วิธีหาเนื้อที่ของรูปกระบอกจึงมีอยู่ ๒ วิธีคือ วิธียากกับวิธีดี วิธียาก

คือหาเนื้อที่กันและผ้า อย่างวิธีหาเนื้อที่รูปวงกลมเดียวกัน แล้วหา

เนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมซึ่งเป็นเนื้อที่ข้าง โดยหาเส้นรอบวงของกระบอก

แล้วคูณด้วยสูง นคือเนื้อที่ข้าง เอาเนื้อที่กันกับผ้าบวกกับเนื้อที่ข้าง

ก็ได้ตอบเป็นเนื้อที่กระบอก อีกวิธีหนึ่งคือหาวิธีดี โดยใช้สูตรข้างบน

นคือ เนื้อที่ภายนอกของกระบอก = เส้นผ่าศูนย์กลาง $\times \pi \times (r + \text{สูง})$

๓๓๔ ตัวอย่างวิธีหาเนื้อที่ของรูปกระบอก

ตัวอย่างที่ ๑ บอกเส้นผ่าศูนย์กลางและสูงของกระบอกให้ ให้หา
เนื้อที่ภายนอกโดยวิธียาว

โจทย์ จงหาพื้นที่ภายนอกของกระเบื้องมนซึ่งมีปากกว้าง
๓ นิ้ว และสูง ๔ นิ้ว

วิธีทำ พื้นที่ภายนอกของกระเบื้อง = พื้นที่ก้น + พื้นที่ฝา + พื้นที่ข้าง

$$\text{พื้นที่ก้น} = \text{พื้นที่รูปวงกลม} = r^2 \pi = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{22}{7} = \frac{396}{28} \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\text{พื้นที่ฝา} = \text{พื้นที่ก้น} = \frac{396}{28} \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\text{เส้นรอบวงของกระเบื้อง} = 2 \pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3}{2}$$

$$\text{พื้นที่ข้างกระเบื้อง} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} = \text{สูง} \times \text{เส้นรอบวง}$$

$$= 4 \times 2 \times \frac{22}{7} = \frac{176}{7} \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ภายนอกของกระเบื้อง} = \frac{396}{28} + \frac{396}{28} + \frac{176}{7}$$

$$= \frac{396 + 396 + 4048}{28} = \frac{4840}{28}$$

$$= 173 \frac{1}{7} = 173.14 \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบพื้นที่ภายนอกของกระเบื้องมน ๑๗๓.๑๔ ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ ๒ จงหาพื้นที่ภายนอกของกระเบื้องข้างมนโดยวิธีถัด

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{พื้นที่ภายนอกของกระเบื้อง} = 2 \pi r \times \left(r + \frac{h}{2} \right)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2} + 4 \right)$$

$$= ๓ \frac{๒๒}{๗} \times \frac{๓๓}{๒} = \frac{๓๖๓}{๗}$$

$$= ๕๑ \frac{๖}{๗} = ๕๑.๘๕ \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตอบ เนื้อที่ภายนอกกระเบื้องนม ๕๑.๘๕ ตารางนิ้ว

ถ้าต้องการหาเนื้อที่ภายในของกระเบื้องด้วย ก็หาทำนองเดียวกัน
แต่รัศมีต้องวัดด้านใน เพราะรูปกระเบื้องมีความหนาด้วย ปากแฉะ
กันของมันจึงเป็นรูปวงแหวน แต่ถ้าความหนานิดหน่อยก็ไม่ต้องคิด
ให้เนื้อที่ภายใน = เนื้อที่ภายนอกก็ได้

๓๓๓ วิธีหาความจุของรูปกระบอก โดยเหตุที่รูปกระบอกเกิด
จากรูปวงกลมซ้อนกัน เพราะฉะนั้นวิธีหาความจุของมันก็จะทำได้
โดยหาเนื้อที่ผืนหรือกันเสียก่อนแล้วเอาสูงคูณ

$$\text{ความจุของรูปกระบอก} = \text{เนื้อที่รูปวงกลมที่กัน} \times \text{สูง}$$

$$\frac{\text{ความจุของรูปกระบอก}}{\text{เนื้อที่รูปวงกลมที่กัน}} = \text{สูง}$$

$$\text{และ } \frac{\text{ความจุของรูปกระบอก}}{\text{สูง}} = \text{เนื้อที่กัน}$$

เมื่อรู้เนื้อที่กันอาจจะหาความกว้างได้ เพราะเนื้อที่กัน = $r^2 \pi$

$$\frac{\text{ความจุ}}{\text{สูง}} = r^2 \pi$$

$$\therefore \frac{\text{ความจุ}}{\text{สูง} \times \pi} = r^2$$

$$\therefore \frac{\sqrt{\text{ความจุ}}}{\text{สูง} \times \pi} = r$$

๓๓๔ วิธีหาความจุของรูปกระบอก จะทำได้ง่ายดังข้างล่างนี้

ตัวอย่างที่ ๓ บอกกว้างและสูงให้ ให้หาความจุ
 โจทย์ กระบ้องใบหนึ่งมีก้นกว้าง ๒๐ เซ็นติเมตร และสูง ๓๕ เซ็นติเมตร จะจุน้ำเท่าไร ?

วิธีทำ ความจุของกระบ้อง = เนื้อที่รูปวงกลมของก้น $\times$ สูง
 $= r^2 \pi \times \text{สูง}$
 $= ๓๐ \times ๓๐ \times \frac{๒๒}{๗} \times ๓๕$
 $= ๔๔๐๐$ ลูกบาศก์เซ็นติเมตร

ตอบกระบ้องจุ ๔๔๐๐ ลูกบาศก์เซ็นติเมตร

๓๓๕ วิธีหาส่วนสูงของกระบ้อง ถ้าโจทย์บอกความจุให้ บอกความกว้างหรือรัศมีให้ ก็หาความสูงได้

ตัวอย่างที่ ๔ บอกความจุให้ บอกรัศมีให้ ให้หาสูง
 โจทย์ กระบ้องใบหนึ่งมีความจุ ๔๔๐๐ ลูกบาศก์เซ็นติเมตร ถ้ากระบ้องนั้นกว้าง ๒๐ เซ็นติเมตร ถามว่าสูงเท่าไร ?

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad d &= \frac{\text{ความจุ}}{\text{เนื้อทกน}} = \frac{\text{ความจุ}}{r^2 \pi} = \frac{๔๔๐๐}{๓๐ \times ๓๐ \times \frac{๒๒}{๗}} \\
 &= \frac{๔๔๐๐ \times ๗}{๓๐ \times ๓๐ \times ๒๒} \\
 &= ๓.๔ \text{ เซ็นติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตอบกระเบื้องสูง ๓.๔ เซ็นติเมตร

๓๓๖ วิธีหาความกว้างของกระเบื้อง ถ้าโจทย์บอกความจุให้
บอกสูงให้ ก็หาเนื้อที่กัน หวรัคมี และความกว้างของกระเบื้องได้
ดัง
ตัวอย่างที่ ๕ บอกความจุ บอกสูงของกระเบื้องให้ ให้หาเนื้อที่กัน
และหาความกว้าง

โจทย์ กระเบื้องกลมใบหนึ่งมีความจุ ๔๔๐๐ ลูกบาศก์เซ็นติเมตร
และสูง ๓.๔ เซ็นติเมตร ถามว่ากระเบื้องใบนั้นมีเนื้อที่
กันเท่าไร และกว้างเท่าไร ?

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{เนื้อที่กัน} &= \frac{\text{ความจุ}}{d} = \frac{๔๔๐๐}{๓.๔} = ๓๓๕ \frac{๕}{๘} \text{ ตารางเซ็นติเมตร} \\
 r^2 \pi &= \text{เนื้อที่กัน} \\
 \therefore r &= \frac{\sqrt{\text{เนื้อที่กัน}}}{\pi}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{4400}{44}} \div \frac{22}{7} \\
 &= \sqrt{\frac{4400}{44}} \times \frac{7}{22} \\
 &= \sqrt{100} \\
 &= 10 \text{ เซ็นติเมตร}
 \end{aligned}$$

∴ ที่

$$= 10 \times 2$$

$$= 20 \text{ เซ็นติเมตร}$$

ตอบ $\left\{ \begin{array}{l} \text{เนื้อท่อน } ๓๔ \frac{๕}{๘} \text{ ตารางเซนต์ิเมตร} \\ \text{กระเบื้องกว้าง } ๒๐ \text{ เซ็นติเมตร} \end{array} \right.$

ความกว้างของกระเบื้องอาจะหาโดยวิธียกจำนวนก็ได้คือ

$$r = \frac{\text{ความจ}}{\text{สูง} \times \pi} = \frac{4400}{๓๔ \times \frac{22}{7}} = \frac{4400 \times 7}{๓๔ \times ๒๒} = 20 \text{ เซ็นติเมตร}$$

ตอบ กระเบื้องกว้าง ๒๐ เซ็นติเมตร

๓๓๗ โจทย์เกี่ยวกับรูปกระบอก โจทย์เกี่ยวกับรูปกระบอก
มีที่ใช้อยู่บ่อย ๆ และเกี่ยวกับการถักรวม การช่าง และคนสามัญ
มาก ก็จะเห็นได้ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๖ บอกขนาดของถังน้ำให้ ให้หาความจ

โจทย์ ถ้ามวถังน้ำกลมซึ่งสูง ๒๐ เมตร กว้าง ๘ เมตร จะจ
น้ำกบ (๑ ลูกบาศก์เมตร จุน้ำ ๕๕ บัษรรวมดา)

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ ความจุ} &= \text{เนื้อที่ก้น} \times \text{สูง} = r^2 \pi \times \text{สูง} \\
 &= \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{22}{7} \times 20 \\
 &= 770 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \\
 &= 770 \times 55 \\
 &= 42350 \text{ ลิตร} \\
 &\text{ตอบ จาน้ำ } 42350 \text{ ลิตร}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๗ บอกขนาดของบ่อกลมกับบ่อเหลี่ยมให้ ให้หาว่า ไหนจะจุกว่ากัน

โจทย์ ถามว่าบ่อกลมกว้าง ๒ เมตร ลึก ๗ เมตร กับบ่อรูปสี่เหลี่ยมกว้าง ๒ เมตร ลึก ๗ เมตร ไหนจะจุน้ำมากกว่ากันเท่าไร? (ให้คิด ๓ เมตร = ๕๕ ลิตร)

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ ความจุของบ่อรูปสี่เหลี่ยม} &= \text{เนื้อที่ก้น} \times \text{สูง} = 2 \times 2 \\
 &\times 7 = 28 \text{ ลูกบาศก์เมตร}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ความจุของบ่อกลม} &= \text{เนื้อที่ก้น} \times \text{สูง} = r^2 \pi \times \text{สูง} \\
 &= 1 \times 1 \times \frac{22}{7} \times 7 = 22 \text{ ลูกบาศก์เมตร}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{บ่อรูปสี่เหลี่ยมจุน้ำมากกว่า } 28 - 22 = 6 \text{ ลูกบาศก์เมตร}$$

$$\therefore \text{บ่อรูปสี่เหลี่ยมจุน้ำมากกว่า } 6 \times 55 = 330 \text{ ลิตร}$$

$$\text{ตอบ บ่อรูปสี่เหลี่ยมจุน้ำมากกว่า } 330 \text{ ลิตร}$$

ตัวอย่างที่ ๔ บอกขนาดท่อให้ บอกความเร็วให้ ให้หาความจุ

ไอทีย ถ้าสูบลบน้ำ สามารถจะสูบให้น้ำไหลไปตามท่อขนาด

๔ นิ้วได้เร็วเท่ากับ ๔๒ ทดว่า ภายใน ๓ ชั่วโมง น้ำ

จะไหลได้ก็เต็มตักบาศก์ทศ

วิธีทำ ความจุ = เนื้อที่ท่อ $\times$ ความยาวของน้ำที่ไหลใน ๓ ชั่วโมง

= $\pi r^2 \times$ ความยาวของน้ำที่ไหลใน ๓ ชั่วโมง

ท่อขนาดกว้าง ๔ นิ้ว เป็นรัศมี ๒ นิ้ว

$$= \frac{\pi}{36} \times \frac{\pi}{36} \times \frac{22}{7} \times 42 \times 60$$

$$= ๒๔.๔๔ \text{ ตักบาศก์ทศ}$$

ตอบไหลได้ ๒๔.๔๔ ตักบาศก์ทศ

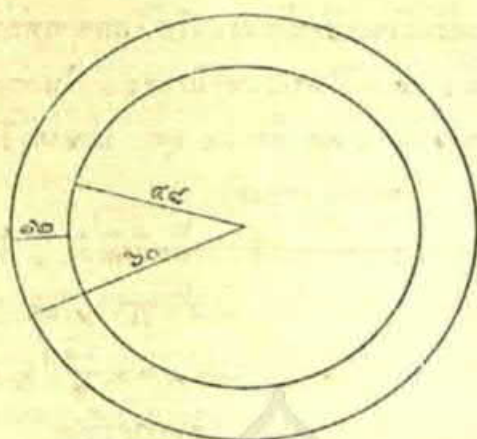
ตัวอย่างที่ ๕ บอกถมบอกความหนาของบ่อให้ และบอกความลึก

ให้ ให้หาจำนวนหินที่ต้องใช้ในการสร้างบ่อ

ไอทีย บอกถมในหนึ่ง รัศมีภายนอกของบ่อยาว ๖๐ นิ้ว รัศมี

ภายในยาว ๔๘ นิ้ว บ่อนั้นลึก ๒๑ ฟุต ถามว่าในการ

สร้างบ่อนั้นจะสิ้นหินกี่ตักบาศก์ทศ



วิธีทำ จำนวนหินที่ใช้ = ความจุของบ่อใหญ่ - ความจุของบ่อเล็ก

$$= (r^2 \pi \text{ องศา}) - (r^2 \pi \text{ องศา})$$

$$= \left(\frac{๑๐^๒}{๓๒} - \frac{๕^๒}{๓๒} \right) \pi \text{ องศา}$$

$$= ๘ \times \frac{๒๒}{๗} \times ๒๓ \text{ ลูกบาศก์ฟุต}$$

$$= \frac{๘ \times ๒๒ \times ๒๓}{๓ \times ๓ \times ๗} \text{ ลูกบาศก์กิโล}$$

$$= ๓ \times ๒๒$$

$$= ๖๖ \text{ ลูกบาศก์กิโล}$$

ตอบใช้หิน ๖๖ ลูกบาศก์กิโล

ตัวอย่างที่ ๑๐ ถังกลมบอกขนาดถังให้ บอกขนาดและความเร็วของน้ำไหลให้ ให้หาเวลา

โจทย์ ถ้ามองว่าน้ำจะเบียดน้ำประปาให้ไหลจากท่อซึ่งมีขนาดกว้าง ๒ นิ้ว และน้ำไหลเร็วชั่วโมงละ ๘ ไมล์ลงในถังกลม ซึ่งมีปากกว้าง ๔ ฟุต ลึก ๓๔ ฟุต นานเท่าไรน้ำจึงจะเต็มถึง

วิธีทำ ๓. หาความจุของถัง

$$\text{ความจุของถัง} = \frac{\pi}{4} d^2 h \times \text{ลึก}$$

$$= \frac{\pi}{4} \times 2^2 \times 34$$

$$= 2 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 34 = 106\pi$$

ลูกบาศก์ฟุต

๔. หาความจุของท่อ

$$\text{จำนวนน้ำที่ไหลใน ๑ ชั่วโมง} = \frac{\pi}{4} d^2 \times \text{ความเร็วของน้ำ}$$

$$= \frac{\pi}{4} \times 2^2 \times 8 \text{ ลูกบาศก์ไมล์}$$

$$= \frac{\pi}{4} \times \frac{\pi}{4} \times \frac{\pi}{4} \times 8$$

$$\times 106\pi \times 3 \text{ ลูกบาศก์ฟุต}$$

$$= \frac{106\pi}{4} \text{ ลูกบาศก์ฟุต}$$

๕. หาเวลา

$$\text{เวลาที่น้ำไหลเต็มถัง} = \frac{\text{ความจุของถัง}}{\text{ความจุของท่อ}}$$

$$= \frac{106\pi}{\frac{106\pi}{4}} \text{ ชั่วโมง}$$

$$= \frac{4}{1} = 4$$

$$= ๓๗๖ \times \frac{๗}{๗๒๖๐} \times ๖๐$$

$$= ๓๐ \frac{๒}{๓๓} \text{ นาที}$$

ตอบให้เวลานาน $๓๐ \frac{๒}{๓๓}$ นาทีก็เต็มถึง

ตัวอย่างที่ ๑๑ บอกขนาดถังรูปสี่เหลี่ยมให้ บอกขนาดของบ่อกลมให้ ให้หาความจุของบ่อกลมเป็นลิตร

โจทย์ ถามว่าถ้าจะใช้ถังขนาดกว้าง ๘ นิ้ว ยาว ๘ นิ้ว สูง ๓๒ นิ้ว ตักน้ำใส่บ่อกลมขนาดปากกว้าง ๔ ฟุต ถึง ๓๔ ฟุต จนเต็ม ถามว่าจะตักน้ำกี่ถัง?

วิธีทำ ๑. หาความจุของถัง

$$\begin{aligned} \text{ความจุของถังรูปสี่เหลี่ยม} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง} \\ &= \frac{๘}{๓๒} \times \frac{๘}{๓๒} \times \frac{๓๒}{๓๒} = ๘ \\ &\text{ลูกบาศก์ฟุต} \end{aligned}$$

๒. หาความจุของบ่อ

ความจุของบ่อ

$$\begin{aligned} &= \text{เนื้อที่ปากบ่อ} \times \text{สูง} \\ (\text{หรือถึง}) &= r^2 \pi \times \text{ถึง} \\ &= ๒ \times ๒ \times \frac{๒๒}{๗} \times ๓๔ \\ &= ๓๗๖ \text{ ลูกบาศก์ฟุต} \end{aligned}$$

๓. หาจำนวนน้ำเป็นลิตร

$$\begin{aligned}
 \text{จำนวนน้ำในบ่อควรเป็นถึง} &= \frac{\text{ความจุของบ่อ}}{\text{ความจุของถัง}} \\
 &= ๓๗๖ \div \frac{๔}{๗} \\
 &= ๓๗๖ \times \frac{๗}{๔} = ๓๗๖ \text{ ถัง} \\
 \text{ตอบบ่อน้ำ } &\underline{๓๗๖ \text{ ถัง}}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๑๒ มอกรนาครของรูปกระเบื้องกลวงให้ ให้หาเนื้อที่
 ใจทย์ จงหาเนื้อที่ทั้งหมดของรูปกระเบื้องกลวง (ไม้ผ่า ไม้
 มัด) ซึ่งสูง ๔๒ นิ้ว และกว้างรอบนอก ๓๕ นิ้ว หนา
 ๘ นิ้ว

วิธีทำ เนื้อทั้งหมด = เนื้อภายนอก + เนื้อภายใน + เนื้อ
 ที่รูปวงแหวนหัวท้าย

$$\text{เนื้อรอบนอก} = ๔ \pi \times \text{สูง} \times \frac{๒๒}{๗} \times ๔๒ = ๔๖๒๐$$

ตารางนิ้ว

$$\begin{aligned}
 \text{เนื้อรอบใน} &= ๔ \pi \times \text{สูง} = ๒๔ \times \frac{๒๒}{๗} \times ๔๒ \\
 &= ๓๖๘๐ \text{ ตารางนิ้ว}
 \end{aligned}$$

$$\text{เนื้อที่รูปวงแหวนหัวท้าย} = (\text{เนื้อทวงนอก} - \text{เนื้อทวงใน}) \times ๒$$

$$\begin{aligned}
 \text{เนื้อทวงนอก} &= ๒ \pi = ๒๓ \times ๒๓ \times \frac{๒๒}{๗} = ๓๓๘๐ \\
 \text{ตารางนิ้ว}
 \end{aligned}$$

$$\text{เนื้อทวงใน} = r^2 \pi = ๓๔ \times ๓๔ \times \frac{๒๒}{๗} = ๖๓๖$$

ตารางนิ้ว

$$\text{เนื้อทวงนอก} - \text{เนื้อทวงใน} = ๓๓๘๖ - ๖๓๖$$

$$\text{เนื้อทวงแหวน} = ๒๗๕๐ \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$๒ \text{ เนื้อทวงแหวน} = ๒๗๕๐ \times ๒ = ๕๕๐๐ \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\therefore \text{เนื้อทวงบอบถวงทั้งหมด} = ๕๖๒๐ + ๓๖๘๖ + ๕๕๐๐$$

$$= ๑๔๘๐๖ \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$\text{ตอบเนื้อทวงบอบถวงทั้งหมด } ๑๔๘๐๖ \text{ ตารางนิ้ว}$$

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๑๐

- (๑) รูปกระบอกหรือกระบอกลักษณะอย่างไร?
- (๒) จงบอกชื่อวัตถุที่มีรูปเป็นกระบอกหรือกระบอกลักษณะที่ ท่าน ทราบ
- (๓) รูปกระบอกเกิดขึ้นอย่างไร?
- (๔) ในการหาเนื้อที่ภายนอกของรูปกระบอก เราจะต้องหาเนื้อที่ของส่วนใดของมันบ้าง?
- (๕) จงพิสูจน์ให้เห็นว่าด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมที่ ประกอบเป็นข้างของกระบอก ยาวเท่ากับเส้นรอบวงของฝ่าหรือกัน
- (๖) ในการหาความจุของกระบอก ทำอย่างไร เพราะเหตุใด?
- (๗) ในการหาความจุของรูปกระบอกคัน กับหาความจุของรูปสี่เหลี่ยมคัน มีหลักเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร เพราะเหตุใด?

- (๘) เมื่อทำวัจวิหิตหาเนื้อที่และความจุของรูปกะบอก ท่านจะเอาไปใช้ให้เป็นประโยชน์ได้อย่างไรบ้าง?
- (๙) ในการหาจำนวนน้ำที่ไหลจากท่อ เพราะเหตุไรจึงต้องการทราบความกว้างของท่อ และความเร็วของน้ำ
- (๑๐) ความเร็วของน้ำที่ไหลจากท่อ เปรียบได้แก่อะไรของกะบอก?

รูปกะบอก บอกขนาดให้ ให้หาเนื้อที่ภายนอก
จงหาเนื้อที่ภายนอกของกะบอกหรือกะบอกซึ่งมีขนาดดังนี้

- (๑๑) ปากกว้าง $3\frac{3}{4}$ นิ้ว สูง ๖ นิ้ว
- (๑๒) ปากกว้าง ๒๓ นิ้ว สูง ๘๔ นิ้ว
- (๑๓) ปากกว้าง ๔๒ เซนติเมตร สูง ๘๓ เซนติเมตร
- (๑๔) ก้นกว้าง $3\frac{1}{2}$ เมตร สูง ๓๔ เมตร
- (๑๕) จงหาเนื้อที่ข้างของถังกลมซึ่งสูง ๘ ฟุต กว้าง ๔ ฟุต

รูปกะบอก บอกขนาดให้ ให้หาความจุ

จงหาความจุของวัตถุรูปกะบอกซึ่งมีขนาดดังต่อไปนี้

- (๑๖) รัศมีของฐานยาว ๘ ฟุต สูง ๕ ฟุต
- (๑๗) เส้นผ่าศูนย์กลางของฐานยาว ๔๒ เมตร สูง ๔๐ เมตร
- (๑๘) ถ้า ๓ ลูกบาศก์ฟุต จุน้ำ $6\frac{3}{4}$ แกลลอน ถามว่าถังกลมซึ่ง
ลึก ๒๘ ฟุต กว้าง ๓๐ ฟุต จะจุน้ำกี่แกลลอน?

รูปกะบอก บอกความกว้างให้ บอกความจุให้ ให้หาสูง

จงหาความสูงหรือลึกของรูปกะบอกซึ่งมีความกว้างและความจุ
ดังต่อไปนี้

(๑๘) ความจุ = ๓๐๘ ลูกบาศก์เมตร รัศมีของฐาน = ๓.๕ เมตร

(๑๙) ความจุ = ๓๐๐ ลูกบาศก์ฟุต ฐานกว้าง = ๘ ฟุต

(๒๐) ความจุ = ๒๐๐ ลูกบาศก์วา ฐานกว้าง = ๓๔ วา

รูปกะบอก บอกความจุให้ บอกลึกให้ ให้หากว้าง

จงหาความกว้างของรูปกะบอกดังต่อไปนี้

(๒๑) ความจุ ๖๓๖ ลูกบาศก์เมตร ลึก ๘ เมตร

(๒๒) ความจุ ๓๕๐ ลูกบาศก์เมตร ลึก ๓.๕ เมตร

(๒๓) ความจุ ๒๐๐ ลูกบาศก์ฟุต ลึก ๒๓ ฟุต

โจทย์เปิดเตี๊ต

(๒๔) เรือหนึ่งมีเด้าหินกลมขนาดหน้ากว้าง ๓๐ นิ้ว ยาว ๓๐
ฟุตอยู่ ๓๒ เด้า ถามว่าถ้าหินมีราคาลูกบาศก์ฟุตละ ๓.๐๐
บาท จะสันคำหินสำหรับมาทำเด้าเรือชนิดนี้กี่บาท?

(๒๕) ถามว่าในเวลา ๓ ชั่วโมง น้ำจะไหลออกจากท่อประปาได้
กี่บิบ สมมติว่าท่อประปากว้าง $๓ \frac{๒}{๓}$ นิ้ว และน้ำไหลเร็ว
นาทีละ ๓๐๐ หลา และบิบมีขนาดกว้างยาวด้านละ ๓๐ นิ้ว
และสูง ๓.๕ นิ้ว

(๒๖) สมมติว่าเหล็ก ๓ ลูกบาศก์ฟุต หนัก ๕๗๖ $\frac{๓}{๔}$ ปอนด์ จงหา

น้ำหนักของแท่งเหล็กกลมซึ่งกว้าง ๒ ฟุต และสูง ๔๕ นิ้ว

- (๒๗) ถ้าข้าพเจ้าได้ค่าจ้างรายชั้ว คิดเป็นลูกบาศก์ฟุตของเหล็กแท่งกว้าง ๘ หลา ลึก ๒๘ หลา
- (๒๘) ถังกลมใบหนึ่งจุน้ำ ๘๘๐๐ แกลลอน ถ้าถังนั้นกว้าง ๘ ฟุตถามว่าสูงเท่าไร? (ให้คิด $๖ \frac{๓}{๔}$ แกลลอน = ๑ ลูกบาศก์ฟุต)
- (๓๐) จงหาเนื้อที่ทั้งภายในและภายนอกของรูปกระบอกกลม ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางรอบนอกยาว ๔๔ นิ้ว หนา ๘ นิ้ว และสูง ๒๕ นิ้ว (กระบอกกลมคือกระบอกที่ไม่มีฝา ไม่มีก้น)
- (๓๑) ถ้าใช้เครื่องย่นซึ่งมีลวดกว้าง ๒๓ นิ้ว และหมุนได้น้ำที่ละ ๓๐๐ รอบ ให้หมุนลวดซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางของลวดกว้าง ๓๔ นิ้ว ให้เข้าไปท่อน้ำ ซึ่งมีขนาดกว้าง ๓๓๐ หลา ยาว ๒๒๐ หลา ให้สูงได้ระดับ ๓๒ นิ้ว จะต้องเสียเวลานานเท่าไร?
- (๓๒) ถามว่าถังสังกะสีกลมซึ่งมีฐานกว้าง $๓ \frac{๓}{๔}$ ฟุต สูง ๓๐ ฟุต จะจุน้ำกับบิบมีขนาดกว้างยาว ๓๐ นิ้ว ดีเลย์ม และสูง ๓๕ นิ้ว
- (๓๓) สมมุติว่านักเรียน ๓ คน ต้องใช้น้ำทั้งสามและกินวันละคนละ ๕ บิบ ถามว่าถ้าโรงเรียนมีนักเรียน ๓๕๔ คน จะต้องสร้างถังกลมซึ่งกว้าง ๔๐ ฟุตให้สูงเท่าไร จึงจะจุน้ำพอให้นักเรียนใช้ไปได้ ๓๖ วันพอดี

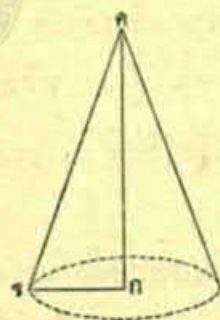
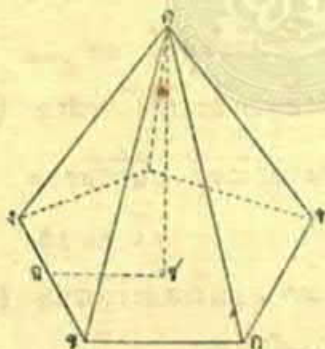
- (๓๔) จงหาความกว้างของบ่อน้ำกลมซึ่งลึก ๓.๕ เมตร และมีความจุเท่ากับบ่อน้ำรูปสี่เหลี่ยมซึ่งกว้างยาวติดกันละ ๓๓ เมตร
- (๓๕) ไม้กลมท่อนหนึ่ง ถ้าให้ไม้ขนาดกว้างเดิมคูณเดิมลบด้วย ถ้าไม้สั้นยาว ๒๕ ฟุต และกว้าง ๒๐ นิ้ว ถามว่าจะมีราคาเท่าไร ถ้าไม้ ๑ ลูกบาศก์ฟุตมีราคา ๔.๒๐ บาท



ว่าด้วยการหาความจุของรูปตันปลายแหลมและรูปกลมตัน

(ลูกกะสุน)

๓๓๘ ชนิดของรูปตันปลายแหลม รูปตันปลายแหลมคือรูปตัน
ที่มีปลายเรียวเข้าหากันทุกที่ จนกลายเป็นยอดแหลม รูปตันปลาย
แหลมนั้นแบ่งออกได้เป็น ๒ ชนิด คือรูปตันที่มีฐานเป็นเหลี่ยมตั้งแต่
สามเหลี่ยมขึ้นไป และมีด้านข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดหนึ่ง มี
ฐานกลมและมีด้านกลมอีกชนิดหนึ่ง ชนิดที่มีฐานและมีด้านเป็น
เหลี่ยมเรียกว่ารูปบิรมิต (หรือรูปเหลี่ยมคั่นยอดแหลม) ชนิดที่มี
ฐานกลมข้างกลม เรียกว่ารูปกรวย



๓๓๙ ความจริงเกี่ยวกับความจุของรูปตันปลายแหลม ในวิชา
เรขาคณิตเรามีทางพิสูจน์ได้ว่า รูปตันปลายแหลมมีความจุเป็น $\frac{1}{3}$

ของรูปตันซึ่งสูงเท่ากัน แต่มีปลายไม่แหลม คือมีปลายกับฐานเท่ากัน หรือจะพูดอีกอย่างหนึ่งว่า ความจุของรูปกรวยจะเป็น $\frac{1}{3}$ ของความจุของรูปกระบอกซึ่งมีฐานและสูงเท่ากัน รูปตันปลายแหลมซึ่งมีฐานเป็นสี่เหลี่ยม จะมีความจุเป็น $\frac{1}{3}$ ของรูปสี่เหลี่ยมตันปลายตรง ซึ่งมีฐานและสูงเท่ากัน ฯลฯ ดังนั้น เป็นต้น การพิสูจน์ความจริงเหล่านี้ ออกจะเป็นของยุ่งยาก เพราะเกี่ยวข้องกับวิชาเรขาคณิตชั้นสูง ฉะนั้น ตามธรรมดาเราจึงถือว่า มันเป็นความจริง และจำเอาไว้ใช้ในเวลาที่คิดโจทย์

๓๔๐. หลักของการหาความจุของรูปตันปลายแหลม เมื่อความจริงเป็นเช่นที่กล่าวมาแล้วข้างบนนี้ หลักของการหาความจุของรูปปลายแหลมจึงอยู่ที่จะต้องหาความจุของรูปตันปลายตรง ตามแบบที่เรียนมาแล้วเสียก่อน ได้เท่าไรเอา ๓ หาร ก็จะได้ตอบตามความต้องการ เพราะฉะนั้น

$$\text{ความจุของรูปกรวย} = \frac{\text{ความจุของรูปกระบอก}}{๓}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}}{๓}$$

$$\text{ความจุของรูปพีระมิด} = \frac{\text{ความจุของรูปสี่เหลี่ยมตัน}}{๓}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}}{๓}$$

รูปทรงกลมเป็นรูปวงกลม กว้างหน้าเพื่อเป็นรูปวงกลม รูป
 ปริมาตรเป็นรูปเหลี่ยมกว้างหน้าเพื่อเป็นรูปเหลี่ยม นอกนั้น
 ทำเหมือนกัน

๓๔๓ หลักของการหาความจุของรูปกลมตัน (ลูกกระสุน) วิธี

หาความจุของรูปกลมตัน ต้องทำตามสูตรคือ

$$\text{ความจุของรูปกลมตัน} = \frac{4}{3} \pi (รัศมี)^3$$

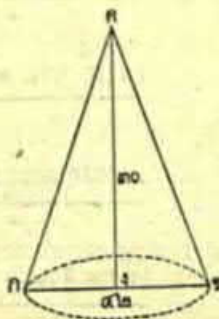
$$\text{หรือ} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{เนื้อที่ของลูกกระสุน} = 4 \pi r^2$$

๓๔๔ ตัวอย่างวิธีหาความจุของรูปตันปลายแหลม

ตัวอย่างที่ ๑ หากความจุของรูปทรงกลม บอกสูงให้ บอกเส้นผ่านศูนย์กลาง
 กว้างให้ ให้หาความจุ

โจทย์ จงหาความจุของรูปทรงกลม ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว
 ๔๒ นิ้ว และมียี่สิบสูง ๓๐ นิ้ว



$$ก ข = \text{เส้นผ่าศูนย์กลาง} = ๔๒ \text{ นิ้ว}$$

$$ก ง = \text{สูง} = ๓๐ \text{ นิ้ว}$$

$$\text{วิธีทำ ความจุ} = \frac{\text{เนื้อที่ฐาน} \times \text{สูง}}{๓}$$

$$= \frac{\pi r^2 \times \text{สูง}}{๓}$$

$$= \frac{๒๒}{๗} \times \frac{๒๑ \times ๒๑ \times ๓๐}{๓} = ๓๓๗๘๐ \text{ ลูกบาศก์นิ้ว}$$

$$\text{ตอบความจุ } ๓๓๗๘๐ \text{ ลูกบาศก์นิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ ๒ หาคความจุของรูปมีระมิต บอกรฐานบอกสูงให้ ให้หาความจุ

โจทย์ จงหาความจุของรูปมีระมิต ซึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ ๒๐ นิ้ว และมียอดสูง ๒๔ นิ้ว

$$\text{วิธีทำ ความจุของรูปคณยอดแหลม} = \frac{\text{เนื้อที่ฐาน} \times \text{สูง}}{๓}$$

$$= (๒๐ \times ๒๐) \times \frac{๒๔}{๓} = ๓๒๐๐ \text{ ลูกบาศก์นิ้ว}$$

$$\text{ตอบ } ๓๒๐๐ \text{ ลูกบาศก์นิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ ๓ หาคความจุของลูกกระสุน

โจทย์ จงหาความจุของลูกกระสุนซึ่งมีรัศมียาว ๒๓ นิ้ว

วิธีทำ ความจุของลูกกระสุน $= \frac{4}{3} \pi r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 23 \times 23 \times 23$
 $= 33302 \text{ ลูกบาศก์นิ้ว}$
ตอบ 33302 ลูกบาศก์นิ้ว

คำถามและแบบฝึกหัด ๑๑

- (๑) รูปตันปลายแหลมแบ่งออกได้เป็นกี่ชนิด คืออะไรบ้าง ?
- (๒) รูปบีระมิด คืออย่างไร ?
- (๓) รูปกรวย คืออย่างไร ?
- (๔) บีระมิดหรือกรวย มีเนื้อที่เป็น $\frac{1}{3}$ ของอะไร ?
- (๕) หักในข้อ ๔ นั้นได้มาจากไหน ?
- (๖) หักใหญ่ของการหาความจุรูปตันปลายแหลมว่าอย่างไร ?
- (๗) เนื้อที่รูปวงกลมมีสูตรว่าอย่างไร ?
- (๘) ลูกกระสุน คืออย่างไร ?
- (๙) สูตรของความจุของลูกกระสุนว่าอย่างไร ?
- (๑๐) ท่านจะหาเนื้อที่ของลูกกระสุนได้อย่างไร ?

จงหาความจุของบีระมิดซึ่งมีขนาด ดังต่อไปนี้

- (๑๑) รูปตันสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ ๘ ฟุต ยอดสูง ๓๐ ฟุต
- (๑๒) รูปตันสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว ๘ ฟุต กว้าง ๕ ฟุต ยอดสูง ๑๒ ฟุต

(๓๓) ฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า มีด้านยาวด้านละ ๓๒ นิ้ว และ
เส้นตั้งฉากจากจุดศูนย์กลางมายังด้านยาว ๓๐ นิ้ว ยอดของ
มันสูง ๓๕ นิ้ว

(๓๔) ฐานเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า ยาวด้านละ ๖ นิ้ว เส้นตั้งฉาก
จากจุดศูนย์กลางมายังฐานยาว ๔ นิ้ว ยอดสูง ๓๐ นิ้ว

จงหาความจุของกรวยยอดแหลมต่อไปนี้

(๓๕) รัศมียาว ๓๐ นิ้ว สูง ๓๕ นิ้ว

(๓๖) เส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๒๕ นิ้ว สูง ๗ นิ้ว

(๓๗) เส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๗ เมตร สูง ๒๓ เมตร

(๓๘) เส้นรัศมียาว ๓๒ นิ้ว สูง ๔๒ นิ้ว

จงหาเนื้อและความจุของลูกกระสุนซึ่งมี

(๓๙) รัศมียาว ๖ นิ้ว

(๔๐) รัศมียาว ๓๐ ฟุต

(๔๑) รัศมียาว ๘ ฟุต

(๔๒) เส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๓๐ เมตร

(๔๓) เส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๘ เมตร

(๔๔) เส้นผ่าศูนย์กลางยาว ๒ เมตร

บทที่ ๑๔

ว่าด้วยวิธิตัดหน้าไม้เป็นยก ตามแบบเก่า

๑๔๓ อัตราไม้ยก ในการคิดไม้เป็นยกตามแบบเก่านั้น เขาม

อัตรากำหนดไว้ว่าไม้ยาว ๓๖ วา กว้าง ๓ ศอก หน้า ๓ นิ้ว ให้เรียก
ว่าไม้ยกหนึ่ง เมื่อจะคิดยกคิดเนื้อไม้เขาก็ใช้อัตรานั้นเป็นหลัก

อนึ่งนักเรียนจงสังเกตว่า อัตราของยกตามแบบโบราณนั้นเป็น
มาตราไทย เพราะฉะนั้นจึงเป็นนอไทยหาใช้ทั่วทุกไม

๑๔๔ วิธีคิดจำนวนแผ่นให้เป็นยก หักของถาวรคิดจำนวนแผ่น

ให้เป็นยกก็คิดตามวิธีเศษถ้วน หรือโดยตัดอัตราซึ่งกำหนดไว้เป็น
ถ้วนหรือเป็นเครื่องวัดนั้นเอง เช่นไม้ยาว ๓๖ วา หน้า ๓ ศอก แต่
หน้า ๒ นิ้ว ซึ่งเป็นไม้ ๒ เท่าของอัตรา ก็เป็นไม้ ๒ ยก ถ้าหน้า ๑
ครึ่ง ก็เป็นไม้ยกครึ่ง หน้า ๓ นิ้ว ก็เป็นไม้ ๓ ยก ฯลฯ

๑๔๕ ตัวอย่างวิธีคิดจำนวนแผ่นไม้เป็นยก บอกขนาดไม้ให้

บอกจำนวนไม้ให้ ให้หาว่า เป็นไม้ กี่ยก

โจทย์ ถามว่า ไม้ยาว ๒ วา หน้า ๓๒ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว ๓๐๐ แผ่น
จะเป็นไม้ กี่ยก ?

วิธีทำ ไม่น้แผ่นเทียบอัตราความยาวเป็น $\frac{๒๐๖}{๓๖๖๖}$ ของยก

,, ๓ ,, ,, ความกว้างเป็น $\frac{๓๒ \text{ นิ้ว}}{๒๔ \text{ นิ้ว หรือ } ๓ \text{ ศอก}}$ ของยก

,, ๓ ,, ,, ความหนาเป็น $\frac{๒ \text{ นิ้ว}}{๓ \text{ นิ้ว}}$ ของยก

∴ เมื่อเทียบทุกอย่าง ไม่น้แผ่นเป็น $\frac{๒}{๓๖} \times \frac{๓๒}{๒๔} \times \frac{๒}{๓}$ ของยก

,, ๓๐๐ ,, $\frac{๒}{๓๖} \times \frac{๓๒}{๒๔} \times \frac{๒}{๓} \times ๓๐๐ = ๓๒.๕$ ยก

ตอบเป็นไม่น้ ๓๒.๕ ยก

ที่ท้ายคิยาวตั้งข้างบนนี้ เพื่อจะให้หนักเวียนเข้าใจเหตุผลเท่านั้น
เวลาทำจริง ๆ จะทำให้สั้นเข้าไต่ดังนี้

วิธีทำ อย่างย่อ

ไม่น้ยาว ๒๐๖ หน้า ๒๔ นิ้ว หน้า ๓ นิ้ว ๓ แผ่น = ๓ ยก

∴ ,, ๒ ,, ,, ๓๒ ,, ,, ๒ ,, ๓๐๐ ,, = $\frac{๒}{๓๖} \times \frac{๓๒}{๒๔} \times \frac{๒}{๓} \times ๓๐๐$
= ๓๒.๕ ยก

ตอบเป็นไม่น้ ๓๒.๕ ยก

๓๕๖ วิธีคิดว่ายกหนึ่งจะมีไม่น้กี่แผ่น ถ้าอยากทราบว่ายกหนึ่ง
จะมีไม่น้ขนาดไหนก็แผ่น วิธีคิดก็ตรงกันข้าม คือแทนที่จะเอายกเป็น

เครื่องวัด (หรือตัวหาร) เราต้องเอาไม้ขนาดที่ต้องการไปวัดไม้ยก (หรือไปหารไม้ยก) จะได้คำตอบเท่าใดแผ่นจึงจะพอดี

๓๔๗ ตัวอย่างวิธีคิดหาไม้ยกหนึ่งจะมีไม้ กี่แผ่น บอกขนาดไม้ให้ ให้หาว่ากี่แผ่นจึงจะครบยก

โจทย์ ถามว่าไม้ พืนขนาดยาว ๔ วา หน้า ๓๐ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว กี่แผ่นจึงจะได้ยก ?

วิธีทำ ไม้ยาว ๔๖ วา หน้า ๒๕ นิ้ว หน้า ๓ นิ้ว ๑ ยก เป็นไม้ ๓ แผ่น

$$\therefore \quad \text{ว } ๔ \quad \text{ว } ๓๐ \quad \text{ว } ๒ \quad \text{ว } ๓ \quad \text{ว } = \frac{๓๖}{๔} \times \frac{๒๕}{๓๐} \times \frac{๓}{๒}$$

$$= ๔.๗ \text{ แผ่น}$$

ตอบ ๔.๗ แผ่น

๓๔๘ วิธีคิดราคาไม้ตามอัตรายก ในการซื้อขายไม้ตามแบบเก่า ผู้ซื้อผู้ขายตกลงราคากันเป็นเรือนยก เช่นเป็นราคายกละ ๓๐ บาท หรือ ๓๕ บาท แต่ว่าไม้ ตัดไม่เลว เวลาจ้างเลื่อย ก็ว่าค่าแรงเลื่อยเป็นยกเท่านั้นของเดียวกัน ค่าแรงเลื่อยถูกแพงตามแต่เลื่อยยากเลื่อยง่าย ในตัวอย่างข้างบนนี้ ได้อธิบายวิธีคิดจำนวนไม้เป็นยกแล้ว ต่อไปถ้าอยากทราบราคาตามอัตรายก ก็เอาราคาไปคูณยกเข้าก็จะได้ออก

๓๔๙ ตัวอย่างวิธีคิดราคาไม้ตามอัตรายก บอกราคาตามอัตรายกให้ ให้หารราคาไม้ทั้งหมด

โจทย์ นาย ก. ขายไม้ขนาดยาว ๘ ศอก กว้าง ๖ นิ้วหนา ๔ นิ้ว
 ให้นาย ข. เป็นจำนวน ๒๐๐ แผ่น ในอัตราราคาต่อ
 ๓๒.๐๐ บาท ดังนั้นถามว่านาย ข. จะต้องให้เงินค่าไม้แก่นาย ก. เท่าไร ?

วิธีทำ ๑. คิดไม้ให้เป็นยก

$$\begin{aligned} \text{ไม้ยาว } ๘ \text{ วา หนา } ๒ \text{ นิ้ว หนา } ๓ \text{ นิ้ว } ๓ \text{ แผ่น} &= ๓ \text{ ยก} \\ \therefore ๒ \text{ ,, ,, } ๖ \text{ ,, ,, } ๔ \text{ ,, } ๒๐๐ \text{ ,,} &= \frac{๒}{๓๖} \times \frac{๖}{๒๔} \times \frac{๔}{๓} \times ๒๐๐ \\ &= ๒๕ \text{ ยก} \end{aligned}$$

วิธีทำ ๒. หาราคา

$$\text{ไม้ } ๓ \text{ ยก ราคา} = ๓๒.๐๐ \text{ บาท}$$

$$\therefore ๒๕ \text{ ,, } ๓๒.๐๐ \times ๒๕ = ๓๐๐.๐๐ \text{ บาท}$$

ตอบนาย ข. ต้องให้เงิน ๓๐๐ บาท

๓๕. วิธีคิดราคาไม้เป็นแผ่นตามอัตราราคา ยกตามซื้อขายไม้
 บางทีผู้ซื้ออยากซื้อเพียงแผ่นต้องแผ่น วิธีคิดราคาซื้อขายไม้ย่อม
 เช่นนี้ จะคิดราคาตามอัตรายกคงตัวอย่างข้างบนก็ได้ แต่โดยมาก
 พ่อค้ามักคิดราคาเป็นแผ่นไว้ก่อน เพราะสะดวกแก่การบอกราคา
 วิธีคิดเช่นนี้ ชั้นแรกจะต้องคิดดูให้ทราบเสียก่อนว่า ไม้ขนาดนั้น
 ยกหนึ่งมีกี่แผ่น ต่อมาเอาจำนวนแผ่นไปหารราคาไม้ ๓ ยก ก็จะ
 ทราบราคาของไม้แผ่นได้

๓๕๓ ตัวอย่างวิธีคิดราคาไม้เป็นแผ่นตามอัตราราคา บอก
ราคาขายให้ บอกขนาดไม้ให้ ให้หารราคาเป็นแผ่น

โจทย์ ถ้าไม้ราคาขายถละ ๓๕ บาท ถามว่าไม้ขนาดยาว ๔ วา
หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว จะตกราคาแผ่นละเท่าไร ?

วิธีทำ ไม้ยาว ๓๖ วา หน้า ๒๔ นิ้ว หน้า ๓ นิ้ว ๓ ยก = ๓ แผ่น

$$\begin{aligned} \text{,, } ๔ \text{ ,, ,, } ๘ \text{ ,, ,, } ๒ \text{ ,, } ๓ \text{ ,, } &= \frac{๓๖}{๔} \times \frac{๒๔}{๘} \times \frac{๓}{๒} \\ &= ๖ \text{ แผ่น} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ ไม้ ๓ แผ่น ราคา } \frac{๓๕}{๖} = ๕.๘๐ \text{ บาท}$$

ตอบราคาแผ่นละ ๕.๘๐ บาท

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๑๒

- (๑) มาตรฐานที่ใช้ในการคิดไม้ยกแบบโบราณเป็นมาตรฐานอะไร เพราะเหตุไร ?
- (๒) ไม้ ๓ ยก มีอัตราอย่างไร ?
- (๓) ในการคิดไม้จากจำนวนแผ่นให้เป็นยก มีหลักอย่างไร ?
- (๔) ในการคิดไม่ว่ากี่แผ่นจะเป็นยกมีหลักอย่างไร ?
- (๕) ในการซื้อขายไม้ หรือจ้างเลื่อยไม้ตามโบราณคิดราคากันเป็นเรือนอะไร เพราะเหตุไร ?
- (๖) ถ้าไม่ขายเป็นยกจะขายเป็นอะไรได้ ?

(๘) วิชัคิดว่าไม้แผ่นหนึ่งมีราคาเท่าไร จากราคายกนั้น จะทำได้
อย่างไร ?

(๘) วิชัคิดว่าไม้ขนาดนั้น เก่านั้นแผ่นจะเป็นก๊ยก และจะเป็นราคา
เท่าไรนั้น ทำได้อย่างไร ?

จงทำโจทย์หน้าไม้ต่อไป

บอกขนาดบอกจำนวนให้ ให้คิดเป็นยก

จงคิดว่าไม้ซึ่งมีขนาดและจำนวนดังต่อไปนี้ เป็นไม้ ก๊ยก

- (๙) ไม้พื้นขนาดยาว ๒ วา หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๑๐ นิ้ว ๒๐๐ แผ่น
- (๑๐) ไม้ฝาขนาดยาว ๒ วา หน้า ๖ นิ้ว หน้า ๓๖ นิ้ว ๕๐๐ แผ่น
- (๑๑) ไม้เสาขนาดยาว ๓ วา ๒ คืบ หน้า ๖ นิ้ว หน้า ๖ นิ้ว ๕๔ ต้น
- (๑๒) ไม้ก้านขนาดยาว ๕ วา หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๓ นิ้ว ๘๐ แผ่น

บอกอัตราราคายกให้บอกขนาดและจำนวนให้ ให้หารราคา

ถ้าไม้มีราคายกจะ ๒๕.๐๐ บาท จงหารราคาของไม้ ซึ่งมีขนาด
และจำนวน ดังต่อไปนี้

- (๑๓) ไม้คองขนาดยาว ๖ วา หน้า ๖ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว ๓๐๐ ตัว
- (๑๔) ไม้จันทันขนาดยาว ๔ วา หน้า ๕ นิ้ว หน้า ๓๖ นิ้ว ๔๐๐ ตัว
- (๑๕) ไม้แป้นขนาดยาว ๔ วา หน้า ๓ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว ๖๐๐ ตัว

บอกขนาดไม้ให้ ให้หาว่ากี่แผ่นจึงเป็นยก

ถามว่าไม้ขนาดดังข้างล่างนี้ กี่แผ่นจึงเป็นยก

- (๑๖) ไม้พื้นยาว ๒ วา หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๓ นิ้ว

(๓๗) ไม้ฝ้ายยาว ๒ วา หน้า ๖ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว

(๓๘) ไม้เต้ายาว ๔ วา หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๘ นิ้ว

(๓๙) ไม้คานยาว ๖ วา หน้า ๑๐ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว

บอกราคายกให้ ให้หาราคาเป็นแผ่นเป็นเรือนร้อยและเป็นยก

ถ้าไม้มีราคายก ๓๒ บาท ถามว่าไม้มีขนาดและจำนวนต่อไป
นี้จะมีราคาเท่าไร ?

(๒๐) ไม้ทันทยาว ๒ วา หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๓ นิ้ว ๓ แผ่น

(๒๑) ไม้ทันทยาว ๒ วา หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๓ นิ้ว ๓๐๐ แผ่น

(๒๒) ไม้เต้ายาว ๔ วา หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๘ นิ้ว ๓ ต้น

(๒๓) ไม้เต้ายาว ๔ วา หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๘ นิ้ว ๓๐ ต้น ไม้คาน

ขนาดยาว ๔ วา หน้า ๘ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว ๕ แผ่น ไม้ซีกขนาด

ยาว ๒ วา หน้า ๖ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว ๑ แผ่น รวมกัน

ถามว่า ไม้มีราคาเท่าไร ?

(๑) ไม้มีราคาเท่าไร ?

(๒) ไม้มีราคาเท่าไร ?

(๓) ไม้มีราคาเท่าไร ?

(๔) ไม้มีราคาเท่าไร ?

(๕) ไม้มีราคาเท่าไร ?

(๖) ไม้มีราคาเท่าไร ?

บทที่ ๑๕

ว่าด้วยวิธีคิดหน้าไม้เป็นยกตามแบบใหม่ และตามวิธีลัด

๑๕๒ อัตราน้อยยกตามแบบใหม่

นักเรียนคงจำได้ว่า ในการคิดน้อยยกตามแบบเก่า นั้น เราใช้
มาตราไทย คือมีอัตราเป็นวา เป็นศอก และเป็นนิ้วไทย ในครั้ง
ก่อนนั้น มาตราไทยยังไม่มีอัตราความยาวที่แน่นอน เพราะกฎหมาย
ยังไม่บังคับ มาบังคับกฎหมายได้บังคับไว้แล้วว่า ๑ วาไทยให้เท่ากับ
๒ เมตร

เนื่องจากไม้วัดซึ่งช่างไม้จะพกพาใช้นั้น มีแบ่งตามอัตราเมตร
ตื้นหนึ่ง และตามอัตราฟุตตื้นหนึ่ง โดยเหตุนี้จึงเกิดมีความนิยม
เพียงระหว่างพ่อค้าและช่างไม้ สำหรับใช้เป็นอัตราคิดน้อยขึ้นดังนี้

อัตรากความยาวของไม้ยกคงใช้ = ๓๖ วาตามเดิม ในการวัดใช้
๒ เมตร = ๑ วาตามกฎหมาย

อัตรากความกว้างของไม้ยกคงใช้ = ๑ ศอกตามเดิม แต่ให้ ๑ ศอก
= ๕๐ เซนติเมตร ตามกฎหมาย แต่ในทางค้าขายนิยมให้ใช้ ๑ ศอก
= ๒๐ นิ้วฟุตมากกว่า

อัตรากความหนาของไม้ยกใช้ ๑ นิ้วฟุตแทน เพราะถ้าใช้นิ้วไทย
จะมีเศษเกะกะวัดยาก

เพราะฉะนั้นอัตราไม้ยกตามที่ใช้กันอยู่ทั่วไปเคยวนจึงเป็น

ไม้ยาว ๓๖ วา หน้า ๒๐ นิ้วฟุต หน้า ๓ นิ้วฟุต = ไม้ ๓ ยก
และเวลาเกิดไม้ยกที่ใช้อัตราเป็นหลัก ความจริงอัตราทั้ง ๒ นี้ (อัตรา
เก่าและใหม่) ไม่ต่างอะไรกัน

๓๕๓ วิธีเขียนหน้าไม้ เพื่อความสะดวกและให้ฉับในการ
เขียนหน้าไม้ ช่างไม้นิยมเขียนตามลำดับดังนี้ หน้า กว้าง ยาว
และจำนวนแผ่น และใช้เครื่องหมาย “.” แทนคำว่า “นิ้วฟุต”
“.” แทนคำว่า “ฟุต” และ “ม.” แทนคำว่า “เมตร” ถ้าเขียน
๒ × ๓ × ๓๐ × ๒๐ หมายถึง ไม้หน้า ๒ นิ้วฟุต กว้าง ๓ นิ้วฟุต
ยาว ๓๐ ฟุต ๒๐ แผ่น ถ้าเขียน ๒ × ๓ × ๕ ม. × ๒๐ หมายถึง ไม้หน้า ๒ นิ้วฟุต กว้าง ๓ นิ้วฟุต ยาว ๕ เมตร ๒๐ แผ่น

นักเขียนจงหัดเขียน และหัดอ่าน เครื่องหมายเหล่านี้ให้แม่นยำ
เพราะใน ใจยกต่อไปจะใช้ตามนั้น

๓๕๔ วิธีคิดหน้าไม้ตามแบบใหม่ ในการคิดหน้าไม้ตามแบบ
ใหม่ หลักของการคิดก็เหมือนกันกับแบบเก่า ต่างกันอยู่หน่อย
แต่เพียงในการคิดตามแบบใหม่ใช้อัตรายาว ๓๓ วา หน้า ๒๐ นิ้วฟุต
หน้า ๓ นิ้วฟุต เป็น ๓ ยก ประการหนึ่ง และเวลาวัดความยาว ถ้า
จะคิดเป็นยกก็ต้องวัดเป็นเมตร ส่วนหน้ากว้างและหน้าตั้งวัดเป็น
นิ้วฟุตอีกประการหนึ่ง

๓๕๕ ตัวอย่างวิธีคิดหน้าไม้ตามแบบใหม่เป็นยก บอกขนาด

ไม้ให้ บอกจำนวนไม้ให้ ให้หาว่าเป็นจำนวนไม้ที่ยก

โจทย์ ถามว่าไม้พื้น ๒" $\times$ ๓๐" $\times$ ๔ ม. $\times$ ๓๐๐ เป็นที่ยก (ถาม
ว่าไม้หนา ๒ นิ้วฟุต กว้าง ๓๐ นิ้วฟุต ยาว ๔ เมตร
๓๐๐ แผ่นเป็นที่ยก)

วิธีทำ ไม้ยาว ๓๖ วา หน้า ๒๐ นิ้วฟุต หนา ๓ นิ้วฟุต ๓ แผ่น
เป็นไม้ ๓ ยก

$\therefore$ ไม้ยาว ๒ วา หน้า ๓๐ นิ้วฟุต หนา ๒ นิ้วฟุต ๓๐๐ แผ่น
 $\frac{๒}{๓๖} \times \frac{๓๐}{๔๐} \times \frac{๒}{๓} \times ๓๐๐ = ๓๒.๕$ ยก

ตอบ ๓๒.๕ ยก

๓๕๖ ตัวอย่างวิธีคิดหน้าไม้ตามแบบใหม่ว่ายกหนึ่งมีกี่แผ่น

บอกขนาดไม้ให้ ให้หาว่าไม้ขนาดนั้นกี่แผ่นจึงเป็นยก

โจทย์ ถามว่าไม้พื้น ๒" $\times$ ๓๐" $\times$ ๔ ม. กี่แผ่นจึงจะครบยก

วิธีทำ ไม้ยาว ๓๖ วา หน้า ๒๐ นิ้วฟุต หนา ๓ นิ้วฟุต ๓ ยก
เป็นไม้ ๓ แผ่น

$\therefore$ ไม้ยาว ๔ วา หน้า ๓๐ นิ้วฟุต หนา ๒ นิ้วฟุต ๓ ยก
 $\frac{๓๖}{๔} \times \frac{๓๐}{๔๐} \times \frac{๓}{๒} \times ๓ = ๔$ แผ่น

ตอบ ไม้ขนาดนี้ ๔ แผ่นเป็น ๓ ยก

ตามที่ทำตัวอย่างให้ ๒ ตัวอย่างนี้ นักเรียนก็ย่อมจะเห็นและเข้าใจได้แล้วว่า หลักของการคิดหน้าไม้ตามแบบใหม่กับแบบเก่าเหมือนกัน ต่างกันแต่ชื่อการของไม้ ๑ ยกเท่านั้น วิธีคิดหาอย่างอื่นคงตัวอย่างของบทที่ ๑๕ ก็จะทำให้ได้โดยวิธีเดียวกัน

๓๕๖ หลักของการคิดหน้าไม้โดยวิธีตัด การคิดหน้าไม้ตามแบบที่กล่าวแล้วข้างบนนี้ เป็นวิธียาว และไม่สะดวกแก่การคูณหารด้วยลูกคิด ซึ่งแบบเครื่องมือที่จีนและพ่อค้าทั่วไปใช้ โดยเหตุนี้จึงคิดหาวิธีที่จะคิดด้วยลูกคิดได้สะดวก และเมื่อวิธีของเขาเป็นวิธีที่ง่ายจะคิดในใจได้เร็วด้วย จึงนิยมใช้กันแพร่หลายเท่า ๆ หรือมากกว่าวิธีคิดอย่างยาว

นักเรียนจงดูตัวอย่างข้อแรกข้างต้นนี้ ถ้าตั้งเลขดูให้นักเรียนจะเห็นว่าตัวหารคือ $๓๖ \times ๒๐ \times ๓ = ๓๒๐$ และตัวตั้งคือ $๒ \times ๓๐ \times ๒ \times ๓๐๐ = ๔๐๐๐$ ถ้าเอา $๔๐๐๐ \div ๓๒๐ = ๑๒.๕$ ยก เท่ากัน

เพราะฉะนั้นวิธีคิดอย่างตัดโดยใช้ลูกคิดเราจึงถือเอาว่าไม้ ๑ ยกมี ๓๒๐ หน่วย หรือ ๓๒๐ นิ้ว และ ๓๒๐ หน่วยนี้ เกิดจากเอา ๓๖ นิ้ว $\times ๒๐$ นิ้ว $\times ๓$ นิ้ว ตามตัวอย่างไม่ว่าง ๒ นิ้ว หน้า ๓๐ นิ้ว หน้า ๒ นิ้ว ๓ แผ่น ก็มี $๒ \times ๓๐ \times ๒ = ๔๐$ หน่วย ๓๐๐ แผ่น ก็มี $๔๐ \times ๓๐๐ = ๔๐๐๐$ หน่วย ขยาก็รู้ว่าไม่เป็นไม้ยก ก็เอา ๓๒๐ หน่วยไปหารได้ $๔๐๐๐ \div ๓๒๐ = ๑๒.๕$ ยก เท่ากับคิดโดยวิธียาว

๓๕๗ ตัวอย่างวิธีคิดไม้เป็นยกโดยวิธีตัด บอกรวมไม้แต่ละ

จำนวนไม้ ให้ถือว่าเป็นไม้ที่ยก

โจทย์ ถามว่าไม้ $2'' \times 4'' \times 4 \text{ ม.} \times 200$ แผ่น เป็นที่ยก

วิธีทำ ไม้ ๑ แผ่น $= 2 \times 4 \times 4 = 32$ หน่วย

ไม้ ๒๐๐ แผ่น $= 32 \times 200 = 6400$ หน่วย

$\therefore$ เป็นไม้ $6400 \div 320 = 20$ ยก

ตอบเป็นไม้ ๒๐ ยก

๓๕๖ ตัวอย่างวิธีคิดไม่ว่าที่แผ่นจะเป็นยกโดยวิธีคิด บอกร

ขนาดไม้ให้ ให้หาว่าที่แผ่นจึงจะครบยก

โจทย์ ถามว่าไม้ $2'' \times 4'' \times 4 \text{ ม.}$ ที่แผ่นจึงจะพอยก

วิธีทำ ไม้ ๑ แผ่น $= 2 \times 4 \times 4 = 32$ หน่วย

$\therefore$ ๑ ยก เป็นไม้ $320 \div 32 = 10$ แผ่น

ตอบ ๑ ยกเป็นไม้ ๑๐ แผ่น

๓๖๐ ตัวอย่างวิธีคิดไม้เป็นแผ่นตามอัตราราคายก บอกราคา

ยกให้ บอกราคาไม้ให้ ให้หาราคาเป็นแผ่น

โจทย์ ถ้าไม้ราคายกละ ๒๕ บาท ถามว่าไม้ $2'' \times 4'' \times 4$ วน
มีราคาแผ่นละเท่าไร?

วิธีทำ ก. คิดโดยตรง

ไม้แผ่นมี $2 \times 4 \times 4 = 32$ หน่วย

$\therefore$ เป็นราคา $\frac{32}{100} \times 25 = 8.00$ บาท

ตอบราคาแผ่นละ ๘.๐๐ บาท

วิธีทำ ร. คิดเป็นแผ่นก่อน

$$\text{ไม้แผ่นมี } 2 \times 4 \times 4 = 32 \text{ หน่วย}$$

$$\therefore 2 \text{ ขกมีไม้ขนาดนี้ } \frac{320}{32} = 10 \text{ แผ่น}$$

$$\therefore \text{ไม้แผ่นมีราคา } 32 \div 10 = 3.20 \text{ บาท}$$

$$\text{ตอบราคาแผ่นละ } 3.20 \text{ บ. ท}$$

๓๖๓. ตัวอย่างวิธีคิดราคาแผ่นเป็นราคาขาย บอกราคาของ

๑ แผ่นและราคาให้ ตามหาราคาขาย

โจทย์ ถ้าไม้ขนาด $2 \times 4 \times 2$ นิ้ว มีราคาร้อยละ ๓๕๐ บาท

ถามว่าถ้าคิดเป็นยกจะคิดราคาขายละเท่าไร?

วิธีทำ ก. ๑. หาว่าไม้แผ่นมีกี่หน่วย

$$\text{ไม้ } 1 \text{ แผ่นมี } 2 \times 4 \times 2 = 16 \text{ หน่วย}$$

๒. หาว่ายกหนึ่งมีกี่แผ่น

$$\therefore \text{ไม้ } 1 \text{ ยกเป็นไม้ } 160 \div 16 = 10 \text{ แผ่น}$$

๓. หาราคาเบเนยก

$$\therefore \text{ไม้ } 1 \text{ ยกมีราคา } \frac{320}{10} \times 10 = 32.00 \text{ บาท}$$

$$\text{ตอบเป็นราคาขายยกละ } 32.00 \text{ บาท}$$

วิธีทำ ข. ๑. หาหน่วยของไม้ทั้งหมด

$$\text{ไม้ทั้งหมดมี } 2 \times 4 \times 2 \times 100 = 1600 \text{ หน่วย}$$

$$\text{ราคา } 32.00 \text{ บาท}$$

๒. เทียบหรรษาไม้ยัก

$$\therefore \text{ไม้ } ๓๒๐ \text{ ท่อนๆ มีราคา } \frac{๓๕๐ \times ๓๒๐}{๕๐๐} = ๓๕.๒๐$$

ตอบราคาไม้เป็นยักละ ๓๕.๒๐ บาท

๓๖๒ วิธีคิดหน้าไม้เป็นยักใช้กันอยู่ตามแถบไหนมาก วิธี

คิดหน้าไม้เป็นยักนิยมใช้กันอยู่ทางแถบไหนมาก ทางใต้ไม่นิยมใช้ ทางใต้นิยมวิธีคิดเป็นตัน ซึ่งจะกล่าวถึงในบทต่อไป

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๑๓

- (๑) วิธีคิดหน้าไม้ตามแบบเก่าและแบบใหม่ หักตรงการคิดเหมือนกันหรือต่างกัน เพราะเหตุไร?
- (๒) ถ้านักเรียนคิดหน้าไม้ตามแบบเก่าได้ นักเรียนควรจะคิดตามแบบใหม่ได้หรือไม่ เพราะเหตุไร?
- (๓) วิธีคิดหน้าไม้ตามแบบเก่ากับแบบใหม่ นักเรียนจะมีโอกาสใช้อย่างไหนมากกว่า เพราะเหตุไร?
- (๔) วิธีคิดหน้าไม้โดยวิธีตัด เกิดขึ้นได้อย่างไร?
จงคิดหน้าไม้ต่อไปนี้โดยวิธีตัด และคิดในใจ
- (๕) ไม้พื้น ๓" x ๔" x ๒ วา ก็แผ่นเป็นยัก
- (๖) ไม้ฝา ๕" x ๖" x ๒ วา ก็แผ่นเป็นยัก
- (๗) ไม้คาน ๖" x ๒" x ๒ วา ก็แผ่นเป็นยัก
- (๘) ไม้ตง ๕" x ๒" x ๒ วา ก็แผ่นเป็นยัก

(๑) ถ้าไม้รัวคายถะ ๓๖ บาท ถามว่าไม้ $๓'' \times ๘'' \times ๒$ วา มี
ราคาแผ่นละเท่าไร?

(๒) ถ้าไม้รัวคายถะ ๘ บาท ถามว่าไม้ $\frac{๓}{๒}'' \times ๖'' \times ๒$ วา มี
ราคาแผ่นละเท่าไร?

(๓) ถ้าไม้รัวคายถะ ๒๕ บาท ถามว่าไม้ $๕'' \times ๒'' \times ๒$ วา มี
ราคาแผ่นละเท่าไร?

จงคิดหน้าไม้ต่อไปให้เบ็ดเสร็จ

(๓๒) ไม้พื้น $๓'' \times ๘'' \times ๔$ ม. $\times ๒๐๐$ แผ่น

(๓๓) ไม้ฝา $\frac{๓}{๒}'' \times ๖'' \times ๔$ ม. $\times ๕๐๐$ แผ่น

(๓๔) ไม้เสา $๖'' \times ๖'' \times ๘$ ม. $\times ๒๔$ ต้น

(๓๕) ไม้คาน $๓'' \times ๘'' \times ๕$ วา $\times ๘๐$ แผ่น

ถ้าไม้รัวคายถะ ๓๒.๐๐ บาท จงหารราคาไม้ต่อไป

(๓๖) ไม้ $๒'' \times ๖'' \times ๖$ วา $\times ๓๐๐$ แผ่น

(๓๗) ไม้ $๓'' \times \frac{๓}{๒}'' \times ๕'' \times ๘$ ม. $\times ๔๐๐$ ตัว

(๓๘) ไม้ $๒'' \times ๓'' \times ๘$ ม. $\times ๖๐๐$ ต้น

บทที่ ๑๖

ว่าด้วยวิธีคิดหน้าไม้เป็นบอรตฟุต คิวบิกฟุต และคิวบิกเมตร

๑๖๓ บอรตฟุต มาจากคำภาษาอังกฤษ *Bordfeet* แปลว่า กระดานยาว ๓ ฟุตเป็นอัตราใช้เรียกกระดานที่หนา ๓ นิ้วฟุต กว้าง ๑ ฟุต ยาว ๓ ฟุต อัตราบอรตฟุตนี้ใช้กันอยู่ในการค้าขายไม้ย่อยๆ ตามแบบฝรั่ง เพราะฉะนั้นคนไทยเราจึงควรทราบไว้บ้าง

๑๖๔ หลักของการคำนวณไม้ให้เป็นบอรตฟุต หลักของการคำนวณไม้ให้เป็นบอรตฟุตนี้ อย่างเดียวกับหลักของการคำนวณไม้ให้เป็นยก ต่างกันแต่เพียงว่าในการคำนวณไม้เป็นยก เราใช้ไม้หนา ๓ นิ้ว กว้าง ๒๐ นิ้ว ยาว ๓๖ วา ๓ แผ่นเป็นอัตรา ส่วนวิธีคำนวณไม้ให้เป็นบอรตฟุต ต้องใช้ไม้หนา ๓ นิ้ว กว้าง ๓ ฟุต ยาว ๑ ฟุต ๓ แผ่น เป็นอัตรา

๑๖๕ ตัวอย่างวิธีคำนวณไม้เป็นบอรตฟุต
ตัวอย่างที่ ๑ บอหน้าไม้และจำนวนไม้ให้ ให้หาว่าจะเป็นจำนวนไม้กับบอรตฟุต

โจทย์ ถามว่าไม้หน้า ๓" x ๘" x ๓๖' ๓๐ แผ่นจะเป็นไม้กี่

บอรตฟุต

วิธีทำ ไม้หน้า ๓ นิ้ว กว้าง ๓๒ นิ้ว ยาว ๓ ฟุต ๓ แผ่น = ไม้

๓ บอรตฟุต

ไม้หนา ๓ นิ้ว กว้าง ๘ นิ้ว ยาว ๔๖ ฟุต ๓๐ แผ่น = ?

บอรรถพิศ

$$\text{เป็นไม้} = \frac{3}{8} \times \frac{8}{32} \times \frac{46}{8} \times 30 = \frac{320}{8} = ๔๐ \frac{1}{2}$$

บอรรถพิศ

ตอบเป็นไม้ ๔๐ ๑/๒ บอรรถพิศ

ตัวอย่างที่ ๒ แปลงยกให้เป็นบอรรถพิศ

โจทย์ ถามว่าไม้เป็นจำนวนกี่บอรรถพิศ จึงจะพอ ๑ ยก

วิธีทำ ๔๖ วา = $\frac{๔๖ \times ๘๐}{๓๒} = \frac{๓๐๒}{๓}$ ฟุต

ไม้ ๑ ยก = ไม้หนา ๓ นิ้ว กว้าง ๒๐ นิ้ว ยาว $\frac{๓๒๐}{๓}$ ฟุต
๓ แผ่น

ไม้ ๑ บอรรถพิศ = ไม้หนา ๓ นิ้ว กว้าง ๓๒ นิ้ว ยาว
๓ ฟุต ๑ แผ่น

$$\therefore \text{ไม้ ๑ ยก} = \frac{3}{8} \times \frac{20}{32} \times \frac{320}{3 \times 3} = \frac{๓๖๐๐}{๘} = ๔๕๐ \frac{๓}{๔}$$

บอรรถพิศ

ตอบไม้ ๑ ยกมี ๔๕๐ ๓/๔ บอรรถพิศ

ตัวอย่างที่ ๓ บอกราคาเป็นบอรรถพิศให้ ให้หารราคาไม้

โจทย์ ถ้าไม้มีราคาบอรรถพิศละ ๖ สตางค์ ถามว่าไม้หนา ๓ นิ้ว
กว้าง ๘ นิ้ว ยาว ๔๖ ฟุต ๒๐ แผ่น จะมีราคาเท่าไร?

วิธีทำ ๑. หาว่าไม้ทั้งหมัดมีกับบอรุดฟุต

ไม้หนา ๓ นิ้ว กว้าง ๓๒ นิ้ว ยาว ๓ ฟุต ๓ แผ่น
= ๓ บอรุดฟุต

∴ ไม้หนา ๓ นิ้ว กว้าง ๘ นิ้ว ยาว ๓๖ ฟุต ๒๐ แผ่น
= $\frac{3}{4} \times \frac{8}{32} \times \frac{36}{4} \times \frac{20}{4} = ๒๓๓ \frac{3}{4}$ บอรุดฟุต

๒. หาราคาไม้

ไม้ $๒๓๓ \frac{3}{4}$ บอรุดฟุต เงินเงิน = $๒๓๓ \frac{3}{4} \times ๐.๐๖$
= ๑๒.๘๐ บาท

คอบเป็นเงิน ๑๒.๘๐ บาท

๑๖๖ คิวนิกฟุตหรือลูกบาศก์ฟุต สำหรับไม้จำนวนมาก ๆ บาง
ทีเขาคิดเป็นคิวนิกฟุตเพื่อให้ตัวเลขน้อยลง ในการค้าขายไม้ใน
เมืองไทย คิวนิกฟุตใช้มากกว่าบอรุดฟุต ไม้ยาว ๓ ฟุต กว้าง ๓ ฟุต
หนา ๓ ฟุต หรือไม้ ๓ ลูกบาศก์ฟุต เรียกว่า ๓ คิวนิกฟุต

๑๖๗ หลักของการคำนวณไม้เป็นคิวนิกฟุต เช่นเดียวกับการ
คำนวณไม้เป็นยก

๑๖๘ หลักของการแปลงบอรุดฟุตเป็นคิวนิกฟุต ตามอัตราข้าง
บนนี้ นักเวียนย่อมจะสังเกตเห็นว่า อัตราของไม้ ๓ บอรุดฟุต
กับ ๓ คิวนิกฟุตนั้น มีขนาดกว้างยาวเหมือนกัน คือกว้าง ๓ ฟุต

ยาว ๓ ฟุต ผิดกันแต่ส่วนหนา คือของบอรดฟุตหนา ๓ นิ้ว ของ
คิวมิกฟุตหนา ๓๒ นิ้ว เพราะฉะนั้นคิวมิกฟุตก็เท่ากับ ๓๒ บอรดฟุต
และเพราะฉะนั้นวิธีแปลงบอรดฟุตเป็นคิวมิกฟุต ก็จะทำให้โดยง่าย
โดยเอา ๓๒ หาว

๓๖๘ ตัวอย่างวิธีหาไม้เป็นคิวมิกฟุต

ตัวอย่างที่ ๑ บอกจำนวนไม้เป็นบอรดฟุตให้ ให้หาเป็นคิวมิกฟุต

โจทย์ ถามว่าไม้ ๘๒๐ บอรดฟุต จะเป็นไม้กี่คิวมิกฟุต

วิธีทำ ไม้ ๓๒ บอรดฟุต = ไม้ ๑ คิวมิกฟุต

ไม้ ๑ บอรดฟุต = ไม้ $\frac{1}{32}$ คิวมิกฟุต

ไม้ ๘๒๐ บอรดฟุต = ไม้ $\frac{1}{32} \times ๘๒๐ = ๒๕.๖๒๕$ คิวมิกฟุต

ตอบเป็นไม้ ๒๕.๖๒๕ คิวมิกฟุต

ตัวอย่างที่ ๒ บอกขนาดและจำนวนไม้ให้ ให้หาเป็นคิวมิกฟุต

โจทย์ ถามว่าไม้หนา ๓ นิ้ว กว้าง ๘ นิ้ว ยาว ๓๖ ฟุต ๓๒๐
แผ่น จะเป็นไม้กี่คิวมิกฟุต

วิธีทำ ไม้หนา ๓ ฟุต กว้าง ๓๒ นิ้ว ยาว ๓ ฟุต = ๑ คิวมิกฟุต

ไม้หนา $\frac{3}{32}$ ฟุต กว้าง $\frac{8}{32}$ ฟุต ยาว ๓๖ ฟุต ๓๒๐ แผ่น
= $\frac{3}{32} \times \frac{8}{32} \times ๓๖ \times ๓๒๐ = \frac{๓๒๐}{๓} = ๑๐๖ \frac{๒}{๓}$ คิวมิกฟุต

ตอบเป็นไม้ ๑๐๖ $\frac{๒}{๓}$ คิวมิกฟุต

ตัวอย่างที่ ๓ ให้แปลงยกเป็นคิวบิกฟุต

โจทย์ ถามว่าไม้ ๓ ยกมีกี่คิวบิกฟุต

วิธีทำ ไม้หนา ๓๒ นิ้ว กว้าง ๓๒ นิ้ว ยาว ๓ ฟุต = ไม้ ๓
คิวบิกฟุต

$$\therefore \text{ไม้หนา } ๓ \text{ นิ้ว กว้าง } ๒๐ \text{ นิ้ว ยาว } \frac{๓๒๐}{๓} \text{ ฟุต } (= \text{ไม้ } ๓ \text{ ยก}) = \frac{๓}{๓๒} \times \frac{๒๐}{๓๒} \times \frac{๓๒๐}{๓} = \frac{๔๐๐}{๒๗} = ๑๔ \frac{๒๒}{๒๗}$$

ตอบไม้ ๓ ยกมี ๑๔ $\frac{๒๒}{๒๗}$ คิวบิกฟุต

๓๗๐ เหลี่ยมดลูกบาศก์เมตรหรือคิวบิกเมตร ไม้ดี๊กของประเทศ

เราที่พ่อค้าส่งออกขายยังต่างประเทศนั้น เขาคิดราคาเป็นดลูกบาศก์เมตร เพราะเป็นไม้ใหญ่จำนวนมาก วิธีคิดเป็นดลูกบาศก์เมตร หลักก็เป็นอย่างเดียวกับวิธีอื่น ๆ ต่างกันแต่เขาวัด หรือใช้ หรือแปลงอัตราเป็นเมตรเท่านั้น

ไม้กว้าง ๓ เมตร ยาว ๓ เมตร หนาหรือสูง ๓ เมตร เรียก
ว่า ๓ ดลูกบาศก์เมตร

๓๗๑ ตัวอย่างวิธีคิดไม้เป็นดลูกบาศก์เมตร

ตัวอย่างที่ ๑ บอกขนาดและจำนวนไม้ให้ ให้คิดเป็นดลูกบาศก์เมตร

โจทย์ ถามว่าไม้เหลี่ยมขนาดหน้ากว้าง ๔๐ เซนติเมตร ดีเหลี่ยม
ยาว ๕ เมตร ๓๐ ท่อน จะเป็นไม้กี่เหลี่ยมดลูกบาศก์เมตร?

วิธีทำ ไม้หนา ๓ เมตร กว้าง ๓ เมตร ยาว ๓ เมตร = ไม้
๓ ลูกบาศก์เมตร

∴ ไม้หนา $\frac{๔๐}{๑๐๐}$ เมตร กว้าง $\frac{๔๐}{๑๐๐}$ เมตร ยาว ๕ เมตร ๓๐ ท่อน

$$= \frac{๔๐}{๑๐๐} \times \frac{๔๐}{๑๐๐} \times \frac{๕}{๑} \times ๓๐ = ๘ \text{ เหลี่ยมลูกบาศก์เมตร}$$

ตอบเป็นไม้ ๘ เหลี่ยมลูกบาศก์เมตร

ตัวอย่างที่ ๒ แปลงคิวบิกเมตรเป็นยก

โจทย์ ถามว่าไม้กี่ยกจึงจะพอเหลี่ยมนลูกบาศก์เมตร

วิธีทำ ๓. แปลงอัตรายกให้เป็นเมตร

$$๓ \text{ นว} = \frac{๒.๕}{๑๐๐} \text{ เมตร}$$

$$๒๐ \text{ นว} = \frac{๕๐}{๑๐๐} \text{ เมตร}$$

$$๓๖ \text{ นว} = ๓๖ \text{ เมตร}$$

ไม้หนา $\frac{๒.๕}{๑๐๐}$ เมตร กว้าง $\frac{๕๐}{๑๐๐}$ เมตร ยาว ๓๖ เมตร = ๓ ยก

ไม้ ๓ ลูกบาศก์เมตร = หนา ๓ เมตร กว้าง ๓ เมตร ยาว ๓ เมตร

$$= \frac{๓๐๐}{๒.๕} \times \frac{๓๐๐}{๕๐} \times \frac{๓}{๓๖} = ๒ \frac{๑}{๒} \text{ ยก}$$

ตอบ ๓ คิวบิกเมตรเป็นไม้ ๒ $\frac{๑}{๒}$ ยก

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๑๖

- (๑) บอรุดฟุตบอลว่าอะไร และมีอัตราอย่างไร ?
- (๒) พ้อย์ชาติไหนที่นิยมขายไม้เป็นบอรุดฟุตบอล ?
- (๓) หลักของการคิดไม้เป็นบอรุดฟุตบอล เหมือนกันหรือต่างกันกับการคิดไม้เป็นยกอย่างไร เพราะเหตุไร ?
- (๔) คิวบิกฟุตหมายความว่าอะไร ?
- (๕) ไม้ที่คิวบิกฟุตเป็น ๑ บอรุดฟุตบอล ไม้กับบอรุดฟุตบอลเป็น ๑ คิวบิกฟุต
- (๖) คิวบิกฟุต กับคิวบิกเมตรต่างกันอย่างไร ?
- (๗) วิธีคิดไม้เป็นคิวบิกเมตรนั้นใช้กันมากเมื่อไร ?
- (๘) วิธีคิดหน้าไม้มีประโยชน์อย่างไร ?
- (๙) ถ้าไม้หนา ๓ นิ้ว กว้าง ๘ นิ้ว ยาว ๒๐ ฟุต มีราคาแผ่นละ ๖๕ สตางค์ ถามว่าไม้ชนิดนั้น ก. ๓ ยก ข. ๑ บอรุดฟุตบอล ค. ๑ คิวบิกฟุต ง. ๑ คิวบิกเมตร จะมีราคาเท่าไร ?
- (๑๐) ถามว่าไม้ต่อไปนี้จะมียาจนวน ก. กับบอรุดฟุตบอล ข. กับคิวบิกฟุต และ ค. กับคิวบิกเมตร ?

๑. ไม้พื้น ๓" x ๘" x ๒๐ ฟุต ๓๐๐ แผ่น

๒. ไม้ฝา ๒" x ๖" x ๒๐ ฟุต ๓๐๐ แผ่น

๓. ไม้เสา ๖" x ๖" x ๕ เมตร ๒๐ ต้น

๔. ไม้คาน ๒" x ๘" x ๕ เมตร ๓๐ อัน

๕. ไม้คอง ๒" x ๕" x ๕ เมตร ๓๐ อัน

- (๓๓) จงแปลงไม้ ก. ๓ ยก ข. ๓๐ ยก ค. ๒๐ ยก ง. ๔๕ ยก ให้
เป็นบอระดุก ๓ คิวบิกฟุต และคิวบิกเมตร ?
- (๓๔) ถามว่าถ้าไม้มีราคาขายถะ ๘ บาท ๓ คิวบิกฟุต ๓ คิวบิกเมตร
และ ๓ บอระดุก จะมีราคาเท่าไร ?
- (๓๕) ถามว่า นาย ก. นาย ข. นาย ค. นาย ง. นาย จ. ต่างซื้อ
ไม้พืชนขนาดหน้า ๓ นิ้ว กว้าง ๘ นิ้ว ยาว ๖ เมตร ตามราคาคง
ก. ซื้อร้อยละ ๕๐ บาท ข. ซื้อถะ ๘.๒๐ บาท ค. ซื้อบอระดุก
ถะ ๐.๐๔๒ บาท ง. ซื้อคิวบิกฟุตถะ ๐.๖๐ บาท จ. ซื้อคิวบิก
เมตรถะ ๓๘.๐๐ บาท จงเปรียบเทียบให้ดูว่าใครซื้อไม้ถูกแพง
กว่ากันแผ่นละเท่าไร ?

บทที่ ๑๗

ว่าด้วยวิธีคิดไม้เป็นตันแบบอังกฤษ และแบบจีน

๑๗๒ ความหมายของคำว่าตัน (Ton) คำว่า “ตัน” มี

ความหมาย ๒ ทาง คือ ตันน้ำหนัก และตันความจุ ตันน้ำหนักใช้
กันอยู่ ๓ อย่าง คือ เมตริกตันเท่ากับน้ำหนัก ๑๐๐๐ กิโลกรัม ตัน
เด็กอังกฤษเท่ากับน้ำหนัก ๒๐๐๐ ปอนด์ ตันใหญ่อังกฤษเท่ากับน้ำหนัก
๒๒๔๐ ปอนด์ ตันน้ำหนักนี้ใช้กันอยู่แพร่หลายทั่วไป ในประเทศ
เรา ๑ ตัน นิยมใช้เท่ากับ ๑๐๐๐ กิโลกรัม

ตันความจุนิยมใช้กันอยู่ในระหว่างพ่อค้าเรือ และในทางภาค
ใต้ การซื้อขายไม้ นิยมว่าราคากันเป็นตัน เช่น ไม้หลุมพองเวลานี้ตันละ
๕๕.๐๐ บาท ไม้ทั้งราคาคันละ ๔๕.๐๐ บาท เหล่านี้เป็นตัน โดย
เหตุที่การคิดหน้าไม้เป็นตันนิยมใช้กันทางภาคใต้แพร่หลาย นักเรียน
จึงควรรู้ เรียนและคิดให้เป็น

๑๗๓ อัตราของไม้ ๑ ตัน ไม้ ๑ ตัน คือ ไม้ ๕๐ คิวบิกฟุต

๑๗๔ หลักของวิธีคิดไม้เป็นตัน เมื่อทราบอัตราว่า ๑ ตัน คือ
๕๐ คิวบิกฟุต เพราะฉะนั้นวิธีที่จะคิดไม้ให้เป็นตัน ก็คิดอย่างวิธีหา
เป็นคิวบิกฟุตเสียก่อน ได้เท่าไรแล้วเอา ๕๐ หารให้เป็นตันอีก

๑๗๕ ตัวอย่างวิธีคิดโจทย์เกี่ยวกับไม้เป็นตัน

ตัวอย่างที่ ๑ บอกหน้าไม้และจำนวนไม้ให้ ให้หาว่าจะเป็นไม้กี่ต้น

โจทย์ ถามว่าไม้พื้นหน้า $๓'' \times ๘'' \times ๓๖' \times ๓๐๐$ แผ่น จะเป็น
ไม้กี่ต้น

วิธีทำ ๑. หาให้เป็นคิวบิกฟุต

$$\text{ไม้ } ๓'' \times ๘'' \times ๓๖' \times ๓๐๐ \text{ แผ่น} = \frac{๓}{๑๒} \times \frac{๘}{๑๒} \times ๓๖ \times ๓๐๐ \text{ คิวบิกฟุต}$$

วิธีทำ ๒. แปลงให้เป็นตัน

$$\therefore \text{ไม้ } ๓'' \times ๘'' \times ๓๖' \times ๓๐๐ \text{ แผ่น} = \frac{๓}{๑๒} \times \frac{๘}{๑๒} \times ๓๖ \times ๓๐๐ = \frac{๓๐๐}{๕๐} = \frac{๓๖}{๕} = ๗ \frac{๒}{๕} \text{ ตัน}$$

ตอบไม้ ๗ $\frac{๒}{๕}$ ตัน

หมายเหตุ ถ้าไม้ยาวเป็นเมตรต้องแปลงให้เป็นฟุตโดยเอา ๓๒หาร
๔๐ นิ้ว (๑ เมตร)

ตัวอย่างที่ ๒ บอกหน้าไม้ให้ ถามว่ากี่แผ่นจะพอต้น

โจทย์ ถามว่าไม้พื้น $๓'' \times ๘'' \times ๒๐'$ กี่แผ่นจะพอต้น

วิธีทำ ๑. หาว่าไม้ ๑ แผ่นมีกี่คิวบิกฟุต

$$\text{ไม้ } ๓'' \times ๘'' \times ๒๐' \times ๑ \text{ แผ่น} = \frac{๓}{๑๒} \times \frac{๘}{๑๒} \times ๒๐$$

คิวบิกฟุต

วิธีทำ ๒. หาว่าถ้แผ่นจะครบ ๕๐ คิวบิกฟุต (๓ ตัน)

$$\begin{aligned} \therefore \text{ไม้ชนิดนี้ } ๓ \text{ ตัน} &= \frac{๕๐}{\frac{๓}{๓๒} \times \frac{๗}{๓๒} \times ๒๐} \text{ แผ่น} \\ &= ๕๐ \times \frac{๓๒}{๓} \times \frac{๓๒}{๗} \times \frac{๓}{๒๐} \text{ แผ่น} = ๔๕ \text{ แผ่น} \end{aligned}$$

ตอบ ๔๕ แผ่นจึงครบตัน

ตัวอย่างที่ ๓ บอกหน้าไม้ให้ บอกราคาเป็นตันให้ ให้หาราคาไม้
เป็นแผ่น

โจทย์ ถ้าไม้พื้น ๓" x ๗" x ๒๐' มีราคาตันละ ๕๕ บาท ถาม
ว่าไม้ ๓ แผ่นมีราคาเท่าไร ?

วิธีทำ ๓. ทำให้รู้ว่าไม้ชนิดนี้ถ้แผ่นจึงจะได้ตัน

๒. เขาจำนวนแผ่นหารราคาของไม้ ๓ ตัน ก็จะได้ราคา
ไม้ ๓ แผ่น

$$\begin{aligned} \text{ไม้ } ๓" \times ๗" \times ๒๐' \text{ ๓ ตันเป็นไม้} &= \frac{๕๐}{\frac{๓}{๓๒} \times \frac{๗}{๓๒} \times ๒๐} \\ &= ๕๐ \times \frac{๓๒}{๓} \times \frac{๓๒}{๗} \times \frac{๓}{๒๐} = ๔๕ \text{ แผ่น} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ไม้ } ๓" \times ๗" \times ๒๐' \text{ ๓ แผ่นราคา } ๕๕.๐๐ \div ๔๕ = ๓ \text{ บาท}$$

๒๒ $\frac{๒}{๑}$ สตางค์

ตอบราคาแผ่นละ ๓ บาท ๒๒ $\frac{๒}{๑}$ สตางค์

๓๗๖ หลักของวิชัศคิไม่เป็นต้นตามแบบจัน พอค้าเจ็ดยไม้
และพอค้าขายไม้ทางภาคใต้^๕ โดยมากเป็นจัน และจันคิดด้วยถูกคิด
ไม้คิดด้วยเลขอย่างแบบฝรั่ง เพราะฉะนั้นวิชัศคิไม่เป็นต้นตามแบบ
จัน จึงเป็นแบบที่นิยมใช้กันอยู่แพร่หลายทั่วไป

๓๗๗ อัตราไม้ ๓ ต้นตามแบบจัน จันใช้อัตราเดียวกับของ
ฝรั่ง คือ ๕๐ คิวบิกฟุต เท่ากับ ๓ ต้น

๓๗๘ หลักของวิชัศคิไม่เป็นต้นตามแบบจัน วิชัศคิด้วยถูกคิด
จำเป็นจะต้องหลักเฉียงเศษส่วน เพราะถูกคิดใช้ทศนิยม ใช้
เศษส่วนไม่ได้ โดยเหตุนี้จันจึงหาวิธีเฉียงเศษส่วนเสีย และเขา
หาวิธีเฉียงได้ดังนี้

จากตัวอย่างที่ ๓ ข้างต้นนั้น นักเรียนเห็นแล้วว่าวิธีจะแปลง
ไม้ตามหน้า (หรือธนาศ) และตามจำนวนที่โจทย์บอกให้เป็นต้น
เราต้องทำเป็น ๒ ระยะ คือ ๑. ทำให้เป็นคิวบิกฟุต ๒. ได้เท่าไรเอา
๕๐ คิวบิกฟุตหารให้เป็นต้น ตัวเลขที่คูณหารกันเพื่อหาตอบในตัวอย่าง
ที่ ๓ มีดังนี้

$$\frac{๓}{๓๒} \times \frac{๘}{๓๒} \times \frac{๓๖ \times ๓๐๐}{๕๐} = ๓ \frac{๗}{๘} \text{ ต้น}$$

จันเขาเฉียงเศษส่วนโดยเอา ๓, ๘, ๓๖, ๓๐๐ คูณกันเสียก่อน
แล้วเอา ๓๒, ๓๒, ๕๐ คูณกัน ได้เท่าไรเอาไปหาร ซึ่งช่วยให้เราคิดคูณ
หารตามวิธีที่ถูกคิดได้

$$๓ \times ๘ \times ๓๖ \times ๓๐๐ = ๓๒๔๐๐$$

$$๓๒ \times ๓๒ \times ๕๐ = ๕๒๐๐$$

$$๓๒๔๐๐ \div ๕๒๐๐ = ๓ \frac{๗}{๘} \text{ คัน}$$

ตอบ $๓ \frac{๗}{๘}$ คัน เหมือนกัน

โดยเหตุที่ :-

$๓ \times ๘ \times ๓๖ \times ๓๐๐ =$ หน้าหนาเป็นนิ้ว $\times$ หน้ากว้างเป็นนิ้ว
 $\times$ ยาวเป็นฟุต $\times$ จำนวนแผ่น และ $๓๒ \times ๓๒ \times ๕๐ = ๕๒๐๐$ ซึ่งจะ
 ต้องใช้เป็นคืบหาหรับเสมอ

เพราะฉะนั้นการคิดไม้ตามแบบจีนจึงมีหลักไว้ว่า :-

ให้เอาหน้าหนาเป็นนิ้ว $\times$ หน้ากว้างเป็นนิ้ว $\times$ ยาวเป็นฟุต $\times$ จำนวนแผ่น
 $\frac{}{๕๒๐๐}$

ตามคำอธิบายและตัวอย่างข้างบนนี้ นักเรียนย่อมจะเห็นแล้วว่า

๑. การคิดไม้เป็นคันตามแบบจีน เอาอัตราและเอาหลักมาจาก
 แบบฝรั่ง

๒. แต่จีนหาวิธีเพียงเศษส่วน เพื่อให้คิดด้วยลูกคิดได้ง่ายๆ
 โดยถือเอา ๕๒๐๐ เป็นคืบหาหรับ สำหรับไปหารคืบตั้งซึ่งได้จากเอาหนา
 เป็นนิ้ว $\times$ กว้างเป็นนิ้ว $\times$ ยาวเป็นฟุต $\times$ จำนวนแผ่น

ถ้านักเรียนจะถามจีนช่างไม้หรือจีนช่างเดี่ยยไม่ว่า ไม้นั้นหนึ่ง
 มีเท่าไร เราจะบอกว่ามี ๕๒๐๐ นิ้ว ความจริง ๕๒๐๐ นิ้ว ไม่ใช่ ๕๒๐๐
 นิ้ว เพราะเกิดจาก $๓๒ \text{ นิ้ว} \times ๓๒ \text{ นิ้ว} \times ๕๐ \text{ คืบกับฟุต} = ๕๒๐๐$ เอา

เรียกว่าเป็น ๗๒๐๐ นิ้ว ก็เพื่อให้สะดวกเท่านั้น

๓๗๗ ตัวอย่างวิธีคิดไม้ตามแบบจีน

ตัวอย่างที่ ๑ บอกหน้าไม้และจำนวนไม้ให้ ให้หาว่าจะเป็นไม้กี่ต้น

โจทย์ ถามว่าไม้พื้นหน้า ๓" x ๘" x ๓๖' x ๓๐๐ แผ่นจะเป็นไม้กี่ต้น

วิธีทำ จำนวนไม้เป็นต้น

$$= \frac{\text{หน้าหน้าเป็นนิ้ว} \times \text{กว้างเป็นนิ้ว} \times \text{ยาวเป็นฟุต} \times \text{จำนวนแผ่น}}{๗๒๐๐}$$

$$= \frac{๓ \times ๘ \times ๓๖ \times ๓๐๐}{๗๒๐๐} = \frac{๓๒๔๐๐}{๗๒๐๐} = \frac{๓๒๔}{๗๒} = \frac{๓๖}{๘} = ๓ \frac{๓}{๒} \text{ ต้น}$$

ตอบเป็นไม้ ๓ $\frac{๓}{๒}$ ต้น

ตัวอย่างที่ ๒ บอกหน้าไม้ให้ ถามว่ากี่แผ่นจะเป็นต้น

โจทย์ ถามว่าไม้พื้น ๓" x ๘" x ๒๐' กี่แผ่นจะพอต้น

วิธีทำ ไม้ ๓ แผ่น = ๓ x ๘ x ๒๐ = ๓๖๐

ไม้ ๑ ต้น = ๗๒๐๐

$$\therefore \text{เป็นไม้} = \frac{๗๒๐๐}{๓๖๐} = \frac{๒๐}{๓} = ๔ \frac{๒}{๓} \text{ แผ่น}$$

หรือ

$$\frac{\text{หน้าหน้าเป็นนิ้ว} \times \text{กว้างเป็นนิ้ว} \times \text{ยาวเป็นฟุต}}{๓ \times ๘ \times ๒๐} = \frac{๗๒๐๐}{๓๖๐} = ๔ \frac{๒}{๓} \text{ แผ่น}$$

ตอบ ๔ $\frac{๒}{๓}$ แผ่น

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๑๕

- (๑) คำว่า คัน มีความหมายถึงอะไรได้บ้าง ?
- (๒) ไม้อัน คัน มีอัตราเท่าไร ?
- (๓) วิธีคิดไม้เป็นตันตามแบบฝรั่งมีหลักอย่างไร ?
- (๔) วิธีคิดไม้เป็นตันตามแบบจีนเขาหัดมาจากไหน ?
- (๕) เพราะเหตุไรจึงคิดหลักเดียววิธีคิดอย่างมีเศษส่วนหลายๆ จำนวนตามแบบฝรั่ง
- (๖) ถ้าจะคิดในใจท่านว่าคิดตามแบบจีนหรือแบบฝรั่งง่ายกว่า
- (๗) จงคิดในใจดูว่าไม้พื้น หน้า ๓" x ๘" x ๘' ที่แผ่นนี้จะได้ตัน
- (๘) จงคิดในใจดูว่าไม้พื้น หน้า ๒" x ๘" x ๒๐' ที่แผ่นนี้จะได้ตัน
- (๙) จงคิดในใจดูว่าไม้พื้น หน้า ๓" x ๑๖" x ๘' ที่แผ่นนี้จะได้ตัน
- (๑๐) จงคิดในใจดูว่าไม้ฝา ๓" x ๖" x ๑๖' ที่แผ่นนี้จะได้ตัน
- (๑๑) จงคิดในใจดูว่าไม้เสา ๖" x ๖" x ๒๐' ที่ตันนี้จะได้ตัน
- (๑๒) จงคิดในใจดูว่าไม้คาน ๓" x ๖" x ๘' ที่ตันนี้จะได้ตัน

จงหาว่าไม้ต่อไปนี้จะเป็จำนวนกี่ตัน

- (๑๓) ไม้พื้น ๓" x ๘" x ๓๐' x ๒๐๐ แผ่น
- (๑๔) ไม้พื้น ๓" x ๘" x ๑๖' x ๕๐๐ แผ่น
- (๑๕) ไม้พื้น ๓" x ๘" x ๓๒' x ๔๐๐ แผ่น
- (๑๖) ไม้ฝา $\frac{๓}{๒}$ " x ๖" x ๒๐' x ๓๐๐๐ แผ่น

(๓๗) ไม้ผ่า $\frac{3}{2}$ " x ๖" x ๓๖' x ๒๐๐ แผ่น

(๓๘) ไม้เต่า ๖" x ๖" x ๒๐' x ๔๐ คัน

(๓๙) ไม้เต่า ๗" x ๗" x ๓๖' x ๕๐ คัน

(๔๐) ไม้เต่า ๘" x ๘" x ๓๐' x ๘' คัน

ถ้าไม้ราคาตันละ ๔๕.๐๐ บาท จงหาราคาไม้ต่อไปนี้จะตก
แผ่น คัน หรือ อันละเท่าไร ?

(๔๑) ๓" x ๘" x ๒๐'

(๔๒) ๖" x ๖" x ๓๖'

(๔๓) ๒" x ๓" x ๓๖'

(๔๔) ๓" x ๘" x ๒๐'

(๔๕) ๒" x ๗" x ๓๕'

บทที่ ๑๘

ว่าด้วยวิธีใช้เมนสูเรชั่นเกี่ยวกับการกสิกรรม

๓๘๐ จะใช้เมนสูเรชั่นในการกสิกรรมได้อย่างไร เมนสูเรชั่น
มีประโยชน์แก่กสิกรหลายประการ และมีที่ใช้อยู่เรื่อย ๆ เช่น :-

๑. ในการจับจองที่ดิน
๒. ในการรังวัดเสียค่า
๓. ในการหาเนื้อที่ของแปลงพืชต่าง ๆ
๔. ในการทำแผนที่
๕. ในการทำบ่อน้ำ
๖. ในการทำร่องน้ำ
๗. ในการทำเรือน โรง และคอกสัตว์
๘. ในการเบ็ดเตล็ดอื่น ๆ

๓๘๑ วิธีใช้เมนสูเรชั่นในการจับจองที่ดิน ที่ดินที่พลเมืองเรา

จับจองกันอยู่เวลานี้ เห็นอาณาเขตต์ไม่ค่อยตรง และขนาดของ
แปลงก็ไม่สม่ำเสมอ ทั้งนี้ย่อมไม่สะดวกแก่การกสิกรรมด้วยประการ
ทั้งปวง

แปลงที่สะดวกแก่การประกอบกสิกรรมนั้น คือแปลงรูปสี่เหลี่ยม
ผืนผ้า ฉะนั้นทางที่กสิกรควรจะจับจองที่ ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเสีย
ทีเดียว หรือจับจองเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งจะตัดออกเป็นรูป
สี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ง่าย ๆ ที่หลัง

วิธีจะจับที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ข้อสำคัญจะต้อง

๑. ทำมุมให้โค้งฉาก

๒. ทำเส้นให้ตรง

๓๘๒ วิธีทำมุมฉากอย่างง่าย ๆ มุมฉากอย่างง่าย ๆ จะทำได้

๒ วิธี คือ วิธีที่ ๑ วัดเชือกให้ได้ยาว ๓ ฟุต ๔ ฟุต และ ๕ ฟุต แล้วผูกเข้ากับตาปู ๓ ตัว ตาปูตัวที่ ๑ อยู่ที่อยู่ปลายตั้งต้น ตัวที่ ๒ อยู่ที่อยู่ระยะ ๓ ฟุต ตัวที่ ๓ อยู่ที่อยู่ระยะ ๔ ฟุต แล้วทาบปลายระยะ ๕ ฟุต มาผูกติดกับตาปูตัวที่ ๓ เมื่อเอาตาปูปักลงกับดินแล้วดึงเส้นทั้งสามให้ตึง เชือกนั้นจะจึงเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพอดี

วิธีที่ ๒. ใช้ไม้ฉากขนาดใหญ่ ๆ แทนเชือก เวลาตั้งเส้นเมื่อจะไปตามแนวของสามมุมฉาก ด้านทั้งสองก็จะตั้งฉากกันพอดี

ดังรูปนี้



และเมื่อวัดค่าน g ให้เท่ากับ g และปล่อยให้ g เท่ากับ g แล้ว g จะเป็นรูปดีเหลี่ยมมุมฉากเสมอ

ถ้า g หรือ g เป็นระยะไกล จะใช้เชือกซึ่งทอดตึงไม่สะดวก วิธีที่จะทำให้เส้นตรงได้ ก็โดยถ่างหางให้เป็นช่องเดียวกัน แล้วจึงหาหลักปักเป็นระยะ ๆ ตามแนวเส้น แล้วดึงให้ตรง หรือลากเส้นตามเรื่อยไป

วิธีใช้ไม้นดู่เรขาคณิตในการวัดที่นา ที่นาที่ดีก็จะต้องเสียภาษีนั้น คือที่ ๆ ปลูกข้าว ที่คนนาที่ดีที่ปลูกก็ดี หรือที่น้ำเหมาะสม น้ำดี รัฐบาลไม่เก็บภาษี เพราะฉะนั้นก็ดีกว่าทุกคนควรจะรู้จักหาเนื้อที่นา เพื่อจะได้เสียภาษีได้ถูกต้อง

ในการหาเนื้อที่นาจึงจำหลักไว้ว่า เราจะต้องหาอย่างเป็นรูปสามเหลี่ยมหรือรูปดีเหลี่ยม

ในการหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยม หาโดย $\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$ ง่ายกว่าการหาโดย $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ เมื่อถนัดการทำเส้นตั้งฉากจากยอดมายังฐาน โดยวิธีใช้เชือกหรือไม้ฉาก ตามที่ได้อธิบายมาแล้วเป็นกีดามารหาเส้นตั้งฉากได้ง่ายๆ เมื่อทราบเส้นตั้งฉาก ก็จะหาเนื้อที่ได้โดยง่าย ถ้าไม่อยากจะหาเส้นตั้งฉาก ก็ต้องวัดหาค่านทุกด้านและเส้นทะแยงมุม แล้วคิดหาอย่างรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

บทที่ ๑๙

ว่าด้วยเมเนสุเรชั่นที่เกี่ยวกับการค้าขาย

๓๗๕ ประโยชน์ของเมเนสุเรชั่นในการค้าขายไม้ ในการซื้อและขายไม้ชนิดต่าง ๆ สำหรับใช้ในการก่อสร้าง ถ้าผู้ซื้อและผู้ขายเข้าใจหลักเมเนสุเรชั่นดีพอสมควร เพราะจะพูดกันเข้าใจง่ายจะตกลงกันง่าย และจะได้ไม้เป็นจำนวน ขนาด และชนิดตรงกับความต้องการเสมอ

สำหรับช่างไม้ที่เป็นไทย ถ้ารู้จักคิดหน้าไม้แต่ละตัวไม้ จะช่วยให้ตนกลายเป็นช่างรับเหมาก่อสร้างแข่งขันกับช่างจีนได้ การที่ช่างไม้ไทยแพ้ช่างไม้จีนก็เพราะขาดความรู้ ในวิชานี้เป็นข้อสำคัญ

๓๗๖ ตารางแสดงให้รู้ว่าไม้ชนิดใดขนาดใดคันหนึ่งหรือยกหนึ่งมีกี่คัน ในการคิดตัวไม้เป็นต้นก๊ต เป็นยกก๊ต ถ้ามีตารางอัตราไว้พอสมควรช่วยให้การคิดรวดเร็วเข้าได้มาก โดยเหตุนี้จึงพยายามจดตัวไม้ขนาดต่าง ๆ ซึ่งตามธรรมดาจะต้องใช้อยู่ในการก่อสร้างเสมอ ทำเป็นตารางคล้ายปฏิทิน เพื่อว่าเมื่อผู้ซื้อ ก๊ต ผู้ขาย ก๊ต จะต้องการคิดไม้ขนาดไหนให้เป็นต้นเป็นยกหรือเป็นคิวมิกฟุต ก็จะทำให้โดยง่าย ตารางตัวไม้มีดังต่อไปนี้

ตารางแสดงให้ว่าไม้ชนิดใดขนาดใดต้นหนึ่งและยกหนึ่งกี่ก้อน

เลขที่	ชนิดไม้	ขนาด			จำนวนต้น	จำนวนต้น	หมายเหตุ
		ความยาว	กว้าง	หนา	ที่ขึ้น	ที่ขาย	
๑	กระต๊อ	๕	๖	๕	๔๕๐.๐๐	๕๓.๐๓	
๒	"	๕	๖	๕	๓๕๕.๐๐	๕๒.๖๖	
๓	"	๕	๖	๖	๓๕๐.๐๐	๓๕.๕๕	
๔	ไม้กรง	๕	๖	๕	๓๕๐.๐๐	๓๕.๕๕	
๕	"	๕	๖	๕	๔๖.๔๐	๔๖.๔๔	
๖	ไม้ดอก	๕	๓๐	๕	๓๒.๐๐	๓๒.๐๓	สำหรับทำพานพาด
๗	"	๕	๓๐	๕	๖๕.๕๕	๓๔.๐๔	ประค
๘	"	๕	๓๒	๕	๖๐.๐๐	๓๗.๗๗	
๙	"	๕	๓๓	๕	๕๕.๓๔	๓๖.๕๓	
๑๐	"	๕	๓๔	๕	๕๓.๕๓	๓๕.๕๔	

เลขที่	ชนิดของไม้	ขนาด			จำนวนชิ้น	จำนวนชิ้น	หมายเหตุ
		หน้ากว้าง	ยาว	ยาวเมตร	คืบ	คืบ	
๑๑	ไม้คอก	๓	๓๐	๔	๕๕.๐๐	๓๖.๐๐	
๑๒	"	๓	๓๓	๔	๕๘.๐๐	๓๕.๕๕	
๑๓	"	๓	๓๒	๔	๕๖.๐๐	๓๓.๓๓	
๑๔	"	๓	๓๓	๔	๕๔.๕๕	๓๕.๕๕	
๑๕	"	๓	๓๔	๔	๕๗.๕๗	๓๓.๕๗	
๑๖	ไม้คอก	๓	๓	๔	๕๕.๐๐	๓๖.๐๐	สำหรับปลูกกระเทียม
๑๗	"	๓	๓	๕	๕๒.๐๐	๓๒.๐๐	
๑๘	"	๓	๓	๖	๕๖.๐๐	๓๖.๖๖	
๑๙	กระเทียม	๓	๗	๔	๖๗.๕๐	๒๐.๐๐	
๒๐	"	๓	๗	๕	๕๔.๐๐	๓๖.๐๐	
๒๑	"	๓	๗	๖	๕๕.๐๐	๓๓.๓๓	
๒๒	กระเทียม	๓	๗	๔	๖๐.๐๐	๔๗.๗๗	

เลขที่	ชื่อสินค้า	ขนาด			จำนวนชิ้น	จำนวนชิ้น	หมายเหตุ
		ขนาด	ขนาด	ขนาด	ต่อชิ้น	ต่อชก	
๒๓	ธงชัย	๓	๔	๕	๔๔.๐๐	๔๔.๒๕	
๒๔	"	๓	๔	๖	๔๖.๐๐	๔๓.๗๕	
๒๕	ธงทอง	๓	๔	๕	๕๔.๐๐	๕๓.๓๓	
๒๖	"	๓	๔	๕	๕๔.๐๐	๕๓.๗๕	
๒๗	ธงทอง	๓	๖	๕	๖๐.๐๐	๕๔.๗๕	
๒๘	"	๓	๖	๕	๕๔.๐๐	๕๔.๒๕	
๒๙	"	๓	๖	๖	๕๖.๐๐	๕๖.๗๕	
๓๐	ธงฟ้า	๒	๓	๕	๕๐.๐๐	๕๖.๖๖	
๓๑	"	๒	๓	๕	๕๒.๐๐	๕๓.๓๓	
๓๒	"	๒	๓	๖	๖๐.๐๐	๕๘.๗๕	
๓๓	ธงประทีปขาว	๒	๕	๓	๕๐.๐๐	๕๖.๖๖	ธงประทีปขาวกาง
๓๔	"	๒	๕	๕	๖๐.๐๐	๕๐.๐๐	ธงประทีปขาวกาง

ปี เลขที่	ชื่อ สัตว์	ขนาด			จำนวน ตัว	จำนวน ตัว	หมายเหตุ
		หัว	หาง	ปีก	ตัว	ตัว	
๓๕	วงประติมากรรม	๒	๔	๕	๕๕.๐๐	๓๖.๐๐	ตัวใช้ ไม่นานแล้ว
๓๖	วง	๒	๕	๔	๕๕.๐๐	๓๖.๐๐	ตัว
๓๗	"	๒	๕	๕	๕๕.๒๐	๓๖.๘๐	
๓๘	คันทรอก	๒	๖	๔	๕๕.๐๐	๓๖.๐๐	
๓๙	"	๒	๖	๕	๓๖.๐๐	๓๖.๖๖	
๔๐	"	๒	๖	๖	๓๖.๐๐	๓๖.๘๘	
๔๑	กาน	๒	๗	๔	๓๖.๕๕	๓๖.๕๕	กาน กานดำ ห่อ
๔๒	"	๒	๗	๕	๓๖.๘๐	๓๖.๘๐	ห่อ ห่อเล็ก
๔๓	"	๒	๗	๖	๓๖.๖๖	๓๖.๖๖	
๔๔	"	๒	๗	๗	๓๖.๐๐	๓๖.๕๕	
๔๕	"	๒	๗	๘	๓๖.๕๕	๓๖.๕๕	
๔๖	"	๒	๗	๙	๓๖.๐๐	๓๖.๐๐	กาน กาน

เลขที่	ชื่อคน	รวม			จำนวน	จำนวน	รวม
		หน้า	หลัง	รวม	หน้า	หลัง	
๔๗	กาน	๒	๗	๕	๒๗.๐๐	๗.๐๐	รวมค่าเช่ารถ
๔๘	"	๒	๗	๖	๒๒.๕๐	๖.๖๖	รวมค่าเช่ารถ
๔๙	"	๒	๗	๗	๓๙.๒๗	๕.๙๓	รวมค่าเช่ารถ
๕๐	"	๒	๗	๗	๓๖.๗๗	๕.๐๐	รวมค่าเช่ารถ
๕๑	"	๓	๗	๖	๔๕.๐๐	๕.๕๕	รวมค่าเช่ารถ
๕๒	"	๓	๗	๗	๓๒.๗๕	๓.๗๕	รวมค่าเช่ารถ
๕๓	"	๓	๗	๗	๓๓.๒๕	๓.๓๓	รวมค่าเช่ารถ
๕๔	เฝ้า	๖	๖	๓	๒๐.๐๐	๕.๙๒	รวมค่าเช่ารถ
๕๕	"	๖	๖	๔	๔๕.๐๐	๕.๕๕	รวมค่าเช่ารถ
๕๖	"	๖	๖	๕	๔๒.๐๐	๓.๕๕	รวมค่าเช่ารถ
๕๗	"	๖	๖	๖	๓๐.๐๐	๒.๕๐	รวมค่าเช่ารถ
๕๘	"	๖	๖	๗	๔๖.๐๐	๒.๕๕	รวมค่าเช่ารถ

ลำดับ เลขที่	ชื่อ ผู้สอบ	วิชา			จำนวน ข้อ	จำนวน ข้อ	รวม คะแนน
		ทฤษฎี	การ คำนวณ	ปฏิบัติ	ทฤษฎี	ปฏิบัติ	
๕๗	เต๋	๗	๗	๓	๓๕.๗๐	๕.๓๐	๔๑.๐๐
๖๐	ว	๗	๗	๕	๓๓.๐๐	๓.๖๐	๓๖.๖๐
๖๓	ว	๗	๗	๕	๓.๗๐	๒.๕๐	๖.๒๐
๖๔	ว	๗	๗	๖	๓.๕๕	๒.๓๕	๕.๙๐
๖๕	ว	๗	๗	๖	๖.๖๐	๓.๗๕	๑๐.๓๕
๖๖	ว	๗	๗	๓	๓๓.๖๕	๓.๓๐	๓๖.๙๕
๖๗	ว	๗	๗	๕	๓.๕๕	๒.๕๐	๖.๐๕
๖๘	ว	๗	๗	๕	๖.๗๕	๒.๖๐	๙.๓๕
๖๙	ว	๗	๗	๖	๕.๖๐	๓.๖๐	๙.๒๐
๗๐	ว	๗	๗	๗	๕.๗๕	๓.๕๐	๙.๒๕

๓๑๖ อธิบายตาราง ช่องที่หนึ่งของตารางคือช่องเลขที่ ดำหรับบอกให้รู้ลำดับของตัวไม้ ช่องที่สองคือช่องชื่อตัวไม้ บอกให้รู้ตัวไม้ที่ใช้ทำส่วนกว้าง ๆ ของเรือน ตัวไม้ที่ใช้ ในการก่อสร้างตามธรรมเนียมมักปรากฏในตารางนั้น ช่องที่สามคือขนาดไม้ขนาดตัวไม้ตามธรรมเนียมเราให้หนาเป็นนิ้วฟุต กว้างเป็นนิ้วฟุต ยาวเป็นเมตร หรือเป็นฟุต ตามธรรมเนียมการก่อสร้างมักใช้ขนาดเป็นเมตรกันมาก แต่ว่าในการคิดตัวไม้ ถ้ายาวเป็นฟุต คิดให้เป็นคันท้ายกว่า พัน หิน ต้องอินบนตัวเลข เป็นภาษาช่างไม้ ใช้แทน คำว่า นิ้วฟุต ถ้ามีพัน หินชุดเดียว ใช้แทนคำว่าฟุต

๓๑๗ วิธีใช้ตารางในการคิดจำนวนไม้ให้เป็นตัน สมมุติว่า พ้อค้ำขายไม้พื้น ๓" x ๘" x ๕ ม. ไป ๕๐๐ แผ่น อยากรู้ว่า เป็นไม้ กี่ตัน ก็จะค้นได้ดังนี้

๑. เมื่อดูตารางตามลำดับเลขที่ ๒๐ ก็จะทราบว่า ไม้ พื้น ขนาด ๓" x ๘" x ๕ ม. ๑ ตัน มี ๕๔ แผ่น

$$๒. \therefore \text{ไม้ } ๕๐๐ \text{ แผ่น} = \frac{๕๐๐}{๕๔} = ๙.๒๖ \text{ ตัน}$$

$$\text{ตอบไม้พื้น } ๓" \times ๘" \times ๕ \text{ ม. } ๕๐๐ \text{ แผ่น } ๙.๒๖ \text{ ตัน}$$

ตัวไม้ชนิดอื่นก็จะหาได้ โดยทำนองเดียวกัน

๓๑๘ วิธีคิดตัวไม้ขนาดอื่นซึ่งไม่มีในตารางนี้ ตารางทมน
ตามธรรมเนียมก็จะพอใช้ แต่ทว่าอาจจะไม้ตัวไม้บางตัว ซึ่งไม่ตรงกับ

ขนาดที่ผู้คนต้องการ ดังอย่างนั้นก็ดี ก็จะใช้ตารางช่วยได้เหมือนกัน ยกตัวอย่างเช่น ถ้าต้องการทราบว่ามีผ้าขนาด $\frac{3}{8}$ " $\times$ ๖" $\times$ ๕ เมตร กี่แผ่นจะเป็นต้น เราไปเปิดตารางตามลำดับเลขที่ ๒ เห็นว่าผ้า $\frac{3}{8}$ " $\times$ ๖" $\times$ ๕ เมตร ๓๔๔ แผ่น เป็น ๓ คืบ เราก็เทียบหาผ้า $\frac{3}{8}$ " $\times$ ๖" $\times$ ๕ เมตร ว่าคืบหนึ่งจะมีไม้กี่แผ่น ดังนี้

ถ้าไม้ขนาดหนา $\frac{3}{8}$ " หรือ $\frac{1}{2}$ " ๓ คืบมี ๓๔๔ แผ่น

$$\text{วว} \quad \frac{3}{8} \quad \text{ว} \quad \frac{344 \times 2}{3} = 230 \quad \text{ว}$$

ตอบ ๒๓๐ แผ่น

๓๑๑. วิธีใช้ตารางในเมื่อกระดานยาวเป็นฟุต กระดานสั้น
 เลื่อยไม้เลื่อยดำหรือซ้อรายกันนั้น บางทีแทนที่เราจะเลื่อยให้ยาว
 เป็นเมตร เราเลื่อยให้ยาวเป็นฟุตก็ได้ ถ้าเช่นนั้นก่อนจะใช้ตาราง
 ต้องเทียบฟุตให้เป็นเมตรเสียก่อน ๓ เมตรตามอัตรายาว = ๓๑.๓๑๕
 นิ้วฟุต แต่เพื่อให้คิดง่ายช่างไม้นิยมคิดให้เป็น ๔๐ นิ้วฟุตเสียทีเดียว
 เพราะฉะนั้นจึงถือว่า ๓ เมตร = ๔๐ นิ้วฟุต

ไม้ยาว ๔๐ ฟุต เป็นไม้ $\frac{30 \times 32}{40} = 3$ เมตร

วว ๓๒ วว วว ๓.๖ วว

วว ๓๓ วว วว ๓.๑ วว

วว ๓๖ วว วว ๔.๘ วว

วว ๓๗ วว วว ๕.๓ วว

ไม้ยาว ๒๐ ฟุต เป็นไม้ ๖ เมตร

,, ๒๓ ,, ,, ๖.๘ ,,

,, ๒๗ ,, ,, ๘.๔ ,,

วิธีใช้ตารางในเมื่อไม้ยาวเป็นฟุตนั้น ชั้นแรกจะต้องดูว่ามันตรงกับกี่เมตร แล้วดูเอาตามตาราง ถ้าไม่ตรงก็ต้องคูณหารเอา เช่น ไม้พืน ๓" x ๘" x ๓๖' ๕๐๐ แผ่น จะเป็นกี่คัน

ตารางบอกว่าไม้พืน ๓" x ๘" x ๘ ม. ๘๔ แผ่น = ๓ คัน

แต่ในคันไม้ยาวเพียง ๓๖' หรือ ๘.๔ เมตร

∴ ๓ คันต้องมีมากแผ่นขึ้น หรือ $\frac{84 \times 80}{8.4} = 800$ แผ่น

∴ ไม้ ๓" x ๘" x ๓๖' ๕๐๐ แผ่น = $\frac{800}{8.4}$ ๙๕.๒๓ คัน

ตอบ ๙๕.๒๓ คัน

๓๘๐ วิธีคิดไม้ให้เป็นยกโดยใช้ตาราง การคิดไม้เป็นยกโดยใช้ตาราง ก็ว่าแบบเดียวกับวิธีคิดเป็นคัน เช่นอยากทราบว่ามีพืนขนาด ๓" x ๘" x ๘ เมตร ๘๐๐ แผ่นจะเป็นไม้กี่ยก ก็จะได้ ๒๕ ยก

ดูตารางปรากฏว่าไม้ ๓" x ๘" x ๘ ม. ๒๐ แผ่น = ๓ ยก

∴ ไม้ ๓" x ๘" x ๘ ม. ๘๐๐ แผ่น = $\frac{800}{20} = ๔๐$ ยก

ตอบ ๔๐ ยก

๓๘๓ วิธีคิดไม้ ให้เป็นยกโดยใช้ตารางในเมื่อไม้ยาวเป็นฟุต
 หลักของการคิดเช่นเดียวกับวิธีคิดเป็นคันในเมื่อไม้ยาวเป็นฟุต เช่น
 ไม้กระดาน ๓" x ๘" x ๓๒' ๕๐๐ แผ่น จะเป็นยก

$$๓๒ \text{ ฟุต} = \frac{๓๒ \times ๓๒}{๕๐} = ๘.๖ \text{ เมตร}$$

$$\text{กระดาน } ๓" \times ๘" \times ๘ \text{ ม. } ๓ \text{ ยก มี } ๒๐ \text{ แผ่น}$$

$$\therefore \text{ ไม้ } ๓" \times ๘" \times ๘.๖ \text{ ม. } ๓ \text{ ,, (มากแผ่น) } \frac{๒๐ \times ๘}{๓.๖}$$

$$= ๒๒.๒๒ \text{ แผ่น}$$

$$\therefore \text{ กระดาน } ๓" \times ๘" \times ๘.๖ \text{ ม. } ๕๐๐ \text{ แผ่น} = \frac{๕๐๐}{๒๒.๒๒} =$$

$$๒๒.๕ \text{ ยก}$$

ตอบ ๒๒.๕ ยก

๓๘๔ วิธีคิดไม้ ให้เป็นคิวบิกฟุต โดยเหตุที่ ๓ คัน = ๕๐
 คิวบิกฟุต เพราะฉะนั้น ถ้าอยากจะแปลงเป็นคิวบิกฟุต ก็ให้แปลง
 เป็นคันเสียก่อน ได้ตอบแล้วเอา ๕๐ คูณ ก็จะได้ตอบเป็นคิวบิกฟุต
 เช่นถามว่าไม้ ๓" x ๘" x ๕ ม. ๓๐๘ แผ่น จะเป็นกี่คิวบิกฟุต

$$\text{ไม้ } ๓" \times ๘" \times ๕ \text{ ม. } ๕๕ \text{ แผ่น} = ๑ \text{ คัน}$$

$$\therefore \text{ ไม้ } ๓" \times ๘" \times ๕ \text{ ม. } ๓๐๘ \text{ แผ่น} = \frac{๓๐๘}{๕๕} = ๕.๖ \text{ คัน}$$

$$\therefore \text{ ไม้ } ๓" \times ๘" \times ๕ \text{ ม. } ๓๐๘ \text{ แผ่น} = ๕.๖ \times ๕๐ = ๒๘๐ \text{ คิวบิกฟุต}$$

ตอบ ๒๘๐ คิวบิกฟุต

คำถามและแบบฝึกหัดที่ ๑๖

- (๑) เมนดูเรชั่นมีประโยชน์ในการค้าขายไม้อย่างไร?
- (๒) เหตุใดช่างไม้ไทยจึงแพ้ช่างไม้จีน?
- (๓) เมนดูเรชั่นจำเป็นแก่ช่างไม้ได้อย่างไร?
- (๔) ตารางเมนดูเรชั่นมีประโยชน์อย่างไร?
- (๕) วิธีจะทำไม้ให้เป็นตัน โดยใช้ตารางทำอย่างไร?
- (๖) วิธีจะทำไม้ให้เป็นยก โดยใช้ตารางทำอย่างไร?
- (๗) วิธีจะทำไม้ให้เป็นคอกมิกฟุต โดยใช้ตารางทำอย่างไร?
- (๘) ถ้าความยาวเป็นฟุตจะใช้ตารางได้อย่างไร?

จงแปลงไม้ต่อไปนี้ให้เป็นตันโดยใช้ตาราง

- (๑) ๓" x ๘" x ๔ ม. ๓๐๐ ชัน
- (๒) ๒" x ๖" x ๕ ม. ๓๐๐ ชัน
- (๓) ๓" x ๘" x ๖ ม. ๒๕๐ ชัน
- (๔) ๒" x ๕" x ๕ ม. ๔๐๐ ชัน
- (๕) ๒" x ๘" x ๓๒' ๕๐ ชัน
- (๖) ๒" x ๕" x ๓๐' ๓๐๐ ชัน
- (๗) ๓" x ๕" x ๒๐' ๓๐๐ ชัน
- (๘) ๒" x ๘" x ๔ ม. ๔๐๐ ชัน

จงแปลงไม้ต่อไปนี้ให้เป็นยกโดยใช้ตาราง

- (๑) ๓" x ๘" x ๔ ม. ๓๐๐ ชัน

(๓๘) $๒'' \times ๖'' \times ๕ \text{ ม.}$ ๓๕๐ ชิ้น

(๓๙) $๓'' \times ๘'' \times ๕ \text{ ม.}$ ๒๐๐ ชิ้น

(๔๐) $๔'' \times ๔'' \times ๕ \text{ ม.}$ ๕๐ ชิ้น

(๔๑) $๔'' \times ๔'' \times ๓๐'$ ๕๐ ชิ้น

(๔๒) $๒'' \times ๘'' \times ๓๖'$ ๒๕ ชิ้น

(๔๓) $๓'' \times ๖'' \times ๒๐'$ ๓๐ ชิ้น

(๔๔) $๖'' \times ๖'' \times ๓๕'$ ๒๐ ชิ้น

จงแปลงไม้ต่อไปนี้เป็นคิวบิกฟุตโดยใช้ตาราง

(๔๕) $๓'' \times ๘'' \times ๕ \text{ ม.}$ ๒๐๐ ชิ้น

(๔๖) $๒'' \times ๘'' \times ๕ \text{ ม.}$ ๓๐ ชิ้น

(๔๗) $๓'' \times ๘'' \times ๓๐'$ ๓๐๐ ชิ้น

(๔๘) $๒'' \times ๘'' \times ๒๐'$ ๕๐ ชิ้น

ว่าด้วยวิธีสอนเมนส์เรชันในโรงเรียน

๓๘๓ คำปรารภ

ข้าพเจ้าต้องขออภัยก่อนว่า ข้าพเจ้าไม่ใช่เป็นผู้เชี่ยวชาญในทางครู ข้าพเจ้าเป็นแต่ได้ผ่านสถานอบรมครูคือโรงเรียนฝึกหัดอาจารย์บ้านเดิมได้มา ๒ ปี แผนกครูศึกษาฯ ภาลงกรณมหาวิทยาลัฒมา ๒ ปี แล้วขอเข้าเป็นครูอยู่ โรงเรียนฝึกหัดครูประถมกสิกรรมมา ๓๖ ปีเศษ ฉะนั้นคำแนะนำเรื่องวิธีสอนเมนส์เรชันในโรงเรียนนี้ ข้าพเจ้าย่อมได้จากหลักวิชาครูที่ได้อบรมมาประการหนึ่ง ได้จากความชำนาญและความสังเกตในกาที่ได้อสอนวิชาขึ้นมาแล้วหลายปีอีกประการหนึ่ง หลักของการสอนเมนส์เรชันที่ข้าพเจ้าเคยสอนมาและได้ผลดี ซึ่งข้าพเจ้าอยากจะขอแนะให้พวกเพื่อนครูนำไปลองใช้ดูบ้างมีดังต่อไปนี้

๓๘๔ คำแนะนำในการสอน

๑ สอนเมนส์เรชันจากแง่ของวิทยาศาสตร์และศิลปศาสตร์ (Science and Art) วิชาเมนส์เรชันเป็นทั้งวิทยาศาสตร์ (Science) และศิลปศาสตร์ (Art) วิชาเมนส์เรชันเป็นวิทยาศาสตร์ก็เพราะเป็นวิชาที่กล่าวถึงหลักและกฎของความจริง และจัดความ

จริงเข้าเป็นหมวดหมู่ เช่นในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมฉากอยู่
หลายอย่าง เป็นต้นว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะมีมุมฉากได้มุมเดียว
มุมอีก ๒ มุมของมันจะรวมกันได้เท่ากับ ๙๐ องศาเสมอ ด้านตรงข้าม
มุมฉาก จะยาวกว่าด้านตั้งหรือด้านฐาน แต่จะสั้นกว่าด้านตั้งกับ
ด้านฐานรวมกัน รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านทะแยงของรูปสามเหลี่ยม
มุมฉาก จะมีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสบนด้านฐานและ
บนด้านตั้งรวมกัน เหล่านี้เป็นต้น นอกวิชาหรือวิชาศาสตร์ของเม
ธเรชั่น

ส่วนศิลปก็คือการฝึกหัดใช้วิชาในการคิดใจหยั่งต่าง ๆ เช่นถ้า
เราบอกใจขั้รูปสามเหลี่ยม ที่มี ด้านทะแยงยาวกว่าผลบวกของด้าน
ตั้งและด้านฐาน เราก็ค้านได้ว่าใจขั้นนั้นผิด คิดไม่ได้ เพราะค้าน
กับหลักวิชา หรือถ้าเราบอกด้านใด ๆ ๒ ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุม
ฉากให้ เราก็อาจจะหาด้านที่สามได้ โดยนำหลักความจริงที่กล่าวแล้ว
ข้างบนนั้นมาใช้ในการคิด ดังนั้น เป็นต้น

การสอนเมธเรชั่นจากแง่ของวิชาศาสตร์นั้นคือ การสอนให้
นักเรียนค้นความจริง พบความจริง เรียนความจริง และรู้เหตุรู้ผล
ทุกตอนโดยละเอียด ต้องสอนให้นักเรียนรู้หลักให้ได้ โดยพยายาม
จำจ้ำจี้ในเรื่องหลักให้มากๆ แบบฝึกหัดควรจะไม่ใช่แค่ใจหัด
ควรจะมีคำถามเกี่ยวกับหลักดำห้ให้นักเรียนเขียนตอบหลาย ๆ ข้อ

เมื่อเห็นว่านักเรียนเข้าใจดีแล้ว จึงให้นักเรียนหัดใช้หลักโดยออก
โจทย์ให้นักเรียนคิดต่อไป

การสอนจากแง่ของคิดปศาสตร์นั้นคือ จะต้องหัดให้นักเรียน
ทำแบบฝึกหัดให้มาก ๆ เพื่อให้เกิดความชำนาญ นักเรียนจะได้ทำ
โจทย์ได้ถูกต้อง และคิดโจทย์ได้รวดเร็ว แบบฝึกหัดที่ครูให้
ควรจะมีแบบฝึกหัดสำหรับคิดในใจควบไปด้วย จะช่วยให้นักเรียน
มีหัดคิดและมีควมชำนาญดีเข้า

๒. พยายามให้นักเรียนเขียนรูปประกอบทุกโจทย์ถ้าเป็นไปได้
เพราะการเขียนรูปจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ดีขึ้นมากมาย

๓. ในเวลาสอนควรใช้ของจริงถ้าเป็นไปได้ เพราะของจริง
จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ดีกว่ารูปภาพ เช่นจะสอนเรื่องรูป
สามเหลี่ยม แทนที่จะเขียนรูปสามเหลี่ยมลงบนกระดานดำ ถ้าครู
จะหากระดาษแข็ง หรือหาไม้มาทำเป็นรูปสามเหลี่ยมให้นักเรียนดู
นักเรียนจะเข้าใจดีกว่า เมื่อเห็นว่านักเรียนเข้าใจแจ่มแจ้งตลอดดีแล้ว
ที่หลังจะใช้รูปภาพก็ได้

๔. พยายามให้นักเรียนพบความจริง และเรียนความจริง
เขาเอง ครูอย่าบอกให้ถ้าไม่จำเป็น ครูเป็นแต่แนะหรือช่วยหาทาง
ให้ เช่นจะสอนว่ามุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันจะเท่ากับ ๓๖๐ องศา
ก็ให้นักเรียนลองวัดดูดังนี้

๕. แบบฝึกหัดบางแบบควรจะให้ทำจากของจริง เช่น จะหา
 พืชรูปดีเยี่ยม แทนที่จะให้นักเรียนทำบนกระดาษตลอดไป ครู
 พาให้นักเรียนออกไปที่ทุ่งนา แล้วให้นักเรียนหาพืชที่น่าจริง ๆ ตั้ง
 เป็นต้น

๖. แบบฝึกหัดทั้งหลายที่นักเรียนทำ นักเรียนจะต้องทำได้จาก
 ความเข้าใจของตน และมีเหตุผลทุกตอน ไม่ใช่ทำโดยทางแบบ
 ของครูออกดูเป็นตัวอย่าง

๗. ในการสอนของครูที่ดี ในการฝึกหัดทำโจทย์ของนักเรียน
 ก็ดี ชั้นแรกจึงพยายามสอน และให้นักเรียนพยายามทำอย่างวิธียาว
 ยาวเพ่งใช้สูตรหรือวิธีดี เพราะวิธียาวมีเหตุผลประกอบตลอดไป
 เมื่อเห็นว่่านักเรียนชำนาญดีแล้วค่อยจะให้เร่งจึงใช้วิธีสั้น โดยใช้
 สูตรหรือวิธีดี

๘. ตอนใดที่จะเป็นประโยชน์แก่นักเรียนมาก และจะเอาไป
 ใช้นาน ควรจะย้ำสอนนั้นให้หนัก ๆ และให้ทำแบบฝึกหัดหลาย ๆ ข้อ

๙. ครูควรพยายามฝึกฝนคิดแบบฝึกหัดขึ้นเองให้นัก
 เรียนทำบ้าง แบบฝึกหัดชนิดนี้จะออกมาจากของจริงที่นักเรียน
 พบเห็นหรือคุ้นเคยก็จะดีมาก เช่น โจทย์หาพื้นที่รูปดีเยี่ยมผืนผ้า
 ครูจะวัดผืนผ้าหน้าต่างประตูห้องเรียนของนักเรียนมาตั้งเป็น โจทย์ให้
 ทำ นักเรียนก็จะเข้าใจและมองเห็นประโยชน์ได้ชัดเจน

๓๐. โจทย์นักเรี้นไทย ถ้าเกี่ยวกับเงิน ควรจะหัดให้ทำ
 มาตราเงินไทยให้ชำนานามากกว่าเงินของชาติอื่น เช่น เงินอังกฤษ
 เป็นต้น ควรจำไว้ว่าโจทย์เงินอังกฤษเขามั่วไว้ให้นักเรี้นอังกฤษทำ
 เราเป็นไทยก็ควรจะชำนานมาตราไทย เพราะต่อไปจะต้องใช้เด่นอ
 ฉะนั้นครูควรจะใช้แต่ปัญหาของโจทย์ของเขา ส่วนตัวเงินครูควร
 เปลี่ยนเสียใหม่ เมื่อเห็นว่าเด็กชำนานดีแล้ว อยากจะให้ใช้มาตรา
 เงินอะไร ๆ ก็ได้.



บทที่ ๒๑

ว่าด้วยคำตอบแบบฝึกหัด

๑๘๕ คำตอบแบบฝึกหัด ๓ บทที่ ๒

(๑๖) ๘	(๑๗) ๘	(๑๘) ๓๒	(๑๙) ๓๔
(๒๐) ๒๕	(๒๑) ๘๓	(๒๒) ๕๖	(๒๓) ๗๘
(๒๔) ๘๓	(๒๕) ๓๒๖	(๒๖) ๓๔๐	(๒๗) ๒๔๔
(๒๘) ๕๗	(๒๙) ๔๒	(๓๐) ๓๓	(๓๑) ๗๖
(๓๒) ๘๘	(๓๓) ๓๘	(๓๔) ๒๒๓	(๓๕) ๔๒๔
(๓๖) ๓๘.๒๓	(๓๗) ๖.๘๕	(๓๘) ๓๓.๗๗	(๓๙) ๒๔.๓๘
(๔๐) ๗๔๓	(๔๑) ๓๘๓	(๔๒) ๗๓๘	(๔๓) ๓๒๔
(๔๔) ๘๓	(๔๕) ๒๔๔	(๔๖) ๓๐๕๘	(๔๗) ๓๔๕๓
(๔๘) ๒๕๐๐๐	(๔๙) ๓๖๘	(๕๐) ๓.๔๓๔๒	(๕๑) ๓.๗๓๒๕
(๕๒) ๒.๒๓๖๐	(๕๓) ๒.๖๔๕๗	(๕๔) ๗.๔๘๓๒	(๕๕) ๕.๘๓๖๐
(๕๖) ๘.๘๔๔๒	(๕๗) ๘.๕๓๘๓	(๕๘) ๓๐.๘๕๔๔	(๕๙) ๓๒.๖๔๘๓
(๖๐) ๐.๗๓๗	(๖๑) ๘.๘๘	(๖๒) ๒.๖	(๖๓) ๐.๓๗๖
(๖๔) ๐.๐๓	(๖๕) ๐.๐๒๕	(๖๖) ๐.๐๐๗	(๖๗) ๐.๒๘๔
(๖๘) ๐.๐๘๓	(๖๙) ๐.๐๒	(๗๐) ๐.๐๐๐๓	(๗๑) ๒๒๒.๒๒

- (๗๒) ๓.๒ (๗๓) ๕.๕๒ (๗๔) ๐.๗๓ (๗๕) ๐.๘๘
 (๗๖) ๐.๗๕ (๗๗) ๐.๕๒ (๗๘) ๓.๔๗ (๗๙) ๐.๗๗
 (๘๐) ๒.๕ (๘๑) ๒.๖๖ (๘๒) ๔.๐๓ (๘๓) ๕.๔๗
 (๘๔) ๐.๘๒ (๘๕) ๓๗๐ (๘๖) มากกว่า ๒๐๒๔
 (๘๗) ๓๒๓๐๐ (๘๘) ๓๐๐, ๓๒๓, ๓๔๔, ๓๖๘, ๓๘๖.

๓๘๖ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๒ บทที่ ๔

- (๕) ๒๕ ค็อก (๖) ๓๐ ฟุต (๗) ๕๐๐ เมตร
 (๘) ๓๓๐ นิ้ว (๙) ๒๕ หลา (๑๐) ๒๐ เมตร
 (๑๑) ๔๐ ไร่ (๑๒) ๕๕๐ หลา (๑๓) ๒๐ ไร่
 (๑๔) ๓๕ ไร่ (๑๕) ๓๕ เมตร (๑๖) ๔๘ ค็อก
 (๑๗) ๒๐ นิ้ว (๑๘) ๕๖ ฟุต (๑๙) ๒.๘๓
 (๒๐) ๓๒๓.๕๘ (๒๑) ๕๖ เส้น (๒๒) ๖๐ ฟุต
 (๒๓) ๓.๓.๗๔ ค็อก (๒๔) ๒๖.๘๓ หลา (๒๕) ๓๘๓ เส้น
 (๒๖) ๒๕.๖๓ กิโลเมตร (๒๗) ๓๓.๓๒ ค็อก (๒๘) ๔๗ หลา ๒.๗๕ ฟุต
 (๒๙) ๗๐.๗๐ เมตร (๓๐) ๓๐๐๕ นาฬิกา (๓๑) ๓๗ กิโลเมตร
 (๓๒) ๒๐ กิโลเมตร (๓๓) ๒๓ นิ้ว (๓๔) ๖.๖ เมตร
 (๓๕) ๖ ชั่วโมง ๓๐ นาที (๓๖) ๓ ชั่วโมง ๒๔.๘ นาที

๓๘๗ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๓ บทที่ ๕

- (๑๖) ๓๒๐ ตารางนิ้ว (๑๗) ๒๐ ตารางหลา ๒ ตารางฟุต
 (๑๘) ๓๐๐ ตารางเมตร (๑๙) ๔๓ ตารางวา ๓๒ ตารางคอก

- (๒๐) ๘๖ ไร่ (๒๓) ๔๐ ไร่
- (๒๒) ๒๒๕ ตารางน^ก (๒๓) ๓๘ ตารางหลา ๗ ตารางฟุต
- (๒๔) ๕๖๒๕ ตารางเมตร (๒๕) ๓๖๐๐ ไร่
- (๒๖) ๘๐๐ ตารางไร่ (๒๗) ๕ เส้น
- (๒๘) ๔๘๐๐ บาท (๒๙) ๓๓๖ บาท
- (๓๐) ๖๖ ตารางหลา ๖ ตารางฟุต (๓๑) ๘.๓๖ ตารางน^ก
- (๓๒) ๕๒๐๐๐๐ ตารางกิโลเมตร (๓๓) ๖๖ ตารางหลา ๖ ตารางฟุต
- ๓๖ ตารางน^ก (๓๔) ๒๒๐ ตารางหลา ค่าป^ญ
- หญ้า ๘๐ บาท (๓๕) ๖๔ ไร่
- (๓๖) ๓ ไร่ ๓ งาน ๕๐ ตารางวา (๓๗) ๓๓ ไร่ ๓ งาน
- (๓๘) ๓.๕๐ บาท (๓๙) ๕๐ ไร่
- (๔๐) ๓๕๔ ไร่ ๓ งาน ๕๒ ตารางวา (๔๑) ๕๘ ไร่ ๒ งาน ๗๒.๒๒ ตารางวา
- (๔๒) ๔๐๐ ไร่ (๔๓) ๖๐ เมตร
- (๔๔) ๓๕ ฟุต (๔๕) ๒๖.๖๖ วา
- (๔๖) ๓๖๐๐ เมตร (๔๗) ๘ เส้น
- (๔๘) ๘๖ ฟุต (๔๙) ๓ ฟุต ๘.๖๖ น^ก
- (๕๐) ๘๐ วา (๕๑) ๗๒ ฟุต
- (๕๒) ๕ เส้น (๕๓) ๓.๖ ศอก
- (๕๔) ๔๘ ฟุต (๕๕) ๘ เส้น ๓๒ วา
- (๕๖) ๗๒ ฟุต (๕๗) ๒๕ เส้น

- | | |
|--|--|
| (๕๘) ๔๔ หด | (๕๙) ๗๒ เมตร |
| (๖๐) ๓๕๐ ฟุต | (๖๑) ๒๕ เมตร |
| (๖๒) ๕๖๐ เมตร | (๖๓) ๒๐๐ เมตร |
| (๖๔) ๓๒๐ บาท | (๖๕) ๓๗.๓๗ ^๙ / _{๑๐} นิ้ว |
| (๖๖) ๓๖.๗๗ ฟุต | (๖๗) ๓๒๐.๒๓ เมตร |
| (๖๘) ๔๕.๒๕ เด็น | (๖๙) ๓๓๙.๓๗ ตารางฟุต |
| (๗๐) ๕๓๒ ตารางเมตร | (๗๑) ๓๓๒ ไร่ ๒ งาน |
| (๗๒) ๒ ไร่ ๒ งาน ๓๒ ^๓ / _{๑๐} ตารางวา | (๗๓) ๓๐๔.๒ ตารางนิ้ว |
| (๗๔) ๒๓๙ ^๓ / _{๑๐} ฟุต | (๗๕) ๓๗๙ บาท |
| (๗๖) ๓๖๒.๙๖ บาท | (๗๗) ๙๓.๗๕ บาท |
| (๗๘) ๓๕๐ บาท | (๗๙) ๓๖๔.๗๔ บาท |
| (๘๐) ๓๗.๗๕% | (๘๑) ๓๒๐ แผ่น |
| (๘๒) ๖๙๓๒ แผ่น | (๘๓) ๕๓.๒๐ แผ่น |
| (๘๔) ๙๖ แผ่น | (๘๕) ๖๙๓๒ แผ่น |
| (๘๖) ๒๗๐ บาท | (๘๗) ๕๔ แผ่น |
| (๘๘) ๓๗๐๐ แผ่น | (๘๙) ๓๔๐ คน |
| (๙๐) ๙๕.๐๔ บาท | (๙๑) ๒๓๖๐ ตา |
| (๙๒) ๒๐๐๐๐ ตาราง | (๙๓) ๒๗๐๐ ตารางฟุต |
| (๙๔) ๓๓๕.๓๓ บาท | (๙๕) ยาว๗๒ หดเงิน ๒๕๒ บาท |
| (๙๖) พอดีไม้มีที่เหลื่อ | (๙๗) ๓๐ เมตร |

- (๘๘) ๓๖๐๐ ตารางฟุต (๘๘) ๓๒ ตารางฟุต ๘๒ ตาราง^๒ ตารางนิ้ว
- (๙๐) ๓๘ ตารางฟุต (๙๐) ๓๖๕ ตารางเมตร
- (๙๐๒) ๓๐๐ ตารางเมตร (๙๐๓) ๒๐๘๓.๓๓ บาท
- (๙๐๔) ๒๒๕ บาท (๙๐๕) ๒๓๗๗๕.๐๐ บาท
- (๙๐๖) เพิ่มด้านกว้างเข้า ๒๓ เมตร คัดด้านยาวออก ๒๘ เมตร
- (๙๐๗) ๓๐๐ ตัว (๙๐๘) ๔ ตัว
- (๙๐๘) ๕๐ คน (๙๑๐) ๒๕ ฟุต
- (๙๑๑) ๕๐ เส้น (๙๑๒) ๕๖ ฟุต
- (๙๑๓) ๒๕๐๐ บาท (๙๑๔) ๓ ชั่วโมง
- (๙๑๕) ๓.๕๔ เมตร (๙๑๖) ๒๔๐๐ ตารางเมตร
- (๙๑๗) ๘๖ บาท (๙๑๘) ๓๒๕ แผ่น
- (๙๑๙) ๔๐๐ ไร่ (๙๒๐) ๘๐๐๐ บาท
- (๙๒๑) ๘ นิ้ว (๙๒๒) กว้าง ๔.๕ เมตร ยาว ๖๐ เมตร
- (๙๒๓) ๓๓๖๓ ไร่ ๒ งาน ๕๘.๒๘ ตารางวา
- (๙๒๔) ๓๐๐ ตารางเมตร (๙๒๕) ๘๐ ตารางเมตร

๓๘๘ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๔ บทที่ ๖

- (๓๔) ๒๐ ตาราง^๒ ตารางนิ้ว (๓๕) ๓๒๐ ตารางฟุต
- (๓๖) ๖๐๐ ตารางเมตร (๓๗) ๓๐๐ ไร่
- (๓๘) ๓ ไร่ ๓ งาน (๓๙) ๒๘ ตารางไร่

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (๒๐) ๔๒๐๐ ตารางหลา | (๒๓) ๒๓๐ ตารางเมตร |
| (๒๑) ๘๔ ตารางหลา | (๒๔) ๓๓๓ ไร่ |
| (๒๔) ๘๐.๔๗ ตารางฟุต | (๒๕) ๖๐๐ ไร่ |
| (๒๖) ๘๐ ตารางฟุต | (๒๗) ๓๗ เมตร |
| (๒๗) ๓๐ ฟุต | (๒๘) ๕ ไร่ |
| (๓๐) ๓๗ หลา | (๒๙) ๒๕ ไร่ |
| (๓๑) ๕๐ เส้น | (๓๐) ๓๐ ฟุต |
| (๓๔) ๓๒ เมตร | (๓๑) ๓๕ หลา |
| (๓๖) ๓๐ เส้น | (๓๒) ๒๕๖ ตารางฟุต |
| (๓๗) ๓๐๐ ตารางเมตร | (๓๓) ๔๐๐ ไร่ |
| (๔๐) ๓๓๒๕ ตารางวา | (๔๔) ๔.๗ เมตร |
| (๔๒) ๓๓.๓๕ ฟุต | (๔๓) ๖.๗๒ วา |
| (๔๔) ๖.๗๗ เมตร | (๔๕) ๒๔ เส้น |
| (๔๖) ๒.๔ ฟุต | (๔๗) ๓๖.๖๐ เมตร |
| (๔๗) ๒๔๐ ตารางเมตร | (๔๘) ๓๐๐ ตารางฟุต |
| (๕๐) ๗๓๕.๔๕ ตารางวา | (๕๑) ๗ วา |
| (๕๒) ๓๖ เมตร | (๕๓) ๓๖ เส้น |
| (๕๔) ๔๓.๓๐ ตารางหลา | (๕๕) ๓๔๐.๒๘ ตารางหลา |
| (๕๖) ๖๗๒.๘๖ ตารางวา | (๕๗) ๓๗๘.๗๐ ตารางฟุต |
| (๕๗) ๓๗๓.๒๐ ตารางไร่ | (๕๘) ๘๖.๘๒ เมตร |

- | | |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| (๖๐) ๓๘.๘๔ ฟุต | (๖๑) ๓๓.๘๕ นิ้ว |
| (๖๒) ๓๖.๓๗ หลา | (๖๓) ๕.๓๘ ตารางเมตร |
| (๖๔) ๒๗.๓๓ ตารางเมตร | (๖๕) ๘๓.๒๒ ตารางฟุต |
| (๖๖) ๘๒๔.๘๐ ตารางหลา | (๖๗) ๓๖๓.๒๕ ตารางวา |
| (๖๘) ๓๓๐.๐๕ ตาราง ^๕ นิ้ว | (๖๙) ๓๓๗ ๓๗ ตารางฟุต |
| (๗๐) ๓๗๔.๕๓ ตารางหลา | (๗๑) ๓๙๓.๖๒ ตารางเมตร |
| (๗๒) ๘๘๒.๓๕ ตารางวา | (๗๓) ๔๔๓๐.๘๓ ตารางเมตร |
| (๗๔) ๒๓๘.๘๖ ตาราง ^๕ ไร่ | (๗๕) ๕๘.๘๒ ตาราง ^๕ นิ้ว |
| (๗๖) ๓.๕๐ บาท | (๗๗) ๔๐ เส้น |
| (๗๘) ๖.๖๖ แผ่น | (๗๙) ๒๗.๗ เมตร |
| (๘๐) ๓๓.๓๖ นิ้ว | (๘๑) ๔๖๔.๔๐ วา |
| (๘๒) ๔๖๗๖.๕๒ แผ่น | (๘๓) ๒๗๐๖๓ แผ่น |
| (๘๔) ๕๐ บาท | (๘๕) ๒๒๗๕ บาท |
| (๘๖) ๕๒.๖๕ เมตร | (๘๗) ๓๓๓.๓๔ นิ้ว |
| (๘๘) ๒๓๐๐ ตัน | (๘๙) ๘๖๖ ตัน |
| (๙๐) คนละ ๘๐ ถึง | (๙๑) ๖๐๐ ฟอน |

๓๘๘ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๕ บทที่ ๗

- | | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| (๓๓) ๓๖๘ ตารางเมตร | (๓๒) ๓๔๕๓.๘๒ ตารางหลา |
| (๓๓) ๕๓๖ ตาราง ^๕ ศอก | (๓๔) ๔๐.๗๕ ตาราง ^๕ นิ้ว |
| (๓๕) ๒๗๒ ตารางฟุต | (๓๖) ๒๔๐ ตาราง ^๕ นิ้ว |

- | | |
|---------------------|-----------------------------------|
| (๓๗) ๓๒๐๐ ตารางเมตร | (๓๘) ๘๖ ไร่ |
| (๓๘) ๘๓๓๓ เด่น | (๓๙) ๘ เด่น |
| (๓๙) ๘๐.๖๐ ตารางฟุต | (๔๐) เนื้อที่ ๓๓๖ ตารางเมตร คำนวณ |
| ยาวด้านละ ๒๕ เมตร | (๔๑) ๖๐๐ ตารางวา |
| (๔๒) ๒๒.๓๓ คอก | (๔๓) ๗๖.๖๘ เมตร |
| (๔๔) ๖๐ บาท | (๔๕) ๒๐๐๐ บาท |
| (๔๖) ๔๐๘ ตารางวา | (๔๖) ๓๘๘.๖๖ ตารางเมตร |
| (๔๗) ๗๒ ตารางวา | (๔๗) ๒๕๐ ตารางเมตร |
| (๔๘) ๘๐๐ ตารางหลา | (๔๘) ๒๓๘.๗๕๐ บาท |
| (๔๙) ๓๓๒.๕๐ บาท | (๔๙) ๕ เด่น |
| (๕๐) ๓๖ เมตร | (๕๐) ๓ เด่น |
| (๕๑) ๒๐ หลา | (๕๑) ๓.๕๐ บาท |
| (๕๒) ๓๒๐ เมตร | (๕๒) ๗ เด่น ๕ วา |
| (๕๓) ๒๒๗ ตารางเมตร | (๕๓) ๓ คอก |
| (๕๔) ๓๓๕ ตารางวา | (๕๔) ๓๘๐ ตารางฟุต |
| (๕๕) ๓๖๐๐ ตารางเมตร | (๕๕) ๒๖๐๐ บาท |
| (๕๖) ๕๕๐ บาท | (๕๖) ๓๗๓.๐๖ ตารางวา |
| (๕๗) ๔๓.๖๖ ไร่ | (๕๗) ๓๐.๓๗ หาบ |
| (๕๘) ๒๓๔ ตารางเมตร | (๕๘) ๕๓๖ ตารางวา |
| (๕๙) ๒๗๗๖ ตารางวา | (๕๙) ๓๐๓.๓๗ ตารางฟุต |

(๕๖) ๕๗๐ บาท (๕๗) ๒.๕ นิ้ว

(๕๘) ๓๐ นิ้ว (๕๙) ๕๙.๓๖ เมตร

๒๐๐ คำตอบแบบฝึกหัด ๖ บทที่ ๘

(๑๑) ๔๔ นิ้ว (๑๒) ๓๓๒ ฟุต

(๑๓) ๓๓ เมตร (๑๔) ๓๓ หลา

(๑๕) ๕ ฟุต ๖ นิ้ว (๑๖) ๓๔ หลา ๒ ฟุต

(๑๗) ๓๕๕ ตารางนิ้ว (๑๘) ๔ ตารางฟุต ๔๐ ตารางนิ้ว

(๑๙) ๓๓๗๖ ตารางหลา (๒๐) ๓๓๖๙๐.๒๘ ตารางเมตร

(๒๑) ๓๔๔.๒๘ ตารางวา (๒๒) ๖๓๖ ตารางกอก

(๒๓) ๕ ตารางหลา ๘ ตารางฟุต ๕๘ ตารางนิ้ว

(๒๔) ๗ นิ้ว (๒๕) ๓๔ ฟุต

(๒๖) ๖๓ เมตร (๒๗) ๗๔ วา

(๒๘) ๒๕๒ วา (๒๙) ๓๒๖ กอก

(๓๐) ๒๔.๕ นิ้ว (๓๑) ๘๐ ฟุต ๖ นิ้ว

(๓๒) ๒๓๐ หลา ๓ ฟุต ๓๐.๘ นิ้ว (๓๓) ๒๘๓.๕ เมตร

(๓๔) ๕๙๐๔ วา ๒ กอก (๓๕) ๓๔ นิ้ว

(๓๖) ๒๔๒ นิ้ว (๓๗) ๔๒ เส้นตีเมตร

(๓๘) ๗๘๒.๐๐ บาท (๓๙) ๗๐๐ รอบ

(๔๐) ๓๗๖ กิโลเมตร (๔๑) ๓๐๕ รอบ

(๔๒) ๕๖๐๐ รอบ (๔๓) ๔๕ ไมล์

- (๔๔) ๓๕๕ ตารางนิ้ว (๔๕) ๓๘.๕ ตารางหลา (๔๖) ๓๘๕๐ ตารางวา (๔๗) ๘๘๕๖ ตารางเมตร (๔๘) ๒๐๖๒๐.๒๘ ตารางเซนติเมตร (๔๙) ๓๓๘๖ ตารางนิ้ว (๕๐) ๓๕๕ ตารางเมตร (๕๑) ๒๐๐๒๖ ตารางวา (๕๒) ๓๘๕๐ ตารางหลา (๕๓) ๘.๖๒ ตารางศอก (๕๔) ๒๔๖๔ ตารางนิ้ว (๕๕) ๓๘๕๐ ตารางฟุต (๕๖) ๕๕๕๕ ตารางเมตร (๕๗) ๓๓๘๘.๕ ตารางหลา (๕๘) ๔๖๕๘.๕ ตารางวา (๕๙) ๗ นิ้ว (๖๐) ๓๔ ฟุต (๖๑) ๓๕ หลา (๖๒) ๕๖ เมตร (๖๓) ๔๒ วา (๖๔) ๓๓๘.๒๘ ตารางนิ้ว (๖๕) ๓๓๐ ตารางนิ้ว (๖๖) ๓๓๐๖.๒๘ ตารางเมตร (๖๗) ๘๓.๓๕ ตารางนิ้ว (๖๘) ๕๗๗.๕๐ บาท (๖๙) ๓๘๗๗.๘๖ บาท (๗๐) ๕๗๐.๒๓ ไร่ (๗๑) ๔ ฟุต ๘ นิ้ว (๗๒) ๓๒๖.๘๕ ตารางนิ้ว (๗๓) ๘.๕๐ เส้น (๗๔) ๔๘.๖๓ นิ้ว (๗๕) ๘ เมตร (๗๖) ๒๐๐๐ ร้อย
- ๒๐๓ ค่าตอบแทนแบบผูกติด ๗ บาท ๘
- (๒๓) ๓๒ เซนติเมตร (๒๔) ๘ นิ้ว (๒๕) ๒๕ นิ้ว (๒๖) ๒๖ ฟุต

- (๒๕) ๔๔ นิ้ว (๒๖) ๔.๓๒๕ เซนติเมตร ()
 (๒๗) ๔๕ คืบ (๒๘) ๓๐.๕ เซนติเมตร ()
 (๒๙) ๓๔๖.๕ ตารางฟุต (๓๐) ๓๐๒.๖๖ ตารางเมตร ()
 (๓๑) ๓๒๐.๓๓ ตารางเซนติเมตร (๓๒) ๒๗๒ ตารางฟุต ()
 (๓๓) ๓๒๐๐ ตารางนิ้ว (๓๔) รัศมี ๘๔ นิ้ว มุมศูนย์กลาง ()
 ๓๕ คืบ (๓๕) ๒๐.๐๖ นิ้ว ()
 (๓๖) เส้นรอบวงนอก ๓๕.๕๔ นิ้ว วงใน ๒๕.๓๔ นิ้ว ()
 (๓๗) ๓๔๖.๗๓ ตารางนิ้ว (๓๘) ๒๓.๔๓ ตารางนิ้ว ()
 (๓๙) รูปภายนอกยาวด้านละ ๗๐ นิ้ว รูปภายในยาวด้านละ ๔๙.๔๙ นิ้ว ()
 (๔๐) ๓๓.๐๒ นิ้ว (๔๑) ๗๓๕ ฟุต ()

๒๐๒ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๔ บทที่ ๓๐

- (๓๓) ๓๒๐๐ ลูกบาศก์ฟุต (๓๒) ๓๔๔๐ ลูกบาศก์เมตร ()
 (๓๓) ๒๕ ลูกบาศก์วา (๓๔) ๒๔๐๐ ลูกบาศก์ศอก ()
 (๓๕) ๘๔ ตารางนิ้ว (๓๖) ๕๐ ตารางฟุต ()
 (๓๗) ๘๐๐ ตารางเมตร (๓๗) ๓๒๐ ตารางวา ()
 (๓๘) ๗ นิ้ว (๓๘) ๓๐ เมตร ()
 (๓๙) ๓๓๐๐ ตารางฟุต (๓๙) ๕๔ ตารางเมตร ()
 (๔๐) ๓๗๗.๖๐ บาท (๔๐) ๓๕ เซนติเมตร ()
 (๔๑) ๓๐๒๐ บาท (๔๑) ๓๒ เหลี่ยมลูกบาศก์เมตร ()
 (๔๒) ๖๔๐ บับ (๔๒) ๗๘๐๐ บับ ()

(๒๘) ๓๖๐ วัน (๓๐) ๔๔๘๐ บาท

(๓๑) ๓๖๐๐๐๐ ลูกบาศก์เมตร (๓๒) ๖๐ วัน

(๓๓) ๒ ชั่วโมง ๕๔.๒๔ นาที

๒๐๓ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๘ บทที่ ๓๑

(๖) ๖๐๐ ลบ.นิ้ว (๗) ๒๔๐ ลบ.เมตร

(๘) ๒๓๖ ลบ.เศษอก (๙) ๔๓๓ ลบ.นิ้ว

(๑๐) ๓๒๔.๖๔ ลบ.เมตร (๑๑) ๓๓๘.๐๔ ลบ.นิ้ว

(๑๒) ๒๐๓.๓๐ ลบ.เมตร (๑๓) ๔ ตารางนิ้ว

(๑๔) ๗ ตารางฟุต (๑๕) ๓ ตารางเมตร

(๑๖) ๕ นิ้ว (๑๗) ๓๐๐๘ ฟุต

(๑๘) ๒ เมตร

๒๐๔ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๓๐ บทที่ ๓๒

(๑๑) ๘๕.๒๕ ตารางนิ้ว (๑๒) ๖๒๓๗ ตารางนิ้ว

(๑๓) ๓๔๗๘๔ ตารางเซนติเมตร (๑๔) ๓๗๓.๒๕ ตารางเมตร

(๑๕) ๘๘ ตารางฟุต (๑๖) ๗๗๐ ลบ.ฟุต

(๑๗) ๕๕๔๔๐ ลบ.เมตร (๑๘) ๓๓๒๕๐ แกลลอน

(๑๙) ๘ เมตร (๒๐) ๒.๕๘ ฟุต

(๒๑) ๓.๒๘ วา (๒๒) ๓.๓๔ เมตร

(๒๓) ๓.๕๖ เมตร (๒๔) ๓.๔๘ ฟุต

(๒๕) ๓๗.๔๖ บาท (๒๖) ๒๗๒.๗๕ บับ

- (๒๗) ๕๓๕.๕+๒๕ ปอนด์ (๒๘) ๓๖๓๗ บาท
 (๒๙) ๒๘ ฟุต (๓๐) ๗๓๒๕.๕๒ ตารางนิ้ว
 (๓๑) ๒ ชั่วโมง ๓.๕๒ นาที (๓๒) ๓๓๐.๘๘ บับ
 (๓๓) ๘.๕ ฟุต (๓๔) ๓๓ เมตร
 (๓๕) ๒๒๐ บาท

๒๐๕ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๓๓ บทที่ ๓๓

- (๑๑) ๒๓๓.๓๓ คิวบิกฟุต (๑๒) ๓๒๘ คิวบิกฟุต
 (๑๓) ๓๕๐๐ คิวบิกนิ้ว (๑๔) ๒๔๐ คิวบิกนิ้ว
 (๑๕) ๓๔๖๖.๖๖ คิวบิกนิ้ว (๑๖) ๓๐๕๖ คิวบิกนิ้ว
 (๑๗) ๒๖๘.๕ คิวบิกเมตร (๑๘) ๓๕๘๔ คิวบิกนิ้ว
 (๑๙) พนท ๒๕๒.๕๗ ตารางนิ้ว ความจุ ๘๐๕.๓๕ คิวบิกนิ้ว
 (๒๐) พนท ๓๒๕๗.๓๔ ตารางฟุต ความจุ ๔๓๘๐.๔๕ คิวบิกฟุต
 (๒๑) พนท ๘๐๕.๕๗ ตารางฟุต ความจุ ๒๓๔๕.๕๒ คิวบิกฟุต
 (๒๒) พนท ๓๓๔.๒๘ ตารางเมตร ความจุ ๕๒๓.๘๐ คิวบิกเมตร
 (๒๓) พนท ๒๐๓.๓๕ ตารางเมตร ความจุ ๒๖๘.๓๘ คิวบิกเมตร
 (๒๔) พนท ๓๒.๕๗ ตารางเมตร ความจุ ๔.๓๘ คิวบิกเมตร

๒๐๖ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๓๒ บทที่ ๓๔

- (๑) ๘.๓๓ ยก (๓๐) ๗.๘๓ ยก (๓๑) ๗.๘๗ ยก (๓๒) ๒๕ ยก
 (๓๓) ๒๒๕ บาท (๓๔) ๓๗๕ บาท (๓๕) ๔๕๐ บาท (๓๖) ๒๔ แผ่น

- (๓๗) ๖๔ แผ่น (๓๘) ๓.๕ คั่น (๓๙) ๓.๒ แผ่น (๔๐) ๕๐ ตาราง
 (๔๑) ๕๐ บาท (๔๒) ๓๘ บาท (๔๓) ๙๙.๓๗ บาท

๒๐๗ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๓๖ บทที่ ๓๕

- (๕) ๒๐ แผ่น (๖) ๕๓.๓๓ แผ่น (๗) ๓๓.๓๓ แผ่น (๘) ๓๖ แผ่น
 (๙) ๘๐ ตาราง (๑๐) ๓๕ ตาราง (๑๑) ๓.๕๐ บาท (๑๒) ๓๐ ยก
 (๑๓) ๙.๓๗ ยก (๑๔) ๙.๕๕ ยก (๑๕) ๓๐ ยก (๑๖) ๒๗๐ บาท
 (๑๗) ๔๕๐ บาท (๑๘) ๕๔๐ บาท

๒๐๘ คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๓๔ บทที่ ๓๖

- (๑) ๓ ขนราคา ๘.๖๖ บาท ๓ บอว์ตฟุต ๔.๘๗ ตาราง
 ๓ คิวบิกฟุต ๕๘.๕ ตาราง ๓ คิวบิกเมตร ๒๓.๖๖ บาท
 (๑๐) ๓ ก. ๓๓๓๓.๓๓ บอว์ตฟุต ๓. ๓๓๓.๓๓ คิวบิกฟุต
 ก. ๓ ลูกบาศก์เมตร
 ๒ ก. ๕๐๐๐ บอว์ตฟุต ๒. ๔๓๖.๖๖ คิวบิกฟุต
 ก. ๓๓.๒๕ ลูกบาศก์เมตร
 ๓ ก. ๓๐๐๐ บอว์ตฟุต ๓. ๘๓.๓๓ คิวบิกฟุต
 ก. ๒.๒๕ ลูกบาศก์เมตร
 ๔ ก. ๒๒๒.๒๒ บอว์ตฟุต ๒. ๓๘.๕๓ คิวบิกฟุต
 ก. ๐.๕ ลูกบาศก์เมตร
 ๕ ก. ๓๓๗.๗๗ บอว์ตฟุต ๒. ๓๓.๕๗ คิวบิกฟุต
 ก. ๐.๓๓ ลูกบาศก์เมตร

(๑๓) ก. ๓ ยก = ๓๗๗.๗๗ บอรรถพุด = ๓๔.๘๓ คิวบิกฟุต
= ๐.๕ ลูกบาศก์เมตร

ข. ๓๐ ยก = ๓๗๗๗.๗๗ บอรรถพุด = ๓๔๘.๓ คิวบิกฟุต
= ๔ ลูกบาศก์เมตร

ค. ๒๐ ยก = ๓๕๕๕.๕๕ บอรรถพุด = ๒๙๖.๒ คิวบิกฟุต
= ๘ ลูกบาศก์เมตร

ง. ๔๕ ยก = ๗๗๗๗.๖๕ บอรรถพุด = ๖๖๖.๔๕ คิวบิกฟุต
= ๓๗ ลูกบาศก์เมตร

(๑๒) ๓ คิวบิกฟุต ๕๔ สี่ตางค์ ๓ คิวบิกเมตร ๒๐ บาท

๓ บอรรถพุด ๔.๕ สี่ตางค์

(๑๓) ก. ^๕ซ็อบแผ่นละ ๕๐ สี่ตางค์ ข. ^๕ซ็อบแผ่นละ ๕๔ สี่ตางค์

ค. ^๕ซ็อบแผ่นละ ๕๖ สี่ตางค์ ง. ^๕ซ็อบแผ่นละ ๖๖ สี่ตางค์

จ. ^๕ซ็อบแผ่นละ ๕๗ สี่ตางค์

๒๐๘ ค่าตอบแบบผลิตภัณฑ์ ๓๕ บาทที่ ๓๗

(๗) ๓๓๒.๕ แผ่น (๘) ๒๒.๕ แผ่น (๙) ๓๓๒.๕ แผ่น (๑๐) ๗๕ แผ่น

(๑๑) ๓๐ คัน (๑๒) ๕๐ คัน (๑๓) ๒.๒๒ คัน (๑๔) ๗.๗๗ คัน

(๑๕) ๕.๓๓ คัน (๑๖) ๗.๓๓ คัน (๑๗) ๓.๓๓ คัน (๑๘) ๔ คัน

(๑๙) ๕.๔๔ คัน (๒๐) ๐.๗๓ คัน (๒๑) ๓ บาท (๒๒) ๓.๖๐ บาท

(๒๓) ๖๐ สี่ตางค์ (๒๔) ๓.๐๐ บาท (๒๕) ๓.๓๓ บาท

๒๓๐. คำตอบแบบฝึกหัดที่ ๓๖ บทที่ ๓๑

- | | | |
|----------------------|-----------------------|----------------------|
| (๑) ๓.๔๘ ตัน | (๓๐) ๒.๗๗ ตัน | (๓๑) ๓๖.๖๖ ตัน |
| (๓๒) ๑.๒๕ ตัน | (๓๓) ๓.๓๓ ตัน | (๓๔) ๓.๓๘ ตัน |
| (๓๕) ๘.๓๓ ตัน | (๓๖) ๓๒.๔๔ ตัน | (๓๗) ๕ ยก |
| (๓๘) ๓๔.๐๗ ยก | (๓๙) ๓๗.๕ ยก | (๔๐) ๖.๒๕ ยก |
| (๔๑) ๓.๗๕ ยก | (๔๒) ๓ ยก | (๔๓) ๓.๖๘ ยก |
| (๔๔) ๕.๐๖ ยก | (๔๕) ๓๘๕.๓๘ คิวบิกฟุต | (๔๖) ๓๖.๒๐ คิวบิกฟุต |
| (๔๗) ๕๕.๕๕ คิวบิกฟุต | (๔๘) ๓๓๓.๓๓ | |



๑. 4
(สำเนา)



ใบอนุญาตให้ใช้แบบเรียน

ฉบับที่ ๑๒๔/๒๒๘

วันที่ ๒๖ เดือนพฤศจิกายน พ.ศ. ๒๔๗๗

หนังสือคำนวณวิธีเมนสุเรชั่น ของหลวงสุวรรณวาจกกสิกิจ
พิมพ์ครั้งที่หนึ่ง จำนวนหนึ่งพันฉบับ ใน พ.ศ. ๒๔๗๗

เจ้าหน้าที่ได้ตรวจแล้ว อนุญาตให้ใช้ในโรงเรียนได้

(ลงนาม) พระยาศรีสุริยราชประพันธ์

รัฐมนตรีว่าการกระทรวงธรรมการ

(ใช้ให้เฉพาะในการพิมพ์คราวนี้เท่านั้น และห้ามมิให้นำไป
อนุญาตให้พิมพ์ในหนังสือเรื่องอื่นที่มีไว้รับอนุญาตเป็นอันขาด)

นายอินทร์ ตรีพงษ์ ผู้พิมพ์โฆษณา

โรงพิมพ์ ตรีพงษ์ มุมถนนอนุสาวรีย์ พ.ศ. ๒๔๗๗