



ตัวอย่างแบบเรียน
ของ
กองตำรา กรมวิชาการ

แบบเรียนคณิตศาสตร์
วิชาเลขคณิต-พีชคณิต
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑

ของ

กระทรวงศึกษาธิการ

ม
๕๑๐
ร. มศ. ๑
ก. ๑

4/510
ร.๒๗/1
ฉ.1/



แบบเรียนคณิตศาสตร์
วิชาเลขคณิต - พีชคณิต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ม.ศ. 1)

ของ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์ครั้งที่หนึ่ง ๔๐,๐๐๐ เล่ม

พ.ศ. ๒๕๐๔

ปกกระดาษราคาเล่มละ ๔.๕๐ บาท

(ห้ามขายเกินกว่าราคาที่กำหนดไว้)

พิมพ์ที่โรงพิมพ์คุรุสภา

ก 03125

ปากคลองบางลำพูบน พระนคร

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

6125

กองช่างพิมพ์ ๔๑/๒๗.๐๔

ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ
เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือในโรงเรียน

ด้วยกรมวิชาการได้จัดทำแบบเรียนคณิตศาสตร์ วิชาเลขคณิต-พีชคณิต
เพื่อใช้เป็นแบบเรียนสำหรับชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ ๑ (ม.ศ. ๑) ขึ้น กระทรวง
ศึกษาธิการได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้หนังสือนี้ในโรงเรียนได้.

ประกาศ ณ วันที่ ๒๗ กุมภาพันธ์ ๒๕๐๔

(ลงชื่อ)



ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

แบบเรียนเลขคณิต — พิชคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ (ม.ศ. ๑) นี้
กรมวิชาการได้ขออนุมัติกระทรวง ให้นายระบิต สัตตสุวรรณ เป็นผู้รับมอบหมาย
ให้เรียบเรียงขึ้น กระทรวงศึกษาธิการได้แต่งตั้งให้ นายจรรยา วงศ์สายัณห์ เป็น
ผู้ตรวจ จึงหวังว่าแบบเรียนเล่มนี้คงจะเป็นประโยชน์แก่การศึกษาสำหรับชั้นนี้
ตามสมควร

กรมวิชาการ



สารบัญ

		หน้า
บทที่ 1	เศษส่วน เศษซ้อน	1
	ความหมายของเศษส่วน	1
	การบวกและการลบเศษส่วน	3
	การคูณเศษส่วน	5
	การหารเศษส่วน	6
	คูณและการหารระคนกัน	7
	วงเล็บ	10
	เศษซ้อน	13
บทที่ 2	ทศนิยมรู้จักและไม่รู้จัก	16
	การแปลงเศษส่วนเป็นทศนิยม	16
	การเขียนทศนิยมไม่รู้จัก	17
	การแปลงทศนิยมรู้จักเป็นเศษส่วน	20
	การแปลงทศนิยมไม่รู้จักตัวเป็นเศษส่วน	21
	การแปลงทศนิยมไม่รู้จักผลเป็นเศษส่วน	22
	การบวกและการลบทศนิยม	23
	การคูณทศนิยม	25
	การหารทศนิยม	26
	การหารทศนิยมด้วยทศนิยม	27
	โจทย์ระคนเกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยม	29
บทที่ 3	สัญลักณ์ และการแทนค่า	33
	พีชคณิต	34
	เครื่องหมายคูณในพีชคณิต	35
	สัมประสิทธิ์	36
	เครื่องหมายหารในพีชคณิต	38
	ตรรกะของกำลัง	38
	การแทนค่า	38
	โจทย์เลขคณิตกับโจทย์พีชคณิต	40
	พจน์ และนิพจน์	42
	ความหมายของจำนวนบวก จำนวนลบ	45
	การบวก และ ลบ เลขจำนวนบวก และ จำนวนลบ	47
	การคูณและการหาร เลขจำนวนบวก และจำนวนลบ	50

บทที่ 4	การสร้างในเรขาคณิต	53
	รูปทรง	53
	รูปที่เป็นเอกลักษณ์และคล้ายคลึง	56
	มุม	57
	เส้นขนาน	58
	สี่เหลี่ยม	61
บทที่ 5	พื้นที่ของสี่เหลี่ยมและสามเหลี่ยม	66
	สี่เหลี่ยมมุมฉากหรือสี่เหลี่ยมผืนผ้า	66
	สามเหลี่ยม	71
	สี่เหลี่ยมจัตุรัส	74
	สี่เหลี่ยมด้านขนาน	74
	สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน	75
	สี่เหลี่ยมคางหมู	75
	การหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมจากด้านทั้งสาม	79
บทที่ 6	บวก ลบ คูณ หาร และวงเล็บในพีชคณิต	83
	การบวกจำนวนที่มีพจน์เดียวเข้าด้วยกัน	83
	การบวกจำนวนที่มีหลายพจน์เข้าด้วยกัน	86
	การลบ	88
	การคูณพจน์ด้วยพจน์	91
	การคูณพจน์ด้วยนิพจน์	93
	การหารพจน์ด้วยพจน์	95
	การหารพจน์ด้วยนิพจน์	97
	วงเล็บ	100
	การถอดวงเล็บ	101
	หลักการถอดวงเล็บ	101
บทที่ 7	อัตราส่วน	105
	อัตราส่วนเชิงประกอบ	109
	อัตราส่วนทวีคูณ	109
	อัตราส่วนต่อเนื่อง	110
บทที่ 8	สมการชั้นเดียว โจทย์สมการชั้นเดียว	112
	สมการ	112
	สมการในเลขคณิตและพีชคณิต	112
	การแก้ (ถอด) สมการ	113
	หลักแห่งการสมมูลย์	113

	วิธีแก้ (ถอด) สมการ	114
	โจทย์สมการชั้นเดียว	121
	หลักการเข้าสมการ	122
บทที่ 9	สัดส่วน	127
	สัดส่วนเชิงเดียว	127
	สัดส่วน ต่อเนื่อง	128
	การใช้สัดส่วน	130
	สัดส่วนตรง	131
	สัดส่วนกลับหรือสัดส่วนผกผัน	136
	สัดส่วนหลายเชิง	138
	โจทย์เกี่ยวกับสัดส่วนหลายเชิง	139
บทที่ 10	สมุดสนาม	146
บทที่ 11	การแบ่งส่วน	152
บทที่ 12	เกณฑ์ส่วน	162
บทที่ 13	ส่วนร้อย กำไร ขาดทุน	168
	แปลงเศษส่วนให้เป็นคำร้อยละ	168
	วิธีหาคำร้อยละ	169
	วิธีหาค่าของร้อยละของจำนวนหนึ่ง	170
	วิธีหาจำนวนเดิมของร้อยละ	171
	กำไรและขาดทุน	176
	วิธีหำกำไรและขาดทุน	177
	หรราคาซื้อและราคาขาย	181
บทที่ 14	ดอกเบี้ยเชิงเดียว	187
	วิธีหาดอกเบี้ย	187
	วิธีหาเงินต้น	191
	วิธีหาเวลา	193
	วิธีหาอัตราดอกเบี้ย	194
บทที่ 15	กราฟสถิติ	197
	การสร้างกราฟรูปภาพ	198
	กราฟแท่ง	202
	การสร้างกราฟแท่ง	203

กราฟวงกลม	207
-----------	-----

บทที่ 16	กราฟเส้นตรง	210
	ตัวแปรและตัวคงค่า	210
	กราฟของสมการ	217
	ความลาด หรือเกรเดียน ของเส้นตรง	220
	การใช้กราฟเส้นตรงสำหรับเปรียบเทียบ	222
	กราฟสถิติ	226



บทที่ 1

เศษส่วน - เศษซ้อน

1.1 ความหมายของเศษส่วน

$\frac{3}{4}$ เป็นเลขเศษส่วน มี 3 เป็นเศษ 4 เป็นส่วน เลขที่เป็นตัวส่วน แสดงให้ทราบว่า แบ่งจำนวนเต็มออกเป็นกี่ส่วนเท่า ๆ กัน หรือเป็นตัวหารจำนวนเต็มนั่นเอง เลขที่เป็นตัวเศษแสดงให้ทราบว่า เอาส่วนที่ถูกต้องนั้นออกมาเท่าไร หรือเป็นตัวคูณนั่นเอง เช่น :-

แบ่งเงิน 1 บาท ออกเป็น 4 ส่วน ก็ได้ $\frac{1}{4}$ บาท

2 ส่วนของ $\frac{1}{4}$ บาท ก็จะเป็น $\frac{2}{4}$ บาท

3 ส่วนของ $\frac{1}{4}$ บาท ก็จะเป็น $\frac{3}{4}$ บาท

$\frac{3}{4}$ มีความหมายเท่ากับ $3 \div 4$

$\frac{3}{4}$ นิ้ว มีความหมายเท่ากับ แบ่ง 1 นิ้วออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน เอาออกมาเพียง 3 ส่วน

หรือ $\frac{3}{4}$ นิ้ว มีความหมายเท่ากับ แบ่ง 3 นิ้วออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน

1.2 เศษส่วนแท้ เศษเกิน จำนวนคละ

$\frac{2}{3}$ เป็นเศษส่วน ซึ่งมีเศษน้อยกว่าส่วน เราเรียกว่า เศษส่วนแท้

$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ เป็นเศษส่วน ซึ่งมีเศษเท่าหรือมากกว่าส่วน เราเรียกว่าเศษเกิน

$1\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนคละ เพราะส่วนหนึ่งเป็นจำนวนเต็ม อีกส่วนหนึ่งเป็นเศษส่วน

เราเรียก เศษส่วนแท้ เศษเกิน และจำนวนคละรวมกันว่า เศษส่วน

1.3 การทำเศษเกินให้เป็นจำนวนคละ

เราอาจทำเศษเกินให้เป็นจำนวนคละได้ โดยเอาส่วนหารเศษ เช่น :-

$$\begin{aligned}\frac{21}{5} &= 21 \div 5 = 4 \text{ เศษ } 1 \text{ ส่วน } 5 \\ &= 4\frac{1}{5}\end{aligned}$$

1.4 การทำจำนวนคละให้เป็นเศษเกิน

เราอาจทำจำนวนคละให้เป็นเศษเกินได้ โดยเอาส่วนของเศษส่วนคูณจำนวน ได้เท่าไรแล้วเอาไปบวกกับเศษของเศษส่วน เช่น:-

$$3\frac{2}{3} = \frac{3 \times 3 + 2}{3} = \frac{11}{3}$$

1.5 ค่าของเศษส่วนจะไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าเอาเลขจำนวนเดียวกัน คูณตัวเลขนของเศษและส่วน หรือหารตัวเลขนของเศษและส่วน

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 4}{7 \times 4} = \frac{12}{28}$$

$$\frac{3}{3} = \frac{3 \div 3}{3 \div 3} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{15}{18} = \frac{15 \div 3}{18 \div 3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{12}{4} = \frac{12 \div 4}{4 \div 4} = \frac{3}{1} = 3$$

1.6 การทอนเศษส่วนเป็นอย่างต่ำ

ถ้าเศษและส่วนของเศษส่วนมีตัวประกอบร่วม (Common factor) เราอาจเอาตัวประกอบร่วมนั้นหารเศษและหารส่วนได้ การเอาตัวประกอบร่วมหารเศษและส่วนของเศษส่วน เรียกว่า การทอนเศษส่วนเป็นอย่างต่ำ เช่น:-

$\frac{15}{24}$ มี 3 เป็นตัวประกอบร่วมของเศษและส่วน

$$\therefore \frac{15}{24} = \frac{15 \div 3}{24 \div 3} = \frac{5}{8}$$

เวลาทำ เราอาจใช้ตัดกันได้ เช่น:-

$$\frac{15}{24} = \frac{15^5}{24^8} = \frac{5}{8}$$

$$\text{หรือ } \frac{9}{3} = \frac{9^3}{3^1} = \frac{3}{1} = 3$$

ในการทอนเศษส่วนโดยวิธีตัด จะต้องใส่ผลหารไว้เสมอ แม้ผลจากการหารเป็น 1 ก็ตาม เพราะการใส่ผลไว้ทำให้เห็นผลชัดเจน ไม่ผิดพลาดได้

1.7 การบวก และการลบเศษส่วน

ในการบวก และการลบเศษส่วน จะต้องทำเศษส่วนทุกจำนวน ให้มีส่วนเท่ากันก่อน แล้วจึงเอาเศษบวกหรือลบกัน เช่น :-

$$\begin{aligned}
 \text{(ก)} \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} &= \frac{1 \times 6}{5 \times 6} + \frac{1 \times 5}{6 \times 5} + \frac{1 \times 2}{15 \times 2} \\
 &= \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{2}{30} \\
 &= \frac{13}{30}
 \end{aligned}$$

ส่วนของเศษส่วนจะเท่ากับเท่าไร จึงจะเท่ากันทุกจำนวน เราหาได้โดย เอาส่วนของทุกจำนวนมาหา ค.ร.น. เช่น ค.ร.น. ของ 5, 6, 15 ได้ 30 เราจึงทำส่วนของทุกจำนวนให้เป็น 30

$$\begin{aligned}
 \text{(ข)} \quad 3\frac{7}{10} - 1\frac{8}{15} + 1\frac{1}{3} &= (3 + \frac{7}{10}) - (1 + \frac{8}{15}) + (1 + \frac{1}{3}) \\
 &= 3 - 1 + 1 + \frac{7}{10} - \frac{8}{15} + \frac{1}{3} \\
 &= 3 + \frac{21 - 16 + 10}{30} \\
 &= 3 + \frac{31 - 16}{30} \\
 &= 3 + \frac{15}{30} \\
 &= 3\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

หรืออาจทำจำนวนคละให้เป็นเศษเกินก่อน แล้วจึงบวกลบกัน เช่น :-

$$\begin{aligned}
 3\frac{7}{10} - 1\frac{8}{15} + 1\frac{1}{3} &= \frac{37}{10} - \frac{23}{15} + \frac{4}{3} \\
 &= \frac{111 - 46 + 40}{30} \\
 &= \frac{105}{30} = 3\frac{15}{30} \\
 &= 3\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 1.ก

(ข้อ 1-10 สำหรับคิดในใจ)

1. $\frac{5}{8}$ ของ 1 ชั่วโมง เท่ากับกี่นาที
2. $\frac{4}{8}$ ของ 1 วัน เท่ากับกี่ชั่วโมง
3. 25 สตางค์ เป็นเศษส่วนเท่าไรของ 1 บาท
4. 10 สตางค์ เป็นเศษส่วนเท่าไรของ 2 สตางค์
5. 8 ชั่วโมง เป็นเศษส่วนเท่าไรของ 1 วัน
6. 9 นิ้ว เป็นเศษส่วนเท่าไรของ 1 ฟุต
7. จงหาตัวเลขใส่แทนเครื่องหมาย ... ให้ถูกต้อง

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{\dots} = \frac{\dots}{24}$$

8. จงหาตัวเลขใส่แทนเครื่องหมาย ... ให้ถูกต้อง

$$\frac{48}{64} = \frac{\dots}{32} = \frac{3}{\dots}$$

9. จงทำ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ ให้ทุกจำนวนมีส่วนเป็น 12

10. จงทอนเศษส่วนต่อไปนี้เป็นอย่างต่ำที่สุด

ก. $\frac{8}{18}$ ข. $\frac{24}{32}$ ค. $\frac{35}{42}$ ง. $\frac{45}{63}$

จงทอนเศษส่วนต่อไปนี้เป็นอย่างต่ำที่สุด

11. $\frac{35}{105}$ 12. $\frac{154}{198}$ 13. $\frac{168}{480}$ 14. $\frac{648}{972}$

จงทำเศษส่วนต่อไปนี้เป็นจำนวนเต็มหรือจำนวนคละ

15. $\frac{420}{38}$ 16. $\frac{607}{25}$ 17. $\frac{787}{74}$ 18. $\frac{658}{84}$

จงทำจำนวนคละต่อไปนี้เป็นเศษเกิน

19. $13\frac{9}{11}$ 20. $17\frac{19}{23}$ 21. $3\frac{102}{103}$ 22. $10\frac{91}{101}$

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

23. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ 24. $\frac{4}{5} + \frac{7}{10} + \frac{4}{7} + \frac{2}{21}$
 25. $4\frac{7}{20} + 3\frac{8}{15} + 1\frac{5}{12}$ 26. $3\frac{5}{7} + 2\frac{4}{15} + 1\frac{1}{35}$
 27. $3\frac{3}{4} + \frac{7}{10} + \frac{8}{15} + 1\frac{3}{20}$ 28. $\frac{11}{17} + \frac{31}{51} + \frac{266}{357} + \frac{5}{13} + \frac{24}{39}$
 29. $\frac{3}{20} + \frac{5}{12} + \frac{4}{15} - \frac{5}{8}$ 30. $3\frac{10}{11} + 5\frac{7}{15} - 2\frac{9}{22} - 4\frac{9}{10}$
 31. $5\frac{1}{2} - 7\frac{1}{6} + 4\frac{1}{4} + 3 - \frac{2}{3}$ 32. $5\frac{2}{3} - 6\frac{3}{4} + 7\frac{4}{5} - 5\frac{7}{10}$
 33. $3\frac{1}{3} + 2\frac{3}{7} - 6\frac{8}{9} + 1\frac{8}{63}$ 34. $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{12} + 3\frac{3}{16} - 7\frac{19}{24}$
 35. $\frac{11}{12} - \frac{7}{9} + \frac{4}{15} - \frac{13}{45} + 1\frac{11}{60}$
 36. กระดานแผ่นหนึ่งกว้าง $4\frac{3}{16}$ นิ้ว เอากระดานสองแผ่นซึ่งกว้าง $\frac{3}{4}$ นิ้ว และ $2\frac{1}{8}$ นิ้ว คอกติดข้างละแผ่น เสร็จแล้ว กระดานที่ต่อแล้วจะมีหน้ากว้างเท่าไร
 37. รูปเขียนแผ่นหนึ่ง กว้าง $18\frac{3}{4}$ นิ้ว ยาว $21\frac{3}{8}$ นิ้ว เอาไปใส่กรอบไม้ ซึ่งมีไม้กว้าง $1\frac{7}{16}$ นิ้ว โดยรอบกรอบรูปที่ทำด้วยไม้นี้ กว้าง ยาว กี่นิ้ว
 38. ท่อน้ำกลม มีเส้นผ่านศูนย์กลางวัดภายในยาว $1\frac{1}{16}$ นิ้ว และเส้นผ่านศูนย์กลางวัดภายนอกยาว $1\frac{3}{8}$ นิ้ว ท่อน้ำนี้หนาเท่าไร
 39. ชายคนหนึ่งใช้เงินไปครั้งแรก $\frac{1}{4}$ ของเงินที่มีอยู่ ครั้งที่สองใช้ไปอีก $\frac{5}{8}$ ครั้งที่สามใช้ไปอีก $\frac{1}{8}$ เขาจะมีเงินเหลืออยู่เป็นเศษส่วนเท่าไร
 40. บิดาแบ่งเงินให้บุตร 4 คน คนที่หนึ่งได้ $\frac{1}{7}$ คนที่สองได้ $\frac{2}{5}$ คนที่สามได้ $\frac{2}{9}$ คนที่สี่จะได้รับส่วนแบ่งเท่าไร

1.8 การคูณเศษส่วน

ก. คูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} \times 3 &= \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \text{ หรือ } = \frac{3 \times 3}{7} \\ &= \frac{9}{7} \\ &= 1\frac{2}{7}\end{aligned}$$

ข. คูณเศษส่วนแท้ด้วยเศษส่วนแท้

$$(1) \frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{7 \times 5} = \frac{6}{35}$$

$$(2) \frac{8}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{8^2_3}{9} \times \frac{3^1_1}{4} = \frac{2 \times 1}{3 \times 1} = \frac{2}{3}$$

$$(3) \frac{5}{8} \times \frac{3}{10} = \frac{5^1_2}{8} \times \frac{3^1_{10_2}}{10} = \frac{1 \times 1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

ค. คูณจำนวนคละด้วยจำนวนเต็ม

$$\begin{aligned} 1\frac{6}{7} \times 3 &= 1\frac{3}{1} \times \frac{3}{1} \\ &= \frac{39}{7} \\ &= 5\frac{4}{7} \end{aligned}$$

ง. คูณจำนวนคละด้วยเศษส่วนแท้

$$\begin{aligned} 1\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} &= 1\frac{2^3}{7} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7} \end{aligned}$$

จ. คูณจำนวนคละด้วยจำนวนคละ

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{9} &= \frac{6^2_1}{5} \times \frac{10^2_3}{9} \\ &= \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \end{aligned}$$

1.9 การหารเศษส่วน

ก. หารเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม

$$\begin{aligned} \frac{9}{10} \div 3 &= \frac{9}{10} \div \frac{3}{1} \\ &= \frac{9}{10} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{3}{10} \end{aligned}$$

ข. หารเศษส่วนด้วยเศษส่วน

$$\begin{aligned} \frac{5}{9} \div \frac{10}{21} &= \frac{5^1_3}{9} \times \frac{21^7_{10_2}}{10} \\ &= \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \end{aligned}$$

ค. หารจำนวนคละด้วยจำนวนเต็ม

$$\begin{aligned} 4\frac{2}{3} \div 6 &= \frac{14}{3} \div \frac{6}{1} \\ &= \frac{14}{3} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{7}{9} \end{aligned}$$

ง. หารจำนวนคละด้วยเศษส่วน

$$\begin{aligned} 5\frac{5}{8} \div \frac{7}{9} &= \frac{35}{8} \times \frac{9}{7} \\ &= \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} \end{aligned}$$

จ. หารจำนวนคละด้วยจำนวนคละ

$$\begin{aligned} 2\frac{4}{5} \div 1\frac{2}{5} &= \frac{14}{5} \div \frac{7}{5} \\ &= \frac{14}{5} \times \frac{5}{7} \\ &= \frac{2}{1} = 2 \end{aligned}$$

1.10 คูณและหารระคนกัน

$$\begin{aligned} \text{ก. } 2\frac{2}{7} \times 3\frac{3}{4} \div 3\frac{1}{5} &= \frac{16}{7} \times \frac{15}{4} \div \frac{16}{5} \\ &= \frac{16}{7} \times \frac{15}{4} \times \frac{5}{16} \\ &= \frac{75}{28} \\ &= 2\frac{19}{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข. } 2\frac{2}{7} \div 3\frac{1}{5} \times 3\frac{3}{4} &= (\frac{16}{7} \times \frac{5}{16}) \times \frac{15}{4} \\ &= \frac{5}{7} \times \frac{15}{4} \\ &= \frac{75}{28} \\ &= 2\frac{19}{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ค. } \frac{1}{6} \text{ ของ } 2\frac{3}{4} \div \frac{7}{9} &= (\frac{1}{6} \times \frac{11}{4}) \div \frac{7}{9} \\ &= \frac{11}{24} \times \frac{9}{7} \\ &= \frac{33}{56} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ง. } 3\frac{2}{3} \div \frac{22}{35} \text{ ของ } 7\frac{1}{2} &= \frac{11}{3} \div \left(\frac{22}{35} \times \frac{15}{2} \right) \\
 &= \frac{11}{3} \times \frac{7}{33} \\
 &= \frac{7}{9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{จ. } \frac{4}{7} \text{ ของ } \frac{23}{30} \div \frac{46}{49} \text{ ของ } 4 &= \left(\frac{4}{7} \times \frac{23}{30} \right) \div \left(\frac{46}{49} \times 4 \right) \\
 &= \frac{4 \times 23}{7 \times 30} \div \frac{46 \times 4}{49} \\
 &= \frac{1}{1} \times \frac{23}{30} \times \frac{49}{46 \times 4} \\
 &= \frac{7}{60}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 1 ข.

จงหาผลคูณ

1. $\frac{14}{21} \times \frac{15}{18}$ 2. $2\frac{4}{7} \times 4\frac{2}{3}$ 3. $\frac{3}{7} \times \frac{21}{5} \times \frac{5}{9}$
 4. $1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{2}$ 5. $\frac{1}{2}$ ของ $\frac{1}{4} \times \frac{4}{5}$ 6. $\frac{2}{3} \times \frac{6}{7}$ ของ $1\frac{3}{4}$

จงหาผลหาร

7. $\frac{15}{17} \div \frac{10}{51}$ 8. $\frac{4}{13} \div \frac{5}{26}$ 9. $4\frac{2}{3} \div 5\frac{1}{4}$
 10. $5\frac{2}{9} \div 11\frac{3}{4}$ 11. $3\frac{1}{11} \div 2\frac{19}{33}$ 12. $1\frac{4}{5} \div \frac{24}{35}$

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

13. $3\frac{2}{3} \div \frac{22}{55}$ ของ $7\frac{1}{2}$ 14. $\frac{1}{4}$ ของ $\frac{14}{15} \div \frac{7}{26}$
 15. $5\frac{4}{9} \times \frac{123}{143} \times 2\frac{1}{7} \times 8\frac{29}{50}$ 16. $4\frac{11}{16} \times \frac{16}{27} \times 24\frac{12}{85} \times \frac{17}{152}$
 17. $4\frac{1}{2}$ ของ $3\frac{2}{3}$ ของ $\frac{4}{9}$ ของ $\frac{3}{22}$ 18. $3\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{2} \div 5\frac{1}{2}$ ของ $5\frac{1}{4}$
 19. $1\frac{7}{20} \times \frac{8}{63} \times 1\frac{3}{5} \div \frac{6}{35}$ 20. $\frac{7}{9} \times 4\frac{19}{20} \times 5 \div 19\frac{1}{4}$

21. $2\frac{2}{7} \times \frac{5}{8} \div (1\frac{4}{11} \times 2\frac{4}{9})$
22. $2\frac{1}{5} \div 4\frac{1}{8} \div \frac{3}{8} \times \frac{1}{5}$
23. $4\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5} \times 1\frac{2}{7} \div \frac{1}{2}$
24. $5\frac{1}{3} \div \frac{8}{9} \times 2\frac{7}{10} \div 4\frac{4}{5} \div 3\frac{3}{8}$
25. พรตหนักเป็น $13\frac{3}{8}$ เท่าของน้ำ และทองหนักเป็น $19\frac{3}{8}$ เท่าของน้ำ ทองหนักเป็นกี่เท่าของพรต
26. ก่องไม้ขีดสูง $1\frac{3}{8}$ นิ้ว กว้าง $2\frac{1}{2}$ นิ้ว และยาว $4\frac{1}{2}$ นิ้ว ก่องไม้ขีดมีปริมาตรที่ถูกบาศก์นิ้ว
27. ในการเทคอนกรีตพื้นห้องซึ่งกว้าง $3\frac{3}{4}$ เมตร ยาว $5\frac{1}{8}$ เมตร เสียค่าใช้จ่ายตารางเมตรละ 70 บาท เทคอนกรีตพื้นห้องสิ้นเงินทั้งสิ้นเท่าไร
28. ห้องเรียนกว้าง $28\frac{1}{2}$ ฟุต ยาว $32\frac{1}{4}$ ฟุต สูง $9\frac{1}{8}$ ฟุต ถ้าห้องนี้มีนักเรียน 43 คน นักเรียนคนหนึ่ง ๆ มีอากาศสำหรับหายใจเฉลี่ยคนละกี่ลูกบาศก์ฟุต
29. ถังใบหนึ่งบรรจุน้ำมันเต็มถัง ต่อมาปรากฏว่ารั่วไป $\frac{1}{8}$ ถัง ครั้นเมื่อเติมน้ำมันออก 4 ลิตร ปรากฏว่าน้ำมันเหลืออยู่ครึ่งถังพอดี ถังใบนี้จุน้ำมันกี่ลิตร
30. ปัจจุบันบิดามีอายุ 66 ปี เมื่อ 6 ปีที่ผ่านมาแล้ว บุตรมีอายุเป็น $\frac{5}{12}$ ของอายุบิดา ปัจจุบันบุตรมีอายุเท่าไร
31. ชายคนหนึ่งแบ่งเงินให้แก่บุตรสาว $\frac{7}{18}$ ของเงินที่เขา มีอยู่ ที่เหลือให้แก่บุตรชาย ถ้าบุตรทั้งสองได้ส่วนแบ่งต่างกันอยู่ 3696 บาท ชายคนนั้นมีเงินเท่าไร
32. ชายคนหนึ่งมีความประสงค์จะไปยังเมือง ๆ หนึ่ง ครั้งแรกเขาไปโดยรถไฟได้ทาง $\frac{3}{8}$ ของระยะทางทั้งหมด แล้วเดินทางโดยรถยนต์ต่อไปอีก $\frac{4}{9}$ ของทางทั้งหมด เหลือทางอีก 13,000 หลาที่เขาเดินทางโดยทางเรือ จงหาระยะทางระหว่างเมืองที่จะไปกับที่ขึ้นออกเดินทางของชายคนนั้น

33. หารเลขจำนวนหนึ่งด้วย $1\frac{9}{11}$ ของ $7\frac{1}{3}$ ได้ผลลัพธ์เท่าไร เขา $\frac{5}{9}$ ของ $16\frac{2}{3}$ ไปคูณ ผลคูณจะเป็น $\frac{5}{9}$ ของ $4\frac{1}{5}$ ของ 36 จงหาเลขจำนวนนั้น
34. ห้อง ๆ หนึ่งมีความยาวเป็น $2\frac{1}{2}$ เท่าของความสูง และมีความกว้างเป็น $\frac{3}{5}$ เท่าของความยาว ถ้าห้องนี้สูง 3 เมตร 40 เซนติเมตร จงหาความยาวและความกว้างของห้องนี้
35. ในการเลือกตั้งนายกสมาคมของสมาคมหนึ่ง สมาชิกไม่ได้มาทำการเลือกตั้งเสีย $\frac{2}{5}$ ของสมาชิกทั้งหมด สมาชิกที่มาได้เสนอบุคคล 2 คนเป็นนายก เมื่อเลือกตั้งแล้วปรากฏว่า ผู้ชนะได้คะแนนเสียง $\frac{4}{5}$ ของสมาชิกที่มา และได้คะแนนเสียงมากกว่าอีกคนหนึ่ง 69 เสียง จงหาจำนวนสมาชิกของสมาคมนี้

1.11 วงเล็บ

วงเล็บที่ใช้ในคณิตศาสตร์ มีลักษณะต่าง ๆ กัน ดังนี้

(), { }, [] และ — หรือ —

ใช้สำหรับแสดงให้เห็นว่า จำนวนเลขที่อยู่ภายในวงเล็บนั้นมีความสัมพันธ์กันมากกว่าจำนวนที่อยู่ภายนอก ฉะนั้นเวลาทำเลขที่มีวงเล็บ ต้องทำในวงเล็บให้เป็นจำนวนเดียวกันก่อน แล้วจึงไปทำกับจำนวนอื่นที่อยู่นอกวงเล็บในการทำเลขเครื่องหมาย ที่มีเครื่องหมาย +, -, × และ ÷ ระคนกัน ต้องทำสองจำนวนที่มีคำว่า “ของ” หรือเครื่องหมาย × และ ÷ อยู่กลาง ให้เป็นจำนวนเดียวกันก่อน แล้วจึงเอาไป บวก และ ลบ กับจำนวนอื่น เว้นแต่จะมีเครื่องหมายวงเล็บ ต้องทำในเครื่องหมายวงเล็บให้เป็นจำนวนเดียวกันก่อน แล้วจึงไปทำกับจำนวนอื่นที่อยู่นอกวงเล็บ

ตัวอย่างที่ 1 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} + \frac{2}{9} \times \frac{3}{4}$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \frac{2}{3} \div 1\frac{1}{2} + \frac{2}{9} \times \frac{3}{4} &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{4}{9} + \frac{1}{6} \\ &= \frac{8+3}{18} = \frac{11}{18}\end{aligned}$$

ตอบ $\frac{11}{18}$

ตัวอย่างที่ 2 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\frac{1}{2}$ ของ $(4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}) \div 8\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \frac{1}{2} \text{ ของ } (4\frac{2}{5} - 2\frac{1}{5}) \div 8\frac{1}{4} &= \frac{1}{2} \times (\frac{22}{5} - \frac{11}{5}) \div \frac{33}{4} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{11}{5} \times \frac{4}{33} = \frac{2}{15}\end{aligned}$$

ตอบ $\frac{2}{15}$

ตัวอย่างที่ 3 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \times \frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \times \frac{1}{4} &= (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{3+2}{6} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{24}\end{aligned}$$

ตอบ $\frac{5}{24}$

ตัวอย่างที่ 4 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad 1\frac{1}{4} + [1\frac{3}{4} - \{1\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + (\frac{3}{4} - \frac{1}{3})\}] \\ &= \frac{5}{4} + [\frac{7}{4} - \{\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + (\frac{9-4}{12})\}] \\ &= \frac{5}{4} + [\frac{7}{4} - \{\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + \frac{5}{12}\}] \\ &= \frac{5}{4} + [\frac{7}{4} - \frac{18-8+5}{12}] \\ &= \frac{5}{4} + [\frac{7}{4} - \frac{15}{12}]\end{aligned}$$

$$= \frac{5}{4} + \left[\frac{21-15}{12} \right]$$

$$= \frac{5}{4} + \frac{6}{12}$$

$$= \frac{15+6}{12} = \frac{21}{12}$$

$$= 1 \frac{9}{12} = 1 \frac{3}{4}$$

ตอบ $1 \frac{3}{4}$

อธิบาย เมื่อมีวงเล็บซ้อนกันอยู่ ต้องทำวงเล็บภายในที่สุดก่อน แล้ว
ทยอยทำวงเล็บถัดออกมาเรื่อย ๆ จนหมด แล้วทำให้เป็นผลสำเร็จ

แบบฝึกหัดที่ 1 ค.

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- $\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8} \right)$
- $1 - 2 \div \left(3 + \frac{4}{8} \right)$
- $\left(1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} \right) \div \left(3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3} \right)$
- $\left(3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} \right) - \left(3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4} \right)$
- $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{14} \right) \text{ ของ } 6\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}\frac{1}{4}$
- $\frac{2}{3} - \left| \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right) \div \frac{1}{2} \right|$
- $\frac{1}{2} - \left| \frac{1}{3} \div \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{12} \right) \right|$
- $7 - \left| 1\frac{1}{4} \div \left(12\frac{7}{12} - 11\frac{1}{3} \right) \right|$
- $5 - \left[7\frac{1}{2} - \left(3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4} \right) + 2\frac{1}{3} \right]$
- $8\frac{1}{3} - \left[4\frac{1}{3} - \left| 2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3} + \left(5\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4} \right) \right| \right]$
- $5\frac{1}{10} - 7\frac{1}{2} + \left| 2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4} - \left(1\frac{1}{4} - 5\frac{2}{3} \right) + 5 \right|$
- $3\frac{7}{10} - 5\frac{1}{5} - \left[2\frac{1}{3} - 5\frac{1}{4} + \left(2\frac{1}{2} - 3 \right) - 3 \right]$

1.12 เศษซ้อน

เศษซ้อน คือเลขเศษส่วนที่มีส่วนเป็นเศษส่วน หรือมีเศษเป็นเศษส่วน หรือทั้งเศษและทั้งส่วนเป็นเศษส่วนซ้อนกัน (หารกัน) เช่น $\frac{5}{1\frac{1}{2}}, \frac{\frac{3}{4}}{8}, \frac{3\frac{4}{5}}{6\frac{7}{8}}$ เป็นต้น

วิธีทำเศษซ้อนนั้น ต้องทำเศษและส่วนที่ซ้อนกันอยู่ ให้เศษเป็นเลขจำนวนเดียว และให้ส่วนเป็นเลขจำนวนเดียวกัน แล้วจึงหารส่วนไปหารเศษ

ในการทำเศษซ้อน จะต้องพิจารณาดูให้ได้ว่าจำนวนไหนเป็นเศษ จำนวนไหนเป็นส่วน เพราะโจทย์บางข้อ ซ้อนกันหลายชั้น

ตัวอย่างที่ 1 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\frac{2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}}{2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{4}}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}}{2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{4}} &= \frac{\frac{5}{2} - \frac{7}{4}}{\frac{8}{3} + \frac{5}{4}} \\ &= \frac{\frac{10-7}{4}}{\frac{32+15}{12}} \\ &= \frac{3}{4} \div \frac{47}{12} \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{12}{47} \\ &= \frac{9}{47} \end{aligned}$$

ตอบ $\frac{9}{47}$

ตัวอย่างที่ 2 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\frac{3}{1 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{3}{1 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}} &= \frac{3}{1 - \frac{1}{\frac{9-1}{3}}} \\ &= \frac{3}{1 - \frac{1}{\frac{8}{3}}} \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{1 - 1 \times \frac{3}{8}}$$

$$= \frac{3}{1 - \frac{3}{8}}$$

$$= \frac{3}{\frac{8-3}{8}}$$

$$= 3 \div \frac{5}{8}$$

$$= 3 \times \frac{8}{5}$$

$$= \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$$

ตอบ $4\frac{4}{5}$

แบบฝึกหัดที่ 1 ง.

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $\frac{\frac{2}{3} \div \frac{7}{9}}{\frac{3}{5} \times \frac{4}{7}}$

2. $\frac{\frac{2}{11} \text{ ของ } 12\frac{6}{7}}{\frac{3}{8} \text{ ของ } \frac{5}{6\frac{2}{3}}}$

3. $\frac{\frac{4}{7} + \frac{3}{11}}{1 - \frac{4}{7} \text{ ของ } \frac{3}{11}}$

4. $\frac{3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}}{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}}$

5. $\frac{2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{3}}{3\frac{1}{8} + 1\frac{1}{4}}$

6. $\frac{2\frac{1}{3} - \frac{7}{9} + \frac{2}{7}}{1 + \frac{6}{7} - \frac{5}{6}}$

7. $\frac{1\frac{2}{7} - \frac{2}{3} + \frac{1}{5}}{\frac{6}{7} + \frac{3}{5} - \frac{1}{6}}$

8. $\frac{(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}) \text{ ของ } 2\frac{4}{9}}{1\frac{1}{4} \text{ ของ } (\frac{3}{2} + 2\frac{1}{3})}$

9. $5 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}$

10. $3 - \frac{3}{2 - \frac{3}{4}}$

11. $\frac{5}{4 - \frac{1}{9 + \frac{2}{7}}}$

12. $\frac{6}{4 - \frac{3}{2 - \frac{1}{5}}}$

13. $\frac{3\frac{1}{3} + 8\frac{4}{9}}{6\frac{1}{12} - 3\frac{7}{8}}$

$\div \frac{3\frac{1}{7} \text{ ของ } 9\frac{7}{9}}{3\frac{13}{14} \text{ ของ } 4\frac{2}{5}}$

14. $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{12}}{\frac{1}{2} - (\frac{1}{3} - \frac{1}{12})}$

$\div \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{12}}{\frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{12})}$

$$15. \frac{7\frac{5}{8} + 3\frac{1}{6}}{8\frac{5}{8} - 8\frac{1}{6}} \div \frac{(8\frac{2}{3} - 8\frac{7}{12}) \text{ and } 8\frac{8}{11}}{4\frac{2}{3} + 4\frac{7}{12} \text{ and } 8\frac{8}{11}}$$

$$16. 2 - \frac{3}{3 - \frac{2\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{3 - \frac{1}{4}}}$$

$$17. 5 - \frac{2}{4 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$$

$$18. \frac{\frac{1}{3}}{2 - \frac{5}{4 - \frac{1}{6 - \frac{1}{7}}}}$$

$$19. 2\frac{1}{4} \div \frac{2}{1 - \frac{1}{5}} + 3 \times \frac{3}{3 + \frac{5}{2 - \frac{2}{3}}}$$

$$20. \frac{\frac{1}{7} + \frac{2}{7 \times 8}}{\frac{1}{6} + \frac{2}{6 \times 7} + \frac{3}{6 \times 7 \times 8}} \div \frac{5\frac{2}{3} \text{ and } 3\frac{14}{17}}{2\frac{3}{4} \text{ and } 5\frac{10}{11}}$$

บทที่ 2

ทศนิยมรู้จักและไม่รู้จัก

2.1 การแปลงเศษส่วนเป็นทศนิยม

เศษส่วนแท้ เช่น $\frac{2}{5}$ หมายความว่าเราแบ่งจำนวนหนึ่งออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน และเอาเพียง 2 ส่วน และ $\frac{2}{5}$ นี้ มีความหมายเท่ากับ $2 \div 5$ คือ เศษหารด้วยส่วน ในการเอาส่วนหารเศษนั้น บางทีก็หารลงตัว บางทีก็หารไม่ลงตัว เช่น

$\frac{1}{2} = .5$	$\begin{array}{r} 2 \overline{)1.0} \\ \underline{.5} \end{array}$
$\frac{1}{3} = .33....$	$\begin{array}{r} 3 \overline{)1.00....} \\ \underline{.33....} \end{array}$
$\frac{1}{4} = .25$	$\begin{array}{r} 4 \overline{)1.00} \\ \underline{.25} \end{array}$
$\frac{1}{5} = .2$	$\begin{array}{r} 5 \overline{)1.0} \\ \underline{.2} \end{array}$
$\frac{1}{6} = .166....$	$\begin{array}{r} 6 \overline{)1.000....} \\ \underline{.166....} \end{array}$
$\frac{1}{7} = .142857....$	$\begin{array}{r} 7 \overline{)1.000000....} \\ \underline{.142857....} \end{array}$
$\frac{1}{8} = .125$	$\begin{array}{r} 8 \overline{)1.000} \\ \underline{.125} \end{array}$
$\frac{1}{9} = .11....$	$\begin{array}{r} 9 \overline{)1.00....} \\ \underline{.11....} \end{array}$
$\frac{1}{10} = .1$	$\begin{array}{r} 10 \overline{)1.0} \\ \underline{.1} \end{array}$

จะเห็นว่า ถ้าแปลงเศษส่วนแท้ที่มีส่วนเป็น 2, 5 หรือตัวเลข
ที่เอา 2, หรือ 5 ไปคูณเป็น 10, 100, 1,000 ได้ ก็
แปลงเศษส่วนนั้นเป็นทศนิยมได้ลงตัว หรือเป็นทศนิยมรู้จบ แต่ถ้าเอา 2
หรือ 5 คูณส่วนแล้วไม่เป็น 10, 100, 1,000 ก็แปลงเศษ
ส่วนนั้นเป็นทศนิยมไม่ได้ลงตัว จะคงหารได้เรื่อยไป เราเรียกทศนิยม
ชนิดนี้ว่าทศนิยมไม่รู้จบ

2.2 การเขียนทศนิยมไม่รู้จบ

ในการแปลงเศษส่วนเป็นทศนิยมไม่ได้ลงตัว คงหารได้เรื่อยนั้น
ตัวเลขในผลหารจะซ้ำกัน บางทีก็เป็นตัวเลขตัวเดียวซ้ำกันเรื่อยไป
บางทีก็มีตัวเลขสองตัวซ้ำกัน บางทีก็ 3 ตัว ฯลฯ เป็นหมู่ไป เช่น:-

$$\frac{1}{3} = .33 \dots\dots$$

$$\frac{3}{11} = .2727 \dots\dots$$

$$\frac{1}{27} = .037037 \dots\dots$$

$$\frac{1}{7} = .142857142857 \dots\dots$$

อาจหารได้เรื่อย จึงได้จุดแสดงว่าหารได้เรื่อยไป เป็นวิธีเขียนแสดงไว้
อย่างหนึ่ง แต่ที่นิยมใช้กันนั้น ใช้ได้จุดบนตัวเลขที่ซ้ำกันไว้ดังนี้:-

ทศนิยมไม่รู้จบตัววน

$$\frac{1}{3} = .\dot{3} \quad (\text{ซ้ำกันตัวเดียว})$$

$$\frac{3}{11} = .\dot{2}7 \quad (\text{ซ้ำกันสองตัว})$$

$$\frac{1}{27} = .\dot{0}37 \quad (\text{ซ้ำกันสามตัว ได้จุดตัวต้นตัวท้าย})$$

$$\frac{1}{7} = .14285\dot{7} \quad (\text{ซ้ำกันหกตัว ได้จุดตัวต้นตัวท้าย})$$

ทศนิยมไม่รู้จบผสม

$$\frac{5}{8} = .8\bar{3} \quad (\text{ซ้ำกันตัวเดียว} \quad \text{ตัวไม่ซ้ำไม่ต้องใส่จุด})$$

$$\frac{3}{22} = .1\bar{3}\bar{6} \quad (\text{ซ้ำกันสองตัว} \quad \text{ตัวไม่ซ้ำไม่ต้องใส่จุด})$$

ตัวอย่างที่ 1 จงแปลง $\frac{3}{4}$ เป็นทศนิยม

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} (n) \quad 4 \overline{) 3.00} \\ \underline{.75} \\ \therefore \frac{3}{4} = .75 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (ข) \quad \frac{3}{4} &= \frac{3}{2 \times 2} \\ &= \frac{3 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 5 \times 5} \\ &= \frac{75}{100} = .75 \end{aligned}$$

ตอบ .75

อธิบาย อาจทำได้สองวิธี คือ (ก) ใช้ตั้งหาร (ข) ใช้วิธีทำส่วนให้เป็น 10, 100, 1,000 โดยเอา 2 หรือ 5 คูณทั้งเศษ และส่วน

ตัวอย่างที่ 2 จงแปลง $3\frac{11}{32}$ ให้เป็นทศนิยม

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 0.34375 \\ 32 \overline{) 110} \\ \underline{96} \\ 140 \\ \underline{128} \\ 120 \\ \underline{96} \\ 240 \\ \underline{224} \\ 160 \\ \underline{160} \end{array}$$

$$\therefore 3\frac{11}{32} = 3.34375$$

ตอบ 3.34375

อธิบาย $3\frac{11}{32}$ หมายถึง $3 + \frac{11}{32}$ เมื่อเอา 32 หาร 11 ได้เท่าไร เอา ผลหารที่ได้ไปบวกกับ 3 นั่นก็คือ ไปเขียนต่อจาก 3 นั่นเอง

ตัวอย่างที่ 3 จงแปลง $\frac{11}{4}$ ให้เป็นทศนิยม

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 0.1486486..... \\
 74 \overline{)110} \\
 \underline{74} \\
 360 \\
 \underline{296} \\
 640 \\
 \underline{592} \\
 480 \\
 \underline{444} \\
 360 \\
 \underline{296} \\
 640 \\
 \underline{592} \\
 480 \\
 \underline{444} \\
 \underline{36}
 \end{array}$$

ตอบ 0.1486

อธิบาย หากรไม่ลงตัว ตัวเลข 486 ซ้ำอยู่เรื่อย เวลาตอบจึงใส่จุดบน 4 กับ 6 แสดงว่า 486 เป็นตัวไม่รู้จัก

แบบฝึกหัดที่ 2 ก.

(ข้อ 1 - 20 สำหรับคิดในใจ)

1. $\frac{3}{10}$ 2. $\frac{5}{100}$ 3. $\frac{38}{1000}$ 4. $\frac{105}{10}$ 5. $\frac{490}{1000}$
 6. $\frac{1}{4}$ 7. $\frac{3}{5}$ 8. $\frac{1}{8}$ 9. $\frac{1}{3}$ 10. $\frac{1}{6}$

11. จำนวนไหนที่ส่วนหารเศษได้ลงตัว $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{5}{8}$
 12. จำนวนไหนที่ส่วนหารเศษไม่ลงตัว $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{11}{16}$
 13. จงทำ 125 บาท 5 สตางค์ ให้เป็นบาท

14. จงทำ 3 เมตร 16 เซนติเมตร ให้เป็นเมตร
15. จงทำ 15 เมตร 8 เซนติเมตร ให้เป็นเมตร
16. จงทำ 39 กิโลเมตร 38 เมตร ให้เป็นกิโลเมตร
17. จงทำ 52 กิโลเมตร 7 เมตร ให้เป็นกิโลเมตร
18. จงทำ 7 เมตร 25 เซนติเมตร 3 มิลลิเมตร ให้เป็นเมตร
19. จงทำ 12 กิโลกรัม 175 กรัม ให้เป็นกิโลกรัม
20. จงทำ 6 กิโลกรัม 8 กรัม ให้เป็นกิโลกรัม

จงแปลงเศษส่วนให้เป็นทศนิยม

- | | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| 21. $\frac{7}{25}$ | 22. $\frac{3}{40}$ | 23. $\frac{7}{80}$ | 24. $\frac{31}{160}$ |
| 25. $\frac{11}{16}$ | 26. $\frac{5}{28}$ | 27. $\frac{11}{13}$ | 28. $\frac{82}{41}$ |
| 29. $\frac{29}{30}$ | 30. $3\frac{2}{11}$ | 31. $4\frac{11}{32}$ | 32. $17\frac{34}{625}$ |
| 33. $\frac{511}{512}$ | 34. $\frac{31}{82}$ | 35. $5\frac{2}{13}$ | 36. $\frac{238}{260}$ |
| 37. $4\frac{23}{275}$ | 38. $\frac{43}{450}$ | 39. $3\frac{31}{82}$ | 40. $\frac{239}{495}$ |

2.3 การแปลงทศนิยมรู้จักเป็นเศษส่วน

เนื่องจากทศนิยมรู้จักนั้นแปลงมาจากเศษส่วนที่มีส่วนเป็น 10, 100, 1,000 ฯลฯ เช่น .1 แปลงมาจาก $\frac{1}{10}$, .02 มาจาก $\frac{2}{100}$ ฉะนั้นเวลาจะแปลงทศนิยมรู้จักมาเป็นเศษส่วน ก็ทำย้อนกลับไป คือถ้าทศนิยมตำแหน่งเดียว เวลาทำเป็นเศษส่วน ก็เอาจุดทศนิยมออก แล้วเอา 10 หารเลขจำนวนนั้น ก็จะได้เป็นเศษส่วน ถ้าเศษส่วนนั้นทอนเป็นอย่างต่ำได้ก็ทอนให้เป็นอย่างต่ำที่สุด ถ้าเป็นสองตำแหน่งก็เอาจุดทศนิยมออก แล้วเอา 100 หารเลขจำนวนนั้น ถ้าสามตำแหน่งก็เอา 1,000 หาร เช่น:-

$$.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$.08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

$$.325 = \frac{325}{1000} = \frac{13}{40} \text{ เป็นต้น}$$

2.4 การแปลงทศนิยมไม่รู้จบล้วนเป็นเศษส่วน

(ก) ทศนิยมไม่รู้จบนั้นแปลงมาจากเศษส่วนที่ไม่มีค่าเป็นสิบ ร้อย พัน อย่างทศนิยมรู้จบ ฉะนั้นเวลาแปลงเป็นเศษส่วนจึงทำอย่างเดียวกันไม่ได้ แต่ก็มีวิธีทำได้ง่ายเหมือนกัน

ถ้าได้ทศลของเฮา 9 หารเลขตั้งแต่ 1 ถึง 8 แล้วจะเห็นว่า

$$\frac{1}{9} = .1, \quad \frac{2}{9} = .2, \quad \frac{3}{9} = .3, \quad \frac{4}{9} = .4,$$

$$\frac{5}{9} = .5, \quad \frac{6}{9} = .6, \quad \frac{7}{9} = .7, \quad \frac{8}{9} = .8$$

จากหลักนี้ เวลาแปลงทศนิยมไม่รู้จบตำแหน่งเดียว ก็เอาจุดทศนิยมและจุดทศนิยมไม่รู้จบออก แล้วเอาเลขนั้นเป็นเศษ เอา 9 เป็นส่วน ถ้าทอนเป็นอย่างต่ำได้ก็ทอนต่อไป เช่น:-

$$.3 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$.6 = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

ในทำนองเดียวกัน ทศนิยมไม่รู้จบ 2 สองตัว หรือมีเลข 4 ตัว ก็มาจากเศษส่วนที่มีส่วนเป็น 99 ถ้า 3 ตัว ก็มาจากเศษส่วนที่มีส่วนเป็น 999 นั่นก็คือ ทศนิยมไม่รู้จบจะมีกี่ตัวก็ตาม เวลาแปลงเป็นเศษส่วน จะมี 9 เป็นส่วนเท่าจำนวนตัวเลขที่เป็นทศนิยมไม่รู้จบ เช่น:-

$$.63 = \frac{63}{99} = \frac{7}{11}$$

$$.063 = \frac{63}{999} = \frac{7}{111}$$

2.5 วิธีแปลงทศนิยมไม่รู้จักจบลงเป็นเศษส่วน

การทำทศนิยมไม่รู้จักจบลงให้เป็นเศษส่วน ทำเช่นเดียวกับการแปลงทศนิยมไม่รู้จักตัว แต่ต้องทำสองครั้ง ดังนี้

(ก) แปลงทศนิยมรู้จักที่อยู่หลังจุดทศนิยมและหน้าตัวเลขไม่รู้จักให้เป็นเศษส่วนก่อน

(ข) แปลงตัวไม่รู้จักจบเป็นเศษส่วน

$$\begin{aligned}\text{เช่น } .5\bar{8} &= \frac{5\frac{8}{9}}{10} = \frac{53}{90} = \frac{53}{90} \\ .34\bar{7} &= \frac{34\frac{7}{9}}{100} = \frac{313}{900} = \frac{313}{900} \\ .03\bar{6} &= \frac{3\frac{6}{9}}{100} = \frac{33}{900} = \frac{33}{900} = \frac{11}{300}\end{aligned}$$

วิธีที่ทำมาแล้วยังยาวไป อาจทำให้สั้นได้อีกดังนี้

$$\begin{aligned}.5\bar{8} &= \frac{58-5}{90} = \frac{53}{90} \\ .34\bar{7} &= \frac{347-34}{900} = \frac{313}{900} \\ .03\bar{6} &= \frac{36-3}{900} = \frac{33}{900} = \frac{11}{300}\end{aligned}$$

นั่นก็คือ การทำทศนิยมไม่รู้จักจบลงให้เป็นเศษส่วน ให้เอาตัวเลขหลังจุดทศนิยมทั้งหมดตั้ง เอาตัวเลขที่เป็นทศนิยมรู้จักลบออก ได้เท่าไรเอาเป็นเศษ ของเศษส่วนที่มีส่วนเป็น 9 เท่าจำนวนตัวเลขทศนิยมไม่รู้จัก และเติม 0 ลงไปข้างท้ายเท่าจำนวนตัวเลขทศนิยมรู้จัก

ตัวอย่างที่ 1 จงแปลง $.6\bar{7}3$ ให้เป็นเศษส่วน

$$\begin{array}{lcl}\text{วิธีทำ} & .6\bar{7}3 & = \frac{673}{999} \\ \text{ตอบ} & & \underline{\underline{\frac{673}{999}}}\end{array}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแปลง 8.06235 ให้เป็นเศษส่วน

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad 8.06235 &= 8 \frac{6235}{99900} \\
 &= 8 \frac{6229}{99900} \\
 \text{ตอบ} \quad &\underline{8 \frac{6229}{99900}}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 2 ข.

(ข้อ 1-10 สำหรับคิดในใจ)

จงแปลงทศนิยมต่อไปนี้ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

- | | | | |
|-----------|------------|-------------|--------------|
| 1. .05 | 2. .16 | 3. .75 | 4. .125 |
| 5. .7 | 6. .08 | 7. .005 | 8. 16 |
| 9. .07 | 10. .54 | 11. .296 | 12. .135 |
| 13. .481 | 14. .0231 | 15. .00369 | 16. .116 |
| 17. .0138 | 18. .7045 | 19. .0054 | 20. .0054 |
| 21. .0916 | 22. .00962 | 23. .000216 | 24. .5142857 |

2.6 การบวกและลบทศนิยม

การบวกและลบเลขทศนิยม ทำเช่นเดียวกับการบวก การลบ เลข
ธรรมดาทุกอย่าง แต่ต้องระวังการตั้งบวก ตั้งลบ ให้ตรงหลักกัน

เช่น หามลบวาทของ 34.92 , 169.091 , 7016.5 , 9.01025

34.92
169.091
7016.5
<u>9.01025</u>
<u>7229.52125</u>

อาจเขียน 0 เดิมไปข้างท้ายเลข
ทศนิยมแต่ละจำนวนได้ ค่าไม่
เปลี่ยนแปลง และจะช่วยให้การ
วางเลขได้ตรงหลักกันดี

และหามลบต่างระหว่าง 276.1 กับ 93.248

276.100
<u>93.248</u>
<u>182.852</u>

ในการบวก ลบเลขทศนิยม บางครั้งโจทย์ต้องการทศนิยมเพียงน้อยตำแหน่งกว่า
ที่ตั้งบวกลบกัน เวลาทำเราอาจตัดเอาเพียงตำแหน่งที่ต้องการได้ เช่น
7229.52125 มีทศนิยม 5 ตำแหน่ง ถ้าโจทย์ต้องการทศนิยม 4 ตำแหน่ง
ก็ดูตัวเลขตำแหน่งที่ถัดไป ถ้าตั้งแต่ 5 ขึ้นไป ก็คิดมา 1 มารวมกับเลขใน
ตำแหน่งที่สี่ แล้วตัดทิ้งไป ถ้าไม่ถึง 5 ก็ตัดทิ้งได้

7229.52125 มีทศนิยม 5 ตำแหน่ง ต้องการ 4 ตำแหน่งก็จะได้
7229.5213

182.852 มีทศนิยม 3 ตำแหน่ง ถ้าต้องการเพียง 2 ตำแหน่งก็
จะได้ 182.85

แบบฝึกหัดที่ 2 ค.

จงหามลบวาท

1. .30103 + .47712 + .60026 + .68979
2. .096 + .0096 + 96.0096 + .96
3. 7.0096 + .314 + .326 + 81.093 + 325.73
4. .7146 + .003 + 94.216 + .341 + 95.297

5. $93.423 + .875 + .329 + 4.326 + 57.961$
6. $.73 + .0073 + .073 + .00073 + .000073$
7. $.716 + .00716 + 716.0716 + .0000716$
8. $247.35 + 9.168 + .709 + 82.361 + 18.017$

จงหาผลลบ

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 9. $.5475 - .4212$ | 10. $.875 - .525$ |
| 11. $.275 - .198$ | 12. $5.25 - 3.875$ |
| 13. $3.125 - 1.9375$ | 14. $8.425 - 5.3875$ |
| 15. $9.03 - .9003$ | 16. $2.834 - 2.786$ |
| 17. $2.834 - 2.786$ | 18. $3.245 - 1.2375$ |
| 19. $1.1 - .0009$ | 20. $8.75 - 7.00009$ |

2.7 การคูณทศนิยม

การคูณทศนิยมมีหลายวิธี เช่นแปลงทศนิยมให้เป็นเศษส่วนแล้วคูณกัน คุณได้ทำไว้ แล้วแปลงกลับเป็นทศนิยมอีกครั้งหนึ่ง หรือตั้งตัวคูณให้ตรงหลักกัน ตามวิธีที่เรียนมาแล้วแต่ขั้นตอน ๆ แต่วิธีที่เร็วและสั้นกว่านั้น ควรทำโดยวิธีคูณธรรมดา โดยไม่คำนึงถึงจุดทศนิยม เมื่อคูณได้ผล แล้วจึงนับดูว่าตัวตั้งและตัวคูณ มีเลขอยู่หลังจุดทศนิยมรวมอยู่ที่ตำแหน่ง ก็นับตัวเลขจากตัวสุดท้ายของผลคูณมาให้ได้เท่านั้น แล้วใส่จุดทศนิยมไว้ข้างหน้า เช่น:-

ก.	37.109	ข.	30.627
	<u>6</u>		<u>3.4</u>
	222.654		122508
			<u>91881</u>
			<u>104.1318</u>

- อธิบาย ก. ตัวตั้งมีทศนิยม 3 ตำแหน่ง ตัวคูณไม่มีเลขหลังทศนิยม
 นับตัวท้ายของผลคูณคือ 4 เข้ามา ได้ 3 ตำแหน่งที่
 เลข 6 จึงใส่จุดทศนิยมที่หน้า 6
- ข. ตัวตั้งมีทศนิยม 3 ตำแหน่ง ตัวคูณมีทศนิยม 1 ตำแหน่ง
 รวมเป็น 4 ตำแหน่ง ผลคูณจะต้องมีทศนิยม 4
 ตำแหน่ง นับจาก 8 มา 4 ตำแหน่ง ตรงกับเลข 1
 จึงใส่จุดหน้าเลข 1

แบบฝึกหัดที่ 2 ง

(ข้อ 1-10 สำหรับคิดในใจ)

จงหาผลคูณ

- | | | |
|---|--|--------------------------|
| 1. $.3 \times 5$ | 2. $.02 \times 4$ | 3. $.4 \times 6$ |
| 4. 12.2×2 | 5. $.07 \times 3$ | 6. $.012 \times 8$ |
| 7. $.05 \times 12$ | 8. $.079 \times 10$ | 9. $40 \times .09$ |
| 10. $1.02 \times .07$ | 11. 5.27×4.83 | 12. $.189 \times 7600$ |
| 13. $.436 \times 2.19$ | 14. $.0023 \times 3470$ | 15. 46.12×0.372 |
| 16. 3048×0.0099 | 17. $.915 \times .3007$ | |
| 18. $8.12 \times 1.2 \times 0.6$ | 19. $0.57 \times 0.09 \times 27.3$ | |
| 20. $2.3 \times 340 \times 0.008$ | 21. $0.07 \times 2.18 \times 32.6$ | |
| 22. $100 \times .01 \times .001 \times .0001 \times 1000$ | 23. $0.11 \times 0.12 \times 0.13$ | |
| 24. $.04 \times .08 \times 1.09$ | 25. $.003 \times .03 \times .3 \times .0003 \times 3000$ | |

2.8 การหารทศนิยม

(ก) การหารทศนิยมด้วยจำนวนเต็ม ทำเช่นเดียวกับการหาร
 เลขธรรมดา แต่ต้องระวังการใส่จุดทศนิยมให้ถูกต้อง และ
 ระลึกไว้เสมอว่า การเติม 0 หลังตัวเลขที่เป็นทศนิยม ไม่ทำให้
 ค่าของเลขเปลี่ยนแปลง เช่น:-

ตัวอย่างที่ 1 จงหาร 914.52 ด้วย 8

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 8 \overline{) 914.520} \\ \underline{114.315} \end{array}$$

ตอบ 114.315

ตัวอย่างที่ 2 จงหาร 9.3 ด้วย 124

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 0.075 \\ 124 \overline{) 9.30} \\ \underline{868} \\ 620 \\ \underline{620} \end{array}$$

(ข) การหารทศนิยมด้วยทศนิยม วิธีที่นิยมใช้กันมากก็คือ การทำตัวหารให้เป็นจำนวนเต็มก่อนแล้วจึงตั้งหาร การทำตัวหารให้เป็นจำนวนเต็มนั้น ต้องเลือกดูว่าจะใช้ 10 หรือ 100 หรือ 1000 ฯลฯ คูณตัวหาร แล้วทำให้ตัวหารเป็นจำนวนเต็ม เมื่อใช้จำนวนอะไรคูณตัวหารแล้วต้องเอาไปคูณตัวตั้งด้วย เช่น

$$42.118 \div 4.23 = \frac{42.118}{4.23} = \frac{42.118 \times 100}{4.23 \times 100} = \frac{4211.8}{423}$$

$$\text{หรือ } .00716 \div .034 = \frac{.00716}{.034} = \frac{.00716 \times 1000}{.034 \times 1000} = \frac{7.16}{34}$$

ซึ่งเมื่อถึงจุดนี้แล้ว จะเห็นว่าอาจทำวิธีนี้ได้ โดยการเลื่อนจุดทศนิยม คือ ดูว่าตัวหารมีทศนิยมกี่ตำแหน่งก็เลื่อนจุดไปทางขวามือเท่านั้นตำแหน่ง แล้วเลื่อนจุดทศนิยมของตัวตั้งไปเท่านั้นตำแหน่งด้วย

ตัวอย่างที่ 1 จงหาร 4.24612 ด้วย 6.04

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad \frac{4.24612}{6.04} = \frac{424.612}{604} \\ \underline{.703} \\ 604 \overline{) 424.612} \\ \underline{4228} \\ 1812 \\ \underline{1812} \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาร 5.24476 ด้วย 22.9 ต้องการทศนิยม 3 ตำแหน่ง

วิธีทำ $\frac{5.24476}{22.9} = \frac{52.4476}{229}$

$$\begin{array}{r} .22902 \\ 229 \overline{) 52.4476} \end{array}$$

$$\underline{458}$$

$$664$$

$$\underline{458}$$

$$2067$$

$$\underline{2061}$$

$$660$$

$$\underline{458}$$

$$\underline{202}$$

ตอบ .229

อธิบาย โจทย์ต้องการทศนิยม 3 ตำแหน่ง ทำเกินไว้ 2 ตำแหน่ง เป็น 5 ตำแหน่ง แล้วพิจารณาว่าทศนิยมที่เกินนี้ ถ้าตัวเลข เป็น 5 หรือมากกว่า 5 ก็ให้ทศขึ้นไป 1 ถ้าไม่ถึง 5 ก็ตัดทิ้งไป ในข้อนี้ทศนิยมตัวที่ 4, ไม่ถึง 5 จึงตัดทิ้ง ไม่ต้องเอามาตอบด้วย

แบบฝึกหัดที่ 2 จ

(ข้อ 1-12 สำหรับคิดในใจ)

จงหาผลหาร

1. $4.5 \div 5$

2. $9.6 \div 12$

3. $0.49 \div .7$

4. $0.4 \div .02$

5. $7.7 \div 1.1$

6. $.0084 \div .12$

7. $8.32 \div .8$

8. $108 \div .09$

9. $.81 \div .003$

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| 10. $0.025 \div .005$ | 11. $.9037 \div .001$ |
| 12. $172.061 \div 1000$ | 13. $.0019 \div 475$ |
| 14. $1.3888 \div 248$ | 15. $40.312 \div 508$ |
| 16. $.0784 \div 3920$ | 17. $3920 \div .0784$ |
| 18. $1.7503 \div 7.61$ | 19. $40.3858 \div 6.34$ |
| 20. $39.538 \div .53$ | 21. $392.37 \div 39.1$ |
| 22. $110.925 \div 1.53$ | 23. $524.41 \div .0229$ |
| 24. $.39237 \div 3190$ | 25. $.0156366 \div .0042$ |
| 26. $.03486 \div 4.98$ | 27. $.378816 \div 5.919$ |
| 28. $20973.6 \div .8739$ | 29. $9110.64 \div 2900$ |
| 30. $7.127577 \div 1.0053$ | |

2.9 โจทย์ระคนเกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยม

ปัจจุบันเราใช้เศษส่วนและทศนิยมกันมาก เช่นในการวัดความยาว การหาพื้นที่ การหาปริมาตร การคิดราคาส่งของ การคิดค่าใช้จ่ายต่าง ๆ การคำนวณในการก่อสร้าง การคำนวณเกี่ยวกับการทำเครื่องจักร อุปกรณ์ เครื่องใช้ต่าง ๆ ฯลฯ เมื่อได้เรียนรู้หลักการคำนวณและได้ทำแบบฝึกหัดต่าง ๆ ขำนาญแล้ว อาจนำไปคิดคำนวณได้ดังตัวอย่างและแบบฝึกหัดต่อไปนี้:-

ตัวอย่างที่ 1 เหล็กเส้นกลมมีขนาดวัดผ่าศูนย์กลาง 23 มม. ยาว 1 เมตร 75 เซนติเมตร จะหนักเท่าไร ถ้าเหล็กเส้นขนาดนี้ยาว 1 เมตร หนัก 3.261 กิโลกรัม

วิธีทำ เหล็กเส้นยาว 1 เมตร 75 เซนติเมตร = 1.75 เมตร
 เหล็กเส้นขนาด 23 มม. ยาว 1 ม. หนัก = 3.261 กก.
 " " 23 มม. ยาว 1.7 ม. หนัก = 3.261×1.7 กก.
 = 5.5437 กก.

ตอบ 5.5437 กิโลกรัม

ตัวอย่างที่ 2 ในการทำการบ้านและดูหนังสือ นักเรียนใช้หลอดไฟฟ้า 40 วัตต์ (Watts) เป็นเวลานาน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง นักเรียนใช้ไฟกี่หน่วย (unit) และถ้าเสียบค่าไฟฟ้าหน่วยละ .95 บาท จะเสียบค่าไฟฟ้าเท่าไร

วิธีทำ ที่หลอดไฟฟ้าทุกหลอดจะมีจำนวนวัตต์บอกไว้ว่า หลอดไฟฟ้านี้มีขนาด 5 วัตต์ หรือ 10 วัตต์ หรือ 40 วัตต์ หลอดไฟที่มีจำนวนวัตต์สูง สว่างกว่าที่มีจำนวนวัตต์ต่ำ และในการคำนวณหน่วยของไฟฟ้านั้นใช้สูตรนี้คือ ถ้าใช้ไฟจำนวน 1000 วัตต์ใน 1 ชั่วโมง คิดเป็น 1 หน่วย

ใช้ไฟ	1000	วัตต์	ใน	1	ชั่วโมง	เท่ากับ	1	หน่วย
"	40	"	"	1	"	"	$\frac{1 \times 40}{1000}$	"
"	40	"	"	$1\frac{1}{2}$	"	"	$\frac{1 \times 40 \times \frac{3}{2}}{1000}$	"
							$= \frac{60}{1000} = .06$	"

ค่ากระแสไฟฟ้า 1 หน่วย ราคา .95 บาท

" .06 " " $.95 \times .06 = .057$ บาท

ตอบ 6 สตางค์

ตัวอย่างที่ 3 คัดไม้ท่อนหนึ่ง ซึ่งยาว 3 เมตร 60 เซนติเมตร ออกเป็น 3 ท่อนเท่า ๆ กัน จะได้ไม้ยาวท่อนละเท่าไร ถ้าต้องเสียไม้เป็นคดของเลื่อย 2 ครั้ง ๆ ละ 2.7 มม.

วิธีทำ ไม้ทั้งท่อน ยาว 3.60 เมตร
 เสียไม้ในการเลื่อย 1 ครั้ง ยาว .0027 เมตร
 " " " 2 ครั้ง ยาว $.0027 \times 2 = .0054$ เมตร
 $\therefore$ คงเหลือไม้ยาว $3.60 - .0054 = 3.5946$ เมตร
 คัดออกเป็น 3 ท่อน จะยาวท่อนละ $\frac{3.5946}{3}$ เมตร
 $= 1.1982$ เมตร

ตอบ ไม้ยาวท่อนละ 1 ม. 19 ซม. 8.2 มม.

แบบฝึกหัดที่ 2 จ.

1. ถ้า 1 หลา ยาวเท่ากับ 0.915 เมตร 1150 หลาจะยาวกี่กิโลเมตร
2. ถ้า 1 เมตร ยาวเท่ากับ 39.4 นิ้ว 1 เซนติเมตรจะยาวกี่นิ้ว
3. ถ้า 1 เมตร ยาวเท่ากับ 39.4 นิ้ว 45 เมตร จะยาวเท่าไร (ทำเป็น หลา ฟุต และ นิ้ว)
4. เหล็กเส้นกลมมีขนาดวัดผ่าศูนย์กลาง 23 มม. ยาว 2 เมตร 45 เซนติเมตร จะหนักเท่าไร ถ้าเหล็กเส้นยาว 1 เมตร หนัก 3.261 กิโลกรัม
5. แผ่นเหล็กชุบสีเหลี่ยมจัตุรัส มีด้านยาวด้านละ 16 ซม. แผ่นเหล็กหนา .5 ซม. จะหนักเท่าไร ถ้าเหล็ก 1000 ลูกบาศก์เซนติเมตร หนัก 7.25 กิโลกรัม
6. ค่ากระแสไฟฟ้า 50 หน่วยแรก ราคาหน่วยละ .50 บาทราคาสำหรับหน่วยที่เกินจาก 50 หน่วยแรกราคาหน่วยละ .95 บาท ถ้าบ้านหนึ่งใช้กระแสไฟฟ้า 110 หน่วย จะสิ้นเงินเท่าไร และถ้าต้องเสียค่ารักษาเครื่องวัดอีก .50 บาท จะเป็นเงินทั้งสิ้นเท่าไร
7. ถ้าบ้านหนึ่งใช้ไฟฟ้า 4 ดวง โดยใช้หลอดขนาด 20 วัต 40 วัต 60 วัต และ 100 วัต เป็นเวลานาน 4 ชั่วโมงทุกดวง
 - (ก) จะใช้กระแสไฟฟ้าไปกี่หน่วย
 - (ข) ถ้าใช้ไฟเซมิทุกคืน เป็นเวลานาน 30 คืน จะใช้กระแสไฟฟ้ารวมกี่หน่วย
 - (ค) ถ้าเสียค่ากระแสไฟฟ้าหน่วยละ 1.25 บาท จะสิ้นเงินเท่าไร
8. ในการใช้หลอดไฟฟ้าดูหนังสือและทำการบ้าน โดยใช้หลอดไฟ 100 วัต กับ 40 วัต จะประหยัดค่ากระแสไฟได้เดือนละเท่าไร ถ้าใช้ไฟคืนละ 2 ชั่วโมง และค่ากระแสไฟฟ้าหน่วยละ 1.75 บาท
9. น้ำทะเล 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร หนัก 1.026 กรัม น้ำทะเลหนัก 876.204 กิโลกรัม จะมีปริมาตรเท่าไร

10. ชายคนหนึ่งวิ่งได้ทาง 100 เมตร ในเวลา 12.4 วินาที ถ้าเขาวิ่งเป็นเวลา 7.5 วินาที จะได้ทางเท่าไร
11. ถ้า 5 นิ้ว เท่ากับ 0.127 เมตร 17 นิ้วจะยาวเท่าไร
12. ถ้า 5 ตารางเมตร เท่ากับ 5.98 ตารางหลา 15.548 ตารางหลา จะเท่ากับกี่ตารางเมตร
13. หีบใบหนึ่งยาว 5.5 เมตร กว้าง 4.4 เมตร สูง 4.5 เมตร ใช้ตีทาโดยรอบหนา 1 มิลลิเมตร ใช้สีหมดกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร ในการทาสีหีบใบนี้
14. หีบใบหนึ่งยาว 7.5 เมตร กว้าง 4.05 เมตร สูง 5 เมตร ใช้ตีทาโดยรอบหนา .0005 เมตร ใช้สีหมดกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร ในการทาสีหีบใบนี้
15. ถวดเส้นหนึ่งยาว 2.346 หลา ตัดออกเป็นท่อน ๆ ละเท่า ๆ กันยาว 0.07 หลา จะได้กี่ท่อน และจะเหลือเศษเท่าไร

บทที่ 3

สัญลักษณ์ และการแทนค่า

3.1 เพื่อความสะดวกและรวดเร็ว เรามิิยมใช้อักษรย่อแทนคำพูด หรือ แทนชื่อ เช่น ก.ท. แทนกรุงเทพฯ ร.พ.ท. แทนรถไฟไทย แม้ทีหน้าออก เลื่อนักเรียนทุกคน ก็ใช้อักษรย่อชื่อของโรงเรียน หรือชื่อของจังหวัดไว้ในคณิตศาสตร์เราก็ใช้เครื่องหมายแทนคำพูดบางคำ เช่น:-

- = แทนคำว่า เท่ากับ
- ∴ แทนคำว่า เพราะฉะนั้น
- ∵ แทนคำว่า เพราะว่า
- + แทนคำว่า บวก
- แทนคำว่า ลบ
- × แทนคำว่า คูณ
- ÷ แทนคำว่า หาร ฯลฯ

และใช้ตัวอักษรแทนคำพูดหรือข้อความ เช่น:-

ดอกเบี้ย = $\frac{\text{เงินต้น} \times \text{อัตราดอกเบี้ย} \times \text{ปี}}{100}$ เราก็มักใช้ตัวย่อแทนเป็น $d = \frac{k \times k \times p}{100}$ หรือใช้ตัวย่อแทนชื่อมาตราต่าง ๆ เช่น ใช้ น แทนคำว่า นิ้ว ใช้ ซม. แทนคำว่า เซนติเมตร เป็นต้น

ในวิชาคณิตศาสตร์ เราใช้ตัวอักษรแทนค่าของตัวเลขด้วย เป็นต้นว่า $x+y$ แทนค่าของจำนวนหนึ่ง ซึ่งเป็นผลบวกของจำนวนสองจำนวน x และ y ถ้าเราทราบค่าของ x และ y ว่า $x=2$, $y=3$ เราก็หาค่าของ $x+y$ เป็นตัวเลขได้ดังนี้:-

$$x+y = 2+3 = 5$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้า $x=2, y=3, z=5$

$$x+y-z = 2+3-5 = 0$$

$$x-y+z = 2-3+5 = 4$$

การใช้ตัวอักษรแทนตัวเลข ดังที่ได้เห็นมาแล้วนี้ เป็นคณิตศาสตร์แขนงหนึ่ง เรียกว่า พีชคณิต (Algebra)

ในเลขคณิต จำนวนต่าง ๆ มีค่าเป็นตัวเลข 0, 1, 2, ... แต่จะจำนวนมีค่าแน่นอนตายตัว ในพีชคณิตนั้น นอกจากใช้ตัวเลขดังในเลขคณิตแล้วยังใช้ตัวอักษรอีกด้วย ตัวอักษรที่ใช้นี้ เรียกว่า สัญลักษณ์ ซึ่งจะใช้ตัวอักษรอะไรก็ได้ แต่ที่นิยมใช้กัน ก็คือตัวอักษรอังกฤษ เพราะใช้ได้สะดวกและชัดเจนกว่า แต่ในบางครั้งก็ใช้ตัวอักษรกรีกบางตัว เช่น $\alpha, \beta, \theta, \dots$ เพื่อแยกให้เห็นเด่นชัดขึ้น ตัวอักษร หรือสัญลักษณ์แต่ละตัว จะมีค่าเป็นเท่าใดก็ได้ เช่น สูตร

พื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความยาวของด้านกว้าง $\times$ ความยาวของด้านยาว

ถ้าใช้ b เป็นความยาวของด้านกว้าง, l เป็นความยาวของด้านยาว

$$\text{พื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = b \times l$$

b และ l จะมีค่าเท่าใดเป็นหน่วยมาตราความยาวชนิดใดที่เหมือนกันก็ได้ แต่ขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้านั้น และถ้าให้ A (Area) แทนพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก็อาจเขียนว่า $A = b \times l$ ได้

ตัวอย่าง

ก. จงอธิบายความหมายของ $3x$

ข. จงอธิบายความหมายของ $3x-5$

ค. ถ้า $x=3$ จงหาค่าของ $3x-5$

วิธีทำ

(ก) $3x$ หมายความว่า 3 คูณด้วย x หรือ x คูณด้วย 3 หรือ $x+x+x$

(ข) $3x-5$ หมายความว่า 3 คูณด้วย x แล้วลบด้วย 5

$$\begin{aligned} \text{(ค)} \quad 3x-5 &= 3 \times 3-5 \\ &= 9-5 \\ &= 4 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 3 ก.

ถ้า $x=3$, $y=2$, $z=1$ จงหาค่าของ

- | | | |
|------------|------------|------------|
| 1. $x+y$ | 2. $x-y$ | 3. $x+y+z$ |
| 4. $x-y+z$ | 5. $x-y-z$ | 6. $x+y-z$ |

ถ้า $a=0$, $b=3$, $c=4$, $d=5$ จงหาค่าของ

- | | | |
|---------------|---------------|-------------|
| 7. $a+b+c$ | 8. $d-c+b$ | 9. $b+d-c$ |
| 10. $c+d-a$ | 11. $d-b+c$ | 12. $a-b+c$ |
| 13. $a+b+c+d$ | 14. $a+b-c+d$ | |

ถ้า $l=5$, $b=4$, $h=3$, $k=0$ จงหาค่าของ

- | | |
|---------------|---------------|
| 15. $l-b+h$ | 16. $l+b+h+k$ |
| 17. $b+h-l+k$ | 18. $k+l-b-h$ |
| 19. $l+b-h+k$ | 20. $b+h-l-k$ |

3.2 เครื่องหมายคูณในพีชคณิต

ในพีชคณิต ใช้เครื่องหมายทุกอย่างเหมือนกับเลขคณิต แต่ได้ย่อการเขียนเครื่องหมายระหว่างจำนวนเลขกับจำนวน ที่เป็นตัวอักษร หรือระหว่างจำนวนที่เป็นตัวอักษรด้วยกัน เช่น $5 \times a$ หรือ $a \times 5$ เขียนเป็น $5a$ (นิยมเอาตัวเลขไว้ข้างหน้าตัวอักษร)

$b \times l$ เขียนเป็น bl หรือ lb

$a \times b$ เขียนเป็น ab หรือ ba

$a \times b \times c$ เขียนเป็น abc หรือ acb หรือ cba

สำหรับตัวอักษรที่คูณกัน เวลาเอาเครื่องหมายคูณออก จะเขียนเอาตัวอักษรใดขึ้นหน้าก็ได้ ค่าไม่เปลี่ยนแปลง แต่ถ้าเป็นตัวเลขกับตัวอักษรคูณกัน นิยมเขียนตัวเลขไว้หน้าตัวอักษร (จะไม่เขียนเครื่องหมายคูณในเลขคณิตไม่ได้ เพราะจะทำให้ความหมายผิดไป เช่น ในเลขคณิต $3 \times 5 = 15$ แต่ $35 = 30 + 5 =$ สามสิบห้า ฉะนั้นจะเขียน 3×5 เป็น 35 ไม่ได้)

3.3 สัมประสิทธิ์ (Coefficient)

ในเลขคณิต $5+5+5 = 3 \times 5 = 15$

ในพีชคณิต $a+a+a = 3 \times a = 3a$

3 ในจำนวน $3a$ นั้น เรียกว่า สัมประสิทธิ์ (Coefficient) หรือ

$5a$ ตัวเลข 5 เป็นสัมประสิทธิ์ของ a

$6x$ ตัวเลข 6 เป็นสัมประสิทธิ์ของ x

แบบฝึกหัดที่ 3 ข.

1. จงอธิบายความหมายของจำนวนต่อไปนี้:-

ก. $5x$

ข. $5xy$

ค. abc

ง. $9y+3$

จ. $3x-6$

ฉ. $5x+3y$

2. จงเขียนตามคำสั่งต่อไปนี้ให้ถูกต้องตามหลักในพีชคณิต

ก. คูณ a ด้วย 5

ข. a ลบด้วย 5

ค. $3b$ บวกด้วย 8

ง. จงคูณ a, x, y เข้าด้วยกัน

จ. $\frac{1}{2}$ ของ a

ฉ. จงคูณ $4, a, b$ เข้าด้วยกัน

ถ้า $x=8, y=5, z=3, c=0$ จงหาค่าของ

3. $2xy$

4. $3yz$

5. $6y+c$

6. $3x-4z$

7. $xy+yz$

8. $xy+cx$

9. $2x+3y+4z$

10. $7c+6z-2y+x$

11. $cx+xy-yz$

12. $2xy-3yz+5zc$

13. $xyz-xy-xz-yz$

14. $2yz-cxyz+5$

15. $cxy+xyz+yzc+10$

3.4 เครื่องหมายหารในพีชคณิต

ในการหาร เช่น $8 \div 2$ หรือ $x \div 2$ ในพีชคณิตมักเขียนเป็นรูปเศษส่วน คือ:-

$$\begin{aligned} 8 \div 2 &= \frac{8}{2} \\ x \div 2 &= \frac{x}{2} \\ ab \div c &= \frac{ab}{c} \\ ab \div a &= \frac{ab}{a} = b \quad (\text{เอา } a \text{ หารทั้งข้างล่างข้างบน เพื่อทอนเป็นอย่างค่า}) \end{aligned}$$

3.5 ตรีชนีของกำลัง

เมื่อเลขจำนวนเดียวกัน หรือสัญลักษณ์เดียวกัน คูณกันหลายครั้ง นิยมเขียนดังนี้

$$\begin{aligned} 5 \times 5 &= 5^2 \text{ อ่านว่า } 5 \text{ กำลังสอง} \\ a \times a &= a^2 \text{ อ่านว่า } a \text{ กำลังสอง} \\ x \times x \times x &= x^3 \text{ อ่านว่า } x \text{ กำลังสาม} \end{aligned}$$

เลข 2, 3 ซึ่งซ่อนอยู่ข้างบน เรียกว่า ตรีชนีของกำลัง (Indices)

3.6 การแทนค่า

ได้กล่าวแล้วว่า ในพีชคณิตใช้ตัวอักษรแทนค่าของตัวเลข ถ้าได้กำหนดค่าของตัวอักษรเป็นจำนวนเลขไว้ ก็อาจหาค่าของจำนวนที่กำหนดไว้ได้

ตัวอย่างที่ 1 ถ้า $a=4$, $b=3$, $c=2$ จงหาค่าของ

(ก) $a+b-c$ (ข) $3a+2b+5c$ (ค) $\frac{ab}{c}$ (ง) a^2c

วิธีทำ (ก) $a+b-c = 4+3-2 = 5$

ตอบ 5

$$\begin{aligned} \text{(ข)} \quad 3a+2b+5c &= 3 \times 4 + 2 \times 3 + 5 \times 2 \\ &= 12 + 6 + 10 \\ &= 28 \end{aligned}$$

ตอบ 28

$$\begin{aligned}
 \text{(ค)} \quad \frac{ab}{c} &= \frac{a \times b}{c} \\
 &= \frac{4 \times 3}{2} \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

ตอบ 6

$$\begin{aligned}
 \text{(ง)} \quad a^2c &= a \times a \times c \\
 &= 4 \times 4 \times 2 \\
 &= 32
 \end{aligned}$$

ตอบ 32

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า $x = 5, y = 6, z = 3$ จงหาค่าของ

$$\text{(ก)} \quad x^3 + 2y - 4z^3 \quad \text{(ข)} \quad \frac{3x^2y^2}{4z}$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{(ก)} \quad x^3 + 2y - 4z^3 &= 5^3 + 2 \times 6 - 4 \times 3^3 \\
 &= 5 \times 5 \times 5 + 12 - 4 \times 3 \times 3 \times 3 \\
 &= 125 + 12 - 108 \\
 &= 29
 \end{aligned}$$

ตอบ 29

$$\begin{aligned}
 \text{(ข)} \quad \frac{3x^2y^2}{4z} &= \frac{3 \times 5^2 \times 6^2}{4 \times 3} \\
 &= \frac{3 \times 5 \times 5 \times 6 \times 6}{4 \times 3} \\
 &= 225
 \end{aligned}$$

ตอบ 225

แบบฝึกหัดที่ 3 ค.

(ข้อ 1-10 สำหรับคิดในใจ)

ถ้า $x = 2, y = 1, m = 5, n = 4, l = 0$ จงหาค่าของ

1. $x+y$ 2. $x-y$ 3. xy 4. $2x+3y$
5. $3x^2$ 6. $4xy$ 7. $xy-x$ 8. lxy
9. $3l+mx$ 10. $ny-x$ 11. $mx+ny-3y$
12. $3ny-5ml+mn$ 13. x^2+m^2
14. $3n^2-4y^2$ 15. $2x^2y+5ny^2$
16. $\frac{6mx-5nly}{2mn}$ 17. $\frac{2nx+5xy+mn}{8ny}$
18. $\frac{4m^2-5nx+10my}{11xy}$ 19. $\frac{n^2-2nx+x^2}{ny-2x}$

ถ้า $a = 2, b = 3, c = 6$ จงหาค่าของ

20. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 21. $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$
22. $\frac{a^3+b^3}{a+b}$ 23. $\frac{b^3-a^3}{b-a}$
24. $\frac{c^2+2cb+b^2}{b+c}$ 25. $\frac{b^2-2ba+a^2}{b-a}$
26. $\frac{3ab+4bc-2ca}{2bc-5ab}$ 27. $\frac{ac^2-b^2c-a^2b}{2ac-4ab}$

ถ้า $u = 4, v = 3, w = 2$ จงหาค่าของ

28. $\frac{u^2v+uv^2}{u^2-w^2}$ 29. $\frac{5uvw^2-3uv^2}{u^2-v^2+w^2}$
30. $\frac{5uv+6vw+9wu}{u^2+v^2-w^2}$ 31. $\frac{u^3+v^3+w^3}{u+v+w}$
32. $6uv^2+8uw^2+9vw^2+5wu^2-3uvw$
33. ถ้า $s = ut + \frac{1}{2}gt^2$ และ $u = 12, t = 4, g = 32$

จงหาค่าของ s

34. ถ้า $V = arh^2 + bh^3$ และ $a=2$, $b=4$, $r=5$, $h=3$
จงหาค่าของ V
35. ถ้า $A = P(1 + \frac{r}{100})^n$ และ $P=300$, $r=5$, $n=3$
จงหาค่าของ A

3.7 โจทย์เลขคณิตกับโจทย์พีชคณิต

การคำนวณเกี่ยวกับโจทย์เลขคณิตและโจทย์พีชคณิต ใช้หลักการเดียวกัน แตกต่างกันเฉพาะตรงที่พีชคณิต ใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนเลขทุกจำนวนหรือบางจำนวน เช่น

การบวก

- ก. จำนวนอะไรมากกว่า 8 อยู่ 3 วิธีทำ จำนวนนั้นคือ $8+3$
หรือ 11
- ข. จำนวนอะไรมากกว่า n อยู่ 3 วิธีทำ จำนวนนั้นคือ $n+3$
- ค. จำนวนอะไรมากกว่า p อยู่ q วิธีทำ จำนวนนั้นคือ $p+q$

การลบ

- ก. จำนวนอะไร น้อยกว่า 7 อยู่ 2 วิธีทำ จำนวนนั้นคือ $7-2=5$
- ข. จำนวนอะไร น้อยกว่า x อยู่ 2 วิธีทำ จำนวนนั้นคือ $x-2$
- ค. จำนวนอะไร น้อยกว่า a อยู่ b วิธีทำ จำนวนนั้นคือ $a-b$

การคูณ

- ก. แดงมีเงินเป็น 5 เท่าของดำ ถ้าดำมีเงิน 10 บาท แดงจะมีเงินเท่าไร
วิธีทำ ก มีเงิน $5 \times 10 = 50$ บาท
- ข. แดงมีเงินเป็น 5 เท่าของดำ ถ้าดำมีเงิน x บาท แดงจะมีเงินเท่าไร
วิธีทำ ก มีเงิน $5 \times x = 5x$ บาท
- ค. สมุด n เล่ม ราคาเล่มละ x บาท สมุด n เล่มราคาเท่าไร
วิธีทำ สมุด n เล่มราคา $n \times x = nx$ บาท

การหาร

ก. นา 30 ไร่ ราคา 6000 บาท นาราคาไร่ละเท่าไร

วิธีทำ นาราคาไร่ละ $6000 \div 30 = \frac{6000}{30} = 200$ บาท

ข. นา x ไร่ ราคา 6000 บาท นาราคาไร่ละเท่าไร

วิธีทำ นาราคาไร่ละ $6000 \div x = \frac{6000}{x}$ บาท

ค. นา 30 ไร่ ราคา x บาท นาราคาไร่ละเท่าไร

วิธีทำ นาราคาไร่ละ $x \div 30 = \frac{x}{30}$ บาท

ง. นา x ไร่ ราคา y บาท นาราคาไร่ละเท่าไร

วิธีทำ นาราคาไร่ละ $y \div x = \frac{y}{x}$ บาท

จะเห็นได้ว่า การคำนวณโจทย์ที่มีสัญลักษณ์เป็นจำนวน ใช้หลักการ บวก ลบ คูณ หาร เช่นเดียวกับเลขคณิต ผิดกันตรงที่คำตอบ คำตอบในพีชคณิต ไม่ออกมาเป็นตัวเลขซึ่งเป็นค่าแน่นอน แต่ถ้าทราบค่าของสัญลักษณ์เป็นจำนวนเลข ก็จะหาค่าเป็นจำนวนเลขได้โดยวิธีแทนค่า ซึ่งได้เรียนมาแล้ว

แบบฝึกหัดที่ 3 ง.

จงหาจำนวนซึ่ง

1. มากกว่า x อยู่ y
2. น้อยกว่า p อยู่ q
3. มากกว่า m อยู่ n
4. น้อยกว่า a อยู่ b
5. มากกว่า 15 อยู่ a
6. น้อยกว่า 3 อยู่ z
7. ก มีอายุ มากกว่า ข อยู่ 8 ปี ถ้า ข มีอายุ x ปี ก มีอายุเท่าไร
8. แดงมีอายุน้อยกว่าดำ 6 ปี ถ้าดำมีอายุ y ปี แดงมีอายุเท่าไร
9. เดชมียายุ x ปี เมื่อ 3 ปีมาแล้ว เขามีอายุเท่าไร และอีก 5 ปีเขาจะมีอายุเท่าไร
10. พงมีใช้ธนบัตรใบละ 10 บาท ซื้อของราคา y บาท จะได้เงินทอนเท่าไร
11. พ่อมีอายุเป็น 3 เท่าของลูก ลูกมีอายุ n ปี พ่อมีอายุเท่าไร

12. ฉันมีเงินอยู่ x บาท ใช้จ่ายสองครั้ง ครั้งแรก a บาท ครั้งที่สอง b บาท จะเหลือเงินเท่าไร
13. A มีเงินเป็น 2 เท่าของ B และ B มี 3 เท่าของ C, C มีเงินอยู่ x บาท A และ B มีเงินเท่าไร
14. 5 เท่าของ x จะมากกว่า 4 เท่าของ y อยู่เท่าไร
15. 1 หลา เท่ากับ 36 นิ้ว a หลามีกี่นิ้ว
16. 1 กิโลกรัม เท่ากับ 2.2 ปอนด์ m กิโลกรัม จะเท่ากับกี่ปอนด์
17. น้ำหนัก 1 บาท เท่ากับ 15 กรัม a บาทจะเป็นกี่กรัม และ b กรัมจะเป็นกี่บาท
18. สายไฟฟ้าราคาเมตรละ 1.50 บาท x เมตร จะราคาเท่าไร
19. ท่อประปาราคาเมตรละ n บาท ถ้าซื้อสั้นเงิน m บาท จะได้ท่อกี่เมตร
20. ซื้อดินราคารถละ 80 บาท มีเงินอยู่ y บาท จะซื้อดินได้กี่รถ
21. ไม้ราคาลูกบาศก์ฟุตละ 95 บาท ต้องการไม้ปูพื้น p ลูกบาศก์ฟุต จะสั้นเงินเท่าไร

3.8 พจน์ (Term) และนิพจน์ (Expression)

จำนวน เช่น $a, 3x, xy$ แต่ละจำนวนในพีชคณิตเรียกว่า พจน์ (Term) พจน์มีสองชนิด คือพจน์เหมือน (Like term) และพจน์ไม่เหมือน (Unlike term) เช่น

- | | |
|-----------------------------|-------------------|
| ก. $a, 2a, 5a, 6a$ | เป็นพจน์เหมือน |
| ข. $3x^2, 4x^2, 8x^2, 9x^2$ | เป็นพจน์เหมือน |
| ค. $xy, 5xy, 10xy$ | เป็นพจน์เหมือน |
| ง. $a, b, 5c, 9d$ | เป็นพจน์ไม่เหมือน |
| จ. xy, yz, cd, xz | เป็นพจน์ไม่เหมือน |

พจน์เหมือนกันคือพจน์ที่มีสัญลักษณ์เดียวกันดัง เช่น ข้อ ก. ข. ค.

เมื่อเราพจน์ตั้งแต่ 2 พจน์ขึ้นไปมาบวก หรือลบกันหรือทั้งบวกและลบ จำนวนที่เกิดขึ้นเรียกว่านิพจน์ (Expression) เช่น

$a+3a$ หรือ $x-y$ เป็นนิพจน์ที่มี 2 พจน์

$a+3a+4a$ หรือ $x+y-z$ เป็นนิพจน์ที่มี 3 พจน์ ฯลฯ
นิพจน์ใดที่มีพจน์เหมือนกัน เราอาจเอาพจน์เหมือนบวกหรือลบกันได้ เช่น
เดียวกันกับ เราบวก

$$8\text{บ} + 9\text{บ} + 15\text{บ} = 32\text{บ} \quad (\text{บ แทนบาท})$$

$$6\text{ม} + 7\text{ม} + 12\text{ม} = 25\text{ม} \quad (\text{ม แทนเมตร})$$

$$5a + 3a + 8a = 16a$$

ตัวอย่างที่ 1 จงทำให้ $9x-3x$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $9x-3x=6x$

ตอบ $6x$

ตัวอย่างที่ 2 จงทำ $8a-7b+3b-a$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $8a-7b+3b-a=8a-a-7b+3b$
 $=7a-4b$

ตอบ $=7a-4b$

อธิบาย บวกและลบพจน์เหมือนเข้าด้วยกัน ในข้อนี้มีพจน์เหมือน 2 ชุด
เมื่อรวมพวกพจน์เหมือนเข้าด้วยกัน และทำต่อไปอีกไม่ได้ จึงตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$3abc+4bca-9xyz+8yzx$$

วิธีทำ $3abc+4bca-9xyz+8yzx$

$$= 3abc+4abc-9xyz+8xyz$$

$$= 7abc-xyz$$

แบบฝึกหัดที่ 3 จ.

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- | | |
|----------------------------|-----------------------|
| 1. $x+5x+2x$ | 2. $7a+3a-5a$ |
| 3. $20y+4y-8y$ | 4. $6p-8p+5p$ |
| 5. $6b-2b+5b$ | 6. $2pq-pq+6pq$ |
| 7. $3a^2-4a^2+5a^2$ | 8. $8m-4m-4m$ |
| 9. $15k-4k-4k$ | 10. $10s-2s+6s$ |
| 11. $5b+b-2b+b-3b$ | 12. $8a+2a-4a+2a-a$ |
| 13. $7c+c-2c+c-3c$ | 14. $4d-7d+8d-2d-3d$ |
| 15. $8x^2-3x^2+4x^2-5x^2$ | 16. $5pq+6pq-7pq$ |
| 17. $12ab+4ab-9ab-2ab$ | 18. $6cd-8cd-5cd+7cd$ |
| 19. $7xyz+3xyz-5xyz+xyz$ | |
| 20. $10pqr-9pqr+4pqr-3pqr$ | |

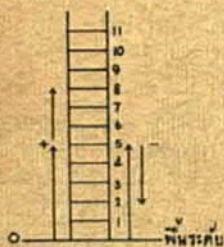
แบบฝึกหัดที่ 3 ฉ.

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- | | |
|------------------------------|---------------------------|
| 1. $80บ.+9ต.-7บ.+16ต.$ | 2. $8กก.+3ก.+11กก.+5ก.$ |
| 3. $50ณ.+3ม.-40ณ.+7ม.$ | 4. $9ฟ.+2ฟ.+11ฟ.+4ฟ.$ |
| 5. $2a+b+b+2a$ | 6. $x+y+x+x$ |
| 7. $c+c-d+c-d-d-d$ | 8. $5m+3n+2n+m$ |
| 9. $9c-3d-2d-5d$ | 10. $3-x^2+7x^2+10$ |
| 11. $6y^2+18x^2+20y^2-19x^2$ | 12. $4+6x^2-5y^2+y^2-x^2$ |
| 13. $7p^2+p+6p^2-3p+4$ | 14. $3ab+b^2-2ab-7b^2$ |
| 15. $4ab+12bc-15bc-3ab$ | 16. $32ab-4cd-8ab-3cd$ |
| 17. $6+4q^2+q-2q^2+3$ | |
| 18. $7h-2-3h^2-4h+6+5h^2$ | |

19. $y^2 + 9y - 3 - 5y + 6 + 6y^2$
20. $7ab + 8ba - 9ab + 3ba$
21. $6ab - 2ab + 3ba - 4ba$
22. $7x^2 - 5 - 3x^2 + 14 - 2x^2$
23. $4y - 3y^2 - y^3 + 3y^2 - 2y + 5y^3$
24. $3t - 5 + 4t^2 + 7 - t^2 - 3t^2 - t$
25. $lm^2 + 5m^2l - 6ml^2 + 9l^2m$
26. $9x^2y + 6yx^2 + 8xy^2 - 3y^2x$
27. $6xyz - 5abc + 7xyz + 9abc - 4xyz$
28. $8pqr + 9xyz - 5pqr - 7xyz + 3pqr$
29. $5abc + 4bca + 7cab + 5bac + cba$
30. $12xyz - 5yzx + 3zxy - 4xzy + 6yxz$

3.9 ความหมายของจำนวนบวก จำนวนลบ



ในการบวก เช่น $5 + 3 = 8$ เปรียบเหมือนกับคนขึ้นบันได ครั้งแรกขึ้นไปได้ 5 ชั้น แล้วขึ้นไปอีก 3 ชั้น รวมชายคนนี้ขึ้นบันได 8 ชั้น โดยคิดว่า 0 อยู่ที่พื้น ขึ้นบันไดไป 1 ชั้น เป็น $+1$ ขึ้นบันได 2 ชั้น เป็น $+2$ ดังรูปที่ 1

ในทำนองเดียวกัน $5 - 3 = 2$ เปรียบเหมือนกับคนขึ้นบันไดไปได้ 5 ชั้นแล้วย้อนลงมา 3 ชั้น คงยืนอยู่บนบันไดชั้นที่ 2

จำนวนบวกเปรียบเหมือนการขึ้นบันได จำนวนลบเปรียบเหมือนการลงบันได

ส่วน $3 - 5$ นั้น ต้องเปรียบเทียบกับการขึ้นบันไดที่อยู่สูงกว่าพื้นระดับและการลงบันไดต่ำลงไปกว่าพื้นระดับดังนี้



3 หมายถึงขึ้นบันไดไปข้างบน 3 ชั้น แล้วลงมา 5 ชั้น ซึ่งมี 2 ชั้นอยู่ใต้พื้นระดับ นั่นคือ $3 - 5 = -2$

ในทำนองเดียวกัน $-2 - 4$ เปรียบเหมือนลงบันไดไปใต้พื้นระดับ 2 และลงต่อไปอีก 4 จึงเป็น 6 นั่นคือ $-2 - 4 = -6$

เครื่องหมายบวกและลบเป็นเสมือนเครื่องบอกทิศทางของจุดที่กำหนดให้ เครื่องหมายบวกแสดงว่าขึ้นไป เครื่องหมายลบหมายถึงลงไป

ตัวอย่างที่ 1 จงทำนิพจน์ต่อไปนี้ให้เป็นผลสำเร็จ

$$5 - 8 + 12 - 10 + 4$$

วิธีทำ อาจทำได้สองวิธี คือ

- (ก) เปรียบเหมือนขึ้นลงบันไดดังนี้ ขึ้น 5 ลง 8 ขึ้น 12 ลง 10 ขึ้น 4 ขึ้น คิดหักกันไปแล้วจะเป็น ลง 3 หรือ -3
- (ข) รวมพวกเครื่องหมายอย่างเดียวกันเข้าด้วยกัน จำนวนที่ไม่มีเครื่องหมายอยู่ข้างหน้า เป็นจำนวน $+$ ดังนั้นจะเป็น

ขึ้น 5 ขึ้น 12 ขึ้น 4 รวมเป็นขึ้น 21

ลง 8 ลง 10 รวมเป็นลง 18

คิดหักกันแล้ว คงมากกว่า 3 จึงเป็น -3 นั่นคือ

$$5 - 8 + 12 - 10 + 4 = -3$$

ตอบ -3

ตัวอย่างที่ 2 ชายคนหนึ่งมีเงินอยู่ 9 บาท ถ้าเขาซื้อของเป็นเงิน 7 บาท เขาจะเหลือเงินเท่าไร และถ้าเขาซื้อของเป็นเงิน 10 บาท เขาจะเหลือเงินเท่าไร

วิธีทำ (ก) เขาจะมีเงินเหลือ $9 - 7 = 2$ บาท

ตอบ เขาจะมีเงินเหลือ 2 บาท

(ข) เขาจะมีเงินเหลือ $9-10 = -1$ บาท

ตอบ ยังขาดเงินอีก 1 บาท

จากที่ได้อธิบายมาแล้วจะเห็นได้ว่า เครื่องหมาย + หน้าตัวเลข มีความหมายสองอย่าง คือหมายถึงเอาเลขจำนวนหนึ่งไปรวมอย่างหนึ่ง หมายถึงเลขตัวที่อยู่ข้างหลังเป็นจำนวนบวกอีกอย่างหนึ่ง และเครื่องหมายลบก็เช่นเดียวกัน หมายถึงเอาเลขจำนวนหนึ่งไปหักออกอย่างหนึ่ง และหมายถึงเลขตัวที่อยู่ข้างหลังเป็นจำนวนลบอีกอย่างหนึ่ง เวลาทำการบวก หรือลบ จะต้องพิจารณาให้ดี

3.10 การบวกและลบ เลขจำนวนบวกและจำนวนลบ

จะสังเกต การบวกและการลบ ต่อไปนี้

<u>การบวก</u>	<u>การลบ</u>
ก. $9+8=(+9)+(+8)=17$	ก. $9-8=(+9)-(+8)=1$
ข. $(-9)+(-8)=-9-8=-17$	ข. $-9-(-8)=-9+8=-1$
ค. $-5+8=(-5)+(+8)=3$	ค. $-5-(+8)=-5-8=-13$
ง. $-2+(-7)=-9$	ง. $-2-(-7)=-2+7=5$
จ. $8+(-5)=8-5=3$	จ. $8-(-5)=8+5=13$

จะเห็นได้ว่า เวลาบวกเลขที่มีเครื่องหมาย ถ้าเครื่องหมายเหมือนกันก็เอาไปรวมกัน ถ้าเครื่องหมายต่างกัน ก็เอาไปหักกัน จำนวนที่เหลือก็มีเครื่องหมายตามจำนวนมาก ในการลบนั้น เราเปลี่ยนเครื่องหมายตัวลบให้เป็นตรงข้าม คือ ถ้าตัวลบ เป็นจำนวนลบ ก็เปลี่ยนเป็นจำนวนบวก แล้วเอาไปบวกกับตัวตั้ง ถ้าตัวลบเป็นจำนวนบวก ก็เปลี่ยนเป็นจำนวนลบ แล้วเอาไปบวกกับตัวตั้ง เช่น

บวก

เอา $-3x$ บวกกับ $7x$ จะได้

$$\begin{array}{r} 7x \\ -3x \\ \hline 4x \end{array}$$

เอา $-3x$ ไปบวกกับ $7x$ จึงได้
ผลลัพธ์ $4x$

ลบ

เอา $-3x$ ลบ $7x$ จะได้

$$\begin{array}{r} 7x \\ -3x \\ \hline 10x \end{array}$$

เปลี่ยน $-3x$ เป็น $+3x$ แล้วเอา
ไปบวกกับ $7x$ จึงได้ $10x$

เอา $-7a$ ไปบวกกับ $-9a$ จะได้

$$\begin{array}{r} -9a \\ -7a \\ \hline -16a \end{array}$$

เอา $-7a$ บวกกับ $-9a$ จึงได้
ผลลัพธ์ $-16a$

เอา $-7a$ ไปลบ $-9a$ จะได้

$$\begin{array}{r} -9a \\ -7a \\ \hline -2a \end{array}$$

เปลี่ยน $-7a$ เป็น $+7a$ แล้วเอา
ไปบวกกับ $-9a$ จึงได้ $-2a$

เอา $5x^2$ ไปบวกกับ $2x^2$ จะได้

$$\begin{array}{r} 2x^2 \\ 5x^2 \\ \hline 7x^2 \end{array}$$

เอา $5x^2$ บวกกับ $2x^2$ จึงได้
ผลลัพธ์ $7x^2$

เอา $5x^2$ ไปลบ $2x^2$ จะได้

$$\begin{array}{r} 2x^2 \\ 5x^2 \\ \hline -3x^2 \end{array}$$

เปลี่ยน $5x^2$ เป็น $-5x^2$ แล้วเอาไป
บวกกับ $2x^2$ จึงได้ $-3x^2$

บวก

$$\begin{array}{r}
 \text{เอา } -5xy \text{ ไปบวกกับ } -3xy \text{ จะได้} \\
 -3xy \\
 \underline{-5xy} \\
 -8xy
 \end{array}$$

เอา $-5xy$ บวกกับ $-3xy$ จึงได้
ผลลัพธ์ $-8xy$

ลบ

$$\begin{array}{r}
 \text{เอา } -5xy \text{ ไปลบ } -3xy \text{ จะได้} \\
 -3xy \\
 \underline{-5xy} \\
 2xy
 \end{array}$$

เปลี่ยน $-5xy$ เป็น $+5xy$ แล้ว
เอาไปบวกกับ $-3xy$ ได้ $2xy$

แบบฝึกหัดที่ 3 ข.

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $8-5$
2. $8-(-5)$
3. $5-8$
4. $6-(-8)$
5. $6+(-4)$
6. $(-3)+(-6)$
7. $-(-7)-(-6)$
8. $(-2)-(-9)$
9. $-3a+2a$
10. $4m-6m$
11. $(-2x)+(-x)$
12. $9x^2-12x^2$
13. $(-4ab)-(-8ab)$
14. $(-8xyz)-(-11xyz)$

จงหาผลลัพธ์จากการลบต่อไปนี้

15. $\begin{array}{r} 15 \\ 8 \\ \hline \end{array}$
16. $\begin{array}{r} 19 \\ -8 \\ \hline \end{array}$
17. $\begin{array}{r} 14 \\ 24 \\ \hline \end{array}$
18. $\begin{array}{r} -12 \\ -25 \\ \hline \end{array}$
19. $\begin{array}{r} 3b \\ 7b \\ \hline \end{array}$
20. $\begin{array}{r} 6c \\ -9c \\ \hline \end{array}$
21. $\begin{array}{r} -5a \\ -12a \\ \hline \end{array}$
22. $\begin{array}{r} -17a^2 \\ -13a^2 \\ \hline \end{array}$
23. $\begin{array}{r} -11x^2 \\ 6x^2 \\ \hline \end{array}$
24. $\begin{array}{r} 17p^3q^3 \\ -8p^3q^3 \\ \hline \end{array}$
25. $\begin{array}{r} 25abc \\ -13abc \\ \hline \end{array}$
26. $\begin{array}{r} 15x^2y \\ 34x^2y \\ \hline \end{array}$
27. $\begin{array}{r} -91ab^2 \\ 82ab^2 \\ \hline \end{array}$
28. $\begin{array}{r} 78axy^2 \\ 95axy^2 \\ \hline \end{array}$
29. $\begin{array}{r} 36(x+y) \\ -18(x+y) \\ \hline \end{array}$
30. $\begin{array}{r} -57(a-b) \\ -59(a-b) \\ \hline \end{array}$

3.11 การคูณและการหารเลขจำนวนบวกและจำนวนลบ

ตะวันตก $\xrightarrow{\quad 0 \quad}$ ตะวันออก

ในการเดินทาง สมมติว่า 0 เป็นตำบลที่ตั้งต้น อยู่บนถนนซึ่งทอดไปทางทิศตะวันตกและตะวันออก ถ้าชายคนหนึ่งเดินทางจากตำบล 0 ไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว v กิโลเมตร ต่อ 1 ชั่วโมง และเริ่มออกเดินทางเวลา 9.00 น. ในเวลา t ชั่วโมงต่อมา เขาจะเดินได้ทาง vt กิโลเมตร

อาจแทนค่าของ v และ t ด้วยเลขเครื่องหมายได้เพราะ v และ t อาจมีค่าเป็น + หรือ - ก็ได้ ถ้าเดินทางไปทางทิศตะวันออก เราคิดเป็น + ถ้าไปทางทิศตะวันตก เราคิดเป็น - เช่น เดินทางไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็วชั่วโมงละ 6 กิโลเมตร $v = +6$ เดินทางไปทางทิศตะวันตกด้วยความเร็วชั่วโมงละ 5 กิโลเมตร $v = -5$ ทั้งนี้ถึงจุดตั้งต้นเป็น 0 ส่วน t นั้นเราถือเวลาที่ตั้งต้นเป็นหลัก เช่น เดินทางไปได้ 2 ชั่วโมง หมายความว่า $t = 2$ คือต่อจาก 9 นาฬิกาที่ตั้งต้นไปอีก 2 ชั่วโมง ถ้า $t = -2$ หมายความว่าก่อน 9 นาฬิกา 2 ชั่วโมง คือ เวลา 7.00 น.

ฉะนั้น ถ้า $v = 4, t = 3$ ก็หมายความว่าเดินทางไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลา 3 ชั่วโมง ก็จะไดทาง

$$vt = 4 \times 3 = 12 \text{ กิโลเมตร}$$

ถ้า $v = -4, t = 3$ ก็หมายความว่า เดินทางไปทางทิศตะวันตก ด้วยความเร็วชั่วโมงละ 4 กิโลเมตร เป็นเวลา 3 ชั่วโมง

$$vt = -4 \times 3 = -12 \text{ กิโลเมตร}$$

ถ้า $v = 4, t = -3$ ก็หมายความว่า ก่อน 9 นาฬิกาเป็นเวลา 3 ชั่วโมง คือเมื่อเวลา 6.00 น. ชายคนนั้นอยู่ห่างจากที่ตำบล 0 เป็นระยะทาง

$$vt = 4 \times (-3) = -12 \text{ กิโลเมตร}$$

ถ้า $v = -4$, $t = -3$ ก็หมายความว่า ชายคนนั้นเดินทาง
ไปทางทิศตะวันตก และเมื่อ 6.00 น. (ก่อน 9.00 น. เป็นเวลา 3 ชั่วโมง)
เขาอยู่ที่

$$vt = (-4) \times (-3) = 12 \text{ กิโลเมตร}$$

ในการคูณเลขที่มีเครื่องหมายมีหลักดังนี้

(ก) ถ้าเลขมีเครื่องหมายเหมือนกัน คูณกันจะได้ผลลัพธ์เป็น บวก เสมอ

(ข) ถ้าเลขมีเครื่องหมายต่างกัน คูณกัน จะได้ผลลัพธ์ เป็น ลบ เสมอ

ในทำนองเดียวกันในการหาร ก็จะได้ผลลัพธ์เช่นเดียวกัน คือ

(ก) ถ้าเลขมีเครื่องหมายเหมือนกัน หารกัน จะได้ผลลัพธ์ เป็น บวก เสมอ

(ข) ถ้าเลขมีเครื่องหมายต่างกัน หารกัน จะได้ผลลัพธ์ เป็น ลบ เสมอ

ตัวอย่างที่ 1 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ (ก) $(-6) \times (+8)$
(ข) $(-7) \times (-9)$

วิธีทำ (ก) $(-6) \times (+8) = -48$
(ข) $(-7) \times (-9) = +63$

ตัวอย่างที่ 2 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\frac{5x \times -6y}{-3x}$

วิธีทำ $\frac{5x \times -6y}{-3x} = \frac{-30xy}{-3x} = 10y$

อธิบาย เขา $-3x$ หาร $-30xy$ ได้ $10y$

ตัวอย่างที่ 3 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\frac{-7a \times -8b}{14b}$

วิธีทำ $\frac{-7a \times -8b}{14b} = \frac{56ab}{14b} = \frac{7 \times 2 \times 4 \times a \times b}{7 \times 2 \times b}$

อธิบาย แยกแฟกเตอร์เศษและส่วน เขาแฟกเตอร์ร่วมหารทั้งเศษและส่วน
เพื่อทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ได้ $4a$

แบบฝึกหัดที่ 3 ข.

จงหาผลคูณ

- | | | |
|---|--|--------------------------|
| 1. -8×6 | 2. 9×-3 | 3. -7×-3 |
| 4. $-a \times 4$ | 5. $7x \times -5$ | 6. $-5mn \times 3n$ |
| 7. $5ab \times -9a$ | 8. $8.6a \times 4b$ | 9. $36.5xy \times 5.2xy$ |
| 10. $6\frac{1}{2}ab \times -3\frac{1}{2}ab$ | 11. $6(x+y) \times 3$ | |
| 12. $7(c-d) \times -8$ | 13. $-5(3c+2d) \times 2$ | |
| 14. $-4(a^2+b^2) \times 2.5$ | 15. $9(a^2-b^2) \times 3.6$ | |
| 16. $4.8(3a-2b) \times 4.5$ | 17. $3.5(pq-xy) \times 1.4$ | |
| 18. $(a^2+2ab+b^2) \times 0$ | 19. $\frac{5}{8}(x^3+y^3) \times -\frac{3}{4}$ | |

จงหาผลหาร

- | | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------|
| 20. $-15 \div 3$ | 21. $-18 \div -6$ | 22. $18a \div -9$ |
| 23. $-21ab \div 7a$ | 24. $-36xy \div 9xy$ | 25. $-27mn \div 9mn$ |
| 26. $12a^2b \div -4a$ | 27. $-10x^2y^2 \div 5xy$ | 28. $-45c^2d \div -5d$ |
| 29. $28(x^2+y^2) \div -7(x+y)$ | 30. $-15(a+b) \div -9(a+b)$ | |
| 31. $14.4(c-d) \div -3.6$ | 32. $35.1(x^2+y) \div 2.7$ | |
| 33. $2\frac{1}{2}(3x-2y) \div -10$ | 34. $-3\frac{3}{4}(x^2-y) \div -30$ | |

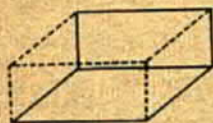
จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- | | |
|--|---|
| 35. $\frac{-2x \times 15y}{-6xy}$ | 36. $\frac{42(x+y) \times -7ab}{-14ab}$ |
| 37. $\frac{-15a^2b \times 9ab}{12ab}$ | 38. $\frac{21(x-y) \times 14x^2y}{-42(x-y)}$ |
| 39. $\frac{8.1(a^2-b^2) \times 2.4}{2.7(a+b)}$ | 40. $\frac{5.6(xy+mn) \times -6.3mx}{-4.9xy}$ |

บทที่ 4

การสร้างในเรขาคณิต

- 4.1 รูปทรง** นักเรียนคุ้นกับวัตถุต่าง ๆ เช่น หนังสือ หีบ ดินสอตำ ลูกหิน วัตถุแต่ละสิ่งมีเนื้อธาตุ สี น้ำหนัก ขนาด รูปร่าง และต้องการพื้นที่ตามขนาดของมัน สิ่งเหล่านี้เราเรียกว่า รูปทรงทางฟิสิกส์ แต่เมื่อเราจำต้องสิ่งเหล่านี้ลงในกระดาษ เช่น รูปหีบ เราเรียกรูปนี้ว่า รูปทรงทางเรขาคณิต



รูปทรงมีผิว (surface) ห่อหุ้มอยู่ เช่น รูปทรงสี่เหลี่ยมมีผิวระนาบ (plane surface) หรือผิวราบเพราะมันแบนเหมือนพื้นบนของโต๊ะ ส่วนรูปทรงกลมมีผิวโค้งห่อหุ้มอยู่

รูปทรงประกอบด้วย ความยาว ความกว้าง และความหนา ซึ่งเรียกว่ารูปทรงที่มี 3 มิติ (Three dimension) และผิวหรือพื้นที่ผิว (surface) ที่ห่อรูปทรงนั้นมีเพียง 2 มิติ เพราะมีแต่ความยาว

ความกว้าง และอยู่บนระนาบ (plane) เดียวกัน

- 4.2 เส้น** เมื่อพับกระดาษแผ่นหนึ่ง รอยที่กระดาษพับนั้นคือเส้น เส้นมีสองชนิดคือ เส้นตรง และเส้นโค้ง ดังรูปทางซ้ายมือ AB เป็นเส้น

A ————— B

C ————— D

—————
a

ตรง CD เป็นเส้นโค้ง เส้นในเรขาคณิตถือว่ามีแต่ความยาว ไม่มีความกว้าง การเรียกชื่อเส้นเราอาจเรียกได้สองทาง คือกำหนดจุดบนเส้นสองจุดแล้วใช้ตัวอักษรสองตัวแทนจุดนั้น หรือใช้ตัวอักษรตัวเล็กตัวเดียวเขียนใกล้ ๆ เส้น เช่น เรียกเส้นตรง AB

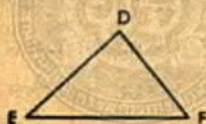
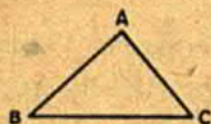
หรือเส้นตรง a เราอาจต่อเส้นออกไปได้ทั้งสองทาง เฉพาะเส้นตรงนั้นเราอาจ

ต่อออกไปได้ไม่มีที่สิ้นสุด และจะไม่พบกัน แต่เส้นโค้งนั้นปลายสองข้าง
อาจมาพบกันได้

- 4.3 จุด จุดเป็นสิ่งที่แยกเส้นตรงออกจากกัน หรืออาจกล่าวได้ว่า จุดคือ
ตำแหน่งที่เส้นสองเส้นตัดกัน จุดในเรขาคณิตถือว่าไม่มีตำแหน่ง มีแต่ที่
อยู่เท่านั้น เมื่อกำหนดจุดไว้แล้ว เราใช้ตัวอักษรตัวใหญ่ไว้ข้าง ๆ
แล้วเรียกจุดนั้นตามตัวอักษรที่เขียนไว้

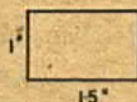
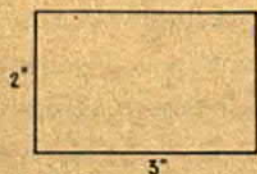
4.4 รูปที่เป็นเอกลักษณ์และคล้ายคลึง

รูปต่าง ๆ ที่เขียนหรือสร้างขึ้น และวัตถุต่าง ๆ มีรูปและลักษณะ
แตกต่างกันก็มี เหมือนกันก็มี ถ้าเป็นรูปที่เท่ากันและเหมือนกันทุกอย่าง
เรียกว่ารูปนั้นเป็นเอกลักษณ์ เช่นสามเหลี่ยม ABC กับ สามเหลี่ยม



DEF มีด้านทุกด้าน เท่า
กัน ด้านต่อด้าน มีมุมเท่า
กันทุกมุม มุมต่อมุม เรา
เรียกว่าสามเหลี่ยมสองรูป
เป็นเอกลักษณ์กัน ในทำ
นองเดียวกัน เม็ดยา ที่ใช้
แม่พิมพ์เดียวกัน เช่นเม็ดยา

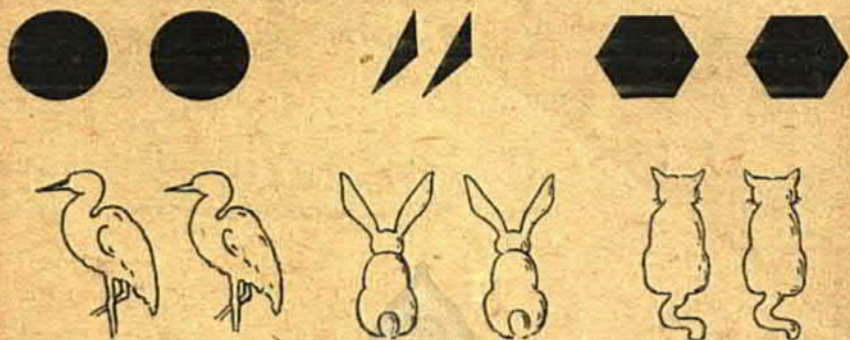
แอสไพรินชนิดเดียวกัน ใช้แม่พิมพ์เดียวกัน มีรูปทรงเป็นเอกลักษณ์กัน
ส่วนรูปที่คล้ายคลึงกันนั้นเป็นรูปที่มีรูปร่างเหมือนกันและได้ส่วนกัน



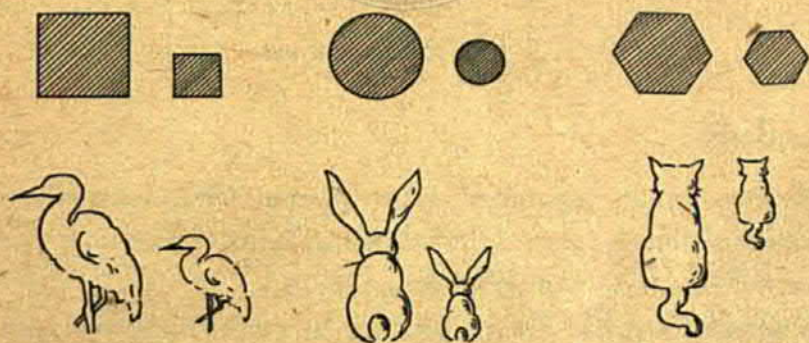
เช่นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูป
นี้คล้ายคลึงกัน มีด้านกว้าง
และด้านยาวได้สัดส่วนกัน
คือ รูปใหญ่มีด้านยาวเป็น
2 เท่าของรูปเล็ก และมี

ด้านกว้างเป็น 2 เท่าของรูปเล็ก มีมุมเป็นมุมฉากทุกมุม

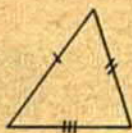
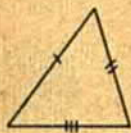
รูปที่เป็นเอกลักษณ์กันนั้นคือรูปที่เท่ากันทุกประการ เช่น รูปข้างล่างแต่ละคู่นี้เป็นเอกลักษณ์กัน



รูปที่คล้ายคลึงกัน คือรูปที่มีลักษณะอย่างเดียวกัน ผิดกันแต่ขนาด เช่น ขยายรูปถ่ายแผ่นหนึ่งให้ใหญ่ หรือย่อรูปถ่ายนั้นให้เล็ก ภาพขยายหรือภาพย่อจะเหมือนของเดิม แต่ขนาดผิดกัน หรือรูปข้างล่างนี้ แต่ละคู่คล้ายคลึงกัน



สำหรับรูปสามเหลี่ยมนั้น จะเป็นเอกลักษณ์กันหรือคล้ายคลึงกัน ตามเหลี่ยมจะต้องมีสิ่งที่เท่ากันดังต่อไปนี้:-



เมื่อสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านสองด้านเท่ากัน
ด้านต่อด้าน และมีมุมในระหว่างด้านเท่า
เท่ากัน



เมื่อสามเหลี่ยม 2 รูปมีมุมเท่ากันสองมุม มุม
ต่อมุม และด้านที่ได้ลำดับกัน เท่ากัน



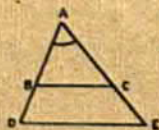
เมื่อด้านสามด้านของสามเหลี่ยมเท่ากัน
ด้านต่อด้าน



เมื่อสามเหลี่ยมทั้งสองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก
และมีด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากัน และมี
ด้านอื่นเท่ากันอีก 1 ด้าน

คล้ายคลึงกัน

1. เมื่อสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมเท่ากันทุกมุม มุมต่อมุม (ที่จริงมีมุมเท่ากันสองมุม
มุมต่อมุมก็เพียงพอ เพราะมุมในสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับสองมุมฉาก เมื่อ
เท่ากันสองมุมแล้ว มุมที่เหลือก็ย่อมเท่ากันด้วย)
2. เมื่อสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มีด้านสองด้าน เป็นสัดส่วนกับด้านสองด้านของสาม-
เหลี่ยมอีกรูปหนึ่ง และมุมระหว่างด้านที่ได้



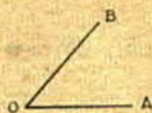
สัดส่วนกันนี้เท่ากันด้วย ดังรูป $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$
และ มุม $BAC =$ มุม DAE

3. เมื่อด้านสามด้านของสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง เป็นสัดส่วนกับด้านสามด้านของสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่ง เช่น รูปในข้อ 2 $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$ สามเหลี่ยมสองรูปนั้นคล้ายคลึงกัน

4.5 มุม

รูปต่าง ๆ ประกอบขึ้นด้วยเส้นและมุม ซึ่งมีลักษณะและมีวิธีการสร้างโดยย่อต่อไปนี้:-

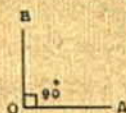
มุม เมื่อเส้นตรงสองเส้นพบกันที่จุดจุดหนึ่ง ทำให้เกิดมุมขึ้น ดังรูป



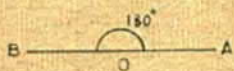
รูปที่ 1



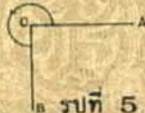
รูปที่ 2



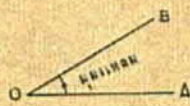
รูปที่ 3



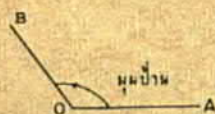
รูปที่ 4



รูปที่ 5



รูปที่ 6



รูปที่ 7



รูปที่ 8



รูปที่ 9

ฉะนั้นมุมประกอบด้วยแขนสองแขน คือ OA และ OB มี O เป็นจุดยอดของมุม ในการวัดขนาดของมุมนั้นใช้หน่วยเป็นองศา โดยใช้หลักเกณฑ์ดังนี้ เมื่อแขน OB หักแขน OA เรียกว่ามุม O ของคา เมื่อแขน OB เคลื่อนไปตามลูกศร (รูปที่ 2) หรือ หมุนทวนเข็มนาฬิกา ได้ 1 รอบ คือกลับมากับ OA อีก เราแบ่งมุมที่จุด O นั้นออกเป็น 360 ส่วน ส่วนหนึ่ง ๆ เรียกว่า หนึ่งองศา

มุม 360 องศา เราเรียกว่า 4 มุมฉาก

มุม $\frac{1}{4}$ ของ 1 รอบ เรียกว่า 1 มุมฉาก หรือ 90 องศา (รูปที่ 3)

มุม $\frac{1}{2}$ ของ 1 รอบ เรียกว่า 2 มุมฉาก หรือ 180 องศา (รูปที่ 4)

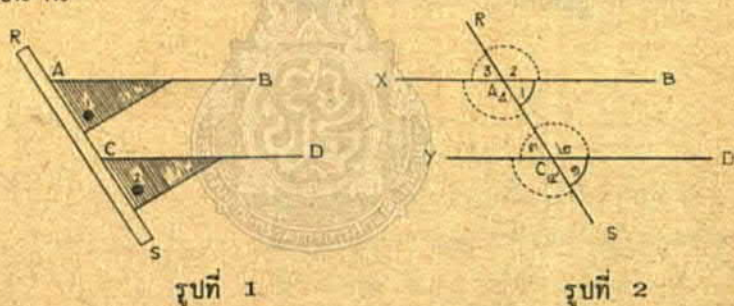
มุม $\frac{3}{4}$ ของ 1 รอบ เรียกว่า 3 มุมฉาก หรือ 270 องศา (รูปที่ 5)

ส่วนมุมที่เล็กกว่า 1 มุมฉาก เราเรียกว่า มุมแหลม (acute angle) ดังรูปที่ 6

มุมที่ใหญ่กว่า 1 มุมฉาก และเล็กกว่า 2 มุมฉาก เรียกว่า มุมป้าน (obtuse angle) ดังรูปที่ 7

มุมที่ใหญ่กว่า 2 มุมฉาก แต่ไม่ถึง 4 มุมฉาก เรียกว่า มุมหัก (Reflex angle) รูปที่ 8 และ 9

4.6 เส้นขนาน



เมื่อเราใช้ไม้ฉาก เลื่อนไปตามไม้บรรทัด แล้วขีดเส้นตรงไปตามแนวของไม้ฉาก ดังรูปที่ 1 คือ เส้นตรง AB และ CD และถ้าสมมุติว่าไม้บรรทัดเป็นเส้นตรง RS และต่อ BA ไปถึง X ต่อ DC ไปถึง Y มุมที่เกิดขึ้นคือ

มุมภายใน 1 = มุมภายนอก ๑

มุมภายใน ๓ = มุมภายนอก 3

มุมภายใน ๒ = มุมภายนอก 2

มุมภายใน 4 = มุมภายนอก ๔

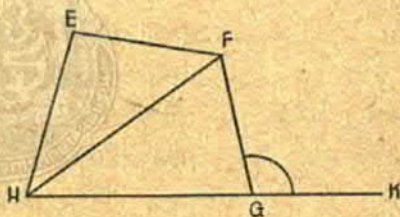
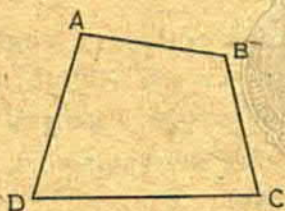
มุมแย้ง 1 = มุมแย้ง ๓

มุมแย้ง 4 = มุมแย้ง ๒

มุมภายในทางด้านเดียวกันของเส้นตัดคือ มุม 4 + มุม 3 = 2 มุมจาก
มุมภายในทางด้านเดียวกันของเส้นตัดคือ มุม 1 + มุม 2 = 2 มุมจาก
เส้นตรงที่ลากตามลักษณะดังกล่าวแล้วย่อมขนานกัน ฉะนั้นจึงอาจสรุป
ได้ว่า

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน มีเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งลากมาตัด ย่อม
ทำให้เกิด (ก) มุมแย้งเท่ากัน
(ข) มุมภายนอกเท่ากับมุมภายในที่ตรงกันข้าม
(ค) มุมภายในทางด้านเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน
เข้าเท่ากับสองมุมฉาก

4.7 รูปเหลี่ยมคือรูปที่ล้อมรอบด้วยเส้นตรง ซึ่งเรียกว่าด้านของรูปเหลี่ยม
ด้านตัดกันตรงจุดใด จุดนั้นเป็นจุดยอดของรูปเหลี่ยม ด้านสองด้านที่พบ
กันตรงจุดยอดเรียกว่าด้านประชิด



รูปข้างบนเป็นรูปสี่เหลี่ยม ด้าน CD กับ AD พบกันที่จุดยอด D จึง
เรียกด้าน AD กับ CD ว่าด้านประชิด ส่วนเส้นที่ต่อจุดยอดที่มีได้อยู่
เรียงตามลำดับกัน เรียกว่าเส้นทะแยงมุม ดังรูป HF เป็นเส้นทะแยงมุม

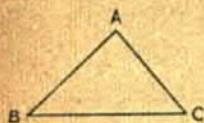
มุมภายนอกของรูปเหลี่ยมคือ มุมที่ประกอบขึ้นด้วยด้านหนึ่งของรูป
เหลี่ยมกับส่วนต่อของด้านประชิดด้านหนึ่ง ตามรูป มุม FGK เป็น
มุมภายนอก

เส้นวัดโดยรอบรูปเหลี่ยม คือผลบวกของความยาวของด้านทุกด้าน
รูปเหลี่ยมจำแนกออกไปเป็นชนิดตามจำนวนด้านที่ประกอบเป็นรูป-
เหลี่ยม เช่นรูปสามเหลี่ยม (Triangle) รูปสี่เหลี่ยม (Quadrila-
teral) รูปห้าเหลี่ยม (Pentagon) รูปหกเหลี่ยม (Hexagon)

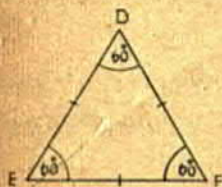
รูปแปดเหลี่ยม (Octagon) รูปสิบเหลี่ยม (Decagon) โดยเฉพาะรูป
สามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมยังจำแนกออกเป็นหลายชนิดตามลักษณะของด้านและ
มุมอีกด้วยต่อไป

สามเหลี่ยมที่มีชื่อเรียกตามลักษณะของด้าน 3 ชนิด คือ

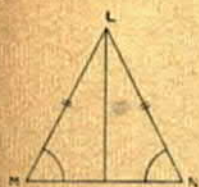
สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า (Scalene triangle)
คือสามเหลี่ยมที่มีด้านไม่เท่ากัน บางครั้งเราก็เรียกว่า
สามเหลี่ยมเฉย ๆ



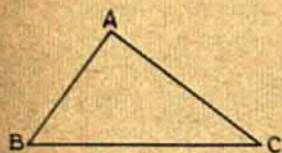
▶ สามเหลี่ยมด้านเท่า (Equilateral triangle)
คือสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามเท่ากัน และมีมุมทั้งสาม
เท่ากันทุกมุม นั่นคือมุมหนึ่งโต 60 องศา บางครั้ง
ก็เรียกสามเหลี่ยมนี้ว่า สามเหลี่ยมมุมเท่า (Equi-
angular triangle)



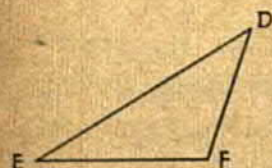
สามเหลี่ยมหน้าจั่ว (Isos-celles triangle)
คือสามเหลี่ยมซึ่งมีด้านสองด้านเท่ากัน ด้านที่ไม่เท่า
เป็นฐาน มุมที่อยู่ตรงปลายฐานเรียกว่า มุมที่ฐาน มุม
ทั้งสองนี้เท่ากัน มุมที่อยู่ตรงข้ามกับฐานเรียกว่า มุม
ยอด (Vertex angle)



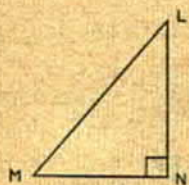
สามเหลี่ยมที่มีชื่อเรียกตามลักษณะของมุมมี 3 ชนิด คือ:-



สามเหลี่ยมมุมแหลม (Acute angled triangle)
เป็นสามเหลี่ยมที่มีมุมเป็นมุมแหลม



สามเหลี่ยมมุมป้าน (Obtuse angled triangle)
เป็นสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน

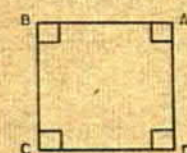


สามเหลี่ยมมุมฉาก (Right angled triangle)
เป็นสามเหลี่ยมที่มีมุมใดมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก ด้านที่อยู่
ตรงข้ามเรียกว่าด้านตรงฉาก (Hypotenuse)

สี่เหลี่ยม แยกออกเป็น



สี่เหลี่ยมใด ๆ (Quadrilateral) คือสี่เหลี่ยม
ที่มีด้านไม่เท่ากัน



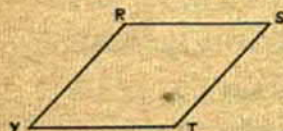
สี่เหลี่ยมจัตุรัส (Square) คือสี่เหลี่ยมที่มีด้านทุกด้าน
เท่ากัน มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก และเส้นทแยงมุมก็
เท่ากัน และตั้งได้ฉากกันด้วย



สี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Rectangle)
คือสี่เหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก ด้านตรงข้าม
เท่ากัน และขนานกัน



สี่เหลี่ยมด้านขนาน (Parallelogram) คือสี่เหลี่ยม
ที่มีด้านตรงข้ามขนานกันและเท่ากัน



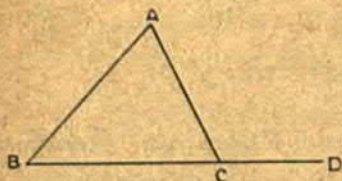
สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน (Rhombus) คือสี่เหลี่ยมที่มี
ด้านเท่ากันทุกด้าน ด้านตรงข้ามขนานกัน เส้น
ทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉากตรงจุดที่ตัดกัน



สี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezium) คือสี่เหลี่ยมที่มีด้าน
คู่หนึ่งขนานกัน

แบบฝึกหัดที่ 4 ก

1. จงอธิบายความหมายของ จุด, เส้น, มุม, ระนาบ, มิติ พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
2. รูปที่เป็นเอกลักษณ์กันนั้นอย่างไร จงอธิบายและยกตัวอย่างประกอบ
3. รูปที่คล้ายคลึงกันนั้นอย่างไร จงอธิบายและยกตัวอย่างประกอบ
4. ทักกล่าวว่ามุมสามมุมของสามเหลี่ยมใด ๆ ก็ตาม ย่อมรวมกันได้เท่ากับสองมุมจากนั้นเป็นจริงเพียงไร จงอธิบายและแสดงรูปประกอบ
5. เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตรงเส้นหนึ่งลากมาตัดเส้นขนานคู่นี้ จะทำให้เกิดอะไรเท่ากันบ้าง
6. จงสร้างสามเหลี่ยม ABC กำหนดให้ BC ยาว 3 นิ้ว มุมที่ B และ C โต 70 และ 30 องศา เสร็จแล้ววัดหาความยาวของด้านอีก 2 ด้าน และมุมที่เหลือ
7. จงสร้างสามเหลี่ยม DEF กำหนดให้ด้านทั้งสามยาว 4, 3 และ 2 นิ้ว เสร็จแล้วจงวัดดูว่ามุมใดมุมละกี่องศา มุมทั้งสามรวมกันได้กี่องศา
8. จงสร้างสี่เหลี่ยมใด ๆ กำหนดให้ด้านทั้งสี่ยาวดังนี้:-
 $AB = 3$ นิ้ว $BC = 3$ นิ้ว $CD = 3.5$ นิ้ว $DA = 2.5$ นิ้ว
 มุม $DAB = 110$ องศา



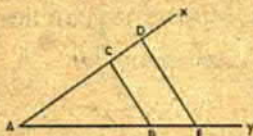
จงสร้างรูปสามเหลี่ยมดังภาพ แล้ววัดมุมว่ามุมข้อใดนี้โตกี่องศา

$\angle ACD, \angle CBA, \angle BAC$

มุมภายนอก $ACD =$ มุม $ABC +$ มุม BAC หรือไม่

10. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezium) กำหนดให้ $AB = 2$ นิ้ว $BC = 3.5$ นิ้ว, $AD = 2$ นิ้ว มุม $ABC = 70$ องศา ด้าน AD ขนานกับด้าน BC เสร็จแล้วจงวัดหาความยาวของด้าน CD และวัดขนาดของมุมที่เหลือ

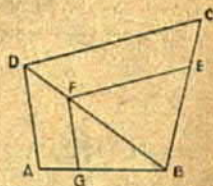
11. จงสร้างสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABFE โดยกำหนดให้มุม ที่ A โต 60 องศา ด้าน AB ยาว 5 เซนติเมตร ด้าน AE ยาว 3 เซนติเมตร เสร็จแล้วจงวัดหาความยาวของด้านที่เหลือและมุมที่เหลือโดยมุมละกึ่งองศา
12. จงสร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง กำหนดให้ด้านหนึ่งยาว 3 เซนติเมตร เสร็จแล้วจงลากเส้นตรงต่อจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสี่ เพื่อให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมอยู่ที่ด้านทั้งสี่ สี่เหลี่ยมรูปนี้เป็นสี่เหลี่ยมอะไร มีด้านยาวด้านละเท่าไร
13. จงสร้างสามเหลี่ยม ABC กำหนดความยาวของด้านของสามเหลี่ยมให้พอเหมาะ เสร็จแล้วต่อด้าน AB และ AC ไปยังจุด X และ Y แล้วลากเส้นตรง DE ให้ขนานกับด้าน BC



สามเหลี่ยม ABC กับสามเหลี่ยม ADE เป็นเอกลักษณ์กันหรือคล้ายคลึงกัน ถ้าหาความยาวของด้าน AE หา AB และ

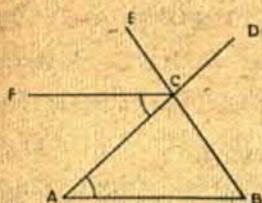
หาความยาวของด้าน AD หา AC ผลลัพธ์จะเป็นอย่างไร

14. จงสร้างสี่เหลี่ยมใด ๆ ABCD กำหนดความยาวของด้าน ของสี่เหลี่ยมให้พอเหมาะ เสร็จแล้วลากเส้นทแยงมุม BD ที่จุด G ห่างจาก A หนึ่งเซนติเมตร ลากเส้น GF ขนานกับด้าน DA ตัด BD ที่จุด F จาก F ลากเส้น FE ให้ขนานกับ DC ตัดด้าน BC ที่จุด E สี่เหลี่ยม BGFE จะเป็นเอกลักษณ์หรือคล้ายคลึงกับสี่เหลี่ยม ABCD ถ้าหาความยาวของด้าน AB หา BG และหาความยาวของด้าน BC หา BE ผลลัพธ์จะเป็นอย่างไร



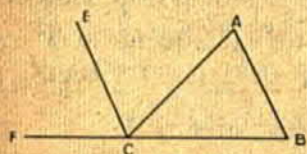
15. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนสองรูป จะมีลักษณะและรูปร่างอย่างไร ก็ได้ เสร็จแล้วลากเส้นทแยงมุมในแต่ละรูป จงวัดดูว่าเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันและกันจริงหรือไม่ และมุมที่เส้นทแยงมุมเป็นมุมฉากจริงหรือไม่

16.



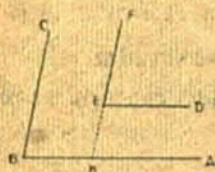
จงสร้างรูปดังภาพข้างซ้าย โดยมีมุม $FCA = \text{มุม } CAB$ เสร็จแล้วจงวัดหาขนาดของมุม ECF , มุม CBA มุมทั้งสองเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

17.



ABC เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ถ้าต่อด้าน BC ออกไปยังจุด F และลากเส้นตรง CE แบ่งครึ่งมุม ACF แล้ว จะได้มุม BAC เท่ากับมุม ABC นักเรียนจงสร้างรูปแล้วลองวัดดูว่าเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

18.



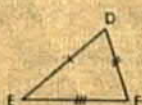
ถ้าลากเส้นตรง BC ขนานกับ EF เส้นตรง BE ขนานกับ ED และต่อเส้นตรง FE ไปพบด้าน BA ที่ K แล้ว อาจพิสูจน์ได้ว่า

$$\text{มุม } ABC = \text{มุม } DEF$$

จงเขียนรูป แล้วลองวัดดูว่าเท่ากันหรือไม่ ถ้าสร้างรูปด้วยความประณีตแล้วควรจะเท่ากันเท่ากันเพราะเหตุใด จงให้เหตุผล

จงสร้างรูปสามเหลี่ยมในเศษกระดาษตามรูปที่กำหนดให้เป็นคู่ ๆ ในข้อต่อไปนี แล้วลองยกข้อกันดู ว่าสามเหลี่ยมแต่ละคู่จะเท่ากันทุกประการหรือไม่

19.



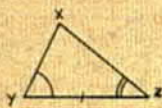
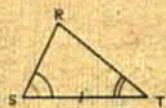
$$AB = DE$$

$$BC = EF$$

$$CA = FD$$

แล้วจงหาว่ามุมอะไรเท่ากับมุมอะไร

20.



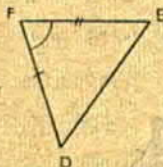
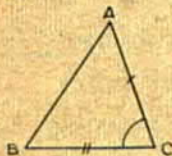
$$ST = YZ$$

$$\angle RST = \angle XYZ$$

$$\angle STR = \angle YZX$$

แล้วด้าน RS = ด้านอะไร ด้าน RT = ด้านอะไร

21.



$$AC = DF$$

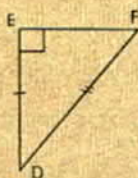
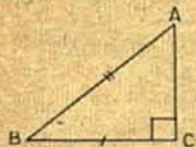
$$CB = EF$$

$$\angle ACB = \angle DFE$$

แล้วมุม BAC = มุมอะไร

มุม ABC = มุมอะไร

22.



$$AB = DF$$

$$BC = ED$$

$$\angle ACB = \angle DEF = 90^\circ \text{ องศา}$$

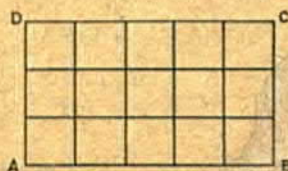
มุม BAC = มุมอะไร

มุม ABC = มุมอะไร

บทที่ 5

พื้นที่ของสี่เหลี่ยมและสามเหลี่ยม

- 5.1 สี่เหลี่ยมมุมฉากหรือสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangle) คือรูปที่ประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน และมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก



ถ้า ABCD เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก
 $AB = CD, DA = BC$

ถ้า AB ยาว 5 เซนติเมตร

BC ยาว 3 เซนติเมตร

แบ่ง AB และ BC ออกเป็น 5 ส่วน และ 3 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วลากเส้นตั้งฉากจากจุดที่แบ่งไปตั้งฉากกับด้านตรงข้าม เส้นตั้งฉากจะตัดกันเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสรวม 15 รูป ๆ หนึ่ง ๆ มีพื้นที่ 1 ตารางเซนติเมตร ฉะนั้นพื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับ 15 ตารางเซนติเมตร

$$\begin{aligned}\text{ฉะนั้นพื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉาก } ABCD &= 5 \times 3 \quad \text{ซม.}^2 \\ &= 15 \quad \text{ซม.}^2\end{aligned}$$

นั่นคือ พื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ด้านยาว $\times$ ด้านกว้าง

$$\text{ด้านยาว} = \frac{\text{พื้นที่}}{\text{ด้านกว้าง}}$$

$$\text{ด้านกว้าง} = \frac{\text{พื้นที่}}{\text{ด้านยาว}}$$

ถ้าให้พื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับ A ตารางหน่วยพื้นที่
 ด้านยาว = l หน่วยความยาว ด้านกว้าง = b หน่วยความยาว

ก็จะได้เป็นสูตร $A = lb$ ตารางหน่วยพื้นที่

$$l = \frac{A}{b} \quad \text{หน่วยความยาว}$$

$$b = \frac{A}{l} \quad \text{หน่วยความยาว}$$

ตัวอย่างที่ 1 อาคารเรียนหลังหนึ่งยาว 32 เมตร 75 เซนติเมตร กว้าง 8 เมตร 30 เซนติเมตร ถ้าจะทำพื้นคอนกรีต เสียค่าจ้างทำตารางเมตรละ 60 บาท จะสิ้นเงินเท่าไร

วิธีทำ พื้นที่ของอาคารเรียน = ความยาว $\times$ ความกว้าง
 $= 32.75 \times 8.30$ ตารางเมตร
 ค่าเทคอนกรีต 1 ตารางเมตรสิ้นเงิน 60 บาท
 " " 32.75×8.30 " " $60 \times 32.75 \times 8.30$ บาท
 $= 16309.50$ บาท

ตอบ 16309 บาท 50 สตางค์

ตัวอย่างที่ 2 ห้อง ๆ หนึ่ง สูง 4 เมตร 30 เซนติเมตร ยาว 7 เมตร 80 เซนติเมตร กว้าง 6 เมตร 50 เซนติเมตร ถ้าจะทำฝ้าห้องทั้งข้างนอกและข้างใน เสียค่าทำฝ้าตารางเมตรละ 5 บาท จะสิ้นเงินเท่าไร

อธิบาย



ฝ้าห้องหนึ่ง ๆ มี 4 ฝ้า แต่ละฝ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้านสูงเป็นด้านกว้าง และความยาวหรือความกว้างของห้องเป็นด้านยาว แต่ฝ้าห้องจะอยู่ทางด้านยาวหรือด้านกว้างของห้อง ถ้าเขียนรูปฝ้าห้องโดยเอามาต่อกันจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังภาพข้างบน คือมีส่วนสูงเป็นความกว้าง ผลบวกของสองเท่าของความยาวของห้องกับสองเท่าของความกว้างของห้องเป็นความยาว ฉะนั้น

พื้นที่ของฝ้าห้องทั้งสี่ด้าน = ความสูง $\times$ (2 เท่าความยาว + 2 เท่าความกว้าง)

ถ้า ส = ความสูง ย = ความยาว ก = ความกว้าง

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ทั้งหมด} &= 31.70 \times 15.85 \text{ ม}^2 \\
 &= 502.445 \text{ ม}^2 \\
 \text{พื้นที่สนามหญ้าที่เหลือ} &= (31.70 - 2 \times 1.5) \times (15.85 - 2 \times 1.5) \text{ ม}^2 \\
 &= 28.7 \times 12.85 \text{ ม}^2 \\
 &= 368.795 \text{ ม}^2 \\
 \text{พื้นที่ถนน} &= 502.445 - 368.795 \text{ ม}^2 \\
 &= 133.65 \text{ ม}^2
 \end{aligned}$$

<u>ตอบ</u>	{	เหลือพื้นที่เป็นสนามหญ้า	368.795	ม^2
		เป็นพื้นที่ถนน	133.65	ม^2

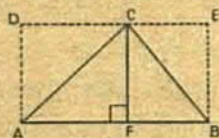
▷ แบบฝึกหัดที่ 5 ก.

1. กระดานแผ่นหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีหน้ากว้าง 1 ฟุต 8 นิ้ว และยาว 16 ฟุต 6 นิ้ว กระดานแผ่นนี้มีพื้นที่เท่าไร
2. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง ยาว 2.4 ซม. กว้าง 1.5 ซม. จะมีพื้นที่กี่ตารางมิลลิเมตร
3. กระดานดำสูง 3 ฟุต 4 นิ้ว กว้าง 5 ฟุต 3 นิ้ว จะมีพื้นที่เท่าไร
4. ผ้าผืนหนึ่ง ยาว 4 เมตร กว้าง 35 ซม. จะมีพื้นที่เท่าไร
5. จงหาความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีพื้นที่ 6.24 ตารางเซนติเมตร ยาว 1.43 เซนติเมตร
6. จงหาความยาวของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีพื้นที่ 146.4 ตารางนิ้ว กว้าง 13.4 นิ้ว
7. จงหาความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีพื้นที่ 12.8 ตารางเซนติเมตร ยาว 3.62 เซนติเมตร

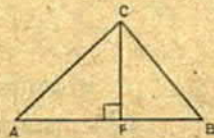
8. จงหาความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีพื้นที่ 37.0954 ตารางเซนติเมตร ยาว 8.37 เซนติเมตร
9. ห้อง ๆ หนึ่งยาว 15 ฟุต กว้าง 12 ฟุต สูง 8 ฟุต จงหาพื้นที่ฝาห้องทั้ง 4 ด้าน
10. ห้อง ๆ หนึ่งยาว 18 ฟุต กว้าง 15 ฟุต สูง 12 ฟุต จงหาพื้นที่ฝาห้องทั้ง 4 ด้าน
11. ห้อง ๆ หนึ่งกว้าง 8.6 เมตร ยาว 12.4 เมตร สูง 4.8 เมตร จะมีพื้นที่ฝาห้องทั้งสี่ทิศี่ตารางเมตร ถ้าเสียค่าทาสีตารางเมตรละ 6 บาท จะต้องเสียค่าทาสีฝาห้องทั้งข้างนอกข้างในเท่าไร
12. สนามเทนนิสสนามหนึ่ง ๆ ยาว 78 ฟุต กว้าง 36 ฟุต ต้องกันรั้วลวดตาข่ายโดยรอบสนาม รว้ยาว 40 หลา กว้าง 20 หลา ที่ว่างรอบสนามเทนนิสมีพื้นที่เท่าไร
13. สนามหญ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 24.6 เมตร กว้าง 11.4 เมตร มีรั้วกันภายนอกห่างจากสนามออกไป 4.2 เมตรทุกด้าน จงหาพื้นที่ระหว่างรั้วกับสนาม
14. หีบใบหนึ่งยาว 16.2 นิ้ว กว้าง 12.4 นิ้ว สูง 8.3 นิ้ว มีพื้นที่โดยรอบทั้งหมดเท่าไร (คิดทั้งฝาหีบและกันหีบ)
15. กระดาษแผ่นหนึ่งยาว $3\frac{1}{2}$ ฟุต กว้าง 3 ฟุต ถ้าจะตัดออกเป็นกระดาษแผ่นสี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็ก ๆ ซึ่งมีด้านยาว 7 นิ้ว กว้าง 6 นิ้ว จะได้กี่แผ่น
16. ห้อง ๆ หนึ่งกว้าง 12 ฟุต ยาว 15 ฟุต สูง 9 ฟุต มีประตูสูง 8 ฟุต กว้าง $2\frac{1}{2}$ ฟุต อยู่หนึ่งประตู หน้าต่าง 2 บาน บานหนึ่งกว้าง 5 ฟุต สูง 4 ฟุต ถ้าเสียค่าทาสีตารางฟุตละ 80 สตางค์ โดยทาเฉพาะภายนอก และไม่ทาประตูหน้าต่าง จะสิ้นเงินทั้งสิ้นเท่าไร
17. กระดาษแผ่นหนึ่งยาว 26.4 เซนติเมตร กว้าง 19.7 เซนติเมตร ถ้าตัดทางด้านยาวออก 4.8 เซนติเมตร ตัดทางด้านกว้างออก 3.9 เซนติเมตร ตัดกระดาษออกไปคิดเป็นพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

18. ห้อง ๆ หนึ่ง กว้าง 10 ฟุต ใช้กระเบื้อง ยาว 8 นิ้ว กว้าง 4 นิ้ว
ปู เป็นจำนวน 810 แผ่นก็เต็ม ห้องนี้ยาวกี่ฟุต
19. สนามหญ้ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ยาว x ฟุต กว้าง y ฟุต มีถนนโดยรอบ
ภายนอกกว้าง z ฟุต ถนนมีพื้นที่ที่ตารางฟุต
20. ก่อสร้างกระดาดใบหนึ่งไม่มีเสา ก่อสร้างยาว x นิ้ว กว้าง y นิ้ว สูง z นิ้ว
ใช้กระดาดทำก่อก่อใบนี้ คิดเป็นพื้นที่ที่ตารางนิ้ว
21. รั้วบ้านรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาว $3x$ เมตร กว้าง $2x$ เมตร สูง x ฟุต
รั้วนี้ทำด้วยดิ่งกะลิดติดกับเสาไม้ จงหาพื้นที่ของดิ่งกะลิดที่ทำรั้วนี้ (ไม่
คิดถึงดิ่งกะลิดที่ซ้อนกัน)
22. ถ้าสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาว ยาว x ฟุต และด้านกว้าง ยาว y
หลา จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นตารางฟุต และตารางหลา
23. ถ้าสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่ a ตารางหลา และมีด้านหนึ่ง ยาว b ฟุต จง
หาความยาวของอีกด้านหนึ่ง
24. ความยาวของด้านทั้ง 4 ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ x ฟุต และมี
ด้านกว้าง ยาวด้านละ y ฟุต สี่เหลี่ยมนี้มีพื้นที่ที่ตารางฟุต
25. เรือนหลังหนึ่งกว้าง 8 เมตร ยาว 14 เมตร สูง 4 เมตร มีประตู
2 ประตู ประตูกว้าง 1 เมตร สูง 2 เมตร มีหน้าต่าง 4 บาน
หน้าต่างกว้าง .80 เมตร สูง 1.10 เมตร ถ้าเสียค่าทาสีบ้านทั้ง
ภายในภายนอก ตารางเมตรละ 4 บาท และทาแซแลค ประตูหน้าต่าง
ทั้งภายในภายนอก เสียค่าทาแซแลคตารางเมตรละ 3 บาท จะสิ้นเงิน
ทั้งหมดเท่าไร

5.2 สามเหลี่ยม(Triangle) สามเหลี่ยมคือรูปที่ประกอบด้วยด้าน 3 ด้าน



รูปที่ 2



รูปที่ 1

ABC เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มี CF เป็นส่วนสูงหรือเส้นที่ลากจากมุมยอด C ไปตั้งได้ฉากกับฐาน AB

ที่จุด A และ B ถ้าลาก เส้น AD, BE ให้ตั้งได้ฉากกับฐาน AB และ ไปตัดเส้นที่ลากผ่านจุด C ขนานกับฐาน BC ของสามเหลี่ยมที่จุด D และ E แล้ว จะเกิดเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABED ซึ่งมีด้านยาว ยาวเท่ากับ AB และด้านกว้างยาวเท่ากับ CF (ความสูงของสามเหลี่ยม)

$$\begin{aligned}\text{จากรูปจะเห็นว่า } \text{สามเหลี่ยม AFC} &= \frac{1}{2} \text{ ของสี่เหลี่ยม AFCD} \\ \text{สามเหลี่ยม BFC} &= \frac{1}{2} \text{ ของสี่เหลี่ยม BFCE}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{นั่นก็คือ สามเหลี่ยม AFC} + \text{สามเหลี่ยม BFC} \\ &= \frac{1}{2} \text{ ของสี่เหลี่ยม AFCD} + \frac{1}{2} \text{ ของสี่เหลี่ยม BFCE} \\ \text{หรือ สามเหลี่ยม ABC} &= \frac{1}{2} \text{ ของสี่เหลี่ยม ABED}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{นั่นก็คือ พื้นที่ของสามเหลี่ยม} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ \text{ถ้า } A &= \text{พื้นที่} \quad b = \text{ฐานของสามเหลี่ยม} \quad h = \text{ความสูง} \\ \therefore A &= \frac{1}{2} bh, \quad h = \frac{2A}{b}, \quad b = \frac{2A}{h}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม ซึ่งมีฐานยาว 15 นิ้ว และ
ส่วนสูง = 18 นิ้ว

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times 15 \times 18 \text{ ตารางนิ้ว} \\ &= 135 \text{ ตารางนิ้ว}\end{aligned}$$

ตอบ สามเหลี่ยมมีพื้นที่ 135 ตารางนิ้ว

ตัวอย่างที่ 2 สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านประกอบมุมฉากยาว
12.5 เซนติเมตร และ 8.8 เซนติเมตร สามเหลี่ยมนี้จะมี
พื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

วิธีทำ สามเหลี่ยมมุมฉาก ด้านประกอบมุมฉาก ย่อมเป็นฐานของ
สามเหลี่ยมด้านหนึ่ง เป็นส่วนสูงด้านหนึ่ง

$$\begin{aligned}\therefore \text{พื้นที่ของสามเหลี่ยมมุมฉาก} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times 12.5 \times 8.8 \text{ ค.ร. ซม.} \\ &= 55 \text{ ค.ร. ซม.}\end{aligned}$$

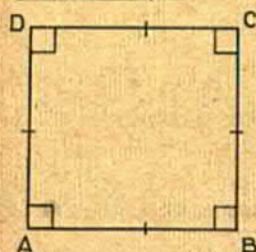
ตอบ สามเหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่ 55 ตารางเซนติเมตร

แบบฝึกหัดที่ 5 ข.

1. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม ซึ่งมีส่วนสูง 8 นิ้ว มีฐานยาว 23 นิ้ว
2. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม ซึ่งมีส่วนสูง 12 นิ้ว มีฐานยาว 29 นิ้ว
3. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 14 นิ้ว และ 21 นิ้ว
4. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 13 เซนติเมตร และ 25 เซนติเมตร
5. ธงผืนหนึ่งทำด้วยผ้ารูปสามเหลี่ยม มีด้านฐานยาว 1.10 เมตร และมีความสูง 75 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ของผ้าที่ใช้ทำธงผืนนี้
6. ที่นาแปลงหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยม มีฐานยาว 45 วา มีส่วนสูง 40 วา นาแปลงนี้มีพื้นที่กี่ไร่กี่ตารางวา ถ้าที่ดินราคาไร่ละ 800 บาท ที่ดินแปลงนี้ราคาเท่าไร
7. หลังกาเรือนหลังหนึ่ง มีจั่วสองข้างเท่ากัน ด้านฐานของจั่วยาว 7.36 เมตร จั่วสูง 1.75 เมตร ถ้าใช้ไม้กรจั่วทั้งสองด้าน จะต้องใช้ไม้กี่ตารางเมตร
8. สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีพื้นที่ 12 ตารางเมตร มีส่วนสูง 2.5 เมตร สามเหลี่ยมนี้มีฐานยาวเท่าไร

9. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีพื้นที่ 14 ตารางหลา มีส่วนสูง 18 ฟุต สามเหลี่ยมนี้มีฐานยาวเท่าไร
10. สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีพื้นที่ 39.06 ตารางนิ้ว ด้านฐานยาว 21 นิ้ว สามเหลี่ยมนี้มีส่วนสูงกี่นิ้ว
11. นารูปสามเหลี่ยมแบดลงหนึ่ง มีพื้นที่ 15 ไร่ 3 งาน มีด้านฐานยาว 4 เส้น 10 วา นารูปสามเหลี่ยมนี้มีส่วนสูงกี่เส้นกี่วา
12. ถนามหน้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านประกอบมุมฉากยาว 40 และ 30 วา ชุดดินทำเป็นบ่อเลี้ยงปลาเสียพื้นที่ไป 1 ไร่ 5 ตารางวา จะยังเหลือพื้นที่เท่าไร

5.3 สี่เหลี่ยมจัตุรัส (square)



คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทุกด้านเท่ากัน และมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก
สี่เหลี่ยมจัตุรัสก็คือสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทุกด้านเท่ากันนั่นเอง

$$\therefore \text{พื้นที่ของจัตุรัส} = \text{ด้านกว้าง} \times \text{ด้านยาว}$$

$$\text{แต่ด้านกว้าง} = \text{ด้านยาว}$$

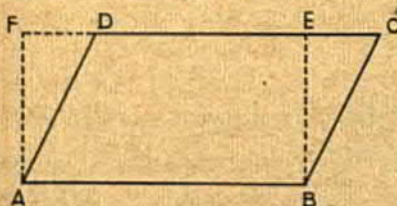
$$\therefore \text{พื้นที่ของจัตุรัส} = (\text{ด้าน})^2$$

ถ้า $A = \text{พื้นที่ของจัตุรัส}$ $a = \text{ด้านของจัตุรัส}$

$$A = a^2$$

$$a = \frac{A}{a}$$

5.4 สี่เหลี่ยมด้านขนาน (Parallelogram)



ข้ามเท่ากันและขนานกัน

สี่เหลี่ยมด้านขนานย่อมมีพื้นที่เท่ากับ

สี่เหลี่ยมมุมฉากที่อยู่บนฐานเดียวกัน

และเส้นขนานคู่เดียวกันหรือส่วนสูง

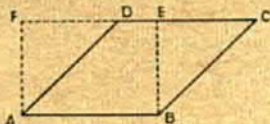
เท่ากัน ดังรูปข้างบนจะเห็นว่า

$$\text{พื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนาน } ABCD = \text{พื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉาก } ABEF$$

$$= AB \times BE$$

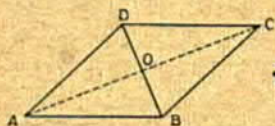
$$= \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

5.5 สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน (Rhombus) คือสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านเท่ากันทุกด้าน และเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมนี้ตั้งได้ฉากกัน



ตามรูป ABCD เป็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และมีพื้นที่เท่ากับสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABEF

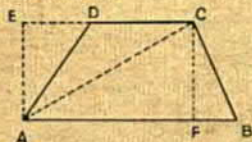
$$\begin{aligned}\text{สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน } ABCD \text{ มีพื้นที่} &= AB \times BE \\ &= \text{ฐาน} \times \text{สูง}\end{aligned}$$



หรือ

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน } ABCD &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } ABC + \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } ACD \\ &= \frac{1}{2} AC \times OB + \frac{1}{2} AC \times OD \\ &= \frac{1}{2} AC (OB + OD) \\ &= \frac{1}{2} AC \times BD \\ &= \frac{1}{2} \text{ ผลคูณของเส้นทแยงมุม}\end{aligned}$$

5.6 สี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezium) คือสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามคู่หนึ่งขนานกัน



ตามรูป ABCD เป็นสี่เหลี่ยมคางหมู มี CF หรือ EA เป็นความสูงหรือเส้นตั้งได้ฉากระหว่างเส้นคู่ขนาน

$$\begin{aligned}\text{รูปสี่เหลี่ยมคางหมู } ABCD \text{ มีพื้นที่} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } ABD + \text{พื้นที่สามเหลี่ยม } ACD \\ &= \frac{1}{2} \times AB \times CF + \frac{1}{2} CD \times EA \\ &= \frac{1}{2} CF (AB + CD) \text{ เพราะว่า } CF = EA \\ &= \frac{1}{2} \times \text{ผลบวกของด้านขนาน} \times \text{สูง}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 ที่นารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่ง มีด้านขนานด้านหนึ่งยาว 46 วา และเส้นตั้งฉากระหว่างเส้นขนานคู่นี้ยาว 39 วา ที่นาแปลงนี้มีพื้นที่กี่ไร่ (1 ไร่ = 4 งาน, 1 งาน = 100 ตารางวา)

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนาน} &= \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ \text{นามิพื้นที่} &= 46 \times 39 \quad \text{ตารางวา} \\ &= 1794 \quad \text{ตารางวา} \\ &= 4 \text{ ไร่ } 194 \quad \text{ตารางวา} \\ &= 4 \text{ ไร่ } 1 \text{ งาน } 94 \text{ ตารางวา} \end{aligned}$$

ตอบ 4 ไร่ 1 งาน 94 ตารางวา

ตัวอย่างที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้านคู่ขนานยาว 7.2 เซนติเมตรและ 5.3 เซนติเมตร และสูง 4.1 เซนติเมตร สี่เหลี่ยมคางหมูนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร

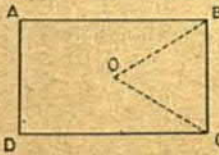
วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของสี่เหลี่ยมคางหมู} &= \frac{1}{2} \text{ ผลบวกของด้านขนาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times (7.2 + 5.3) \times 4.1 \text{ ม}^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 12.5 \times 4.1 \text{ ม}^2 \\ &= 25.625 \text{ ม}^2 \end{aligned}$$

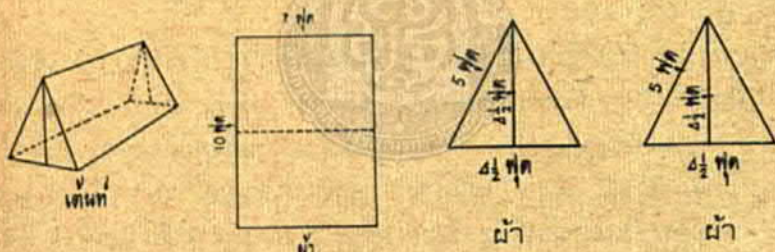
ตอบ มีพื้นที่ 25.625 ตารางเมตร

แบบฝึกหัดที่ 5 ค.

1. ABCD เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งมีด้านขนานคู่นี้นี้นยาวด้านละ $2\frac{1}{2}$ นิ้ว และเส้นตั้งฉากระหว่าง ด้าน AB และ AC ยาวเท่ากับ $1\frac{1}{2}$ นิ้ว สี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว
2. สี่เหลี่ยมด้านขนาน มีด้านขนานคู่นี้นี้นยาวด้านละ 6.3 เซนติเมตร และเส้นตั้งฉากระหว่างเส้นขนานคู่นี้นี้นยาว 4.5 เซนติเมตร สี่เหลี่ยมด้านขนานนี้มีพื้นที่เท่าไร

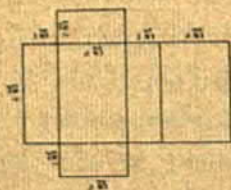
3. สี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่ง มีพื้นที่ 16 ตารางฟุต ด้านขนานคู่หนึ่งยาวด้านละ 5 ฟุต 4 นิ้ว เส้นตั้งฉากระหว่างเส้นขนานคู่นี้ยาวเท่าไร
4. สี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่งมีพื้นที่ 9 ตารางฟุต เส้นตั้งฉากระหว่างเส้นขนานคู่หนึ่งยาว 2 ฟุต 3 นิ้ว จงหาว่าเส้นขนานคู่นี้ยาวด้านละเท่าไร
5. สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน มีด้านยาวด้านละ 6.5 นิ้ว และสูง 4.8 นิ้ว สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว
6. ที่นาแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน วัดเส้นทแยงมุมได้ยาว 15.80 เมตร และ 21.75 เมตร ที่นาแปลงนี้มีพื้นที่เท่าไร
7. เส้นทแยงมุมที่ติดรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนยาว 88 และ 234 ฟุต ที่ดินแปลงนี้มีพื้นที่เท่าไร
8. ส่วนชนิดหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีพื้นที่ 10296 ตารางเมตร มีด้าน ๆ หนึ่งยาว 125 เมตร ส่วนชนิดนี้มีเส้นตั้งฉากระหว่างด้านคู่ขนานยาวเท่าไร
9. จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมคางหมูรูปหนึ่งซึ่งมีด้านคู่ขนานยาว 7.2 เซนติเมตร และ 5.6 เซนติเมตร เส้นตั้งฉากระหว่างด้านคู่ขนานยาว 4.2 เซนติเมตร
10. จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งมีด้านคู่ขนานคู่หนึ่งยาว 3.4 เมตร และ 2.42 เมตร เส้นตั้งฉากระหว่างเส้นคู่ขนานยาว 1.8 เมตร
11. แผ่นโลหะแผ่นหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาว 10 นิ้ว กว้าง 6 นิ้ว ตรงกลางเจาะรูเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีฐานยาว 2 นิ้ว สูง $1\frac{1}{2}$ นิ้ว แผ่นโลหะที่เจาะรูแล้วมีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว
12. แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 18 นิ้ว ตัดมุมทั้งสี่ออกทุกมุม ๆ ละเท่า ๆ กัน แผ่นโลหะที่ตัดออกเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีด้านเท่ายาวด้านละ 3 นิ้ว แผ่นโลหะที่เหลือจะมีพื้นที่เท่าไร
13.  ABCD เป็นแผ่นโลหะชนิดหนึ่ง รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก AB ยาว 16 นิ้ว BC ยาว 10 นิ้ว ถ้าตัดสามเหลี่ยมหน้าจั่ว BOC ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางของแผ่นโลหะ ออกจากแผ่นเหล็ก แผ่นเหล็กที่เหลือจะมีพื้นที่เท่าไร

14. แผ่นโลหะรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีฐานยาว 8 นิ้ว และสูง $6\frac{1}{2}$ นิ้ว ตีตรงกลางเจาะรูเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีด้านยาว $2\frac{1}{2}$ นิ้ว และกว้าง 1 นิ้ว แผ่นโลหะที่เจาะรูแล้วมีพื้นที่เท่าไร
15. ในการทำหีบสี่เหลี่ยมด้วยแผ่นโลหะซึ่งยาว 18 นิ้ว กว้าง 12 นิ้ว ต้องตัดมุมทั้ง 4 ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ 2 นิ้ว แผ่นโลหะที่ตัดมุมออกแล้วมีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว
16. นายประชาที่มีที่ดินอยู่แปลงหนึ่ง ซึ่งจะต้องถูกตัดทำเป็นถนน เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานผ่ากลางที่ดินของเขา ถนนกว้าง 6 วา และขอบถนนสองข้างขนานกัน ถนนยาว 363 วา นายประชาจะต้องเสียที่ดินไปในการทำถนนกี่ไร่ และถ้าเขาได้เงินค่าชดใช้ไร่ละ 500 บาท เขาจะได้เงินเท่าไร
17. ในการทำเต็นท์พักแรมด้วยผ้าใบ 3 ชิ้น ดังรูป

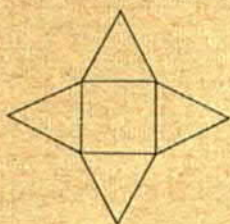


จะสิ้นค่าผ้าใบกี่ตารางฟุต

18. ในการทำกล่องกระดาษขนาดกว้าง 4 นิ้ว ยาว 6 นิ้ว สูง 2 นิ้ว ต้องใช้กระดาษแผ่นหนึ่งมาตัดเป็นรูป และมีความกว้างยาวดังรูปข้างซ้าย ทำกล่องกระดาษกล่องหนึ่ง จะต้องใช้กระดาษเป็นพื้นที่กี่ตารางนิ้ว

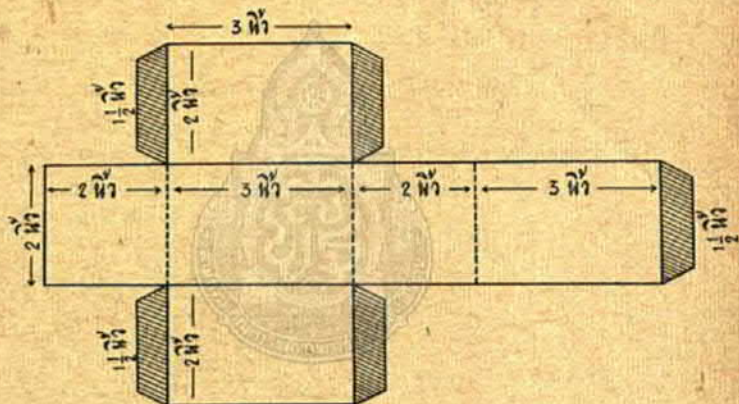


19. ในการตัดกระดาษเพื่อทำเป็นกรวยเหลี่ยม ต้องตัดกระดาษเป็นรูป
ดังภาพ



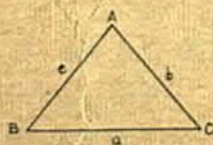
ตามเหลี่ยมทุกรูปเท่ากัน และสูง 3 นิ้ว
สี่เหลี่ยมตรงกลางเป็นจัตุรัสมีด้านยาว 3
นิ้ว จงหาพื้นที่ของกระดาษที่ใช้
ทำกรวยเหลี่ยมนี้

20.



ในการทำกล่องกระดาษ ต้องตัดกระดาษดังรูปข้างบนเฉพาะ
ที่แฉะเงาดำ เป็นส่วนกระดาษที่ทำลิ้นทากาว เพื่อให้กระดาษติดกัน ลิ้น
แต่ละลิ้น เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู สูง $\frac{1}{2}$ นิ้ว จงหาพื้นที่ของกระดาษ
ที่ทำกล่องนี้

- 5.7 การหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมจากด้านทั้งสาม



ตามข้อ 5.2 ได้กล่าวถึงการหาพื้นที่
ของสามเหลี่ยม เมื่อกำหนดตัวสูงและ
ฐานให้ แต่ถ้าโจทย์กำหนดด้านทั้งสาม
ของสามเหลี่ยมให้ โดยใช้สูตรต่อไปนี้คือ

พื้นที่ของสามเหลี่ยม = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ เมื่อ

a = ความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุม A

b = ความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุม B

c = ความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุม C

$s = \frac{a+b+c}{2}$ หรือครึ่งหนึ่งของเส้นวัดโดยรอบรูปสามเหลี่ยม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยม ซึ่งมีด้านทั้งสามยาว 5 นิ้ว 4 นิ้ว และ 3 นิ้ว

วิธีทำ สมมติให้ $a = 5$ นิ้ว $b = 4$ นิ้ว $c = 3$ นิ้ว

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+4+3}{2} = 6 \text{ นิ้ว}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{6(6-5)(6-4)(6-3)} \text{ ตารางนิ้ว} \\ &= \sqrt{6 \times 1 \times 2 \times 3} && \text{''} \\ &= \sqrt{2 \times 3 \times 2 \times 3} && \text{''} \\ &= 2 \times 3 && \text{''} \\ &= 6 && \text{ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

ตอบ สามเหลี่ยมมีพื้นที่ 6 ตารางนิ้ว

5.8 ในข้อ 5.7 มีเครื่องหมาย $\sqrt{\quad}$ คือเครื่องหมายแสดงว่าเป็นรากที่สอง (Square root) ของจำนวนที่อยู่ใต้เครื่องหมาย $\sqrt{\quad}$
ตามที่เรียนมาแล้วจะเห็นว่า:-

$$\begin{array}{llll} 3 \times 3 & = & 3^2 = 9 & \text{ซึ่งมี } 3 \text{ เป็นรากที่สอง} \\ a \times a & = & a^2 & \text{ซึ่งมี } a \text{ เป็นรากที่สอง} \\ ab \times ab & = & a^2b^2 & \text{ซึ่งมี } ab \text{ เป็นรากที่สอง} \end{array}$$

$$2 \times 3 \times 2 \times 3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

ซึ่งมี 2×3 หรือ 6 เป็นรากที่สอง

ฉะนั้นรากที่สองของ $9 = \sqrt{9} = \sqrt{3 \times 3} = 3$

รากที่สองของ $a^2 = \sqrt{a^2} = \sqrt{a \times a} = a$

รากที่สองของ $a^2 b^2 = \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{ab \times ab} = ab$

รากที่สองของ $36 = \sqrt{36} = \sqrt{6 \times 6} = 6$

รากที่สองของ $2 \times 3 \times 2 \times 3 = \sqrt{2 \times 3 \times 2 \times 3}$

$$\sqrt{2^2 \times 3^2} = 2 \times 3 = 6$$

ตัวอย่าง จงหารากที่สองของ 324

วิธีทำ

$$2 \overline{)324}$$

$$2 \overline{)162}$$

$$9 \overline{)81}$$

$$\underline{9}$$

รากที่สองของ 324 $= \sqrt{324}$

$$= \sqrt{2 \times 2 \times 9 \times 9}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 9^2}$$

$$= 2 \times 9$$

$$= 18$$

ตอบ 18

แบบฝึกหัดที่ 5 ง.

จงหารากที่สองของ

1. 16

2. 25

3. 49

4. 64

5. 81

6. 144

7. 225

8. 400

9. 625

10. 576

11. 784

12. 1024

13. $9x^2$

14. $36a^2b^2$

15. $100x^2y^2$

16. $256c^2d^2$

17. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งซึ่งมีด้านทั้งสามยาว 6, 8 และ 10 นิ้ว
18. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งซึ่งมีด้านทั้งสามยาว 3 a, 4 a และ 5 a
19. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งซึ่งมีด้านทั้งสามยาว 15, 20 และ 25 เซนติเมตร
20. จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งซึ่งมีด้านทั้งสามยาว 21, 28 และ 35 เซนติเมตร
21. สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง มีพื้นที่ 1,296 ตารางเซนติเมตร จัตุรัสมีด้านยาวด้านละกี่เซนติเมตร
22. นารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแปลงหนึ่ง มีพื้นที่ 1 ไร่ 3 งาน 84 ตารางวา นาแปลงนี้มีด้านยาวด้านละกี่วา
23. ถังไม้ใบหนึ่งมีปากเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส และมีพื้นที่ 196 ตารางนิ้ว ถ้าเอาทวดคาตรอบปากถัง (ไม้คึดลวดที่ไขว้กัน) จะต้องใช้ลวดยาวกี่นิ้ว
24. ถังไม้ใบหนึ่งมีปากเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส และมีพื้นที่ 225 ตารางนิ้ว ถ้าเอาทวดคาตรอบปากถัง (ไม้คึดลวดที่ไขว้กัน) จะต้องใช้ลวดยาวกี่นิ้ว

บทที่ 6

บวก ลบ คูณ หาร และวงเล็บในพีชคณิต

- 6.1 ได้เรียนมาจากบทที่ 3 แล้วว่า พจน์ (Term) นิพจน์ (Expression) พจน์เหมือน (Like term) พจน์ไม่เหมือน (Unlike term) และสัมประสิทธิ์ (Coefficient) คืออะไร แต่เพื่อทวนความจำ จะยกตัวอย่างให้เห็นอีกครั้งหนึ่ง

$$3, 6x, 4xy, 5a^2b^2, \frac{7ab^2}{2bc} \text{ เป็นพจน์}$$

$3x, 7x, ax, bx$ เป็นพจน์เหมือน เมื่อถือเอา x เป็นหลัก
 $2b^2x^2, ab^2x^2$ ก็เป็นพจน์เหมือน เมื่อถือเอา b^2x^2 เป็นหลัก

$2(x+5), 5(x+5)$ ก็เป็นพจน์เหมือน เมื่อถือเอา $(x+5)$

เป็นหลัก สำหรับพจน์เหมือนนี้ บางทีก็ถือว่าจะต้องมีตัวอักษรเหมือนกัน บางทีก็พิจารณาดูว่าอะไรเป็นสัมประสิทธิ์ของอักษรใดเช่น $6ab^2$ อาจถือเอา 6 เป็นสัมประสิทธิ์ของ ab^2 ก็ได้ หรือ $6a$ เป็นสัมประสิทธิ์ของ b^2 ก็ได้ ทั้งนี้ต้องพิจารณาว่าจะถืออะไรเป็นหลัก

ส่วนนิพจน์นั้นคือ พจน์ตั้งแต่สองพจน์รวมกันหรือลบกันหรือทั้งบวกและลบ เช่น $5ab + 6xy - 3ac$

- 6.2 การบวกจำนวนที่มีพจน์เดียวเข้าด้วยกัน

การบวกจำนวนที่มีพจน์เดียวเข้าด้วยกัน ถ้าไม่มีแฟกเตอร์ร่วมกันแล้ว เช่น $4x$ กับ $7y$ จะรวมเป็นพจน์เดียวกันไม่ได้ ต้องเขียนเป็นสองพจน์ มีเครื่องหมายบวกอยู่ระหว่างกลาง เป็น $4x + 7y$ แต่ถ้ามีแฟกเตอร์ร่วม เราอาจรวมเป็นพจน์เดียวกันได้ เช่น

$$5a + 3a = 8a, 6ab + ab = 7ab, 2p^2 + 4p^2 = 6p^2$$

- 6.3 จำนวน เช่น $5(x+3)$ และ $2\sqrt{a+b}$ ก็นับเป็นจำนวนที่มีพจน์เดียว โดยถือว่าจำนวนในวงเล็บหรือเครื่องหมาย $\sqrt{}$ จะมีกี่พจน์ก็ตามเป็นจำนวนที่มีพจน์เดียว

ตัวอย่างที่ 1 จงบวกเข้าด้วยกัน $8ax + 9ax + 15ax$ และแล้วตรวจ
คำตอบโดยแทนค่า $a = 2, x = 3$ (ถ้าแทนค่าแล้ว
สองข้างเท่ากันคำตอบถูกต้อง)

วิธีทำ

$$8ax + 9ax + 15ax = 32ax$$

ตอบ $32ax$

แทนค่า a และ x

$$8 \times 2 \times 3 + 9 \times 2 \times 3 + 15 \times 2 \times 3 = 32 \times 2 \times 3$$

$$48 + 54 + 90 = 192$$

$$192 = 192$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $6(x+7), 5(x+7), 3(x+7)$

วิธีทำ

$$6(x+7)$$

$$5(x+7)$$

$$3(x+7)$$

$$\underline{14(x+7)}$$

ตอบ $14(x+7)$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวกของ $8\sqrt{x+y}, \sqrt{x+y}, 7\sqrt{x+y}$

วิธีทำ

$$8\sqrt{x+y}$$

$$\sqrt{x+y}$$

$$7\sqrt{x+y}$$

$$\underline{16\sqrt{x+y}}$$

ตอบ $16\sqrt{x+y}$

แบบฝึกหัดที่ 6 ก.

จงบวกเข้าด้วยกัน

1. $3bc + 7bc + 10bc$ แล้วตรวจคำตอบโดยแทนค่า $b = 4, c = 2$

2. $13pq + 12pq + 5pq$

$p = 2, q = 5$

แล้วตรวจคำตอบโดยแทนค่า

3. $7a^2b + 4a^2b + 6a^2b$

$a = 3, b = 1$

แล้วตรวจคำตอบโดยแทนค่า

4. $2m^2n^2 + 3m^2n^2 + 8m^2n^2$

$m = 1, n = 2$

แล้วตรวจคำตอบโดยแทนค่า

5. $4ab^3 + 8ab^3 + 3ab^3$

$a = 2, b = 1$

แล้วตรวจคำตอบโดยแทนค่า

6. $6xy + xy + 9xy$

$x = 4, y = 5$

แล้วตรวจคำตอบโดยแทนค่า

7. $4(a+b)$

$8(a+b)$

$9(a+b)$

8. $6(a-b)$

$7(a-b)$

$(a-b)$

9. $a(c+d)$

$2a(c+d)$

$(c+d)$

10. $6\sqrt{x-y}$

$\sqrt{x-y}$

$7\sqrt{x-y}$

11. $5\sqrt{c-6}$

$3\sqrt{c-6}$

$4\sqrt{c-6}$

12. abc

$-4abc$

$-9abc$

$-3abc$

13. $-7xyz$

$9xyz$

$-3xyz$

$6xyz$

14. $2x^2y$

$-8x^2y$

$9x^2y$

$-3x^2y$

15. $12(5x-7y)$

$-8(5x-7y)$

$(5x-7y)$

$4(5x-7y)$

16. $8\sqrt{3c+d}$

$-3\sqrt{3c+d}$

$-4\sqrt{3c+d}$

$6\sqrt{3c+d}$

17. $6a(x-y)$

$-a(x-y)$

$-6a(x-y)$

$2a(x-y)$

18. $7ab\sqrt{m+x}$

$3ab\sqrt{m+x}$

$-9ab\sqrt{m+x}$

$4ab\sqrt{m+x}$

6.3 การบวกจำนวนที่มีหลายพจน์เข้าด้วยกัน

จำนวนที่มีหลายพจน์หรือนิพจน์ ประกอบด้วยพจน์เหมือนและพจน์ไม่เหมือนหลายพจน์ บวกและลบกัน ในการบวกนิพจน์เข้าด้วยกันนั้นก็ คือการรวมพจน์ที่เหมือนกันเข้าด้วยกัน และเพื่อความสะดวกในการบวก นิยมจัดพจน์ให้เรียงตามลำดับกำลังจากมากไปหาน้อยหรือน้อยไปหามาก เช่น

ตัวอย่างที่ 1 จงบวก $a^3 - 5a^2 + a + 8$, $a^2 - 9$, $3a^2 + 2a + 7$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 a^3 - 5a^2 + a + 8 \\
 3a^2 + 2a + 7 \\
 a^2 \quad - 9 \\
 \hline
 a^3 - a^2 + 3a + 6 \\
 \hline
 \text{ตอบ } a^3 - a^2 + 3a + 6
 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงบวก $\frac{1}{2}x$, $\frac{3}{4}x$, $-x$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{2}x \\
 \frac{3}{4}x \\
 -x \\
 \hline
 \frac{1}{4}x \\
 \hline
 \text{ตอบ } \frac{1}{4}x
 \end{array}$$

อธิบาย สมบัติที่พิเศษที่เป็นเศษส่วน เวลาบวก บวกเช่นเดียวกับเศษ

ส่วนธรรมดา $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 1 = \frac{2+3-4}{4} = \frac{1}{4}$

แบบฝึกหัดที่ 6 ข.

จงบวกเข้าด้วยกัน

1. $3a^2 - ab + b^2$, $2a^2 + ab - b^2$, $a^2 - ab + 2b^2$
2. $2x^2 - x + 3$, $2x^2 + 2x - 5$, $3x^2 - x - 3$
3. $3c^2 + c - 8$, $-c^2 + 3c - 1$, $-2c^2 - 5c + 6$
4. $2p^2 - 3pq + q^2$, $-p^2 + pq - 2q^2$, $3p^2 - pq + q^2$
5. $3a^2 - 4a + 5$, $5a^2 + 2a - 3$, $2a^2 + 3a + 1$
6. $m^2 - 6m + 3$, $-2m^2 + 4m + 2$, $3m^2 + 3m - 5$
7. $x^2 + 5x$, $4x^2 - 3$, $-3x^2 - 7$, $2x + 8$
8. $2 - 4a + a^2 - 3a^3$, $1 - 2a^2 + a^3$, $3a + a^2 - 5a^3$
9. $2 + 5x + 3x^2$, $-6x + 2x^2 + x^3$, $7 + x - 2x^2 + x^3$
10. $-6 + 4b + 7b^3$, $5 - b + b^3$, $2 + 3b^2 + 5b^3$
11. $y^3 + 3y^2$, $6y^2 - 7y$, $4y - 8$, $y^3 + y^2 + 1$
12. $x^4 + 3x^3 + x^2 - 4x$, $-2x^3 - 3x^2 + x$, $5x^4 + 2x^2 + 3x$
13. $6a^4 + 3a^3$, $-2a^3 + 7a^2$, $-5a^2 - 2a$, $a^4 - a^3$
14. $3b^3 - b$, $4b^2 + 3b$, $b^4 - 8b^3$, $7b^4 - 2b^2$
15. $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y$, $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y$, $-x + y$
16. $m - \frac{1}{3}n$, $\frac{3}{4}m + \frac{1}{2}n$, $-\frac{1}{2}m - \frac{1}{6}n$
17. $\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b + \frac{1}{4}c$, $\frac{1}{4}b - \frac{5}{12}c$, $\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b + \frac{5}{6}c$, $-\frac{1}{a} + \frac{1}{2}b$
18. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y$, $-x + \frac{2}{3}y$, $\frac{3}{4}x - y$
19. $\frac{3}{8}c^2 - \frac{5}{3}cd - 7d^2$, $\frac{2}{3}cd + \frac{18}{5}d^2$, $-\frac{5}{8}c^2 + 4d^2$
20. $\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}xy - \frac{1}{4}y^2$, $-x^2 - \frac{2}{3}xy + 2y^2$, $\frac{2}{3}x^2 - xy - \frac{5}{4}y^2$

6.3 การลบ

การลบจำนวนที่มีพจน์เดียว หรือ หลายพจน์นั้นทำเช่นเดียวกับการบวก คือเอาพจน์เหมือนลบกัน หรือเอาตัวสัมประสิทธิ์ของพจน์เหมือนลบกัน เช่น

ตัวอย่างที่ 1 จงเอา $3a-2b-c$ ลบ $4a-3b+c$

วิธีทำ $4a-3b+c$

$$3a-2b-c$$

$$\underline{a-b+2c}$$

ตอบ $a-b+2c$

อธิบาย ตั้งพจน์เหมือนให้ตรงกัน แล้วจึงเอาพจน์เหมือนแต่ละพจน์ลบกัน กล่าวคือ เปลี่ยนเครื่องหมายตัวลบเป็นตรงกันข้ามกับของเดิม แล้วเอาไปบวกกับตัวตั้ง เช่น ตัวลบ $-c$ เปลี่ยนเครื่องหมายเป็น $+c$ ไปบวกกับ $+c$ ตัวตั้ง ได้ $+2c$ และเปลี่ยนเครื่องหมายตัวลบ $-2b$ เป็น $+2b$ ไปบวกกับ $-3b$ ได้ $-b$ ฯลฯ

ตัวอย่างที่ 2 จงเอา $2x^2+8xy-7y^2$ ลบ $5x^2+xy$

วิธีทำ $5x^2+xy$

$$2x^2+8xy-7y^2$$

$$\underline{3x^2-7xy+7y^2}$$

ตอบ $3x^2-7xy+7y^2$

อธิบาย ตั้งพจน์เหมือนให้ตรงกัน และตั้งเรียงตามลำดับกำลังของ x คือ x^2 แล้ว x แล้วไม่มี x ในข้อนี้ตัวลบมี $-7y^2$ ตัวตั้งไม่มี จึงตั้งถัดไปข้างหลัง แล้วลบกันตามวิธี $-7y^2$ เปลี่ยนเครื่องหมายแล้วเป็น $7y^2$ เอาไปบวกกับตัวบวกซึ่งไม่มี จึงได้ $7y^2$

ตัวอย่างที่ 3 จงลบ $1-x^3$ ด้วย $3x^2-2x$

$\begin{array}{r} 1 \qquad \qquad -x^3 \\ -2x+3x^2 \\ \hline 1+2x-3x^2-x^3 \end{array}$	$\begin{array}{r} -x^3 \qquad \qquad +1 \\ 3x^2-2x \\ \hline -x^3-3x^2+2x+1 \end{array}$
---	--

ตอบ $1+2x-3x^2-x^3$ หรือ $-x^3-3x^2+2x+1$

อธิบาย การเรียงพจน์นั้น จะเรียงจากกำลังน้อยไปหากำลังมาก หรือ กลับกันก็ได้ กำลังจะต้องเรียงเป็น ไม่มีตัว x แล้วไป x x^2 x^3 ตามลำดับ หรือจาก x^3 ไปหา x^2 x และไม่มี x ตามลำดับ แม้ ในนิพจน์ใดไม่มีพจน์ที่เรียงตามลำดับกำลังไว้ ก็ให้วางไว้

ตัวอย่างที่ 4 จงลบ $\frac{2}{3}x^2-xy-\frac{5}{4}y^2$ ด้วย $\frac{1}{3}x^2-xy-y^2$

$\begin{array}{r} \frac{2}{3}x^2-xy-\frac{5}{4}y^2 \\ \frac{1}{3}x^2-xy-y^2 \\ \hline \frac{1}{3}x^2 \qquad -\frac{1}{4}y^2 \end{array}$	$\begin{array}{r} \frac{1}{3}x^2-xy-y^2 \\ \hline \frac{1}{3}x^2-xy-y^2 \end{array}$
--	--

ตอบ $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{4}y^2$

อธิบาย เปลี่ยนเครื่องหมาย พจน์ $-y^2$ เป็น $+y^2$ ไปบวกกับ $-\frac{5}{4}y^2$ โดยเอาสัมประสิทธิ์บวกกัน คือ $1+(-\frac{5}{4}) = -\frac{1}{4}$ จึงได้ $-\frac{1}{4}y^2$ ในทำนองเดียวกัน เปลี่ยนเครื่องหมาย $-xy$ เป็น $+xy$ เอาไปบวกกับ $-xy$ ได้ 0 เปลี่ยนเครื่องหมาย $\frac{1}{3}x^2$ เป็น $-\frac{1}{3}x^2$ ไปบวกกับ $\frac{2}{3}x^2$ เอาสัมประสิทธิ์ $-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$ ได้ $\frac{1}{3}$ จึงเป็น $\frac{1}{3}x^2$

แบบฝึกหัดที่ 6 ค.

1. จงหา $a-b$ สม $a+b$
2. จงหา $-3c-2d$ สม $7c+5d$
3. จงหา $-4m-3n$ สม $-m+5n$
4. จงหา $2b+2c+d$ สม $b+3c-d$
5. จงหา $5x-4y+2z$ สม $3x+y-z$
6. จงหา $-x-y-5c$ สม $-x+y-5c$
7. จงหา $-ab+2cd-3ac$ สม $2ab-2cd+2ac$
8. จงหา $xy-2yz-4zx$ สม $5xy-3zx$
9. จงหา a^2+a-1 สม a^3+1
10. จงหา $a^2-2ax+x^2+3$ สม a^2+x^2
11. จงหา x^4+x^2+1 สม x^5+x^2+x+1
12. จงหา $2x^2y-xy^2+3xyz$ สม x^2y+3xy^2-xyz
13. จงหา $-a^4-a^3+3a$ สม a^3+3a^2+a
14. จงหา $2a^3-3a^2b+2ab^2-b^3$ สม $1-a^3$
15. จงหา x^3-y^3 สม $x^3-3x^2y+3xy^2+y^3$
16. จงหา $d^4-1+d-d^2$ สม $1-d+d^5-d^4-d^3$
17. จงหา $\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{3}xy-\frac{1}{4}y^2$ สม $-x^2-\frac{2}{3}xy+2y^2$
18. จงหา $\frac{1}{2}m^2-\frac{1}{3}mn-\frac{3}{2}n^2$ สม $-\frac{3}{2}m^2+mn-n^2$
19. จงหา $\frac{5}{8}a-\frac{4}{5}b-\frac{15}{4}c$ สม $2a-3b$
20. จงหา $\frac{1}{4}a-\frac{5}{3}b$ สมผลบวกของ $\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b$, $-a+\frac{2}{3}b$ และ $\frac{3}{4}a-b$
21. จงหาผลบวกของ $-\frac{13}{8}a-\frac{11}{4}c$ กับ $\frac{11}{5}b-c$ สม $\frac{5}{8}a-\frac{3}{5}b-\frac{17}{4}c$
22. จงหาผลบวกของ $\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b+\frac{1}{4}c$ กับ $\frac{1}{4}b-\frac{5}{12}c$ สมผลบวกของ $\frac{2}{3}a-\frac{3}{4}b+\frac{5}{6}c$ กับ $-\frac{1}{6}a+\frac{1}{2}b$

6.4 การคูณนิพจน์ด้วยพจน์

ได้เรียนมาแล้วตอนที่ 3 แล้วว่าการคูณในพีชคณิตเหมือนกับเลขคณิต ผิดกันแต่ในพีชคณิตมีสัญลักษณ์อยู่ด้วย เวลาคูณสัญลักษณ์ด้วยจำนวนเลขหรือสัญลักษณ์ที่ไม่เหมือนกันเราเขียนเรียงกันไป ส่วนการคูณสัญลักษณ์ที่เหมือนกัน เราใช้วิธียกกำลัง เช่น

$$3 \times a = 3a$$

$$3 \times a \times b = 3ab$$

$$a \times a = a^{1+1} = a^2 \quad (a \text{ นั้นเท่ากับ } a^1 \text{ เอา } a^1 \times a^1 = a^{1+1})$$

$$a \times a \times a = a^{1+1+1} = a^3 \quad (\text{เอากำลังของ } a \text{ บวกกันได้เท่าไร เขียนเป็นกำลังของ } a \text{ แทน})$$

$$a^2 \times a = a^{2+1} = a^3$$

$$3 \times x^2 \times x^3 = 3x^{2+3} = 3x^5$$

$$5x^2 \times 3x^4 = 3 \times 5 \times x^{2+4} = 15x^6$$

$$6a^5 \times 7b^4 = 6 \times 7 \times a^5 \times b^4 = 42a^5b^4$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณของ $5a^3b^2$ กับ $8a^2bx^2$

$$\begin{aligned} 5a^3b^2 \times 8a^2bx^2 &= 5 \times 8 \times a^{3+2} \times b^{2+1} \times x^2 \\ &= 40a^5b^3x^2 \end{aligned}$$

ตอบ $40a^5b^3x^2$

ตัวอย่างที่ 2 จงคูณ $(3a+b)$ ด้วย 3.

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } (3a+b) \times 3 &= (3a+b) + (3a+b) + (3a+b) \\ &= 3(3a+b) \\ &= 9a+3b \end{aligned}$$

ตอบ $9a+3b$

อธิบาย เมื่อข้ามมาคูณแล้วไม่ต้องแยก $(3a+b) \times 3$ เป็น $(3a+b)$ บวกกัน 3 ครั้ง ที่ทำไว้ในบรรทัดแรก เป็นการแสดงให้ระลึกถึงหลักของการคูณเท่านั้น

ตัวอย่างที่ 3 จงคูณ $x-2y+3z$ ด้วย xy

วิธีทำ (ก) $x-2y+3z$

xy

$$\underline{x^2y - 2xy^2 + 3xyz}$$

หรือ (ข) $(x-2y+3z) \times xy = x^2y - 2xy^2 + 3xyz$

ตอบ $x^2y - 2xy^2 + 3xyz$

อธิบาย

อาจตั้งคูณ หรือคูณทีละจำนวนเรียงกันไปก็ได้ ส่วน
สัญลักษณ์ที่เหมือนกันคูณกันนั้นเอากำลังบวกกันได้เท่าไร
ก็ใส่เป็นผลคูณของสัญลักษณ์นั้น ๆ ไม่ต้องแสดงให้เห็น
การบวกของกำลัง

แบบฝึกหัดที่ 6 ง.

จงคูณ

1. $4a^2b$ ด้วย $2a$
2. $6x^2y^3$ ด้วย $3y$
3. $8m^2n$ ด้วย $3mn$
4. $7axy^2$ ด้วย $7ax^2$
5. $15pq^2$ ด้วย $4mpq^2$
6. $7\frac{1}{2}xy^3$ ด้วย $4x^3y$
7. $2x(x-y)$ ด้วย $2x$
8. $3a(a^2+b^2)$ ด้วย $4a$
9. $6mn(x+y)$ ด้วย $9n$
10. $a+3b-5c$ ด้วย 4
11. $ax+a^2x^2-a^3x^3$ ด้วย a^2
12. a^2b-ab^2 ด้วย $4ab$
13. $-x^2y+xy^2$ ด้วย x^3y^2
14. $3x^2-7y^3$ ด้วย $-2x^2y$
15. $c^4d^3-c^2d^5+1$ ด้วย $-cd^3$
16. $xy-yz-zx$ ด้วย xy
17. $-x^3y-x^2y^2+y^3$ ด้วย $-x^2y$
18. $-2c^2+3cd-5d^2$ ด้วย $3c^2d^2$
19. x^3-4+2x^2a ด้วย $3a^3bx$
20. $1-a^2+2b^2-3c^2$ ด้วย $-abc$
21. $3a^2b^2-6abx-2ax$ ด้วย $-2ax$
22. $4x^2-6x+8$ ด้วย $\frac{1}{2}a$

23. $8a^2 - 3ab + 2$ ด้วย $2\frac{1}{2}a$

24. $2.5a^2 - 1.8ab + 4.4b^2$ ด้วย $5ab$

25. $6mn + 8m + 10n - 12$ ด้วย $-\frac{1}{2}m^2n$

6.5 การคูณนิพจน์ด้วยนิพจน์

การคูณนิพจน์ด้วยนิพจน์ ต้องเอาแต่ละพจน์ในตัวคูณ คูณตัวตั้งทีละพจน์ แล้วพิจารณารวมพจน์เหมือนเข้าด้วยกัน

ตัวอย่างที่ 1 จงคูณ $a+b$ ด้วย $c+d$

วิธีทำ $(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d$
 $= ac + bc + ad + bd$

ตอบ $ac + bc + ad + bd$

ตัวอย่างที่ 2 จงคูณ $x+8$ ด้วย $x-7$

วิธีทำ ผลคูณ $= (x+8)(x-7)$
 $= (x+8) \times x + (x+8) \times -7$
 $= x^2 + 8x - 7x - 56$
 $= x^2 + x - 56$

หรือ ตั้งคูณดังนี้

$$\begin{array}{r} x+8 \\ \times x-7 \\ \hline -7x-56 \quad (\text{เอา } -7 \text{ คูณ } x+8) \\ x^2+8x \quad (\text{เอา } x \text{ คูณ } x+8) \\ \hline x^2+x-56 \end{array}$$

ตอบ $x^2 + x - 56$

ตัวอย่างที่ 3 จงคูณ $a^2 - a + 1$ ด้วย $a + 3$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 a^2 - a + 1 \\
 \underline{a + 3} \\
 3a^2 - 3a + 3 \quad \text{(เอา } +3 \text{ คูณ } a^2 - a + 1) \\
 \underline{a^3 - a^2 + a} \quad \text{(เอา } a \text{ คูณ } a^2 - a + 1) \\
 a^3 + 2a^2 - 2a + 3 \\
 \hline
 \text{ตอบ } a^3 + 2a^2 - 2a + 3
 \end{array}$$

แบบฝึกหัดที่ 6 จ.

จงคูณ

1. $x + 5$ ด้วย $x + 4$
2. $x - 3$ ด้วย $x + 9$
3. $x - 6$ ด้วย $x - 7$
4. $x - 6$ ด้วย $x + 6$
5. $d + 7$ ด้วย $d - 12$
6. $m - 3$ ด้วย $m + 4$
7. $3x + 7$ ด้วย $2x + 6$
8. $3a - 11$ ด้วย $2a + 6$
9. $5m + 4$ ด้วย $2m - 4$
10. $3x - 5y$ ด้วย $2x + 3y$
11. $2a - 6b$ ด้วย $5a + 3b$
12. $x^2 + 3y$ ด้วย $x^2 - 3y$
13. $5p^3 + q$ ด้วย $5p^3 - 2q$
14. $4a - b^3$ ด้วย $3a + 2b^3$
15. $3x^2 - y^2$ ด้วย $x^2 + y^2$
16. $b^2 - c$ ด้วย $3b^2c + c^2$
17. $a^2 + 2a + 3$ ด้วย $a - 3$
18. $3p^2 + p - 5$ ด้วย $p + 6$
19. $2x^2 - 7x + 8$ ด้วย $3x - 2$
20. $4a^2 - 8a + 12$ ด้วย $2a - 1$
21. $8x^2 - 4xy + 2y^2$ ด้วย $\frac{3}{2}a + 2b$
22. $3a^2 + 4ab + 5b$ ด้วย $3a + \frac{1}{2}$
23. $3.5x^2 - 4x + 5.2$ ด้วย $1.4x + 2.4$
24. $2.8a^2 + 3.4a - 6.5$ ด้วย $3.2a + 1.2$

6.6 การหารนิพจน์ด้วยพจน์

การหารในเลขคณิตนั้นตรงข้ามกับการคูณ พหุคูณก็เช่นเดียวกัน เช่น

$$4 \times 7 = 28 \quad \therefore \quad \frac{28}{7} = 4$$

$$a \times b = ab \quad \frac{ab}{a} = b$$

$$4 \times x = 4x \quad \frac{4x}{x} = 4$$

ในทำนองเดียวกัน $27a^3 \div 9a^2 = \frac{27 \times a \times a \times a}{9 \times a \times a} = 3a$

หรือ $27a^3 \div 9a^2 = \frac{27}{9} a^{3-2} = 3a$

$$x^5 \div x^5 = \frac{x^5}{x^5} = 1$$

หรือ $x^5 \div x^5 = x^{5-5} = x^0$ ย่อมเท่ากับ 1

จงจำไว้ว่า x^0 หรืออะไรก็ตามมีกำลังเป็น 0 ย่อมเท่ากับ 1 เสมอ

นอกจากนี้ ในการหารควรจะได้ระลึกถึงหลักการหารด้วยจำนวนที่มีเครื่องหมายติดอยู่ด้วย เช่น

$$ab \div a = \frac{ab}{a} = \frac{a \times b}{a} = b$$

$$-ab \div a = \frac{-ab}{a} = \frac{a \times -b}{a} = -b$$

$$ab \div (-a) = \frac{ab}{-a} = \frac{(-a) \times (-b)}{-a} = -b$$

$$-ab \div (-a) = \frac{-ab}{-a} = \frac{(-a) \times b}{-a} = b$$

ซึ่งอาจสรุปเป็นหลักเหมือนกับการคูณดังนี้

ในการคูณและหาร ถ้าจำนวนที่คูณกันหรือหารกันมีเครื่องหมายเหมือนกัน ผลลัพธ์จะเป็นบวก ถ้าจำนวนที่คูณกันหรือหารกันมีเครื่องหมายต่างกัน ผลลัพธ์จะเป็นลบ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาร $45a^6b^2x^4$ ด้วย $-9a^3bx^2$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{ผลหาร} &= \frac{45a^6b^2x^4}{-9a^3bx^2} \\ &= -5a^{6-3}b^{2-1}x^{4-2} \\ &= -5a^3bx^2\end{aligned}$$

$$\text{ตอบ} \quad -5a^3bx^2$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาร $-21a^6b^2x^4$ ด้วย $-7a^2b^2$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{ผลหาร} &= \frac{-21a^6b^2x^4}{-7a^2b^2} \\ &= 3a^{6-2}b^{2-2}x^4 \\ &= 3a^4x^4 \quad (b^0=1)\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาร $9x^2+6x$ ด้วย $3x$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad (\text{ก}) \text{ ผลหาร} &= \frac{9x^2+6x}{3x} \\ &= \frac{9x^2}{3x} + \frac{6x}{3x} \\ &= 3x+2\end{aligned}$$

(ข) อาจตั้งหารได้ดังนี้

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ 3x \overline{) 9x^2+6x} \\ \underline{9x^2} \\ 6x \\ \underline{6x} \\ 0 \end{array}$$

อธิบาย เอาตัวหารที่เป็นพจน์เดียวหารพจน์ในตัวตั้งทีละพจน์

แบบฝึกหัดที่ 6 น.

จงหาร

1. $7x$ ด้วย 7
2. $9y$ ด้วย y
3. $12m$ ด้วย $2m$
4. $18a^2$ ด้วย $6a^2$
5. $10bc$ ด้วย $5c$
6. $-x^3$ ด้วย x
7. $-8x^3$ ด้วย $2x$
8. $-7a^2$ ด้วย -7
9. $6p^2$ ด้วย $-3pq$
10. $21x^3y^2$ ด้วย $3xy$
11. $9a^4b^3$ ด้วย $3a^2b$
12. $8b^2c^3$ ด้วย $-4b$
13. $-9l^2m^2n$ ด้วย $-ln$
14. $-x^4y^3z^2 - xy^4z$
15. $-81k^{11}$ ด้วย $27k^4$
16. $28pq^3$ ด้วย $-28pq^2$
17. $-32l^3m$ ด้วย $8l^3$
18. $63x^4y^2z^7$ ด้วย $9x^4y^2$
19. $45abc^3$ ด้วย $-5ac$
20. $-27ab^2c^2x^4$ ด้วย $3ac^2x^2$
21. $6a^2x^3 - 3ax^4$ ด้วย $3ax^2$
22. $5x^4y^3 + xy^6$ ด้วย xy^3
23. $-24a^4 - 32a^3$ ด้วย $-8a^3$
24. $34m^3n^3 - 51mn^2$ ด้วย $17mn$
25. $x^5 - 5x^4 + 3x^2$ ด้วย x^2
26. $3x^6 - 6x^4 - 3x^3$ ด้วย $3x^3$
27. $2a^2 - ab - 3ac$ ด้วย $-a$
28. $a^3 - a^2b^2 + a^4b$ ด้วย a^2
29. $3m^3 - 9m^2n + 12mn^3$ ด้วย $-3m$
30. $4p^3 - 36p^2q^2 - 16p^4$ ด้วย $-4p^2$

6.7 การหารนิพจน์ด้วยนิพจน์

การหารนิพจน์ด้วยนิพจน์นั้นอาศัยหลักการหารยาว ไม่เลขคณิต
มันเอง ดังจะได้เปรียบเทียบให้เห็นดังนี้

จงหาร $2x^2 + 6x + 4$ ด้วย $x + 2$

$$\begin{array}{r} x+2 \overline{) 2x^2+6x+4} \\ \underline{2x^2+4x} \\ 2x+4 \\ \underline{2x+4} \\ 0 \end{array}$$

ขั้นที่ 1 หาร $2x^2$ ด้วย x (พจน์แรกของตัวหาร) ได้ $2x$ เขียน $2x$ ไว้บนเส้นเหนือ $2x^2$

ขั้นที่ 2 เอา $2x$ ที่หารได้จากขั้นที่ 1 คูณ $x+2$ แล้วเอาผลคูณใส่ไว้ใต้ตัวตั้ง ให้พจน์เหมือนอยู่ตรงกัน

ขั้นที่ 3 เอาผลคูณจากขั้นที่ลงลบตัวตั้ง เหลือ $2x$ แล้วยก $+4$ ลงมาเป็น $2x+4$

ขั้นที่ 4 เอา x พจน์แรกของตัวหารหาร $2x$ ได้ 2 เขียน $+2$ เหนือเส้น ต่อจาก $2x$

ขั้นที่ 5 เอา 2 คูณ $x+2$ ได้เท่าไรเอาไปลบ $2x+4$ ปรากฏว่าลบได้ลงตัว ไม่เหลือเศษ

ขั้นที่ 6 ผลหารจึงได้ $2x+2$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาร $24x^2 - 65xy + 21y^2$ ด้วย $8x - 3y$

$$\begin{array}{r} 3x-7y \\ 8x-3y \overline{) 24x^2-65xy+21y^2} \\ \underline{24x^2-9xy} \\ -56xy+21y^2 \\ \underline{-56xy+21y^2} \\ 0 \end{array}$$

ตอบ $3x-7y$

จงหาร 264 ด้วย 12

$$12 = 10 + 2 = 1 \times 10 + 2$$

$$264 = 200 + 60 + 4$$

$$= 2 \times 100 + 6 \times 10 + 4$$

$$= 2 \times 10^2 + 6 \times 10 + 4$$

$$2 \times 10 + 2$$

$$1 \times 10 + 2 \overline{) 2 \times 10^2 + 6 \times 10 + 4}$$

$$\underline{2 \times 10^2 + 4 \times 10}$$

$$2 \times 10 + 4$$

$$\underline{2 \times 10 + 4}$$

คิดเช่นเดียวกับทางซ้ายมือ โดย

$$\text{ถือ } 10^2 = x^2$$

$$10 = x$$

$$4 = 4$$

แต่เวลาดังหารจริงๆ ในเลขคณิต

ไม่ต้องใช้ $10^2, 10$ เราละไว้ในฐานที่เข้าใจกันแล้วคือ

$$\begin{array}{r} 22 \\ 12 \overline{) 264} \\ \underline{24} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

ได้ตอบ 22 ตรงกับข้างบนคือ

$$2 \times 10 + 2 = 22$$

ตัวอย่างที่ 3
วิธีทำ

จงหาร $16a^3 + 9 + 9a - 34a^2$ ด้วย $3 + 8a$
ต้องจัดเรียงลำดับกำลังตัวตั้งตัวหารให้ไปทางเดียวกัน
ก่อนจากมากไปหาน้อย หรือน้อยไปหามาก ในที่นี้ จัด
น้อยไปหามาก ให้เหมือนตัวหาร

$$\begin{array}{r}
 3 - 5a + 2a^2 \\
 3 + 8a \overline{) 9 + 9a - 34a^2 + 16a^3} \\
 \underline{9 + 24a} \\
 -15a - 34a^2 \\
 \underline{-15a - 40a^2} \\
 6a^2 + 16a^3 \\
 \underline{6a^2 + 16a^3} \\
 0
 \end{array}$$

ตอบ $3 - 5a + 2a^2$

อธิบาย

จะจัดเรียงกำลังมากไปหาน้อยก็ได้ จะได้คำตอบเหมือนกัน
แต่พจน์ลบที่กันเท่านั้น

แบบฝึกหัดที่ 6 ข.

1. จงหาร $a^2 + 3a + 2$ ด้วย $a + 1$
2. จงหาร $b^2 + 4b + 3$ ด้วย $b + 1$
3. จงหาร $x^2 + 4x + 4$ ด้วย $x + 2$
4. จงหาร $x^2 + 5x + 6$ ด้วย $x + 3$
5. จงหาร $b^2 + 13b + 42$ ด้วย $b + 7$
6. จงหาร $z^2 + 15z + 44$ ด้วย $z + 11$
7. จงหาร $2x^2 + 9x + 4$ ด้วย $2x + 1$
8. จงหาร $3y^2 + y - 2$ ด้วย $y + 1$
9. จงหาร $3a^2 + 8a + 4$ ด้วย $3a + 2$

10. จงหาร $3x^2 + 10x + 3$ ด้วย $3x + 1$
11. จงหาร $4m^2 - 4m - 3$ ด้วย $2m - 3$
12. จงหาร $6c^2 - 7c + 2$ ด้วย $3c - 2$
13. จงหาร $12k^2 - 17k + 6$ ด้วย $4k - 3$
14. จงหาร $5p^2 - 17p + 6$ ด้วย $5p - 2$
15. จงหาร $-15x^2 + 17x + 4$ ด้วย $5x + 1$
16. จงหาร $-21y^2 + 58y - 21$ ด้วย $3y - 7$
17. จงหาร $-21a^2 + a + 10$ ด้วย $-7a + 5$
18. จงหาร $16x^2 - 9y^2$ ด้วย $4x + 3y$
19. จงหาร $49y^2 - 4z^2$ ด้วย $7y + 2z$
20. จงหาร $-x^2 + 81$ ด้วย $x - 9$
21. จงหาร $36c^2 - 2d^2 - 6cd$ ด้วย $-6c + 2d$
22. จงหาร $24 + 9x^2 + 26x + x^3$ ด้วย $4 + x$
23. จงหาร $6 + b^3 - 19b + 6b^3$ ด้วย $2 + b$
24. จงหาร $9m^2 + 27m^3 - 3m - 10$ ด้วย $3m - 2$
25. จงหาร $4a^3 - 16a^2x + 21ax^3 - 9x^3$ ด้วย $a - x$
26. จงหาร $2a^4x - 7a^3bx^2 + 9ab^3x^4$ ด้วย $2a^2 - 3abx$

6.8 วงเล็บ (Brackets)

การเข้าวงเล็บเป็นวิธีการรวมจำนวนหลายจำนวนไว้เสมือนหนึ่งเป็นจำนวนเดียวกันหรือพจน์เดียวกัน เช่น $2a - 3b - (4a - 2b)$ หมายถึงทั้งวงเล็บ คือ $(4a - 2b)$ ลบจำนวนที่เป็นตัวตั้ง และในทำนองเดียวกัน $2a - 3b + (4a - 2b)$ ก็หมายถึงทั้งวงเล็บ คือ $(4a - 2b)$ บวกจำนวนที่เป็นตัวตั้ง เวลาถอดวงเล็บตามที่เรียนในเลขคณิต เราทำในวงเล็บให้เป็นจำนวนเดียวกันก่อน แล้วจึงถอดออกมา (ข้อ 1.10 ในบทที่ 1) แต่ในพีชคณิตมีบางจำนวนที่เป็นสัญลักษณ์และไม่เหมือนกัน ทำเป็นจำนวนเดียวกันไม่ได้ จึงต้องอาศัยหลักต่อไปนี้

6.9 การถอดวงเล็บ

$a + (b - c)$ หมายถึงเอา $(b - c)$ ไปบวก a

$$\text{ฉะนั้น } a + (b - c) = a + b + (-c) = a + b - c$$

$a - (b + c)$ หมายถึงเอา $(b + c)$ ไปลบ a

$$\text{ฉะนั้น } a - (b + c) = a - (+b) - (+c) = a - b - c$$

$a - (b - c)$ หมายถึงเอา $(b - c)$ ไปลบ a

$$\text{ฉะนั้น } a - (b - c) = a - (+b) - (-c) = a - b + c$$

$a - 2(b - c)$ หมายถึงเอา $2(b - c)$ ไปลบ a

$$\text{ฉะนั้น } a - 2(b - c) = a - 2b + 2c$$

และควรจำไว้ว่า $+(+a) = +a$, $+(-a) = -a$

$$- (+a) = -a$$
 , $- (-a) = +a$

หลักการถอดวงเล็บ

(1) เมื่อเอาจำนวนในวงเล็บไป บวก จำนวนใดก็ตาม ให้ถอดวงเล็บออกแต่เพียงอย่างเดียว ไม่ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของพจน์ต่าง ๆ ในวงเล็บ

(2) เมื่อเอาจำนวนในวงเล็บไป ลบ จำนวนใดก็ตาม ให้ถอดวงเล็บออก แล้วเปลี่ยนเครื่องหมายข้างหน้าพจน์ในวงเล็บทุกพจน์ เป็นเครื่องหมายตรงกันข้าม

ตัวอย่างที่ 1 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $7a + (3a - 2a)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 7a + (3a - 2a) &= 7a + 3a - 2a \\ &= 10a - 2a = 8a \end{aligned}$$

ตอบ $8a$

ตัวอย่างที่ 2 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $6x^2 - (2x^2 - 5x^2)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 6x^2 - (2x^2 - 5x^2) &= 6x^2 - 2x^2 + 5x^2 \\ &= 11x^2 - 2x^2 = 9x^2 \end{aligned}$$

ตอบ $9x^2$

ตัวอย่างที่ 3 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\begin{aligned}
 & 5a - 4[10a + 3|x - a - 2(a + x)|] \\
 \text{วิธีทำ} \quad \text{นิพจน์} &= 5a - 4[10a + 3|x - a - 2a - 2x|] \\
 &= 5a - 4[10a + 3|-x - 3a|] \\
 &= 5a - 4[10a - 3x - 9a] \\
 &= 5a - 4[a - 3x] \\
 &= 5a - 4a + 12x \\
 &= a + 12x
 \end{aligned}$$

อธิบาย ถอดวงเล็บข้างในออกมาก่อน เวลาดวงเล็บถ้าไม่มี
 สัมประสิทธิ์อยู่หน้าวงเล็บ ก็ถอดตามหลักที่กล่าวมาแล้ว แต่
 ถ้ามีตัวสัมประสิทธิ์อยู่หน้าวงเล็บ ต้องเอาตัวสัมประสิทธิ์คูณ
 ทุกพจน์ในวงเล็บด้วย

แบบฝึกหัดที่ 6 ข.

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- $x + 3y + (2x - 2y)$
- $x + 3y - (2x - 2y)$
- $3m - 3 - (4 - 2m)$
- $m - 3 + (4 - 2m)$
- $2a - 3b + (2b - 3a)$
- $4c + 3d - (2c + 3d)$
- $y - (2x - 5y) - (4y + x)$
- $x - (y + 3x) - (2x - y)$
- $a^2 - (2b^2 - 3a^2) + (a^2 - b^2) - (2a^2 + 5b^2)$
- $m(p - n) - (3n + 2m - 2p) - (n - m + 2p)$
- $a^2 - 3b^2 - (3b^2 - 4a^2) + (3a^2 - 6b^2)$
- $(m + n) - (n - 2m) + (2m - 3n) - (4m + n)$
- $3x - 4y - (2z - 4x - 2y) - (5x - 3y + z) + (2x + y - 8z)$
- $x(x + y - z) + y(y + z - x) + z(z + x - y)$
- $2mn(xy + yz) - (my - yz) 2nx$

16. $3(a-2b)+5(b-2c)-4a-(c-2a)$
17. $2(a^2-b^2)-(a^2-2ab+b^2)-(a^2-2ab-b^2)$
18. $3c^2-2c(c-d)-3d(c-2d)$
19. $3ab^3-b^2(2a^2+3b)+2a^2(a+b^2-3)-3b^2(a-1)$
20. $7x-(6z-9y)-6x+7y-3z$
21. $5x-\{3x+(4x-2x)\}$
22. $7a-\{4a-(3a+6a)\}$
23. $c^2-2c+\{5c^2-(3c-4c^2)\}$
24. $l-2m-(l-2n)-\{2m-l-(2n+l)\}$
25. $x-y-\{x-y-(x+y)-\overline{x-y}\}$
26. $x-2(y+z)-\{x+y-z-4(y-2z)\}$
27. $-3(1-x^2)-2\{x^2-(3-2x^2)\}$
28. $x-[x-\overline{x-y}-\{x-(x-y)\}]$
29. $3x-2\{2x-(x-y-3)\}+4\{3x-2(y-2+x)\}$
30. $a^2x-2\{ax-3x(2x^2-a)\}$

6.10 การเข้าวงเล็บ

การเข้าวงเล็บมีหลักการตรงกันข้ามกับการถอดวงเล็บ กล่าวคือ

(1) จะเข้าวงเล็บนิพจน์ใด ถ้า + อยู่หน้าวงเล็บ ให้เข้าวงเล็บได้โดยไม่ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของพจน์ที่จะอยู่ในวงเล็บ

(2) จะเข้าวงเล็บนิพจน์ใด ถ้า - อยู่หน้าวงเล็บ ให้เข้าวงเล็บแล้วเปลี่ยนเครื่องหมายของทุกพจน์ที่จะอยู่ในวงเล็บให้เป็นตรงกันข้ามกับเครื่องหมายเดิม

ตัวอย่างที่ 1 $ax-bx+cx-ay+by-cy$ อาจเข้าวงเล็บเป็น
 $(ax-bx)+(cx-ay)+(by-cy)$ หรือ
 $(ax-bx+cx)-(ay-by+cy)$ หรือ
 $(ax-ay)-(bx-by)+(cx-cy)$

ตัวอย่างที่ 2 $3x-21 = (3x-21)$
 $= 3(x-7)$

อธิบาย เมื่อทุกพจน์มีแฟกเตอร์ร่วมอยู่ ให้เอาแฟกเตอร์ร่วมออก โดยเอาแฟกเตอร์ร่วมหารทุกพจน์ได้เท่าไร ใส่ไว้ในวงเล็บ แล้วเขียนแฟกเตอร์ร่วมไว้หน้าวงเล็บ

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ที่มี x และมีกำลังเหมือนกันเข้าวงเล็บเดียวกัน

$$3x^3 - cx^3 - 5x^2 - c^2x^2$$

วิธีทำ

$$3x^3 - cx^3 - 5x^2 - c^2x^2 = (3x^3 - cx^3) - (5x^2 + c^2x^2)$$

$$= x^3(3 - c) - x^2(5 + c^2)$$

อธิบาย วงเล็บที่สอง ลบอยู่หน้าวงเล็บ เมื่อเข้าวงเล็บต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของพจน์ถัดไปเป็นตรงกันข้าม คือเปลี่ยน $-$ เป็น $+$

แบบฝึกหัดที่ 6 ณ.

จงเข้าวงเล็บและเอาแฟกเตอร์ร่วมออกไว้ข้างนอก

1. $3x + 6y$
 2. $7a - 21b$
 3. $5a^2 + 10b^2$
 4. $2x^2 - 4xy + 2y^2$
 5. $7c^2 - 21d^2 + 28c^2$
 6. $2a^2x^2 - 6b^2y^2$
 7. $ax - bx$
 8. $ad - d^2$
 9. $a^2x + ax^2$
 10. $5c^2d^2 - 10cd$
 11. $3a^2b - 3ab^2$
 12. $3a^3 - 6a^2b + 3ab^2$
- จงหาพจน์ที่มี x หรือ y หรือ z ที่มีกำลังเหมือนกันเข้าวงเล็บเดียวกัน
13. $x^2 + ax + bx$
 14. $y^2 - ay - by$
 15. $ax - bx^2 - ax^2$
 16. $y^2 - 2ay^3 - 5by^3$
 17. $px^2 - 2ax + a^2y + qx^2 - 2bx + b^2y$
 18. $ax - ay - az - bx - by + bz - cx + cy - cz$
 19. $3x^3 - cx^3 + 5x^2 - c^2x^2$
 20. $a^2x^4 - b^2x^4 + b^2x^2 - c^2x^2$
 21. $x + x^3 - 2xa^2 - 2x^3b^2$
 22. $2x^4 + px^3 - qx^4 + rx^3 - 3x^3$
 23. $ax^2 + ax^3 + bx^2 - bx^3 - cx^2 + cx^3$
 24. $mx - 2mx^5 - 2nx + nx^3 - 2px^3 + px^5$
 25. $ax^3 + 5x^2 - bx + 2x - cx^2 - x^3$

บทที่ 7

อัตราส่วน (Ratio)

7.1 การเปรียบเทียบจำนวนสิ่งของชนิดเดียวกันสองจำนวน เราอาจทำได้ดังต่อไปนี้

ก. หาวว่าจำนวนหนึ่งมากหรือน้อยกว่าจำนวนหนึ่ง เช่น กระจาดใบหนึ่งมีไข่อยู่ 15 ฟอง กระจาดอีกใบหนึ่งมีไข่อยู่ 18 ฟอง ก็อาจเปรียบเทียบกันได้ว่า กระจาดใบแรกมีไข่น้อยกว่ากระจาดใบที่สอง $18 - 15 = 3$ ฟอง หรือกระจาดใบที่สองมีไข่มากกว่ากระจาดใบแรก 3 ฟอง

ข. หาวว่าจำนวนหนึ่งมากเป็นกี่เท่าของอีกจำนวนหนึ่ง โดยการหารจำนวนทั้งสองมาหารกัน เช่น

กระจาดใบแรกมีไข่เป็น $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$ เท่าของกระจาดใบที่สอง

หรือ กระจาดใบที่สองมีไข่เป็น $\frac{18}{15} = \frac{6}{5}$ เท่าของกระจาดใบแรก

การเปรียบเทียบโดยวิธีที่กล่าวในข้อ ข. นี้ เรียกว่า อัตราส่วน

7.2 อัตราส่วน คือการเปรียบเทียบจำนวนสิ่งของชนิดเดียวกันสองจำนวนว่า จำนวนหนึ่งเป็นกี่เท่าของอีกจำนวนหนึ่ง เช่น

(1) อัตราส่วนของจำนวนไข่ในกระจาดใบแรกต่อจำนวนไข่ในกระจาดใบที่สอง

$$= \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

หรือ $= 5 : 6$

(2) จำนวนไข่ในกระจาดใบแรก : จำนวนไข่ในกระจาดใบที่สอง $= 5 : 6$
(เครื่องหมาย : ใช้แทนคำว่าต่อ 5 : 6 ก็คือ 5 ต่อ 6)

ในการเปรียบเทียบโดยวิธีอัตราส่วนนี้ มีหลักที่สำคัญอยู่คือ

- ก. จำนวนที่จะมาเปรียบเทียบกันนั้น ต้องเป็นหน่วยมาตราเดียวกัน
- ข. เมื่อเปรียบเทียบเป็นอัตราส่วนแล้ว อัตราส่วนนั้นเป็นตัวเลขแสดงจำนวนส่วนหรือจำนวนเท่า ไม่ใช่จำนวนของ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาอัตราส่วนของ 4 เมตร 50 เซนติเมตร ต่อ 6 เมตร

วิธีทำ

ทำจำนวนทั้งสองให้เป็นเซนติเมตรเหมือนกันก่อน

$$4 \text{ เมตร } 50 \text{ เซนติเมตร} = 450 \text{ เซนติเมตร}$$

$$6 \text{ เมตร} = 600 \text{ เซนติเมตร}$$

$$\therefore \text{อัตราส่วน} = \frac{450}{600} = \frac{3}{4}$$

ตอบ 3:4

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอัตราส่วนอย่างต่ำของ $16\frac{2}{3}$ กับ $20\frac{5}{6}$

วิธีทำ

$$16\frac{2}{3} : 20\frac{5}{6} = \frac{50}{3} : \frac{125}{6}$$

$$= \frac{\frac{50}{3}}{\frac{125}{6}}$$

$$= \frac{50}{3} \times \frac{6}{125} = \frac{4}{5}$$

$$= 4:5$$

ตอบ อัตราส่วน 4:5

ตัวอย่างที่ 3 อัตราส่วนของความยาวต่อความกว้างของกรอบรูปหนึ่งเป็น 4:3 จงหาความยาว ถ้ากรอบรูปกว้าง 1 ฟุต 3 นิ้ว

วิธีทำ ถ้ากรอบรูปกว้าง 3 นิ้ว ความยาวจะเป็น 4 นิ้ว
 " " 15 นิ้ว " " $\frac{4}{3} \times 15$ นิ้ว
 = 20 นิ้ว = 1 ฟุต 8 นิ้ว
ตอบ กรอบรูปยาว 1 ฟุต 8 นิ้ว

แบบฝึกหัดที่ 7 ก.

1. จงหาอัตราส่วนของเงิน 1 บาท 5 สตางค์ กับ 1 บาท 40 สตางค์
2. จงหาอัตราส่วนของ 10 นิ้ว กับ 3 ฟุต 4 นิ้ว
3. จงหาอัตราส่วนของ 14 เซนติเมตร กับ 1 เมตร 40 เซนติเมตร
4. จงหาอัตราส่วนของ 36 ตารางเมตร กับ 27 ตารางเมตร
5. จงหาอัตราส่วนของ 3 ไร่ 2 งาน กับ 5 ไร่ 1 งาน
6. จงหาอัตราส่วนของ a กับ b
7. จงหาอัตราส่วนของ $8x$ กับ $32y$
8. จงหาอัตราส่วนของ $108b^2$ กับ $96ab$
9. จงหาอัตราส่วนของ 18 ชั่วโมง กับ 1 วัน
10. จงหาอัตราส่วนของ 1 สัปดาห์ 3 วัน กับ 1 เดือน
11. จงทำอัตราส่วนต่อไปนี้ให้เป็นอย่างต่ำ 1.2:1.5
12. จงทำอัตราส่วนต่อไปนี้ให้เป็นอย่างต่ำ $15\frac{1}{2}:7\frac{3}{4}$
13. จงทำอัตราส่วนต่อไปนี้ให้เป็นอย่างต่ำ $\frac{7}{8}:7\frac{1}{8}$
14. จงทำอัตราส่วนต่อไปนี้ให้เป็นอย่างต่ำ $81x:27x^2$
15. จงทำอัตราส่วนต่อไปนี้ให้เป็นอย่างต่ำ $22(a+b):99(a+b)$
16. สามเหลี่ยม ABC อัตราส่วนของด้าน AB ต่อ BC เป็น 2:5 ถ้าด้าน BC ยาว 3.5 นิ้ว ด้าน AB จะยาวกี่นิ้ว และถ้าด้าน AB ยาว 1.8 นิ้ว ด้าน BC จะยาวกี่นิ้ว
17. ถ้า 1 ไมล์ ยาวเท่ากับ 5,280 ฟุต และ 1 กิโลเมตร ยาวเท่ากับ 3,280 ฟุต จงหาอัตราส่วนของ 1 ไมล์ ต่อ 1 กิโลเมตร

18. ระยะทางจากเมือง ก ไปยังเมือง ข กับระยะทางจากเมือง ก ไปยังเมือง ค เป็นอัตราส่วน 5:11 ถ้าระยะทางระหว่างเมือง ก กับเมือง ค ยาว 176 กิโลเมตร จงหาระยะทางระหว่างเมือง ก กับเมือง ข
19. เขียนแผนที่แผ่นหนึ่งโดยใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร ต่อ 100 กิโลเมตร ถ้าระยะทางจริง 7,000 กิโลเมตร จะวัดในแผนที่ได้กี่เซนติเมตร
20. ราคาไก่กับราคาเป็ดเป็นอัตราส่วน 5:3 ถ้าเปิดราคาตัวละ 9 บาท ไก่ราคาตัวละเท่าไร ถ้ามีเงินจำนวนหนึ่งพอจะซื้อไก่ได้ 12 ตัว ถ้าเอาไปซื้อเป็ดจะได้เปิดกี่ตัว
21. วงกลมวงหนึ่งมีเส้นรอบวงยาว $2\pi r$ และอีกวงหนึ่งมีเส้นรอบวงยาว $2\pi R$ จงหาอัตราส่วนของเส้นรอบวงของวงกลมคู่นี้
22. แผนที่แผ่นหนึ่งใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร ต่อ 75 กิโลเมตร ถ้าระยะทางในแผนที่ยาว 3.2 เซนติเมตร ระยะทางจริงเป็นเท่าไร
23. โลหะผสม มีส่วนผสมทองแดงและทองเหลืองเป็นอัตราส่วน 5:7 ถ้าส่วนผสมหนัก 7.2 กิโลกรัม ส่วนผสมนี้มีทองแดง และทองเหลืองหนักอย่างละเท่าไร
24. เอาใบชาสองชนิดมาผสมกันเป็นอัตราส่วน 3:2 ถ้าใบชาผสมหนัก 12.5 กิโลกรัม ใบชาผสมนี้ประกอบด้วยใบชาสองชนิด ชนิดละกี่กิโลกรัม
25. ปริมาตรของส่วนผสมของของเหลวสองชนิดเป็นอัตราส่วน 6:7 ถ้าส่วนผสมมีปริมาตร 18.2 ลูกบาศก์นิ้ว ส่วนผสมนี้มีของเหลวผสมอยู่อย่างละกี่ลูกบาศก์นิ้ว
- 7.3 อัตราส่วน เช่น $a:b$ เราเรียก a ว่าเป็นพจน์แรก และเรียก b ว่าเป็นพจน์ที่สอง
- 7.4 คุณสมบัติของอัตราส่วนเหมือนกับเศษส่วน เช่น เราอาจเอาจำนวนใดจำนวนหนึ่งคูณเทอมแรกและเทอมที่สองได้โดยไม่ทำให้อัตราส่วนเปลี่ยนแปลง

$$\begin{aligned}\text{เช่น } \frac{a}{b} &= \frac{ma}{mb} \\ \frac{a}{b} &= \frac{a \div n}{b \div n} = \frac{\frac{a}{n}}{\frac{b}{n}} = \frac{a}{n} \times \frac{n}{b} = \frac{an}{bn}\end{aligned}$$

และในการเปรียบเทียบอัตราส่วน 2 อัตราส่วน เช่น 3:4 กับ 1:2 ว่า อัตราส่วนไหนจะมากกว่า เราใช้วิธีทำ พจน์ที่สองให้เท่ากันหรือทำส่วนให้เท่ากัน แล้วเอาพจน์ที่หนึ่งเปรียบเทียบกันดังนี้

$$\begin{aligned}3:4 \text{ มากกว่า } 1:2 &= \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{4} - \frac{2}{4} \\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

7.5 อัตราส่วนเชิงประกอบ (Compounded Ratio)

เมื่อเอาพจน์แรกของอัตราส่วนสองหรือมากกว่าคูณกัน เป็นพจน์แรกของอัตราส่วนใหม่ และพจน์ที่สองของอัตราส่วนเหล่านั้นคูณกัน เป็นพจน์ที่สองของอัตราส่วนใหม่ เราเรียกอัตราส่วนใหม่นี้ว่า อัตราส่วนเชิงประกอบ เช่น อัตราส่วนประกอบของอัตราส่วน 2:3, 3:4 และ

$$9a : 16b = \frac{2 \times 3 \times 9a}{3 \times 4 \times 16b} = \frac{9a}{32b}$$

7.6 อัตราส่วนทวีคูณ (Duplicate ratio)

เมื่ออัตราส่วนใดประกอบเป็นอัตราส่วนใหม่ด้วยการคูณตัวของมันเอง เช่นอัตราส่วน $a:b$ จะเป็นอัตราส่วนทวีคูณ เมื่อ $\frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$ นั่นคือ

$$\begin{aligned}\frac{a^2}{b^2} &\text{ เป็นอัตราส่วนทวีคูณของ } \frac{a}{b} \\ \frac{4}{9} &\text{ เป็นอัตราส่วนทวีคูณของ } \frac{2}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ในทำนองเดียวกัน } \frac{a^3}{b^3} &\text{ เป็นอัตราส่วนตรีคูณของ } \frac{a}{b} \\ \frac{8}{27} &\text{ เป็นอัตราส่วนตรีคูณของ } \frac{2}{3}\end{aligned}$$

7.7 อัตราส่วนต่อเนื่อง

อัตราส่วน เช่น $2:3:4$ เรียกว่าอัตราส่วนต่อเนื่อง ซึ่งอาจเขียนเป็นอัตราส่วนได้ 3 อัตราส่วน คือ $2:3$, $3:4$, $2:4$

ตัวอย่าง ความยาวของด้านสามด้านของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นอัตราส่วนต่อเนื่องดังนี้ $2:6:7$ และด้านทั้งสามรวมกันยาว 105 ฟุต จงหาความยาวของด้านแต่ละด้าน

วิธีทำ อัตราส่วนของความยาวของด้านทั้งสามเป็น $2:6:7$ นั่นคือ ด้านที่หนึ่งยาว 2 ส่วน ด้านที่สองยาว 6 ส่วน ด้านที่สามยาว 7 ส่วน

รวมทั้งสามด้านยาว	$2+6+7=15$ ส่วน
15 ส่วนคิดเป็นความยาว	105 ฟุต
2 " " "	$\frac{105 \times 2}{15} = 14$ ฟุต
6 " " "	$\frac{105 \times 6}{15} = 42$ ฟุต
7 " " "	$\frac{105 \times 7}{15} = 49$ ฟุต

ตอบ $\left\{ \begin{array}{l} \text{ด้านที่หนึ่งยาว } 14 \text{ ฟุต} \\ \text{ด้านที่สองยาว } 42 \text{ ฟุต} \\ \text{ด้านที่สามยาว } 49 \text{ ฟุต} \end{array} \right.$

แบบฝึกหัดที่ 7 ข.

1. จงทำอัตราส่วนต่อไปนี้ให้เป็นอย่างต่ำ $1800:6300$
2. จงทำอัตราส่วนต่อไปนี้ให้เป็นอย่างต่ำ $1932:2800$
3. จงทำอัตราส่วน $20:8$ ให้พจน์ที่สองเป็น 1
4. จงทำอัตราส่วน $7.13:3.1$ ให้พจน์ที่สองเป็น 1
5. จงทำอัตราส่วน $9:25$ ให้พจน์ที่สองเป็น 100
6. จงทำอัตราส่วน $7:16$ ให้พจน์ที่สองเป็น 100 (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

7. จงทำอัตราส่วน $5x:10x$ ให้พจน์ที่สองเป็น 100
8. จงทำอัตราส่วน $3a:24a$ ให้พจน์ที่สองเป็น 100 (ทศนิยม 1 ตำแหน่ง)
9. จงหาอัตราส่วนประกอบของอัตราส่วนต่อไปนี้ $3:7$, $49:27$ และ $45:105$
10. จงหาอัตราส่วนประกอบของอัตราส่วนต่อไปนี้ $3a^2b:4b^3c$, $2c^2:8a^3$
 $16b^2x:6ac$
11. จงหาอัตราส่วนประกอบของอัตราส่วนต่อไปนี้ $18x:27y$, $36y^2:48z$
 $54z^2:63x^2$
12. จงหาอัตราส่วนทวิคูณของอัตราส่วน $11a:13b$
13. จงหาอัตราส่วนทวิคูณของอัตราส่วน $8ab:9xy$
14. ถ้า $a=3$, $b=4$ จงหาค่าของอัตราส่วน $2a-b:3a-2b$
15. ถ้า $a=3$, $b=4$ จงหาค่าของอัตราส่วน $a^2-ab-2b^2:a^2-4b^2$
16. ถ้า $a=10$, $b=3$ จงหาค่าของอัตราส่วน $2a-5b:a-3b$
17. จงแบ่งส้ม 2,130 ผล ออกเป็นสามกองตามอัตราส่วนต่อไปนี้ $3:5:7$
18. สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านทั้งสามยาวเป็นอัตราส่วน $3:4:5$ ถ้าความยาวของด้านทั้งสามรวมกันได้เท่ากับ 24 นิ้ว สามเหลี่ยมนี้จะมีด้านยาวด้านละเท่าไร
19. สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านทั้งสามยาวเป็นอัตราส่วน $1:1\frac{1}{2}:1\frac{3}{4}$ ถ้าความยาวของด้านทั้งสามรวมกันได้เท่ากับ 221 ฟุต ด้านของสามเหลี่ยมแต่ละด้านยาวเท่าไร
20. จงสร้างสามเหลี่ยม ABC กำหนดให้ AB ยาว 4 นิ้ว และ $AC=2$ นิ้ว และ $BC=3$ นิ้ว จงสร้างสามเหลี่ยม DEF ให้มีด้านทุกด้านเป็นครึ่งหนึ่งของสามเหลี่ยม ABC สามเหลี่ยมสองรูปนี้ เป็นเอกลักษณ์หรือคล้ายคลึงกัน
21. จงสร้างสามเหลี่ยม ABC ที่จุดใดจุดหนึ่งบนด้าน AB สมมุติว่าจุด X ที่จุด D ลากเส้น XY ให้ขนานกับด้าน BC ไปตัดด้าน AC ที่ Y จงวัดความยาวของด้านทุกด้านของสามเหลี่ยม ABC กับสามเหลี่ยม AXY แล้วหาอัตราส่วนต่อไปนี้ $\frac{AX}{AB}$, $\frac{AY}{AC}$, $\frac{XY}{BC}$

บทที่ 8

สมการชั้นเดียว โจทย์สมการชั้นเดียว

นักเรียนได้เคยเรียนการทำและการใช้สูตร เช่นสูตรการหาพื้นที่ และการหาดอกเบี้ยมาแต่ชั้นต้น ๆ แล้ว เช่นสูตร

$$A = \frac{1}{2}bh$$

(เมื่อ A คือพื้นที่ของสามเหลี่ยม b คือความยาวของฐาน, h คือความสูง) ถ้าเรารู้ความยาวของฐาน และส่วนสูงของสามเหลี่ยม เราก็หาพื้นที่ของสามเหลี่ยมได้ หรือเมื่อรู้พื้นที่ และความยาวของฐาน หรือสูง อย่างใดอย่างหนึ่ง ก็อาจหาอีกอย่างหนึ่งได้

การทำสูตรไว้ใช้ และการใช้สูตรเพื่อหาสิ่งที่ต้องการนี้ เรียกว่า การเข้าสมการ และการแก้หรือถอดสมการแบบหนึ่ง

- 8.1 สมการ ประกอบด้วยนิพจน์สองนิพจน์ที่เท่ากัน มีเครื่องหมายเท่ากับ(=) อยู่ระหว่างสองนิพจน์นั้น เช่น

$$A = bl$$

$$i = prt$$

$$3x = 9$$

$$4x+3 = 7$$

$$8x+2(x-2)+3x = 35$$

$$7x-9-2x = 15+x-8$$

- 8.2 สมการในเลขคณิตและพีชคณิต

ในเลขคณิตนักเรียนเคยเรียนสมการมาโดยไม่รู้ตัว เช่น $9+?=12$ หรือ $9+(-)=12$ ซึ่งหมายความว่า 9 บวกกับอะไรได้ 12 ให้นักเรียนหาว่าเลขอะไรบวกกับ 9 ได้ 12 นั่นคือให้หา เลขจำนวนหนึ่งมาแทนเครื่องหมาย ? หรือ $(-)$ นั่นเอง ในพีชคณิต

ใช้ตัวอักษรแทนด้วยค่าหรือเครื่องหมายดังกล่าว โดยมากใช้ x แทน และจะเขียนเป็นรูปสมการดังนี้ $9 + x = 12$ ซึ่งมีความหมายตรงกับในเลขคณิตว่า ให้หาจำนวนเลขที่ยังไม่รู้คือ x นั้น

8.3 การแก้ (ถอด) สมการ คือการหาค่าของจำนวนที่เราไม่รู้ค่า เช่น แก่สมการ $9 + x = 12$ ก็คือการหาค่าของ x ในสมการนั้น x หรือตัวที่เราไม่ทราบค่านี้ เรียกว่า ราก (root) ของสมการ

สำหรับสมการ $9 + x = 12$ เราอาจหาได้ทันทีว่า x หรือรากของสมการ เท่ากับ 3 เพราะ $9 + 3 = 12$

8.4 หลักแห่งการสมดุล

นิพจน์สองนิพจน์ซึ่งอยู่คนละข้างของเครื่องหมาย = หรือสมการนั้น เปรียบเหมือนสิ่งของที่เท่ากันวางไว้ในจานหรือถาดข้างละหนึ่งสิ่ง ตราบใดที่ช่องในถาดสองข้างเท่ากัน เข็มที่ตรงกลาง หรือคานตรงกลางจะอยู่เป็นเส้นตรง ถ้าเพิ่มน้ำหนักหรือลดน้ำหนักข้างใดข้างหนึ่ง เข็มจะชี้หรือคานตรงกลางจะแสดงให้เห็นว่าข้างใดหนัก ข้างใดเบา สมมุติว่าของหนักข้างละ 4 กิโลกรัม ถ้าเพิ่มน้ำหนักเข้าไปทั้งสองข้าง ๆ ละ



2 กิโลกรัม คานจะชี้จะแสดงเท่ากัน หรือสมดุลกัน ถ้าวัดน้ำหนักลงข้างละ 2 กิโลกรัม คานจะชี้จะแสดงเท่ากัน หรือสมดุลกัน ในทำนองเดียวกัน ถ้าเอา 2 คุณน้ำหนักหรือหาน้ำหนักในจานทั้งสองข้าง คานจะชี้จะคงสมดุล

กันดังเดิม ดังจะได้แสดงเป็นตัวเลขให้เห็น ดังนี้

	บวก	ลบ	คูณ	หาร
น้ำหนักเดิม	$4 = 4$	$4 = 4$	$4 = 4$	$4 = 4$
	$2 = 2$	$2 = 2$	$2 = 2$	$2 = 2$
น้ำหนักใหม่	$6 = 6$	$2 = 2$	$8 = 8$	$2 = 2$

และอาจสรุปเป็นหลักแห่งการสมมูลย์ได้ดังนี้

จำนวนที่เท่ากัน เมื่อเอาจำนวนที่เท่ากัน บวก หรือลบ หรือคูณ หรือหาร ผลลัพธ์ที่ได้ก็จะเท่ากันเสมอ

8.5 วิธีแก้ (ถอด) สมการ

การแก้สมการหรือการหารากของสมการนั้นใช้หลักแห่งการสมมูลย์ดังกล่าวมาแล้ว ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $x - 8 = 12$

วิธีทำ

$$x - 8 = 12$$

(เอา 8 บวกทั้งสองข้าง เพื่อให้ทางซ้ายมือเหลือแต่ x)

$$x - 8 + 8 = 12 + 8$$

$$x = 20$$

$$\text{ตอบ } x = 20$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $x + 4 = 16$

วิธีทำ

$$x + 4 = 16$$

(เอา 4 ลบทั้งสองข้าง เพื่อให้ทางซ้ายมือเหลือแต่ x)

$$x + 4 - 4 = 16 - 4$$

$$x = 12$$

$$\text{ตอบ } x = 12$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าของ x จากสมการ $5x = 15$

วิธีทำ

$$5x = 15$$

(เอา 5 หารทั้งสองข้าง เพื่อให้ทางซ้ายมือเหลือแต่ x)

$$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$$

$$x = 3$$

$$\text{ตอบ } x = 3$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาค่าของ a จากสมการ $\frac{a}{4} = 6$

วิธีทำ

$$\frac{a}{4} = 6$$

(เอา 4 คูณทั้งสองข้าง เพื่อให้ทางซ้ายมือ เหลือแต่ a)

$$\frac{a}{4} \times 4 = 6 \times 4$$

$$a = 24$$

ตอบ 24

แบบฝึกหัดที่ 8 ก.

จงแก้สมการ

$$1. x-2 = 5 \quad 2. x-4 = 9 \quad 3. x-8 = 14$$

$$4. x-6 = 6 \quad 5. x-8 = 0 \quad 6. x-.5 = 1.7$$

$$7. x-.7 = 5.3 \quad 8. x-.35 = 4.65 \quad 9. x-\frac{3}{4} = 6\frac{1}{4}$$

$$10. x-\frac{1}{5} = 8\frac{1}{5} \quad 11. x-\frac{1}{3} = 6\frac{1}{3} \quad 12. x-\frac{2}{7} = 4\frac{5}{7}$$

$$13. x+4 = 9 \quad 14. x+9 = 32 \quad 15. x+11 = 107$$

$$16. x+4 = 6\frac{1}{2} \quad 17. x+8.3 = 9.6 \quad 18. x+7.4 = 25.6$$

$$19. 3+x = 9.5 \quad 20. 4\frac{5}{6} + x = 8\frac{5}{6} \quad 21. x+9\frac{1}{3} = 12$$

$$22. 4x = 96 \quad 23. 15x = 450 \quad 24. 7x = 220$$

$$25. 8x = 421 \quad 26. 1\frac{1}{3}x = 3 \quad 27. 3\frac{1}{2}x = 7$$

$$28. 1.3x = 16.9 \quad 29. .4x = 7.6 \quad 30. 4\frac{1}{2}x = 20\frac{1}{4}$$

$$31. \frac{x}{3} = 6 \quad 32. \frac{x}{4} = 3.2 \quad 33. \frac{x}{6} = 22$$

$$34. \frac{x}{7} = 1.3 \quad 35. \frac{x}{6} = 1\frac{1}{3} \quad 36. \frac{x}{2} = 3.8$$

$$37. \frac{x}{3.5} = 9.8 \quad 38. \frac{x}{2.5} = 80 \quad 39. \frac{x}{3\frac{1}{2}} = 8\frac{1}{7}$$

$$40. \frac{x}{4\frac{3}{5}} = \frac{5}{8}$$

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการ $6x - 8 - 3x = 2x + 12 - x$

วิธีทำ $6x - 8 - 3x = 2x + 12 - x$

(รวมพจน์เหมือน) $3x - 8 = x + 12$

(เอา x ลบทั้งสองข้าง) $3x - x - 8 = x + 12 - x$

$$2x - 8 = 12$$

(เอา $+8$ บวกทั้งสองข้าง) $2x - 8 + 8 = 12 + 8$

$$2x = 20$$

(เอา 2 หารทั้งสองข้าง) $x = 10$

ตอบ $x = 10$

ตรวจคำตอบ เพื่อดูว่าได้ทำมาถูกต้องหรือไม่ อาจทดสอบหรือตรวจดูได้ดังนี้

เอาค่าของ x ที่ได้ไปแทนค่า x ในสมการเดิม เช่น

$$6x - 8 - 3x = 2x + 12 - x$$

$$60 - 8 - 30 = 20 + 12 - 10$$

$$22 = 22$$

สองข้างเท่ากัน แสดงว่าได้ทำมาถูกต้องแล้ว ถ้าไม่เท่ากัน แสดงว่าจะต้องมีผิดที่ใดที่หนึ่ง ต้องหาให้พบ แล้วแก้ไข

ตัวอย่างที่ 6 จงแก้สมการ $\frac{4x}{5} - \frac{3}{10} = \frac{x}{5} + \frac{x}{4}$

วิธีทำ จะต้องทำส่วนของทุกพจน์ให้หมดไป โดยหา ค.ร.น. ของส่วนทั้งหมด คือ ค.ร.น. ของ $5, 10, 5, 4$ ซึ่งเท่ากับ 20 ไปคูณทุกพจน์ในสมการ

(เอา 20 คูณตลอด) $\frac{4x}{5} \times 20 - \frac{3}{10} \times 20 = \frac{x}{5} \times 20 + \frac{x}{4} \times 20$

$$16x - 6 = 4x + 5x$$

$$16x - 6 = 9x$$

(เอา $9x$ ลบทั้งสองข้าง) $16x - 6 - 9x = 9x - 9x$

$$7x - 6 = 0$$

$$(\text{เขา 6 บวกทั้งสองข้าง}) \quad 7x = 6$$

$$(\text{เขา 7 ทหารทั้งสองข้าง}) \quad x = \frac{6}{7}$$

$$\underline{\text{ตอบ } x = \frac{6}{7}}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการเดิม

$$\text{เมื่อ } x = \frac{6}{7} \text{ แล้ว } \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} - \frac{3}{10} = \frac{1}{5} \times \frac{6}{7} + \frac{1}{4} \times \frac{6}{7}$$

$$\frac{24}{35} - \frac{3}{10} = \frac{6}{35} + \frac{3}{14}$$

$$\frac{48-21}{70} = \frac{12+15}{70}$$

$$\frac{27}{70} = \frac{27}{70}$$

เท่ากัน แสดงว่าได้ทำมาถูกต้องแล้ว

ตัวอย่างที่ 7 จงหาค่าของ x, y, z ในสมการต่อไปนี้:-

วิธีทำ

$$(ก) \frac{x}{7} = 1\frac{3}{5} \quad (ข) \frac{4}{3} = \frac{5y}{6} \quad (ค) 1\frac{2}{5} = \frac{14}{3z}$$

$$(ก) \frac{x}{7} = 1\frac{3}{5}$$

เขา 7 คูณทั้งสองข้าง

$$\frac{x}{7} \times 7 = \frac{8}{5} \times 7$$

$$x = \frac{56}{5}$$

$$= 11\frac{1}{5}$$

$$\underline{\text{ตอบ } 11\frac{1}{5}}$$

$$(ข) \frac{4}{3} = \frac{5y}{6}$$

$$\text{เขา 6 คูณทั้งสองข้าง} \quad \frac{4}{3} \times 6 = \frac{5y}{6} \times 6$$

$$8 = 5y$$

เขา 5 ทหารทั้งสองข้าง

$$\frac{8}{5} = y$$

$$\underline{\text{ตอบ } y = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}}$$

$$(ค) 1\frac{2}{5} = \frac{14}{3z}$$

$$(\text{เขา } 3z \text{ คูณทั้งสองข้าง}) \quad \frac{7}{5} \times 3z = 14$$

$$(\text{เขา } 7 \times 3 \text{ ทหารทั้งสองข้าง}) \quad \frac{z}{5} = \frac{14}{7 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$(\text{เขา 5 คูณทั้งสองข้าง}) \quad z = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

$$\underline{\text{ตอบ } z = 3\frac{1}{3}}$$

แบบฝึกหัดที่ 8 ข.

จงแก้สมการเพื่อหาค่าของจำนวนที่เป็นตัวอักษรในสมการนั้น ๆ และแล้ว
จงแสดงการตรวจคำตอบให้เห็นว่าได้แก้สมการมาถูกต้องแล้ว

1. $7x - 4 = 17$ 2. $3x - 5 = 10$ 3. $2x + 15 = 23$
4. $5x - 9 = 21$ 5. $7x = 18 - 2x$ 6. $3x = 25 - 2x$
7. $4x - 3 = 2x + 1$ 8. $5x + 2 = 6x - 1$ 9. $3x + 2 = 4x - 3$
10. $4x - 3 = 3x + 4$ 11. $8x - 9 = 33 - 4x$ 12. $5x + 3 = 15 - x$
13. $2x + 15 = 27 - 4x$ 14. $7x + 11 = 3x + 27$
15. $15 - 5x = 24 - 8x$ 16. $9x + 21 - 4x = 46$
17. $5x + 7 + 4x + 11 + 3x = 24$ 18. $0 = 9 - 6x - 19 + 10x$
19. $7 - 3y = 5 + 4y + 11 - 16y$ 20. $-3y - 5 = -7y + 1$
21. $6y + 7 - 19 = 7y + 13 - 3y - 21$
22. $3y + 4 + 10y - 17 = 14 - 23y + 16 - 7y$
23. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$ 24. $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 1$ 25. $z = \frac{z}{4} + 6$
26. $x - 5 = \frac{3}{4}x$ 27. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = x - 3$ 28. $\frac{y}{2} - 3 = \frac{y}{4} + \frac{y}{5}$
29. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x = x - 9$ 30. $\frac{k}{3} - \frac{1}{2} = \frac{k}{5} + 1\frac{1}{2}$ 31. $\frac{k}{3} - 2\frac{1}{2} = \frac{4k}{9} - \frac{2k}{3}$
32. $\frac{x}{9} + 2\frac{2}{9} = 6 - \frac{3x}{7}$ 33. $\frac{x}{3} + 1\frac{1}{2} = \frac{2x}{9} - \frac{x}{6} + 4$
34. $5\frac{1}{2} + \frac{p}{2} = \frac{3p}{4} + \frac{2p}{3}$ 35. $\frac{x}{8} = \frac{5}{6}$
36. $\frac{x}{5} = \frac{4}{3}$ 37. $\frac{2x}{3} = \frac{5}{12}$ 38. $\frac{4x}{5} = \frac{7}{15}$
39. $\frac{7x}{6} = \frac{4}{9}$ 40. $\frac{3x}{8} = \frac{5}{9}$ 41. $\frac{6}{7} = \frac{3x}{2}$
42. $\frac{8}{45} = \frac{2y}{15}$ 43. $\frac{3}{8x} = \frac{15}{7}$ 44. $\frac{25}{4z} = \frac{5}{2}$
45. $\frac{2}{5} = \frac{3}{x}$ 46. $\frac{10}{3} = \frac{5}{2k}$

47. ถ้า $\frac{2}{3}$ ของ $\frac{6}{7}$ ของ $x = 1\frac{3}{5}$ x จะมีค่าเท่าไร
 48. จงหาค่าของ p จากสมการ $p \times \frac{3}{7} = 2\frac{4}{5}$ ของ $1\frac{1}{4}$
 49. จงแสดงให้เห็นว่า ถ้า $x=5$ แล้ว $5x-11x+29 = 2x-11$
 50. จงแสดงให้เห็นว่า ถ้า $x=5$ แล้ว $9x-41-13x = 24-17x$
 8.6 สมการต่อไปนี้จะมีพจน์ที่มีวงเล็บ และมีเศษส่วนปนอยู่ด้วย เวลาแก้สมการ
 ต้องนำความรู้เกี่ยวกับการถอดวงเล็บ และเศษส่วนมาใช้ด้วย

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $11x-5(2x-1) = 3(6-x)+1$

วิธีทำ

$$11x-5(2x-1) = 3(6-x)+1$$

$$11x-10x+5 = 18-3x+1$$

$$x+5 = 18-3x$$

$$x+5+3x = 18$$

$$4x+5 = 18$$

$$4x = 13$$

$$x = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$$

$$\text{ตอบ } x = 3\frac{1}{4}$$

อธิบาย เมื่อทำซ้ำมาจนแล้วไม่ต้องเขียนแสดงวิธีทำ ให้ทำเรื่อยไป
 ตามหลัก เสร็จแล้วควรตรวจคำตอบดูดังนี้

$$\text{ถ้า } x = 3\frac{1}{4} \text{ แล้ว } 11 \times \frac{7}{2} - 5(2 \times \frac{7}{2} - 1) = 3(6 - \frac{7}{2}) + 1$$

$$\frac{77}{2} - 35 + 5 = 18 - \frac{21}{2} + 1$$

$$\frac{77-70+10}{2} = \frac{36-21+2}{2}$$

$$\frac{17}{2} = \frac{17}{2}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $\frac{x}{3} - \frac{(4x-7)(3x-5)}{15} = \frac{2}{5} - \frac{(4x-9)(x-1)}{5}$

$$\text{วิธีทำ } \frac{x}{3} - \frac{(4x-7)(3x-5)}{15} = \frac{2}{5} - \frac{(4x-9)(x-1)}{5}$$

(ทำส่วนให้หมดไปโดยหา ค.ร.น. ของ 3, 15, 5 คือ 15 คูณตลอด)

$$5x - (4x-7)(3x-5) = 6 - 3(4x-9)(x-1)$$

$$5x - (12x^2 - 41x + 35) = 6 - 3(4x^2 - 13x + 9)$$

$$5x - 12x^2 + 41x - 35 = 6 - 12x^2 + 39x - 27$$

$$46x - 35 = 39x - 21$$

$$46x - 39x = 35 - 21$$

$$7x = 14$$

$$x = 2$$

$$\underline{\text{ตอบ } x = 2}$$

อธิบาย การคูณวงเล็บเข้าด้วยกัน อาจคูณในเศษกระดาศหรือคูณในใจ ก็ได้เท่าไร ใส่วงเล็บไว้ก่อน เพราะเวลาถอดวงเล็บจะต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของพจน์ภายในวงเล็บ เมื่อหน้าวงเล็บมีเครื่องหมายลบอยู่ ส่วนการทำต่อไปนั้นทำตามหลัก แต่อาจรวบรัดให้สั้นโดยไม่ต้องทำเป็นขั้นตามหลักก็ได้

แบบฝึกหัดที่ 8 ค.

จงแก้สมการ

$$1. 19(1+x) = 16x - 11 \quad 2. 5(x-3) = 3(x-1)$$

$$3. 18 - 5(x+1) = 3(x-1) \quad 4. 5 - 4(x-3) = x - 2(x-1)$$

$$5. 3(x-7) + 5(x-4) = 15 \quad 6. 6(x-3) - 13(x-2) = 1$$

$$7. 6(x-1) - (3x+11) + 7 = 0$$

$$8. 21 - 7(2x-9+3x) = 0$$

$$9. 2x - 5|7 - (x-6) + 3x| - 28 = 39$$

$$10. 3[15 - 2|(x-2(x-5))|] - 5x - 20 = 0$$

$$11. \frac{7x+2}{5} = \frac{4x-1}{2} \quad 12. \frac{3x-13}{7} + \frac{11-4x}{3} = 0$$

$$13. \frac{x}{4} - \frac{5x+8}{6} = \frac{2x-9}{3}$$

$$14. \frac{1}{3}(1-2x) - \frac{1}{6}(4-5x) + \frac{13}{42} = 0$$

$$15. \frac{1}{12}(9x-2) - \frac{1}{15}(x-1) = 4$$

$$16. \frac{3-4x}{5} - \frac{4+5x}{9} + \frac{7x+11}{15} = 0$$

$$17. \frac{2x-5}{6} + \frac{6x+3}{4} = 5x - 17 \frac{1}{2}$$

$$18. \frac{3}{2}(x-1) - \frac{2}{3}(x+2) = 4 - \frac{1}{4}(x-3)$$

$$19. .5x - 3 = .25x + .2x \quad 20. .3x - 1.8 + .2x = .7$$

$$21. .2(x-1) + .5(x-9) = 3 \quad 22. 2.25 - .125 = 3x + 3.75$$

$$23. (x+1)(x+2) = x(x+7) - 6$$

$$24. 15 - x(8-x) = (x-5)^2$$

$$25. 3x(2x+1) - 11x = 6(x+7)(x-8) + 320$$

$$26. (x-5)^2 - 4(3-x) = 8x + (x+2)^2$$

$$27. (5x+1)(x-2) - (4x-3)(3x-2) = 10 - (7x+2)(x+1)$$

$$28. \frac{x(2x+1)}{14} - \frac{(x+2)(x-4)}{7} = 1 \frac{1}{2}$$

$$29. 3 + \frac{(2x-1)(3x-2)}{9} - \frac{x^2}{3} = \frac{x^2-2}{3}$$

$$30. \frac{(3x-2)(x-1)}{21} = 1 \frac{2}{7} + \frac{(x-3)^2}{7}$$

8.6 โจทย์สมการชั้นเดียว

ในการทำโจทย์ปัญหาในเลขคณิต บางครั้งเราทำโดยวิธีเลขคณิต ไม่ออก หรือมองไม่เห็นทาง แต่ถ้าได้ใช้วิธีในพีชคณิตโดยเฉพาะ การเข้าและแก้สมการแล้ว อาจทำให้ทำได้ง่ายและรวดเร็วเช่น โจทย์ว่า

ในเวลาอีก 5 ปี เด็กคนหนึ่งจะมีอายุเป็น 2 เท่าของอายุของเขา เมื่อ 2 ปีที่แล้วมา ปัจจุบันเด็กคนนี้มีอายุเท่าไร

ถ้าทำโดยวิธีเลขคณิต จะต้องใช้เวลาคิดนาน แต่ถ้าใช้พีชคณิต จะทำได้รวดเร็วดังนี้

สมมติให้ ปัจจุบันนี้เด็กชายคนนี้มีอายุ x ปี

อีก 5 ปี เขาก็จะมีอายุ $x+5$ ปี

เมื่อ 2 ปีที่แล้วมาเขามีอายุ $x-2$ ปี

ต่อไปอีก 5 ปีเขาจะมีอายุ = 2 เท่าของอายุเมื่อ 2 ปีมาแล้ว

$$\therefore x+5 = 2(x-2)$$

$$x+5 = 2x-4$$

$$x-2x = -4-5$$

$$-x = -9$$

$$(เขา-1\text{คนทั้งสองข้าง})\ x = 9$$

ปัจจุบันเด็กคนนี้มีอายุ 9 ปี

การเข้าสมการนั้นไม่ยาก ถ้าได้อ่านโจทย์ด้วยความรอบคอบ และ
รู้วิธีเข้าสมการ ตลอดจนแก้สมการได้คล่องแล้ว ก็อาจทำได้

8.7 หลักการเข้าสมการ การเข้าสมการมีหลักดังนี้

(ก) อ่านโจทย์ด้วยความรอบคอบ ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
ให้หาอะไร เมื่อทราบโจทย์ให้หาอะไรแล้ว สมมติให้ตัวอักษร
ตัวใดตัวหนึ่ง แทนจำนวนที่โจทย์ต้องการหา

(ข) ถ้าโจทย์มีหลายตอน พยายามแบ่งโจทย์เป็นตอนๆ แล้วพิจารณา
ว่าตอนใดเกี่ยวข้องกับตอนใด สัมพันธ์กับจำนวนที่สมมติขึ้นอย่างไร พยา-
ยামทำให้ทุกจำนวนที่โจทย์บอก มีตัวอักษรที่สมมติขึ้นในข้อ ก ให้ได้มาก
ที่สุดที่จะทำได้

(ค) พยายามหานิพจน์ของนิพจน์ที่เท่ากัน เมื่อได้แล้วก็เขียนสมการ
ลงไว้

(ง) แก้สมการในข้อ ค

(จ) ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่าผลที่ได้รับในสมการที่ได้
เริ่มตั้งไว้ หรือในโจทย์ที่ตั้งให้

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเขา 4 คนเลขจำนวนหนึ่ง แล้วเขา 7 คน จะได้
ผลลัพธ์ 5 เลขจำนวนนั้นคือเลขอะไร

วิธีทำ สมมติให้ x เป็นเลขจำนวนนั้น

เขา 4 คน x ได้ $4x$

เขา 7 คน $4x$ ได้ $4x-7$

แต่โจทย์บอกว่าลบแล้วได้ผลลัพธ์ 5

$$\therefore 4x - 7 = 5$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

ตอบ เลขจำนวนนั้นคือ 3

อธิบาย ทำทีละตอน แล้วพิจารณาว่าอะไรเท่ากัน เมื่อได้แล้วจึงเข้าสมการ เมื่อแก้สมการแล้วลองตรวจดูว่าถูกต้องหรือไม่ โดยทำตามโจทย์
 $4 \times 3 - 7 = 12 - 7 = 5$ ตรงกับโจทย์บอกว่าได้ผลลัพธ์ 5

ตัวอย่างที่ 2 จงหาเลขสองจำนวน ซึ่งบวกกันได้ 36 และลบกันได้ 10

วิธีทำ (ก) สมมติให้เลขจำนวนมากเป็น x
 $\therefore$ เลขจำนวนน้อยจะเป็น $x - 10$
 เลขสองจำนวนบวกกันได้ $x + (x - 10)$
 แต่โจทย์บอกว่ เลขสองจำนวนบวกกันได้ 36

$$\therefore x + (x - 10) = 36$$

$$x + x - 10 = 36$$

$$2x = 36 + 10 = 46$$

$$x = 23$$

ตอบ { เลขจำนวนมาก คือ 23
 เลขจำนวนน้อย คือ $23 - 10 = 13$

(ข) สมมติให้เลขจำนวนน้อยเป็น x
 $\therefore$ เลขจำนวนมากจะเป็น $x + 10$
 เลขสองจำนวนบวกกันได้ $x + (x + 10)$
 แต่โจทย์บอกว่ เลขสองจำนวนบวกกันได้ 36

$$\therefore x + (x + 10) = 36$$

$$x + x + 10 = 36$$

$$2x = 36 - 10 = 26$$

$$x = 13$$

ตอบ { เลขจำนวนน้อย คือ 13
 เลขจำนวนมาก คือ $13 + 10 = 23$

ตัวอย่างที่ 3 จงแบ่งส้ม 54 ผล ออกเป็นสองกอง ให้ 4 เท่าของ
กองมากเท่ากับ 5 เท่าของกองน้อย

วิธีทำ

สมมติให้ส้มกองน้อยมี x ผล

ฉะนั้นส้มกองมากจะมี $54 - x$ ผล

4 เท่าของส้มกองมาก จะเป็นส้ม $4(54 - x)$

5 เท่าของส้มกองน้อย จะเป็นส้ม $5x$

โจทย์บอกว่า 4 เท่าของส้มกองมาก = 5 เท่าของส้มกองน้อย

$$\therefore 4(54 - x) = 5x$$

$$216 - 4x = 5x$$

$$216 = 5x + 4x = 9x$$

$$24 = x$$

ส้มกองน้อยมี 24 ผล

$$\therefore \text{ส้มกองมากจะมี } 54 - 24 = 30 \text{ ผล}$$

ตอบ

{ ส้มกองน้อยมี 24 ผล

{ ส้มกองมากมี 30 ผล

แบบฝึกหัดที่ 8 ง.

1. ถ้าเอา 4 คูณเลขจำนวนหนึ่ง แล้วเอา 5 บวกผลคูณนั้น จะได้ผลลัพธ์ 65 จงหาเลขจำนวนนั้น
2. ถ้าเอา 6 คูณเลขจำนวนหนึ่ง แล้วเอา 6 บวกผลคูณนั้น จะได้ผลลัพธ์ 36 จงหาเลขจำนวนนั้น
3. ถ้าเอา 8 คูณเลขจำนวนหนึ่ง แล้วเอา 9 ลบผลคูณนั้น จะได้ผลลัพธ์ 63 จงหาเลขจำนวนนั้น
4. ถ้าเอา 12 คูณเลขจำนวนหนึ่ง แล้วเอา 15 ลบผลคูณนั้น จะได้ผลลัพธ์ 105 จงหาเลขจำนวนนั้น
5. เลขจำนวนหนึ่งมากกว่าเลขอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 8 และถ้าเอาเลขสองจำนวนบวกกันจะได้เท่ากับ 26 จงหาเลขสองจำนวนนั้น

6. ผลบวกของมุมสองมุมของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเท่ากับ 48 องศา และผลลบของมุมสองมุมนั้นเท่ากับ 22 องศา จงหาว่ามุมทั้งสองมุมใดมุมละกี่องศา และมุมที่สามของสามเหลี่ยมจะใดกี่องศา
7. เอา 3 ลบเลขจำนวนหนึ่ง แล้วเอา 8 คูณผลลบนั้น ถ้าผลคูณเท่ากับ 96 จงหาเลขจำนวนนั้น
8. แบ่งส้ม 40 ผล ออกเป็นสองกอง ให้ 2 เท่าของกองมากเท่ากับสามเท่าของกองน้อย
9. เลขจำนวนหนึ่งเป็นสามเท่าของเลขอีกจำนวนหนึ่ง เมื่อเอามาววกกันได้ผลลัพธ์ 260 จงหาเลขสองจำนวนนั้น
10. เด็กชายคนหนึ่งมีอายุมากกว่าน้องสาวของเขา 7 ปี แต่อายุของเขาทั้งสองรวมกันได้เท่ากับ 21 ปี เด็กทั้งสองมีอายุคนละกี่ปี
11. เลขสามจำนวนเรียงกัน (เช่น 5, 6, 7) เมื่อเอามาววกกันได้ผลลัพธ์ 45 จงหาเลขทั้งสามจำนวนนั้น
12. เลขจำนวนหนึ่งเป็นสามเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง เมื่อเอา 4 เท่าของเลขจำนวนน้อยบวกกับ 5 เท่าของเลขจำนวนมาก ได้ผลลัพธ์ 133 จงหาเลขสองจำนวนนั้น
13. จงหาเลขสามจำนวนเรียงกัน ซึ่งสองเท่าของเลขจำนวนมากที่สุดบวกกับสามเท่าของเลขจำนวนน้อยที่สุด ได้ผลลัพธ์ 34
14. จงหาเลขคู่สามจำนวนที่เรียงกัน (เช่น 2, 4, 6) เลขสามจำนวนนี้บวกกันได้ 78
15. จงหาเลขสามจำนวนเรียงกัน ซึ่งสามเท่าของเลขจำนวนกลางมากกว่าผลบวกของอีกสองจำนวนอยู่ 22
16. ก อายุมากกว่า ข 2 ปี ข อายุมากกว่า ค 7 ปี อายุของคนทั้งสามรวมกันเท่ากับ 34 ก, ข, และ ค มีอายุคนละกี่ปี
17. จงแบ่งผลไม้ 99 ผล ออกเป็นสองกอง ให้ $\frac{4}{5}$ ของกองหนึ่งเท่ากับ $\frac{2}{3}$ ของอีกกองหนึ่ง

18. นายประหยดซื้อเสื้อมาสองตัว ตัวหนึ่งราคาแพงกว่าอีกตัวหนึ่ง 2.50 บาท เสื้อสองตัวราคา 32.50 บาท เสื้อราคาตัวละเท่าไร
19. นักเรียนสองห้องเรียนรวมกันมีจำนวน 68 คน ถ้าเอนักเรียน 6 คน จากห้องเรียนหนึ่งไปไว้ในอีกห้องหนึ่งแล้ว จำนวนนักเรียนสองห้องนั้นจะเท่ากัน เดิมห้องเรียนหนึ่ง ๆ มีนักเรียนกี่คน
20. ด้านทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากยาวรวมกัน 24 นิ้ว ถ้าด้านยาว ยาวเป็นสามเท่าของด้านกว้าง สี่เหลี่ยมมุมฉากนี้มีด้านกว้าง ด้านยาว ยาวด้านละกี่นิ้ว สี่เหลี่ยมนี้จะมีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว
21. ชายคนหนึ่งอายุมากกว่าบุตรชาย 17 ปี ในเวลาอีก 10 ปี เขาจะมีอายุเป็น 2 เท่าของบุตรของเขา ปัจจุบันชายคนนี้อายุเท่าไร และบุตรชายอายุเท่าไร
22. จงหาเลขจำนวนหนึ่ง ซึ่งเมื่อเอา 6 คูณ แล้วเอา 9 ลบออกจะเท่ากับเมื่อเอา 4 คูณ แล้วเอา 11 บวก
23. สามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีฐานยาว 13 เซนติเมตร และมีเส้นวัดโดยรอบรูปยาว 35 เซนติเมตร ด้านอีกสองด้านยาวด้านละเท่าไร
24. ด้านหนึ่ง ๆ ของสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากับด้านหนึ่งของสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้ายลบวชของด้านทุกด้านของสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมยาวเท่ากับ 84 นิ้ว จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

บทที่ 9

สัดส่วน (Proportion)

- 9.1 สัดส่วนเชิงเดียว (Simple Proportion) เมื่ออัตราส่วนสองคู่มีค่าเท่ากัน เรียกว่าอัตราส่วนนั้นเป็นสัดส่วนกัน เช่น $6:9$ กับ $12:18$ สองอัตราส่วนนี้มีค่าเท่ากัน เพราะเมื่อทอนเป็นอย่างต่ำแล้วได้ $2:3$ เหมือนกัน เราเรียกว่าอัตราส่วนสองคู่นี้เป็นสัดส่วนกันและนิยมเขียนดังนี้

$$6:9 :: 12:18$$

$$\text{หรือ } 6:9 = 12:18 \text{ หรือ } \frac{6}{9} = \frac{12}{18}$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้า $a:b$ กับ $c:d$ เป็นสัดส่วนกันก็อาจเขียนได้เป็น $a:b :: c:d$ หรือ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ เช่นเดียวกัน

สัดส่วนประกอบด้วยจำนวน 4 จำนวนหรือพจน์เปรียบเทียบกับ และเรียกพจน์ดังนี้ พจน์แรก (พจน์ที่หนึ่ง) พจน์ท้าย (พจน์ที่สี่) พจน์ที่สอง พจน์ที่สาม (สองพจน์นี้ บางทีเรียกรวมว่า พจน์กกลาง)

- 9.2 เนื่องจาก อาจเอาจำนวนใดจำนวนหนึ่งคูณและหารพจน์ของอัตราส่วนทั้งสองพจน์โดยไม่ทำให้ค่าของอัตราส่วนเปลี่ยนแปลง ฉะนั้นอาจทำอัตราส่วนเดียวนี้เป็นอัตราส่วนหลาย ๆ อัตราส่วนที่เท่ากัน หรือ เป็นสัดส่วนกันโดยไม่สิ้นสุด เช่น $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{8}{16} = \frac{9}{18} = \dots$

- 9.3 ถ้าอัตราส่วนสองคู่เป็นสัดส่วนกันแล้ว ผลคูณของพจน์แรกกับพจน์ท้าย จะเท่ากับผลคูณของพจน์กกลาง

$$(ก) \quad 4:7 = 12:21$$

$$\frac{4}{7} = \frac{12}{21}$$

$$4 \times 21 = 12 \times 7$$

$$84 = 84$$

$$(๒) \quad 18 : 27 = 5 : 7 \frac{1}{2}$$

$$18 \times 7 \frac{1}{2} = 5 \times 27$$

$$135 = 135$$

9.4 เมื่ออัตราส่วนสองคู่เป็นสัดส่วนกัน อาจหาพจน์ใดพจน์หนึ่ง จากพจน์ที่ทราบค่าสามพจน์ และอาจหาได้ดังนี้

เนื่องจาก พจน์แรก : พจน์ที่สอง = พจน์ที่สาม : พจน์ท้าย

และ พจน์แรก $\times$ พจน์ท้าย = พจน์ที่สาม $\times$ พจน์ที่สอง

$$\text{ฉะนั้น พจน์แรก} = \frac{\text{พจน์ที่สาม} \times \text{พจน์ที่สอง}}{\text{พจน์ท้าย}}$$

$$\text{พจน์ที่สอง} = \frac{\text{พจน์แรก} \times \text{พจน์ท้าย}}{\text{พจน์ที่สาม}}$$

$$\text{พจน์ที่สาม} = \frac{\text{พจน์แรก} \times \text{พจน์ท้าย}}{\text{พจน์ที่สอง}}$$

$$\text{พจน์ท้าย} = \frac{\text{พจน์ที่สาม} \times \text{พจน์ที่สอง}}{\text{พจน์แรก}}$$

9.5 สัดส่วนต่อเนื่อง (Continued Proportion)

จำนวนจะเป็นสัดส่วนต่อเนื่องกัน ก็เมื่อจำนวนแรกต่อจำนวนที่สอง เท่ากับอัตราส่วนของจำนวนที่สองต่อจำนวนที่สาม และต่อไป เช่น 4, 6, 9 เป็นสัดส่วนต่อเนื่องเมื่อ $4 : 6 = 6 : 9$ หรือ a, b, c, d เป็นสัดส่วนต่อเนื่องเมื่อ $a : b = b : c = c : d$ สำหรับสัดส่วนต่อเนื่องที่มีสามพจน์ เรียกพจน์ทั้งสามเป็น พจน์แรก พจน์กลาง และพจน์ท้าย

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ที่ใช้อักษร x เขียนแทน

$$4 : 6 = x : 12$$

วิธีทำ

$$4 \times 12 = 6 \times x$$

$$6x = 48$$

$$x = 8$$

ตอบ 8

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ท้ายที่ทำให้ 15.3, 2.89, .171 เป็นสัดส่วนกัน

วิธีทำ สมมติให้ x เป็นพจน์ท้าย

$$15.3 : 2.89 = .171 : x$$

$$15.3 \times x = .171 \times 2.89$$

$$x = \frac{.171 \times 2.89}{15.3}$$

$$= \frac{171 \times 289}{1530000}$$

$$= \frac{323}{10000} = .0323$$

ตอบ พจน์ท้ายเท่ากับ .0323

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ท้ายของสัดส่วนต่อเนื่อง ซึ่งมีพจน์แรกและพจน์กลางเป็น 3 และ 5

วิธีทำ ให้ x เป็นพจน์ท้าย

$$\therefore 3 : 5 = 5 : x$$

$$3 \times x = 5 \times 5$$

$$x = \frac{25}{3} = 8 \frac{1}{3}$$

ตอบ $8 \frac{1}{3}$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์กลางของสัดส่วนต่อเนื่อง ซึ่งมีพจน์แรกและพจน์ท้ายเป็น 4 และ 36

วิธีทำ ให้ x เป็นพจน์กลาง

$$\therefore 4 : x = x : 36$$

$$4 \times 36 = x \times x = x^2$$

$$x^2 = 144 = 12 \times 12$$

$$x = 12$$

ตอบ 12

แบบฝึกหัดที่ 9 ก.

จงหาพจน์ที่ใช้ตัวอักษร x เขียนแทน จากสัดส่วนต่อไปนี้

- | | |
|--|---|
| 1. $21 : x = 28 : 40$ | 2. $6 : 14 = x : 28$ |
| 3. $x : 24 = 5 : 15$ | 4. $7 : 18 = 21 : x$ |
| 5. $8a : x = 6n : 3n$ | 6. $7 : x = 35a : 90a$ |
| 7. $3.6 : 4.2 = 6.6 : x$ | 8. $.27 : x = 2.1 : 91$ |
| 9. $27 : x = 51 : 119$ | 10. $x : 3\frac{1}{4} = 8\frac{4}{7} : 11\frac{1}{7}$ |
| 11. $\frac{1}{2}a : \frac{1}{3}a = x : \frac{1}{2}b$ | 12. $5\frac{1}{4} : 9\frac{4}{5} = x : \frac{14}{15}$ |
| 13. $6a : 7a = 12b : x$ | 14. $14b : 21b = x : 39c$ |
| 15. $24m : 51m = 104 : x$ | 16. $x : 29p = 92t : 116t$ |

จงหาพจน์ท้ายของสัดส่วนต่อเนื่อง ซึ่งมีพจน์แรกและพจน์กลางดังต่อไปนี้

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 17. 9 และ 15 | 18. 5 และ 1.8 |
| 19. 49 บาท และ 56 บาท | 20. 2.75 เมตร และ 8.8 เมตร |
| 21. $\frac{1}{24}$ และ $\frac{1}{60}$ | 22. $\frac{8}{9}$ กิโลกรัม และ $\frac{7}{15}$ กิโลกรัม |

จงหาพจน์กลางของสัดส่วนต่อเนื่อง ซึ่งมีพจน์แรกและพจน์ท้ายดังต่อไปนี้

- | | |
|---|----------------------------|
| 23. 4 และ 49 | 24. 48 และ 27 |
| 25. 32 ไร่ และ 50 ไร่ | 26. 1.8 เมตร และ 16.2 เมตร |
| 27. จงหาพจน์ท้ายของสัดส่วนต่อเนื่องที่มีพจน์แรกและพจน์กลางเป็น a และ b | |
| 28. จงหาพจน์กลางของสัดส่วนต่อเนื่อง ซึ่งมีพจน์แรกและพจน์ท้าย เป็น m และ n | |

9.6 การใช้สัดส่วน

เนื่องจากสัดส่วนเป็นวิธีการนำอัตราส่วนสองอัตราส่วนที่เท่ากันมาเทียบให้สัมพันธ์กัน หรือมาเข้าเป็นรูปสมการ เช่น :-

$$(ก) \quad \frac{\text{น้ำหนักของสิ่งของ}}{\text{น้ำหนักของสิ่งของ}} = \frac{\text{ราคาของสิ่งของ}}{\text{ราคาของสิ่งของ}} \quad (\text{สิ่งของชนิดเดียวกัน})$$

$$\text{หรือ} \quad \frac{\text{น้ำตาล 2 กก.}}{\text{น้ำตาล 6 กก.}} = \frac{\text{ราคา 7 บาท}}{\text{ราคา 21 บาท}}$$

$$(ข) \quad \frac{\text{จำนวนคนทำงาน}}{\text{จำนวนคนทำงาน}} = \frac{\text{จำนวนวันที่ทำงานแล้ว}}{\text{จำนวนวันที่ทำงานแล้ว}}$$

$$\text{หรือ} \quad \frac{\text{คนทำงาน 35 คน}}{\text{คนทำงาน 14 คน}} = \frac{\text{ทำงานเสร็จใน 5 วัน}}{\text{ทำงานเสร็จใน 2 วัน}}$$

ฉะนั้นถ้าเราทราบจำนวนสามจำนวน ก็อาจหาจำนวนที่ยังขาดอยู่ได้ตามหลักที่ได้ทำมาแล้วในข้อ 9.4 และ 9.5 แต่ในการทำโจทย์เกี่ยวกับสัดส่วนนั้น จะต้องจับจำนวนที่กำหนดในโจทย์มาเทียบเป็นอัตราส่วน และเข้าเป็นรูปสัดส่วนให้ถูกต้อง เพราะสัดส่วนมีสองประเภท คือ สัดส่วนตรง (Direct Proportion) และสัดส่วนกลับ หรือสัดส่วนผกผัน (Inverse Proportion)

9.7 สัดส่วนตรง (Direct Proportion)

สัดส่วนตรงได้แก่สมการที่มีอัตราส่วนสองอัตราส่วนอยู่คนละข้างของเครื่องหมายเท่ากับ และอัตราส่วนสองข้างนั้นเพิ่มขึ้นหรือลดลงได้ส่วนกัน เช่นถ้าข้างซ้ายเป็นน้ำหนักของสิ่งของ ข้างขวาเป็นราคาของสิ่งของตามน้ำหนัก และในการเปรียบเทียบอัตราส่วนข้างซ้าย โดยเอาน้ำหนักน้อยไว้เป็นพจน์ที่หนึ่ง เอาน้ำหนักมากไว้เป็นพจน์ที่สอง อัตราส่วนทางขวาซึ่งเป็นราคาของ ก็ต้องเอาราคาของ ของที่มีน้ำหนักน้อยไว้เป็นพจน์ที่หนึ่งของราคาของ ของที่มีน้ำหนักมากไว้เป็นพจน์ที่สอง ดังตัวอย่าง ข้อ 9.6 (ก)

น้ำตาล 2 กิโลกรัมราคา 7 บาท น้ำตาล 6 กิโลกรัมราคา 21 บาท เมื่อเทียบสัดส่วนก็เป็น

$$\frac{\text{น้ำตาล 2 กิโลกรัม}}{\text{น้ำตาล 6 กิโลกรัม}} = \frac{\text{ราคา 7 บาท}}{\text{ราคา 21 บาท}}$$

และถ้าจะเอาจำนวนมากไว้เป็นพจน์ที่หนึ่ง เอาจำนวนน้อยไว้เป็นพจน์ที่สอง ก็ทำได้ แต่ต้องทำทั้งสองอัตราส่วน อัตราส่วนจึงจะเป็นสัดส่วนกัน เช่น

$$\frac{\text{น้ำตาล 6 กิโลกรัม}}{\text{น้ำตาล 2 กิโลกรัม}} = \frac{\text{ราคา 21 บาท}}{\text{ราคา 7 บาท}}$$

ในการนำวิธีเทียบสัดส่วนไปใช้ในการคำนวณหาราคาสั่งของและอื่น ๆ ถ้าได้นี้ก็ถึงความเป็นจริงแล้วจะทำให้เทียบสัดส่วนได้ไม่ผิด การคำนวณแบบสัดส่วนตรงนี้คล้ายกับการคำนวณโดยวิธีบัญญัติไตรยางศ์ส่วนตรง

ตัวอย่างที่ 1 ไข่ 10 ฟองราคา 4 บาท 50 สตางค์ ไข่ 100 ฟอง
ราคาเท่าไร

วิธีทำ ให้ x บาท เป็นราคาไข่ 100 ฟอง
ไข่ 10 ฟอง : ไข่ 100 ฟอง = ราคา 4.50 บาท : x บาท
(ตามข้อ 9.4) $\therefore x$ (พจน์ที่สี่) = $\frac{100 \times 4.50}{10}$ บาท
= 45 บาท

ตอบ ไข่ 100 ฟองราคา 45 บาท

อธิบาย อาจเทียบโดยวิธีบัญญัติไตรยางศ์ส่วนตรงได้ดังนี้

ไข่ 10 ฟอง	ราคา	4.50	บาท
“ 1 “ “	“	$\frac{4.50}{10}$	บาท
“ 100 “ “	“	$\frac{4.50 \times 100}{10}$	= 45 บาท

ส่วนในการเทียบสัดส่วนนั้นอาจทำเป็นดังนี้ก็ได้

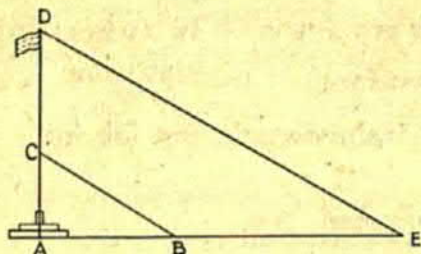
(ก) ไข่ 100 ฟอง : ไข่ 10 ฟอง = ราคา x บาท : ราคา 4.50 บาท
(ตามข้อ 9.4) x (พจน์ที่สาม) = $\frac{100 \times 4.50}{10}$, = 45 บาท

(ข) ราคา x บาท : ราคา 4.50 บาท = ไข่ 100 ฟอง : ไข่ 10 ฟอง
(ตามข้อ 9.4) x (พจน์แรก) = $\frac{100 \times 4.50}{10}$ = 45 บาท

- (ค) ราคา 4.50 บาท : ราคา x บาท = ไช้ 10 ฟอง : ไช้ 100 ฟอง
 (ตามข้อ 9.4) $x(\text{พจน์ที่สอง}) = \frac{4.50 \times 100}{10} = 45$ บาท
 (นักเรียนควรจำสูตรการหาพจน์ตามข้อ 9.4 ให้คล่อง)

แบบฝึกหัดที่ 9 ข.

1. สมุด 1 โหล ราคา 32 บาท ซื้อสมุด 108 เล่มสิ้นเงินเท่าไร
2. ชายคนหนึ่งทำงานอย่างหนึ่งใน 40 สัปดาห์ได้เงิน 1750 บาท เขาจะต้องทำงานนานกี่สัปดาห์จึงจะหาเงินได้ 700 บาท
3. ถ้าคน 12 คน เกี่ยวข้าวได้ 27 ไร่ แล้วเสร็จในระยะเวลาหนึ่ง ถ้ามีคน เกี่ยวข้าว 8 คน เกี่ยวข้าวในเวลาเท่าเดิมนั้น จะเกี่ยวข้าวได้กี่ไร่
4. รถไฟแล่นในเวลา 64 นาที ได้ทาง 40 ไมล์ ถ้าแล่นในเวลา 24 นาที จะได้ทางเท่าไร
5. ชาวนา 48 คน เกี่ยวข้าว 20 ไร่ แล้วเสร็จในหนึ่งสัปดาห์ ถ้าให้ชาวนา 156 คน เกี่ยวข้าวในหนึ่งสัปดาห์ จะเกี่ยวข้าวได้กี่ไร่
6. ถ้วยแก้ว 108 ใบ ราคา 116 บาท 10 สดางค์ ถ้าซื้อเพียง 72 ใบ จะสิ้นเงินเท่าไร
7. ชายคนหนึ่งขี่จักรยานในเวลา 1 ชั่วโมง 25 นาที ได้ทาง 13 ไมล์ ถ้าเขาขี่จักรยานได้ เป็นทาง 9 ไมล์ จะกินเวลานานเท่าไร
8. ค่าเช่าที่ดิน 252 ตารางวา เป็นเงิน 300 บาทต่อปี ถ้าเช่าที่ดิน 1 ไร่ 2 งาน 30 ตารางวา จะเป็นเงินกี่บาทต่อปี
9. เรือลำหนึ่งมีอาหารพอสำหรับคน 150 คน เป็นเวลานาน 7 วัน ถ้ามี คนเพียง 70 คน จะมีอาหารพอกินไปได้นานกี่วัน
10. นักเรียนคนหนึ่งสูง 5 ฟุต ต้องการจะวัดดูว่าเสาธงของโรงเรียนสูงเท่าไร เขาจึงไปยืนอยู่ติดกับเสาธง แล้วกำหนดจุดปลายเงาของเขากับเงาของ เสาธงไว้ แล้ววัดดูปรากฏว่า เงาของเขายาว 7 ฟุต เงาของเสาธง ยาว 35 ฟุต



เขาคำนวณหาความสูงของเสาธง
โดยใช้คุณสมบัติของรูปสาม
เหลี่ยมที่คล้ายคลึงกัน
สองรูปคือ ABC
กับ AED

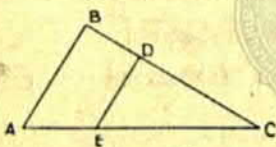
$$\frac{\text{ความสูงของตัวเสา (AC)}}{\text{ความยาวของเงาเสา (AB)}} = \frac{\text{ความสูงของเสาธง (AD)}}{\text{ความยาวของเงาเสาธง (AE)}}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{\text{ความสูงของเสาธง}}{35}$$

นักเรียนผู้คำนวณหาความสูงของเสาธงได้ยาวเท่าไร?

11. ถ้าเงาของหลักซึ่งสูง 3 ฟุต 7 นิ้ว ยาว 4 ฟุต 9 นิ้ว ในเวลาเดียวกัน
เงาของเจดีย์ยาว 158 ฟุต 4 นิ้ว เจดีย์สูงเท่าไร

12.

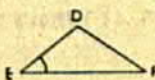
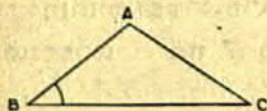


สามเหลี่ยม ABC กับสามเหลี่ยม CDE
เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายคลึงกัน
ถ้า $AB = 15$ ซม. $AE = 2$ ซม.

$AC = 30$ ซม. $BD = 8$ ซม. $CD = 16$ ซม. ED จะยาวเท่าไร
จงคำนวณหาโดยใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายคลึงกัน คือ

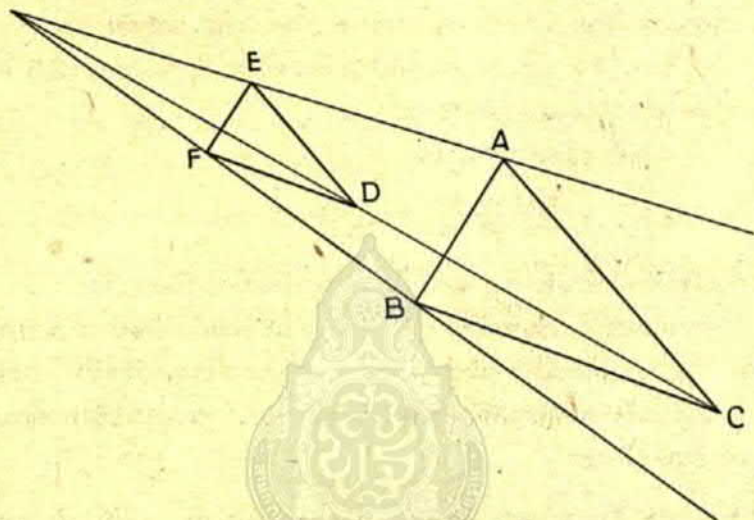
$$\frac{EC}{AC} = \frac{DC}{BC} = \frac{DE}{AB}$$

13. สามเหลี่ยม ABC กับสามเหลี่ยม DEF เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายคลึงกัน
สองรูป



ถ้า $AB = 24$ นิ้ว
 $BC = 44$ นิ้ว
 $EF = 22$ นิ้ว
DE จะยาวเท่าไร

14.



สามเหลี่ยม ABC กับ DEF เป็นสามเหลี่ยมคล้ายคี่ถึงกัน ถ้า $AB = 4\frac{1}{2}$ ซม. $BC = 7\frac{1}{2}$ ซม. $CA = 6$ ซม. และ $DF = 2\frac{1}{2}$ ซม. ด้าน ED และ EF จะยาวด้านละเท่าไร

9.8 สัดส่วนกลับ หรือสัดส่วนผกผัน (Inverse Proportion)

สัดส่วนกลับได้แก่สมการที่มีอัตราส่วนสองอัตราส่วน อยู่คนละข้าง อัตราส่วนของสัดส่วนเพิ่มขึ้นหรือลดลงไม่ได้ส่วนกัน คือถ้าอย่างหนึ่งเพิ่ม อีกอย่างหนึ่งลด ถ้าอย่างหนึ่งลดอีกอย่างหนึ่งเพิ่ม กลับกัน เช่น

ชาย 14 คน ก่อกำแพงแห่งหนึ่งแล้วใน 5 วัน ชาย 35 คน ก่อกำแพงเท่าเดิมนั้นแล้วใน 2 วัน

เมื่อเทียบสัดส่วนก็จะเป็น

$$\frac{\text{ชาย 14 คน}}{\text{ชาย 35 คน}} = \frac{2 \text{ วัน}}{5 \text{ วัน}}$$

ซึ่งเมื่อเทียบเกี่ยวกับจำนวนคน เอาจำนวนคนน้อยเป็นพจน์ที่หนึ่ง เอาจำนวนคนมากไว้เป็นพจน์ที่สอง แต่เวลาเปรียบเทียบกับอัตราส่วนของวันที่ทำงาน แทนที่จะเอาจำนวนวันที่พวกคนน้อยทำเป็นพจน์ที่หนึ่ง กลับเอาจำนวนวันที่พวกคนมากทำเป็นพจน์ที่หนึ่ง เอาจำนวนวันของพวกคนน้อยทำเป็นพจน์ที่สอง

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าชาย 42 คน ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 165 วัน จะต้อง
มีชายกี่คนทำงานนี้ให้แล้วใน 45 วัน

วิธีทำ ให้ x คน เป็นจำนวนคนที่ต้องการหา

$$\therefore 42 : x = 45 : 165$$

$$x (\text{พจน์ที่สอง}) = \frac{42 \times 165}{45} \text{ คน}$$

$$= 154 \text{ คน}$$

ตอบ จะต้องมีชาย 154 คน

อธิบาย อาจตั้งเทียบเป็นรูปสมการ $\frac{42}{x} = \frac{45}{165}$ แล้วแก้สมการหา x ก็ได้
ประการสำคัญก็คือการจัดเข้าอัตราส่วน จะต้องคิดถึงความจริงว่าคน
42 คน ทำงานแล้วใน 165 วัน ถ้าจะทำให้เสร็จเร็ว จะต้องใช้คน
มาก คำตอบจะต้องได้จำนวนคนมากกว่าเดิม

แบบฝึกหัดที่ 9 ค.

1. ถ้าช่าง 14 คน ก่อกำแพงแถบหนึ่งแล้วใน 5 วัน ช่าง 35 คน จะก่อกำแพงนี้แล้วในกี่วัน
2. ชนมปังราคาแถวละ 4 บาท จำนวนกี่แถว จึงจะมีราคาเท่ากับชนมปังราคาแถวละ 3.50 บาท จำนวน 240 แถว
3. ชาวนา 63 คน เกี่ยวข้าวในนาแปลงหนึ่งแล้วใน 16 วัน ถ้าชาวนา 84 คน เกี่ยวข้าวในนาแปลงนี้ กี่วันจึงจะแล้ว
4. รถลีนค้าแล่นด้วยความเร็วชั่วโมงละ 24 ไมล์ เป็นเวลา 3 ชั่วโมง 15 นาที ถ้ารถด่วนแล่นด้วยความเร็วชั่วโมงละ 40 ไมล์ เป็นเวลานานเท่าไรจึงจะได้ทางเท่ารถลีนค้าแล่นใน 3 ชั่วโมง 15 นาที
5. ถ้า ก เดินทางได้ $5\frac{1}{4}$ กิโลเมตร ข จะเดินทางได้ $4\frac{7}{8}$ กิโลเมตร ข จะต้องเดินทางเป็นเวลานานเท่าไร จึงจะได้ทางเท่ากับ ก เดินใน $6\frac{1}{2}$ ชั่วโมง
6. ถ้าคนงาน 75 คน ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 20 วัน คนงาน 100 คน จะทำงานนั้นแล้วในกี่วัน
7. ต้องการจะเอาผ้าราคาเมตรละ 22.50 บาท ไปแลกกับรองเท้าราคาคู่ละ 216 บาท จำนวน 345 คู่ จะต้องมีผ้าทั้งหมดกี่เมตร
8. มีเงินจำนวนหนึ่งพอที่จะซื้อที่ดิน 112 ตารางวา ราคาตารางวาละ 210 บาท ถ้าจะซื้อที่ดินราคาตารางวาละ 294 บาท ด้วยเงินจำนวนเดิมนั้น จะซื้อที่ดินได้กี่ตารางวา
9. ถัดหน้าของรถคันหนึ่งมีเส้นรอบวงยาว 8 ฟุต หมุนในระยะทางหนึ่งได้ 3,454 รอบ ถัดหน้ารถคันหนึ่งมีเส้นรอบวงยาว 11 ฟุต จะหมุนในระยะทางเดิมได้กี่รอบ
10. จะต้องมีคนงานกี่คนจึงจะทำงานอย่างหนึ่งให้เสร็จใน p วัน และงานนั้นคนงาน 30 คน เคยทำเสร็จใน q วัน

9.9 สัดส่วนหลายเชิง (Compound Proportion)

เมื่ออัตราส่วนใดหรือทั้งสองอัตราส่วนในสัดส่วนหนึ่ง ประกอบด้วยอัตราส่วนสองอัตราส่วนหรือมากกว่าคูณกัน สัดส่วนนั้นเป็นสัดส่วนหลายเชิง เช่น

$$(ก) \quad \left. \begin{array}{l} 5 : 8 \\ 4 : 3 \end{array} \right\} = \frac{5}{6}$$

$$\text{หรืออาจเขียนเป็น } \frac{5 \times 4}{8 \times 3} = \frac{5}{6}$$

$$\text{นั่นคือ } 20 : 24 = 5 : 6$$

$$(ข) \quad \left. \begin{array}{l} 3 : 2 \\ 7 : 9 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 7 : 8 \\ 4 : 3 \end{array} \right.$$

$$\text{หรืออาจเขียนเป็น } \frac{3 \times 7}{2 \times 9} = \frac{7 \times 4}{8 \times 3}$$

$$\text{นั่นคือ } 21 : 18 = 28 : 24$$

สัดส่วนหลายเชิงเมื่อทบทวนเข้าด้วยกันแล้วก็เป็นรูปสัดส่วนเชิงเดียวนั่นเอง ดังตัวอย่างข้อ ก และ ข ข้างบน

9.10 เมื่อเราสัดส่วนหลายสัดส่วนมาทบทวนเข้าด้วยกันดังนี้ เราอัตราส่วนข้างซ้ายของเครื่องหมาย :: หรือ = คูณกัน เราอัตราส่วนข้างขวาของเครื่องหมาย :: หรือ = คูณกัน จะทำให้เกิดสัดส่วนใหม่ขึ้น

$$\underline{\text{ตัวอย่าง}} \quad 3 : 5 = 6 : 10 \text{ หรือ } \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

$$9 : 12 = 3 : 4 \quad \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$3 : 12 = 4 : 16 \quad \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$$

เราข้างซ้ายคูณกัน และเราข้างขวาคูณกัน ได้

$$\therefore \frac{3 \times 9 \times 3}{5 \times 12 \times 12} = \frac{6 \times 3 \times 4}{10 \times 4 \times 16}$$

$$\frac{9}{80} = \frac{9}{80}$$

9.11 โจทย์เกี่ยวกับสัดส่วนหลายเชิง

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ที่ใช้ตัวอักษร x แทน

$$\left. \begin{array}{l} (ก) \quad 2:3 \\ \quad \quad 15:7 \end{array} \right\} = x:5$$

$$\left. \begin{array}{l} (ข) \quad 4:11 \\ \quad \quad 5:x \end{array} \right\} = 10:33$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} (ก) \quad \frac{2}{3} \times \frac{15}{7} &= \frac{x}{5} \\ \frac{10}{7} &= \frac{x}{5} \\ x &= \frac{10 \times 5}{7} \\ &= \frac{50}{7} = 7\frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\text{ตอบ } x = 7\frac{1}{7}$$

$$\begin{aligned} (ข) \quad \frac{4}{11} \times \frac{5}{x} &= \frac{10}{33} \\ \frac{20}{11 \times x} &= \frac{10}{33} \end{aligned}$$

$$\text{เอา } 10 \text{ หารทั้งสองข้าง } \frac{2}{11x} = \frac{1}{33}$$

$$2 \times 33 = 11x$$

$$x = \frac{66}{11} = 6$$

$$\text{ตอบ } x = 6$$

อธิบาย

ทำอย่างเดียวกันกับการแก้สมการ

$$\text{ตัวอย่างที่ 2} \quad \text{ถ้า } A:B = 3:2$$

$$B:C = 6:7$$

$$C:D = 5:9$$

จงหาอัตราส่วน A:D

วิธีทำ

$$\frac{A \times B \times C}{B \times C \times D} = \frac{3 \times 6 \times 5}{2 \times 7 \times 9}$$

$$\frac{A}{D} = \frac{5}{7}$$

$$\therefore A:D = 5:7$$

อธิบาย

เอาพจน์ที่หนึ่งของทุกอัตราส่วนคูณกัน และเอาพจน์ที่สองของทุกอัตราส่วนคูณกัน แล้วเทียบสัดส่วน โดยใช้วิธีทอนเศษส่วน เป็นอย่างต่ำทั้งสองข้าง

ตัวอย่างที่ 3

ด้านของจัตุรัสสองรูปเป็นอัตราส่วน 3:8 ถ้าจัตุรัสรูปเล็กมีพื้นที่ 54 ตารางนิ้ว จัตุรัสรูปใหญ่มีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว

วิธีทำ

ให้ x ตารางนิ้ว เป็นพื้นที่ของจัตุรัสรูปใหญ่

ด้านหนึ่งของจัตุรัสรูปเล็กยาว 3

$$\therefore \text{จัตุรัสรูปเล็กมีพื้นที่ } 3 \times 3 = 9$$

ด้านหนึ่งของจัตุรัสรูปใหญ่ยาว 8

$$\therefore \text{จัตุรัสรูปใหญ่มีพื้นที่ } 8 \times 8 = 64$$

$$\therefore 54:x = 9:64$$

$$9x = 64 \times 54$$

$$x = \frac{64 \times 54}{9}$$

$$= 384$$

ตารางนิ้ว

ตอบ จัตุรัสรูปใหญ่มีพื้นที่ 384 ตารางนิ้ว

อธิบาย

ต้องหาพื้นที่ของจัตุรัสทั้งสองรูป จากด้านที่กำหนดในรูปอัตราส่วนก่อน แล้วจึงเทียบสัดส่วน

ตัวอย่างที่ 4

ถ้าคน 8 คน ขุดคูใน 10 วัน ได้คูยาว 30 เมตร ถ้าให้คน 15 คน ขุดคูใน 6 วัน จะได้คูยาวเท่าไร

วิธีทำ

ในการเทียบสัดส่วนจะต้องพิจารณาว่า อัตราส่วนอะไรเกี่ยวข้องกัน ทบเข้าด้วยกันได้ ก็จัดทบไว้ข้างหนึ่ง โจทย์ข้อนี้

เกี่ยวกับแรงงาน ถ้าคนเท่าเดิม แต่จำนวนวันที่ขุดคูมากหรือน้อย
 จำนวนความยาวของคูที่ขุดได้ก็ย่อมมากหรือน้อยตามจำนวนวันขุด ใน
 ทำนองเดียวกัน ถ้าวันที่ขุดเท่าเดิม จะขุดคูได้ยาวมากหรือน้อยขึ้นอยู่
 กับจำนวนคน ดังนั้นจะเห็นได้ว่าอัตราส่วนของจำนวนคนและจำนวน
 วันเกี่ยวข้องกันโดยตรงกับความยาวของคู จึงจัดทบเข้าด้วยกันไว้ข้าง
 หนึ่ง จำนวนความยาวของคูไว้ข้างหนึ่ง แล้วเทียบสัดส่วน

สมมติให้ x เมตร เป็นจำนวนคูที่ขุดได้

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{ คน} : 15 \text{ คน} \\ 10 \text{ วัน} : 6 \text{ วัน} \end{array} \right\} = 30 \text{ เมตร} : x \text{ เมตร}$$

$$\frac{8 \times 10}{15 \times 6} = \frac{30}{x}$$

$$8 \times 10 \times x = 30 \times 15 \times 6$$

$$x = \frac{30 \times 15 \times 6}{8 \times 10}$$

$$= \frac{135}{4} = 33\frac{3}{4} \text{ เมตร}$$

ตอบ ขุดคูได้ยาว $33\frac{3}{4}$ เมตร

อธิบาย อาจเทียบบัญญัติไตรยางค์ ได้ดังนี้

คน	8 คน	ขุดคูใน	10 วัน	ได้คูยาว	30	เมตร
”	1 ”	”	10 ”	”	$\frac{30}{8}$	”
”	15 ”	”	10 ”	”	$\frac{30 \times 15}{8}$	”
”	15 ”	”	1 ”	”	$\frac{30 \times 15}{8 \times 10}$	”
”	15 ”	”	6 ”	”	$\frac{30 \times 15 \times 6}{8 \times 10}$	”
$= \frac{135}{4} = 33\frac{3}{4}$						เมตร

ตัวอย่างที่ 5 ถ้าคนงาน 8 คน ทำงานใน 9 วัน ได้ค่าจ้างคนละเท่า ๆ กัน ได้เงินรวมกัน 2,160 บาท ถ้ามีเงินอยู่ 3,960 บาทต้องการ จะให้มีเวลาทำงานเพียง 6 วัน จะจ้างคนงานมาที่คนจึงจะพอดี กับเงินที่มีอยู่

วิธีทำ ถ้าพิจารณาเป็นตอน ๆ ดังนี้ จำนวนคนย่อมเป็นสัดส่วนตรงกับ จำนวนเงินที่จ้าง ถ้าเวลาคงที่ และจำนวนคนย่อมเป็นสัดส่วนกลับ กับจำนวนเวลาที่ทำ ถ้าจำนวนคงที่ ดังนั้นอัตราส่วนของจำนวน คนย่อมเท่ากับ อัตราส่วนที่หบเข้าด้วยกันของอัตราส่วนตรงของ จำนวนเงินและอัตราส่วนกลับของเวลา

$$\therefore \left. \begin{array}{l} 2160 \text{ บาท} : 3960 \text{ บาท} \\ 6 \text{ วัน} : 9 \text{ วัน} \end{array} \right\} = 8 \text{ คน} : \text{จำนวนคนที่ต้องการหา}$$

ให้ x คน เป็นจำนวนคนที่ต้องการหา

$$\begin{aligned} \frac{2160}{3960} \times \frac{6}{9} &= \frac{8}{x} \\ 2160 \times 6 \times x &= 8 \times 9 \times 3960 \\ x &= \frac{8 \times 9 \times 3960}{2160 \times 6} \\ &= 22 \end{aligned}$$

ตอบ จะต้องจ้างคนงานมา 22 คน

อธิบาย อาจเทียบบัญญัติไตรยางค์ได้ดังนี้:-

เงิน 2160 บาท	จ้างคนทำงานนาน 9 วัน	จ้างได้	8	คน
" 1 "	" "	9 "	$\frac{8}{2160}$	"
" 3960 "	" "	9 "	$\frac{8 \times 3960}{2160}$	"
" 3960 "	" "	1 "	$\frac{8 \times 3960 \times 9}{2160}$	"
" 3960 "	" "	6 "	$\frac{8 \times 3960 \times 9}{2160 \times 6}$	"
= 22 คน				

แบบฝึกหัดที่ 9 ง.

จงหาพจน์ที่ใช้อักษร x แทน จากข้อต่อไปนี

$$1. \left. \begin{array}{l} 4:3 \\ x:6 \end{array} \right\} = 10:9 \qquad 2. \left. \begin{array}{l} 8:x \\ 17:2 \end{array} \right\} = 102:16\frac{1}{2}$$

$$3. \left. \begin{array}{l} 7.5:3.1 \\ 1.8:2.7 \end{array} \right\} = 4:x \qquad 4. \left. \begin{array}{l} 3:4 \\ 9:2 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 12:5 \\ x:8 \end{array} \right.$$

$$5. 27:x = \left\{ \begin{array}{l} 3:a \\ a:7 \end{array} \right. \qquad 6. \left. \begin{array}{l} 3:x \\ 5:x \end{array} \right\} = 5:12$$

$$7. 12:x = \left\{ \begin{array}{l} x:2 \\ x:9 \end{array} \right. \qquad 8. \left. \begin{array}{l} 5:a \\ 2:7 \end{array} \right\} = b:x$$

$$9. \text{ ถ้า } \begin{array}{l} A:B=3:7 \\ B:C=5:6 \\ C:D=7:9 \end{array}$$

จงหาอัตราส่วน $A:D$

10. อัตราส่วน ของ A ต่อ B เท่ากับ $5:7$ อัตราส่วน B ต่อ C เท่ากับ $8:3$ และอัตราส่วน C ต่อ D เท่ากับ $12:5$ จงหาอัตราส่วน A ต่อ D
11. อัตราการทำงาน ของ A ต่อ B เท่ากับ 4 ต่อ 3 และอัตราการทำงาน ของ B ต่อ C เท่ากับ $2:1$ ถ้า A ทำงานอย่างหนึ่งตัว ใน 6 วัน C จะต้องทำงานนั้นในกี่วันจึงจะเสร็จ
12. ถ้าความแน่นของทองคำขาว ต่อความแน่นของซีเมนต์พาราฟินเป็น $10:1$ ความแน่นของซีเมนต์พาราฟิน ต่อความแน่นของหินเป็น $2.9:9$ และความแน่นของหิน ต่อความแน่นของน้ำเป็น $2.7:1$ จงหาอัตราส่วนของความแน่นของทองคำขาว ต่อความแน่นของน้ำ

13. ถ้านักเรียนกินอยู่ประจำโรงเรียน 6 คน เสียค่ากินอยู่ตลอดเวลา 10 เดือน เป็นเงิน 13,500 บาท ถ้านักเรียน 13 คน กินอยู่เพียง 7 เดือน จะเสียค่ากินอยู่เป็นเงินเท่าไร
14. ค่าใช้จ่ายในต่างจังหวัดสำหรับครอบครัวหนึ่งต่อค่าใช้จ่ายในจังหวัดพระนครเป็น 3 : 4 ถ้าครอบครัวหนึ่งอยู่ในต่างจังหวัดใช้จ่ายเงินเดือนละ 2,250 บาท เมื่อเข้ามาอยู่ในจังหวัดพระนครเป็นเวลานาน 9 เดือน จะต้องใช้จ่ายเงินเท่าไร
15. ชายคนหนึ่งเดินทาง 140 ไมล์ ในเวลา 8 วัน ๆ ละ 7 ชั่วโมง ถ้าเขาเดินทางวันละ 8 ชั่วโมง เป็นเวลา 12 วัน จะเดินทางได้ไกลเท่าไร
16. ช่างตัดเสื้อ 3 คน ตัดเสื้อ 5 ตัว แล้วใน 11 ชั่วโมง ถ้าช่างตัดเสื้อ 11 คน ตัดเสื้อ 15 ตัว จะแล้วในเวลากี่ชั่วโมง
17. คนงาน 18 คน ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 16 วัน โดยทำงานวันละ 10 ชั่วโมง จะต้องใช้คนงานกี่คนทำงานเพียงครึ่งหนึ่งของงานเดิม และให้แล้วในเวลา 45 วัน ทำวันละ 8 ชั่วโมง
18. ท่อน้ำโหมยาว 40 เมตร กว้าง 70 เซนติเมตร จะต้องใช้โหมหนัก 60 กิโลกรัม ถ้าจะมีโหมหนัก 90 กิโลกรัม ใช้ท่อน้ำโหมยาว 35 เมตร จะได้น้ำโหมกว้างกี่เซนติเมตร
19. ทหาร 1,000 คน มีอาหารพอกินไปได้ 12 สัปดาห์ โดยกำหนดให้ทหารคนหนึ่งกินอาหารได้วันละ .5 กิโลกรัม ถ้าจะให้ทหารที่มีอยู่เลี้ยงทหารได้นาน 20 สัปดาห์ และกำหนดให้ทหารคนหนึ่งกินวันละ .45 กิโลกรัม จะต้องมียทหารเหลืออยู่ที่คน
20. ถ้าจุดเทียนไข 12 เล่ม หมักเล่มละ $\frac{1}{8}$ ปอนด์ เป็นเวลานาน 4 คืน คืบละ 6 ชั่วโมง เทียนไขจึงหมด ถ้าใช้เทียนไขหนักเล่มละ $\frac{1}{8}$ ปอนด์ เป็นเวลานาน 3 คืน คืบละ 4 ชั่วโมง จะต้องใช้เทียนไขทั้งหมดกี่เล่ม

21. นายช่างสร้างทางรถไฟได้รับคำสั่งให้วางรางรถไฟยาว 10 ไมล์ ให้เสร็จใน 150 วัน แต่เมื่อให้คนงาน 90 คน วางรางรถไฟไปได้ 3 ไมล์ ก็หมดเวลา 80 วัน นายช่างเห็นว่าจะไม่ทันเวลาตามที่ได้รับคำสั่ง จึงได้หาคนงานมาเพิ่ม นายช่างจะต้องหาคนมาเพิ่มอีกกี่คนงานจึงจะเสร็จทันเวลา
22. ถ้าผู้ใหญ่ 5 คน หรือเด็ก 9 คน ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 19 วัน ถ้าให้ผู้ใหญ่ 13 คน กับเด็ก 7 คน ช่วยกันทำงานซึ่งเป็นสองเท่าของงานเดิม จะแล้วเสร็จในกี่วัน
23. น้ำหนักของแผ่นเหล็กกลมเป็นสัดส่วนกับความหนาและกำลังสองของรัศมีของวงกลม ถ้าแผ่นเหล็กสองแผ่นหนาเป็นอัตราส่วน $12 : 25$ และหนักเป็นอัตราส่วน $4 : 3$ อัตราส่วนของรัศมีของแผ่นเหล็กสองแผ่นนี้จะเป็นเท่าไร
- [ถ้า w เป็นน้ำหนัก, t เป็นความหนา, r เป็นรัศมี แล้ว $\frac{w_1}{w_2} = \frac{t_1 r_1^2}{t_2 r_2^2}$]
24. เหล็กแผ่นหนึ่งยาว 16 ฟุต กว้าง $2\frac{1}{2}$ ฟุต หนา $\frac{2}{9}$ ฟุต หนัก 1,280 ปอนด์ ถ้าแผ่นเหล็กชนิดเดียวกันกว้าง $3\frac{1}{4}$ ฟุต หนา $6\frac{1}{2}$ นิ้ว และหนัก 2,028 ปอนด์ เหล็กแผ่นนี้จะยาวเท่าไร
25. ผู้ใหญ่ 3 คน กับเด็ก 4 คน ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 15 วัน ถ้าให้ผู้ใหญ่ 10 คน กับเด็ก 15 คน ทำงานนั้นจะแล้วในกี่วัน สมมุติว่าผู้ใหญ่ 1 คน ทำงานได้เท่ากับเด็ก 2 คน

บทที่ 10

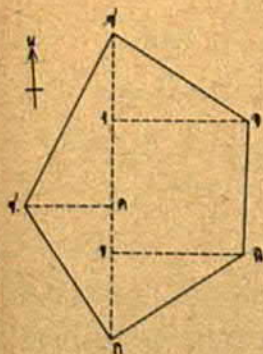
สมุดสนาม

10.1 สมุดสนาม เป็นสมุดบันทึกการรังวัดที่ดินของนักสำรวจ เพื่อนำมาใช้ทำแผนผัง ทำโฉนดที่ดิน ทำแผนที่ การบันทึกนั้นมีหลักกำหนดไว้ดังนี้:-

- ก. กำหนดเส้นยืนหรือเส้นตั้ง เป็นแนวตามทิศใดไปทางทิศเหนือ
- ข. กำหนดเริ่มต้น จากทิศใดไปเหนือ
- ค. กำหนดจุดที่เป็นมุมของพื้นที่ดินไว้ แล้ววัดว่าอยู่ห่างจากเส้นยืนเท่าไร (ลากเส้นตั้งฉากจากมุมที่กำหนดไว้ไปยังเส้นยืน แล้ววัดความยาวของเส้นตั้งฉากนั้น) กำหนดจุดบนเส้นยืนไว้ด้วย
- ง. ลากเส้นตรงเชื่อมจุดที่เป็นอาณาเขตของที่ดินนั้น

จากสมุดสนามนี้ อาจเอามาเขียนแผนผังและคำนวณหาพื้นที่ของที่ดินที่ทำการรังวัดได้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมสี่เหลี่ยมต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้ว แม้ที่ดินจะมีรูปเป็นรูปหลายเหลี่ยมก็ตาม ก็อาจแบ่งรูปหลายเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมได้ ดังตัวอย่างสมุดสนามต่อไปนี้:-

ตัวอย่างสมุดสนาม



	เมตร	
	45	
ถึง ข = 16	23	ถึง จ = 20
	18	
	7	ถึง ฉ = 16
	จาก ก	

ตารางในตัวอย่าง สมุดสนาม ได้กำหนดความยาวของด้านต่าง ๆ ที่จะใช้ในการคำนวณหาพื้นที่ไว้ให้ ความยาวนั้นใช้เส้นยืนหรือเส้นตั้งเป็นหลัก และวัดระยะจากจุดเริ่มทางข้างล่าง (ทิศใต้) ไปยังจุดแต่ละจุด ตามแนวขึ้นไปตามเส้นยืน จุดแต่ละจุดอยู่ตรงข้ามกับมุมของพื้นที่ และได้วัดความยาวของเส้นตั้งฉากจากมุมมายังจุดตรงข้ามนั้นด้วย การกำหนดความยาวของเส้นต่าง ๆ นั้น ได้กำหนดไว้เป็นตารางทางขวามือ จากสมุดสนามนั้นอาจเอามาย่อส่วนเขียนเป็นแผนผังได้ดังรูปทางซ้าย

อ่านตามแนวเส้นยืน กข. ขึ้นไปข้างบนเป็นระยะดังนี้

กข	ยาว	7	เมตร
กค	ยาว	18	เมตร
กก	ยาว	23	เมตร
กช	ยาว	45	เมตร

อ่านตามแนวเส้นยืนไปทางซ้าย คือ คข ยาว 16 เมตร

อ่านตามแนวเส้นยืนไปทางขวา คือ ขค ยาว 16 เมตร

งจ ยาว 20 เมตร

การคำนวณหาพื้นที่ของพื้นที่ทั้งหมดที่ปรากฏในสมุดสนามนั้น ใช้วิธีคำนวณพื้นที่ของรูปเป็นรูป ๆ ไป เฉพาะในตัวอย่างนี้อาจแบ่งออกเป็น 4 รูป

1. รูปสามเหลี่ยม กขช ซึ่งมี กข เป็นฐาน คช เป็นส่วนสูง
2. รูปสามเหลี่ยม งจช ซึ่งเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้าน ขง เป็นฐาน งจ เป็นความสูง
3. รูปสามเหลี่ยม กขค ซึ่งเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้าน กข เป็นความสูง ด้าน ขค เป็นฐาน
4. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ขคจง ซึ่งมีด้าน ขค และ งจ ขนานกัน มี ขง เป็นความสูง

เมื่อคำนวณหาพื้นที่แล้ว เอาพื้นที่ที่คำนวณได้มารวมกันเป็นพื้นที่ทั้งหมดดังนี้

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม ก ข ข} &= \frac{1}{2} \times \text{คข} \times \text{กข} \\ &= \frac{1}{2} \times 16 \times 45 = 360 \quad \text{ตรม.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม ง จ ข} &= \frac{1}{2} \times \text{ขง} \times \text{จข} \\ (\text{ขง} &= \text{กข} - \text{กง}) \\ &= \frac{1}{2} (45 - 23) \times 20 \quad \text{ตรม.} \\ &= \frac{1}{2} \times 22 \times 20 = 220 \quad \text{ตรม.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม ก ข ฉ} &= \frac{1}{2} \times \text{กข} \times \text{ขฉ} \\ &= \frac{1}{2} \times 7 \times 16 = 56 \quad \text{ตรม.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ของสี่เหลี่ยมคางหมู ข ฉ จ ง} &= \frac{1}{2} (\text{ขฉ} + \text{จข}) \times \text{ขง} \\ &= \frac{1}{2} (16 + 20) \times (\text{กง} - \text{กข}) \\ &= \frac{1}{2} \times (16 + 20) \times (23 - 7) \\ &= \frac{1}{2} \times 36 \times 16 \quad \text{ตรม.} \\ &= 288 \quad \text{ตรม.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{พื้นที่ทั้งหมด} &= 360 + 220 + 56 + 288 \quad \text{ตรม.} \\ &= 924 \quad \text{ตารางเมตร}\end{aligned}$$

ตอบ 924 ตารางเมตร

แบบฝึกหัดที่ 10 ก.

1. จงเขียนแผนผังของที่ดินแปลงหนึ่ง ดังได้บันทึกไว้ในสมุดสนามต่อไปนี้ และจงคำนวณหาพื้นที่ดินด้วย

	เมตร	
ถึง ร = 27	ถึง ฉ = 63	
	ถึง จ = 47	
ถึง ข = 20	ถึง ง = 45	ถึง ส = 20
	ถึง ค = 26	
	ถึง ข = 23	ถึง ช = 25
	จาก ก	

2. จงเขียนแผนผังของที่ดินแปลงหนึ่ง ดังได้บันทึกไว้ในสมุดสนามต่อไปนี้ และ
จงคำนวณหาพื้นที่ที่ดินเป็นตารางเมตรด้วย

เมตร		
	ถึง จ	
ถึง ฉ = 28	54	ถึง ช = 30
ถึง ซ = 14	36	
	24	
	10	
	จาก ก	

3. จงเขียนแผนผังของที่ดินแปลงหนึ่ง ดังได้บันทึกไว้ในสมุดสนามต่อไปนี้ และ
จงคำนวณหาพื้นที่ที่ดินเป็นตารางฟุตด้วย

ฟุต		
	ถึง ฉ	
ถึง ด = 25	71	ถึง ท = 38
ถึง ต = 36	52	
	38	
	23	
	7	ถึง ถ = 19
	จาก ก	

4. จงเขียนแผนผังของที่ดินแปลงหนึ่ง ดังได้บันทึกไว้ในสมุดสนามต่อไปนี้ แล้ว
คำนวณหาพื้นที่ของที่ดินนี้

วา		
	ถึง ฉ	
ถึง ช = 15	70	ถึง ต = 22
ถึง ซ = 22	58	
	49	
	30	
	18	ถึง ต = 34
	จาก ก	

5. จงหาพื้นที่ของที่ดินแปลงหนึ่ง ดังได้บันทึกไว้ในสมุดสนามข้างล่างนี้

	หลา	
VC = 12	AD = 56 AV = 50 AZ = 40	ZE = 18
YB = 20	AY = 18 AX = 10	XF = 15
	จาก A	

6. จงหาพื้นที่ของที่ดินแปลงหนึ่ง ดังได้บันทึกไว้ในสมุดสนามข้างล่างนี้

	เมตร	
ZD = 80 YE = 40 XF = 60	ถึง C AC = 180 AZ = 150 AY = 120 AX = 50	YB = 50
	จาก A	

7. จงเขียนแผนผังที่ดินแปลงหนึ่ง ดังได้บันทึกไว้ในสมุดสนามข้างล่างนี้ แล้วคำนวณหาพื้นที่เป็น ไร่ งาน และตารางวา

	วา	
ถึง ข = 60	ถึง จ 100 80 20	ถึง ข = 60
	จาก ก	

8. จงเขียนแผนผังที่ดินแปลงหนึ่ง ซึ่งได้บันทึกไว้ในสมุดสนามข้างล่างนี้ แล้วคำนวณหาพื้นที่ด้วย

	ฟุต	
	ถึง ข	
	72	
ถึง ข = 20	57	ถึง ค = 24
	48	ถึง ค = 38
	40	ถึง ง = 20
ถึง น = 18	25	ถึง ท = 30
	17	
	8	
	จาก ก.	

9. จงเขียนแผนผังที่ดินแปลงหนึ่ง ซึ่งได้บันทึกไว้ในสมุดสนามข้างล่างนี้ แล้วคำนวณหาพื้นที่

	เมตร	
	ถึง ง	
	65	
ถึง ค = 30	35	ถึง ค = 37
ถึง ค = 20	จาก ก.	ถึง ข = 15

10. จงหาพื้นที่ของที่ดินแปลงหนึ่ง ซึ่งได้บันทึกไว้ในสมุดสนามข้างล่างนี้

	หลา	
	ถึง ข	
	64	
	55	ถึง ข = 18
ถึง ง = 18	36	ถึง ท = 16
ถึง ค = 9	32	
	10	
	8	ถึง ค = 35
	จาก ก.	

บทที่ 11

การแบ่งส่วน

11.1 การแบ่งส่วน ได้แก่การแบ่งสิ่งของหรือเงินออกไปเป็นส่วนตามความต้องการ เท่าที่ได้เรียนมาแล้วในขั้นต้น ๆ เมื่อต้องการแบ่งอะไรออกเป็นกี่ส่วน ก็เอาจำนวนส่วนไปหารจำนวนที่จะต้องการแบ่ง ได้ผลเป็นส่วนละ ถ้าจะให้ใครก็ส่วนก็เอาจำนวนส่วนไปคูณ ส่วนต่าง ๆ ที่กำหนดให้แบ่งนั้น บางทีก็เป็นจำนวนเต็ม บางทีก็เป็นเศษส่วน บางทีก็เป็นทศนิยม การแบ่งส่วนนั้นโดยมากแบ่งไม่เท่ากัน แบ่งไปตามสัญญาหรือข้อตกลงหรือสิทธิของแต่ละคนมี เช่นแบ่งผลกำไรจากการค้าขายที่ลงทุนร่วมกันและไม่เท่ากัน ย่อมแบ่งกันตามจำนวนเงินทุนที่แต่ละคนได้ลงไป หรือเรียกว่าแบ่งกันไปตามอัตราส่วน ใช้วิธีหรือหลักเกณฑ์ของอัตราส่วน สัดส่วนมาไขแบ่ง

11.2 การแบ่งส่วนตามแนวของสัดส่วนเชิงเดียว

ตัวอย่างที่ 1

จงแบ่งเงิน 3750 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ตามสัดส่วน 3:8:14

วิธีทำ

ก จะได้รับส่วนแบ่ง	3 ส่วน
ข " " "	8 "
ค " " "	14 "

รวมส่วนทั้งหมด $3 + 8 + 14 = 25$ ส่วน

∴ ก จะได้รับเงิน $\frac{3750}{25} \times 3 = 450$ บาท

∴ ข จะได้รับเงิน $\frac{3750}{25} \times 8 = 1200$ บาท

∴ ค จะได้รับเงิน $\frac{3750}{25} \times 14 = 2100$ บาท

<u>ตอบ</u>	{	ก ได้รับเงิน	450 บาท
		ข ได้รับเงิน	1200 บาท
		ค ได้รับเงิน	2100 บาท

ตัวอย่างที่ 2 จงแบ่งเงิน 1,302 บาท ให้แก่ชาย 3 คน ตามสัดส่วนต่อไปนี้ $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}$

วิธีทำ

$$\text{ชายคนที่ 1 ได้รับ } \frac{1}{3} = \frac{10}{30}$$

$$\text{ชายคนที่ 2 ได้รับ } \frac{2}{5} = \frac{12}{30}$$

$$\text{ชายคนที่ 3 ได้รับ } \frac{3}{10} = \frac{9}{30}$$

ทำให้ส่วนเท่ากัน โดยวิธีหา ค.ร.น. เมื่อส่วนเท่ากันแล้วเอาแต่เศษนั้นมาเป็นจำนวนส่วนที่คนทั้งสามได้รับ

$$\therefore \text{ชายคนที่ 1 ได้รับส่วนแบ่ง } 10 \text{ ส่วน}$$

$$\text{” 2 ” ” 12 ”}$$

$$\text{” 3 ” ” 9 ”}$$

$$\text{รวมส่วนทั้งหมด } 10+12+9=31 \text{ ”}$$

$$\therefore \text{คนที่ 1 ได้รับเงิน } \frac{1302}{31} \times 10 = 420 \text{ บาท}$$

$$\text{” 2 ” ” } \frac{1302}{31} \times 12 = 504 \text{ ”}$$

$$\text{” 3 ” ” } \frac{1302}{31} \times 9 = 378 \text{ ”}$$

$$\text{ตอบ } \left\{ \begin{array}{l} \text{ชายคนที่หนึ่งได้รับเงิน 420 บาท} \\ \text{” สอง ” 504 ”} \\ \text{” สาม ” 378 ”} \end{array} \right.$$

ตัวอย่างที่ 3 จงแบ่งเงิน 5,040 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ดังนี้ ถ้า ก ได้รับ 2 บาท ข จะได้รับ 5 บาท และถ้า ข ได้รับ 3 บาท ค จะได้รับ 7 บาท

วิธีทำ

$$ก : ข = 2 : 5$$

$$ข : ค = 3 : 7$$

ทำให้ส่วนของ ข ทั้งสองอัตราเท่ากัน

$$ก : ข = 2 \times 3 : 5 \times 3$$

$$\text{ข:ค} = 3 \times 5 : 7 \times 5$$

$$\therefore \text{ก:ข:ค} = 6:15:35$$

$$\therefore \text{ก ได้รับส่วนแบ่ง} \quad 6 \quad \text{ส่วน}$$

$$\text{ข ได้รับส่วนแบ่ง} \quad 15 \quad "$$

$$\text{ค ได้รับส่วนแบ่ง} \quad 35 \quad "$$

$$\text{รวมส่วนทั้งหมด} \quad 6 + 15 + 35 = 56 \quad \text{ส่วน}$$

$$\therefore \text{ก ได้รับส่วนแบ่ง} \quad \frac{6}{56} \times 5040 = 540 \quad \text{บาท}$$

$$\text{ข} \quad " \quad " \quad \frac{15}{56} \times 5040 = 1350 \quad "$$

$$\text{ค} \quad " \quad " \quad \frac{35}{56} \times 5040 = 3150 \quad "$$

$$\text{ตอบ} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ก ได้รับเงิน} \quad 540 \quad \text{บาท} \\ \text{ข ได้รับเงิน} \quad 1350 \quad \text{บาท} \\ \text{ค ได้รับเงิน} \quad 3150 \quad \text{บาท} \end{array} \right.$$

ตัวอย่างที่ 4 จงแบ่งเงิน 4125 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ให้ ก ได้เป็น 4 เท่าของ ข และ ค ได้รับเท่ากับ $\frac{1}{4}$ ของ ก และ ข รวมกัน

วิธีทำ

$$\text{สมมติให้ ข ได้รับ} \quad 1 \quad \text{ส่วน}$$

$$\text{ก ได้รับเป็น 4 เท่าของ ข คือได้รับ} \quad 1 \times 4 = 4 \quad \text{ส่วน}$$

$$\text{ค ได้รับ} \quad \frac{1}{4} \quad \text{ของ ก และ ข รวมกันคือ ได้รับ} \quad \frac{1}{4}(1+4) = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{ข ได้รับ:กได้รับ:คได้รับ} &= 1:4:\frac{5}{4} \\ &= \frac{4}{4}:\frac{16}{4}:\frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$\text{รวมส่วนทั้งหมด} \quad 4 + 16 + 5 = 25$$

$$\therefore \text{ก ได้รับ 16 ส่วนเป็นเงิน} \quad \frac{16}{25} \times 4125 = 2640 \quad \text{บาท}$$

$$\text{ข ได้รับ 4} \quad " \quad " \quad \frac{4}{25} \times 4125 = 660 \quad "$$

$$\text{ค ได้รับ 5} \quad " \quad " \quad \frac{5}{25} \times 4125 = 825 \quad "$$

$$\text{ตอบ} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ก ได้รับเงิน} \quad 2640 \quad \text{บาท} \\ \text{ข ได้รับเงิน} \quad 660 \quad \text{บาท} \\ \text{ค ได้รับเงิน} \quad 825 \quad \text{บาท} \end{array} \right.$$

อธิบาย ขันนี้อาจทำได้โดยวิธีสมการได้ดังนี้

$$\begin{array}{ll}
 \text{สมมุติให้ } x \text{ ได้รับเงิน} & x \text{ บาท} \\
 \therefore \text{ก} \text{ " " } & 4x \text{ " } \\
 \therefore \text{ค} \text{ ได้รับเงิน} & \frac{1}{4}(4x+x) \text{ " } \\
 \therefore x+4x+\frac{1}{4}(4x+x) = 4125 & \text{" } \\
 \text{เอา 4 คูณตลอด} & 4x+16x+4x+x = 4125 \times 4 \text{ " } \\
 & 25x = 4125 \times 4 \text{ " } \\
 & x = \frac{4125 \times 4}{25} = 660 \\
 \therefore x \text{ ได้รับ} & 660 \text{ บาท} \\
 \text{ก ได้รับ} & 660 \times 4 = 2640 \text{ บาท} \\
 \text{ค ได้รับ} & \frac{1}{4}(660+2640) = 825 \text{ บาท}
 \end{array}$$

แบบฝึกหัดที่ 11 ก.

1. จงแบ่งเงิน 2121 บาท ออกเป็นสองส่วนให้ได้ส่วนแบ่งเป็น 2 : 7
2. จงแบ่ง 483 ออกเป็นสามส่วนให้ได้ส่วนแบ่งเป็น 3, 7, 11 ตามลำดับ
3. จงแบ่ง 46875 ออกเป็นสี่ส่วน ให้ได้ส่วนแบ่งเป็น 1, 4, 4, 6 ตามลำดับ
4. จงแบ่ง 133 ออกเป็นสองส่วน ให้ได้ส่วนแบ่งเป็น $\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$
5. จงแบ่ง 716 ออกเป็นอัตราส่วน $1\frac{3}{7} : 2\frac{5}{6}$
6. จงแบ่ง 46875 ออกเป็นส่วนตามสัดส่วนต่อไปนี้

$$\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$$

7. จงแบ่ง 150 ออกเป็นส่วนตามสัดส่วนต่อไปนี้ 2, 3.2 และ 4.8
8. จงแบ่ง 171 ออกเป็นส่วนตามสัดส่วนต่อไปนี้ 2.7 และ .72
9. จงแบ่ง 2601 ออกเป็นส่วนตามสัดส่วนต่อไปนี้ 1.6, .16, และ 1.13

10. จงแบ่งเงิน 650 ให้แก่ ก และ ข ให้อัตราส่วนของ ก ต่อ ข เป็น 17:83
11. จงแบ่งเงิน 9723 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ตามสัดส่วน 6:7:8
12. จงแบ่งเงิน 1330 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ตามสัดส่วน $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$
13. จงแบ่งส้มเขียวหวาน 224 ผล ให้กระจายตามใบ ให้กระจายแต่ละใบ มีส้มเป็น 3,5 และ 6 ส่วนตามลำดับ
14. ด้านทั้งสามของที่ดินรูปสามเหลี่ยมแปลงหนึ่งยาวรวมกัน 1920 เมตร แต่ยาวเป็นสัดส่วนกันดังนี้ 5,7, และ 8 จงหาความยาวของด้านของสามเหลี่ยมแต่ละด้าน
15. ชายคนหนึ่งแบ่งเงิน 504 บาท ให้แก่บุตรสามคนตามส่วนอายุของบุตร ถ้าบุตรมีอายุ 19, 21 และ 23 ปี ตามลำดับ บุตรคนหนึ่ง ๆ จะได้รับเงินเท่าไร
16. แบ่งเงิน 3124 บาท ให้แก่ชาย 3 คน ให้ได้รับส่วนแบ่งตามสัดส่วน $\frac{3}{4}$, $\frac{14}{15}$ และ $\frac{5}{6}$ เขาจะได้รับส่วนแบ่งคนละเท่าไร
17. เจ้าของบ้าน 4 บ้านร่วมกันทำถนนคอนกรีตหน้าบ้านโดยออกเงินตามส่วนความยาวของที่ดินด้านที่จัดถนนคอนกรีต คือ 15 เมตร, 16 เมตร 18 เมตร และ 20 เมตร ถ้าค่าทำถนนเป็นเงิน 9591 บาท เขาจะต้องออกเงินกันคนละเท่าไร
18. โลหะผสมมี เหล็ก ทองแดง ทองเหลือง ตามสัดส่วน 140, 3 และ 9 ตามลำดับ ถ้าส่วนผสมหนัก 1652 กิโลกรัม จะเป็นเหล็ก ทองแดง และทองเหลืองอย่างละกี่กิโลกรัม
19. ดินปืนใช้ส่วนผสมดังนี้ ดินประสิว 74 ส่วน กำมะถัน 10 ส่วน ถ่าน 15 ส่วน และน้ำ 1 ส่วน ถ้าต้องการผสมให้ได้ดินปืนหนัก 11200 กรัม จะต้องใช้ส่วนผสมหนักอย่างละเท่าไร

20. แบ่งเงิน 3000 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ดังนี้ ถ้า ก ได้รับ 7 บาท ข จะได้รับ 8 บาท และถ้า ข ได้รับ 4 บาท ค จะได้รับ 5 บาท ก, ข และ ค จะได้รับเงินคนละเท่าไร
21. แบ่งเงิน 10470 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ให้ ข ได้รับเป็น 3 เท่าของ ก และ ค ได้รับเท่ากับ ก และ ข รวมกัน ก, ข, และ ค จะได้รับเงินคนละเท่าไร
22. แบ่งเงิน 1650 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ให้ ข ได้รับเป็น 2 เท่าของ ก และให้ ค ได้รับเป็น 2 เท่าของ ก และ ข รวมกัน
23. ก, ข และ ค รับจ้างทำงานอย่างหนึ่ง และตกลงแบ่งเงินค่าจ้างกันเป็นสัดส่วน 10, 9 และ 14 ตามลำดับ ถ้าเขาได้รับค่าจ้างรวมกัน 495 บาท เขาจะได้รับค่าจ้างคนละเท่าไร
24. ทางราชการส่งตำรวจ 684 คน ไปประจำยังเมืองสามเมืองตามสัดส่วนของพลเมือง คือ 10,944; 12,312; 25,992 เมืองหนึ่ง ๆ จะมีตำรวจกี่คน
25. ถ้าแบ่งเงินจำนวนหนึ่งให้แก่คนสามคนตามสัดส่วน 2, 3, และ 5 ชายคนแรกจะได้รับ 91 บาท เงินจำนวนนั้นมีเท่าไร
26. ส่วนผสมอย่างหนึ่งประกอบด้วยของสามสิ่ง ตามสัดส่วนของน้ำหนักดังนี้ 3, 5 และ 9 ถ้าของชนิดที่สองหนัก 2610 กรัม ส่วนผสมทั้งหมดหนักเท่าไร

11.3 การแบ่งส่วนตามแนวของสัดส่วนหลายเชิง

ตัวอย่างที่ 1

จงแบ่งเงิน 2800 บาท ให้แก่ ก, ข, ค และ ง ให้ส่วนของ ก : ส่วนของ ข = 2:3, ให้ส่วนของ ข ต่อส่วนของ ค = 2:3 และส่วนของ ค ต่อส่วนของ ง = 9:16 จะได้รับส่วนแบ่งคนละเท่าไร

<u>วิธีทำ</u>	(1) ก:ข	= 2:3	หรือ 4:6
	(2) ข:ค	= 2:3	หรือ 6:9

$$(3) \quad ค : ง = 9 : 16$$

ทำส่วนของ ข ใน (1) และ (2) ให้เท่ากัน คือเอา 2 คูณ (1) และเอา 3 คูณ (2) อัตราส่วนของ ก, ข, ค, ง ก็จะเป็น 4:6:9:16 ได้ส่วนกันพอดี

$$\text{รวมส่วน} \quad 4 + 6 + 9 + 16 = 35$$

$$\therefore \text{ก ได้รับ} \quad \frac{4}{35} \times 2800 = 320 \text{ บาท}$$

$$\text{ข ได้รับ} \quad \frac{6}{35} \times 2800 = 480 \text{ บาท}$$

$$\text{ค ได้รับ} \quad \frac{9}{35} \times 2800 = 720 \text{ บาท}$$

$$\text{ง ได้รับ} \quad \frac{16}{35} \times 2800 = 1280 \text{ บาท}$$

$$\text{ตอบ} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{ก ได้รับ} & 320 \text{ บาท} \\ \text{ข ได้รับ} & 480 \text{ บาท} \\ \text{ค ได้รับ} & 720 \text{ บาท} \\ \text{ง ได้รับ} & 1280 \text{ บาท} \end{array} \right.$$

ตัวอย่างที่ 2 แบ่งส้ม 725 ผล ออกเป็น 3 กอง ให้กองที่หนึ่งมากกว่ากองที่สาม 125 ผล และให้กองที่สามมากกว่ากองที่สอง 225 ผล จะมีส้มกองละกี่ผล

วิธีทำ สมมติให้กองที่สองมีส้ม 1 ส่วน

กองที่สามมากกว่ากองที่สอง 225 ผล $\therefore$ กองที่สามมี = 1 ส่วน + 225 ผล

กองที่หนึ่งมากกว่ากองที่สาม 125 ผล $\therefore$ กองที่หนึ่งมี

$$= 1 \text{ ส่วน} + 225 + 125 \text{ ผล}$$

รวมส่วนของสามกองได้ = 1 ส่วน + 1 ส่วน + 225 + 1 ส่วน + 225 + 125

$$= 3 \text{ ส่วน} + 575 \text{ ผล}$$

แต่ส้มทั้งหมดมี 725 ผล

คงเหลือส้มเมื่อแบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่ากันอยู่ $725 - 575 = 150$ ผล

$$\therefore \text{กองที่สองมีส้ม } \frac{150}{3} = 50 \text{ ผล}$$

$$\text{กองที่สามมีส้ม } 50 + 225 = 275 \text{ ผล}$$

$$\text{กองที่หนึ่งมีส้ม } 275 + 125 = 400 \text{ ผล}$$

$$\text{ตอบ } \begin{cases} \text{กองที่หนึ่งมีส้ม} & 400 \text{ ผล} \\ \text{กองที่สองมีส้ม} & 50 \text{ ผล} \\ \text{กองที่สามมีส้ม} & 275 \text{ ผล} \end{cases}$$

แบบฝึกหัดที่ 11 ข.

1. จงแบ่งผลไม้ 114 ผล ออกเป็น 4 กอง ตามสัดส่วนต่อไปนี้ กองที่หนึ่ง : กองที่สอง = 3 : 5 กองที่สอง : กองที่สาม = 7 : 9 กองที่สาม : กองที่สี่ = 15 : 17 จะมีผลไม้กองละกี่ผล
2. แบ่งเงิน 3830 บาท ให้แก่ ก, ข, ค และ ง ให้กได้รับเป็นสามเท่าของ ข ค ได้รับเป็นสองเท่าของ ง แต่ ก และ ข ได้รับรวมกันมากกว่า ค กับ ง ได้รับรวมกันอยู่ 95 บาท เขาจะได้รับส่วนแบ่งคนละเท่าไร
3. แบ่งเงิน 6090 บาท ให้แก่ชาย 4 คน หญิง 3 คน และเด็ก 2 คน ให้หญิงคนหนึ่งได้รับน้อยกว่าชายคนหนึ่งอยู่ $\frac{1}{4}$ ให้เด็กคนหนึ่งได้รับน้อยกว่าชายคนหนึ่ง $\frac{1}{2}$ เขาจะได้รับเงินคนละเท่าไร
4. จงแบ่งเงิน 940 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ให้ ข ได้เป็น $\frac{7}{8}$ ของ ก และให้ ค ได้มากกว่า ข 60 บาท เขาจะได้รับเงินคนละเท่าไร
5. เด็กคนหนึ่งเอาสตางค์ใส่กระป๋องออมสินไว้ เมื่อเขานำไปฝากธนาคารออมสิน ปรากฏว่ามีสตางค์อันละสิบเป็น 2 เท่าของ สตางค์อันละยี่สิบห้า สตางค์อันละยี่สิบห้าเป็น 5 เท่าของสตางค์อันละห้าสิบ คิดเป็นเงินรวมกัน 16 บาท 50 สตางค์ จงหาว่ามีสตางค์ในกระป๋องออมสินชนิดละกี่อัน
6. โรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นมีนักเรียนอยู่ 472 คน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่งมีนักเรียนเป็นอัตราส่วนต่อชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง 6 : 5 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สองต่อชั้นมัธยมศึกษาปีที่สาม 4 : 3 จงหาจำนวนนักเรียนชั้นหนึ่ง ๆ

7. ถ้าชาย 12 คน ทำงานได้เท่ากับหญิง 19 คน และหญิง 8 คน ทำงานได้เท่ากับเด็ก 11 คน ถ้าชาย 14 คน หญิง 6 คน และเด็ก 10 คน ทำงานรวมกันได้ค่าจ้าง 1,169 บาท 50 สตางค์ (ถ้าแบ่งกันตามสัดส่วนของงานที่ทำได้) ชาย หญิง และเด็กจะได้รับค่าจ้างคนละเท่าไร
8. ถ้าชาย 7 คน ทำงานได้เท่ากับหญิง 12 คน และหญิง 5 คน ทำงานได้เท่ากับเด็ก 8 คน ถ้าชาย 4 คน หญิง 6 คน และเด็ก 9 คน ทำงานรวมกันได้ค่าจ้าง 1,214 บาท 40 สตางค์ ถ้าแบ่งเงินตามสัดส่วนของงานที่ทำได้ชาย หญิง และเด็กจะได้รับค่าจ้างคนละเท่าไร
9. ชาย 1 คน หญิง 1 คน เด็ก 1 คน รับจ้างขุดดิน ได้ค่าจ้างรวมกัน 225 บาท ชายมาขุดดินเพียง 7 วัน หญิงขุดดินเพียง 6 วัน เด็กขุดดิน 10 วัน ถ้าคิดค่าแรงงานให้เป็นสัดส่วน 15:10:6 ดังนี้ จะได้รับเงินค่าจ้างคนละเท่าไร
10. โรงเรียนประถมศึกษาแห่งหนึ่ง มีนักเรียนชั้นประถมตอนต้น กับนักเรียนชั้นประถมตอนปลายเป็น 20:17 เฉพาะนักเรียนชั้นประถมตอนปลาย จำนวนนักเรียนชายกับจำนวนนักเรียนหญิงเป็นอัตราส่วน 7:5 นักเรียนชั้นประถมตอนต้น จำนวนนักเรียนชาย กับ จำนวนนักเรียนหญิงเป็นอัตราส่วน 10:7 สำหรับชั้นประถมตอนปลาย มีนักเรียนหญิงรวม 75 คน จงหาจำนวนนักเรียนชายทั้งหมด และนักเรียนหญิงทั้งหมด
11. ถ้ากระต่ายกระโดดได้ 7 ครั้ง สุนัขกระโดดได้ 6 ครั้ง แต่กระต่ายกระโดด 4 ครั้ง ได้ทางเท่ากับสุนัขกระโดด 3 ครั้ง ถ้ากระต่ายกระโดดได้ทางทั้งสิ้น 420 เมตร สุนัขจะกระโดดไปได้ทางไกลเท่าไร
12. ถ้าม้าตัวหนึ่งก้าวได้ 10 ก้าว ในขณะที่ม้าตัวที่สองก้าวได้ 9 ก้าว แต่ม้าตัวที่หนึ่งก้าว 6 ก้าว ได้ทางเท่ากับม้าตัวที่สองก้าว 5 ก้าว ถ้าม้าตัวที่หนึ่งวิ่งไปได้ทาง 1,200 เมตร ม้าตัวที่สองจะวิ่งไปได้ทางเท่าไร

13. น้ำหนักของทองเหลืองและเหล็กที่มีปริมาตรเท่ากันเป็นอัตราส่วน 8:7.2
จงหาน้ำหนักของทองเหลืองซึ่งเมื่อเหล็กมีปริมาตรเป็น $\frac{3}{4}$ ของทองเหลือง
ที่ต้องการหานั้นหนัก 200 กิโลกรัม
14. ชวนาจ้างคนจำนวนหนึ่งมีทั้งผู้ใหญ่และเด็กมาเกี่ยวข้าว ให้ค่าจ้าง
ผู้ใหญ่คนละ 24 บาท เด็กคนละ 15 บาทต่อวัน ถ้าเด็ก 3 คน
เกี่ยวข้าวได้เท่ากับผู้ใหญ่ 2 คน และผู้ใหญ่ 4 คนกับเด็ก 5 คน เกี่ยว
ข้าว 22 ไร่ แล้วเสร็จใน 4 วัน ผู้ใหญ่ 6 คน กับเด็ก 7 คน เกี่ยว
ข้าว 48 ไร่ จะได้ค่าจ้างรวมกันเท่าไร

(ทำแรงงานของผู้ใหญ่ให้เป็นเด็กทั้งหมด แล้วเทียบหาว่าผู้ใหญ่ 6 คน
กับเด็ก 7 คน เกี่ยวข้าว 48 ไร่ แล้วในกี่วันก่อนแล้วจึงหาค่าจ้าง)



บทที่ 12

เกณฑ์ส่วน

12.1 เกณฑ์ส่วน คือวิธีคำนวณเกี่ยวกับการรวมกำลังแรงงาน หรือการแบ่งแยกกำลังแรงงานของคน, สัตว์, เครื่องจักรกล, กำลังน้ำ ฯลฯ ซึ่งสัมพันธ์กับเวลา การคำนวณโดยวิธีเกณฑ์ส่วนนี้ ถือหลักการเทียบหาเวลาเป็น 1 หน่วยเป็นเกณฑ์ว่า ใน 1 หน่วยเวลานั้นสิ่งต่าง ๆ นั้นมีแรงงานเป็นเท่าไร กำลังแรงงานในเวลา 1 หน่วย โดยมากมักจะเป็นเศษส่วนของ 1 หน่วยงานเสมอ เพราะถือว่างานเป็นหน่วยหรือ 1 ดังตัวอย่างต่อไปนี้:-

ตัวอย่างที่ 1 ก ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 6 วัน และถ้า ข ทำงานนั้นจะแล้วใน 8 วัน ถ้าให้ ก และ ข ช่วยกันทำ จะทำงานนั้นแล้วในกี่วัน

<u>วิธีทำ</u>	ใน 6 วัน ก ทำงานได้	1	ของงาน
	" 1 " ก " "	$\frac{1}{6}$	"
	ใน 8 วัน ข ทำงานได้	1	"
	" 1 " ข " "	$\frac{1}{8}$	"
	ใน 1 วัน ก และ ข ช่วยกันทำได้	$\frac{1}{6} + \frac{1}{8}$	ของงาน
		$= \frac{4+3}{24} = \frac{7}{24}$	"
	งาน $\frac{7}{24}$ ก และ ข ช่วยกันทำเสร็จใน	1	วัน
	" 1 ก และ ข " "	$1 \times \frac{24}{7}$	"
		$= \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$	วัน

ตอบ แล้วใน $3\frac{3}{7}$ วัน

อธิบาย สมมุติให้งานเป็น 1 เสมอ แล้วเทียบหาว่า ในเวลา 1 วัน ก และ ข ทำงานได้คนละเท่าไรของงาน แล้วรวมงานที่ ก และ ข ทำใน 1 วัน ต่อไปเทียบจากงานไปหาเวลาที่โจทย์ถาม

ตัวอย่างที่ 2 ถังน้ำใบหนึ่งมีท่อ 2 ท่อ เมื่อน้ำเต็มถึง ถ้าเปิดท่อที่หนึ่ง น้ำจะไหลออกหมดถึงใน 3 ชั่วโมง ถ้าเปิดท่อที่สองน้ำจะไหลออกหมดถึงใน 4 ชั่วโมง ถ้าสูบน้ำเข้าถึงเปลา่ น้ำจะเต็มถึงใน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง เมื่อถึงไม่มีน้ำเลย สูบน้ำเข้าถึงพร้อมกับเปิดท่อสองท่อ น้ำจะเต็มถึงในกี่ชั่วโมง

<u>วิธีทำ</u>	เปิดท่อที่หนึ่งใน	3 ชั่วโมง	น้ำออกหมด	1	ถึง
	" "	1	" "	$\frac{1}{3}$	"
	เปิดท่อที่สองใน	4 ชั่วโมง	น้ำออกหมด	1	ถึง
	" "	1	" "	$\frac{1}{4}$	"
	สูบน้ำใน	$1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง	ได้น้ำ	1	ถึง
	"	1	" "	$1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$	"

ใน 1 ชั่วโมง สูบน้ำเข้าและเปิดท่อพร้อมกันมีน้ำ $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ถึง

$$= \frac{8-4-3}{12} = \frac{1}{12} \text{ ถึง}$$

ได้น้ำ $\frac{1}{12}$ ถึง ในเวลา 1 ชั่วโมง

" 1 " " $1 \times \frac{12}{1}$ "

= 12 ชั่วโมง

ตอบ น้ำจะเต็มถึงใน 12 ชั่วโมง

อธิบาย

สูบน้ำเข้าใน 1 ชั่วโมง ได้น้ำเข้าถึง $\frac{2}{3}$ ถึง เปิดท่อ 2 ท่อ น้ำไหลออก $\frac{1}{3}$ และ $\frac{1}{4}$ ถึง ต่อชั่วโมงตามลำดับ ต้องเอาไปหักออกจากน้ำไหลเข้า แล้วจึงเทียบส่วนหาเวลาตามที่โจทย์ต้องการ

แบบฝึกหัดที่ 12 ก.

1. ก. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 3 ชั่วโมง ข. ทำงานนั้นแล้วใน 2 ชั่วโมง
ถ้า ก. ข. ช่วยกันทำงานนั้นจะแล้วในกี่ชั่วโมง
2. ถังใบหนึ่งมีท่อน้ำ 2 ท่อ ท่อแรกเปิดน้ำเต็มถังใน 3 ชั่วโมง ท่อที่สอง
เปิดน้ำเต็มถังใน 6 ชั่วโมง ถ้าเปิดสองท่อพร้อมกันน้ำจะเต็มถังในกี่นาที
3. ผู้ใหญ่ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 2 วัน เด็กทำงานนั้นแล้วใน 6 วัน
ถ้าให้ช่วยกันทำงานนั้นจะแล้วในกี่วัน
4. ก. เกี่ยวข้าวในนาแปลงหนึ่งแล้วใน 10 วัน ข. เกี่ยวข้าวในนาจำนวน
เท่ากันนั้นแล้วใน 15 วัน ถ้าให้ช่วยกันเกี่ยวข้าวในนานั้นจะแล้วในกี่วัน
5. ก. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 12 วัน ข. ทำงานนั้นเสร็จเร็วกว่า ก.
เป็นจำนวนครึ่งหนึ่งของเวลาที่ ก. ทำ ถ้าให้ช่วยกันทำงานนั้นกี่วันจึง
จะแล้ว
6. ถังใบหนึ่งมีท่อน้ำสองท่อ ท่อหนึ่งเปิดน้ำไหลเข้าเต็มถังใน 9 นาที อีกท่อ
หนึ่ง เปิดน้ำออกหมดถังใน 12 นาที ถ้าเปิดท่อพร้อมกันเมื่อถึงไม่มีน้ำ
น้ำจะเต็มถังในกี่นาที
7. ก. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน $2\frac{1}{4}$ วัน ข. ทำงานนั้นแล้วใน $4\frac{1}{2}$ วัน
ถ้าให้ช่วยกันทำงานนั้นกี่วันจึงจะแล้ว
8. ก. ชนของชั้นบรรพบุรุษคนเดียวเสร็จใน 6 ชั่วโมง ถ้าให้ ข. ทำ เขาจะ
ชนเสร็จภายใน 3 ชั่วโมง ถ้าให้ ค. ทำ เขาจะชนเสร็จภายใน 4 ชั่วโมง
ถ้าให้ช่วยกันชน จะเสร็จในกี่ชั่วโมง
9. ถังใบหนึ่งมีท่อน้ำ 2 ท่อ ท่อหนึ่งเปิดน้ำเข้าเต็มถังใน 15 นาที อีกท่อ
หนึ่งเปิดน้ำออกหมดถังใน 25 นาที ถ้าถึงเปิดน้ำ เปิดท่อน้ำสองท่อพร้อมกัน
น้ำจะเต็มถังในกี่นาที
10. ก. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 6 วัน ข. ทำงานนั้นแล้วใน 8 วัน ค. ทำ
งานนั้นแล้วใน 12 วัน ถ้าช่วยกันทำกี่วันจึงจะแล้ว

11. ก และ ข ขุดดินทำแปลงปลูกผักในสวนแล้วใน 7 วัน ถ้า ค มาช่วยอีกคนหนึ่ง ทั้งสามคนจะขุดดินทำแปลงผักเสร็จใน 5 วัน ถ้า ค ทำคนเดียวก็วันจึงจะขุดดินทำแปลงผักเสร็จ
12. ก, ข และ ค ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 8 วัน แต่ถ้า ก ทำคนเดียวแล้วใน 20 วัน และถ้า ข ทำคนเดียวจะแล้วใน 24 วัน ถ้าให้ ค ทำคนเดียวก็วันจึงจะแล้ว
13. ก, ข และ ค ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 6 วัน แต่ถ้า ก ทำคนเดียวจะแล้วใน 24 วัน เมื่อทั้งสามคนช่วยกันทำงานไปได้ 2 วัน ก บ่วยไม่ได้ทำงาน ข กับ ค ทำงานต่อไปอีกก็วันงานจึงจะเสร็จ
14. ก ก่อกำแพงแห่งหนึ่งแล้วใน 30 วัน ถ้า ข ก่อกำแพงนี้จะแล้วใน 25 วัน แต่เมื่อเริ่มก่อกำแพงนั้น ก ทำคนเดียวและทำไปได้ 10 วัน ข จึงได้มาช่วย ข ช่วย ก ก่อกำแพงอีกก็วันกำแพงจึงเสร็จ
15. เด็กสามคนช่วยกันต่อกรงไก่ในวันเดียวก็เสร็จ ถ้าเด็กคนที่หนึ่งต่อคนเดียว 2 วันเสร็จ ถ้าให้คนที่สองต่อคนเดียวใน 3 วันก็เสร็จ ถ้าให้คนที่สามต่อคนเดียวจะเสร็จในกี่วัน
16. ถังน้ำใบหนึ่งจุน้ำ 600 ลิตร ถังใบนี้มีท่อน้ำไหลออก 1 ท่อ มีท่อน้ำไหลเข้า 1 ท่อ เปิดท่อน้ำไหลออกน้ำจะหมดถังใน 5 นาที เปิดท่อน้ำไหลเข้า น้ำจะเต็มถังใน 4 นาที ถ้าเปิดท่อทั้งสองพร้อมกันเพียง ๑5 นาที จะมีน้ำอยู่ในถังกี่ลิตร
17. ก, ข และ ค ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 6 วัน แต่ ก และ ข ช่วยกันทำงานอย่างเดียวกันนั้นแล้วใน 8 วัน ถ้าให้ ค ทำงานนั้นคนเดียวและให้เสร็จเพียงครั้งเดียว จะแล้วในกี่วัน
18. ก ทำงานอย่างหนึ่ง ทำวันละ 6 ชั่วโมง ในเวลา 12 วันก็แล้ว และ ข ทำงานนั้น ทำวันละ 8 ชั่วโมง ใน 9 วันก็แล้ว ถ้าให้ช่วยกันทำงานนั้นวันละ 9 ชั่วโมง ก็วันจึงจะแล้ว
19. ก ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 12 วัน ข ทำงานนั้นแล้วใน 10 วัน ค ทำงานนั้นแล้วใน 15 วัน ถ้าเขาช่วยกันทำงานนั้นไปได้ 2 วัน ก หยุดงานเสีย ข และ ค ทำต่อไปอีกก็วันงานจึงจะเสร็จ

20. ถ้าชาย 4 คน ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 7 วัน หญิง 5 คน ทำงานนี้แล้วใน 8 วัน เด็ก 7 คน ทำงานนี้แล้วใน 10 วัน ถ้าให้ชาย 3 คน หญิง 2 คน กับเด็ก 3 คน ช่วยกันทำงานนี้ จะแล้วในกี่วัน
21. ในการทำงานอย่างหนึ่ง ก และ ข ทำงานเสร็จใน 6 วัน ข และ ค ทำเสร็จใน 8 วัน และ ค กับ ก ทำเสร็จใน 10 วัน ถ้าให้ ก ทำงานนี้คนเดียวกี่วันจึงจะแล้ว

วิธีทำ

ใน 6 วัน ก+ข ทำงานได้	1	ของงาน
" 1 " ก+ข " "	$\frac{1}{6}$	" (1)
ใน 8 วัน ข+ค " "	1	"
" 1 " ข+ค " "	$\frac{1}{8}$	" (2)
ใน 10 วัน ค+ก " "	1	"
" 1 " ค+ก " "	$\frac{1}{10}$	" (3)

ใน 1 วัน ก+ข+ข+ค+ค+ก ทำงานได้ $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10}$ ของงาน

$\therefore$ ใน 1 วัน $2ก+2ข+2ค$ " " $\frac{20+15+12}{120} = \frac{47}{120}$ "

ใน 1 วัน $2(ก+ข+ค)$ " " $\frac{47}{120}$ "

ใน 1 วัน $ก+ข+ค$ " " $\frac{47}{120 \times 2} = \frac{47}{240}$ "

แต่ ใน 1 วัน $ข+ค$ " " $\frac{1}{8}$ "

$\therefore$ ใน 1 วัน $ก$ " " $\frac{47}{240} - \frac{1}{8}$ "

$= \frac{47-30}{240} = \frac{17}{240}$ "

ทำงานได้ $\frac{17}{240}$ ของงานแล้วใน 1 วัน

" 1 " " $1 \times \frac{240}{17} = 14 \frac{2}{17}$ วัน

ตอบ ก ทำงานนี้คนเดียวแล้วใน $14 \frac{2}{17}$ วัน

อธิบาย ต้องหาว่า ก กับ ข, ข กับ ค และ ค กับ ก ทำใน 1 วันได้งานเท่าไรก่อน แล้วรวมแรงงานของ ก, ข, ค. ทำใน 1 วัน จะเห็นว่า ก, ข และ ค ช่วยกันทำคนละ 2 ครั้ง จึงต้องเอา 2 หาร เพื่อให้เหลือ ก, ข และ ค ช่วยกันทำเพียงครั้งเดียวใน 1 วัน แล้วจึงหาว่า ก ทำคนเดียวใน 1 วัน ได้งานเท่าไร จากนั้นก็เทียบหาวันที่ ก ต้องทำงานนั้นต่อไป

22. ก กับ ข ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 15 วัน ข กับ ค ทำงานนั้นแล้วใน 12 วัน ค กับ ก ทำงานนั้นแล้วใน 10 วัน ถ้าให้ช่วยกันทำทั้งสามคน กี่วันจึงจะทำงานนั้นแล้ว
23. ก กับ ข ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 24 ชั่วโมง ก กับ ค ทำงานนั้นแล้วใน 30 ชั่วโมง ข กับ ค ทำงานนั้นแล้วใน 40 ชั่วโมง ถ้าให้ ก ทำคนเดียวกี่ชั่วโมงงานนั้นจึงจะแล้ว
24. ผู้รับเหมาก่อสร้าง รับเหมาทำงานอย่างหนึ่งกำหนดให้แล้วใน 120 วัน เขาได้จ้างคนงานทำงาน 12 คน แต่พอทำงานไปได้ 40 วัน ปรากฏว่าทำงานได้เพียง $\frac{1}{4}$ ของงานเท่านั้น ผู้รับเหมาเห็นว่าจะทำงานไม่เสร็จตามกำหนด จึงได้หาคนงานมาเพิ่มอีก เขาหาคนงานมาเพิ่มอีกกี่คน งานจึงเสร็จทันเวลา
25. ชาย 3 คน ทำการอย่างหนึ่งแล้วในเวลา 3, 4 และ 5 วันตามลำดับ ครั้งหนึ่งเขาจ้างทำงานนั้นร่วมกันจนเสร็จ ได้ค่าจ้างรวมกันเป็นเงิน 94 บาท ถ้าแบ่งเงินตามส่วนของงานที่ทำได้ เขาจะได้รับเงินคนละเท่าไร

บทที่ 13

ส่วนร้อยละ กำไร ขาดทุน Percentage, Profit and Loss

- 13.1 ส่วนร้อยละ หรือร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ (Percent) หมายถึงอัตราส่วนหรือเศษส่วนที่มีส่วนเป็น 100 เช่น ร้อยละ 4 ย่อมเท่ากับ $\frac{4}{100}$ หรือหมายความว่าในจำนวนทุก ๆ หนึ่งร้อยมีอยู่เท่าไร เช่นนักเรียนสอบได้คะแนนร้อยละ 75 ก็หมายถึงในคะแนนเต็ม 100 คะแนนนักเรียนสอบได้คะแนน 75 ส่วนร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ใช้สัญลักษณ์ % เขียนแทน ส่วนร้อยละหรือจำนวนเปอร์เซ็นต์บางทีเป็นจำนวนเต็ม บางทีก็เป็นเศษส่วน บางทีก็เป็นทศนิยม ซึ่งมีส่วนเป็น 100 เช่น $2\% = \frac{2}{100}$
 $2.5\% = \frac{2.5}{100}$, $2\frac{1}{2}\% = \frac{2\frac{1}{2}}{100}$

เมื่อส่วนร้อยละหรือร้อยละเป็นเศษส่วน จึงอาจแปลงร้อยละให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำได้ ดังตัวอย่าง

$$2\% = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$$

$$2.5\% = \frac{2.5}{100} = \frac{1}{40}$$

$$12\frac{1}{2}\% = \frac{12\frac{1}{2}}{100} = \frac{1}{8}$$

จำนวน 2%, 2.5% นี้ เรียก 2 และ 2.5 เป็นค่าร้อยละ

13.2 แปลงเศษส่วนให้เป็นค่าร้อยละ

การแปลงเศษส่วนหรืออัตราส่วนให้เป็นร้อยละนั้นก็คือทำเศษส่วนให้มีส่วนเป็นร้อย

ตัวอย่าง จงทำ $\frac{2}{5}$ ให้เป็นค่าร้อยละ

วิธีทำ $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} = 40\%$

ตอบ 40%

ตัวอย่างที่ 2 จงทำ 75 % ให้เป็นเศษส่วน

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad 75\% &= \frac{75}{100} \\ &= \frac{3}{4} \\ \text{ตอบ} \quad &\frac{3}{4}\end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 13 ก.

(ข้อ 1-10 สำหรับคิดในใจ)

จงทำให้เป็นร้อยละ

1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{1}{5}$ 4. $\frac{1}{10}$ 5. $\frac{2}{5}$

จงทำให้เป็นเศษส่วน

6. 5 % 7. 10 % 8. 4 % 9. 25 % 10. 100 %

จงทำให้เป็นร้อยละ

11. $\frac{3}{5}$ 12. $\frac{3}{8}$ 13. $\frac{9}{50}$ 14. $\frac{1}{3}$ 15. $\frac{1}{12}$
16. $\frac{3}{16}$ 17. $\frac{7}{8}$ 18. $2\frac{1}{2}$ 19. $4\frac{2}{5}$ 20. .5
21. .0125 22. .047 23. 7.1 24. $\frac{x}{10}$ 25. $\frac{a}{20}$

จงหาค่าร้อยละให้เป็นเศษส่วน

26. 75 % 27. 40 % 28. 15 % 29. 150 %
30. $3\frac{1}{2}$ % 31. $6\frac{1}{4}$ % 32. 3.5 % 33. 1.39 %
34. .025 % 35. 2.05 % 36. $7\frac{1}{2}$ % 37. $12\frac{1}{4}$ %
38. $\frac{1}{8}$ % 39. x% 40. 10y%

13.3 วิธีหาค่าร้อยละ

การหาค่าร้อยละ คือการหาว่าในจำนวนเลขสองจำนวน จำนวนหนึ่งจะเป็นร้อยละเท่าไรของอีกจำนวนหนึ่ง โดยวิธีเทียบส่วน ทำให้จำนวนที่สองให้เป็นร้อยละ เช่น :-

ตัวอย่างที่ 1 12 เป็นร้อยละเท่าไรของ 96

วิธีทำ ใน 96 มีอยู่ 12

$$\begin{array}{rcl} \text{" } 1 & \text{" } & \frac{12}{96} \\ \text{" } 100 & \text{" } & \frac{12}{96} \times 100 = \frac{100}{8} = 12 \frac{1}{2} \end{array}$$

ตอบ $12 \frac{1}{2} \%$

ตัวอย่างที่ 2 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียน 720 คน ในจำนวนนี้มีนักเรียนอายุเกิน 16 ปี อยู่ 36 คน คิดเป็นร้อยละเท่าไรของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีทำ ในจำนวน 720 คน มีนักเรียนอายุเกิน 16 ปี อยู่ 36 คน

$$\begin{array}{rcl} \text{" } 1 & \text{" } & \frac{36}{720} \\ \text{" } 100 & \text{" } & \frac{36}{720} \times 100 = 5 \end{array}$$

ตอบ คิดเป็นร้อยละ 5

13.4 วิธีหาค่าของร้อยละของจำนวนหนึ่ง

เมื่อโจทย์กำหนดจำนวนให้จำนวนหนึ่ง และกำหนดค่าร้อยละให้อาจหาค่าจากร้อยละของเลขจำนวนที่กำหนดให้ได้

ตัวอย่าง ร้อยละ 6 ของ 1250 เป็นเท่าไร

วิธีทำ ใน 100 มีอยู่ 6

$$\begin{array}{rcl} \text{" } 1 & \text{" } & \frac{6}{100} \\ \text{" } 1250 & \text{" } & \frac{6}{100} \times 1250 \\ & & = 75 \end{array}$$

ตอบ 75

ตัวอย่างที่ 2 นักเรียนโรงเรียนหนึ่งมี 840 คน ปรากฏว่าสอบไล่ได้รวมทั้งสิ้น 95 % นักเรียนสอบไล่ได้กี่คน สอบไล่ตกกี่คน

<u>วิธีทำ</u>	ใน 100 คน สอบไล่ได้	95	คน
	„ 840 „	„	$\frac{95}{100} \times 840 = 798$ คน
	ใน 100 คน สอบไล่ตก	$100 - 95 = 5$	คน
	„ 840 „	„	$\frac{5}{100} \times 840 = 42$ คน

ตอบ $\left\{ \begin{array}{l} \text{สอบไล่ได้ 798 คน} \\ \text{สอบไล่ตก 42 คน} \end{array} \right.$

อธิบาย เมื่อเทียบหาว่านักเรียนสอบไล่ได้ 798 คนแล้ว เขาไปลบจำนวนนักเรียนทั้งหมด 840 คน ก็อาจหาจำนวนนักเรียนสอบตกได้ แต่ที่เทียบให้ดู ก็เพื่อจะให้เห็นวิธีคำนวณอีกวิธีหนึ่งว่า โจทย์กำหนดว่าสอบไล่ได้ 95 % หมายถึงในร้อยคนสอบไล่ได้ 95 คน นั่นคือสอบตก $100 - 95 = 5$ คน เมื่อรู้ว่าสอบตก ร้อยละ 5 แล้ว ก็เทียบหาจำนวนนักเรียนที่สอบตกทั้งหมดได้

13.5 วิธีหาจำนวนเดิมของร้อยละ

เมื่อโจทย์กำหนดค่าร้อยละ และค่าของร้อยละของจำนวนใด ก็อาจหาจำนวนเดิมได้ เช่น:-

ตัวอย่างที่ 1 ร้อยละ 12 ของพลเมืองจังหวัดหนึ่งเป็น 8,100 คน จงหาจำนวนพลเมืองทั้งหมดของจังหวัดนี้

<u>วิธีทำ</u>	12 คน ในจำนวนพลเมืองทั้งหมด	100	คน
	8100 „	„	$\frac{100}{12} \times 8100$ „
			$= 67,500$ คน

ตอบ พลเมืองทั้งหมดมี 67,500 คน

อธิบาย

อาจเทียบดังนี้ก็ได้

$$\frac{12}{100} \text{ ของพลเมืองทั้งหมด} = 8100$$

$$\frac{100}{100} \text{ " " } = \frac{8100 \times 100}{12} = 67,500 \text{ คน}$$

หรืออาจใช้เทียบสัดส่วนเป็น

$$12:100 = 8100:x$$

$$12x = 8100 \times 100$$

$$x = 67,500$$

ตัวอย่างที่ 2

พลเมืองของจังหวัดหนึ่งเพิ่มขึ้น 3% ถ้าปัจจุบันมีพลเมืองอยู่ 52,530 คน เดิมมีพลเมืองอยู่เท่าไร

วิธีทำ

พลเมืองเพิ่มขึ้นร้อยละ 3

เดิมมีพลเมือง 100 คน ปัจจุบันมีพลเมือง $100 + 3$ คน

ปัจจุบันมีพลเมือง 103 คน เดิมมีพลเมือง 100 คน

$$\begin{array}{ccccccc} \text{"} & \text{"} & 52,530 \text{ คน} & \text{"} & \text{"} & \frac{100}{103} \times 52,530 & \text{"} \\ & & & & & = 51,000 & \text{คน} \end{array}$$

ตอบ เดิมมีพลเมือง 51,000 คนอธิบาย

เมื่อโจทย์บอกค่าร้อยละมาเป็นจำนวนเพิ่มหรือจำนวนลด จะคิดเทียบค่าร้อยละกับ 100 ดังตัวอย่างที่ 1 ไม่ได้ จะต้องเอาค่าร้อยละบวก (เมื่อโจทย์บอกเพิ่มขึ้น) หรือลบ (เมื่อโจทย์บอกลดลง) 100 เสียก่อน แล้วเทียบ เช่น เพิ่มขึ้น 3% หมายความว่า 100 เพิ่มขึ้นอีก 3 จึงเป็น 103 แล้วเทียบว่า ปัจจุบันมี 103 เดิมมี 100 ถาลด 3% หมายความว่า 100 ลดลง 3 จึงเป็น $100 - 3 = 97$ แล้วเทียบว่า ปัจจุบันมี 97 เดิมมี 100

แบบฝึกหัดที่ 13 ข.

(ข้อ 1-10 สำหรับคิดในใจ)

1. 5 เป็นร้อยละเท่าไรของ 20
2. 10 เป็นร้อยละเท่าไรของ 25
3. ร้อยละ 10 ของ 730 เป็นเท่าไร
4. ร้อยละ 4 ของ 500 เป็นเท่าไร
5. จงทำ $\frac{3}{5}$ ให้เป็นร้อยละ
6. นักเรียนชั้นหนึ่งมี 50 คน สอบไล่ได้ 48 คน สอบไล่ได้คิดเป็นร้อยละเท่าไร
7. นักเรียนสอบไล่ตกร้อยละ 2 ถ้ามีนักเรียนตก 4 คน นักเรียนเข้าสอบไล่ทั้งหมดกี่คน
8. ชายไซโปได้ร้อยละ 80 ถ้าชายไซโปได้ 40 พง เดิมมีไซเท่าไร
9. 15 เป็นร้อยละ 5 ของจำนวนเท่าไร
10. 3% ของ 200 กับ 4% ของ 150 มากกว่ากันเท่าไร
11. ร้อยละ 5 ของ 360 บาท เป็นเท่าไร
12. ร้อยละ $2\frac{1}{2}$ ของ 7,480 บาท เป็นเท่าไร
13. 480 เป็นร้อยละ 24 ของจำนวนอะไร
14. 1.05 เป็นร้อยละ 5 ของจำนวนอะไร
15. เงิน 30 บาท เป็นร้อยละเท่าไรของ 270 บาท
16. ถ้าร้อยละ 5 ของจำนวนหนึ่งเป็น 13 จำนวนนั้นเท่ากับเท่าไร
17. ถ้าร้อยละ $2\frac{1}{2}$ ของจำนวนหนึ่งเป็น 155 จำนวนนั้นเท่ากับเท่าไร
18. $8\frac{1}{3}$ เปอร์เซ็นต์ของ 603 ลิตร เท่ากับเท่าไร
19. ร้านกาแฟขายขนมให้แก่ผู้นำมาฝากขาย โดยคิดค่าขาย 12% ถ้ามีผู้นำขนมมาฝากขายเป็นเงิน 270 บาท ร้านกาแฟขายขนมหมด จะได้ค่าขายเป็นเงินเท่าไร

20. ของสิ่งหนึ่งบอกราคาขาย 2,500 บาท แต่ขายให้แก่ผู้ซื้อเงินสดเพียง 2,050 บาท ผู้ซื้อเงินสดได้ลดร้อยละเท่าไรจากราคาที่บอกขาย
21. นักเรียนชั้นหนึ่งเข้าสอบไล่ ปรากฏว่าสอบตก 5% จากจำนวนที่เข้าสอบ 120 คน นักเรียนสอบไล่ได้กี่คน
22. ขายสินค้าอย่างหนึ่งให้แก่ทางราชการเป็นเงิน 3,264 บาท ร้านค้าให้ทางราชการหักค่าภาษีเงินได้ไว้ 10% เมื่อหักค่าภาษีแล้วร้านค้าจะได้รับเงินไปเท่าไร
23. ส่วนผสมอย่างหนึ่งประกอบด้วย ไฮโดรเจน 1 ส่วน ไนโตรเจน 14 ส่วน และออกซิเจน 48 ส่วน จงหาว่าส่วนผสมประกอบด้วยธาตุชนิดใดร้อยละเท่าไรของส่วนผสมทั้งหมด
24. จำนวนพลเมืองในเขตเทศบาล และนอกเขตเทศบาล ของจังหวัดหนึ่งมีจำนวนเท่ากัน ต่อมาอีกปีหนึ่งปรากฏว่าจำนวนคนในเขตเทศบาล ลดลง 20% และจำนวนคนนอกเขตเทศบาลเพิ่มขึ้น 15% ถ้าเดิมพลเมืองในแต่ละเขตมี 20,200 คน ในตอนหลังจะมีเขตละเท่าไร
25. จำนวนพลเมืองในเขตเทศบาล และนอกเขตเทศบาล ของจังหวัดหนึ่งมีจำนวนเท่ากัน ต่อมาอีกปีหนึ่งปรากฏว่าจำนวนคนในเขตเทศบาล ลดลง 20% และจำนวนคนนอกเขตเทศบาลเพิ่มขึ้น 15% ถ้าในตอนหลังนี้มีพลเมือง 78,780 คน เดิมในแต่ละเขตมีพลเมืองเท่าไร
26. ผลของการสอบข้อรวม 3 วิชา ปรากฏว่า ร้อยละ 32 ของผู้เข้าสอบ สอบได้คะแนนเกินครึ่ง 3 วิชา ร้อยละ 36 ของผู้เข้าสอบ สอบได้คะแนนเกินครึ่ง 2 วิชา ร้อยละ 20 ของผู้เข้าสอบ สอบได้คะแนนเกินครึ่ง 1 วิชา ถ้าจำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมดมี 75 คน จะมีผู้สอบตกทุกวิชากี่คน
27. ในการสอบไล่ครั้งหนึ่ง ปรากฏว่ามีผู้สอบตก 27% และจำนวนผู้สอบไล่ได้มากกว่าผู้สอบตก 207 คน จงหาจำนวนผู้เข้าสอบไล่ทั้งหมด

28. มีส้มตองชนิดรวมกัน 500 ผล เป็นส้มดี $\frac{3}{5}$ ของจำนวนส้มทั้งหมด ถ้าขายส้มชนิดดีไป 20% ของจำนวนส้มดี และขายส้มอีกชนิดหนึ่งไป 10% ของจำนวนส้มชนิดนั้น อยากทราบว่าขายส้มไปทั้งหมดกี่ผล เหลือส้มชนิดละกี่ผล
29. ในการสงครามครั้งหนึ่ง ปรากฏว่าทหารของฝ่ายหนึ่งตายในสนามรบ $\frac{2}{7}$ ของจำนวนทหารทั้งหมด และมีทหารตายเพราะป่วย 6% ของทหารที่เหลือ ในที่สุดเหลือทหารอยู่ 95,880 คน เดิมฝ่ายนี้มีทหารเท่าไร
30. สี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านยาวเท่ากับ 15 เซนติเมตร มีด้านกว้างเท่ากับ 10 เซนติเมตร ถ้าด้านยาวลดลง 5% ด้านกว้างเพิ่มขึ้น 5% พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจะเพิ่มหรือลดลงกี่ตารางเซนติเมตร
31. พลเมืองของตำบลหนึ่ง ร้อยละ 45 ของพลเมืองทั้งหมดเป็นผู้ที่มีอายุต่ำกว่า 20 ปี และในจำนวนนี้เป็นชายเสียร้อยละ 65 ที่เหลือเป็นหญิง และมีจำนวน 441 คน จงหาจำนวนพลเมืองของตำบลนี้
32. ในการจัดที่นั่งชมละครของโรงเรียนแห่งหนึ่ง โรงเรียนได้จัดที่นั่งสำหรับผู้รับเชิญไว้ 600 ที่นั่ง และจัดที่นั่งสำหรับผู้เสียค่าผ่านประตูเข้าชมไว้ 1300 ที่นั่ง แต่ปรากฏว่า ผู้ที่รับบัตรเชิญไม่ได้มาชมละครเสีย ร้อยละ $14\frac{1}{2}$ ของจำนวนผู้ที่เชิญมา และมีที่ว่างเฉพาะที่นั่งสำหรับผู้เสียค่าผ่านประตูอีกร้อยละ 10 ของที่นั่งที่จัดไว้ จงหาจำนวนผู้มาชมละคร
33. ในการสอบไล่ ก ได้คะแนนร้อยละ 75 ข ได้คะแนนร้อยละ 68 ของคะแนนเต็ม แต่คะแนนของเขารวมกันได้ 1430 คะแนน จงหาคะแนนเต็มของการสอบครั้งนี้
34. ในการสอบไล่คะแนนเต็ม 1000 คะแนน ก ได้คะแนนมากกว่า ข 20% ข ได้คะแนนมากกว่า ค 10% ค ได้คะแนนน้อยกว่า ง 20% ถ้า ก ได้คะแนน 660 คะแนน ง จะได้คะแนนเท่าไร

35. พลเมืองของจังหวัดหนึ่งมีอยู่ 77,793 คน ถ้าคนเกิดปีละ 30.8 ต่อ 1,000 คน และคนตายปีละ 21.7 ต่อ 1,000 คน ปีต่อไปจะมีพลเมืองเท่าไร (ตัดเศษที่ไม่เต็มหน่วยทิ้ง)
36. ในการสอบซ่อม นักเรียนที่สอบได้ทีหนึ่งได้คะแนนร้อยละ 72 ของคะแนนเต็ม และนักเรียนที่สอบได้ที่สุดท้ายได้คะแนนร้อยละ 16 คะแนนของเขาต่างกัน 196 คะแนน ในการสอบถือว่าถ้าสอบได้ 50% เป็นสอบได้ นักเรียนที่สอบได้จะต้องได้คะแนนอย่างน้อยเท่าไร
37. หญิงคนหนึ่งหนัก 252 ปอนด์ ได้พยายามลดน้ำหนักตัวลง ระบุว่าทุก 3 เดือนจะลดน้ำหนักได้ 10% ของน้ำหนักเดิม เมื่อสิ้นเดือนที่ 9 เขาจะหนักเท่าไร ถ้าเขาลดน้ำหนักได้จริง (ตอบใกล้เคียงที่สุด)
38. ชายคนหนึ่งวัดพื้นห้องได้ยาว 10 ฟุต กว้าง 8 ฟุต แต่ไม้ปูของเขาสั้นกว่าความยาวจริงไปครึ่งนิ้ว ห้องนี้มีพื้นที่จริงเท่าไร และชายผู้นี้คิดพื้นที่ห้องผิดไปร้อยละเท่าไร
39. ในการเลือกตั้งผู้แทนในเขตเลือกตั้งหนึ่ง ซึ่งมีผู้มีสิทธิออกเสียง 10,000 คน ในจำนวนนี้ 51% เป็นพรรคการเมือง ก 49% เป็นพรรคการเมือง ข ผู้ออกเสียงยอมเลือกผู้แทนของตน ซึ่งสมัครเป็นผู้แทนพรรคใดคนหนึ่ง แต่เมื่อถึงคราวลงคะแนนปรากฏว่า ผู้แทนสังกัดพรรค ก ได้คะแนน 94% จากจำนวนผู้มีสิทธิสังกัดพรรค ก ผู้แทนสังกัดพรรค ข ได้คะแนน 98% จากจำนวนผู้มีสิทธิสังกัดพรรค ข ผู้แทนพรรคไหนจะได้คะแนนเสียงมากกว่าเท่าไร
40. ชายคนหนึ่งใช้จ่ายเป็นค่ากินอยู่ร้อยละ 65 ของรายได้ของเขา และใช้เสียภาษีอีก 10% ของรายได้ของเขา นอกจากนี้ได้ใช้เงินค่าประกันชีวิตอีกเป็นเงิน 1950 บาทแล้ว เขายังมีเงินเหลือปีละ 3800 บาท ชายคนนี้มีรายได้ปีละเท่าไร

13.6 กำไรและขาดทุน

การซื้อขายสิ่งของหรือสินค้า มีนิยามที่นักเรียนควรทราบก่อน ดังนี้

- ก. **ทุน** คือ ราคาสินค้าหรือสิ่งของที่ผู้ขายซื้อมาเพื่อขายต่อไป หรือเป็นค่าทำสิ่งของนั้น ๆ
- ข. **ราคาซื้อ** คือ ราคาสิ่งของที่ผู้ซื้อ ซื้อมา หรือราคาทุน
- ค. **ราคาขาย** คือ ราคาสิ่งของที่พ่อค้าแม่ค้าหรือผู้ขาย ขายให้แก่ผู้ซื้อ ซึ่งอาจสูงหรือต่ำกว่าหรือเท่ากับทุน (ราคาที่เขาซื้อมา) ก็ได้
- ง. **กำไร** คือ ขายได้เงินมากกว่าทุน หรือ

$$\text{กำไร} = \text{ราคาขาย} - \text{ราคาซื้อ (ทุน)}$$

- ค. **ขาดทุน** คือ ขายได้เงินน้อยกว่าทุน หรือ

$$\text{ขาดทุน} = \text{ราคาซื้อ (ทุน)} - \text{ราคาขาย}$$

ในการซื้อขาย พ่อค้าแม่ค้าจะต้องคิดว่าควรจะขายสินค้าไปเป็นเงินสูงกว่าทุนเท่าไร หรือบางครั้งเห็นว่าสินค้าที่มีอยู่ เกือบไว้จะเสียหาย ก็อาจขายให้ต่ำกว่าทุน แต่จะขายต่ำกว่าทุนเท่าไรนั้น นิยมคิดเขากำไรหรือยอมขาดทุนเป็นร้อยละจากราคาทุนหรือราคาของที่ซื้อมา นอกจากนี้ในการค้าขายสินค้าซึ่งมีหลายอย่าง แต่ละอย่างทุนไม่เท่ากัน ขายไปราคาก็ต่างกัน จำเป็นจะต้องรู้ว่าขายสินค้าอย่างไหน ได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร ขายสินค้าอย่างไหนได้ราคาดี จึงต้องคิดเปรียบเทียบกัน ในการเปรียบเทียบนั้นนิยมคิดเป็นร้อยละของทุน หากได้คิดจากราคาขายไม่ (เว้นแต่ในกรณีการประกาศลดราคาของห้างร้านว่าจะลดให้แก่ผู้ซื้อสินค้า 5 % หรือ 10 % นั้น เวลาคิดเขาคิดจากราคาขายหรือราคาที่ประกาศไว้)

13.7 วิธีหากำไรและขาดทุน

ตัวอย่างที่ 1 ซื้อไข่มาราคาไหลละ 8 บาท ขายไปทั้งหมด
ราคาพอละ 75 สตางค์ จะได้กำไรเท่าไร และคิดเป็นร้อยละเท่าไร

<u>วิธีทำ</u>	ขายไข่ 1 ฟอง เป็นเงิน	.75	บาท
	" 12 " "	$.75 \times 12 = 9$	บาท
	∴ ขายไข่ 1 โหล ได้กำไร	$9 - 8 = 1$	บาท
	ทุน 8 บาท ได้กำไร	1	บาท
	" 100 " "	$\frac{1 \times 100}{8} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$	บาท

ตอบ { ขายไข่ได้กำไร 1 บาท
ได้กำไรร้อยละ $12\frac{1}{2}$

อธิบาย คำนวณราคาขายของไข่ 1 โหล ว่าเป็นเงินเท่าไร แล้วหารราคาขายตั้ง ลบด้วยราคาซื้อเป็นเท่าไร แล้วเทียบหาว่าทุน 100 จะได้กำไรเท่าไร

ตัวอย่างที่ 2 ซื้อส้มเขียวหวานมาจำนวนหนึ่ง ราคา 9 ผล 5 บาท ถ้าขายไปราคา 10 ผล 5.50 บาท จะขาดทุนร้อยละเท่าไร และถ้าขาดทุน 10 บาท ซื้อส้มมาทั้งหมดกี่ผล

<u>วิธีทำ</u>	ซื้อส้มมา 9 ผล เป็นเงิน	5	บาท
	" 10 " "	$\frac{5}{9} \times 10 = \frac{50}{9}$	บาท
	ขายส้ม 10 ผล เป็นเงิน	$5\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$	บาท
	∴ ขายส้ม 10 ผล ขาดทุน	$\frac{50}{9} - \frac{11}{2} = \frac{100 - 99}{18}$	บาท
		$= \frac{1}{18}$	บาท
	ทุน $\frac{50}{9}$ บาท ขายส้มขาดทุน	$\frac{1}{18}$	บาท
	" 100 " " "	$\frac{1}{18} \times \frac{9}{50} \times 100$	บาท
		$= 1$	บาท

∴ ขาดทุน 1 %

ขาดทุน $\frac{1}{18}$ บาท เมื่อลงทุน $\frac{50}{9}$ บาท ซื้อส้มได้ 10 ผล

ขาดทุน $\frac{1}{18}$ บาท ซื้อส้มมา 10 ผล

ขาดทุน 10 บาท ซื้อส้มมา $10 \times \frac{18}{1} \times 10 = 1800$ ผล

ตอบ { ขาดทุน 1 %
ซื้อส้มมา 1800 ผล

อธิบาย ในการหาว่าขาดทุนร้อยละเท่าไร จะต้องเทียบจากต้นทุนของจำนวนส้ม 10 ผล เพราะคิดหาราคาขาดทุนในการขายส้ม 10 ผล ไม่ใช่ 9 ผล ที่โจทย์บอกราคาซื้อมาให้

แบบฝึกหัดที่ 13 ค.

(ข้อ 1-10 สำหรับคิดในใจ)

1. ซื้อไก่มาราคาตัวละ 8 บาท ขายไป 5 ตัว ราคา 45 บาท จะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร
2. ซื้อกล้วยหอมมา 7 ผล ราคา 2 บาท ขายไปผลละ 30 สตางค์ จะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร
3. ซื้อสมุดมาราคาเล่มละ 1.20 บาท ขายไป 6 เล่ม เป็นเงิน 8 บาท จะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร
4. ซื้อของมาเป็นเงิน 25 บาท ถ้าขายไปได้เงิน 30 บาท จะได้กำไรร้อยละเท่าไร
5. ซื้อส้มมาราคา 5 ผลบาท ขายส้มไปราคา 4 ผลบาท ขายส้มไป 20 ผล ได้กำไรเท่าไร
6. เลือราคาตัวละ 20 บาท ขายไปราคาตัวละ 25 บาท จะได้กำไรร้อยละเท่าไร
7. ซื้อวิทยุมาราคา 500 บาท ถ้าขายไปราคา 450 บาท จะขาดทุนร้อยละเท่าไร
8. ดินสอตำชนิด ก ราคา 4 แท่งบาท กับดินสอตำชนิด ข ราคา 2 แท่งบาท ดินสอชนิด ข ราคาแพงกว่าชนิด ก ร้อยละเท่าไร
9. ซื้อไข่มาจำนวนหนึ่ง เมื่อขายไปได้ 50 ฟอง ก็ได้ทุนพอดี ที่เหลืออีก 10 ฟอง เป็นกำไร กำไรร้อยละเท่าไร
10. ยางลบราคาแท่งละ 20 สตางค์ ขายไปราคาแท่งละ 25 สตางค์ ถ้าขายยางลบได้กำไร 2 บาท ขายยางลบไปกี่แท่ง
11. ร้านขายวิทยุ ขายวิทยุไปราคา 1,650 บาท ได้กำไร 150 บาท ร้านขายวิทยุขายวิทยุได้กำไรร้อยละเท่าไร

12. ซื้อรถจักรยานคันหนึ่งเป็นเงิน 750 บาท ขายไปราคา 875 บาท
จะได้กำไรร้อยละเท่าไร
13. ซื้อของมาถึงหนึ่งราคา 25 บาท 50 สตางค์ ขายไปราคา 23 บาท
80 สตางค์ จะขาดทุนร้อยละเท่าไร
14. ซื้อลูกเงาะมาราคา 5 ผลบาท แล้วขายไปราคา 4 ผลบาท ถ้า
ซื้อลูกเงาะมา 500 ผล ลูกเงาะเน่าเสีย 20 ผล ที่เหลือขายไป
หมด จะได้กำไรหรือขาดทุนร้อยละเท่าไร
15. ซื้อสมุดชนิดหนึ่งมาราคา 15 บาท 12 บาท ถ้าขายไปราคา 10
บาท 9 บาท และขายไปหมด จะได้กำไรหรือขาดทุนร้อยละเท่าไร
16. ซื้อมังคุดมาราคาร้อยละ 30 บาท ขายไปราคา 7 ผล 3 บาท ซื้อ
มังคุดมา 350 ผล แล้วขายไปหมดจะได้กำไรเท่าไร และกำไรคิด
เป็นร้อยละเท่าไร
17. พ่อค้าผ้า ซื้อผ้ามา 420 หลา เป็นเงิน 13860 บาท ขายไป
300 หลา ราคาหลาละ 42 บาท และขายที่เหลือไปราคาหลาละ
36 บาท ถ้าขายผ้าหมดจะได้กำไรเท่าไร และคิดเป็นร้อยละเท่าไร
18. ซื้อส้มเขียวหวานมา 2 ชนิด ๆ ละ 150 ผล ชนิดหนึ่งราคา 2 ผล
บาท อีกชนิดหนึ่งราคา 3 ผล บาท เหนามาละกันขายไปราคา 5 ผล
2 บาท ถ้าขายส้มหมดได้กำไรหรือขาดทุนร้อยละเท่าไร
19. ที่ดินราคา 25,000 บาท สร้างบ้านในที่ดินเป็นเงิน 35,000 บาท
สร้างบ้านเสร็จแล้วขายบ้านและที่ดินไปเป็นเงิน 55,000 บาท จะได้
กำไรหรือขาดทุนร้อยละเท่าไร
20. พ่อค้าซื้อกาแฟผงอย่างดีมา 20 กิโลกรัม ๆ ละ 23.50 บาท เอา
ข้าวคั่วบ่นผสม 2 กิโลกรัม ๆ ละ 2.50 บาท ผสมแล้วขายไปทั้งหมด
ได้เงิน 570 บาท พ่อค้าจะได้กำไรร้อยละเท่าไร
21. ซื้อสินค้าอย่างหนึ่งมาราคาร้อยละ 175 บาท ขายไปได้กำไรร้อยละ
3 บาท จะได้กำไรร้อยละเท่าไร

22. ผ่าชนหนุราคาไหลละ 74 บาท ขายปลีกไปราคาผืนละ 8 บาท เป็นจำนวน 5 ผืน ขายที่เหลือไปราคาผืนละ 7 บาท จะได้กำไร ร้อยละเท่าไร
23. ลงทุนขายของด้วยเงินจำนวนหนึ่ง คิดแล้วได้กำไร 5% และลงทุนอีกครั้งหนึ่งได้กำไร 15% รวมลงทุนค้าขายสองครั้งได้กำไรร้อยละเท่าไร ของทุนที่ลงไป
24. ซื้อร่มกระดามาราคาค้นละ 5 บาท ขายรวมไปราคาค้นละ 6.50 บาท ถ้าซื้อร่มมาจำนวนหนึ่ง แล้วขายไปได้กำไร 15 บาท ซื้อร่มมดกี่คัน และขายรวมได้กำไรร้อยละเท่าไร
25. ซื้อส้มโอมาราคา 5 ผล 9 บาท ขายไปราคา 2 ผล 3 บาท เมื่อขายส้มไปหมดปรากฏว่าขาดทุน 9 บาท ซื้อส้มมาขายกี่ผล และขาดทุนร้อยละเท่าไร

13.8 หาราคาซื้อและราคาขาย

ก. ถ้าจะหาราคาซื้อหรือทุน จะต้องรู้ราคาขาย และกำไรหรือขาดทุน เพราะ

$$\text{ราคาซื้อ (ทุน)} = \text{ราคาขาย} - \text{กำไร (ถ้าขายได้กำไร)}$$

$$\text{ราคาซื้อ (ทุน)} = \text{ราคาขาย} + \text{ขาดทุน (ถ้าขายขาดทุน)}$$

ข. ถ้าจะหาราคาขาย จะต้องรู้ราคาซื้อ (ทุน) และกำไรหรือขาดทุน เพราะ

$$\text{ราคาขาย} = \text{ราคาซื้อ (ทุน)} + \text{กำไร (ถ้าได้กำไร)}$$

$$\text{ราคาขาย} = \text{ราคาซื้อ (ทุน)} - \text{ขาดทุน (ถ้าขาดทุน)}$$

แต่เวลาทำโจทย์ โจทย์บางข้อบอกกำไรหรือขาดทุนเป็นร้อยละ ฉะนั้นต้องสมมติให้ 100 เป็นราคาซื้อ (ทุน) ไว้เสมอ แล้วหาราคาขาย ถ้าขายได้กำไร ก็เอาค่าร้อยละบวกกับ 100 ถ้าขายขาดทุนก็เอาค่าร้อยละ ลบ 100 ก็จะได้เป็นราคาขาย ต่อไปก็เทียบหาสิ่งที่ต้องการตามโจทย์ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 พ่อค้าซื้อสินค้ามาราคา 35 บาท เขาจะต้องขายไปราคาเท่าไร จึงจะได้กำไรร้อยละ 20

วิธีทำ

สมมติให้ทุนเป็น 100 บาท

ขายไปได้กำไรร้อยละ 20 นั่นคือขายไปราคา $100 + 20 = 120$ บาท

ทุน 100 บาท	ขายไปราคา	120	บาท
" 1 "	" "	$\frac{120}{100}$	"
" 35 "	" "	$\frac{120}{100} \times 35$	"
		= 42	บาท

ตอบ ขายราคา 42 บาท

ตัวอย่างที่ 2 พ่อค้าขายสินค้าไปอย่างหนึ่งราคา 3,800 บาท ขาดทุน 5% พ่อค้าซื้อสินค้ามาเป็นเงินเท่าไร

วิธีทำ

ทุน 100 บาท ขายของขาดทุน 5

∴ ขายสินค้าไปราคา $100 - 5 = 95$ บาท

ขายไป 95 บาท	ทุน	100	บาท
" 1 "	" "	$\frac{100}{95}$	"
" 3800 "	" "	$\frac{100}{95} \times 3800$	"
		= 4000	บาท

ตอบ พ่อค้าซื้อสินค้ามาราคา 4,000 บาท

ตัวอย่างที่ 3 ถ้าขายสินค้าอย่างหนึ่ง ไปราคา 120 บาท จะขาดทุนร้อยละ 4 ถ้าจะขายให้ได้กำไรร้อยละ 5 จะต้องขายไปราคาเท่าไร

วิธีทำ

ขายขาดทุน 4%	นั่นคือขายไป	$100 - 4 = 96$	บาท
ขายกำไร 5%	นั่นคือขายไป	$100 + 5 = 105$	บาท
(ก) ขายไป 96 บาท	ทุน	100	บาท
ขายไป 120 บาท	ทุน	$\frac{100}{96} \times 120 = 125$	บาท
ทุน 100 บาท	ขายไป	105	บาท
ทุน 125 บาท	ขายไป	$\frac{105}{100} \times 125 = 131\frac{1}{4}$	บาท

ตอบ ต้องขายราคา 131.25 บาท

(ข) เดิมขายไป 96 บาท จะต้องขายราคา 105 บาท
 " 120 " " " $\frac{105}{96} \times 120$ "
 $= \frac{525}{4} = 131\frac{1}{4}$ "

ตอบ ต้องขายราคา 131.25 บาท

อธิบาย ทำตามวิธีในข้อ (ก) เทียบหาทุนก่อนแล้วหารราคาขายอีกต่อหนึ่ง วิธี
 นี้น่าจะดีกว่า ถ้าทำตามวิธีในข้อ (ข) จะสั้นกว่า

ตัวอย่างที่ 4 พ้อค้าบิตราคาของไว้เป็นราคาสูงกว่าทุนร้อยละ 20 แต่ยอม
 ลดให้แก่ผู้ซื้อเงินสด 5% ถ้าขายของนี้ไปด้วยเงินสด

(ก) พ้อค้าจะได้กำไรร้อยละเท่าไร

(ข) ถ้าทุนของสิ่งของนี้เป็นเงิน 200 บาท พ้อค้าจะได้
 กำไรกี่บาท

(ค) ถ้าพ้อค้าขายของได้เงิน 57 บาท พ้อค้าซื้อของมา
 เป็นเงินเท่าไร

วิธีทำ (ก) ทุน 100 บาท ประกาศขายไว้ $100 + 20 = 120$ บาท
 ประกาศขาย 100 บาท ลดแล้วขายไปราคา $100 - 5 = 95$ บาท

" 120 " " " $\frac{95}{100} \times 120$ บาท
 $= 114$ บาท

นั่นคือทุนเดิม 100 บาท ขายไป 114 บาท

$\therefore$ ได้กำไร $114 - 100 = 14$ บาท

ตอบ ได้กำไร 14%

(ข) ทุนเดิม 100 บาท ขายไป 114 บาท

" 200 " " $\frac{114}{100} \times 200 = 228$ บาท

$\therefore$ ได้กำไร $228 - 200 = 28$ บาท

ตอบ ได้กำไร 28 บาท

(ค) ขายไป 114 บาท ทุน 100 บาท

" 57 " " $\frac{100}{114} \times 57$ บาท

$= 50$ บาท

ตอบ ซื้อของมาเป็นเงิน 50 บาท

แบบฝึกหัดที่ 13 ง.

(ข้อ 1 — 10 สำหรับคิดในใจ)

1. ซื้อของมาเป็นเงิน 200 บาท ขายไปได้กำไร 10% ขายไปราคาเท่าไร
2. ซื้อของมาเป็นเงิน 300 บาท ขายไปได้กำไร 5% ขายไปราคาเท่าไร
3. ซื้อของมาเป็นเงิน 500 บาท ขายไปขาดทุน 5% ขายไปราคาเท่าไร
4. ซื้อของมาเป็นเงิน 450 บาท ขายไปขาดทุน 10% ขายไปราคาเท่าไร
5. ซื้อของมาเป็นเงิน 400 บาท ถ้าจะขายให้ได้กำไร 3% จะต้องประกาศขายเป็นเงินเท่าไร
6. ประกาศขายของไว้ 250 บาท ถ้าลดให้แก่ผู้ซื้อเงินลด 10% จะขายได้เงินสดเท่าไร
7. ขายของไปราคา 180 บาท ขาดทุนร้อยละ 10 ซื้อของมาเป็นเงินเท่าไร
8. ขายของไป ราคา 360 บาท ได้กำไรร้อยละ 20 จงหาทุนของของนี้
9. ขายของไปราคา 420 บาท ได้กำไรร้อยละ 5 ซื้อของมาเป็นเงินเท่าไร
10. ประกาศขายของไว้ราคา 50 บาท ถ้าลดให้แก่ผู้ซื้อเงินลด 20% จะขายได้เงินสดเท่าไร
11. ซื้อสินค้าอย่างหนึ่งมาราคา 630 บาท ถ้าขายไปได้กำไรร้อยละ $7\frac{1}{2}$ ขายของนั้นไปราคาเท่าไร
12. ขายรถจักรยานคันหนึ่งไปเป็นเงิน 720 บาท ขาดทุน 10% จงหาว่าซื้อจักรยานมาราคาคันละเท่าไร
13. ขายโต๊ะเขียนหนังสือไปราคา 234 บาท ได้กำไร 17% จงหาทุนของโต๊ะนี้

14. ซื้อของมาถึงหนึ่งเป็นเงิน 1818 บาท ขายไปขาดทุนร้อยละ 10 ขายไปราคาเท่าไร
15. ซื้อปากกาหมึกซึมมาด้ามหนึ่งราคา 65 บาท ถ้าขายไปขาดทุน 5 % ขายปากกาหมึกซึมไปเป็นเงินเท่าไร
16. ซื้อโซ่มาราคาโหลละ 9 บาท จะต้องขายไปพองละเท่าไร จึงจะได้กำไรร้อยละ 12
17. ซื้อโซ่มาราคาโหลละ 9 บาท ถ้าจะให้ได้กำไร 60% จะต้องขายไปกี่พองต่อ 12 บาท
18. ขายโคมไฟฟ้าไปราคา 36 บาท ได้กำไร 4% ถ้าจะให้ได้กำไร 17% จะต้องขายไปราคาเท่าไร
19. ถ้าขายผ้าไปราคาหลาละ 23 บาท ได้กำไร 15% ถ้าจะให้ได้กำไรเพียง 10% จะต้องขายไปราคาเท่าไร
20. ซื้อที่ดิน 100 ตารางวา เป็นเงิน 3500 บาท แบ่งขายไปครึ่งหนึ่งเป็นเงิน 1600 บาท จะต้องขายที่เหลือไปเป็นเงินเท่าไร เขาจึงจะได้กำไรทั้งหมด $4\frac{1}{2}\%$
21. พ่อค้าประกาศขายของลดราคา 10% จากราคาเดิมที่ติดกับของไว้ เขาจะต้องคิดราคาของไว้เท่าไร ถ้าลดแล้วเขาจะขายของได้เงิน 189 บาท
22. ถ้าพ่อค้าขายสินค้าอย่างหนึ่งไปราคาถึงละ 130 บาท ได้กำไร 4% เขาจะต้องขายสินค้า 10 ชิ้น ไปเป็นเงินเท่าไร เขาจึงจะได้กำไร 960 บาท
23. ขายคนหนึ่งซื้อของมาสองสิ่ง ราคา 8 บาท และ 36 บาท ขายสิ่งแรกไปขาดทุน 40% และขายสิ่งที่สองไปได้กำไร 15% รวมขายของสองสิ่งไปเป็นเงินเท่าไร ได้กำไร หรือขาดทุนทั้งสิ้นเท่าไร
24. ขายคนหนึ่งซื้อที่ดินมาแปลงหนึ่ง แล้วขายไปขาดทุน 625 บาท ซึ่งคิดเป็นร้อยละ กี่ขาดทุนร้อยละ $1\frac{1}{4}$ จะต้องขายไปเท่าไร จึงจะได้กำไร $12\frac{1}{2}\%$

25. พ่อค้าเปิดประกาศราคาสินค้าไว้สูงกว่าทุนร้อยละ 20 ถ้าลดราคาให้แก่ผู้ซื้อร้อยละ 10 จากที่ประกาศไว้ (ก) เขาจะได้กำไรร้อยละเท่าไร
(ข) ถ้าทุนของสินค้าเป็นเงิน 500 บาท พ่อค้าจะได้กำไรกี่บาท
(ค) ถ้าพ่อค้าขายของได้เงิน 5400 บาท พ่อค้าซื้อของมาเป็นเงินเท่าไร
26. ถ้าลดราคาของน้อยหน้าลดลง 20% เงิน 240 บาทจะซื้อ น้อยหน้าได้เพิ่มอีก 120 ผล จงหาว่าเมื่อลดราคาแล้วน้อยหน้าราคาผลจะเท่าไร
27. ช่างไม้ทำม้านั่งตัวหนึ่งสิ้นเงิน 60 บาท ขายให้ร้านขายเครื่องเรือนได้กำไร 10% ร้านขายเครื่องเรือนขายไปได้กำไร 20% ร้านเครื่องเรือนขายม้านั่งไปราคาเท่าไร
28. ปีตรราคาของไว้ 300 บาท แต่เวลาขายลดให้แก่ผู้ซื้อ 5% ถ้าทุนของของนั้นเท่ากับ 250 บาท ขายของไปจะได้กำไรร้อยละเท่าไร
29. ร้านขายของแห่งหนึ่ง เดิมเคยขายของอย่างหนึ่งราคา 11 บาท ได้กำไร 10 % ต่อมาของขึ้นราคา 25 % จะต้องขายของเป็นเงินเท่าไร จึงจะได้กำไร 10 % เท่าเดิม
30. ถ้าคนทำของขายของให้แก่ร้านขายส่งได้กำไร 20% ร้านขายส่งขายให้แก่ร้านขายปลีกได้กำไร 25% ร้านขายปลีกขายไปได้กำไร 40% ถ้าผู้ซื้อซื้อของไปเป็นเงิน 210 บาท จงหาราคาทุนของคนทำของนี้

บทที่ 14

ดอกเบี้ยเชิงเดียว (Simple Interest)

14.1 ในการลงทุนทำกิจการอย่างใดอย่างหนึ่ง เมื่อผู้ลงทุนเห็นว่า ถ้าได้ลงทุนมากขึ้นอีกก็อาจทำให้กิจการเจริญ หรือได้กำไร ก็มักจะขอกู้หรือยืมเงินจากผู้มีเงินหรือธนาคารไปทำ โดยยินยอมให้ผลประโยชน์แก่ผู้ให้กู้หรือยืมเงิน ส่วนธนาคารนั้นนอกจากให้กู้เงินแล้ว ธนาคารยังรับฝากเงินจากผู้มีเงิน ซึ่งมีได้นำเงินไปทำประโยชน์อะไร โดยธนาคารให้ผลประโยชน์แก่ผู้ฝากเงินเหมือนกัน ที่เป็นเช่นนี้ก็เพราะธนาคารอาจนำเงินที่ฝากไปให้ผู้อื่นกู้ และได้ผลประโยชน์มากกว่า

การกู้เงินมีค่าเฉพาะบางคำที่ควรทราบคือ

เงินต้น (Principal) : ได้แก่จำนวนเงินที่กู้ยืมกันในตอนต้น

เช่น ก ให้ ข กู้เงินไป 500 บาท เงินต้นคือเงิน 500 บาท
อัตราดอกเบี้ย (Rate percent) : ได้แก่เงินผลประโยชน์ที่ตกลงกันระหว่างผู้ให้กู้ กับผู้กู้ ว่าผู้กู้จะต้องให้ค่าตอบแทนเงินที่กู้ไปทุก 100 บาทเป็นเงินเท่าไรต่อปี เช่น คิดอัตรา 5% ก็คือ กู้เงินไป 100 บาท จะให้ดอกเบี้ย 5 บาท ต่อปี

ดอกเบี้ย (Interest) : ได้แก่เงินค่าตอบแทนหรือผลประโยชน์ที่คิดจากเงินต้นที่กู้ยืมกัน ในระยะเวลาหนึ่ง

14.2 วิธีหาดอกเบี้ย

เมื่อโจทย์กำหนดเงินต้น อัตราดอกเบี้ยเป็นร้อยละต่อปี และเวลาที่กู้ยืมกัน ก็จะหาดอกเบี้ยได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาดอกเบี้ยของเงินต้น 450 บาท ในเวลา 3 ปี คิดดอกเบี้ย
ในอัตราร้อยละ 6 ต่อปี

<u>วิธีทำ</u>	เงินต้น 100 บาท ในเวลา 1 ปี ได้ดอกเบี้ย 6 บาท
" 100 " " 3 " "	3×6 "
" 450 " " 3 " "	$\frac{450 \times 3 \times 6}{100}$ "
	= 81 บาท

ตอบ ได้ดอกเบี้ย 81 บาท

อธิบาย เทียบโดยวิธีบัญญัติไตรยางศ์สองชั้น หรือจะเทียบโดยวิธีสัดส่วน
ก็ได้ หรือจะใช้สูตรหาดังสูตรในข้อต่อไปก็ได้

14.3 จากตัวอย่างข้างบนจะเห็นว่า

$$\text{ดอกเบี้ย} = \frac{\text{เงินต้น} \times \text{จำนวนปี} \times \text{อัตราดอกเบี้ย}}{100}$$

ถ้าสมมุติให้ ดอกเบี้ย (*Interest*) = I หรือ ด

เงินต้น (*Principal*) = P หรือ ค

จำนวนปีหรือเวลา (*Time*) = t หรือ ป

อัตราดอกเบี้ย (*Rate percent*) = r หรือ ร

แล้วก็จะได้สูตรการหาดอกเบี้ยดังนี้:-

$$I = \frac{P \times t \times r}{100} \quad (\text{หรือ } ค = \frac{ค \times ป \times ร}{100})$$

จากสูตรนี้ถ้าโจทย์กำหนดตามอย่างก็อาจหามูลค่าสิ่งที่ต้องการได้ดังต่อไปนี้:-

$$P = \frac{I \times 100}{t \times r} \quad (\text{หรือ } ค = \frac{ค \times 100}{ป \times ร})$$

$$t = \frac{I \times 100}{P \times r} \quad (\text{หรือ } ป = \frac{ค \times 100}{ค \times ร})$$

$$r = \frac{I \times 100}{P \times t} \quad (\text{หรือ } ร = \frac{ค \times 100}{ค \times ป})$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาเงินรวมของเงินต้น 650 บาท อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 3 ในเวลา 2 ปี

วิธีทำ เงินรวมคือ เงินต้น + ดอกเบี้ยเงินที่ถึงกำหนดกู้
อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี (ถ้าโจทย์ไม่กำหนดต่อปีให้ ก็ให้
เข้าใจว่าเป็นต่อปี)

$$\text{ตามสูตร } D = \frac{P \times R \times T}{100}$$

$$= \frac{650 \times 3 \times 2}{100}$$

$$= 39 \text{ บาท}$$

$$\therefore \text{เงินรวม} = 650 + 39 = 689 \text{ บาท}$$

ตอบ เงินรวม 689 บาท

อธิบาย อาจใช้สูตรหาเงินรวมเลยก็ได้ เพราะ :-

$$\text{เงินรวม} = P + D = P + \frac{P \times R \times T}{100}$$

$$= \frac{100P + P \times R \times T}{100}$$

$$\text{สูตรเงินรวม} = \frac{P(100 + R \times T)}{100}$$

$$= \frac{650(100 + 3 \times 2)}{100}$$

$$= \frac{650 \times 106}{100}$$

$$= 689 \text{ บาท}$$

แบบฝึกหัดที่ 14 ก.

(ข้อ 1-10 สำหรับคิดในใจ)

จงหาดอกเบี้ย

1. เงินต้น 200 บาท ในเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 3%
2. เงินต้น 300 บาท ในเวลา 5 ปี อัตราดอกเบี้ย 4%
3. เงินต้น 250 บาท ในเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 3%

4. เงินต้น 500 บาท ในเวลา 10 ปี อัตราดอกเบี้ย 12%
5. เงินต้น 450 บาท ในเวลา 4 ปี อัตราดอกเบี้ย 3%
6. เงินต้น 1000 บาท ในเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 7%
7. เงินต้น 400 บาท ในเวลา 5 ปี อัตราดอกเบี้ย 6%
8. เงินต้น 600 บาท ในเวลา 4 ปี อัตราดอกเบี้ย 5%
9. เงินต้น 750 บาท ในเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 5%
10. เงินต้น 200 บาท ในเวลา 6 ปี อัตราดอกเบี้ย $2\frac{1}{2}$ %

จงหาดอกเบี้ยโดยวิธีเทียบบัญญัติไตรยางค์เฉพาะข้อนี้ ใช้สูตรเฉพาะข้อนี้

11. เงินต้น 624 บาท ในเวลา 3 ปี อัตราดอกเบี้ย 3%
12. เงินต้น 485 บาท ในเวลา 5 ปี อัตราดอกเบี้ย 3%
13. เงินต้น 520 บาท ในเวลา 4 ปี อัตราดอกเบี้ย 5%
14. เงินต้น 365 บาท ในเวลา 3 ปี อัตราดอกเบี้ย 5%
15. เงินต้น 2500 บาท ในเวลา 4 ปี อัตราดอกเบี้ย $2\frac{1}{2}$ %
16. เงินต้น 1200 บาท ในเวลา $2\frac{1}{2}$ ปี อัตราดอกเบี้ย $3\frac{1}{2}$ %
17. เงินต้น 960 บาท ในเวลา 5 ปี อัตราดอกเบี้ย $6\frac{2}{3}$ %
18. เงินต้น 1560 บาท ในเวลา $3\frac{1}{2}$ ปี อัตราดอกเบี้ย $3\frac{1}{2}$ %
19. เงินต้น 1720 บาท ในเวลา $4\frac{1}{2}$ ปี อัตราดอกเบี้ย $4\frac{1}{2}$ %
20. เงินต้น 4240 บาท ในเวลา 8 ปี อัตราดอกเบี้ย $6\frac{1}{4}$ %

จงหาเงินรวม

21. เงินต้น 3500 บาท ในเวลา 6 ปี อัตราดอกเบี้ย 12%
22. เงินต้น 2450 บาท ในเวลา $2\frac{1}{2}$ ปี อัตราดอกเบี้ย 4%
23. เงินต้น 5622 บาท ในเวลา 3 ปี อัตราดอกเบี้ย $3\frac{1}{3}$ %
24. เงินต้น 2060 บาท ในเวลา 3 ปี อัตราดอกเบี้ย $4\frac{1}{2}$ %
25. เงินต้น 20,450 บาท ในเวลา 8 เดือน อัตราดอกเบี้ย $4\frac{1}{2}$ %
26. เงินต้น 2760 บาท ในเวลา 4 เดือน อัตราดอกเบี้ย 6%
27. เงินต้น 4860 บาท ในเวลา 7 เดือน อัตราดอกเบี้ย 5%
28. เงินต้น 7300 บาท ในเวลา 85 วัน อัตราดอกเบี้ย 4%
29. เงินต้น 3648 บาท ในเวลา 73 วัน อัตราดอกเบี้ย 10%
30. เงินต้น 5110 บาท ในเวลา 95 วัน อัตราดอกเบี้ย 6%

จงหาดอกเบี้ยและเงินรวม

31. เงินต้น 9016 บาท ให้กู้ตั้งแต่ 8 มีนาคม ถึง 20 พฤษภาคม 2503 อัตราดอกเบี้ย $2\frac{1}{2}\%$ (การคิดเวลา ให้เอาจำนวนวันของเดือนที่เริ่มกู้ยืมตั้ง ลบด้วยตัวเลขวันที่กู้ ได้เท่าไร เอาจำนวนวันของเดือนต่อ ๆ ไปบวก ส่วนเดือนสุดท้ายกู้ถึงวันที่เท่าไร เอาจำนวนวันที่บวก) เช่น ในข้อนี้จำนวนวันจะเท่ากับ

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{มีนาคม} & & \text{เมษายน} & & \text{พฤษภาคม} & \\ (31-8) & + & 30 & + & 20 & = & 73 \text{ วัน} \end{array}$$

32. เงินต้น 7850 บาท ให้กู้ตั้งแต่ 24 มิถุนายน ถึง 5 กันยายน ปีเดียวกัน อัตราดอกเบี้ย 9%
33. เงินต้น 8754 บาท ให้กู้ตั้งแต่ 7 พฤษภาคม ถึง 30 กันยายน ปีเดียวกัน อัตราดอกเบี้ย 15%
34. เงินต้น 5840 บาท ให้กู้ตั้งแต่ 12 มกราคม ถึง 15 เมษายน ปีเดียวกัน อัตราดอกเบี้ย 10%

14.4 วิธีหาเงินต้น

ก. เมื่อกำหนด ดอกเบี้ย, เวลา และอัตราดอกเบี้ย ให้ก็อาจหาเงินต้นได้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเงินต้นซึ่งให้กู้ในเวลา $3\frac{1}{2}$ ปี อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 8 ต่อปี ได้ดอกเบี้ย 210 บาท

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad & \text{ตามสูตร} \quad \text{ด} = \frac{\text{ต} \times 100}{\text{ป} \times \text{อ}} \\ & = \frac{210 \times 100}{\frac{7}{2} \times 8} = \frac{210 \times 100}{28} \\ & = 750 \end{aligned}$$

ตอบ เงินต้น 750 บาท

- ข. เมื่อกำหนดเงินรวม เวลา และอัตราดอกเบี้ยให้ ก็อาจหาเงินต้นได้
ตัวอย่างที่ 2 จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 4 ปี อัตราดอกเบี้ย
 ร้อยละ 4 ได้เงินรวม 870 บาท

วิธีทำ เงินต้น 100 บาท ใน 1 ปี ได้ดอกเบี้ย 4 บาท
 เงินต้น 100 บาท ใน 4 ปี ได้ดอกเบี้ย $4 \times 4 = 16$ บาท
 ได้เงินรวม 116 บาท เงินต้น 100 บาท
 " " 370 บาท " $\frac{100}{116} \times 870$ "
 = 750 บาท

ตอบ เงินต้น 750 บาท

อธิบาย อาจทำสูตรไว้ใช้ได้ดังนี้

$$\text{เนื่องจาก เงินรวมหรือ } r = \frac{c(100 + r \times p)}{100}$$

$$\therefore 100 \times r = c(100 + r \times p)$$

$$\therefore c = \frac{100 \times r}{100 + r \times p}$$

$$\therefore \text{เงินต้น} = \frac{100 \times 870}{100 + 4 \times 4} = \frac{100 \times 870}{116}$$

$$= 750 \text{ บาท}$$

แบบฝึกหัดที่ 14 ข.

1. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 4 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย 5% ได้ดอกเบี้ย 70 บาท
2. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 3 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย 5% ได้ดอกเบี้ย 108 บาท
3. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 5 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย 4% ได้ดอกเบี้ย 110 บาท
4. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 2 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย 5% จึงจะได้ดอกเบี้ย 664 บาท

5. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 4 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย 3% จึงจะได้ ดอกเบี้ย 960 บาท
6. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 3 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย 4% จึงจะได้ เงินรวม 504 บาท
7. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 3 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย 5% จึงจะได้ เงินรวม 1058 บาท
8. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา $2\frac{1}{2}$ ปี คิดอัตราดอกเบี้ย 3% จึงจะได้ เงินรวม 9331 บาท
9. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 6 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย $4\frac{1}{2}\%$ จึงจะได้เงินรวม 10795 บาท
10. จงหาเงินต้น ซึ่งให้กู้ในเวลา 3 ปี คิดอัตราดอกเบี้ย $4\frac{1}{2}\%$ จึงจะได้เงินรวม 3,995 บาท 20 สตางค์

14.5 วิธีหาเวลา

เมื่อกำหนดเงินต้น ดอกเบี้ย และอัตราดอกเบี้ยร้อยละต่อปี ให้ อาจหาระยะเวลาที่กู้ยืมเงินได้

ตัวอย่าง เงินต้น 1,850 บาท ให้เขากู้มานานเท่าไรจึงจะได้ดอกเบี้ย 259 บาท คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4 ต่อปี

วิธีทำ เงินต้น 100 บาท ใน 1 ปี ได้ดอกเบี้ย 4 บาท
 " 1,850 " " 1 " $\frac{4 \times 1850}{100} = 74$ บาท
 แต่ได้ดอกเบี้ยทั้งหมด 259 บาท
 ได้ดอกเบี้ย 74 บาท กู้มานาน 1 ปี
 " 259 " " $\frac{259}{74} = 3\frac{37}{74}$ ปี
 $= 3\frac{1}{2}$ ปี
ตอบ นาน $3\frac{1}{2}$ ปี

อธิบาย อาจใช้สูตรได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{เวลา} &= \frac{100 \times \text{ด}}{\text{ค} \times \text{อ}} && \text{ปี} \\ &= \frac{100 \times 259}{1850 \times 4} = \frac{259}{74} && \text{ปี} \\ &= 3 \frac{1}{2} && \text{ปี}\end{aligned}$$

14.6 วิธีหาอัตราดอกเบี้ย

เมื่อกำหนดเงินต้น ดอกเบี้ย และเวลาให้ อาจหาอัตราดอกเบี้ยได้

ตัวอย่าง เงินต้น 1,850 บาท ให้กู้ในเวลา $3 \frac{1}{2}$ ปี ได้ดอกเบี้ย 259 บาท คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละเท่าไรต่อปี

วิธีทำ

ถ้าคิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 1 ต่อปี
เงินต้น 100 บาท ในเวลา 1 ปี ได้ดอกเบี้ย 1 บาท

“ 1850 “ “ 1 “ “ $\frac{1 \times 1850}{100}$ บาท

“ 1850 “ “ $3 \frac{1}{2}$ “ “ $\frac{1 \times 1850 \times 7}{100 \times 2}$ “
 $= \frac{259}{4}$ บาท

ได้ดอกเบี้ย $\frac{259}{4}$ บาท คิดอัตราร้อยละ 1 บาท

“ 259 “ “ $1 \times \frac{4}{259} \times 259 = 4$

ตอบ อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4

อธิบาย

ต้องสมมติว่าอัตราดอกเบี้ยเป็นร้อยละ 1 ก่อน แล้วหาว่าเงินต้น 1,850 บาท ในเวลา $3 \frac{1}{2}$ ปี ได้ดอกเบี้ยเท่าไร แล้วไปเทียบว่า ได้ดอกเบี้ยเท่าที่หาได้ คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 1 ถ้าได้ดอกเบี้ย 259 บาท คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4

อาจทำได้โดยใช้สูตรได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\text{อัตราดอกเบี้ย} &= \frac{ค \times 100}{ด \times ป} \\ &= \frac{259 \times 100}{1850 \times 3\frac{1}{2}} \\ &= \frac{259 \times 100 \times 2}{1850 \times 7} = 4\end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 14 ค.

จงหาเวลาเป็นปีจากการให้กู้ยืมเงินจากที่กำหนดไว้

1. เงินต้น 650 บาท ได้ดอกเบี้ย 130 บาท คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5
2. เงินต้น 3,000 บาท ได้ดอกเบี้ย 315 บาท คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 7
3. เงินต้น 840 บาท ได้ดอกเบี้ย 105 บาท คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5
4. เงินต้น 525 บาท ได้ดอกเบี้ย 105 บาท คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4
5. เงินต้น 5,505 บาท ได้ดอกเบี้ย 1,101 บาท คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 10
6. เงินต้น 5,174 บาท ได้ดอกเบี้ย 258 บาท 70 สตางค์ คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ $2\frac{1}{2}$
7. เงินต้น 550 บาท ได้เงินรวม 632 บาท 50 สตางค์ คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5
8. เงินต้น 720 บาท ได้เงินรวม 833 บาท 40 สตางค์ คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ $4\frac{1}{2}$
9. เงินต้น 625 บาท 50 สตางค์ ได้เงินรวม 813 บาท 15 สตางค์ คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4
10. เงินต้น 1,500 บาท ได้เงินรวม 1,781 บาท 25 สตางค์ คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ $2\frac{1}{2}$

จงหาอัตราดอกเบี้ยเป็นร้อยละต่อปี จากการกู้ยืมเงินที่กำหนดไว้

11. เงินต้น 350 บาท ได้ดอกเบี้ย 21 บาท ในเวลา 2 ปี
12. เงินต้น 325 บาท ได้ดอกเบี้ย 42 บาท 25 สตางค์ในเวลา 4 ปี
13. เงินต้น 1,020 บาท ได้ดอกเบี้ย 290 บาท 70 สตางค์ในเวลา 6 ปี
14. เงินต้น 560 บาท ได้ดอกเบี้ย 83 บาท 30 สตางค์ในเวลา $3\frac{1}{2}$ ปี
15. เงินต้น 925 บาท ได้ดอกเบี้ย 203 บาท 50 สตางค์ ในเวลา 4 ปี
16. เงินต้น 450 บาท ได้เงินรวม 470 บาท 25 สตางค์ในเวลา $1\frac{1}{2}$ ปี
17. เงินต้น 2,560 บาท ได้เงินรวม 3,328 บาท ในเวลา 5 ปี
18. เงินต้น 480 บาท ได้เงินรวม 522 บาท ในเวลา $3\frac{1}{2}$ ปี
19. เงินต้น 880 บาท ได้เงินรวม 965 บาท 80 สตางค์ในเวลา $3\frac{1}{4}$ ปี
20. เงินต้น 3,205 บาท ได้เงินรวม 3,653 บาท 70 สตางค์ ในเวลา 4 ปี
21. เงินต้น 1,095 บาท ได้เงินรวม 1,118 บาท 40 สตางค์ในเวลา 117 วัน
22. ให้กู้เงินจำนวนหนึ่งใน 40 ปี จะได้ดอกเบี้ยเท่ากับเงินต้น ให้กู้เงิน คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละเท่าไร (ให้ x บาท เป็นเงินต้นแล้วใช้สูตร)
23. ให้กู้เงิน 250 บาท อัตราดอกเบี้ยร้อยละ $2\frac{1}{2}$ เป็นเวลานานกี่ปี จึงจะได้ดอกเบี้ย 250 บาท
24. ให้กู้เงิน 511 บาท ตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม 2504 คิดอัตราดอกเบี้ย $4\frac{3}{4}\%$ ได้เงินรวม 517 บาท 65 สตางค์ เงินถึงกำหนดชำระเมื่อไร

บทที่ 15

กราฟสถิติ

15.1 ในการไปยังสถานที่แห่งหนึ่ง สมมุติว่ากระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งมีตึกหลายตึก และตึกแต่ละตึกมีที่ทำงานของกอง กรมต่าง ๆ รวมหลายกรม และผู้จะเข้าไปติดต่อกับเจ้าหน้าที่ของกองหนึ่ง ๆ จะไปหาได้ถูกต้องก็ต่อเมื่อถามเจ้าหน้าที่ เจ้าหน้าที่จะต้องอธิบายหรือชี้ให้ แต่ถ้าได้ทำยังแสดงไว้ ผู้ไปติดต่อกานดูที่ยัง แล้วเดินไปตามยัง ก็จะไปหาได้ถูก และไม่ต้องเสียเวลาถามใคร

ในทำนองเดียวกันในการเขียนรายงาน หรือแสดงผลงานของทางราชการหรือบริษัทร้านค้าที่เป็นตัวเลขมาก ๆ ถ้าหากได้ใช้รูปภาพแทนจำนวนตัวเลขเหล่านั้น ผู้อ่านหรือผู้ดูก็จะเข้าใจได้เร็วกว่าอ่านตัวเลข และนอกจากนี้ยังมองเห็นการเปรียบเทียบได้ชัดเจน รูปภาพที่ใช้แสดงสถิติจำนวนต่าง ๆ นั้น เรียกว่า กราฟรูปภาพ กราฟ (graph) เป็นภาษากรีก แปลว่าเขียนหรือวาด กราฟรูปภาพต่อไปนี้ หนังสือเล่มหนึ่งแทนหนังสือจริง ๆ 50 เล่ม

จำนวนหนังสือในห้องสมุดของโรงเรียน

ภาษาอังกฤษ



วิทยาศาสตร์



วรรณคดีไทย



สารคดี



ฉะนั้นอาจอ่านจากกราฟรูปภาพได้ดังนี้:-

1. มีหนังสือภาษาอังกฤษในห้องสมุดรวม $50 \times 2 = 100$ เล่ม
2. มีหนังสือวิทยาศาสตร์ในห้องสมุดรวม $50 \times 3 = 150$ เล่ม
3. มีหนังสือวรรณคดีไทยในห้องสมุดรวม $50 \times 4 = 200$ เล่ม
4. มีหนังสือสารคดีในห้องสมุดรวม $50 \times 5\frac{1}{2} = 275$ เล่ม
(ภาพ $\frac{1}{2}$ เล่ม เท่ากับ $50 \div 2 = 25$ เล่ม)
5. ห้องสมุดมีหนังสือภาษาอังกฤษน้อยที่สุด
6. ห้องสมุดมีหนังสือสารคดีมากที่สุด

15.2 การอ่านกราฟรูปภาพที่แสดงสถิตินั้น จะเห็นจากตัวอย่างแล้วว่า ภาพนั้นโดยมากเป็นภาพของสิ่งของที่จะแสดงหรือสมมุติขึ้นแทน ภาพแต่ละภาพแทนจำนวนสิ่งของตามที่กำหนดไว้ตอนใดตอนหนึ่งของกราฟ และกำหนดเป็นรูปอัตราส่วน หรือเขียนภาพไว้หนึ่งภาพแล้วบอกว่า เท่ากับเท่าไร เช่น:-

หนังสือ 1 : 50 เล่ม ก็หมายถึงภาพหนังสือ 1 เล่ม เท่ากับหนังสือจริง ๆ 50 เล่ม

หรือ  : 50 เล่ม หมายถึงภาพหนังสือ 1 เล่ม เท่ากับหนังสือจริง 50 เล่ม

15.3 การสร้างกราฟรูปภาพมีวิธีการดังนี้:-

- (ก) ดูรายการและจำนวนสิ่งที่จะสร้างกราฟรูปภาพ แล้วเลือกดูว่าควรเขียนภาพอะไรแสดงแทนสิ่งเหล่านั้น เช่น รายการกล่าวถึงสถิติจำนวนนักเรียน ก็อาจใช้ภาพนักเรียน รายการกล่าวถึงรถยนต์ก็ใช้ภาพรถยนต์ ฯลฯ
- (ข) ดูจำนวนของแต่ละรายการ แล้วพิจารณาว่าควรเขียนภาพสักกี่ภาพ และอย่าให้มากนัก เพราะเขียนยากและอาจมากเกินไป ควรดูจำนวนมากกว่าอย่างมากควรใช้กี่ภาพ แล้วเอาจำนวนภาพหารจำนวนทั้งหมด ได้เท่าไรใช้เป็นอัตราส่วนต่อ 1 ภาพ (พยายามอย่าให้มีเศษหรือทศให้เป็นจำนวนเต็ม)

- ค. เอาจำนวนที่หารได้ ไปหารจำนวนเลขทุก ๆ จำนวน ที่จะใช้ภาพแทน
- ง. เขียนภาพแสดงจำนวนเป็นบรรทัด ๆ ไป
ดังตัวอย่างการเขียนกราฟ แสดงจำนวนรถจักรยานในปีต่าง ๆ ดังนี้

พ.ศ.	จำนวนรถจักรยาน
2490	75
2493	125
2496	150
2499	200
2502	225

วิธีทำ

- (ก) ควรใช้ภาพรถจักรยาน
- (ข) จำนวนมากที่สุดคือ 225 ถ้าจะใช้ 9 ภาพ จะได้ภาพละ $\frac{225}{9} = 25$ จึงใช้อัตราส่วน 1 : 25
- (ค) เอา 25 หารจำนวนจักรยานทุกปี จะได้

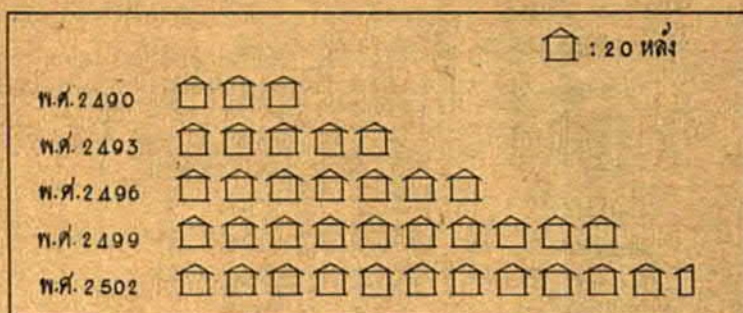
2490	3
2493	5
2496	6
2499	8
2502	9

- (ง) เขียนภาพจักรยานแทนจำนวนจักรยานของแต่ละปี ดังต่อไปนี้



แบบฝึกหัดที่ 15 ก.

1.

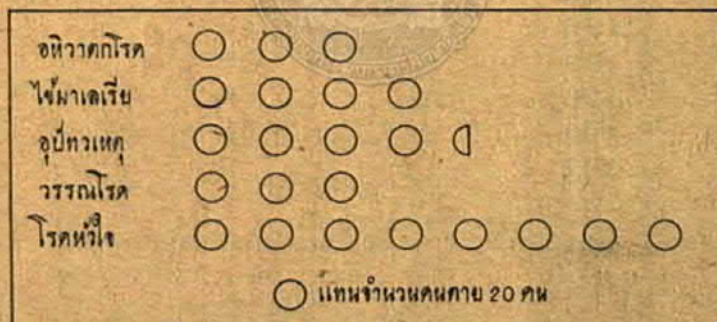


จำนวนบ้านที่มีอยู่ในตำบลหนึ่งในปีต่าง ๆ ดังในกราฟ

จงอ่านกราฟและตอบคำถามต่อไปนี้ :-

- (ก) พ.ศ. 2490 มีจำนวนเท่าใด
- (ข) พ.ศ. 2499 มีจำนวนเท่าใด
- (ค) พ.ศ. 2502 มีจำนวนเท่าใด
- (ง) พ.ศ. 2502 มีบ้านมากกว่า พ.ศ. 2493 เท่าใด

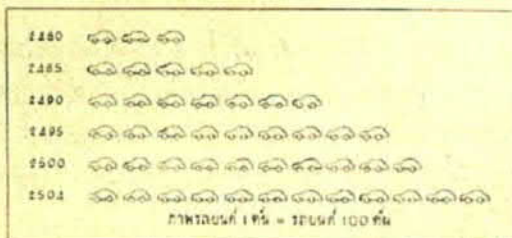
2.



เมือง ๆ หนึ่งปรากฏว่ามีคนตายด้วยเหตุต่าง ๆ ในปีหนึ่งดังแสดงไว้ในกราฟ

- จงหา
- (ก) จำนวนคนตายด้วยอุบัตหเหตุ
 - (ข) จำนวนคนตายด้วยโรคหัวใจ
 - (ค) จำนวนคนตายด้วยโรคมมาเลเรีย
 - (ง) จำนวนคนตายทั้งหมดทุกสาเหตุ

3.



เมือง ๆ หนึ่ง มีรถยนต์ดังแสดงไว้ในกราฟรูปภาพ จงหา

(ก) จำนวนรถยนต์ ใน พ.ศ. 2495

(ข) จำนวนรถยนต์ ใน พ.ศ. 2504

(ค) จำนวนรถยนต์ ใน พ.ศ. 2504 มากกว่าใน พ.ศ. 2480 เท่าไร

(ง) จำนวนรถยนต์ ใน พ.ศ. 2504 มากกว่าใน พ.ศ. 2500 เท่าไร

4. จงเขียนกราฟรูปภาพแสดงจำนวนนักเรียนของโรงเรียนหนึ่ง ดังได้กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ ภาพ 1 ภาพแทน 50 คน)

พ.ศ. 2499 450 คน

พ.ศ. 2500 525 คน

พ.ศ. 2501 550 คน

พ.ศ. 2502 600 คน

พ.ศ. 2503 725 คน

5. จงเขียนกราฟรูปภาพแสดงจำนวนหนังสือในห้องสมุด ดังนี้

ภาษาอังกฤษ 150 เล่ม

แบบเรียน 450 เล่ม

วรรณคดีไทย 350 เล่ม

วิทยาศาสตร์ 125 เล่ม

สารคดี 600 เล่ม

6. จงเขียนกราฟรูปภาพแสดงจำนวนข้าวที่ทำในนาแปลงหนึ่ง ต่อไปนี้

พ.ศ. 2495 500 ถัง

พ.ศ. 2497 550 ถัง

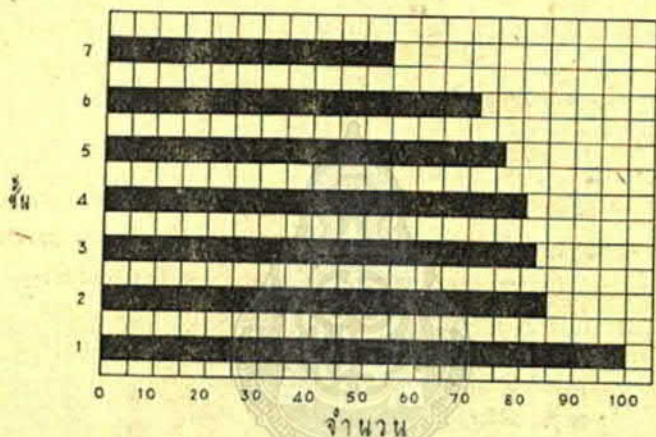
พ.ศ. 2499 600 ถัง

พ.ศ. 2501 700 ถัง

พ.ศ. 2503 950 ถัง

15.4 กราฟแท่ง

กราฟรูปภาพที่เรียนมาแล้ว อาจใช้ภาพแทนจำนวนได้อย่าง
 หลาย ๆ ถ้ามีเศษอาจใช้ภาพไม่ได้ตรงนัก ต้องขีดเศษให้พอดี กราฟ
 แท่งที่จะกล่าวต่อไปนี้ ใช้แสดงจำนวนได้ละเอียดกว่า และวิธีทำก็ง่าย
 กว่า ไม่ต้องเขียนรูป ลักษณะของกราฟแท่ง มีดังตัวอย่างต่อไปนี้



ข้างบนนี้เป็นกราฟแสดงจำนวนนักเรียนชั้นประถมศึกษา ของโรงเรียน
 หนึ่ง แยกเป็นรายชั้น

ตามเส้นตั้งบอกว่าชั้นอะไร ตรงกับแท่งสีดำ

ตามเส้นนอน มีเลขกำกับบอกจำนวน เริ่มตั้งแต่ 0 ถึง 100

ช่องหนึ่ง ๆ เท่ากับ 5 คน 2 ช่องเท่ากับ 10 คน จากกราฟ
 จะเห็นว่า นักเรียนชั้นประถมปีที่หนึ่ง มี 100 คน

นักเรียนชั้นประถมปีที่สอง มี 85 คน

นักเรียนชั้นประถมปีที่ 3-7 มี 83, 81, 77, 72 และ

55 คน ตามลำดับ

กราฟแท่งอาจเขียนตามตั้งก็ได้ และจะใช้เส้นตั้งเป็นจำนวน เส้นตาม-
 นอนเป็นชั้นก็ได้

15.5 การสร้างกราฟแท่ง

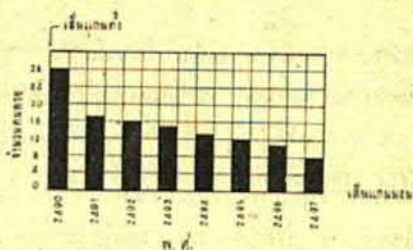
การสร้างกราฟแท่ง นิยมใช้กระดาษกราฟสร้าง เพราะกระดาษกราฟมีตารางเป็นจัตุรัสขนาดต่าง ๆ ไม่ต้องตีเส้น วิธีสร้างมีหลักดังนี้ :-

1. ชิดเส้นแกนตั้งใกล้ขอบกระดาษทางซ้าย และชิดเส้นแกนนอนใกล้ขอบล่างกระดาษหรือตรงที่ต้องการ แล้วกำหนดให้เส้นแกนหรือเส้นนอนเส้นใดเส้นหนึ่งเป็นรายการชื่อ หรือสิ่งของ หรือปีที่เหลืออีกเส้นหนึ่งเป็นจำนวน
2. ถ้ากระดาษที่เขียนไม่ใช่กระดาษกราฟ ควรติดตารางไว้
3. กำหนดอัตราส่วน แล้วเขียนตัวเลขบอกจำนวน บอกรายการไว้ เป็นตอน ๆ โดยใช้จุดที่เส้นแกนตัดกันเป็นจุดเริ่ม
4. กำหนดเขียนเส้นกราฟแท่งทุก ๆ แท่งให้มีขนาดเดียวกัน ส่วนความยาวให้เป็นไปตามโจทย์

ตัวอย่าง

จงสร้างกราฟแท่ง แสดงสถิติจำนวนคนตายของอำเภอหนึ่งดังต่อไปนี้ :-

พ.ศ. 2490	26
พ.ศ. 2491	17
พ.ศ. 2492	16
พ.ศ. 2493	15
พ.ศ. 2494	13
พ.ศ. 2495	12
พ.ศ. 2496	11
พ.ศ. 2497	8

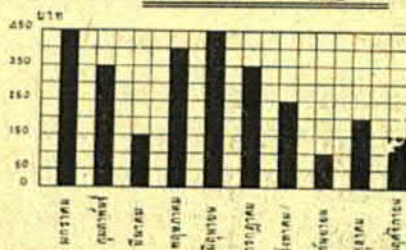


จากตารางที่กำหนดให้ มีรายการรวม 8 พ.ศ. จำนวนคนตายสูงสุด 26 คน จึงกำหนดให้ 1 ช่อง เท่ากับ 4 คน ทางเส้นแกนตั้ง และให้ 1 ช่องเป็นปี เว้น 1 ช่องเป็นที่ว่าง เพื่อไม่ให้กราฟแอ่งไปซ้อนกัน และเพื่อความสวยงาม เสร็จแล้วเขียนกราฟแท่งแสดงจำนวนคนตาย ใน พ.ศ. 2490 ซึ่งมี 26 คน แลเงาติลสอไปที่ เลข 24 และเลยไปอีกครึ่งตาราง เพราะ 1 ช่องตารางเท่ากับ 4 ครึ่งช่องจึงเป็น 2 และเขียนกราฟแท่งแสดงจำนวนต่อไปตามโจทย์บอก

จากกราฟจะเห็นได้ชัดเจนว่า จำนวนคนตายน้อย ๆ ลดลง ซึ่งแสดงว่าสุขภาพของคนในเมื่องนี้ดีขึ้น

แบบฝึกหัดที่ 15 ข.

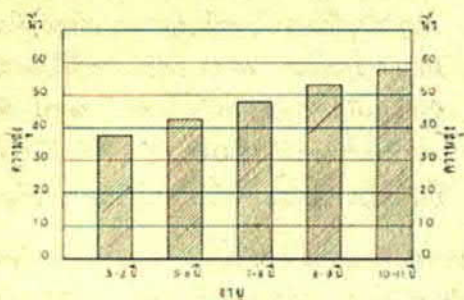
1.



กราฟในข้อนี้เป็นกราฟสถิติการผากเงินออมสินของนักเรียนโรงเรียนหนึ่ง

- (ก) มาตราส่วน 1 ช่อง ตามเส้นแกนตั้งเท่ากับกี่บาท
- (ข) จงอ่านดูว่าในแต่ละเดือนนักเรียนผากเงินเดือนละเท่าไร
- (ค) เดือนไหนน้อยที่สุด เป็นเงินเท่าไร
- (ง) เดือนไหนมากที่สุด เป็นเงินเท่าไร

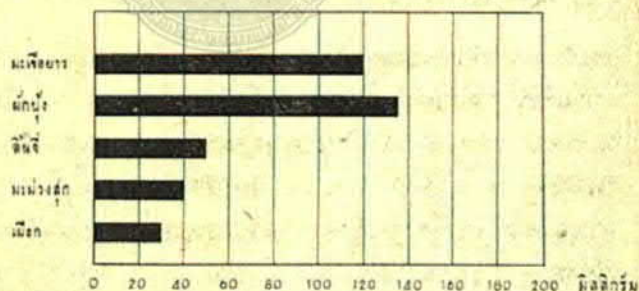
2.



ความสูงของเด็กเป็นรายอายุ

- จากกราฟข้างบน (ก) ใช้มาตราส่วนตามเส้นแกนตั้ง 1 ช่องต่อเท่าไร
 (ข) เด็กอายุระหว่าง 7-8 ปี สูงประมาณเท่าไร
 (ค) เด็กอายุระหว่าง 10-11 ปี สูงเท่าไร
 (ง) เด็กอายุ 5-6 ปี สูงกว่าเด็กอายุ 4-3 ปี เท่าไร
 (จ) เด็กอายุ 8-9 ปี ต่ำกว่าเด็กอายุ 10-11 ปี เท่าไร
 (ฉ) เด็กอายุ 7-8 ปี สูงกว่าเด็กอายุ 5-6 ปี เท่าไร

3.



จำนวนวิตามินที่มีในผลไม้ต่อน้ำหนัก 100 กรัม

จากกราฟข้างบน เป็นกราฟแสดงคุณค่าของผักและผลไม้ว่า ผักและผลไม้แต่ละชนิด ซึ่งหนัก 100 กรัม จะมีวิตามินซีอยู่กี่มิลลิกรัม จงอ่านกราฟแล้วตอบคำถามต่อไปนี้:-

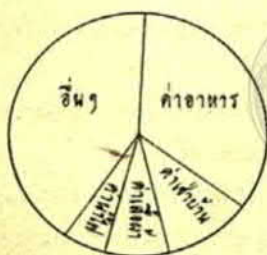
- ก. ไวตามินซีมีประโยชน์ต่อร่างกายอย่างไร
 ข. มะม่วงสุกหนัก 100 กรัม จะมีไวตามินซีเท่าไร
 ค. ผักบุ้งหนัก 100 กรัม จะมีไวตามินซีเท่าไร
 ง. มะเขือยาวหนัก 100 กรัม จะมีไวตามินซีเท่าไร
 จ. ถั่วงอกหนัก 100 กรัม จะมีไวตามินซีเท่าไร

4. จงเขียนกราฟแท่งแสดงจำนวนนักเรียนของโรงเรียนประถมแห่งหนึ่ง ซึ่งมีนักเรียนตั้งแต่ พ.ศ. 2491 ถึง พ.ศ. 2500 เป็นจำนวนแต่ละปีเรียงตามลำดับดังนี้ 94, 96, 98, 100, 107, 104, 114, 124, 112, 106
5. จงเขียนกราฟแท่งแสดงอุณหภูมิของจังหวัดต่าง ๆ ในวันหนึ่งดังนี้:-
- | | |
|------------------------|-----------------|
| จังหวัดเชียงราย | 15 องศาเซลเซียส |
| จังหวัดพิษณุโลก | 23 องศาเซลเซียส |
| จังหวัดแพร่ | 20 องศาเซลเซียส |
| จังหวัดพระนครศรีอยุธยา | 26 องศาเซลเซียส |
| จังหวัดสุพรรณบุรี | 25 องศาเซลเซียส |
6. จงเขียนกราฟแท่งแสดงจำนวนเงินที่ร้านค้าแห่งหนึ่ง จำหน่ายสินค้าได้เป็นรายเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม เป็นเงินตามลำดับดังนี้ 2,540 บาท 3,670 บาท 4,480 บาท 3,475 บาท 4,560 บาท 5,290 บาท 3,930 บาท 2,870 บาท
7. จำนวนคนที่ได้รับบาดเจ็บจากอุบัติเหตุเพราะรถยนต์ชนใน 100 คน นั้นเนื่องมาจากรถชนกันตรงสี่แยก คนบาดเจ็บ 26% เดินข้ามถนน 16% เดินข้ามถนน 13% เด็กเล่นข้ามถนน 16% รถถ่มแซงกันทำให้เกิดชนกันคนบาดเจ็บ 12% เหตุอื่น ๆ 17% จงเขียนกราฟแสดงจำนวนผู้ได้รับบาดเจ็บจากอุบัติเหตุเพราะเหตุดังกล่าวข้างต้น
8. จงเขียนกราฟแท่ง แสดงคะแนนสอบข้อสอบของนักเรียนเองเพื่อเปรียบเทียบดูผลการเรียน

15.6 กราฟวงกลม

กราฟวงกลมเป็นกราฟสถิติแสดงจำนวนทั้งหมดเปรียบเทียบกับส่วนต่าง ๆ ของจำนวนนั้น ว่าเป็นสัดส่วนกันอย่างไร และในขณะเดียวกันก็เปรียบเทียบส่วนต่าง ๆ เหล่านั้นว่าแตกต่างกันอย่างไรด้วย

กราฟวงกลม ใช้พื้นที่ของวงกลมแทนจำนวนทั้งหมด และใช้พื้นที่ของสามเหลี่ยมฐานโค้งแทนส่วนต่าง ๆ ของจำนวนทั้งหมด สามเหลี่ยมฐานโค้งจะมีพื้นที่มากน้อย ย่อมอยู่ที่มุมที่จุดศูนย์กลาง ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางเล็ก สามเหลี่ยมฐานโค้งก็เล็ก ถ้ามุมโตสามเหลี่ยมก็โตได้ สัดส่วนกับมุม ฉะนั้นการแบ่งจำนวนทั้งหมดออกเป็นส่วน ๆ ในการสร้างกราฟ จึงใช้ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเป็นหลัก



ตัวอย่าง

ชายคนหนึ่งได้เงินเดือน ๆ ละ 1800 บาท จ่ายเป็นค่าอาหาร 620 บาท ค่าเช่าบ้าน 200 บาท ค่าเสื้อผ้า 140 บาท ค่าน้ำ และค่าไฟ 100 บาท เหลืออีก 740 บาท ใช้จ่ายอื่น ๆ ภายในครอบครัว รวมทั้งเก็บสะสมไว้ด้วย จึงเขียนกราฟแสดงรายจ่ายของชายผู้นี้

วิธีทำ จำนวนเงิน 1800 บาท เป็นจำนวนเงินทั้งหมด ซึ่งต้องใช้วงกลมทั้งวงแทน ฉะนั้น

ให้ เงินเดือน 1800 บาท = 360 ส่วน (มุม 360° ที่จุดศูนย์กลาง)

$$\text{ค่าอาหาร } 620 \text{ บาท} = \frac{360}{1800} \times 620 = 124 \text{ ส่วน}$$

$$\text{ค่าเช่าบ้าน } 200 \text{ บาท} = \frac{360}{1800} \times 200 = 40 \text{ ส่วน}$$

$$\text{ค่าเสื้อผ้า } 140 \text{ บาท} = \frac{360}{1800} \times 140 = 28 \text{ ส่วน}$$

$$\text{ค่าน้ำค่าไฟ } 100 \text{ บาท} = \frac{360}{1800} \times 100 = 20 \text{ ส่วน}$$

$$\text{อื่น ๆ } 740 \text{ บาท} = \frac{360}{1800} \times 740 = 148 \text{ ส่วน}$$

สร้างวงกลมขึ้นวงหนึ่งรัศมียาวพอสมควร แล้วลากเส้นรัศมีสองเส้นทำมุมที่จุดศูนย์กลางโต 124° องศา และให้ส่วนนี้แทนค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับอาหาร ถัดไปลากเส้นรัศมีทำมุมกับรัศมีเดิม โต 40° องศา และให้แทนค่าใช้จ่ายในการเช่าบ้าน ลากเส้นรัศมีทำมุมกับรัศมีเดิม โต 28° องศา ส่วนนี้แทนค่าเสื้อผ้า ลากเส้นรัศมีทำมุมกับรัศมีเดิม โต 20° องศา ส่วนนี้แทนค่าน้ำ ค่าไฟ ที่เหลือเป็นค่าใช้จ่ายอื่น ๆ

เสร็จแล้วจะระบายสีแต่ละส่วน เพื่อให้เห็นชัดเจนขึ้นก็ได้ สำหรับแต่ละส่วนนั้นเขียนข้อความว่าเป็นค่าใช้จ่ายอะไรกำกับไว้ข้างในวงกลม หรือนอกวงกลมโดยใช้ลูกศรชี้ไปยังส่วนนั้นก็ได้ ส่วนจำนวนเงินจะเขียนกำกับไว้ด้วยก็ได้ ไม่เขียนก็ได้

แบบฝึกหัดที่ 15 ค.

1.



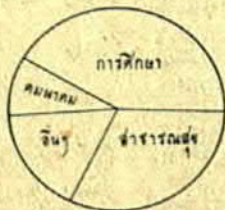
กราฟวงกลมทางซ้ายมือ เป็นกราฟแสดงจำนวนชั่วโมงที่นักเรียนคนหนึ่ง ได้ทำเป็นประจำในวันหนึ่ง ๆ จงหาว่า

(ก) จงวัดมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมว่าแต่ละมุมโตกี่องศา

(ข) ในวันหนึ่งนักเรียนใช้เวลาในการนอน, รับประทานอาหารและอื่น ๆ ไปโรงเรียน, พักผ่อนออกกำลังกาย ทำการบ้านดูหนังสือ อย่างละกี่ชั่วโมง

(ค) จงสร้างวงกลมขนาดใหญ่กว่ากราฟวงกลมในข้อนี้ แล้วทำกราฟแสดงกิจวัตรประจำวันของนักเรียน ตามส่วนในข้อ (ข)

2.



เทศบาลเมืองแห่งหนึ่งได้แบ่งเงินงบประมาณใช้ในการศึกษา การสาธารณสุข การคมนาคม และอื่น ๆ ดังนี้ 30% , 20% , 5% และ 45% ตามลำดับ ของจำนวนเงินงบประมาณทั้งหมด (100%) จงเขียนกราฟวงกลม แสดงสถิตินี้

3. จงสร้างกราฟวงกลมแสดงค่าใช้จ่ายของครอบครัวหนึ่ง ซึ่งมีรายได้เดือนละ 450 บาท และใช้จ่ายดังนี้:-

ค่าเช่าบ้าน	100 บาท
ค่าอาหาร	220 บาท
ค่าเสื้อผ้า	50 บาท
ค่าใช้จ่ายอื่น ๆ	80 บาท

4. จงสร้างกราฟวงกลมแสดงจำนวนไหมที่ประเทศต่าง ๆ ในโลกผลิตได้ในปีหนึ่งรวมหนักประมาณ 100 ล้านตัน และจำแนกประเทศที่ผลิตไหมได้ดังนี้ ประเทศญี่ปุ่น 50% ประเทศจีน 20% ประเทศอิตาลี 10% ประเทศอื่น ๆ รวมกัน 20%

5. ในการใช้รถยนต์คันหนึ่ง เมื่อคิดแล้วเฉลี่ยแล้ว สิ้นค่าใช้จ่ายทั้งหมดเป็น 100% จะต้องใช้เป็นค่าน้ำมันเบนซิน 25.7% ค่ายาง 9.5% ค่าภาษี 5.7% ค่าประกัน 15.1% ค่าอัตราติดและอาหรัย 11.2% คิดค่ารถเสื่อมค่าปีละ 30.8% จงเขียนกราฟวงกลมแสดงค่าใช้จ่ายในการใช้รถยนต์นี้

6. จงสร้างกราฟวงกลมแสดงสินค้าข้าวที่ประเทศต่าง ๆ ผลิตได้ในปีหนึ่งดังนี้:-

ประเทศ ก.	26.8 %
ประเทศ ข.	12.9 %
ประเทศ ค.	12.0 %
ประเทศ ง.	7.8 %
ประเทศ จ.	4.3 %
ประเทศอื่น ๆ รวม	36.2 %

ของจำนวนข้าวที่ผลิตได้ทั้งหมด

7. ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อหนึ่งครอบครัวของจังหวัดหนึ่ง คิดแยกประเภทเป็นร้อยละของรายจ่ายทั้งหมด มีดังนี้ ค่าอาหาร 55.65, ค่าเครื่องดื่มไม่มีแอลกอฮอล์ 2.20% ค่าเสื้อผ้าเครื่องนุ่งห่ม 4.51% ค่าที่อยู่ 11.07% ค่ารักษาพยาบาล 2.45% ค่าเครื่องสำอาง 2.28% ค่าพาหนะ 0.75% ค่าใช้จ่ายในการศึกษา 9.16% อื่น ๆ 11.93% จงเขียนกราฟวงกลมแสดงค่าใช้จ่ายนี้

บทที่ 16

กราฟเส้นตรง

16.1 ตามปรกติจำนวนของสิ่งของและค่าของสิ่งของย่อมสัมพันธ์กัน เช่น น้ำหนักของเนื้อย่อมทำให้ราคาของเนื้อเปลี่ยนแปลงไปเมื่อน้ำหนักลดหรือเพิ่ม การที่ราคาเปลี่ยนแปลงไปตามน้ำหนักนี้เราเรียกว่า ราคาของเนื้อเป็นสัดส่วนตรงกับน้ำหนักของเนื้อ

16.2 นิพจน์ที่มีสัญลักษณ์ เช่น x ย่อมมีค่าเปลี่ยนแปลงไป เมื่อแทนค่า x ด้วยจำนวนที่แตกต่างกัน เช่น ถ้านิพจน์นั้น เป็น $2x+5$ และถ้าสมมติให้ x มีค่าเปลี่ยนแปลงไป เป็น 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3 ค่าของนิพจน์ก็เปลี่ยนแปลง และถ้าสมมติให้ $y = 2x+5$ แล้ว จะได้ค่าของนิพจน์ ดังในตารางข้างล่างนี้

%	3	2	1	0	-1	-2	-3
2%	6	4	2	0	-2	-4	-6
$y = 2x+5$	11	9	7	5	3	1	-1

จะเห็นว่า ค่าของนิพจน์ หรือ y ขึ้นอยู่กับค่าของ x ที่เปลี่ยนแปลง แต่ไม่เปลี่ยนแปลงสัดส่วนดังเช่นจำนวนน้ำหนักของเนื้อและราคาของเนื้อ ซึ่งอาจเปลี่ยนแปลงทั้งสองอย่าง

16.3 ตัวแปรและตัวคงค่า

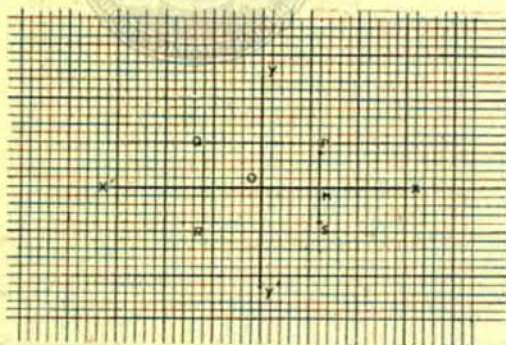
จำนวนซึ่งมีค่าเปลี่ยนแปลงเป็นอันดับนี้ เรียกว่า “ตัวแปร” (Variable) ฉะนั้น x ในตารางในข้อ 16.2 นี้ เป็นตัวแปร และ y ที่มีค่าเปลี่ยนแปลงตาม x ก็เป็นตัวแปรเหมือนกัน ส่วน 5 ใน $y = 2x+5$ นั้น เรียกว่า ตัวคงค่า

- 16.4 นิพจน์ใด ๆ ที่เปลี่ยนแปลงไปตามค่าของตัวแปร (Variable) x เรียกนิพจน์นั้นว่า ฟังก์ชันของ x (Function of x) และเขียนสั้น ๆ เป็น $f(x)$ ถ้าจำนวนสองจำนวน คือ x และ y สัมพันธ์กัน ในรูป $y=f(x)$ กล่าวคือเมื่อค่าของ x เปลี่ยนไปอย่างไร ค่าของ y ก็แปรผันตามไปด้วย การผันแปรของจำนวนสองจำนวนที่สัมพันธ์กันนี้อาจเห็นได้ชัดจากกราฟซึ่งจะกล่าวต่อไป
- 16.5 เส้นแกน (Axes) การเขียนกราฟเกี่ยวกับการผันแปรของจำนวนนั้น ใช้กระดาษตารางจัตุรัส แล้วกำหนดเส้นแกนตั้งและเส้นแกนนอนไว้ดังรูป

XOX' หรือ XX' เป็นเส้นแกนนอน (Horizontal line) ซึ่งบางทีก็เรียกว่า เส้นแกน X

YOY' หรือ YY' เป็นเส้นแกนตั้ง (Vertical line) ซึ่งบางทีก็เรียกว่า เส้นแกน Y

จุด O เป็นจุดที่เส้นแกน X และเส้นแกน Y ตัดกันและตั้งฉากกัน เรียกว่า จุดกำเนิด



พิจารณาดูจุด P ในรูป จะเห็นว่าจุด P เกิดจากการกำหนดจุด M บนเส้น OX โดยนับจาก O ไป 6 ช่อง แล้วจุดจุด M ไว้ จาก M นับตรงขึ้นไป 4 ช่อง จุดจุด P ไว้ จุด P หรือจุด $(6,4)$ เรียกว่า

จุดโคออร์ดิเนต (Co-ordinates) ของ P เรียก OM หรือระยะตามเส้นแกน X ว่า แอบซิสซา (Abscissa) ของ P และ PM หรือระยะตามเส้นแกน Y ว่า ออร์ดิเนต (Ordinate) ของ P

นิยมใช้สัญลักษณ์ x แทน แอบซิสซา, y แทน ออร์ดิเนต จุดที่ แอบซิสซา (x) และ ออร์ดิเนต (y) ตัดกัน เรียกว่า จุด (x, y) คือเรียกจุด แอบซิสซาก่อน ตามรูป จุด P นั้นบางทีเรียกจุด (6,4)

16.6 ตามรูปในข้อ 16.5 จะเห็นว่าเส้นแกน X และเส้นแกน Y ตัดกันที่จุดกำเนิด O (Origin) แบ่งกระดาษออกเป็น 4 ส่วน คือ XOY YOX', X'OY', Y'OX. เรียกส่วนต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

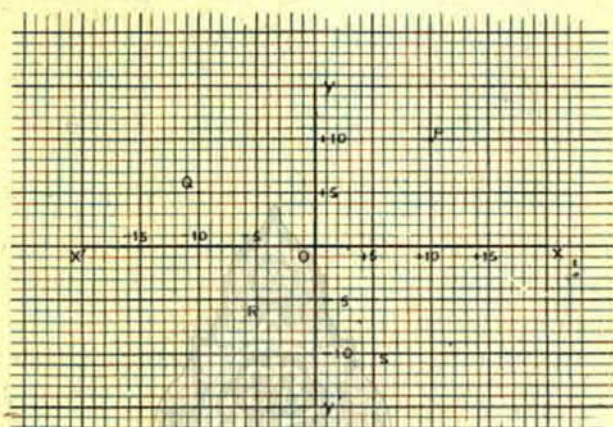


และได้กำหนดการวัดระยะแทนจำนวน + และ - ดังนี้

- (ก) การวัดระยะไปตามเส้นแกน X ไปทางขวาของ YOY' ถือว่า แทนจำนวน บวก
- (ข) การวัดระยะไปตามเส้นแกน X ไปทางซ้ายของ YOY' ถือว่า แทนจำนวน ลบ
- (ค) การวัดระยะไปตามเส้นแกน Y ไปข้างบนของ XOY' ถือว่า แทนจำนวน บวก

(ง) การวัดระยะไปตามเส้นแกน Y ไปข้างล่างของ XOX' ถือว่าแทนจำนวนลบ

ฉะนั้นจากรูปต่อไปนี้จะเห็นว่า ถ้ากำหนดให้ 1 ช่อง = 1 หน่วย



จุด O คือจุดที่มีโคออร์ดิเนต (0,0)

จุด P คือจุดที่มีโคออร์ดิเนต (+10, +10)

จุด Q คือจุดที่มีโคออร์ดิเนต (-10, 5)

จุด R คือจุดที่มีโคออร์ดิเนต (-5, -5)

จุด S คือจุดที่มีโคออร์ดิเนต (5, 10)

และควรจำไว้ว่า

โคออดิเนตของจุดใดในควอดรนต์ที่หนึ่งเป็น (+, +)

โคออดิเนตของจุดใดในควอดรนต์ที่สองเป็น (-, +)

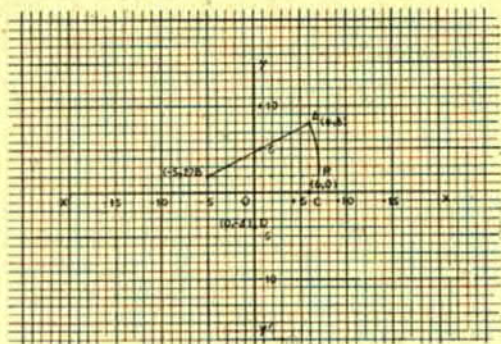
โคออดิเนตของจุดใดในควอดรนต์ที่สามเป็น (-, -)

โคออดิเนตของจุดใดในควอดรนต์ที่สี่เป็น (+, -)

ตัวอย่างที่ 1 จงลงจุด (ก) (6,8) (ข) (-5,2)

(ค) (6,0) (ง) (0, -4)

แล้วจงวัดระยะระหว่างจุด (6,8) กับ (-2,2) โดยกำหนดให้ .1 นิ้ว เท่ากับ 1 หน่วย



ขีดเส้นแกน XOX' , YOY' แล้วกำหนดตัวเลขบนกระยะตามมาตราส่วนที่กำหนดให้

- (ก) การลงจุด (6, 8) ครั้งแรกนับไปตาม OX ไปทางขวาของเส้นแกน YOY' ให้ได้ 6 หน่วย หรือ .6 นิ้ว (1 ช่อง = .1 นิ้ว) ตรงจุด C แล้วนับตรงขึ้นไปเป็นมุมฉากกับ OX ให้ได้ .8 นิ้ว หรือ 8 หน่วย แล้วกากบาทเล็ก ๆ ไว้ ให้อักษรกำหนดจุดว่า A หรือจะใส่ (6, 8) อย่างนี้ก็ได้อย่างใดอย่างหนึ่ง แต่ตามตัวอย่างในรูป เขียนไว้ทั้งสองอย่าง
- (ข) การลงจุด (-5, 2) ครั้งแรกนับไปตาม OX' ไปทางซ้ายของเส้นแกน YOY' ให้ได้ 5 หน่วย หรือ .5 นิ้ว แล้วนับตรงขึ้นไป 2 หน่วย หรือ .2 นิ้ว ให้จุดนั้นเป็น B หรือ (-5, 2)
- (ค) การลงจุด (6, 0) ครั้งแรกนับไปตาม OX ถึงจุด C ได้ 6 หน่วย หรือ .6 นิ้ว ตรงจุดนี้คือ (6, 0) (ค่าตาม Y axis ไม่มีคือ 0)
- (ง) การลงจุด (0, -4) เนื่องจากค่าของ x เป็น 0 จึงอยู่ตรงจุดกำเนิด จึงนับไปตาม OY' หรือข้างล่างของ XOX' ถึง -4 กำหนดจุดนั้นเป็น D หรือ (0, -4)
- (จ) ระยะระหว่างจุด A กับ B ยาวเท่ากับ BR คือ 1.2 นิ้ว หรือ 12 หน่วย (.1 นิ้ว = 1 หน่วย)

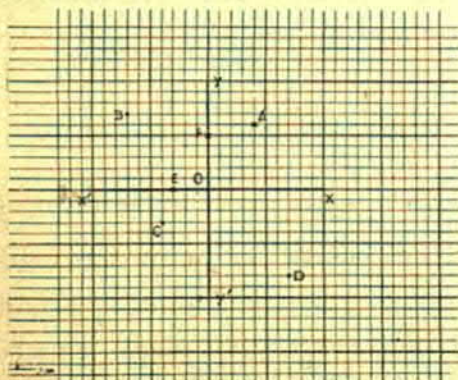
[ในการหาความยาวของ AB มีวิธีหาดังนี้ เอาจุด B เป็นจุดศูนย์กลางวงรีความยาวเท่ากับ BA เขียนส่วนโค้งตัดเส้นตามแนวนอน ที่จุด B ตั้งอยู่ ตรงจุด R แล้ว $BA = BR$ ซึ่งยาว 1.2 นิ้ว หรือ 12 หน่วย]

แบบฝึกหัดที่ 16 ก.

(สำหรับตอบปากเปล่า)

1. เส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกัน และใช้เป็นแนวสำหรับวัดระยะในกราฟ เรียกว่าอะไร
2. เส้น XX' และ YY' ในกราฟเรียกว่าอะไร
3. จุดที่เส้น XX' และ YY' ในกราฟตัดกันเรียกว่าอะไร
4. เส้น XX' เรียกว่าอะไร
5. เส้น YY' เรียกว่าอะไร
6. ระยะที่วัดไปตามแนว OX หรือ OX' เรียกว่าอะไร
7. ระยะที่วัดไปตามแนว OY หรือ OY' เรียกว่าอะไร
8. จุดที่ระยะวัดไปตาม OX กับ OY ตัดกันเรียกว่าอะไร
9. เส้นแกน XX' , YY' ตัดกันที่จุด O แบ่งกราฟออกเป็น 4 เลี้ยว เลี้ยวหนึ่ง ๆ เรียกว่าอะไร
10. ใน ค่าของ x และ y เป็น +
11. ใน ค่าของ x และ y เป็น -
12. ใน ค่าของ x เป็น + ค่าของ y เป็น -
13. ใน ค่าของ x เป็น - ค่าของ y เป็น +
14. จุด $P (-3, +5)$ อยู่ใน ที่ 2
15. จุด $Q (2, -3)$ อยู่ใน ที่
16. จงอ่านโคออร์ดิเนตของจุดต่อไปนี้

จุด A, จุด B, จุด C, จุด D,
จุด E, จุด F



จากโคออดิเนตที่กำหนดให้ จงลงจุดต่อไปนี้ โดยใช้มาตราส่วน 1 หน่วย = .1 นิ้ว แล้วลากเส้นตรงต่อจุดเหล่านี้

17. A (3,5) B (-2,6), C (-5,-5)
 18. P (2,7) Q (-3,-3), R (3,-6)
 19. K (-4,3) L (2,-4), M (6,7)
 20. D (5,5) E (3,-5), F (-6,-4)
 21. A (0,0) B (3,4) (15,5) (10,-10)
 22. C (1,1), D (2,-1), E (-2,0), F (-3,5)

จงลงจุดต่อไปนี้ กำหนดให้ 1 นิ้ว = 1 หน่วย

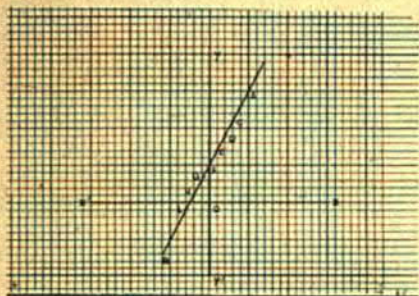
23. (3.5, 2.4), (0, -3.2)
 24. (-1.6, 2.3), (4.0, -1.7)

16.7 ในแบบฝึกหัดที่ผ่านมาแล้ว จะเห็นว่า เมื่อลงจุดสองจุดบนกระดาษกราฟ ก็จะสามารถลากเส้นตรงผ่านจุดสองจุดนี้ได้ และบางทีก็อาจลากเส้นตรงผ่านจุดสามจุด สี่จุด ได้เช่นเดียวกัน

เส้นตรงผ่านจุดต่าง ๆ บนกระดาษกราฟได้เช่นนี้ เรียกว่ากราฟเส้นตรง กราฟเส้นตรงอาจเขียนได้จากนิพจน์ที่กล่าวในข้อ 16.2 ได้ โดยกำหนดให้ $y = 2x + 5$ แล้วกำหนดให้ค่าของ x แปรผันไป แล้ว y ก็จะผันแปรไปตามตารางข้างล่างนี้

x	3	2	1	0	-1	-2	-3
$y = 2x + 5$	11	9	7	5	3	1	-1

ถ้าลงจุดเหล่านี้ คือ จุด (3,11) (2,9), (1,7), (0,5) (-1,3), (-2,1) (-3,-1) ก็จะได้อกราฟดังรูป และจุดเหล่านี้ได้แทนด้วยอักษร C,D,E,F,G,H และ L ตามลำดับ และอาจต่อเลยไปยังจุด A และ B กราฟเส้นตรงนี้ เรียกว่ากราฟของนิพจน์ $2x + 5$



เมื่อ $y = 2x + 5$ ถ้าค่าของ x มีนัย
ไปอีก ก็อาจหาค่าของ y จากกราฟได้
โดยดูที่ค่าของ x ตัดกับค่าของ y ที่กราฟ
เช่น ที่จุด A เมื่อ $x = 5$, y จะเท่ากับ
15 ที่จุด B เมื่อ $x = -5$, y จะ
เท่ากับ -5

16.8 จากผลที่ได้อธิบายแล้วในข้อ 16.7 อาจนำคุณสมบัติของกราฟ
เส้นตรงไปใช้เปรียบเทียบมาตรา หาราคาของสิ่งของที่ทราบราคา
หน่วยละแน่นอน แก่สมการ ฯลฯ ดังตัวอย่างต่อไป แต่ก่อนที่จะขึ้น
ตัวอย่างต่อไป นักเรียนจงจำไว้ด้วยว่า (ควรทดลองเขียนกราฟดูด้วย
ว่าเป็นจริงเพียงไร)

- (ก) จุดกำเนิดของกราฟคือ จุด $(0, 0)$
- (ข) จุดทุก ๆ จุดบนเส้นแกน x y มีค่าเท่ากับ 0 ฉะนั้น
กราฟของ $y = 0$ คือเส้นแกน X
- (ค) จุดทุก ๆ จุดบนเส้นแกน Y x มีค่าเท่ากับ 0
ฉะนั้น กราฟของ $x = 0$ คือเส้นแกน Y
- (ง) กราฟของจุดทุก ๆ จุด ที่มีแอสซิมิตาเท่ากับ 1 คือเส้นตรง
ที่ขนานกับเส้นแกน Y
- (จ) กราฟของจุดทุก ๆ จุด ที่มีออร์ดิเนตเท่ากับ 1 คือเส้นตรง
ที่ขนานกับเส้นแกน X

16.9 กราฟของสมการ

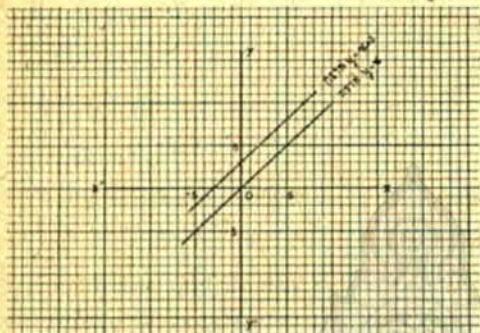
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟ (ก) $y = x$

(ข) $y = x + 3$

บนเส้นแกนเดียวกัน

(ก) เมื่อ $y = x$ ถ้า $x = 2, 1, 0, -1, -2$
 แล้ว $y = 2, 1, 0, -1, -2$ ด้วย

(ข) เมื่อ $y = x + 3$ ถ้า $x = 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3$
 แล้ว $y(3x) = 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0$



เมื่อลงจุดแล้วโยงจุดเหล่านี้
 จะเห็นว่าเป็นเส้นตรงสองเส้น
 ขนานกัน

และถ้าสังเกตดูแล้วจะเห็นว่า
 กราฟ $y = x + 3$ นั้นลากไป
 ทางเดียวกับกราฟ $y = x$
 เป็นแต่อยู่สูงกว่ากราฟ $y = x$
 อยู่ 3 หรือมีออร์ดิเนตสูง
 กว่า 3

ในทำนองเดียวกัน ถ้าเขียนกราฟจากสมการ $y = x + 5$, $y = x - 5$
 ก็จะได้เส้นตรงขนานกัน และขนานกับกราฟของสมการ $y = x$ แต่อยู่
 คนละข้าง

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของสมการ

(ก) $3y = 2x$

(ข) $3y - 2x = 4$

(ค) $3y + 5 = 2x$

บนเส้นแกนเดียวกัน

วิธีทำ

จัดสมการแต่ละสมการใหม่

(ก) $3y = 2x$

ถ้า $x = 0, y = 0$

$\therefore y = \frac{2x}{3}$

$x = 3, y = 2$

(ข) $3y - 2x = 4$

ถ้า $x = 0, y = \frac{4}{3}$

$3y = 2x + 4$
 $y = \frac{2x}{3} + \frac{4}{3}$

$x = 2, y = \frac{8}{3}$

(ค) $3y + 5 = 2x$

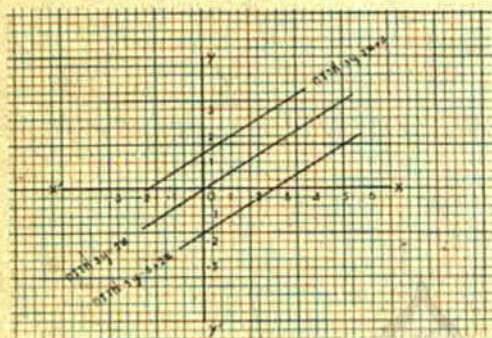
ถ้า $x = 0, y = -\frac{5}{3}$

$3y = 2x - 5$

$x = 2, y = -\frac{1}{3}$

$y = \frac{2x}{3} - \frac{5}{3}$

เขียนกราฟตามจุดที่หาไว้ สำหรับกราฟเส้นตรงหาเพียงสองจุดก็พอแล้ว



เนื่องจากค่าของ x และ y
บางค่าเป็นเศษส่วน และ
เพื่อไม่ให้ลำบากในการลง
จุด จึงให้มาตราส่วน

1 หน่วย = .3 นิ้ว

ฉะนั้น $\frac{4}{3}$ หน่วยก็จะเท่ากับ
4 นิ้ว

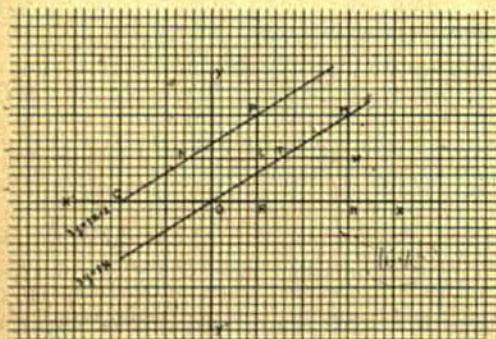
แบบฝึกหัดที่ 16 ข.

จงเขียนกราฟของสมการ

- (ก) $x = 4$ (ข) $y = 5$ (ค) $x = -4$ (ง) $y = -3$ ในเส้น
แกนเดียวกัน
- (ก) $y = 3x$ (ข) $y = -5x$ (ค) $y = 2x + 1$ ในเส้น
แกนเดียวกัน
- $y = 3x - 1$ โดยกำหนดให้ $x = -2$ และ $+4$
- $y = \frac{1}{2}x + 2$ โดยกำหนดให้ $x = -4$ และ $+2$
- $y = \frac{1}{2}x - 2$ โดยกำหนดให้ $x = 0$ และ -4
- (ก) $y = 3x + 2$ (ข) $y = 3x - 2$ (ค) $y = 3x + 5$
(ง) $y = 3x - 5$ ในเส้นแกนเดียวกัน
- (ก) $y = \frac{1}{4}(x + 2)$ (ข) $y = \frac{1}{5}(x - 3)$ (ค) $\frac{x}{8} - \frac{y}{4} = 1$
(ง) $\frac{1}{2}(x - y) = 3$ ในเส้นแกนเดียวกัน
- จงเขียนกราฟของ $y = x$, $y = 2x$ และ $y = \frac{1}{2}x$ ในเส้นแกนเดียวกัน
แล้วพิจารณาลักษณะของเส้นตรงทั้งสามนี้ว่าเป็นอย่างไร มีคุณสมบัติพิเศษ
อะไร

9. จงเขียนกราฟ $y = 3x + 7$ และแล้วจงหาค่าของ x เมื่อ $y = 10, -2$, และ -8
10. จงเขียนกราฟ $y = 5x - 9$ และแล้วจงหาค่าของ y เมื่อ $x = -1, 4$ และ 3
11. จงแก้สมการ $5x + 4 = 14$ โดยสมมติให้ $y = 5x + 4$ และ $y = 14$ แล้วเขียนกราฟเส้นตรงสองเส้นตัดกัน ตัดกันที่จุดใด จุดนั้นจะเป็นค่าของ x ที่ต้องการ
12. จงแก้สมการ $7x + 9 = 30$
13. จงแก้สมการ $6x - 5 = 13$
14. จงเขียนกราฟในเส้นแกนเดียวกัน
 $x = 4, x = 7, y = 3, y = 10$
 แล้วหาว่าพื้นที่ที่อยู่ในระหว่างเส้นทั้ง 4 นี้ มีกี่ตารางหน่วย
15. จงเขียนกราฟในเส้นแกนเดียวกัน
 $3x + 2y = 5, 2x + y = 4, 5y + 4x = 2$
 ถ้าต่อเส้นตรงทั้งสามนี้ออกไป เส้นตรงจะตัดกัน จงหาโคออดิเนตของจุดที่ตัดกัน

16.10 ความลาด(Slope)หรือเกรเดียน (Gradient) ของเส้นตรง



รูปทางซ้ายเป็นกราฟของ $3y = 2x + 4$ และกราฟ $3y = 2x$ จะเห็นว่าเส้นกราฟของ $3y = 2x$ คือ OM และเส้นกราฟของ $3y = 2x + 4$ คือ PQ เชียงไปทางเดียวกัน และเส้นตรงขนานกัน ทั้งนี้เป็นเพราะเส้นกราฟทั้งสอง มี slope หรือ gradient เท่ากันคือ $\frac{2}{3}$

ความลาด หรือ gradient คือ ความลาดของเส้นตรง เช่น

ความลาดของเส้นตรง $3y = 2x$ คือ $\frac{\text{ความยาวของ MK}}{\text{ความยาวของ OK}} = \frac{2}{3}$

ความลาดของเส้นตรง $3y = 2x + 4$ คือ $\frac{\text{ความยาวของ PR}}{\text{ความยาวของ QR}} = \frac{2}{3}$

ความลาดของเส้นตรง $3y = 2x$ คือ $\frac{\text{ความยาวของ MW}}{\text{ความยาวของ TW}} = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$

ความลาดของเส้นตรง $3y = 2x + 4$ คือ $\frac{\text{ความยาวของ PL}}{\text{ความยาวของ NL}} = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$

ฉะนั้นความลาดของเส้นตรง คือ ความยาวของเส้นตั้งฉากลากจากจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นระดับ หาด้วย ความยาวของเส้นระดับที่ต่อจุด ๆ หนึ่งของเส้นตรง กับจุดตั้งฉาก

การที่จะทราบว่าความลาดของเส้นตรงของสมการใดเท่ากับเท่าใดนั้น ไม่จำเป็นต้องเขียนกราฟ อาจหาได้จากสมการที่กำหนดให้ดังนี้

$$3y = 2x$$

$$y = \frac{2}{3}x \quad (\text{ความลาดของเส้นตรงคือ } \frac{2}{3})$$

$$3y = 2x + 4$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \quad (\text{ความลาดของเส้นตรงคือ } \frac{2}{3})$$

$$y = ax + c \quad (\text{ความลาดของเส้นตรงคือ } a)$$

จากกราฟของสมการที่เขียนไว้จะเห็นว่า เส้นตรง $3y = 2x$ หรือ $y = \frac{2}{3}x$ ผ่านจุดกำเนิด แต่ถ้าเอา $\frac{4}{3}$ บวกเข้าไป เป็น $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ หรือ $3y = 2x + 4$ เส้นตรงจะขนานกับเส้นตรง $3y = 2x$ หรือ $y = \frac{2}{3}x$ แต่ตัดเส้นแกน y ต่างกัน $\frac{4}{3}$ ฉะนั้นจำนวนคงที่ที่บวกหรือลบ ในสมการ เป็นเครื่องหมายให้ทราบว่า เส้นตรงตัดเส้นแกน Y ห่างจากจุดกำเนิดเท่าไร ถ้าเป็น + ก็ตัดเส้นแกน OY ถ้าเป็น ลบ ตัดเส้นแกน OY

แบบฝึกหัดที่ 16 ค.

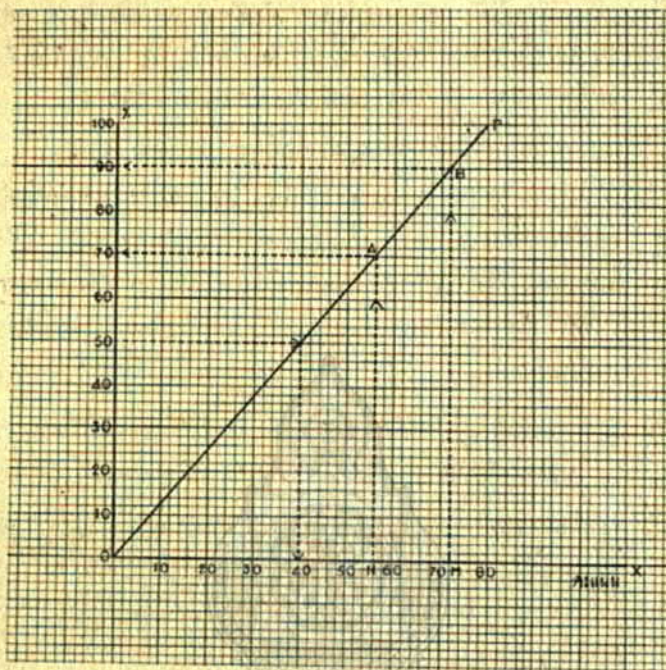
จงหาเกรเดียนต์ (gradient) ของเส้นตรงที่ต่อจุดสองจุด ที่กำหนดให้ลงในกระดาษกราฟต่อไปนี้

1. $(4,3)$ $(8,6)$
2. $(-7,-8)$ $(-1,-11)$
3. $(-5,0)$ $(6,-3)$
4. จงเขียนกราฟ $5y+4x=0$ แล้วหาเกรเดียนต์ (gradient) ของกราฟเส้นตรงนั้น และคำนวณดูว่าถูกต้องหรือไม่
5. จงเขียนกราฟ $6y=5x-10$ แล้วหาเกรเดียนต์ (gradient) ของกราฟเส้นตรง และคำนวณดูว่าถูกต้องหรือไม่
6. จงเขียนกราฟ $5y=8-2x$ แล้วหาเกรเดียนต์ (gradient) ของกราฟเส้นตรง และคำนวณดูว่าถูกต้องหรือไม่

16.11 การใช้กราฟเส้นตรงสำหรับเปรียบเทียบ

อาจใช้กราฟเส้นตรงเปรียบเทียบมาตรา หรือ หาราคาส่งของที่กำหนดราคาค่าหน่วยละไว้แน่นอนได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 คะแนนเต็มของการสอบคณิตศาสตร์ แขนงหนึ่งเท่ากับ 80 คะแนน จงหาโดยวิธีกราฟ ว่านักเรียนชื่อระพี นิตยา ซึ่งได้คะแนน 56 และ 72 สอบได้คะแนนร้อยละเท่าไร



วิธีทำ ลากเส้นแกน X และ Y กำหนดให้เส้นแกน X เป็นคะแนน เส้นแกน Y เป็นร้อยละหรือ % และให้ .1 นิ้ว เท่ากับ 2 คะแนน และ 2 % เท่ากัน

เนื่องจาก คะแนน 0 คิดเป็นร้อยละจากคะแนนเต็มได้ 0 %

คะแนน 80 คิดเป็นร้อยละจากคะแนนเต็มได้ 100 %

กำหนด จุด P ซึ่งมีโคออร์ดิเนต(80 คะแนน, 100 %)

จุด O ซึ่งมีโคออร์ดิเนต(0 คะแนน, 0 %)

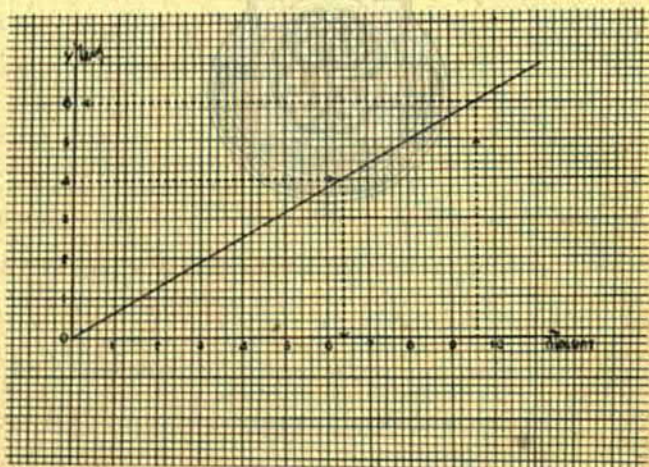
ลากเส้นตรง OP บนเส้นตรง OP จะเทียบหาคะแนนว่าเป็นร้อยละเท่าไร ของคะแนนเต็ม 80 คะแนนได้

ฉะนั้น ระเบิดข้อได้ 56 คะแนน คือที่จุด N บน OX ลากเส้นตั้งฉาก NA ขึ้นไปตัด OP ที่จุด A จาก A ลากเส้นตั้งฉากไปยัง OY จะตัด OY ที่ 70 นั่นคือระเบิดข้อได้ 70%

นิตยาข้อได้ 72 คะแนน คือที่จุด M บน OX ลากเส้นตั้งฉาก MB ไปตัด OP ที่จุด B จาก B ลากเส้นตั้งฉากไปยัง OY จะตัด OY ที่ 90 นั่นคือนิตยาข้อได้ 90%

ในทำนองเดียวกันถ้ารู้ค่าร้อยละ และอยากจะหาคะแนน ก็อาจหาได้ เช่น 50% เท่ากับกี่คะแนนก็ดูจากกราฟ จะเห็นว่าเท่ากับ 40 คะแนน

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า 5 ไมล์ยาวเท่ากับ 8 กิโลเมตร จงหาว่า
(ก) 4 ไมล์เท่ากับกี่กิโลเมตร ข. 9.6 กิโลเมตรเท่ากับกี่ไมล์



กำหนดให้ OX เป็นกิโลเมตร OY เป็นไมล์ และให้ .5 นิ้วเท่ากับ 1 ไมล์และ 1 กิโลเมตรบนเส้นแกน Y และเส้นแกน X

กำหนดจุด P ซึ่งเป็นจุด (8,5) ลากเส้นตรง OP บนเส้นตรง OP จะเทียบหาไมล์และกิโลเมตรได้

ฉะนั้น จากกราฟ 4 ไมล์ เท่ากับ 6.4 กิโลเมตร (จุด B)
9.6 กิโลเมตร เท่ากับ 6 ไมล์ (จุด A)

แบบฝึกหัดที่ 16 ง.

1. คะแนนเต็มของการสอบวิทยาศาสตร์ เท่ากับ 120 คะแนน จงเขียนกราฟเพื่อหาร้อยละของคะแนนต่าง ๆ และจงหาว่า (ก) 90 คะแนน คิดเป็นร้อยละได้เท่าไร (ข) 75 คะแนนคิดเป็นร้อยละได้เท่าไร (ค) 90% เท่ากับกี่คะแนน
2. เนื้อ 5 กิโลกรัม ราคา 60 บาท จงเขียนกราฟ หา (ก) ราคาเนื้อ 2 กิโลกรัม (ข) ราคาเนื้อ 4 กิโลกรัม (ค) มีเงิน 15 บาท จะซื้อเนื้อได้หนักเท่าไร
3. จงเขียนกราฟเปรียบเทียบนิ้วกับเซนติเมตร กำหนดให้ 1 นิ้ว เท่ากับ 2.5 เซนติเมตร และจากกราฟจงหาว่า (ก) 3.3 นิ้ว เท่ากับกี่เซนติเมตร (ข) 10.4 เซนติเมตร เท่ากับกี่นิ้ว (ควรใช้เส้นแกน X เป็นนิ้ว และใช้มาตราส่วน 1 นิ้ว เท่ากับ 1 นิ้ว และใช้เส้นแกน Y เป็นเซนติเมตร และใช้มาตราส่วน 1 นิ้ว เท่ากับ 2 เซนติเมตร)
4. กำหนดให้ 35 หลา เท่ากับ 32 เมตร จงเขียนกราฟเพื่อหาว่า (ก) 21 หลายาวเท่ากับกี่เมตร (ข) 16 เมตรยาวเท่ากับกี่หลา (ควรใช้มาตราส่วน 1 นิ้ว เท่ากับ 10 หลา และ 1 นิ้ว = 10 เมตร)
5. ถ้าคน 14 คน เกี่ยวข้าวได้ 29 ไร่ ในเวลาที่กำหนดให้ จงเขียนกราฟหาว่าคน 15, 33 และ 42 คน จะเกี่ยวข้าวได้กี่ไร่ ภายในกำหนดเวลาเดิม

6. ในการสอบข้อวิชาหนึ่ง เด็กคนใดคะแนนสูงสุดได้ 53 คะแนน เด็กที่ได้คะแนนต่ำสุดได้ 20 คะแนน จงเขียนกราฟเปลี่ยนคะแนนนี้ ให้คนใดคะแนนสูงสุดเป็นได้ 100 คะแนน คนใดคะแนนต่ำสุดเป็นได้ 50 คะแนน แล้วหาว่าถ้าเดิมได้ 44 และ 32 คะแนนใหม่จะเป็นเท่าไร

(ให้เส้นแกน X เป็นคะแนนเดิม เส้นแกน Y เป็นคะแนนใหม่ กำหนดจุดขึ้นสองจุดคือ (53,100) และ (20,50) แล้วลากเส้นตรง ก็จะเปรียบเทียบคะแนนได้)

7. ก ออกเดินทางเวลาเที่ยงด้วยความเร็ว 6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ ข ออกเดินทางจากที่เดียวกับ ก, ข ซึ่งจักรยานด้วยความเร็ว 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อไร (ก) ข จะไปทัน ก (เส้นตรงตัดกันตรงไหน แสดงว่าทันกัน)

(ข) เมื่อไร ก จะอยู่หน้า ข 5 กิโลเมตร

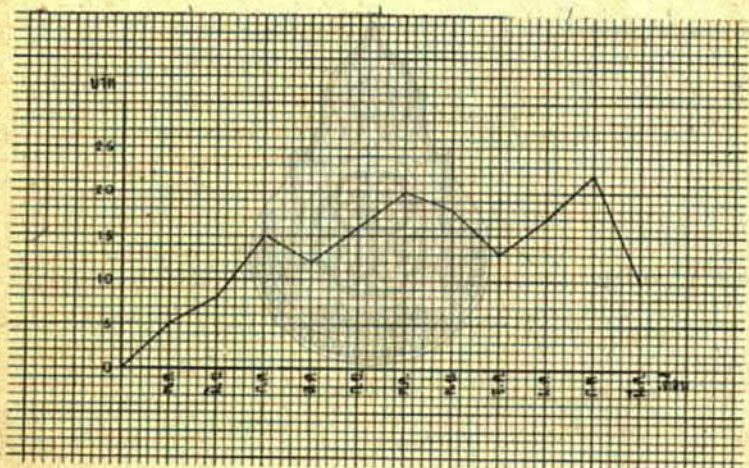
(ค) เมื่อไร ข จะอยู่หน้า ก 3 กิโลเมตร

8. ก ออกเดินทางเวลาเที่ยงด้วยความเร็ว 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ข ออกเดินทางจากที่แห่งเดียวกับ ก แต่ออกเดินทางหลัง ก 2 ชั่วโมง ด้วยความเร็วชั่วโมงละ 12 กิโลเมตร เมื่อไร ข จึงจะไปทัน ก และทัน ณ ตำบลที่ห่างจากที่ตั้งต้นกี่กิโลเมตร

16.12 กราฟสถิติ

นักเรียนได้เรียนกราฟสถิติมาแล้วในบทที่ 15 แต่ยังมีกราฟสถิติที่ใช้คุณสมบัติของการผันแปรของจำนวนมาสร้างอีกอย่างหนึ่ง กราฟสถิติชนิดนี้โดยมากใช้ในการเปรียบเทียบเช่นเดียวกับกราฟเส้นตรง แต่กราฟสถิตินี้บางทีไม่เป็นกราฟเส้นตรง เป็นกราฟเส้นโค้ง ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง นักเรียนคนหนึ่งฝากเงินออมเงินเป็นรายเดือน ตั้งแต่เดือนพฤษภาคมถึงเดือนมีนาคม เป็นเงินดังนี้ 5, 8, 15, 12, 16, 20, 18, 13, 17, 22, 10 บาท ตามลำดับ จงเขียนกราฟแสดงสถิติการฝากเงินของนักเรียน



ตัวอย่างนี้ อาจเขียนกราฟแท่งแสดงสถิติได้เช่นเดียวกัน และถ้าเขียนกราฟแท่งก่อนแล้ว กำหนดจุดศูนย์กลางกลางที่แท่งกราฟแต่ละแท่ง แล้วลากเส้นให้ผ่านจุดศูนย์กลางของแท่งกราฟทุกแท่ง ก็จะได้กราฟเส้น (กราฟสถิติ)

แบบฝึกหัดที่ 16 จ.

1. จงเขียนกราฟแสดงสถิติของอุณหภูมิ ที่ต่ำที่สุดของวันหนึ่ง ๆ ใน 10 วัน เริ่มตั้งแต่วันที่ 1 ถึง 10 ของเดือนมกราคม อุณหภูมิเป็นดังนี้ 12, 15, 13, 11, 13, 15, 18, 19, 21, 22 องศาเซลเซียส
2. จงเขียนกราฟสถิติของพลเมืองประเทศหนึ่ง ดังกำหนดให้ เป็นจำนวนคน คิดเป็นล้าน ดังในตารางต่อไปนี้

ปี	2460	2470	2475	2480	2485	2490	2500
พลเมือง	10	12.1	13.5	19.0	22.2	24.5	27.0

3. (อาจใช้โจทย์แบบฝึกหัดเกี่ยวกับกราฟแท่งในบทที่ 15 แบบฝึกหัดที่ 15 ข. ตั้งแต่ข้อ 4-8 มาใช้เป็นแบบฝึกหัดเขียนกราฟสถิติชนิดเป็นกราฟเส้นได้ อีก)

แบบฝึกหัดทบทวน

ชุดที่หนึ่ง

1. จงบวกเข้าด้วยกัน (ก) 18.27, 15.712, 205.009
(ข) 9.07, 82.081, 18.982
2. จงหามลคูณของ 82.96×0.8275
3. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5 + \frac{6}{7}}}$
4. ชายคนหนึ่งแบ่งเงินให้บุตร 3 คน ให้คนที่หนึ่ง $\frac{1}{3}$ ของเงินของเขา ให้คนที่สอง $\frac{3}{5}$ ของเงินที่เหลือจากให้บุตรคนที่หนึ่ง ให้คนที่สาม $\frac{4}{7}$ ของเงินที่เหลือจากให้บุตรคนที่สอง แล้วเขายังเหลือเงินอยู่ 66 บาท เดิมชายคนนี้มีเงินเท่าไร
5. จงหาพื้นที่ของถนนรอบสนามซึ่งยาว 32 เมตร กว้าง 15.70 เมตร ถนนกว้าง 1.40 เมตรตลอด
6. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $2a + 3|a + 2(2a - b)|$

ชุดที่สอง

1. จงหาร 0.0468 ด้วย 29.25
2. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $1\frac{1}{8} + 2\frac{1}{12} + 3\frac{3}{8} + 4\frac{1}{24} - 6\frac{1}{48}$
3. ถ้า ก ขุดคูแห่งหนึ่ง แล้วใน 3 วัน ข กับ ค ขุดคูขนาดเดียวกับ ก แล้วใน 4 วัน และ 5 วัน ตามลำดับ ถ้าให้ทั้งสามคนช่วยกันขุดคูขนาดเดิมนั้น ก็วันจึงจะแล้ว
4. ถ้าแผนผังใช้มาตราส่วน 1:1000 จงหาพื้นที่จริงของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นตารางเมตร รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก วัดจากแผนผัง ได้ด้านยาวเท่ากับ 9.5 เซนติเมตร ด้านกว้างยาว 4.7 เซนติเมตร

5. พ่อค้าขายของสิ่งหนึ่งไปราคา 81 บาท ได้กำไร 35% ถ้าเขาขายไปราคา 99 บาท เขาจะได้กำไรร้อยละเท่าไร
6. จงหาผลบวกของ $5x^2 - 4x^3 + 5x$, $8x^2 - 7x + 5$, $9x^3 - 3x^2$

ชุดที่สาม

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $\frac{6.1275 \times 0.032}{0.00024}$
2. สวนชนิดหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีด้านยาว ยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง สวนชนิดนี้มีพื้นที่ 2244.5 ตารางเมตร ถ้าจะทำรั้วถวดยกตามกันทั้งสี่ด้าน จะสิ้นเงินเท่าไร ถ้าค่าสร้างรั้วยาว 1 เมตร เป็นเงิน 13.25 บาท
3. พ่อค้าซื้อโซ่มาราคาโหลละ 9 บาท ขายไปราคา 15 ฟอง 12 บาท เขาจะได้กำไรหรือขาดทุนร้อยละเท่าไร
4. จงหา x ถ้า (ก) $x : 8 = 5 : 12$
(ข) $5 : 7 = 9 : x$
(ค) $8 : 7 = x : 3$
5. จงหาร $3x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 5x - 3$ ด้วย $x^2 - 2x + 3$
6. จงคูณ $3x^3 + 2x^2 + 3$ ด้วย $2x - 5$

ชุดที่ดี

1. ถ้าเอา $\frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{5}a - 2$ ไปลบ $\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{3}a - 3$ จะเหลือเท่าไร
2. จงแก้สมการ (ก) $7x - 12 = 2x + 8$
(ข) $4(1 - x) - 6(x + 1) + 3(x - 4) = 0$
3. แบ่งเงิน 1,200 บาท ให้แก่ชาย 6 คน หญิง 12 คน เด็ก 17 คน โดยให้ชาย 2 คนได้เท่ากับเด็ก 5 คน และหญิง 2 คนได้เท่ากับเด็ก 3 คน ชาย หญิง และเด็ก จะได้รับส่วนแบ่งคนละเท่าไร

4. โรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนอยู่ 53% ที่เป็นโรคเกี่ยวกับตา มีนักเรียนอยู่ 28% ที่เป็นโรคเกี่ยวกับหู และมีนักเรียน 7% ที่เป็นโรคเกี่ยวกับหูและตาทั้งสองอย่าง มีนักเรียนอยู่ร้อยละเท่าไรที่ไม่เป็นโรคเลย
5. เลขสามจำนวนรวมกันได้ 84 จำนวนที่สองเป็นสามเท่าของจำนวนที่หนึ่ง จำนวนที่สามมากกว่า 2 เท่าของจำนวนที่สองอยู่ 4 จงหาเลขสามจำนวนนี้
6. เงินต้นเท่าไร ให้กู้ในเวลา 4 เดือน คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี จึงจะได้ดอกเบี้ยเท่ากับเงินต้น 312 บาท 50 สตางค์ ให้กู้ใน 8 เดือน คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ $4\frac{1}{2}$ ต่อปี

ชุดที่ห้า

1. จงหาร $16 - 22y + 33y^2 - 22y^3 + 3y^4$ ด้วย $2 - y + 3y^2$
2. โลหะแผ่นหนึ่งเป็นรูปจตุรัสมีด้านยาวด้านละ 9 ฟุต ตัดมุมทั้ง 4 ออกเท่า ๆ กัน แผ่นโลหะที่ตัดออกเป็นรูปจตุรัสทุกรูป เมื่อตัดแล้วคงเหลือพื้นที่ 1664 ตารางนิ้ว จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจตุรัสรูปเล็กรูปหนึ่ง ๆ และหาด้วยว่าจตุรัสรูปเล็กมีด้านยาวด้านละ เท่าไร
3. จงแก้สมการ $4(x-1) + 8 + 5x = 3(x-2)$
4. มุมพื้นฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โต $2a$ องศา และ $(a+24)$ องศา จงหาค่าของ a
5. ก ชายวัยผู้ใหญ่ให้ ข ได้กำไรร้อยละ 25 ข ชายต่อไปให้ ค ได้กำไรร้อยละ 15 ถ้า ก ขายให้ ค เท่าราคาที ข ขายให้ ค ก จะได้กำไรร้อยละเท่าไร
6. ก, ข และ ค ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 8 วัน ก ทำงานนี้คนเดียวแล้วใน 20 วัน และ ข ทำงานนี้คนเดียวแล้วใน 24 วัน ถ้าให้ ค ทำงานนี้คนเดียวก็วันจึงจะแล้ว

ชุดที่หก

1. จงแก้สมการ $6x-1+\frac{2x}{3}=19$
2. ชายคนหนึ่งเมื่อเริ่มเข้ารับราชการ ได้เงินเดือน a บาท และได้เงินเดือนขึ้นทุกปี ขึ้นเดือนละ b บาท เมื่อขึ้นปีที่แปด ชายคนนี้มีเงินเดือน a บาทเท่าไร
3. ในการสอบข้อ ก ได้คะแนน 48% ข ได้คะแนน 33% ของคะแนนเต็ม ถ้าเขาคะแนนของ ก และ ข รวมกันได้ 567 คะแนน จงหาคะแนนเต็ม
4. เงินต้น 720 บาท ให้กู้เมื่อ 20 มีนาคม ถึงวันที่ 1 มิถุนายน ปีเดียวกัน ได้เงินรวม 725 บาท 40 สตางค์ ให้กู้เงินคิดดอกเบี้ยร้อยละเท่าไร
5. ผู้รับเหมาก่อสร้าง รับทำถนนสายหนึ่งกำหนดให้เสร็จใน 120 วัน ผู้รับเหมาจ้างคนมาทำงานนี้จำนวน 140 คน เมื่อทำงานไปได้ 66 วัน ปรากฏว่าทำงานเสร็จไปเพียงครึ่งเดียว เขาจึงจ้างคนเพิ่ม 25 คน งานอีกครั้งหนึ่งจะแล้วในวัน
6. ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิง 21 คน เท่ากับ 5 ฟุต 2 นิ้ว ถ้าหาความสูงของครูไปรวมแล้วเฉลี่ยด้วย ความสูงเฉลี่ยจะเป็น 5 ฟุต $4\frac{1}{2}$ นิ้ว จงหาความสูงของครู

ชุดที่เจ็ด

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $31.416 \times .4812 \times .9 \div .151$ ต้องการทศนิยม 3 ตำแหน่ง
2. จงหาผลคูณของ $3x^2-5xy+y^2$ กับ $3y^2-2x^2+xy$
3. จงแก้สมการ $7(3x-2)-3(5x-3)=7$
4. หนังสือ 20 เล่ม ราคา 73 บาท แต่มีหนังสือบางเล่ม ราคาเล่มละ 7.50 บาท บางเล่มราคาเล่มละ 2 บาท จงหาว่ามีหนังสืออย่างละกี่เล่ม
5. อัตราส่วนของ A ต่อ B เป็น 5:7 ของ B ต่อ C เป็น 8:3 และ C ต่อ D เป็น 12:5 จงหาอัตราส่วนของ A ต่อ D

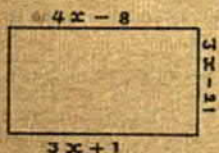
6. จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยม ABCD ซึ่งมีด้าน AB, BC, CD, DA และเส้นทแยงมุม AC ยาวตามลำดับดังนี้ 25, 60, 52, 39, และ 65 เซนติเมตร (เขียนรูปโดยใช้มาตราส่วน 1 : 10 แล้วจึงคำนวณหาพื้นที่)

ชุดที่แปด

1. จงหา $7a-9b$ โขลผลบวกของ $5a^2+11a+7$ กับ $4b+7a^2-9$
2. จงหาผลบวกของ $\frac{1}{2}x^2+3x+4$, $\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{5}x+\frac{1}{4}$ กับ $\frac{1}{4}x^2-x+2$
3. จงแก้สมการ $\frac{x}{2}-\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=25$
4. จงหาพื้นที่ภายในของทึบซึ่งไม่มีผา และทึบใบนี้ยาว 4 ฟุต กว้าง 3 ฟุต 6 นิ้ว สูง 3 ฟุต 8 นิ้ว
5. ก, ข และ ค ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 4, 5 และ 8 วัน ตามลำดับ เมื่อทำงานไปได้ 1 วัน ค หยุดเสีย ก กับ ข ทำต่อไปนานกี่วัน งานนี้จึงจะเสร็จ
6. พ่อค้าซื้อของชนิดหนึ่ง ครั้งแรก 5 โหล เป็นเงิน 35 บาท ครั้งที่สอง 4 โหล ราคา 32 บาท ครั้งที่สาม 3 โหล ราคา 41 บาท จะต้องขายของนี้ละละกันไปโหลละเท่าไร เมื่อขายของหมดจึงจะได้กำไร 54 บาท

ชุดที่เก้า

1. ถ้า $a=0$, $b=6$, $c=4$ จงหาค่าของ
(ก) $\frac{2c+b}{a}$ (ข) $\frac{b^2+a^2}{3c}$ (ค) $\frac{3c^2-ab^2}{2b}$
2. ด้านสามด้านของสี่เหลี่ยมมุมฉากยาวตามลำดับดังนี้
 $4x-8$ นิ้ว, $3x-21$ นิ้ว และ $3x+1$ นิ้ว
จงหา
(ก) ความยาวของด้านที่เหลือ
(ข) พื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า



3. ล้มราคา 5 ผล 2 บาท จะต้องขายล้ม 60 ผล เป็นเงินเท่าไร จึงจะได้กำไร $33\frac{1}{8}\%$

4. เงินต้น 550 บาท ให้กู้มา 5 ปี ได้เงินรวม 660 บาท ให้กู้คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละเท่าไร
5. จงแบ่งเงิน 5,600 บาท ให้แก่ ก, ข และ ค ให้ ก ได้ 2 เท่าของ ข และ ข ได้เป็น 2 เท่าของ ค.
6. บิดาทำพินัยกรรมยกทรัพย์สินสมบัติให้แก่บุตรสาวเป็นเงิน $\frac{7}{18}$ ของสมบัติทั้งหมด และที่เหลือให้แก่บุตรชาย ถ้าบุตรชายได้มากกว่าบุตรสาวคิดเป็นเงิน 3,696 บาท จงหาว่าบิดามีทรัพย์สินสมบัติเป็นเงินเท่าไร

ชุดที่สิบ

1.



ABC เป็นสามเหลี่ยม ซึ่งมีด้าน $AB=AC$ ถ้ามุม $ACB=(x+60)$ องศาและมุมภายนอก $= (12x-20)$ องศา จงหาว่ามุม ABC และมุม CAB ได้กี่องศา

2. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $x+3y-[y-3x-\{x+2y-(2x-y)\}]$

3. จงแก้สมการ (ก) $.4x+5.6x-9.4=2.6$

$$(ข) 10 - \frac{5a}{7} = 13\frac{2}{7} - \frac{19a}{7}$$

4. ถ้าชายโตะเรียนราคา 62 บาท ม้านั่งราคา 26 บาท ช่างไม้จะได้อะไร 10 % ของทุนที่ทำโตะม้านั่ง แต่ถ้าชายโตะ 53 บาท ชายม้านั่ง เท่าทุน จะขาดทุน 10% จงหาราคาทุนของโตะและราคาทุนของม้านั่ง

5. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ $(47+.047) \times (47-.047) \div .0047$

6. ถ้าชายคนหนึ่งทำงานวันละ 10 ชั่วโมง ได้ค่าจ้างวันละ 35 บาท ถ้าหญิง 4 คนทำงานได้เท่ากับชาย 3 คน หญิงทำงานวันละ 8 ชั่วโมง จะได้ค่าจ้างวันละเท่าไร

ด. 39



สมเด็จกรมเจ้าอาวาสวัดราชบพิธ

พิมพ์ที่โรงพิมพ์วัดราชบพิธ

นายกำจร สัตยกุล พิมพ์และโฆษณา

๑๐ เมษายน ๒๕๐๔