



หนังสือชุดคู่มือครูเตรียมอุดมศึกษา

เล่ม ๔

คณิตศาสตร์ ๑ ก.

คณิตศาสตร์ ๑ ข.

คณิตศาสตร์ ๒ ก.

คณิตศาสตร์ ๒ ข.

ของ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ





หนังสือชุดคู่มือครูเตรียมอุดมศึกษา

เล่ม ๔

คณิตศาสตร์ ๑ ก.

คณิตศาสตร์ ๑ ข.

คณิตศาสตร์ ๒ ก.

คณิตศาสตร์ ๒ ข.

ของ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์ครั้งที่ ๒,๐๐๐ เล่ม

พ.ศ. ๒๔๙๙

ปกกระดาษราคาเล่มละ ๖.๕๐ บาท

พิมพ์ที่โรงพิมพ์คุรุสภา

ปากคลองบางลำพู พระนคร

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

ก 05504 ค.5

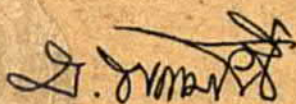
ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ

เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือคู่มือครูในโรงเรียน

ด้วยกรมวิชาการได้จัดทำหนังสือคู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ สำหรับชั้น
เตรียมอุดมศึกษาขึ้น กระทรวงศึกษาธิการได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้เป็น
คู่มือครูได้.

ประกาศ ณ วันที่ ๓ เมษายน พ.ศ. ๒๔๘๘

พลเอก



รัฐมนตรีว่าการกระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

เมื่อกระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตรเตรียมอุดมศึกษา ฉบับพุทธศักราช ๒๔๘๘ ไปแล้ว กรมวิชาการพิจารณาเห็นเป็นการสมควรที่จะจัดทำคู่มือครูในวิชาต่างๆ ที่จำเป็น เพื่อเป็นแนวทางแก่ครูผู้สอนในโรงเรียนประเภทนี้ ในส่วนวิชาคณิตศาสตร์ได้มอบหมายให้ อาจารย์เสนาะ ตันบุญยืน หัวหน้าแผนกวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และอาจารย์สลวย โรจนสโรช แห่งโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา จัดทำขึ้น ทั้งนี้โดยคำนึงว่าการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นเตรียมอุดมศึกษานั้นย่อมมุ่งหมายที่จะให้เป็นพื้นฐานอันเพียงพอที่จะเข้าศึกษาต่อในชั้นมหาวิทยาลัย อาจารย์ในมหาวิทยาลัยจึงอยู่ในฐานะที่จะทราบได้ว่า มาตรฐานสูงต่ำเพียงใดจึงจะเพียงพอแก่ความมุ่งหมายดังกล่าวแล้ว ในเวลาเดียวกัน อาจารย์ผู้มีความชำนาญในการสอนชั้นเตรียมอุดมศึกษามาเป็นเวลานานย่อมจะบอกได้ว่า มาตรฐานดังกล่าวนั้นอาจทำได้หรือไม่ ความร่วมมือระหว่างอาจารย์ทั้งสองประเภทดังกล่าวแล้วย่อมจะทำให้มั่นใจได้ว่า จะได้คู่มือที่มีความเหมาะสมสำหรับการศึกษาในชั้น

อย่างไรก็ดี คู่มือครูนี้เป็นเพียงข้อเสนอแนะแนวทาง ไม่เป็นข้อบังคับที่จะต้องปฏิบัติตามโดยเคร่งครัด ครูผู้สอนย่อมมีเสรีภาพที่จะกำหนดความกว้างขวางของเนื้อหา และเลือกวิธีสอนหรือคู่มืออื่นใดตามที่เห็นว่าสมควร และอยู่ในขอบข่ายของหลักสูตร

กรมวิชาการหวังว่า เมื่อได้พิมพ์เผยแพร่คู่มือครูออกไปใช้ในระยะเวลานี้ อันหนึ่งแล้ว คงจะได้มีโอกาสประชุมครูผู้สอนปรับปรุงแก้ไขคู่มือครูฉบับนี้ให้เหมาะสมยิ่งขึ้น.

กรมวิชาการ

คณิตศาสตร์ ๑ ก.

คณิตศาสตร์ ๑ ก. แยกเป็น ๓ แขนง แบ่งเวลากันดังนี้

พีชคณิต ใช้เวลาทั้งสิ้นประมาณ ๕๐ ชั่วโมง

เรขาคณิต „ „ ๖๐ „

ตรีโกณมิติ „ „ ๓๐ „

ในการจัดการเรียน จึงขอให้เวลาแก่พีชคณิต สัปดาห์ละ ๓ ชั่วโมง
เรขาคณิต สัปดาห์ละ ๒ ชั่วโมง และตรีโกณมิติสัปดาห์ละ ๑ ชั่วโมง เวลาที่จะมีสอน
ก็ตลอดคือนับจำนวนตัวอย่างต่ำที่สุดว่ามีได้ไม่น้อยกว่า ๑๘๐ ชั่วโมง ในทางปฏิบัติ
จริง ๆ จะมีเวลาเหลือสำหรับการทบทวนบ้างตามสมควร

การแบ่งเป็นหน่วยนั้นเพื่อความสัมพันธ์กันในส่วนเนื้อเรื่องเป็นสำคัญ หน่วย
หนึ่ง ๆ อาจต้องการเวลามากน้อยแตกต่างกัน เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะกำหนด
เขาเองว่าควรจะให้เวลาแก่หน่วยไหนเพียงใด ทั้งนี้ภายในขอบเขตของเวลาที่มีอยู่
ทั้งหมดสำหรับแขนงนั้น

คณิตศาสตร์ ๑ ก.

พีชคณิต

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
กราฟเชิงเส้นเมื่อ มาตรา ส่วน บน แกน ทั้ง สอง เท่า กัน	๑. การหาตำแหน่งของจุดโดยการลาก เส้น ๒ เส้น ตั้งฉากกันเป็นแกน (axis)	๑. อธิบายกราฟ $y=0$ เป็นแกนของ x ๒. อธิบายกราฟ $x=0$ เป็นแกนของ y ๓. กราฟของหลายๆจุด ที่มีออร์ดิเนตเดียว กัน เป็นเส้นตรง ขนานกับแกน x ๔. กราฟของหลายๆจุด ที่มีแอบซิสซ่านี เดียวกัน เป็นเส้น ตรง ขนาน กับ แกน y
	๒. การแบ่งมาตราส่วนบนแกน	
	๓. จุดกำเนิด (origin)	
	๔. ควอดรนต์ (Quadrant) เครื่องหมาย ของเส้นใน Quadrant ต่างๆ	
	๕. โคออร์ดิเนตส์ (Co-ordinates) ของจุด	
	๖. ตัวแปร (Variables)	
	๗. ความหมายของฟังก์ชัน	
	๘. เครื่องหมายแทนฟังก์ชัน (Notation of a Function)	
	๙. ฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear Functions)	
	๑๐. กราฟของฟังก์ชัน	
	๑๑. ความลาด (Slope) และเกรเดียน (Gradient) ของกราฟเชิงเส้น	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
กราฟเชิงเส้นเมื่อ มาตราส่วนบน แกนทั้งสองไม่ เท่ากัน	๑ ๒. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๑. ตัวอย่าง และ แบบฝึกหัด เกี่ยวกับ โจทย์ตัวอย่างที่ทำมาแล้ว ซึ่งให้ เห็นความลาด และเกรเกียนไม่มีการเปลี่ยนแปลง ๒. การแก้สมการเส้นเกี่ยวกับวิธีกราฟ ๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดต่าง ๆ ที่ใช้ แก้สมการโดยกราฟเชิงเส้น	๕. วาดร่างรูปและวาง แกนให้เหมาะสม ๖. วิธีสร้าง table จาก สมการเพื่อเขียน กราฟ $y=x+o$ ๗. เขียน กราฟ ของ $y=x+o$ (หลาย ๆ ค่าของ o เพื่อหา ความลาดของเส้น) เขียน กราฟ ของ $y=ax+b$ หลาย ๆ ค่าของ a และ b จากกราฟที่ได้ อธิบายไว้ว่า slope ของเส้นตรงหาได้จาก สัมประสิทธิ์ของ x โจทย์ที่ให้ น.ร. ทำ ควร จะเป็น พวก การ เดินทาง, แข่งขัน, ค่าจ้างแรงงาน, เกี่ยวกับ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการสอน
กราฟพาราโบลา (Parabola) และ วงกลม (Circle)	๑. ความหมายของฟังก์ชันกำลังที่สอง (Quadratic Functions) ๒. แบบของฟังก์ชันกำลังที่สอง ๓. ความหมายของสมการกำลังที่สอง ๔. แบบของสมการกำลังที่สอง ๕. เซตนกราฟของฟังก์ชันกำลังที่สอง ๖. Turning Points จุดต่ำสุด จุดสูงสุดของกราฟ ๗. การแก้สมการกำลังที่สองจากกราฟ ๘. การหาค่ารากที่สองจากกราฟ ๙. ตัวอย่าง และแบบฝึกหัด	๑. วิชา ๒. วิชา ๓. วิชา ๔. วิชา ๕. วิชา ๖. วิชา ๗. วิชา ๘. วิชา ๙. วิชา
สมการ กำลัง ที่ สอง	๑. การหาสูตรการแก้สมการ กำลัง ที่ สอง ๒. อธิบาย ความหมาย ของ ราก ของ สมการ ๓. อธิบาย ความหมาย ของ จำนวนเลข (Numbers) ๔. Rational Nos. ๕. Irrational Nos. ๖. Imaginary Nos.	๑. วิชา ๒. วิชา ๓. วิชา ๔. วิชา ๕. วิชา ๖. วิชา ๗. วิชา ๘. วิชา ๙. วิชา

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การ แก่ สมการ กำลังที่สอง ฟังก์ชัน กำลัง ที่ สอง	๔. ความหมายของ Discriminant ๕. ลักษณะของรากของ สมการ กำลัง ที่สอง ๖. ความสัมพันธ์ของราก ทั้งสอง เกี่ยวกับ ตัวคูณควมและภาคสมบูรณ์ ๗. การตั้งสมการกำลังที่สอง จาก ราก ของสมการ ๘. กำหนดสมการหนึ่งให้เพื่อตั้งสมการ ใหม่ซึ่งมีราก สัมพันธ์ กับ ราก ของ สมการเดิมที่กำหนด ๙. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๑. การแก้สมการกำลังที่สองโดยใช้สูตร ๒. การแก้สมการกำลังที่สองจากกราฟ ๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๑. การ แยกตัว ประกอบ ของ ฟังก์ชัน กำลังที่สอง ๒. เทียบตัวประกอบ (Factors) กับราก ของสมการกำลังที่สอง ๓. พิจารณา ลักษณะ เครื่องหมาย ของ ฟังก์ชันกำลังที่สอง	ทำตัวอย่าง เกี่ยวกับ เพื่อเทียบกัน ๓. Δ และพิจารณา ลักษณะของรากจาก Δ เทียบกับรากที่ได้จาก กราฟ ของ สม การ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
อนุกรม (Series)	๔. พิจารณาค่าของฟังก์ชันกำลังที่สอง ก. ค่าสูงสุด ข. ค่าต่ำสุด ตัวอย่างและแบบฝึกหัดที่ให้อย่างเขียน กราฟเปรียบเทียบด้วย ๑. อนุกรมคืออะไร ๒. อนุกรมก้าวหน้าเลขคณิต (Arithmetic Progression) ๓. ลักษณะของอนุกรมเลขคณิต ๔. อนุกรมก้าวหน้าฮาร์โมนิก (Harmonic Progression) ๕. อนุกรมก้าวหน้าเรขาคณิต (Geometric Progression) ๖. อนุกรมที่เกิดจากการเกี่ยวพันระหว่างอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต	กำลังที่สอง
อนุกรมก้าวหน้าทางเลขคณิต (Arithmetic Progression)	๑. หลักเกณฑ์ที่จะเป็นอนุกรมก้าวหน้าทางเลขคณิต และรูปของอนุกรม ๒. เทอมต้น, ผลต่างร่วม (Common difference) เทอมที่ n	เมื่ออธิบายถึงการหาผลบวกขอให้นั้นว่า ถ้า n ซึ่งเป็นจำนวนเทอมไม่จำกัดก็มี

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
สหพันธ์อนุกรม ก้าวหน้าทางเลข คณิต (Allied series of A.P.)	๓. การหาผลบวกถึง n ภาค	การหาผลบวกได้
	๔. การหามัชฌิมเลขคณิต (Arithmetic Mean) ระหว่างเลข ๒ จำนวน	
	๕. การหามัชฌิมเลขคณิต หลายเทอม (Arithmetic Means) ระหว่างเลข ๒ จำนวน	
	๖. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
	๑. รูปของอนุกรมชนิดนี้	ถ้ากำหนดเทอมที่ n
อนุกรมก้าวหน้า ฮาร์โมนิก (Har- monic Progress- sion)	๒. การหาเทอมที่ n ให้อยู่ในเทอมของ n	ให้อยู่ในเทอมที่ ๑, ๒, ๓, ... ของอนุกรม
	๓. $\sum n^2, \sum n^3$	ได้กับ
	๔. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
	๕. การหาผลบวกถึง n เทอมของอนุกรมชนิดนี้	
	๑. อนุกรมก้าวหน้าฮาร์โมนิกสัมพันธ์กับอนุกรมก้าวหน้าเลขคณิตอย่างไร	การหาผลบวกของอนุกรมก้าวหน้าฮาร์-
	๒. การหามัชฌิมฮาร์โมนิก (Harmonic Mean) ระหว่างเลข ๒ จำนวน	โมนิกไม่มี
	๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
อนุกรมก้าวหน้า เรขาคณิต (Geo- metric Progres- sion)	๑. แบบของอนุกรมก้าวหน้าเรขาคณิต ๒. เทอมต้น, อัตราส่วนร่วม (Common ratio) จำนวนเทอม, เทอมที่ n ๓. การหาผลบวกถึง n เทอม (S_n) ๔. การหาผลบวกอนันต์ (Sum to infinity) ๕. การหามัชฌิมเรขาคณิต (Geometric Mean) เทอมเกี่ยวและหลายเทอม ระหว่างเลข ๒ จำนวน ๖. การหาจำนวนเทอม ๗. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	การหาผลบวกถึง n เทอมและถึง infinity ควรให้นักเรียนจำวิธี ไม่ควรจำสูตร
อนุกรมที่เกิดจาก อนุกรมก้าวหน้า ทางเลขคณิต และเรขาคณิต (Arithmetic and Geometric Pro- gression) ทบทวนอนุกรม	๑. รูปของอนุกรมชนิดนี้ ๒. เทอมต้น, ผลต่างร่วมและอัตราส่วนร่วม, จำนวนเทอม ๓. การหาผลบวกถึง n. เทอม (S_n) ๔. การหาผลบวกอนันต์ (Sum to infinity) ๕. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๑. โจทย์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของ	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ทฤษฎีของ เลข การชี้ (Theory of Indices)	อนกรมทั้งสามชนิด (A.P. G.P. H.P.)	
	๒. สหพันธ์อนกรมต่างๆ	
	๑. การคูณเลขชี้ที่มีกรรชน	
	๒. การหารเลขชี้ที่มีกรรชน	
	๓. การยกกำลัง	
	๔. กรรชนตัวเต็ม	
	๕. กรรชนเศษส่วนทั้งบวกและลบ	
	๖. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
	๗. การคูณหลายชั้น	
	๘. การหารยาว	
	๙. การหากรณค่าที่สองของเลขชี้ที่มี กรรชน	
เสอร์ค (Surds) และ Irrational Quantities	๑๐. การแยกตัวประกอบ	
	๑๑. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
	๑. ความหมายของเสอร์ค	เลขที่ถูกลบทิ้งไว้ ก็อาจเขียนให้อยู่ใน form ของเสอร์คได้
๒. ความหมายของ Irrational และ Rational Quantities		
๓. เสอร์คกำลังที่สองคืออะไร		

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	๔. อธิบายคำว่า Entire surd, Like surds และ Unlike Surds ๕. การเปลี่ยน เศษรากให้ อยู่ใน ลำดับ เศษรากกำลังเดียวกัน และเปรียบเทียบกับกัน ๖. การบวกเลขเศษราก ๗. การลบเลขเศษราก ๘. การคูณเลขเศษรากที่กำลังเดียวกัน ๙. การหารเลขเศษรากที่กำลังเดียวกัน ๑๐. การคูณเลขเศษรากที่กำลังต่างกัน ๑๑. การหารเลขเศษรากที่กำลังต่างกัน ๑๒. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
ชนิดของเศษราก	๑. เศษรากเชิงประกอบคืออะไร (Compound Surds) ๒. เศษรากสังยุคคืออะไร (Conjugate Surds) ๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
ทฤษฎีของเศษรากกำลังที่สอง	๑. เศษรากกำลังที่สอง จะเท่ากับ เลขจำนวนตรรกยะ (Rational Quantities) และ	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
(Some Properties of Quadratic Surds)	เสืรค์กำลังที่สองของจำนวนอื่นบวกหรือลบไม่ได้ เช่น $\sqrt{n} \neq a + \sqrt{m}$ ๒. จำนวนเลข ๒ จำนวนต่างก็ประกอบด้วยเสืรค์และเลขจำนวนลงตัว เมื่อมาเทียบเท่ากัน ดังนั้นจำนวนลงตัวย่อมเท่ากับจำนวนลงตัว และจำนวนเสืรค์ย่อมเท่ากับจำนวนเสืรค์ เช่น $x + \sqrt{y} = a + \sqrt{b} \quad x = a \text{ และ } \sqrt{y} = \sqrt{b} \text{ ซึ่ง } y = b$ ๓. ถ้า $\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ จะปรากฏว่า $\sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$	
ทวินามเสืรค์กำลังที่สอง (Binomial Quadratic Surds)	๑. ทวินามเสืรค์กำลังที่สองคืออะไร ๒. การหากรณค่าที่สองของทวินามเสืรค์กำลังที่สองโดยวิธีแยกแฟกเตอร์ และใช้สูตรให้ตัวอย่างวิธีต่าง ๆ	
การแก้สมการเสืรค์ (Irra-	๓. ใช้ Some properties of quadratic Surds ๔. แยกผลหัก Surds ข้อ ๓ ๑. ตัวอย่างการแก้สมการเสืรค์แยกต่าง ๆ	ในข้อ ๓ ให้เข้าถึงเครื่องหมายของตัวอักษรที่สมมติขึ้น ประกอบการหากรณค่าที่สอง

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
tional Equations) ทบทวน	๒. แยกผลหัก ๑. ทบทวนเลขเชิงมทวน ๒. ทบทวนการ แก่สมการ ที่เป็น เลข เซอร์คและกซ์	
ลอการิทึม (Logarithms)	๑. นิยาม (Definition) ๒. อธิบาย Characteristic และ Mantissa ในค่าของ Logarithms ๓. กฎต่าง ๆ ของลอการิทึม คือ พิสูจน์ ๑. $\log_a 1 = 0$ ๒. $\log_a a = 1$ ๓. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ ๔. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ ๕. $\log_a M^p = p \log_a M$ (หาค่าของ p ไม่ว่า p จะเป็นจำนวน เต็มหรือเศษส่วน) ๔. ทวิอย่างและแยกหักที่ใช้กฎทั้ง ๕ ของลอการิทึม	๑. ทักให้นักเรียน หา จำนวนเลข ทาค่า ของ ลอการิทึม หรือฐานโดย ใช้ ความ เข้าใจ จาก คำจำกัดความ
ลอการิทึมสามัญ	๑. ความหมายของลอการิทึมสามัญ	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
(Common log)	๒. การหา Characteristic และ Mantissa ของค่าของลอการิทึมสามัญ ๓. การหา ค่าของ ลอการิทึม จาก ตารางลอการิทึม ๔. การใช้ตาราง (Anti-log) ลอการิทึม ๕. การคูณ การ หาร ลอการิทึมต่าง ๆ ของเลขจำนวนต่าง ๆ โดยใช้ลอการิทึม เข้าช่วย ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	อธิบาย ความหมาย ของค่า Anti-logarithms ต้องใช้เวลานาน และ ทำแบบฝึกหัด มาก เนื่องจากนักเรียน มัก สับสน Charac-teristic และการใช้ ตารางใช้ลอการิทึม และ Anti-logarithms เสมอ
การแก้สมการ โดยวิธีใช้ลอการิทึม	๑. อธิบายความหมายว่าสมการเอกซโพเนนต (Exponential Eqs.) คืออะไร ๒. การแก้สมการโดยใช้ลอการิทึม ๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดแก้สมการ	Exponential Eqs. บางอันใช้แก้สมการ โดยวิธีแยกตัวประกอบได้ ควรระบุนิยามค่ารวมเสียก่อนว่า เมื่อไรจึง

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การเปลี่ยนฐาน ลอการิทึม	๑. เปลี่ยนฐานลอการิทึมโดยพิสัย จากฐาน b เป็นลอการิทึมฐาน a ๒. อธิบาย ความหมาย ของ คำว่า modulus ๓. ตัวอย่าง และแบบฝึกหัด เกี่ยวกับ การเปลี่ยนฐานลอการิทึม ๔. โจทย์และแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการ ใช้ลอการิทึม	ต้อง ใช้ ลอการิทึม เมื่อไรใช้แยกตัวประกอบ
บททวน	บททวนโดยวิธีให้โจทย์ต่าง ๆ เกี่ยวกับ หัวข้อที่เรียนมาแล้ว	
อัตราส่วน (Ratio)	๑. อัตราส่วนคืออะไร ๒. ภาคว่าง ๆ ของอัตราส่วน ๓. ชนิดต่าง ๆ ของอัตราส่วน ๔. ทฤษฎีของอัตราส่วน ๕. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด เกี่ยวกับ อัตราส่วน	ชนิดของอัตราส่วนคือ ๑. อัตราส่วนเชิง ประกอบ ๒. อัตราส่วนทวีคูณ ๓. อัตราส่วนทวีคูณ
กฎของการคูณ ไขว้ (The Rule	๑. การหาอัตราส่วนของ x, y, z . โดยวิธีแก้สมการ	หา xy และเทียบให้ มันเรียบขึ้น

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
of Cross Multiplication)	๒. การหาอัตราส่วนของ x, y, z. โดยการใส่กฎของการคูณไขว้ ๓. การแก้สมการโดยการใส่กฎของการคูณไขว้ ๔. ตัวอย่าง และแบบฝึกหัดที่ใช้กฎของการคูณไขว้	
สัดส่วน (Proportion)	๑. สัดส่วนคืออะไร ๒. สัดส่วนชนิดต่าง ๆ ๓. ภาคว่าง ๆ ในสัดส่วน ๔. ทฤษฎีของสัดส่วน ๕. การแก้สมการโดยใช้ ทฤษฎี ของ สัดส่วน ๖. ตัวอย่าง ระคนของอัตราส่วน และ สัดส่วน (Miscellaneous Examples on Ratio และ Proportion) แบบฝึกหัด	ให้นักเรียน สังเกต สมการซึ่งแก้ได้โดยอาศัยทฤษฎีของสัดส่วน
การแก้สมการซึ่งมีรูปเป็นสัดส่วน ทบทวน	ตัวอย่างและแบบฝึกหัดสมการ ซึ่งมีรูปเป็นสัดส่วน ทบทวนทุกหัวข้อเพื่อเตรียมสอบ	ควรหา โจทย์ ใน แบบฝึกหัดระคนให้บ้าง

เรขาคณิต

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
บททวนความรู้เดิม	๑. บททวน ความหมายเกี่ยวกับ รูป ศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง เส้น รอยวง การหาความยาวของเส้นรอบวง ที่ให้เส้นสูตร การหาพื้นที่ของวงกลม ความหมายของส่วนโค้ง คอร์ด เส้นสัมผัส มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมที่เส้นรอบวง มุมใน ขัณฑภาค (ส่วน) ของวงกลม (Segment of a circle) สามเหลี่ยมฐานโค้ง (Sector) การหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมฐานโค้ง การ หาพื้นที่ของขัณฑภาค (ส่วน) ของวงกลม ความหมาย ของ วงกลม ที่มี รูปศูนย์กลาง ร่วมกัน (Concentric circles) ๒. บท ทวน ความ สัม พันธ์ ของ ส่วน ต่าง ๆ ในข้อ ๑ ตามทฤษฎีที่ นักเรียนเคย เรียนมาแล้ว เช่น ทฤษฎี ว่า ด้วย รูป ศูนย์ กลาง มี ความ สัม พันธ์ กับ คอร์ด ว่า ด้วย มุม ที่ รูป ศูนย์ กลาง กับ มุม ที่ เส้น รอบ วง	ให้นักเรียน เข้าใจ ใจ ความของทฤษฎีเหล่านี้ และนำไปใช้ได้โดยไม่ ต้องจำว่าเป็นทฤษฎีที่ เท่าใด ฉะนั้นจึงจำไว้ เป็นหมวดหมู่ และ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวแนวการสอน
	ทฤษฎีที่ว่า ภัยการรุกรานมีความสัมพันธ์กับ ส่วนโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลาย วงที่เท่ากัน ทฤษฎีที่ว่า ภัยการรุกรานมีความสัมพันธ์กับ ส่วนโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลาย วงที่เท่ากัน ทฤษฎีที่ว่า ภัยการรุกรานมีความสัมพันธ์กับ ส่วนโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลาย วงที่เท่ากัน ทฤษฎีที่ว่า ภัยการรุกรานมีความสัมพันธ์กับ ส่วนโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลาย วงที่เท่ากัน	ใช้ใจความกลัยได้
โลกัส	โลกัส ๑. อธิบาย ความหมายของ โลกัส ชนิดของโลกัส ก. เส้นตรง ข. เส้นโค้ง ๒. โลกัสของทุกศูนย์ กลาง ของ วง กลมทั้งหลายที่ผ่านทุกที่กำหนด ๒ จุด นำ มาแก้ (๑) ข้อปัญหา การหาทุกศูนย์กลาง ของวงกลม เมื่อกำหนดส่วนโค้งส่วนหนึ่ง	

โลกัสชนิดเส้น
ตรงนำมาใช้ใน
การหาทุกศูนย์
กลางและหารแก้
ข้อปัญหาเกี่ยวกับ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
วงกลม	(๒) ข้อปัญหา แบ่งครึ่งส่วนโค้ง ส่วนหนึ่งที่กำหนดให้ (๓) ข้อปัญหา สร้างวงกลมผ่านจุด ที่กำหนดให้ ๓ จุด ที่ไม่ได้อยู่ในแนวเส้น ตรงเดียวกัน (๔) ข้อปัญหา สร้างวงกลมล้อม ประกอบรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (๕) ข้อปัญหา สร้างวงกลมล้อม ประกอบรูปหลายเหลี่ยมคานเท้า แบบฝึกหัดของข้อ ๒. รวมทั้ง ข้อ (๑) - (๕) ๓. โจทย์ของรูปที่ ๒ ของวงกลม ทั้งหลายที่สัมผัสเส้นตรงที่กำหนดให้ ๓ จุด ที่กำหนดให้ นำมาแก้เกี่ยวกับ (๑) ข้อปัญหา สร้างเส้นสัมผัสจาก ภายนอกไปยังวงกลมวงหนึ่งที่กำหนดให้ (๒) ข้อปัญหา สร้างเส้นสัมผัสร่วม ไปยังวงกลม ๒ วง ที่กำหนดให้ทั้งทางตรง และทางขวาง (Transverse) (เฉียง) แบบฝึกหัดของ (๑) และ (๒)	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอบ
	(๓) ข้อบัญญัติ สร้างชั้นจากภาค (ส่วน) ของวงกลม ให้มีมุมในชั้นจากภาค (ส่วน) ของวงกลมเท่ากับมุมที่กำหนดให้ (๔) ข้อบัญญัติ สร้างสามเหลี่ยม แนบในวงกลมที่กำหนดให้ โดยมีมุมทั้ง ๓ เท่ากับมุมของสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ มุม ที่มุม (๕) ข้อบัญญัติ สร้างสามเหลี่ยม ล้อมประกอบวงกลมที่กำหนดให้ โดยมีมุม ทั้ง ๓ เท่ากับมุมของสามเหลี่ยมที่กำหนด ให้ มุมที่มุม แบบฝึกหัดของ (๓) — (๕) (๖) ข้อบัญญัติ สร้างรูปเหลี่ยมด้าน เท่าแนบในวงกลม (๗) ข้อบัญญัติ สร้างรูปเหลี่ยมด้าน เท่าล้อม (ประกอบ) วงกลม แบบฝึกหัดของ (๖) — (๗) ๔. โจทย์ของ เรขาคณิตกลาง ของ วง กลมทั้งหลายที่สัมพันธ์ เส้นตรงที่ กำหนด ให้ ๒ เส้น ชนกัน ขนานกัน และที่ตัดกันเกี่ยวข้องกับ	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการอ่าน
ทบทวน	(๑) ข้อบัญญัติ สร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (Inscribed circle) (๒) ข้อบัญญัติ สร้างวงกลมแนบนอก รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (Escribed circle) (๓) ข้อบัญญัติ สร้างวงกลมแนบในรูปหลายเหลี่ยมคี่ด้านเท่า แบบฝึกหัดของ (๑) — (๓) ๕. โลโก้ของ รูปศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่มีสัมผัสวงกลม ณ จุดที่กำหนดให้ทั้งภายในและภายนอก ๖. โลโก้ของ รูปศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่มีรัศมียาวเท่าๆ กันที่กำหนดให้สัมผัสกันเส้นตรงที่กำหนดให้ แบบฝึกหัดเกี่ยวกับข้อ ๕, ๖. ให้แบบฝึกหัดทบทวนระคน ว่าด้วยโลโก้ชนิดเส้นตรงที่นำมาใช้ในการหา รูปศูนย์กลาง และการแก้ข้อบัญญัติเกี่ยวกับวงกลม ทำการสอบเอาคะแนนเกี่ยวกับหัวข้อนี้	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ทฤษฎีการ พบกันที่ทุก ๆ เี้ยว ของเส้น ตรง ใน รูปสามเหลี่ยม	๑. ทฤษฎี เส้นตั้งฉากที่ลากจากจุด กึ่งกลางของด้านหนึ่งถึงด้านของรูปสามเหลี่ยม จะพบกันที่ทุก ๆ เี้ยว ทุกคนเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงล้อม (Circum-centre) ๒. ทฤษฎี เส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสาม ของรูปสามเหลี่ยมจะพบกันที่ทุก ๆ เี้ยว ก. เส้นแบ่ง ครึ่ง มุม ภายใน ทั้ง สาม ของรูปสามเหลี่ยมจะพบกันที่ทุก ๆ เี้ยว ทุกคนเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงใน (In-centre) ข. เส้นแบ่งครึ่งมุมภายนอก ๒ มุมกับ เส้น แบ่ง ครึ่ง มุม ภายใน ที่เหลือ ของ รูป สามเหลี่ยม จะพบกันที่ทุก ๆ เี้ยว ทุกคนเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงนอก (Ex-centre) ๓. ทฤษฎี เส้นมัธยฐานทั้งสาม ของ รูปสามเหลี่ยม จะพบกันที่ทุก ๆ เี้ยว	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการอ่าน
	จุดศูนย์กลาง (Centroid) เป็นจุดแบ่งเส้นมีฐานออก ๓ ส่วนเท่า ๆ กัน ๔. ทฤษฎี เส้นตั้งฉากที่ลากจากมุมของทั้งสาม ของรูป สามเหลี่ยมไป ยัง ด้านตรงกันข้ามจะพบกันที่จุด ๆ เดียว จุดศูนย์กลาง จุด orthocentre (Orthocentre) สามเหลี่ยมที่เกิดจากจุดยอดของเส้นตั้งฉากทั้งสาม เรียกว่าสามเหลี่ยมพีคัล (Pedal) มีคุณสมบัติ ก. ด้านของสามเหลี่ยมพีคัล เอียงเป็นมุมเท่ากัน บนด้านของสามเหลี่ยมเดิม ข. เส้นตั้งฉากทั้งสาม เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุม Δ พีคัล ค. Δ พีคัลจะแบ่ง Δ เดิมออกทำให้เกิด Δ ๓ รูป มีมุมเท่ากัน ทุกมุมมุมเดิม แบบฝึกหัดของ ๑-๔	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
ว่าด้วยโลกทัศน์ เส้นโค้ง	๑. โลกทัศน์ของ จุดศูนย์กลาง (Orthocentre) ของสามเหลี่ยมทั้งหลายที่กำหนดฐานและขนาดของมุมยอด ๒. โลกทัศน์ของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมที่แนบ ในรูปสามเหลี่ยมทั้งหลายที่กำหนดฐาน และขนาดของมุมยอด ๓. โลกทัศน์ของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลาย ที่มีรัศมียาว เท่าที่กำหนด ให้สัมผัสสองวงกลมที่กำหนดให้วงหนึ่ง แบบฝึกหัดเกี่ยวกับโลกทัศน์เส้นโค้ง	
ว่าด้วย Simson's Line	ทฤษฎี จุดปลายเส้นตรงลากจากจุดหนึ่งบนเส้นรอบวงของ วงกลม ที่ ล้อม (ประกอบ) รูปสามเหลี่ยมไปยังด้านทั้งสามของ Δ นั้น จะอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เส้นตรงนั้นเรียกว่า Simson's Line หรือ Pedal Line แบบฝึกหัดเกี่ยวกับ Simson's Line	
ทฤษฎีว่าด้วยพื้นที่ รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส	อธิบายการแบ่ง เส้น ตรง ซี่ง ภายใน และภายนอกที่จุดใดจุดหนึ่ง	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
และสี่เหลี่ยม ผืน ผ้า เกือบ กี่ ส่วน แบ่งของเส้นตรง และข้อบัญญัติ	๑. ทฤษฎี เส้นตรง ๒ เส้น ถ้าแบ่ง เส้นหนึ่งออก เป็น ส่วน ๆ พนท [๕] ที่ ประกอบด้วยเส้นตรง ทั้งสองจะเท่ากับผลบวก ของพนท [๕] ที่ประกอบด้วยเส้นตรงที่ไม่ ถูกแบ่งกับส่วนแบ่งทั้งหลาย ๒. ทฤษฎี ถ้าแบ่งเส้นตรงเส้นหนึ่ง ภายในที่ใด ๆ หนึ่ง พนท [๖] บนเส้นตรง เส้นนั้นจะเท่ากับผลบวกของพนท [๖] บน ส่วนแบ่งทั้งสองรวมกับ ๒ เท่าของ พนท [๕] ที่ประกอบด้วยส่วนแบ่งทั้งสอง ๓. ทฤษฎี ถ้าแบ่งเส้นตรงเส้นหนึ่ง ภายนอกที่ใด ๆ หนึ่ง พนท [๖] บนเส้น ตรงเส้นนั้นจะเท่ากับผลบวกของพนท [๖] บนส่วนแบ่งทั้งสองหักออก ๒ เท่าของพนท [๕] ที่ประกอบด้วยส่วนแบ่งทั้งสอง ๔. ทฤษฎี ผลต่างของพนท [๖] บน เส้นตรง ๒ เส้น จะเท่ากับพนทสี่เหลี่ยม ผืนผ้าที่ประกอบด้วยผลบวกและผลต่าง ของ เส้นตรงทั้งสอง	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	๕. ทฤษฎี ถ้าแบ่งครึ่งเส้นตรงเส้นหนึ่งและแบ่งภายในหรือภายนอกอีกจุดหนึ่ง พนท [๕] ที่ประกอบด้วยซีกพหุภาคที่ไม่เท่ากัน จะเท่ากับผลต่างของพนท [๖] บนครึ่งหนึ่งของเส้นตรงนั้น และพนท [๖] บนส่วนที่อยู่ระหว่างจุดแบ่งทั้งสอง แบบฝึกหัดของ ๑ - ๕ ๖. ทฤษฎี ใน Δ มุมม้าน พนท [๖] บนด้านตรงข้ามมุมม้าน เท่ากับผลบวกของพนท [๖] บนด้านที่ประกอบมุมม้าน บวกกับ ๒ เท่าของพนท [๕] ที่ประกอบด้วยด้านหนึ่ง ซึ่งประกอบมุมม้านกับเงาตรงของอีกด้านหนึ่งบนด้านนั้น ๗. ทฤษฎี ใน Δ มุมแหลม พนท [๖] บนด้านตรงข้ามมุมแหลม เท่ากับผลบวกของพนท [๖] บนด้านที่ประกอบมุมแหลมหักออก ๒ เท่าของพนท [๕] ที่ประกอบด้วยด้านหนึ่ง ซึ่งประกอบมุมแหลมกับเงาตรงของอีกด้านหนึ่งบนด้านนั้น	อธิบายเรื่องพนท [๖] บนด้าน ตรง ข้าม มุม ฉากของ Δ มุมฉาก ด้วย แสดง ความ สัม- พันธ์ระหว่าง Δ มุม แหลม มุมฉาก และ มุมม้าน

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนบแนวการสอบ
	๘. ทฤษฎี ใน Δ ใดๆ ผลบวกของ ^๕ ^๕ ^๕ พนท ☐ ขนค่าน ๒ ค่าน เท่ากับ ๒ เท่า ^๕ ^๕ ^๕ พนท ☐ ขนเส้นมีชัยฐานที่ลากไปยังค่าน ^๕ ^๕ ^๕ ที่เหลือบวกกับ ๒ เท่าพนท ☐ ขนครึ่ง ^๕ ^๕ ^๕ หนึ่งของค่านที่เหลือ แบบฝึกหัดของ ๖ — ๘ ๙. ทฤษฎี คอรูป ๒ คอรูปตัดกัน ^๕ ^๕ ^๕ ภายในหรือภายนอกวงกลม พนท ☐ ที่ ^๕ ^๕ ^๕ ประกอบด้วยซีกจากภาคทั้งสองของคอรูปแต่ ^๕ ^๕ ^๕ ละเส้นเท่ากัน ๑๐. ทฤษฎี จากจุดหนึ่งภายนอก ^๕ ^๕ ^๕ วงกลม ถ้าลากเส้นสัมผัสไปยังวงกลม ^๕ ^๕ ^๕ และลากเส้นตรงไปตัดวงกลม พนท ☐ ^๕ ^๕ ^๕ ขนเส้นสัมผัสจะเท่ากับพนท ☐ ที่ประ- ^๕ ^๕ ^๕ กอบด้วยเส้นตรงเส้นนั้น กับส่วนที่ถูกตัด ^๕ ^๕ ^๕ ภายนอกวงกลม (รวมขตกด้วย) แบบฝึกหัดของ ๙ — ๑๐ ๑๑. ข้อบัญญัติ สร้าง ☐ ให้มี ^๕ ^๕ ^๕ ^๕ ^๕ ^๕ พนทเท่ากับพนท ☐ ที่กำหนดให้ ^๕ ^๕ ^๕ ^๕ ^๕ ^๕ อธิบายวิธีนำข้อบัญญัติไปใช้	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ว่า ค้วย ภาค คัก มีขีเย (Medial Section)	ก. ถอครากที่สงของควเลข ข. ถอคสมการพรอัมกัน (Simul- taneous equations) ค. สร้าง ๑ ใหิมพนทเทากบพนท รปเหลยมโคๆ ค้วย แบบผกหคของ ๑๑ ๑๒. ขอขญหา แบ่งเส้นตรงเส้น หนึ่ง ซึ่งจะทำให้พนท ๒ ที่ประกอบ ค้วยเส้นทงหมคกบส่วนแบ่งส่วนหนึ่งเทากบ พนท ๑ บนส่วนแบ่งอีกส่วนหนึ่ง อธิบายวขนำขอขญหาไปใใช้ในการถอค สมการกำลังที่สอง (Quadratic equation) แบบผกหคของ ๑๒ ๑๓. ขอขญหา สร้าง Δ หน้าว ใหิมุมฐานเป็น ๒ เทาของมุมบค แบบผกหคของ ๑๓ แบบผกหคระคนทบทวนก่อนสอบ	

ทบทวน

ตรีโกณมิติ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ความหมายของ ตรีโกณมิติ	๑. วิชาตรีโกณมิติว่าด้วยอะไร ๒. นิยามของมุมและความหมายของ มุมในวิชาตรีโกณมิติ 	อธิบาย ตรี—โกณ—มิติ ว่าด้วยรูปสามเหลี่ยม ประกอบด้วยด้าน ๓ ด้าน มุม ๓ มุม และ พื้นที่สามเหลี่ยม อักษรที่ใช้แทนความ ยาว ของ ด้าน ใช้ ตัว เล็กเช่น a, b, c ฯลฯ อักษรที่ใช้แทนมุมใช้ อักษรตัวใหญ่ เช่น A, B, C. ฯลฯ หรือ อักษรกรีกเช่น α, β, γ เป็นต้น
มาตราวัดมุม	๑. มุมฉากเป็นหน่วยวัด มาตราวัดมุมมี ก. Sexagesimal Measure ข. Centesimal Measure ค. Circular or Radian Measure	๑. มุมฉาก เป็น มุม คงที่ จึงใช้เป็น หน่วย วัดมุม ๒. อธิบายให้เห็นว่า ทุกมาตราเป็นอย่างไร

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำวิธีการสอน
ความสัมพันธ์ระหว่างมาตราทั้งสาม	๑. เปลี่ยนมาตรา Sexagesimal เป็น Centesimal Measure ๒. เปลี่ยน Centesimal Measure เป็น Sexagesimal Measure ตัวอย่างและแบบฝึกหัดของ ๑ และ ๒ ๓. เปลี่ยนจาก Sexagesimal Measure เป็น Radian Measure ๔. เปลี่ยนจาก Radian Measure เป็น Sexagesimal Measure ตัวอย่างและแบบฝึกหัดของ ๓ และ ๔ ๕. เปลี่ยนจาก Centesimal Measure เป็น Radian Measure ๖. เปลี่ยนจาก Radian Measure เป็น Centesimal Measure ๗. เปลี่ยนจากมาตราหนึ่งไปหา ๒ มาตราในแบบฝึกหัดเดียวกัน ตัวอย่างและแบบฝึกหัดของ ๕ ๖ ๗ ๑. ความหมายของอัตราส่วนทั่วไป	แบ่งอย่างไร ๓. อธิบายความหมาย ๑. วาเคียน ๔. ความสัมพันธ์ระหว่างวาเคียนและมุมฉาก วิธี เปลี่ยน มม จาก มาตราหนึ่ง เป็น อีก มาตราหนึ่งควร และ ให้นักเรียนทอนขึ้นไปหาหน่วยร่วมคือมุมฉากแทนที่จะใช้สูตร

อัตรา ส่วน ของ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ก้านใน ตรีโกณ- มิติ (Trigono- metrical Ratios) และ Trigono- metrical Func- tions	๒. อัตราส่วนของก้านทั้งสามใน Δ มุมฉากมี ๖ อัตราส่วน ซึ่งมีชื่อต่างกัน ๓. ผลของอัตราส่วนไม่เปลี่ยนแปลง แม้ก้านจะเปลี่ยนไป ถ้ามุมคงเดิม ๔. อัตราส่วนเปลี่ยนไป เมื่อมุมใน สามเหลี่ยมเปลี่ยนเป็นเหตุให้ $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$, $\cot A$, $\sec A$, $\csc A$ เป็น Trigono- metrical Functions ของมุม A ๕. ความหมายของ Functions ทั่วๆ ไป ๖. แยกเป็น Main Functions และ Co-Functions ๗. Vers A และ Co-Vers A ๘. ความสัมพันธ์ของก้านที่ออกผล เป็น $\sin A$, $\cos A$. ไม่มีค่าเกิน ๑ และ $\sec A$, $\csc A$. มีค่าไม่ต่ำกว่า ๑ แบบฝึกหัด หาค่าของตรีโกณมิติ เรโซ ทั้ง ๖ โดยการวัดจากรูปที่กำหนดความยาว ของก้านให้	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ความสัมพันธ์- ระหว่างตรีโกณมิติ ฟังก์ชันต่าง ๆ	๑. $\sin A \times \operatorname{cosec} A = 1$ ๒. $\cos A \times \sec A = 1$ ๓. $\tan A \times \cot A = 1$ ๔. $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ ๕. $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$ ๖. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ ๗. $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$ ๘. $\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$	แนะแนวให้นักเรียน พิสูจน์และนักเรียนจำ
Identities ง่าย ๆ ที่ เอา สูตร สม- พันธ์ของตรีโกณ มิติฟังก์ชันไปใช้	๑. พิสูจน์โดยใช้สูตร ๘ ข้อน ใน ช.ม. ที่แล้ว ๒ ตัวอย่าง ให้แยกผลบวกของ สูตรตรีโกณมิติฟังก์ชันที่สัมพันธ์กัน ๒. พิสูจน์โดยใช้ identities ที่ยากกว่า ข้อ ๑ เป็นตัวอย่าง ๓ ตัวอย่าง แล้วให้แยก ผลบวก ๓. เปลี่ยนฟังก์ชันอื่น ๕ ฟังก์ชัน เป็น เทอมของฟังก์ชันหนึ่ง ๆ เช่น เปลี่ยน $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ เป็นเทอมของ $\cot A$ เป็นต้น ๔. กำหนดค่าของอัตราส่วน ใน ตรี- โกณมิติ หนึ่ง ให้หาอัตราส่วนอื่น ทั้งจากรูป	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการอ่าน																
Trigonometrical Ratios ของมุม $45^{\circ}, 60^{\circ}, 30^{\circ}$ (๑ ช.ม.)	และจากสูตรสัมพันธ์ของ อัตราส่วน ทั้ง ๖ ตัวอย่าง และแบบฝึกหัด ๑. หาค่าของ $\sin 45^{\circ}$ จนถึง cosec 45° เทียบกับ $\sin \frac{\pi}{4}$ ถึง cosec $\frac{\pi}{4}$ ๒. หาค่าของ $\sin 60^{\circ}$ ถึง cosec 60° เทียบกับ $\sin \frac{\pi}{3}$ ถึง cosec $\frac{\pi}{3}$ ๓. หาค่าของ $\sin 30^{\circ}$ ถึง cosec 30° เทียบกับ $\sin \frac{\pi}{6}$ ถึง cosec $\frac{\pi}{6}$ ๔. โจทย์ตัวอย่างที่ใช้ค้นหาได้ ๕. แบบฝึกหัด	๑. การหาค่าจาก รูป ๒. เมื่อครบทุกค่าแล้ว ให้นักเรียนทำตาราง เกี่ยวกับค่า ดังนี้ <table><tr><th>Functions of A</th><th>30°</th><th>45°</th><th>60°</th></tr><tr><td>sin</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>cos</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>tan</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> ให้นักเรียนหาค่าของ ๓ ฟังก์ชัน ส่วน cotangent, secant และ cosecant นั้นเป็นส่วนกลับของ ๓ ฟังก์ชันบน สมมติ $A = 60^{\circ}$ or $A = 30^{\circ}$ เทียบกับค่าที่ได้ตารางไว้	Functions of A	30°	45°	60°	sin				cos				tan			
Functions of A	30°	45°	60°															
sin																		
cos																		
tan																		
Trigonometrical Ratios Trigonometrical Functions ของมุม ประกอบ ๑ มุมฉาก	๑. ฟังก์ชันของมุม $90^{\circ} - A$ or $\frac{\pi}{2} - A$ สัมพันธ์กับฟังก์ชันของมุม A (เอกลักษณ์) ๒. พิสูจน์ identities เกี่ยวกับฟังก์ชันของมุมประกอบ ๑ มุมฉาก																	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
(๑ ช.ม.) การ เบิก ตาราง ค่า ของ ฟังก์ชัน ของมุมต่าง ๆ	๓. แยกผลหัก ๑. ค่าของ $\sin A$ เมื่อ A มีค่าต่าง ๆ ๒. ค่าของ $\cos A$ เมื่อ A มีค่าต่าง ๆ ๓. ค่าของ $\tan A$ เมื่อ A มีค่าต่าง ๆ	ชี้ให้เห็น ความ แยก ต่างของ $\cos A$ ที่ผิดไป จาก $\sin A$ และ $\tan A$
(๑ ช.ม.) แก้สมการ อย่าง ง่าย (๑ ช.ม.)	กันไป หาค่าของมุม A หรือ θ จากสมการที่ กำหนด โดยไม่ใช้เบ็ดเตล็ดตารางค่าและใช้เบ็ด เตล็ดตารางควบกันไป ทำตัวอย่างและให้แยก ผลหัก	คือเมื่อมุม A มีค่า มากขึ้น $\cos A$ มีค่า ลดลง ส่วน $\sin A$ กับ $\tan A$ มีค่ามากขึ้น ตามมุม
โจทย์ทบทวน (๑ ช.ม.)	๑. ให้โจทย์ทบทวนทั่ว ๆ ไป ๒. โจทย์ทบทวน เกี่ยวกับ มุม ที่ รุก ศูนย์กลางของวงกลม ๓. โจทย์ทบทวนเกี่ยวกับ identities ต่าง ๆ	
รูป สาม เหลี่ยม มุมฉาก (๑ ช.ม.)	แก้รูป สามเหลี่ยม มุมฉาก เมื่อ โจทย์ กำหนด ๑. ความยาวของ ๒ ด้าน ต้องหามุม อีก ๒ มุม และด้านอีก ๑ ด้าน ๒. ความยาวของด้าน ๑ ด้าน และ มุมอีกมุมหนึ่ง	อธิบายรูปสามเหลี่ยม มี ๓ ด้าน และ ๓ มุม รวมเป็น ๖ ส่วน จะแก้ สามเหลี่ยมหมายถึง หาส่วนต่าง ๆ ทั้ง ๖ ให้ครบ จะต้องทราบ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
รูปสามเหลี่ยมมุม ไม่เป็นมุมฉาก	ตัวอย่างและแบบฝึกหัด แก้สามเหลี่ยมทั่วไป โดยใช้สัมพันธ กับเส้นที่ลากจากมุม มุมหนึ่งมาตั้งฉาก กับ ด้านตรงข้าม	มา ๓ ส่วนก่อนทุกครั้ง
โจทย์ว่าหามุม เงย (Angle of Elevation) และ มุมก้ม (Angle of Depression)	ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๑. อธิบายความหมายของมุมเงย ๒. อธิบายความหมายของมุมก้ม ๓. โจทย์เกี่ยวกับ มุมเงย และมุมก้ม โดยคิดจากจุดบนพื้นดิน ๔. โจทย์ และแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับ มุมเงยและมุมก้ม โดยคิดจากระยะที่มอง สูงจากพื้นดิน	ทุกครั้ง ต้อง คัด จาก เส้น ระดัปี หรือ เส้น เพียงตา
ทิศ	๑. ทิศทั้ง ๔ และ Cardinal Pts. ๒. ทิศทั้ง ๘ ๓. แยกเป็น ๓๒ ทิศ โจทย์ และแบบฝึกหัดเกี่ยวกับเรขาคณิต	อธิบายชื่อทิศย่อยเกิด จาก ชื่อทิศใหญ่ ผสม กันอย่างไร อธิบายทิศซึ่งนอกไป จาก ๓๒ ทิศ เช่น S 33 $\frac{3}{4}$ W 33 $\frac{3}{4}$ S เป็นต้น

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การพิจารณาเครื่องหมายและขนาดของค่าของฟังก์ชันของมุมๆหนึ่งเมื่อมุมแปรขนาดหมุนไปรอบๆศูนย์กลางของวงกลม	๑. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ $\sin A$ เมื่อ A แปรค่าไปตาม Quadrant ที่ ๔ ๒. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ $\cos A$ เมื่อ A แปรค่าไปตาม Quadrant ที่ ๔ ๓. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ $\tan A$ เมื่อ A แปรค่าไปตาม Quadrant ที่ ๔ ๔. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ $\cot A$ สัมพันธ์กับ $\tan A$ ๕. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ $\sec A$ สัมพันธ์กับ $\cos A$ ๖. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ $\csc A$ สัมพันธ์กับ $\sin A$ ๗. หาค่าของทุกฟังก์ชัน เมื่อมุม $A = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$	ทำตัวอย่างข้อ ๑ ให้นักเรียนทำข้อ ๒ และ ๓ เอง เนื่องจาก $\cot A = \frac{1}{\tan A}$ ให้ นักเรียน เปรียบเทียบด้วยตนเอง
Circular Functions	๑. Circular Functions ขอบ $(180^\circ - A)$ หรือ $(\pi - A)$ ๒. Circular Functions ขอบ $(180^\circ + A)$ หรือ $(\pi + A)$ ๓. Circular Functions ขอบ $(90^\circ + A)$ หรือ $(\frac{\pi}{2} + A)$	๑. อธิบายข้อ ๑ ให้ นักเรียนทำ ๒ ๓ ๔ เอง ๒. ข้าง ความสัมพันธ์ของ sine cosine tangent

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การหาค่าของฟังก์ชันของมุมต่าง ๆ ซึ่งเกิน 360° หรือน้อยกว่า -360° ฟังก์ชันของมุมประกอบ	๔. Circular Functions ของมุม $-A$ หรือ $n(360^\circ - A)$ ๕. เทียบ Circular Functions ของมุม $(90^\circ - A)$ จากที่เรียนมาแล้ว เปรียบฟังก์ชันของมุมประกอบมุมฉาก ๑. มุม + เช่น $\cos 480^\circ$ ๒. มุม - เช่น $\sin (-660^\circ)$ ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๑. อธิบายความหมายของมุมประกอบ ๒. ให้รู้และเข้าใจวิธีหาค่าของฟังก์ชันต่อไป $\sin(A+B)$ และ $\cos(A+B)$ การรูป (โคไซน์เรขาคณิต) $\tan(A+B) = \frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)}$ ฟังก์ชันของ $\sin 75^\circ \cos 75^\circ$ $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$	cotangent secant cosecant ของมุมประกอบด้วย 2 มุมฉากทั้งเครื่องหมายและค่า เมื่อ อธิบาย ฟังก์ชันของ $(A+B)$ แล้ว อธิบายหลักของการลากเส้นเพื่อการพิสูจน์โยงถึงมุม $(A-B)$ แล้วให้นักเรียนไปพิสูจน์หาเอง เมื่อเรียนถึงข้อ ๕ แล้วให้นักเรียนกำหนดารางใส่ค่าของ Functions ของมุม

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน																																								
ฟังก์ชันของ มุมพหุคูณ Functions of 2 A	ตัวอย่าง และแบบฝึกหัดเกี่ยวกับฟังก์ชัน ของ Compound Angles (มุมเชิงประกอบ)	ต่อไปนี้เป็น <table><tr><th>For A</th><th>0°</th><th>15°</th><th>30°</th><th>45°</th><th>60°</th><th>75°</th><th>90°</th><th>180°</th><th>270°</th></tr><tr><td>sin</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{\sqrt{2}}$</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$</td><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr><tr><td>cos</td><td>1</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td><td>$\frac{1}{\sqrt{2}}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$</td><td>0</td><td>-1</td><td>0</td></tr><tr><td>tan</td><td>0</td><td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td><td>1</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>0</td><td>$-\sqrt{3}$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	For A	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	180°	270°	sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	1	0	-1	cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	0	-1	0	tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	0	$-\sqrt{3}$	-1	0	1
	For A	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	180°	270°																																
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$	1	0	-1																																	
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$	0	-1	0																																	
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	0	$-\sqrt{3}$	-1	0	1																																	
ฟังก์ชันของ มุมพหุคูณ Functions of 2 A	ให้เข้าใจและจำสูตรของฟังก์ชันต่อไปนี้ ๑. $\sin 2A$ ๒. $\cos 2A$ ๓. $\tan 2A$ ๔. $\cot 2A$ ๕. $\frac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A} = \tan^2 A$ ๖. $\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1+\tan^2 A}$ ๗. $\cos 2A = \frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$ ให้ตัวอย่างและแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับ สูตรต่าง ๆ ทั้ง ๗ นี้ ให้เข้าใจและจำสูตรของฟังก์ชันต่อไปนี้ ๑. $\sin 3A, \cos 3A, \tan 3A, \cot 3A$ ให้รู้วิธีการหาของฟังก์ชันต่อไปนี้	พิสูจน์สูตร 1-7 โดย อาศัย สูตร ของ มุม (A+B) เท่านั้น 																																								

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
โจทย์ทบทวน รวม ๓๐ ช.ม.	๒. $\sin 18^\circ, \cos 18^\circ, \cos 72^\circ, \sin 72^\circ,$ $\sin 36^\circ, \cos 36^\circ, \sin 54^\circ, \cos 54^\circ,$ ทวิคูณ และแบบฝึกหัด เกี่ยวกับ $3A$ และฟังก์ชันของมุมต่างๆ  รวมหน่วย ๑๐ หน่วย	หา $\tan 3A$ และ $\cot 3A$ เองโดยอาศัยสูตรของ มุม $(A+B)$ และมุม $2A$ ๒. เมื่อหาข้อ ๒ แล้ว ให้นักเรียน ทำตาราง ฟังก์ชันของมุมต่างๆ ตั้งแต่ $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ,$ $45^\circ, 60^\circ, 75^\circ,$ $90^\circ, 105^\circ, 120^\circ,$ $135^\circ, 150^\circ,$ $165^\circ, 180^\circ.$

คณิตศาสตร์ ๑ ข.

คณิตศาสตร์ ๑ ข. แบ่งเป็น ๒ แขนง แบ่งเวลากันดังนี้

พืชคณิต ใช้เวลาทั้งสิ้นประมาณ ๙๐ ชั่วโมง

เรขาคณิต " " ๖๐ "

ในการจัดการวางสอน จึงขอให้เวลาแก่ พืชคณิต สัปดาห์ละ ๓ ชั่วโมง
เรขาคณิต สัปดาห์ละ ๒ ชั่วโมง เวลาที่มีสอนได้ตลอดปีนั้นคำนวณอย่างต่ำที่สุด
ว่าจะมีได้ไม่น้อยกว่า ๑๕๐ ชั่วโมง ในทางปฏิบัติจริง ๆ จะมีเวลาเหลือสำหรับการ
ทบทวนบ้างตามสมควร

การแบ่งเป็นหน่วยนั้นถือความสัมพันธ์กันในส่วนเนื้อเรื่องเป็นสำคัญ หน่วย
หนึ่ง ๆ อาจต้องการเวลามากน้อยแตกต่างกัน เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะกำหนดเขา
เองว่าจะควรใช้เวลาแก่หน่วยไหนเพียงใด ทั้งนี้ภายในขอบเขตของเวลาที่มอบให้ทั้งหมด
สำหรับแขนงนั้น

คณิตศาสตร์ ๑ ข.

พีชคณิต

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
กราฟเส้นตรง	๑. อธิบาย การหา ตำแหน่ง ของ จุด โดยการลากเส้นตั้งฉากจากแกน (axes) ๒. จุดต้นกำเนิด (origin) quadrants เครื่องหมายของเส้นใน Quadrants ๓. Co-ordinates ของจุด ๔. ความหมาย ของตัว เปลี่ยน แปร (Variables) ๕. ความหมายของ Functions ๖. Notation ของ Functions ๗. กราฟของ Functions ตัวอย่างกราฟของ Functions และแบบฝึกหัด ๘. ตัวอย่างกราฟของ $y=x+c$ หลายๆ ค่าของ c ๙. แบบฝึกหัดให้นักเรียนเขียนกราฟของ $y=x+c$ สมมติค่า c หลายๆ ค่า	อธิบาย Co-ordinates ของจุดกำเนิด (0.0) ๑. $y=0$ เป็น axis ของ x $x=0$ เป็น axis ของ y ๒. กราฟของหลายๆ จุดที่มี abscissa เดียวกันเป็นเส้นตรงขนานกับแกน y ๓. กราฟของหลายๆ จุดที่มี ordinate เดียวกันเป็นเส้นตรงขนานกับ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการสอน
กราฟพาราโบลา (Parabola) และ วงกลม (Circle)	๑๐. อธิบายความลาด (Slope) และ gradient ของเส้น โดยวิธีให้เห็นจากที่ทำ ตัวอย่างในข้อ ๙ และข้อ ๑๐	แกน x ๔. วิจำรงรูปและวาง แกนให้เหมาะเสม
	๑๑. อธิบาย $y = ax + b$ Slope ของ $y = ax + b$ เหมือน Slope ของ $y = ax$ ทุกค่าของ a และ b	๕. การให้โจทย์ให้ เป็นโจทย์ง่าย ๆ ไม่ พลิกแพลง เกียวกับ เส้นทาง แข่งขัน ค่า จ้างแรงงาน หรือ เหตุการณ์ประจำวัน เป็นต้น
	๑๒. กราฟในอักษ scale บนแกน x และ y ต่างกัน ตัวอย่างแบบฝึกหัด	
	๑๓. โจทย์ที่แก้สมการโดยวิธีกราฟ ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
	๑๔. โจทย์ตัวอย่าง และแบบ ฝึกหัด ที่แก้โดยวิธีกราฟเส้นตรง	
	๑. ฟังก์ชันกำลังที่สอง (Quadratic Function)	
	๒. รูป ของ ฟังก์ชัน กำลัง ที่ สอง (Standard form of Quadratic Function)	
	๓. เขียน กราฟ ของ (Quadratic Function)	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
อนุกรมก้าวหน้า เลขคณิต (Arithmetic Progression)	๔. อธิบาย Turning Pts. ค่าสูงสุด ต่ำสุด ๕. แบบฝึกหัดที่เกี่ยวข้องกับการ กำลังที่สอง ๑. อธิบายอนุกรมก้าวหน้าเลขคณิต (A.P.) ๒. ความแตกต่างร่วม (Common difference) ๓. รูปของอนุกรมก้าวหน้าเลขคณิต (Standard form) ๔. สูตรการหาเทอมที่ n. (เมื่อ n มี ค่าหลาย ๆ ค่า) หาเทอมต้น เทอมท้าย ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๕. มัชฌิมเลขคณิต (Arithmetic Mean) เทอมเกี่ยวและหลายเทอม ๖. การหาสูตรผลบวกของ n เทอม ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	ให้แบบฝึกหัดที่ใช้สูตร
อนุกรมก้าวหน้า เรขาคณิต (Geometric)	๑. ให้รู้จักรูปของ อนุกรม ก้าว หน้า เรขาคณิต กับแบบมาตรฐาน (Standard form)	แนะนำ การ คำนวณ จากโจทย์ ที่มี จำนวน เทอมเป็นค่าที่

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
Progression)	๒. วิชาอัตราส่วนร่วม (Common ratio) และมีซิมเรขาคณิต (Geometric Mean) ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๓. หาสูตรผลบวกของ n. เทอมแบบฝึกหัด ๔. หาสูตรผลบวกอนันต์ (Sum to infinity) แบบฝึกหัด	ให้สังเกตเครื่องหมายอนันต์ (∞) กับเครื่องหมาย $\propto$ ซึ่งจะเรียนต่อไป
ทฤษฎีเลขชี้กำลัง (The Theory of Indices)	๕. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดหาคำตอบ ๑. การคูณเลขชี้กำลังที่มีตัวคูณ การหารเลขชี้กำลังที่มีตัวคูณ การยกกำลังเลขชี้กำลังที่มีตัวคูณ การยกกำลังเลขชี้กำลังที่มีเศษส่วนรวม ทั้งกำลังศูนย์และกำลังติดลบ การบวกและลบ การคูณและหาร การหากรณฑ์ที่สอง การแยกตัวประกอบ ตัวอย่างและแบบฝึกหัดหาคำตอบ	เมื่อ ๒๖ ทฤษฎี เลขชี้กำลังแล้วควรทบทวนก่อนเรียนเรื่องเลขยกกำลังต่อไป

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
เสิร์ค (Surds)	๑. ลักษณะของเสิร์ค ๒. ความหมายของ rational และ irrational quantities ๓. ความหมายของคำ entire surds กับ like surds และ unlike surds การเปลี่ยนเสิร์คให้อยู่ในลำดับเสิร์คกำลังเดียวกัน และเปรียบเทียบกัน ๔. การบวกและลบเลขเสิร์ค ๕. การคูณเลขเสิร์คที่กำลังเดียวกัน ๖. การหารเลขเสิร์คกำลังเดียวกัน ๗. การคูณเลขเสิร์คที่กำลังต่างกัน ๘. การหารเลขเสิร์คกำลังต่างกัน ๙. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	เลข rational เขียนให้อยู่ใน form ของ Surd ได้
ชนิดของเสิร์ค	๑. เสิร์คเชิงประกอบ (Compound Surds) ๒. เสิร์คสังยุค (Conjugate Surds) คืออะไร	
ทฤษฎีเสิร์คกำลังที่สอง	๑. เสิร์คกำลังที่สองจำนวนใดๆ จะเท่ากับเลขจำนวนลงตัว กับผลบวก หรือ ผล	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
(Some Properties of quadratic Surds).	ทางของเสืรก็อกจำนวนหนึ่งไมไ้ เช่น $\sqrt{n} \neq a + \sqrt{m}$ ๒. เลข ๒ จำนวนทางก็ประกอบคัวยเสืรคัและจำนวนลงคัว เมื่อมาเทียบเท่ากันแล้จำนวนลงคัวยอมเท่ากับจำนวนลงคัวเสืรคัยอมเท่ากับเสืรคั เช่น $x + \sqrt{y} = a + \sqrt{b}$ $x = a$ $y = b$ ๓. ถ้า $\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ แล้ $\sqrt{a-\sqrt{b}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ ๔. หากรณคัที่สองของทวินาม เสืรคักำลังที่สอง (Square root of bionomial Quadratic Surds) ๑. ใช้ Some properties of Quadratic Surds ขั ๓ ๒. คัวยการแยกแฟคเตอรื ๓. คัวยการใช้สูตร ๑. ลักษณะของลอกการทิม	ในข้อ ๑ ให้ยั้งการสมมติ คัว อักษร และเครื่องหมายในวิหการณคัที่สอง ห้กัให้นักรียนหา

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
Logarithm	๒. อธิบาย Characteristic และ Mantissa ในค่าของลอการิทึม ๓. ให้รู้สูตรต่าง ๆ ของลอการิทึมต่อไปนี ซึ่งอยู่บนฐาน ๑๐ (Common Logarithm) ๑. $\log 1 = 0$ ๒. ลอการิทึมของจำนวนที่มากกว่า ๑ ขึ้นไป ๓. ลอการิทึมของจำนวนที่น้อยกว่า ๑ ๔. ลอการิทึมของจำนวนที่เท่ากับ ๑ ๕. กฎต่าง ๆ ของลอการิทึม ๑. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ ๒. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ ๓. $\log_a (M)^p = p \log_a M$ ๔. $\log_a (M)^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r} \log_a M$ ๕. ให้รู้จักตารางลอการิทึม ๖. แบบฝึกหัด บวก ลบ และคูณ คูณหารต่าง ๆ โดยใช้ลอการิทึม	จำนวนเลข ค่าของ ลอการิทึม และฐาน จาก ความ เข้าใจ ใน จำกัความ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
อัตราส่วน (Ratio)	๑. บทนิยาม (Definition) ของอัตราส่วน ๒. อธิบายความหมายของอัตราส่วน เชิงประกอบ (Compounded Ratio) อัตราส่วนทวีคูณ (Duplicate ratio) และ triplicate ratio ๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๔. การพิสูจน์ คุณสมบัติ ของ อัตราส่วนที่เท่ากัน เช่น ถ้า $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ แล้ว ทุกอัตราส่วนนั้นย่อมเท่ากับ $\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}$ ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๕. การพิสูจน์ คุณสมบัติ ของ อัตราส่วนที่ไม่เท่ากัน เช่น ถ้า $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d} \neq \frac{e}{f} \dots$ ไม่เท่ากันแล้ว $\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}$ ย่อมมีค่าอยู่ในระหว่างอัตราส่วนที่มีค่ามากที่สุดกับน้อยที่สุด ๖. อธิบายกฎการคูณไขว้ (Rule of cross Multiplication) ๗. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	ให้ แบบ ฝึก หัด แก่ สมัครโดยใช้กฎการคูณไขว้
สัดส่วน	๑. บทนิยาม (Definition)	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	๒. อธิบาย ความหมาย ของ จำนวนปลาย (extremes) และจำนวนกลาง (means) ของสัดส่วน ๓. อธิบายทฤษฎีบทนำของสัดส่วน ๔. การแก้สมการ โดยการใช้อยุทธวิธีของสัดส่วน ๕. ตัวอย่างระคนของอัตราส่วนและสัดส่วน (Miscellaneous examples on ratio and proportion) แบบฝึกหัด	ให้นักเรียน สังเกตสมการซึ่งแก้ได้ โดยการอาศัยทฤษฎีของ สัดส่วน
การแปรผัน (Variation)	๑. อธิบายการแปรผันตรง (Direct Variation) และตัวอย่าง ๒. อธิบายการแปรผกผัน (Inverse Variation) และตัวอย่าง ๓. แบบฝึกหัด ๔. การแปรผันเกี่ยวเนื่อง (Joint Variation) และตัวอย่าง ๕. แบบฝึกหัด	ให้นักเรียน สังเกตสมการซึ่งแก้ได้ โดยการอาศัยทฤษฎีของ สัดส่วน
ทบทวน	ทบทวนเรื่องต่างๆ ที่เรียนมาเพื่อเตรียมตัวสอบ	ควรหาโจทย์ในแบบฝึกหัดระคนให้ทำบ้าง

เรขาคณิต

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
ทบทวน ความรู้ เดิม	๑. ทบทวน ความหมาย เกี่ยวกับ จุด ศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง เส้นรอบวง การหาความยาวของเส้นรอบวงทึง ใช้เส้นสูตร การหาพื้นที่ของวงกลม ความหมายของเส้นโค้ง กอรัฏ . เส้นสัมผัส มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมที่เส้นรอบวง มุมในซัดฉาก (ส่วน) ของวงกลม (Segment of a circle) สามเหลี่ยมฐานโค้ง (Sector) การหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมฐานโค้ง การหาพื้นที่ของซัดฉาก (ส่วน) ของวงกลม ความหมายของ วงกลม ที่มี ศูนย์กลางร่วมกัน (Concentric Cicles) ๒. ทบทวน ความ สัมพันธ์ ของ ส่วนต่าง ๆ ในข้อ ๑ ตามทฤษฎีที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว เช่น ทฤษฎีที่ว่าด้วยจุดศูนย์กลางมีความสัมพันธ์กับคอรัฏ ว่าด้วยมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมที่เส้นรอบวง	ให้นักเรียนเข้าใจ ใจ ความของทฤษฎีเหล่านี้ และนำไปใช้ได้โดย ไม่ ต้อง จำว่า เป็น ทฤษฎีที่เท่าใด ฉะนั้น

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	ทฤษฎีที่ว่าด้วยคอรัมีมีความสัมพันธ์กับส่วนโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลายวงที่เท่ากัน ทฤษฎีที่ว่าด้วยมุมมีความสัมพันธ์กับเส้นโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลายวงที่เท่ากัน ทฤษฎีที่ว่าด้วยเส้นสัมผัสมีความสัมพันธ์กับรัศมี และครอบคลุมว่าด้วยความยาวของเส้นสัมผัสที่ลากจากจุดภายนอกไปยังวงกลม ทฤษฎีที่ว่าด้วยวงกลมสัมผัสกัน	จึงจัดไว้เป็นหมวดหมู่และใช้ใจความกลับได้
โลกัส	๑. อธิบายความหมายของโลกัสชนิดของโลกัส ก. เส้นตรง ข. เส้นโค้ง	
โลกัสเส้นตรง ที่นำมาใช้ ในการหาจุดศูนย์กลาง และการ แก้วข้อบัญญัติ เกี่ยวกับวงกลม	๒. โลกัสของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่ผ่านจุดที่กำหนด ๒ จุด ซึ่งนำมาแก้ (๑) ข้อปัญหา การหาจุดศูนย์กลางของวงกลม เมื่อกำหนดส่วนโค้ง ๒ ส่วนหนึ่ง (๒) ข้อปัญหา แบ่งครึ่งส่วนโค้งส่วนหนึ่งที่กำหนดให้	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวแนวการสอน
	(๓) ข้อปัญหา สร้างวงกลมผ่านจุดที่กำหนดให้ ๓ จุด ที่ไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน (๔) ข้อปัญหา สร้างวงกลมล้อมประกอบรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (๕) ข้อปัญหา สร้างวงกลมล้อมประกอบรูปหลายเหลี่ยมคี่ด้านเท่า แบบฝึกหัดของ (๑) — (๕) ๓. โดกซ์ของจุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่สัมผัสเส้นตรงที่กำหนดให้ ณ จุดที่กำหนดให้ นำมาแก้เกี่ยวกับ (๑) ข้อปัญหา สร้างเส้นสัมผัสจากจุดภายนอกไปยังวงกลมวงหนึ่งที่กำหนดให้ (๒) ข้อปัญหา สร้างเส้นสัมผัสร่วมไปยังวงกลม ๒ วงที่กำหนดให้ ทั้งทางตรงและทางเฉียงหรือทางขวาง (Transverse) แบบฝึกหัดของ (๑) — (๒) (๓) ข้อปัญหา สร้างสัมผัสจาก (ส่วน) ของวงกลมให้สัมผัสในสัมผัสจาก (ส่วน) ของวงกลมเท่ากับมุมที่กำหนดให้	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	(๔) ข้อบัญญัติ สร้างสามเหลี่ยม แนยในวงกลมที่กำหนดให้ โดยมีมุมทั้ง ๓ เท่ากับมุมของสามเหลี่ยมที่ กำหนดให้ มุมต่อมุม (๕) ข้อบัญญัติ สร้างสามเหลี่ยม ล้อมประกอบวงกลมที่กำหนดให้ โดยมีมุม ทั้ง ๓ มุม เท่ากับ มุม ของ สามเหลี่ยม ที่ กำหนดให้ มุมต่อมุม แบบฝึกหัดของ (๓) — (๕) (๖) ข้อบัญญัติ สร้างรูปเหลี่ยมด้าน เท่าแนยในวงกลม (๗) ข้อบัญญัติ สร้างรูปเหลี่ยมด้าน เท่าล้อมประกอบวงกลม แบบฝึกหัดของ (๖) — (๗) ๔. โลกัศของจุดศูนย์กลาง ของ วง กลมทั้งหลายที่สัมผัสเส้นตรง ที่กำหนดให้ ๒ เส้น ชนกันขนานกัน และที่ตัดกัน เกี่ยวกับ (๑) ข้อบัญญัติ สร้างวงกลมแนย ในสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (Inscribed Circle)	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ทฤษฎีว่าด้วยการ พบกันที่ทุกๆ เคี้ยว ของเส้นตรง ใน รูป Δ	(๒) ข้อปัญหา สร้างวงกลมแนบนอกสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (Escribed Circle)	
	(๓) ข้อปัญหา สร้างวงกลมแนบในรูปหลายเหลี่ยมคี่ด้านเท่า แบบฝึกหัดของ (๑) — (๓)	
	๕. โลกัส ของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่มีสัมผัสวงกลมใด ๆ ที่กำหนดให้ ทั้งภายในและภายนอก	
	๖. โลกัส ของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่มีรัศมียาวเท่าๆ กันที่กำหนดให้สัมผัสกับเส้นตรงที่กำหนดให้	
	แบบฝึกหัดเกี่ยวกับ ๕ และ ๖ ๑. ทฤษฎี เส้นตั้งฉากที่ลากจากจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมจะพบกันที่ทุกๆ เคี้ยว จุดนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงล้อม (Circum Centre) ๒. ทฤษฎี เส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม จะพบกันที่ทุกๆ เคี้ยว	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	ก. เส้นแบ่งครึ่งมุม ภายในทั้งสาม ของรูปสามเหลี่ยม จะพบกันที่จุดๆ เดียว จุดนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงใน (In-centre) ข. เส้นแบ่งครึ่งมุมภายนอก ๒ มุม กับเส้นแบ่งครึ่งมุมภายในที่เหลือ ของรูป สามเหลี่ยม จะพบกันที่จุดๆ เดียว จุดนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงนอก (Ex-centre) ๓. ทฤษฎี เส้นมัธยฐานทั้งสาม ของรูปสามเหลี่ยม จะพบกันที่จุดๆ เดียว จุดนั้นเรียกว่า เซนทรอยด์ (Centroid) เป็นจุดแบ่งเส้นมัธยฐาน ออกเป็น ๓ ส่วน เท่าๆ กัน ๔. ทฤษฎี เส้นตั้งฉากที่ลากจากมุม ยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ไปยังด้าน ตรงกันข้ามจะพบกันที่จุดๆ เดียว จุดนั้นเรียกว่า จุดออร์ธोเซนเตอร์ (Orthocentre)	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการสอน
ว่าด้วยโลกทัศน์ เส้นโค้ง	สามเหลี่ยมที่เกิดจากการต่อ รก ปลาย เส้นโค้งฉากทั้งสามเรียกสามเหลี่ยมพีคัล (Pedal) มีคุณสมบัติ ก. ด้านของ Δ พีคัล เอียงเป็นมุม เท่ากับมุมด้านของรูป Δ เดิม ข. เส้นโค้งฉากทั้งสาม เป็น เส้น แบ่ง ครึ่งมุมของ Δ พีคัล ค. Δ พีคัลจะแบ่ง Δ เดิม ออกทำ ให้เกิด Δ ๓ รูป มีมุมเท่ากันทุกมุม มุมต่อมุม แบบฝึกหัดของ ๑ ถึง ๔ ๑. โลกทัศน์ของ รก ออร์โธเซนเตอร์ (Orthocentre) ของสามเหลี่ยมทั้งหลาย ที่กำหนดฐานและขนาดของมุมยอด ๒. โลกทัศน์ของ รกศูนย์กลาง ของ วง กลม ที่แนบ ใน รูป สามเหลี่ยม หนึ่งหลาย ที่ กำหนดฐานและขนาดของมุมยอด ๓. โลกทัศน์ของ รกศูนย์กลาง ของ วง กลมทั้งหลายที่มี รัศมียาว เท่าที่ กำหนดให้ สัมผัสวงกลมที่กำหนดให้วงหนึ่ง	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แผนแนวการสอน
ทฤษฎีว่าด้วยพื้นที่ รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส และสี่เหลี่ยมผืน ผ้าเกี่ยวกับ ส่วน แบ่งของเส้นตรง	แบบฝึกหัดเกี่ยวกับโลกสี่เหลี่ยมเส้นโค้ง ๑. ทฤษฎี เส้นตรง ๒ เส้น ถ้าแบ่ง เส้นหนึ่งออกเป็นส่วนๆ พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่ประกอบด้วยเส้นทั้งสอง จะเท่ากับผลบวก ของ พื้นที่ สี่เหลี่ยม ผืนผ้า ที่ ประกอบ ด้วย เส้นตรงที่ไม่ถูกแบ่งกับส่วนแบ่งทั้งหลาย ๒. ทฤษฎี ถ้าแบ่งเส้นตรงเส้นหนึ่ง ภายในที่ใดๆ หนึ่ง พื้นที่สี่เหลี่ยมจตุรัส บนเส้นตรงเส้นนั้นจะเท่ากับผลบวกของพื้นที่ สี่เหลี่ยมจตุรัส บนส่วนแบ่ง ทั้งสองรวม กับ ๒ เท่าของพื้นที่สี่เหลี่ยม ผืนผ้าที่ ประกอบ ด้วยส่วนแบ่งทั้งสอง ๓. ทฤษฎี ถ้าแบ่งเส้นตรงเส้นหนึ่ง ภายนอกที่ใดๆ หนึ่ง พื้นที่สี่เหลี่ยมจตุรัส บนเส้นตรงเส้นนั้นจะเท่ากับผลบวกของพื้นที่ สี่เหลี่ยมจตุรัสบนส่วนแบ่ง ทั้งสอง หัก ออก ๒ เท่าของพื้นที่ สี่เหลี่ยม ผืนผ้าที่ ประกอบ ด้วยส่วนแบ่งทั้งสอง ๔. ทฤษฎี ผลต่างของพื้นที่สี่เหลี่ยม จตุรัสบนเส้นตรง ๒ เส้น จะ เท่า กับ พื้นที่	อธิบาย การ แบ่ง เส้น ตรงภายใน และ ภายใน นอกก่อน

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวแผนการสอน
	สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ประกอบด้วยผลบวกและผลต่างของเส้นตรงทั้งสอง ๕. ทฤษฎี ถ้าแบ่งครึ่งเส้นตรงเส้นหนึ่ง และแบ่งภายในหรือภายนอก อีกจุดหนึ่ง พนทสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ประกอบด้วยเส้นจากภาคที่ไม่เท่ากัน จะเท่ากับผลต่างของพนทสี่เหลี่ยมที่ตรึงบนครึ่งหนึ่งของเส้นตรงนั้น และพนทสี่เหลี่ยมที่ตรึงบนส่วนที่อยู่ระหว่างจุดแบ่งทั้งสอง แบบฝึกหัดของ ๑ — ๕ ๖. ทฤษฎี ในสามเหลี่ยมมุมฉาก พนทสี่เหลี่ยมที่ตรึงบนด้านตรงกันข้าม กับมุมฉาก เท่ากับผลบวกของพนทสี่เหลี่ยมที่ตรึงบนด้านที่ประกอบมุมฉาก บวกกับ $\frac{1}{2}$ เท่าของพนทสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ประกอบด้วยด้านหนึ่ง ซึ่งประกอบมุมฉากกับเงาตรงของอีกด้านหนึ่งบนด้านนั้น ๗. ทฤษฎี ในสามเหลี่ยมมุมแหลม พนทสี่เหลี่ยมที่ตรึงบนด้านตรงข้าม กับมุมแหลม เท่ากับผลบวกของพนทสี่เหลี่ยมที่ตรึง	อธิบาย พนทสี่เหลี่ยมที่ตรึงบนด้านตรงข้ามมุมฉากของ Δ มุมฉาก

ตัวอย่างการทบทวนและตัวอย่างการพิสูจน์

วิชาเรขาคณิต

ในคณิตศาสตร์ ๑ ก. และ ๑ ข.

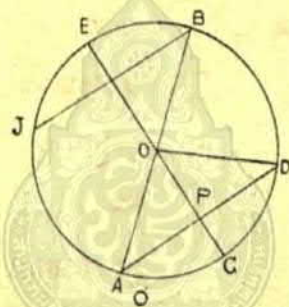
เครื่องหมายที่ใช้ในเรขาคณิต

=	เท่ากับ
≠	ไม่เท่ากับ
≈	คล้ายกัน
≡	เท่ากันทุกประการ
>	มากกว่า
<	น้อยกว่า
	ขนาน
∴	เพราะฉะนั้น
⊥	ตั้งฉาก
∧ หรือ ∨	มุม
∠	มุมหลายมุม
()	เส้นโค้ง
○	วงกลม
⊙	วงกลมหลายวง
▭	สี่เหลี่ยมคางหมู
▭ S	สี่เหลี่ยมคางหมูหลายรูป
	สี่เหลี่ยมผืนผ้า
▭ S	สี่เหลี่ยมผืนผ้าหลายรูป
△	สามเหลี่ยม
△ S	สามเหลี่ยมหลายรูป

ก.ม.ก. = ก.ม.ก. Δ ๒ รูป เท่ากันทุกประการ ถ้ามี^๕ด้านเท่ากัน ๒ ด้าน ด้าน
ต่อด้าน และมีมุมในระหว่างด้านทั้ง ๒ เท่ากันด้วย

ม.ก.ม. = ม.ก.ม. Δ ๒ รูป เท่ากันทุกประการ ถ้ามี^๕มุม ๒ มุมเท่ากัน มุมต่อ
มุม และด้านเท่ากัน ๑ ด้าน

ก.ก.ก. = ก.ก.ก. Δ ๒ รูป เท่ากันทุกประการ ถ้ามี^๕ด้านทั้ง ๓ เท่ากัน ด้านต่อด้าน
แบบ^๕ผลทศทวนทฤษฎี^๕ที่เรียนมาแล้ว เกี่ยวกับวงกลมข้างตอน



๑. คอรุคเส้นไหนที่ยาวที่สุดในวงกลม

๒. ถ้า $\angle AOC = \angle COD$ ส่วนโค้ง AC และ CD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

๓. ถ้าส่วนโค้ง $AC = CD$ $\angle AOC$ และ $\angle COD$ เกี่ยวข้องกันอย่างไร

และคอรุค AC กับ CD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

๔. ถ้า $\angle AOC > \angle COD$ เส้นโค้ง AC และ CD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

๕. ถ้าคอรุค $AC =$ คอรุค CD แล้ว ส่วนโค้ง AC และ CD เกี่ยวข้องกัน
อย่างไร

๖. ถ้า $EC \perp AD, AP$ และ PD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

ส่วนโค้ง AC และ CD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

ส่วนโค้ง AE และ ED " "

๗. ถ้า P เป็นจุดกึ่งกลางของ AD, CE และ AD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

๘. เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากฉากกับคอร์ด JE จะผ่านจุดไหน

๙. ถ้าคอร์ด $AD =$ คอร์ด JB ระยะทางจากจุดศูนย์กลางเกี่ยวข้องกับอย่างไร
ถ้าคอร์ด AD ยาวกว่า JB ระยะทางจากจุดศูนย์กลางจะเป็นอย่างไร

๑๐. ถ้าคอร์ด AD และคอร์ด JB อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน หาความ
เกี่ยวข้องกับของคอร์ดทั้ง ๒ ถ้า AD ชั่วใกล้กว่า JB คอร์ดทั้ง ๒ เกี่ยวข้อง
กันอย่างไร

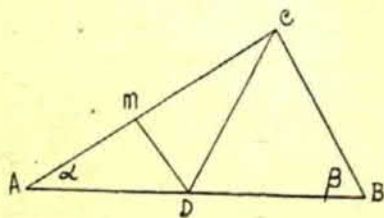
๑๑. จำนวนของค่าของมุม AOC เท่ากับจำนวนของค่าของมุมบนส่วนโค้งใด

๑๒. ถ้า CE เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม CDE มุมของค่า

๑๓. จุด D, O, B . จะมองกลมผ่านใดกึ่ง

ตัวอย่าง การพิสูจน์

๑. ถ้ามุม C ใน $\triangle ABC$ เท่ากับผลบวกของมุมที่เหลือ ๒ มุม เราพิสูจน์ว่า
ถ้า $AB = 2$ เท่าของความยาวเส้นตรงที่ C ไปยังจุดกึ่งกลางของ AB



ให้ $\angle ACB = \alpha + \beta$, D เป็นจุดกึ่ง
กลางของ AB

ต้องการ พิสูจน์ $AB = 2 CD$

พิสูจน์ ๑. $\alpha + \beta + \angle ACB = 180^\circ$

$$๒. \angle ACB = \alpha + \beta$$

$$๓. 2 \angle ACB = 180^\circ$$

$$๔. \angle ACB = 90^\circ$$

๕. จาก D ลาก $DM \perp AC$

$$๖. \therefore DM \parallel BC$$

๗. $\therefore DM$ แบ่งครึ่ง AC

$$๘. \therefore AM = MC, MD = MD$$

$$\angle AMD = \angle DMC$$

$$๙. \therefore \triangle AMD \cong \triangle DMC$$

$$๑๐. CD = AD$$

$$๑๑. AB = AD + DB$$

$$= 2 AD$$

$$= 2 CD$$

$\therefore$ ผลบวกของมุมภายใน $\triangle = 180^\circ$

ให้

แทนค่าสิ่งที่เท่ากัน

จาก (๓)

ต่าง $\perp AC$

D เป็นจุดกึ่งกลางของ AB และ (๖)

(๕) และ (๗)

ก.ม.ก. = ก.ม.ก.

ส่วนที่อยู่อันซ้ายเกี่ยวกับของ $\cong \triangle$

ให้

(๑๐)

ช.ต.พ.

คณิตศาสตร์ ๒ ก.

คณิตศาสตร์ ๒ ก. แบ่งเป็น ๓ แขนง แบ่งเวลากันดังนี้

พีชคณิต และ สถิติเบื้องต้น ใช้เวลาทั้งสิ้นประมาณ ๖๐ ชั่วโมง

เรขาคณิต „ „ ๖๐ ชั่วโมง

ตรีโกณมิติ „ „ ๖๐ ชั่วโมง

ในการจัดการเรียน จึงขอให้เวลาไปให้พีชคณิตและสถิติเบื้องต้น สัปดาห์ละ ๒ ชั่วโมง เรขาคณิตสัปดาห์ละ ๒ ชั่วโมง และตรีโกณมิติสัปดาห์ละ ๒ ชั่วโมง เวลาที่จะมีสอนได้ตลอดจนคำนวณอย่างต่ำที่สุดว่า จะมีได้ไม่น้อยกว่า ๑๘๐ ชั่วโมง ในทางปฏิบัติจริง ๆ จะมีเวลาเหลือสำหรับการทบทวนอย่างเหมาะสมควร

การแบ่งเป็นหน่วยนั้น ถือความสัมพันธ์กันในส่วนเนื้อเรื่องเป็นสำคัญหน่วยหนึ่ง ๆ อาจต้องการเวลามากน้อยแตกต่างกัน เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะกำหนดเขาเองว่า ควรจะให้เวลาแก่หน่วยไหนเพียงไร ทั้งนี้ภายในขอบเขตของเวลาที่มีอยู่ทั้งหมดสำหรับแขนงนั้น

พีชคณิต

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ทบทวนเรื่องฟังก์ชันและตัวประกอบ แยกตัวประกอบอย่างยาก (วิธีที่ I)	๑. ทบทวนวิธีแยกตัวประกอบจากฟังก์ชันเท่าที่เรียนมาแล้ว ๒. ทบทวนการหารยาว ๓. ทบทวนการหาห.ร.ม. และ ค.ร.น. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด นำตัวอย่างการหารยาว แล้วชี้ให้เห็นตัวประกอบไปใช้เสมือนสูตร คือ $(a^2+b^2+c^2-3abc) = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ นำไปใช้ในการแยกตัวประกอบจากฟังก์ชันรูปเดียวกัน ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	หา $a^3+b^3+c^3-3abc$ ง่าย ด้วย $a+b+c$ ขยายถึงตัวหาร เป็นตัวประกอบง่าย
แยกตัวประกอบโดยง่าย เป็นรูปฟังก์ชันกำลังที่สอง (วิธีที่ II)	สอนวิธีแยกตัวประกอบจากฟังก์ชันกำลังที่สองโดยไม่ใช่สูตร แต่ใช้แบ่งเป็นสองวงเล็บโดยแยกตัวเฉพาะจากสัมประสิทธิ์ของตัวแปรกำลังที่สอง และตัวเฉพาะของตัวภาคสัมบูรณ์ (Absolute term) ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
แยกตัวประกอบ โดยใช้ทฤษฎีเศษ เหลือ (วิธี III)	๑. ทบทวนทฤษฎีเศษเหลือ ๒. แยกตัวประกอบ โดยใช้ทฤษฎี เศษเหลือ ๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
ฟังก์ชันซิมเมตริก Symmetrical Functions และ Alternating Functions และการแยกตัว ประกอบ (วิธี IV)	๑. อธิบายฟังก์ชันซิมเมตริกเอกพันธ์ (Homogeneous Functions) ๒. อธิบายสมมาตรฟังก์ชัน (Symmetrical Functions) ๓. อธิบายฟังก์ชันสลับ (Alternating Functions) ๔. การแยกตัวประกอบจากฟังก์ชัน ทั้งสอง ๕. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	อธิบาย ๑. แยกตัว ประกอบตามปกติ ๒. แยกโดย ใช้ทฤษฎีเศษเหลือ ๓. ความ หมายของเครื่องหมาย π และ π
การแยกตัวประกอบโดยใช้ทฤษฎี ของ Undetermined Coefficients	๑. อธิบาย Rational Integral Functions ๒. อธิบาย The Principle of Undetermined Coefficients ๓. การแยกตัวประกอบโดยใช้ทฤษฎี ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
แบบรูปต่าง ๆ ของกราฟ ๑. เส้นตรง ๒. พาราโบลา	๔. การหากรณาค่าทั้งสอง และกรณาค่า ที่สามของฟังก์ชันชนิด Rational Integral Function ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๑. รูปฟังก์ชันและสมการที่ออกเป็น กราฟเส้นตรง $y=ax+b$ ๒. อธิบายความหมายของความลาด ของเส้น และการหาจากความลาด (Slope=a) ๓. อธิบายความหมายของ b ๑. รูปฟังก์ชันหรือสมการที่ออกเป็น รูปพาราโบลา $y=ax^2+bx+c$ ๒. ปรากฏการณ์จากรูป ก. รากของสมการ $ax^2+bx+c=0$ ข. เครื่องหมายของฟังก์ชัน ค. ค่าสูงสุดและต่ำสุด ง. การถอยกรณาค่าทั้งสองจากกราฟ $y=x^2$ ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	เมื่อย้ายถึงวิธีหา กรณาค่าทั้งสอง และที่ สามก็ควรสอนถึงวิธี ยกกำลังสอง และ กำลังสามเสียก่อน สอนการหากรณาค่า

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
๓. วงกลม	๓. แก้วสมการ เส้นตรง และปาราโบลาตัดกัน ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๑. รูปสมการที่ออกเป็นวงกลม มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด (origin) และรัศมี $x^2 + y^2 = a^2$ ๒. วิชาเรขาคณิตโดยอาศัยทฤษฎีบทในเรขาคณิต (หรือเขียนเป็นประวัติการณ์รวมกันเท่ากับเรขาคณิตตรงข้ามฉาก) ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๓. การแก้สมการซึ่งออกเป็นรูปวงกลม และเส้นตรงตัดกัน ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๔. การแก้สมการซึ่งออกเป็นปาราโบลา และวงกลมตัดกัน ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๕. สมการซึ่งออกเป็นวงกลม แต่จุดศูนย์กลางไม่อยู่ที่จุดกำเนิด (origin) ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	ในการแก้สมการโดยวิธีการ ต้องให้นักเรียนแก้ โดยวิธีพีชคณิตเดิมพร้อมกันไปด้วย เพื่อให้เห็นว่าวิธีใหม่นั้นก็ใช้ได้ไม่จำกัดหรือยังคับข้องให้ทำให้ง่ายแก่ตัวกัน

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
๔. รูปเส้นท้อก จากสมการ หรือ ฟังก์ชัน กำลัง ๓ สาม	๑. สมการ หรือ ฟังก์ชัน กำลัง สาม รูปออกเป็นอย่างใด ๒. การหากราฟที่ สาม โดยกราฟ จาก $y=x^3$ ๓. การลดทอนของสมการ $ax^3+bx^2+cx+d=0$ ๔. การแก้สมการกำลังสาม และ เส้นตรง ๕. การแก้สมการกำลังสาม และ วงกลม ๖. การแก้สมการกำลังสาม และ พาราโบลา ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
๕. ไฮเพอร์โบลา	๑. รูปสมการหรือฟังก์ชันท้อกเป็น ไฮเพอร์โบลา ๒. การหา asymptotes ๓. การหาจุดที่จะเกิดเป็น ไฮเพอร์ โบลา	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนบแนวการสอน
๖. ทบทวนกราฟ รูปต่าง ๆ ทบทวนการแยก ตัวประกอบต่าง ๆ	๕. คำจำกัด ของฟังก์ชัน ที่เกิด รูป เป็นไฮเปอร์โบล่า ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ทบทวน โคหยาโททย์แปลก ๆ และ กราฟซึ่งเป็นรูปต่าง ๆ ทั่วกัน ทบทวนเพื่อเตรียมตัวสอบ	



สถิติเบื้องต้น

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
ข้อมูล ใน ทาง สถิติ	๑. ความหมายของสถิติ สถิติคือ อะไร ?	ชี้ให้เห็น ความหมาย ของสถิติในทางหลัก
	๒. ข้อมูลในทางสถิติ อาจเป็น ก. ทางฝ่ายคุณภาพ เช่น เพศ ฐานะ ทศนคติ ข. ทางฝ่ายปริมาณ เช่น จำนวน พลเมือง จำนวนเงิน อายุ ราคา ความสูง น้ำหนัก ค. ความสำคัญกาล เช่น การขึ้น ลงของผลิตภัณฑ์ อุตสาหกรรม ปริมาณน้ำฝน ระบายน้ำ ท้อง ในระยะเวลาที่กำหนดไว้ ง. ความสภาพภูมิศาสตร์ เช่น จำนวนพลเมืองในที่ต่างๆ เนื้อที่ของเขตปกครอง	ชี้ให้เห็น ความหมาย ของสถิติในทางหลัก วิชาเปรียบ เทียบ กับ ความเข้าใจของสามัญ ชนให้ให้เห็น ตาราง ข้อมูลสถิติต่างๆเป็น ตัวอย่าง และวินิจฉัย ว่าเป็น ข้อมูล ประเภท ใด
	๓. การรวบรวมข้อมูลทางสถิติ ก. รวบรวมจาก บันทึก ของ หน่วย งานที่มีอยู่แล้ว	ชี้ให้เห็นความสำคัญ ของความถูกต้องและ แน่นอนของ ข้อมูลที่

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ระเบียบวิธีในการ แสดงออกซึ่ง ข้อมูลในทางสถิติ	ข. สำนวนใหม่โดยการเดินสำนวน หรือออกข้อตาม อาสำนวน (๑) จากประชากร ทั้งหมด (๒) จากตัวอย่าง จำนวนหนึ่ง ๑. การแสดงข้อมูลอาทำได้โดย ก. บรรยายลงในบทความของเรื่อง นั้น ข. ทำเป็นตาราง ค. ทำเป็น ลักษณะ กิ่ง ตาราง กิ่ง บรรยายความ ง. แสดงเป็นกราฟรูปต่าง ๆ ๒. การแสดง ข้อมูล โดย กราฟรูป ต่าง ๆ ก. แสดงด้วยเส้นโค้ง ข. แสดงเป็นแผนภูมิหรือภาพ	ใ้ใ้มาไม่ว่าจะด้วยวิธี ใดก็ตามว่า มีความ สำคัญเพียงไร ใ้ใ้ให้เห็นตัวอย่างวิธี แสดงข้อมูลแตกต่าง แล้วใ้ทำแบบฝึกหัด บรรทัดต่าง ๆ เป็น แผนภูมิหรือภาพหรือ เส้นโค้งต่าง ๆ
สถิติ ส่วน และ เปอร์เซ็นต์	๑. สถิติส่วนและเปอร์เซ็นต์เป็นสถิติ ที่มีประโยชน์อย่างไร ?	ใ้ คำ นวน สถิติ ส่วน และ เปอร์ เซ็นต์ จาก

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การ แยก แง่ ความดี	๒. วิเคราะห์ข้อมูลลง เป็นสัดส่วน และ เปอร์เซ็นต์ ๓. ผลของการ เปลี่ยน ฐาน ใน การ คำนวณเปอร์เซ็นต์ ๔. ความผิดพลาดในการใช้เปอร์เซ็นต์ ๑. ลักษณะของข้อมูลที่มีความดี ๒. ขั้นตอนๆของการแยกแยะความดี ก. หาช่วงกว้างจากค่าสูงสุดถึงค่า ต่ำสุด ข. กำหนดจำนวนชั้นและช่วงของ ชั้นหนึ่ง ๆ ค. บันทึกความดีในแต่ละชั้น ๓. การแสดงการแยกแยะความดีด้วย ก. ฮิสโตแกรม ข. รูปหลายเหลี่ยมแห่งความดี ค. โค้งความดีสะสม ปรับเส้นโค้งในรูป หลายเหลี่ยม แห่ง ความดีและโค้งความดีสะสมให้เรียบด้วย	แบบฝึกหัด และวิธี ความผิดพลาดที่มี มีอยู่เสมอ ในการ ใช้ ฐาน และการคิดความ จากสถิติทั้ง ๒ น ให้ใช้ตัวอย่างข้อมูล ที่จะจัดทำ การแยกแยะ ความดี ได้ แสดง ชั้น ต่าง ๆ ของการทำ ตาราง และให้ทำ แบบฝึกหัดจากตาราง ที่ได้นั้น ให้ ทำเป็น ฮิส โต แกรม ก่อน แล้ว ปรับ ให้เป็น รูป หลาย เหลี่ยม แห่ง ความดี แล้วจึงปรับ เส้นนั้นให้เป็น โค้ง ที่ เรียบ ให้รู้ ลักษณะ และ ความหมายของ แบบ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การวัด แนว น้ำ เข้าสู่ ส่วน กลาง	๕. แยกประเภท ๆ ของการ แยก แง ความดี	รูปต่างๆของการแยก แรงแรงความดี โคข เฉพาะรูปประหมัง
	๕. การคำนวณเปอร์เซ็นต์โตล เคไซล์ และควอโตล	อธิบายหลักใน ค่า คำนวณเปอร์เซ็นต์โตล
	๑. ตัวกลางเลขคณิต ก. แสดงสูตรที่ใช้คำนวณ	ให้ตัวอย่าง และให้ทำ แบบฝึกหัด
	ข. การคำนวณจากตารางการแยก แรงแรงความดี โคขวิธีตรงไปตรงมา	ให้ใช้สูตรคำนวณ จากข้อมูลน้อยๆก่อน
	ค. ค่าคำนวณโคขวิธีลัก	แล้วจึงให้หาจากตาราง การ แยกแรงแรง ความ ดี
	๒. มัชยฐาน	โคขวิธีตรงไปตรงมา
	ก. คำจำกัดความ	ชี้ให้เห็นว่ามีความ
	ข. วิธีคำนวณ	จำเป็นต้อง ใช้วิธีลัก
	๓. Mode ความหมายและวิธีหา	เพื่อประหยัดเวลา ให้
	๔. ตัวกลางเรขาคณิต และตัวกลาง ฮาโมนิก ให้รู้ความหมายและสูตร	คตัวอย่างวิธีลัก และ ทำแบบฝึกหัด แนวน้ำอื่น ๆ ก็ อนโลม สอน ตาม วิธี เดียวกัน แต่ไม่ต้อง

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การวัดการกระจาย และความเ้	ความแปรปรวนที่กระจายออกไปจาก ส่วนกลางนั้น อาจวัดได้ต่าง ๆ กันเป็น ๑. ความย้ายเบนจากมัชฌิมฐาน ๒. ความย้ายเบนถั่วเฉลี่ย ๓. ความย้ายเบนมาตรฐาน ๑. ความย้ายเบนจากมัชฌิมฐาน ก. สูตรและวิธีหาตรงไปตรงมา ข. การคำนวณโดยวิธีลัด ๒. ความย้ายเบนถั่วเฉลี่ย ความ หมายและวิธีหา ๓. ความย้ายเบนมาตรฐาน ก. คำจำกัดความและสูตร ข. วิธีคำนวณโดยทางลัด ความหมายของสถิติที่วัดความแปร- ปรวนและประโยชน์ที่จะพึงได้รับจากการใช้ สถิติเหล่านี้ เมื่อ ความ แปร ปรวน จาก ส่วน กลาง เข้าหาไม่เท่ากัน การแจกแจงนั้น มี ความเ้ (skewness) มีวิธีวัดได้อย่างไร	ให้ละ เอียด มาก นึก เพียงให้เข้าใจ ความ หมาย ให้ทราบสูตรที่ใช้ ในการหาสถิติที่แสดง ความแปรปรวนพร้อม กับตัวอย่างวิธีหา ให้ทำแบบ ผลัก หาสถิติต่างๆ เหล่านี้ ชี้ให้เห็นความแตก ต่างของสถิติเหล่านั้น ว่าไหนดีกว่ากันอย่าง ไร และมีประโยชน์ อะไรบ้าง

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
สมบัติ และ ประโยชน์ของ โค้ง ปกติ	๑. วิกจากผลต่าง ของ ตัวกลาง และ Mode ๒. วิกจากตัวกลางและมีฐาน ๓. วิกจากความขยับเขยื้อนของโค้ง ประโยชน์ของสถิติ ที่ ได้ จาก การ วิก ความเบ้ Kurtosis ลักษณะและประโยชน์ การ แจกแจงเป็น โค้ง ปกติ มีลักษณะ อย่างไร สมบัติของโค้งปกติ ก. ซ้ายขวาเหมือนกัน ข. ไม่มีความเบ้ ค. มีขนาด สกส่วน ของ ความ สูง จำกักตามตาราง ความสูงของ แขนงตั้ง ง. มีเนื้อที่ระหว่างระยะต่างๆตาม แขนงอนจำกักตามตารางพื้นที่ ของโค้งปกติ ให้สามารถ อ่าน ตาราง ความ สูง และ พื้นที่ในโค้งปกติได้ และให้ทราบความหมายและประโยชน์ของตารางทั้ง ๒ นี้	ให้ทราบระยะทาง แขนงอน เมื่อคิดเป็น คะแนนมาตรฐานหัวข หน่วย ความ ขยับเขยื้อน มาตรฐานจากคะแนน นี้ ให้รู้จักกำหนด ความสูงของ แขนงตั้ง และอ่านพื้นที่ ในช่วง โค้งหนึ่ง ของ โค้ง ปกติได้

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ทฤษฎี^๔ ของ^๕ คณ^๖ ขอร^๗ความเคล^๘สน- คลากในการ^๙สุม^{๑๐}ทวิ^{๑๑} อย่างและการ^{๑๒}ประ- มาณ^{๑๓}ค่า^{๑๔}สถิติ^{๑๕}จาก^{๑๖} ทวิ^{๑๗}อย่าง	ให้ทำแบบ^{๑๘}ฝึก^{๑๙}หัด^{๒๐}การ^{๒๑}ใช้^{๒๒}ตาราง^{๒๓}โค้ง^{๒๔}ปกติ^{๒๕} ๑. ความ^{๒๖}หมาย^{๒๗}ของ^{๒๘}ประชากร^{๒๙}และ^{๓๐} ทวิ^{๓๑}อย่าง ๒. ทวิ^{๓๒}อย่าง^{๓๓}ที่^{๓๔}เจาะ^{๓๕}รง^{๓๖}และ^{๓๗}ไม่^{๓๘}เจาะ^{๓๙}รง^{๔๐} ในการ^{๔๑}เลือก^{๔๒} ๓. ความ^{๔๓}จำ^{๔๔}เป็น^{๔๕}ที่^{๔๖}ต้อง^{๔๗}ใช้^{๔๘}การ^{๔๙}สุม^{๕๐} ทวิ^{๕๑}อย่าง ๔. การ^{๕๒}แจก^{๕๓}แ่ง^{๕๔}ของ^{๕๕}สถิติ^{๕๖}ที่^{๕๗}ได้^{๕๘}จาก^{๕๙} การ^{๖๐}สุม^{๖๑}ทวิ^{๖๒}อย่าง ก. ประชากร^{๖๓}จะ^{๖๔}แจก^{๖๕}แ่ง^{๖๖}เป็น^{๖๗}รูป^{๖๘}โค^{๖๙} กั^{๗๐}ไ^{๗๑} ข. ถ้า^{๗๒}ขนาด^{๗๓}ของ^{๗๔}ทวิ^{๗๕}อย่าง^{๗๖}โต^{๗๗}พอ^{๗๘} สม^{๗๙}ควร^{๘๐} ค. ทวิ^{๘๑}อย่าง^{๘๒}นั้น^{๘๓}เลือก^{๘๔}โดย^{๘๕}ไม่^{๘๖}เจาะ^{๘๗}รง^{๘๘} ง. สถิติ^{๘๙}ที่^{๙๐}ได้^{๙๑}จะ^{๙๒}แจก^{๙๓}แ่ง^{๙๔}เป็น^{๙๕}โค้ง^{๙๖} ปร^{๙๗}กั^{๙๘} ๕. ความ^{๙๙}หมาย^{๑๐๐}ของ^{๑๐๑}ความ^{๑๐๒}เคล^{๑๐๓}สน^{๑๐๔} คลาก^{๑๐๕}มา^{๑๐๖}ตร^{๑๐๗}ฐ^{๑๐๘}าน ๖. สูตร^{๑๐๙}ในการ^{๑๑๐}กำ^{๑๑๑}ณ^{๑๑๒}วณ^{๑๑๓}ความ^{๑๑๔}เคล^{๑๑๕}สน^{๑๑๖} คลาก^{๑๑๗}มา^{๑๑๘}ตร^{๑๑๙}ฐ^{๑๒๐}าน^{๑๒๑}ของ^{๑๒๒}	ทำ^{๑๒๓}การ^{๑๒๔}ทค^{๑๒๕}ล^{๑๒๖}ของ^{๑๒๗}สุม^{๑๒๘} ทวิ^{๑๒๙}อย่าง^{๑๓๐}จำ^{๑๓๑}นวน^{๑๓๒}หนึ่^{๑๓๓} จาก^{๑๓๔}ข้อมูล^{๑๓๕}ซึ่ง^{๑๓๖}มี^{๑๓๗}อยู่^{๑๓๘}เป็น^{๑๓๙} จำ^{๑๔๐}นวน^{๑๔๑}มา^{๑๔๒}ก^{๑๔๓} โดย^{๑๔๔}ไม่^{๑๔๕} เจาะ^{๑๔๖}รง^{๑๔๗} แล้ว^{๑๔๘}กำ^{๑๔๙}ณ^{๑๕๐}วณ^{๑๕๑} ค่า^{๑๕๒}สถิติ^{๑๕๓}ต่าง^{๑๕๔}ๆ ใ^{๑๕๕}ให้นัก^{๑๕๖}เรี^{๑๕๗}ยน^{๑๕๘}แต่ละ^{๑๕๙} คน^{๑๖๐}ทำ^{๑๖๑}ทวิ^{๑๖๒}วิ^{๑๖๓}ช^{๑๖๔}ใ^{๑๖๕}เค^{๑๖๖}ียว^{๑๖๗}กัน^{๑๖๘} รว^{๑๖๙}บ^{๑๗๐}รวม^{๑๗๑}สถิติ^{๑๗๒}ที่^{๑๗๓}ได้^{๑๗๔}มา^{๑๗๕} พิ^{๑๗๖}จาร^{๑๗๗}ณ^{๑๗๘}า^{๑๗๙}การ^{๑๘๐}แจก^{๑๘๑}แ่ง^{๑๘๒} ห^{๑๘๓}า^{๑๘๔}ความ^{๑๘๕}เคล^{๑๘๖}สน^{๑๘๗}คลาก^{๑๘๘} มา^{๑๘๙}ตร^{๑๙๐}ฐ^{๑๙๑}าน^{๑๙๒}ของ^{๑๙๓}สถิติ^{๑๙๔} ต่าง^{๑๙๕}ๆ^{๑๙๖}จาก^{๑๙๗}การ^{๑๙๘}ทค^{๑๙๙}ล^{๒๐๐}ของ^{๒๐๑} นั้น

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การเปรียบเทียบ ระหว่างหมู่	ก. ทวิกลางเลขคณิต ข. มัชฌิม ค. เปอรเซ็นต์หรือสัณฐาน ง. ความย้ายเบนมาตรฐาน ๗. การประมาณ ค่าสถิติ จาก ตัวอย่าง กำหนดกับความเชื่อมั่นต่าง ๆ กัน ให้ได้ทำแบบฝึกหัดในเรื่องนี้ การเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าสถิติที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างจากประชากร ๒ หมู่ว่า ความแตกต่างนั้นจะมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่เพียงใด ก. ความหมายของ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของความแตกต่าง ข. สูตรสำหรับคำนวณความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของความแตกต่างของสถิติต่าง ๆ	เปรียบเทียบกับค่าที่อาจคำนวณได้ทางทฤษฎี ให้เข้าใจ ความหมายของระดับความเชื่อมั่น ๙๕% และ ๙๙% ซึ่งเป็นระดับที่ใช้มาก ให้เข้าใจว่าความแตกต่างจากการสุ่มตัวอย่างนั้นอาจเนื่องมาจากโลก ถ้าพิสูจน์ได้ว่า อาจเนื่องมาจากโลกได้เพียง ๑ ในร้อย อาจเชื่อได้ว่าเป็นความแตกต่างที่แท้จริง หากใช้เนื่องมาจากโลกไม่

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
อนุกรมเวลา	ก. อตราส่วนมาตรฐานเป็นเครื่องชี้วัดกับ ความ เชื่อ มั่น ที่ ความแตกต่างจะมีนัยสำคัญในทางสถิติได้อย่างไร แบบ ผักหัก เกี่ยวกับ การ เปรียบ เทียบ ความแตกต่างของค่าสถิติต่าง ๆ	ทำให้เข้าใจความน่าจะเป็น ไป ได้ จากตารางโค้งปกติ ให้ ทำ แบบ ผักหัก ในเรื่องนี้ให้มาก เพื่อให้เห็นใจชัดเจน
	ให้เข้าใจความหมายของอนุกรมเวลาทางโน้ม ก. ความถ่วงเวลา (secular) ข. เป็นวัฏจักร (cyclical) ค. เป็นคาบ (periodic) ง. ไม่สม่ำเสมอ (irregular) การวิเคราะห์อนุกรมเวลาอย่างง่าย ๆ ก. โคยวิจิระประมาณด้วยตา ข. โคยวิจิ moving average แบบ ผักหักวิเคราะห์อนุกรมเวลาคด้วยวิธีง่าย ๆ	ให้ให้เห็นตัวอย่างข้อมูลที่มีลักษณะเป็นอนุกรมเวลา แสดงข้อมูลเหล่านี้เป็นกราฟเพื่อให้เห็นทางโน้ม ให้ ผักหักวิเคราะห์ โคย วิ จิ ระ ประมาณ ด้วยตา ก่อน และ จึง ใช้ วิ จิ moving average ให้ ทำ แบบ ผักหัก จาก ข้อมูล ที่เป็น ตาราง

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
สหสัมพันธ์เชิง เกยว	ความหมายของสหสัมพันธ์แสดงด้วย ตารางการกระจายของความถี่ • คำนวณ r โดยใช้ แสดง ค่าของ สหสัมพันธ์ เชิงเกยว วิธี คำนวณ r จาก สูตร แคนนิกีย วิธีคำนวณจากตารางการกระจายของ ความถี่ ประโยชน์ของค่านีสหสัมพันธ์ 	ทำการวางการกระจายของ ความถี่ให้เห็นว่า ถ้าสหสัมพันธ์ กันจะมีเป็นอย่างไร ให้ทราบหลัก ของ สูตรที่ใช้คำนวณค่านีสหสัมพันธ์ และสูตรสำเร็จที่ใช้ กับแคนนิกียและจาก ตารางการกระจายของ ความถี่ ให้ทำ แบบฝึกหัด หาค่านีสหสัมพันธ์ พบข้อควร
หลัก ของ การ พยากรณ์	อธิบายปรากฏการณ์ Regression การ ใช้สมการ Regression ในการพยากรณ์ ความไวใจไขของการพยากรณ์ โดยคำนึง ถึงความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ของ การ พยากรณ์	ชี้ให้เห็นว่าปรากฏ การณ์ Regression ใน เรื่อง สห สัม พันธ์ นั้น เกิดขึ้น ทำให้สามารถ พยากรณ์ตัวแปรเปลี่ยน ตัวหนึ่งจากอีกตัวหนึ่ง ได้อย่างไร

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	สมการ Regression อาจขยายรูปออกเป็นสมการหลายชั้น ใช้ในการพยากรณ์ได้เพียงไร 	ใช้สมการ Regression ในการพยากรณ์ง่าย ๆ แต่ให้ทราบขอบเขตของความคลาดเคลื่อนที่อาจจะมีได้ จากหลักเบื้องต้นอธิบายให้เห็นว่าถ้าเราทราบสถิติสัมพันธ์ที่ตัวประกอบต่าง ๆ มีอยู่ต่อสิ่งที่จะพยากรณ์ อาจผสมการ Regression หลายชั้นใช้ในการพยากรณ์ได้ แต่การปฏิบัติจริง ๆ นั้นยากเกินไป จึงเพียงให้เข้าใจแนวทางเท่านั้น

เรขาคณิต

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวแนวการสอน
อัตรส่วน และ สัณฐาน	๑. อธิบายความหมายของอัตรส่วน, สัณฐาน พร้อมทั้งคุณสมบัติ แบบฝึกหัด ๒. ทฤษฎี ถ้าลากเส้นตรงเส้นหนึ่ง ขนานกับด้านหนึ่งของ Δ เส้นตรงเส้นนั้น จะตัดด้านที่เหลือ ๒ ด้าน ภายในและภาย นอกออกเป็นสัณฐาน รวมทั้งใจความกลับ แบบฝึกหัด ๓. ทฤษฎี เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของ Δ ทั้งภายในและภายนอก จะแบ่งฐาน ภายในและภายนอกออกเป็นสัณฐานกับด้าน ที่ประกอบมุมยอด รวมทั้งใจความกลับ อธิบายความหมายของ เส้นตรง ที่ ตก แบ่งแบบ Harmonic section แบบฝึกหัด ๔. ทฤษฎี Δ ๒ รูป มีมุมเท่ากัน มุมต่อมุม ด้านที่อยู่ ในอันเดียวกันจะได้อัตราส่วนกัน	เปรียบเทียบ เส้น ตรงและส่วนแบ่งของ เส้นตรง ในรูป อัตร ส่วนและสัณฐาน

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
รูปคล้าย	๕. ทฤษฎี Δ ๒ รูป เมื่อวางในท่าเดียวกัน มีด้านใดสักส่วนกันแล้ว มุมที่อยู่ตรงกันข้ามกับด้านที่อยู่ในอันเดียวกันจะเท่ากันมุมต่อมุม แบบฝึกหัด อธิบายความหมายและคุณสมบัติของรูปคล้าย ๖. ทฤษฎี Δ ๒ รูป มีมุมหนึ่งของ Δ รูปหนึ่งเท่ากับมุมหนึ่งของ Δ อีกรูปหนึ่ง และด้านที่ประกอบมุมเท่าใดสักส่วนกัน Δ ทั้ง ๒ จะคล้ายกัน ๗. ทฤษฎี Δ ๒ รูป มีมุมหนึ่งของ Δ รูปหนึ่งเท่ากับมุมหนึ่งของ Δ อีกรูปหนึ่ง และด้านที่ประกอบมุมอีกมุมหนึ่งของแต่ละรูปได้สักส่วนกัน มุมที่เหลือของแต่ละรูปจะเท่ากัน หรือมีค่านี้นรวมกันเข้า $= 2 \text{ ร.}$ ถ้ามุมที่เหลือเท่ากัน Δ ทั้ง ๒ จะคล้ายกัน แบบฝึกหัด ๘. ทฤษฎี Δ มุมฉาก มีเส้นตั้งฉาก	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	ลากจากมุมฉากไปยังด้านตรงข้ามมุมฉาก Δ ที่เกิดขึ้นใหม่ จะคล้ายกับ Δ เดิม และ คล้ายกันเองด้วย แบบฝึกหัด ๙. ข้อปัญหา ให้หาสัดส่วนทั่วที่ ๔ ของเส้นตรงที่กำหนดให้ ๓ เส้น ๑๐. ข้อปัญหา ให้หาสัดส่วนทั่ว ที่ ๓ ของเส้นตรงที่กำหนดให้ ๒ เส้น ๑๑. ข้อปัญหา ให้แบ่งเส้นตรงที่ กำหนดให้ทั้งภายในและภายนอกให้โดยอัตรา ส่วนขอส่วนแบ่งเท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ ๑๒. ข้อปัญหา ให้หาสัดส่วนทั่ว กลางระหว่างเส้นตรงที่กำหนดให้ ๒ เส้น ๑๓. - อธิบายคำจำกัดความของเส้น ตรงที่แบ่งแบบ Extreme and mean ratio แบบฝึกหัด ๑๔. ทฤษฎี รูปหลายเหลี่ยมคล้าย จะแบ่งเป็น Δ คล้ายได้จำนวนเท่ากัน และ เส้นตรงที่แบ่งจะเป็นสัดส่วนกัน	ให้นักเรียนหาค่า ผลคูณ ทหาร โดยวิธี วิธานรูป อธิบายวิธีแบ่งภายใน ในมากกว่า ๒ ส่วนขึ้น ไป ให้นักเรียนใช้ข้อ ปัญหานี้หากรณี ๒ ของจำนวนเลขต่างๆ แสดงวิธีแบ่งให้ดู

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การเปรียบเทียบ พื้นที่	๑๕. ทฤษฎี รูปหลายเหลี่ยมคล้าย เมื่อวางในท่าเดียวกัน คือด้านที่อยู่ กันเดียวกันขนานกัน เส้นที่ต่อมุมที่อยู่ กันจะพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง รูปคนเรขาคณิต Centre of similarity	ควรให้เห็นทั้งสอง ลักษณะ ๑. ด้าน อัน กับ เคียง กัน ขนาน กัน และทางเดียวกัน ๒. ด้าน อัน กับ เคียง กัน ขนาน กัน และกลับกัน
	๑๖. ข้อปัญหา ให้สร้างรูปหลาย เหลี่ยมคล้ายกับรูปที่กำหนดให้ บนเส้นตรง ที่กำหนดให้ แบบฝึกหัด ๑๗. ทฤษฎี ในวงกลมที่เท่ากัน มุมที่เส้นรอบวง หรือที่จุดศูนย์กลาง จะเป็น สัดส่วนกับส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ ๑๘. ทฤษฎี พื้นที่ Δ ที่มีด้านสูง เท่ากัน จะเป็นสัดส่วนกับฐาน แบบฝึกหัด ๑๙. ทฤษฎี พื้นที่ Δ ที่มีมุมหนึ่ง	๑. อธิบายวิธีวาง เส้นขนานกับ ด้าน ของ รูปที่ให้ ๒. วิธีวาง นอก รูปที่ให้ อธิบาย พื้นที่ ของ sector จะเป็นสัดส่วน กับมุมด้วย อธิบายพื้นที่ ข ที่มีสูงเท่า จะเป็น สัดส่วนกับฐาน อธิบายพื้นที่สี่เหลี่ยม

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
	เท่ากัน จะเป็นสัดส่วนกษัตริย์พลเรือน ผลิตจากกษัตริย์พลเรือน แบบฝึกหัด ๒๐. ทฤษฎี พันที่ Δ ที่คล้ายกัน จะเป็นสัดส่วนกษัตริย์พลเรือน ที่อยู่ในอันเดียวกัน แบบฝึกหัด ๒๑. ทฤษฎี พันที่หลายเหลี่ยม คล้ายจะเป็นสัดส่วนกษัตริย์พลเรือน ขนกันที่อยู่ในอันเดียวกัน	คำนวณตามทฤษฎี เท่ากันจะเป็นสัดส่วน กษัตริย์พลเรือน ผลิตจากกษัตริย์ มุมเท่า อธิบาย ก. เมื่อเส้นตรง ๓ เส้นเป็นสัดส่วนกัน พันที่ ๑ คล้าย ขน เส้นที่ ๑ คือ พันที่ ๑ คล้ายขนเส้นที่ ๒ = เส้นที่หนึ่ง คือ เส้นที่ สาม ข. เมื่อเส้นตรง ๔ เส้นเป็นสัดส่วนกัน พันที่ ๑ คล้าย ขน เส้นที่ ๑ คือ พันที่ ๑ คล้ายขนเส้นที่ ๒ =

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
	แบบฝึกหัด ๒๒. ทฤษฎี ใน Δ มุมฉาก รูป กลายที่สร้างขนานกันตรงข้ามมุมฉาก จะ มีพื้นที่ = ผลบวก ของ พื้นที่ ของ รูปกลาย ที่สร้างขนานกันประกอบมุมฉาก แบบฝึกหัด ๒๓. ข้อบัญญัติ จึงเขียนรูปหลาย เหลี่ยมคล้ายกับรูปหลายเหลี่ยมที่กำหนดให้ และมีพื้นที่เป็นเศษส่วนของรูปที่กำหนดให้ แบบฝึกหัด ๒๔. ทฤษฎี ถ้ามีเส้นแบ่งครึ่งมุม ยอดของ Δ ลากไปพบฐาน พื้นที่ที่เหลือม ีสองส่วนเกิดจากด้านที่ประกอบ มุมยอด = พื้นที่ที่เหลือมสองส่วนเกิดจากส่วนแบ่งของ ฐาน รวมกับพื้นที่ที่เหลือมจตุรัสบนเส้นแบ่ง ครึ่งมุมยอดนั้น	พื้นที่รูปกลายบนเส้น ที่ ๓ ของพื้นที่รูปกลาย บนเส้นที่ ๔ อธิบาย พื้นที่ ของ วงกลมที่สร้างแบบ เคียวกันด้วย

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการสอน
	๒๕. ทฤษฎี ถ้าลากเส้นจากมุมยอด ของ Δ ไปถึงฉากกั้นฐาน พนทสี่เหลี่ยม ๑ ๒ ๓ ๔ ๕ ๖ ๗ ๘ ๙ ๑๐ ๑๑ ๑๒ ผลผกเกิดจากค่านที่ประกอบ มุมยอด = ๑ ๒ ๓ ๔ ๕ ๖ ๗ ๘ ๙ ๑๐ ๑๑ ๑๒ พนทสี่เหลี่ยมผลผกเกิดจากเส้นตั้งฉากกับ เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมที่ล้อมรอบรูป Δ นั้น ๒๖. ทฤษฎี พนทสี่เหลี่ยมผลผก เกิดจาก เส้นทแยงมุมของ สี่เหลี่ยมคางหมู เท่าซึ่งบรรจบภายในวงกลม จะเท่ากับผล บวกของพนทสี่เหลี่ยมผลผกเกิดจาก ค่าน ตรงข้ามของสี่เหลี่ยมคางหมูค่านั้น	อธิบายวิหาคความ ยาวของ รัศมี ของ วง กลมที่ล้อมรอบ Δ เป็น เทอมของค่านของ Δ ด้วย
เกี่ยวกับการสร้าง วงกลม	แบบฝึกหัด ๑. ให้สร้างวงกลมวงหนึ่ง ที่มีผล กลมที่กำหนดให้ และให้มีเส้นตรงที่ กำหนดให้ ๑ รกที่กำหนดให้ ๒. ให้สร้างวงกลมวงหนึ่ง ผ่าน รก ที่กำหนดให้ ๒ รก และให้มีเส้นตรงที่ กำหนดให้ ๓. ให้สร้างวงกลมวงหนึ่ง ผ่าน รก	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
เกี่ยวกับ Maxima and Minima	กำหนดให้ ๒ จุด และสัมพัทธ์ วงกลม ที่กำหนดให้ ๔. จงสร้างวงกลมผ่านจุดที่กำหนดให้ ซึ่งอยู่ในระหว่างเส้นตรง ๒ เส้นที่กำหนดให้ และสัมผัสเส้นตรงทั้ง ๒ นั้น - แบบฝึกหัด ตัวอย่างโจทย์เกี่ยวกับ Maxima และ Minima	
	๑. จงแบ่งเส้นตรงที่กำหนดให้ ภายในออกเป็น ๒ ส่วน ทำให้พื้นที่เหลี่ยมผืนผ้าเกิดจากส่วนแบ่งทั้ง ๒ มีค่ามากที่สุด ๒. จงหาทแยงเส้นตรงที่มีความยาวไม่จำกัด ซึ่งจะทำให้เส้นตรงที่มีความยาวจำกัดรองรับมุมใหญ่ที่สุด ๓. จงหาทุก ๆ ทแยงเส้นตรงที่มีความยาวไม่จำกัด ซึ่งจะทำให้ผลบวกของระยะทางที่ลากจากจุดนี้ไปยังจุดที่กำหนดให้ ซึ่งอยู่ข้างเดียวกันของเส้นตรงนั้น มีระยะสั้นที่สุด	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ทบทวน	๔. ให้เส้นตรง ๒ เส้นตัดกัน P เป็น จุดในระหว่างเส้นทั้ง ๒ ถ้าลากเส้นตรง ผ่านจุด P ไปจุดเส้นทั้ง ๒ Δ ทมพนท นอทยสศคช Δ ทมกานชง P เป็นจุดแบ่ง ครึ่ง แบบฝึกหัด แบบฝึกหัดทบทวนเตรียมสอบไล่ เป็น แบบฝึกหัดกระคนทั่วไป สรุปทั้งหมดทบทวน มีความรู้มาแล้วเกี่ยวกับเรขาคณิต	



ตรีโกณมิติ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
บท ทวน สูตร ที่ เรียนมาแล้ว ทั้ง แต่ที่ ๑	๑. บททวน Circular Functions ๒. บททวนฟังก์ชันของมุมประกอบ (Compound Angles) ๓. บททวนฟังก์ชันของมุมทวีคูณ (Functions of Multiple Angles) ๔. บททวนค่าของ ฟังก์ชัน ของ มุม ต่าง ๆ คือฟังก์ชันของมุม $0^{\circ}, 15^{\circ}, 30^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}, 75^{\circ}, 90^{\circ}, 135^{\circ}, 150^{\circ}, 165^{\circ}, 180^{\circ}$	ข้อ ๑. ทำตารางให้ ไว้และ แนะนำวิธี จำ แก่นักเรียนที่ยังจำไม่ ได้ ข้อ ๔. ควรทำตาราง ให้ไว้ด้วย
แปลงผลคูณ และ ผลบวกของฟังก์ชัน ของมุมต่างๆ	๑. การแปลงผลคูณเป็นผลบวก หรือ ผลลบ ทำแบบฝึกหัด ๒. การแปลงผลบวก หรือผลลบ เป็น ผลคูณ ทำแบบฝึกหัด ๓. ให้แบบฝึกหัดกระคนระหว่าง ๑ และ ๒	
แปลงผลคูณและ ผลบวกของฟังก์ชัน ของมุมต่างๆ	๑. ใช้ Circular Functions มา บททวนเล็กน้อย ๒. ให้ตัวอย่างเกี่ยวกับการแปลงผล	

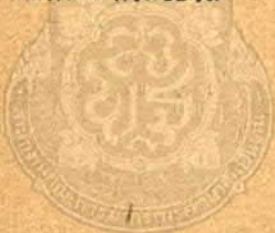
หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวแนวการสอน
ที่ อยู่ ใน สาม- เหลี่ยม หรือ เมื่อ กำหนดค่าผลบวก ของสามมุมให้ ความ สัมพันธ ระหว่างด้านและ มุมของรูปสาม- เหลี่ยม ตอนที่ 1 หาขนาด ของด้าน และมุม ของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้สูตรที่ ๑	บวกหรือผลคูณ เมื่อกำหนดผลบวกของ สามมุมให้ เช่น $\frac{\pi}{2}$ หรือ 2π ๓. ตัวอย่างเมื่อกำหนดผลบวก ของ สามมุมอยู่ในสามเหลี่ยม ๔. แยกผลหาค่าการพิสูจน์ (ไฮเกนบิลด์) เอกลักษณ์ ๕. แยกผลหาค่าการค้นทั่วไป ๑. สูตร ด้านเป็นปฏิภาคกับ sine ของมุมตรงข้ามด้านในรูปสามเหลี่ยมและ พิสูจน์ ๒. กำหนดที่ใช้ใน เมื่อโจทย์ กำหนด สองด้านและมุม ตรงข้าม ด้านใด ด้านหนึ่ง ในรูปสามเหลี่ยมให้ ๆ แก่สามเหลี่ยม ๓. เมื่อกำหนดในข้อสองอาจจะ เกิด กรณีสองนัย (Ambiguous Case) คือ สามเหลี่ยมสองรูป ๔. ให้ตัวอย่างและแยกผลหาค่าการ กำหนดสองด้าน และมุม ตรงข้ามด้าน หนึ่ง ให้ แล้วเกิดสามเหลี่ยมสองรูป หนึ่งรูป หรือไม่เกิดสามเหลี่ยมเลย	การให้โจทย์ ใน เรื่อง นี้ ขอให้ตามความ ฉลาด ของ นัก เรือน คนเก่งให้มาก คนที่ ไม่เก่งก็ให้ทำน้อย

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ความสัมพันธ์— ระหว่างด้านและมุม ของรูปสามเหลี่ยม ตอนที่ II หาขนาด ของด้าน และมุม โดยใช้สูตรที่ ๒	๕. กำหนดให้สูตรในเมื่อโจทย์กำหนด สองมุม ๑ ด้านของ Δ ๖. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดเมื่อโจทย์ กำหนดสองมุม และ ๑ ด้านของ Δ ๑. สูตร ความสัมพันธ์ระหว่างด้านๆ หนึ่ง และด้านอีกสองด้านกับมุมระหว่างสอง ด้านนั้น $(c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ca \cos B$ $a^2 = c^2 + b^2 - 2cb \cos A)$ และพิสูจน์ ๒. กำหนดให้สูตร เมื่อโจทย์ กำหนด สามด้านของสามเหลี่ยมให้ๆ แก่ สามเหลี่ยม ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๓. กำหนดให้สูตร เมื่อโจทย์ กำหนดสองด้านและ ๑ มุมระหว่างด้านให้ ตัวอย่างและแบบฝึกหัด	
ความสัมพันธ์— ระหว่างด้านและมุม ของรูปสามเหลี่ยม	๑. สูตรความสัมพันธ์ระหว่างด้านๆ หนึ่ง และมุมประชิดสองมุมและด้านอีก สองด้าน และพิสูจน์	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการสอน
ตอนที่ III สูตรที่ ๓ ไม่ใช้ในการหาขนาดของด้านและมุม	$(a = b \cos C + c \cos B$ $b = c \cos A + a \cos C$ $c = a \cos B + b \cos A)$ ๒. ใช้พีทาโกรัส (ไฮเพนทิก) เอกลักษณะให้ ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๓. ให้ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ระคนระหว่างสามสูตรในหัวข้อนี้	ดูคำอธิบายข้างหลัง
ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม ตอนที่ IV การหาฟังก์ชันของครึ่งมุมเป็นเทอมของด้าน และ ใช้สูตรหาขนาดของมุม ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม ตอนที่ V การหา	๑. สูตรการหาฟังก์ชันของ ครึ่งมุมเป็นเทอมของด้าน ๒. ใช้สูตรหาขนาดของมุมต่าง ๆ เมื่อ โจทย์ กำหนดค่าด้าน สาม ด้าน ของ รูปสามเหลี่ยมให้ ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด เกี่ยวกับ โจทย์ ซึ่งต้องใช้สูตรนี้ไปพิสูจน์ ๑. สูตร $\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$ $\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$ $\tan \frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a} \cot \frac{B}{2}$	สูตร $\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$ $\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{ac}}$ $\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$ $\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$ $\cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ac}}$ $\cos \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$ $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$ $\tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{s(s-b)}}$ $\tan \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ขนาดของมุมและ ค่าของ Δ เมื่อ กำหนดสองด้าน และมุมระหว่าง ด้านให้ การใช้ลอการิทึม	๒. ให้ตัวอย่างและแบบฝึกหัด แก้ว ป สามเหลี่ยมนเมื่อใช้สูตรนี้ ๑. ทบทวนนิยามของลอการิทึม ๒. ทบทวนสูตร ๓. การเปลี่ยนฐานลอการิทึม ๔. สมการเชิงตัวของการหาเป็นเลข ชี้กำลัง (Exponential Equations) ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๕. การใช้ตารางลอการิทึม ทบทวน เมื่อเรียนมาแล้วในหลักสูตรพิเศษโดยหนึ่ง และเพิ่มเติมเมื่อต้องการหาค่าที่นิยมมากกว่า ๔ ตำแหน่ง ๖. การใช้ตาราง แอนต์ ลอการิทึม และเพิ่มเติมเมื่อต้องการหาค่าที่นิยมมากกว่า ๔ ตำแหน่ง ๗. การใช้ตารางลอการิทึมของ sine ๘. การใช้ตาราง ลอการิทึม ของ tangent	๑. อธิบายให้นักเรียน ทราบค่าของ log sine, log cosine, log tangent ของมุมที่แท้จริงว่า ผิดจากค่าใน ตาราง ไป ๑๐.๐๐๐๐ นั้น เพราะเหตุใด ๒. อธิบายความหมาย ของเครื่องหมาย..... ในตาราง log tangent

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แบบแผนการสอน
การหาขนาดของ ด้านและมุม เมื่อ ต้องการใช้ล็อก- การทิม	๙. การใช้ตาราง ลอการิทึม ของ cosine ตรงข้ามกับของ sine และ tangent ๑๐. การหาค่าของมุมต่างๆ เมื่อ ทราบค่าลอการิทึม ของ ฟังก์ชัน ของ มุม นั้นๆ ๑๑. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด เกี่ยว กับการใช้ตารางลอการิทึม ๑. ใช้สูตรที่กล่าว ถึงความสัมพันธ์ ระหว่างด้านและมุมของรูป สามเหลี่ยม มา หาขนาดของด้านและมุม ใช้ได้เฉพาะสูตร ที่ ๑, ๔, ๕ ให้ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๒. แปลงสูตรที่ ๒ คือ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ เพื่อการใช้ ลอการิทึมพิสูจน์ และให้ตัวอย่าง และ แบบฝึกหัด	
การวัด ส่วน สูง และระยะทางโดย คำนึง ถึง กระจก เดียวกัน	๑. ทบทวนเรื่องทศนิยม ๒. โจทย์ตัวอย่าง การหา ระยะ ทาง และส่วนสูงในระนาบเดียวกัน และแบบ ฝึกหัด	

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
ทบทวน	๓. โจทย์ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับมุมใหญ่ ที่สุกกำหนดให้ หรือให้หามุมใหญ่ที่สุกและ แบบฝึกหัด ๔. โจทย์ระคนเกี่ยวกับการหาระยะ ทางและส่วนสูง ๕. โจทย์ระคนที่เกี่ยวข้องกับการหาระยะ ทางและส่วนสูง โดยมิที่ศึกษาเข้ามาเกี่ยวข้อง ทบทวนเพื่อเตรียมตัวสอบได้ 	ในการสอน ครู โทณ มิตินัน ครู วรรณะนัน ถึงการใช้วิชา นี้ เป็น ประ โยชน์ ใน การ survey และในทาง การศาสตร์ คำนวณ ทั้งการหาส่วนสูง การ สร้างมุมฉากในการวัด court แบบคณิตัน เทนนิส ฟุตบอลและ รักบี้ โจทย์ต่างๆที่ ทำ ก็ขอให้หนักถึง ประ โยชน์ เป็น หลัก

คณิตศาสตร์ ๒ ข.

คณิตศาสตร์ ๒ ข. แยกออกเป็น ๒ แขนง แบ่งเวลากันดังนี้

พืชคณิตและสถิติเบื้องต้น ใช้เวลาทั้งสิ้นประมาณ ๙๐ ชั่วโมง

ทวิโกณมิติ

“ “ ๓๐ “

ในการจัดการการสอน จึงขอให้เวลาแก่พืชคณิตและสถิติเบื้องต้น สัปดาห์ละ ๓ ชั่วโมง ทวิโกณมิติ สัปดาห์ละ ๑ ชั่วโมง เวลาที่มีสอนได้ตลอดปีนั้น คำนวณอย่างต่ำที่สุดว่า จะมีได้ไม่น้อยกว่า ๑๒๐ ชั่วโมง ในทางปฏิบัติจริงๆ จะมีเวลาเหลือสำหรับการทบทวนบ้างตามสมควร

การแบ่งเป็นหน่วยนั้น ถือความสัมพันธ์กัน ในส่วน เนื้อเรื่อง เป็น สำคัญ หน่วยหนึ่ง ๆ อาจต้องการเวลามากน้อยแตกต่างกัน เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะ กำหนดเขาเองว่าควรจะให้เวลาแก่หน่วยไหน เพียงไร ทั้งนี้ภายในขอบเขตของเวลาที่มียุทธวิธีอยู่ทั้งหมดสำหรับแขนงนั้น

พืชคณิต

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การถกสมการกำลังที่สอง ด้วยวิธีการ	๑. ตัวอย่าง การหารากจำนวนเต็ม และทศนิยมของสมการกำลังที่สอง ด้วยวิธีการต่างๆ ๒. แบบฝึกหัด ๓. ให้ค่าสูงสุดต่ำสุด ของฟังก์ชันกำลังที่สอง ๔. ให้รู้จักอ่านการเปลี่ยนแปลงของเครื่องหมายของฟังก์ชันจากกราฟ ๕. จากกราฟของสมการหนึ่ง ให้หารากของอีกสมการหนึ่งและแบบฝึกหัด	ควรกำหนดคสเกลและค่า x ให้ก่อน แล้วเปรียบเทียบ ด้วย การแยกแฟคเตอร์ ต่อไปจึงให้กำหนดคสเกลและค่า x เองให้ใคร่ไปให้เหมาะ
ทฤษฎีของสมการและฟังก์ชันกำลังที่สอง (The Theory of Quadratic Equations & Function)	๑. ให้ standard form ของสมการกำลังที่สอง และฟังก์ชันกำลังที่สอง ๒. สมการกำลังที่สองมีรากเพียง ๒ ราก คือ $-b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ๓. พิสูจน์ว่าสมการกำลังที่สองมีรากมากกว่า ๒ รากไม่ได้	การให้ทำ โจทย์ ในเรื่องนี้ ควรทำโจทย์ง่ายๆ ให้ทำเท่านั้น

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	๔. ให้รู้ความหมายของ Discriminant และเครื่องหมายของ Discriminant ๕. ให้รู้ character ของรากของสมการกำลังที่สอง ๖. ตัวอย่างการหา character ของราก ๗. ให้รู้วิธีหาสูตร ผลบวกของราก และผลคูณของราก ๘. การหาความสัมพันธ์ของตัวคูณควมของสมการกำลังที่สอง และการตั้งสมการอย่างแฟกเตอร์ เมื่อกำหนดรากให้ ๙. แบบฝึกหัด ๑๐. ตัวอย่างการหาผลบวกของ กำลังต่างๆ ของรากของสมการกำลังที่สอง ๑๑. ให้รู้การเขียน สมการ ที่กำหนดรากให้ จากกฎผลบวกและผลคูณของราก และความสัมพันธ์ เกี่ยวกับ ตัวคูณ ควม จากโจทย์ต่างๆ ๑๒. แบบฝึกหัด ๑๓. ให้รู้วิธีการ เปลี่ยนแปลง ของเครื่องหมายและค่าของฟังก์ชันกำลังที่สอง	ใช้ความรู้ทางกราฟ เปรียบ เทียบ ไป ด้วย ถ้าให้เขาโจทย์ที่เคย ใช้วิธีกราฟ หารากมา ใช้หาโดยวิธีนี้

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการสอน
ทฤษฎีบทของเลอ กซ์และเชอว์ค	๑๔. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ๑. ทวนโดยละเอียดเกี่ยวกับการคูณและการหาร การยกกำลังตัวเต็มและเศษส่วน ทั้งที่เป็นบวกและลบ แบบฝึกหัด ๒. การคูณหลายชั้น และการหาร การแยกแฟคเตอร์ และหากรณาคที่สอง ๓. แบบฝึกหัดและแบบฝึกหัดกระคน ๔. ทวนเลขยกกำลังเกี่ยวกับลักษณะและการบวกลบคูณหาร เลขยกกำลังเชิงประกอบ แบบฝึกหัด ๕. ทฤษฎีของเลขยกกำลังที่สอง แบบฝึกหัด ๖. การหากรณาคที่สอง ทวินาม เลขยกกำลังที่สอง ด้วยการแยกแฟคเตอร์ และใช้สูตร ๗. การถอดสมการเลขยกกำลังที่สอง	ให้พิจารณาหาโจทย์ที่ ง่ายพอสมควร ให้ทำ เท่านั้น
ทฤษฎีบทของ ลอการิทึม	๑. ทวนลักษณะของลอการิทึม กฎต่าง ๆ และให้ความหมายของ characteristic, mantissa ในค่าของลอการิทึม	อ้างถึงเลขยกกำลัง ซึ่งเป็นแม่พิมพ์ของลอการิทึม เช่น $2^2 = 4$

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	๒. ให้เข้าใจวิธีคิดตาราง ลอการิทึม และแอนตลอการิทึมให้คล่อง ๓. แบบฝึกหัด และตัวอย่าง โจทย์ต่าง ๆ ที่ต้องอาศัยลอการิทึม และการใช้ตาราง ๔. ให้รวบรวมน $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ และ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ $\log_a M^p = p \log_a M$ $\log_a M^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r} \log_a M$ ๕. แบบฝึกหัด ๖. แบบฝึกหัดยวดยกคูณหารลอการิทึม และการคำนวณซึ่งต้องอาศัยลอการิทึมเข้าช่วย ๗. ตัวอย่างการแก้สมการ ซึ่งต้องใช้การหาค่าเป็นกำลังในสมการ แบบฝึกหัด ๘. ให้รวบรวมนิยามของลอการิทึม แบบฝึกหัด ๙. ทบทวนแบบฝึกหัดที่ระคน	$\therefore \log_2 4 = 2$ และ ชี้แจงความสำคัญของลอการิทึมว่าเป็นเครื่องมือของการคิดเลข

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
แบบรูปต่าง ๆ ของกราฟ <u>หมายเหตุ</u> บททวน	๑. ทวนกราฟจากสมการเส้นตรง ๒. ทวนกราฟเส้นตรงจากโจทย์ต่าง ๆ แบบฝึกหัดกระคน ๓. ให้^๔วิธีเขียนกราฟจาก สมการ ที่ เป็นวงกลม ๔. กราฟรูป Hyperbola จากสมการ $xy =$ จำนวนคง วิชากราฟต้องสอน ให้ สะเอียด ถัดวัน เท่ากับพวกวิทยาศาสตร์ ๕. แก่สมการซึ่งเขียน กราฟเป็น รูป วงกลมตัดกับเส้นตรง วงกลมตัดกับ hyperbola และ hyperbola ตัดกับเส้นตรง ๖. แบบฝึกหัด ๗. ให้^๔รูปกราฟของ $y = x^2$ ๘. ถอดสมการกำลังสาม โดยกราฟ วิธีต่าง ๆ ๙. แบบฝึกหัด จากแบบฝึกหัดแปลก ๆ ต่าง ๆ	กราฟวงกลมรูป $x^2 + y^2 = a^2$ a มีค่าเท่าไรก็ได้

สถิติเบื้องต้น

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการสอน
ข้อมูลในทางสถิติ	๑. ความหมายของสถิติ สถิติคืออะไร ?	ชี้ให้เห็น ความหมายของสถิติในทางหลัก
	๒. ข้อมูลในทางสถิติ อาจเป็น ก. ทางฝ่ายคุณภาพ เช่น เพศ ฐานะ ทักษะ ข. ทางฝ่ายปริมาณ เช่น จำนวน พลเมือง จำนวนเงิน อายุ ราคา ความสูง น้ำหนัก ค. ตามลำดับกาล เช่น การขนส่งของผลิตภัณฑ์ ปริมาณน้ำฝน ราคายางพารา ในระยะเวลาที่กำหนดไว้ ง. ตามสภาพภูมิศาสตร์ เช่น จำนวนพลเมืองในท้องที่ต่างๆ เขตของเขตปกครอง	วิชา เปรียบเทียบกับความเข้าใจของสามัญชน ให้ได้เห็นตารางข้อมูลสถิติต่างๆ เป็นตัวอย่าง และวินิจฉัยว่าเป็นข้อมูลประเภทใด
	๓. การรวบรวมข้อมูลทางสถิติ ก. รวบรวม จาก บันทึก ของ หน่วยงานที่มีอยู่แล้ว	ชี้ให้เห็น ความสำคัญของความถูกต้องและแน่นอนของ ข้อมูล ที่

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
ระเบียบวิธีในการ แสดงออกซึ่งข้อ มูลในทางสถิติ	ข. สำรวใหม่โดยการเค้น สำรว หรือออกข้อตาม อาสำรว (๑) จากประชากร ทั้งหมด (๒) จาก ตัวอย่าง จำนวนหนึ่ง ๑. การแสดงข้อมูลอาทำได้โดย ก. บรรยายลงในบทความของเรื่อง นั้น ข. ทำเป็นตาราง ค. ทำเป็น ลักษณะ กง คำ วาร กง บรรยายความ ง. แสดงเป็นกราฟรูปต่างๆ ๒. การแสดงข้อมูลโดยกราฟรูปต่างๆ ก. แสดงด้วยเส้นโค้ง ข. แสดงเป็นแผนภูมิหรือภาพ	ได้มาแล้วจะด้วยวิธี ใดก็ตามว่ามีความ สำคัญเพียงไร ให้ให้เห็นตัวอย่างวิธี แสดงข้อมูลแบบต่างๆ แล้วให้ทำ แบบ ผักหัก บรรพสถิติต่างๆ เป็น แผนภูมิหรือภาพหรือ เส้นโค้งต่างๆ
สถิติ ส่วน และ เปอร์เซ็นต์	๑. สถิติส่วนและเปอร์เซ็นต์เป็นสถิติที่ มีประโยชน์อย่างไร ? ๒. วิธีคิดข้อมูลลง เป็น สถิติส่วน และ เปอร์เซ็นต์	ให้คำนวณ สถิติ ส่วน และ เปอร์ เซ็นต์ จาก แบบ ผักหัก และระวัง ความผิดพลาดทุกประการ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
การแจกแจง ความถี่	๓. ผลของการเปลี่ยนฐานในการคำนวณเปอร์เซ็นต์ ๔. ความผิดพลาดในการใช้เปอร์เซ็นต์ ๑. ลักษณะของข้อมูลที่มีความถี่ ๒. ชั้นต่างๆ ของการแจกแจงความถี่ ก. หาช่วงกว้างจากค่าสูงสุดถึงค่าต่ำสุด ข. กำหนดจำนวนชั้นและช่วงของชั้นหนึ่ง ๆ ค. ยันทกความถี่ในแต่ละชั้น ๓. การแสดงการแจกแจงความถี่ด้วย ก. ฮิสโตแกรม ข. รูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ ค. โค้งความถี่สะสม ปรับเส้นโค้ง ในรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ และโค้งความถี่สะสมให้เรียบด้วย ๔. แบบรูปต่างๆ ของการแจกแจงความถี่	มีอยู่เสมอในการใช้ฐาน และการตีความจากสถิติทั้ง ๒ นี้ ให้ใช้กับตัวอย่างข้อมูลที่จะจัดทำการแจกแจงความถี่ ได้แสดงชั้นต่างๆ ของการทำตาราง และให้ทำแบบฝึกหัด จากการวางที่ได้นั้นให้ทำเป็นฮิสโตแกรมก่อน แล้วปรับให้เป็นรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ แล้วจึงปรับเส้นนั้น ให้เป็น โค้งที่เรียบ ให้รู้ ลักษณะ และความหมาย ของ แบบรูปต่างๆ ของการแจกแจงความถี่ โดย

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
การวัดแว่นน้ำ เข้าสู่ส่วนกลาง	๕. การคำนวณ เปอร์ เซ็นต์ ไตล์ เทไซล์และควอไตล์ ๑. ทวิกลางเลขคณิต ก. แสดงสูตรที่ใช้คำนวณ ข. การคำนวณจากตารางการแจก แรงความถี่โดยวิธีตรงไปตรงมา ค. การคำนวณโดยวิธีลัด ๒. มัชยฐาน ก. คำจำกัดความ ข. วิธีคำนวณ ๓. Mode ความหมายและวิธีหา	เฉพาะรูปประมัตต์ อธิบายหลักในคำ คำนวณ เปอร์ เซ็นต์- ไตล์ ให้ตัวอย่างและ ให้ทำแบบฝึกหัด ให้ใช้สูตรคำนวณจาก ข้อมูลน้อย ๆ ก่อน แล้วจึงให้หาจากตา- วรางการแจกแรงความ ถี่โดยวิธีตรงไปตรงมา ซึ่งให้เห็นว่าความ จำเป็น ต้องใช้ วิธี ลัด เพื่อประหยัดเวลา ให้ ดูตัวอย่าง วิธี ลัด และ ทำแบบฝึกหัด
การวัดการกระจาย และความเบ้	๔. ทวิกลางเรขาคณิต และ ทวิกลาง ฮาร์โมนิก ให้ความหมายและสูตร ความแปรปรวนที่กระจาย ออก ไป จาก ส่วนกลางนั้น อาจวัดได้ต่าง ๆ กันเป็น ๑. ความย้ายเบนมัชยฐาน	แว่นน้ำอื่น ๆ ก็ อนโลม สอน ตาม วิธี เดียวกัน แต่ไม่ต้อง ให้ละเอียด มากนัก เพียงให้เข้าใจ ความ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
	๒. ความย้ายเบนตัวเฉลี่ย ๓. ความย้ายเบนมาตรฐาน ๑. ความย้ายเบนจากมัธยฐาน ก. สูตรและวิธีหาตรงไปตรงมา ข. การคำนวณ โดยวิธีลัด ๒. ความย้ายเบน ตัวเฉลี่ย ความหมายและวิธีหา ๓. ความย้ายเบนมาตรฐาน ก. คำจำกัดความและสูตร ข. วิธีคำนวณโดยทางลัด ความหมายของสถิติที่วัดความแปรปรวน และประโยชน์ที่จะพึงได้รับจากการใช้สถิติเหล่านี้ เมื่อความแปรปรวนจากส่วนกลางซ้ำซ้อนไม่เท่ากัน การแจกแจงนั้น มีความเบ้ (skewness) มีวิธีวัดได้อย่างไร ๑. วัดจากผลต่าง ของ ทวิกลาง และ Mode ๒. วัดจากทวิกลางและมัธยฐาน	หมาย ให้ทราบสูตรที่ใช้ในการหา สถิติ ที่ แสดง ความแปรปรวนพร้อมด้วยตัวอย่างวิธีหา ให้ทำแบบฝึกหัดหา สถิติต่าง ๆ เหล่านี้ ชี้ให้เห็น ความแตกต่าง ของ สถิติ เหล่านี้ว่าไหนดีกว่ากันอย่างไร และมีประโยชน์อะไรบ้าง

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการสอน
สมบัติและ ประโยชน์ของ โค้งปกติ	๓. วิกจากความขยับเขยื้อนของโค้งปกติ ประโยชน์ของสถิติที่ใช้จากการวัดความ เบ้ Kurtosis ลักษณะและประโยชน์ การแจกแจง เป็น โค้ง ปกติ มี ลักษณะ อย่างไร สมบัติของโค้งปกติ ก. ซ้ายขวาเหมือนกัน ข. ไม่มีความเบ้ ค. มีขนาด สัก ส่วน ของ ความ สูง จำกัด ความถาวรรวมความสูง ของแกนตั้ง ง. มีเนื้อที่ระหว่างระยะต่างๆ ตาม แกนอนจำกัดตามตารางพื้นที่ ของโค้งปกติ ให้สามารถ อ่าน ตาราง ความ สูง และ พื้นที่ ในโค้งปกติได้ และให้ทราบความ หมายและประโยชน์ของตารางทั้ง ๒ นี้ ให้ทำแบบฝึกหัดการใช้ตารางโค้งปกติ	ให้ ทราบ ระยะ ทาง แกนอน เมื่อคิดเป็น คะแนนมาตรฐานหรือ หน่วย ความ ขยับเขยื้อน มาตรฐานจากคะแนน นั้น ให้รู้จักกำหนด ความสูงของ แกนตั้ง และอ่านพื้นที่ ในช่วง ใดช่วงหนึ่ง ของ โค้ง ปกติได้

ตรีโกณมิติ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
หน่วยวัดมุม	๑. อธิบายความหมายของตรีโกณมิติ และวิธีการวัดมุมในวิชาตรีโกณมิติ ๒. หน่วยที่ใช้วัดมุม ๓ แบบ ก. แบบอังกฤษ หรือ Sexagesimal Measure ข. แบบฝรั่งเศส หรือ Centesimal Measure ค. แบบเรเดียน หรือ Radian Measure อันมาจากกฎ $\frac{\text{arc}}{r} = \theta$ เมื่อ r คือรัศมี θ คือจำนวนเรเดียน แบบฝึกหัดเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงมุม หน่วยต่าง ๆ เป็นมุมฉาก และเปลี่ยนแปลงมุมฉากเป็นมุมหน่วยต่าง ๆ แบบฝึกหัด โจทย์ เกี่ยวกับการ ใช้กฎ $\frac{\text{arc}}{r} = \theta$ ๓. ความสัมพันธ์ระหว่างมุมหน่วยทั้งสามตามกฎ	อธิบายการวัดมุม จากด้วยหน่วยต่าง ๆ และมาตรวจการวัดของแต่ละหน่วย

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะแนวการสอน
อัตราส่วนตรีโกณมิติ	ก. $\frac{D}{9} = \frac{G}{10}$ ข. $\frac{D}{180} = \frac{\theta}{\pi}$ แบบฝึกหัด ๑. อธิบายอัตราส่วนอันจะเกิดขึ้นได้จากด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ๒. อัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งอาจถึงมุม A เมื่อเป็นมุมเฉียบมี ๖ อัตราส่วน ได้แก่ sine A, cosine A, tangent A, cotangent A, secant A, cosecant A. แบบฝึกหัดการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพื่อหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทั้ง ๖ ๓. การพิสูจน์เกี่ยวกับ ก. sine และ cosine ของมุมใด ๆ มีค่าไม่เกิน ๑ ข. cosecant และ secant ของมุมใด ๆ มีค่าไม่น้อยกว่า ๑ ค. tangent และ cotangent ของมุมใด ๆ อาจมีค่าใดก็ได้	พิสูจน์ กฎ ให้ ดูพร้อมด้วยการใช้กฎในการ เปลี่ยนแปลงมุมหน่วยหนึ่ง ไป อีกหน่วยหนึ่ง เขียนสามเหลี่ยมมุมฉากมุม เป็น มุมเฉียบ และอธิบายด้านของสามเหลี่ยมที่เกี่ยวข้องกับมุม A อธิบายการเปลี่ยนแปลงของด้าน เมื่อมุมเพิ่มหรือลด

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนวทางการสอน
ความสัมพันธ์ระหว่าง อัตราร ส่วนตรีโกณมิติ	๔. การพิสูจน์ว่า อัตราร ส่วนตรีโกณมิติของมุมที่เท่ากัน ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหลาย ๆ รูปย่อมมีค่าเท่ากัน แบบฝึกหัดการหาค่าอัตราร ส่วนตรีโกณมิติจาก รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ๑. ความสัมพันธ์ระหว่าง อัตราร ส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งใช้เป็นสูตรในการพิสูจน์เอกลักษณ์ (identity) แบบฝึกหัดพิสูจน์เอกลักษณ์ ๒. การเปลี่ยน อัตราร ส่วนตรีโกณมิติหนึ่งในเทอมของอีกอัตราร ส่วนตรีโกณมิติ แบบฝึกหัด	พิสูจน์สูตร
การหาค่าของ อัตราร ส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ สมการตรีโกณมิติ	๓. ตรีโกณมิติฟังก์ชันของมุม $90^\circ - A$ แบบฝึกหัดพิสูจน์เอกลักษณ์ ๑. ตรีโกณมิติฟังก์ชันของมุม 45°, 60°, 30° แบบฝึกหัด ๒. การใช้ตารางตรีโกณมิติ แบบฝึกหัด การแก้สมการตรีโกณมิติอย่างง่าย	เขียนรูปสามเหลี่ยมประกอบ

หัวข้อ	รายการและหนังสือประกอบ	แนะนำการสอน
การหาขนาดของ ด้านและมุมของ รูปสามเหลี่ยม มุมฉาก เพื่อหา ระยะทางและส่วน สูง	แบบฝึกหัด แบบฝึกหัดโรคพระคนทบทวน ๑. การหาความสูงและมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั่วไป แบบฝึกหัด ๒. การวัดมุมยกขึ้น (angle of elevation) และมุมกดลง (angle of depression) ๓. การทำโจทย์เกี่ยวกับมุมยกขึ้นและมุมกดลง เพื่อหา ระยะทางและส่วนสูง แบบฝึกหัด ๔. การสร้างมุมตามทิศทางต่างๆ โดยเข็มทิศของชาวเรือ แบบฝึกหัด แบบฝึกหัดทบทวนความรู้ตั้งแต่ต้นเพื่อเตรียมตัวสอบได้	

๗๗๔

๗๗๓



องค์การค้ำของครุสภา

พิมพ์ที่โรงพิมพ์ตรัสภา

นายกำจร สัตถกุล ผู้พิมพ์และโฆษณา

๒๐ พฤษภาคม ๒๔๘๕