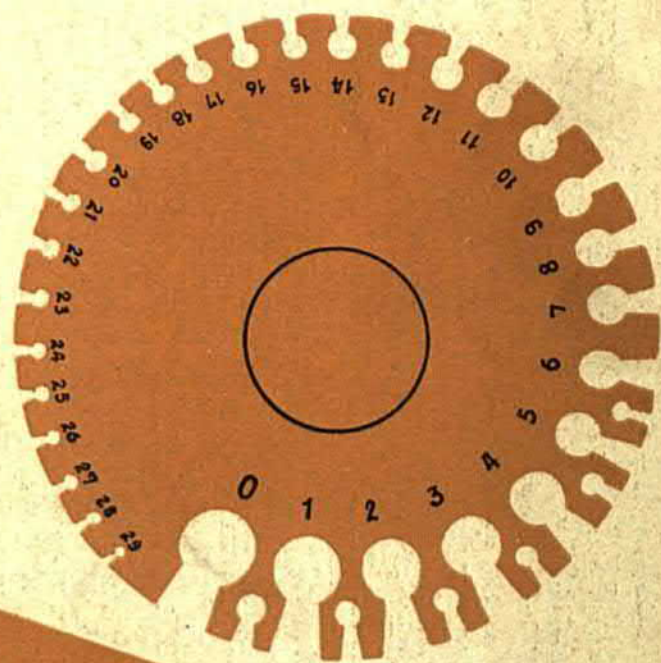




หนังสือประกอบการเรียน
คณิตศาสตร์
วิชาคณิตศาสตร์ปฏิบัติ



ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒

โครงการโรงเรียนมัธยมแบบประสมแบบ ๑



หนังสือประกอบการเรียน

คณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์ปฏิบัติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒

ของ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์ครั้งที่หนึ่ง ๕,๐๐๐ เล่ม

พ.ศ. ๒๕๑๑

ปกกระดาษราคาเล่มละ ๖.๕๐ บาท.

(ห้ามขายเกินกว่าราคาที่กำหนดไว้)

จัดพิมพ์ โดยองค์การค้ำของคุรุสภา

พิมพ์ที่โรงพิมพ์คุรุสภาพระสุเมรุ

ปากคลองบางลำพูบน พระนคร

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

ก ๐๕๕๑๙

ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือในโรงเรียน

ด้วยกรมวิสามัญศึกษา ได้จัดทำหนังสือคณิตศาสตร์ปฏิบัติขึ้นเพื่อใช้เป็นหนังสือประกอบการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กระทรวงศึกษาธิการได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้หนังสือในโรงเรียนได้.

ประกาศ ณ วันที่ 25 มกราคม 2511



Are Amols

(นายอภัย จันทวิมล)

ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

หนังสือคณิตศาสตร์ปฏิบัติ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ นี้ กรม
วิสามัญศึกษา ได้มอบหมายให้ นางสาว โรจนสโรช และ นางสาว
จิรพันธุ์ ศรีโชติ จัดทำขึ้น เพื่อใช้เป็นหนังสือประกอบการเรียนวิชาคณิต-
ศาสตร์ และกระทรวงศึกษาธิการได้แต่งตั้งให้ นายสมบัติ จันเกษม เป็น
ผู้ตรวจ หวังว่าหนังสือจะเป็นประโยชน์แก่การศึกษาในชั้นนี้ตามสมควร

กรมวิชาการ



๐ ๕ ๖ ๗ ๘ คำชี้แจงของผู้เรียบเรียง

คณิตศาสตร์ปฏิบัติเล่มนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเตรียมพื้นฐานในการคำนวณเกี่ยวกับงานช่าง ในโรงฝึกงานเป็นการเสริมสร้างความคิด ความอ่านและความเข้าใจในงานด้านอุตสาหกรรมศิลป์ และจงใจให้เกิดทักษะในการอ่านแบบ และวางแบบของงานทางด้านโรงงานอีกด้วย

ฉะนั้นเนื้อหาจึงหนักไปทางคำนวณ เศษส่วน การประมาณ การวัด การใช้เครื่องมือ เรขาคณิต และ ตรรกณิตเบื้องต้น ตลอดจนโจทย์ปัญหาจะเกี่ยวไปในเรื่องของงานปฏิบัติในโรงฝึกงาน ซึ่งจำเป็นต้องสอนให้ประสานไปกับทางด้านศิลปปฏิบัติ แบบฝึกหัดทุกตอนไม่ยาก แต่จะต้องเข้าใจงานของฝ่ายศิลปปฏิบัติอยู่ด้วย

บทที่ ๕ ว่าด้วยบรรทัดเลื่อน Slide Rule เป็นแบบฝึกหัดที่เสริมสร้างทักษะในการคิดเร็ว และการประมาณ หากแต่เครื่องมือที่ประกอบการสอน การเรียน คือ บรรทัดเลื่อน นั้นหายาก และมีราคาสูงในท้องตลาดโรงเรียนจึงอาจจะข้ามบทนี้ไปได้มีต้องนำเข้ามาสอน

ผู้เขียนหวังในความกรุณาของครูผู้สอนที่พบข้อบกพร่องผิดพลาดขอได้โปรดแจ้งให้ทางคณะผู้จัดทำทราบ เพื่อแก้ไขต่อไป

สารบัญ

หน้า

คำชี้แจง

บทที่ 1	เลขณัยสำคัญ การประมาณ และความคลาดเคลื่อน	1
บทที่ 2	การใช้วัสดุ	12
บทที่ 3	การวัดด้วยเศษส่วน	20
บทที่ 4	การวัด	31
บทที่ 5	การใช้บรรทัดเลื่อน (Slide Rule)	67
บทที่ 6	เครื่องมือวัดและการอ่านสเกล	89
บทที่ 7	การคำนวณในงานที่ใช้เครื่องมือการช่าง	104
บทที่ 8	อัตราส่วนและสัดส่วน	113
บทที่ 9	การนำอัตราส่วนและสัดส่วนไปใช้ในงานช่าง	120
บทที่ 10	เรขาคณิตในงานช่าง	135
บทที่ 11	ตรีโกณมิติ	147
	ตารางของอัตราส่วนตรีโกณมิติ	181

บทที่ 1

เลขนัยสำคัญ การประมาณและความคลื่อนคลาด

1. เลขนัยสำคัญ

คือเลขที่บอกความมากน้อยของหน่วยการวัดใด ๆ ที่มีในการวัดนั้น ๆ เช่น 0.027 นิ้ว มีเลขเพียง 2 ตัวที่เป็นเลขนัยสำคัญ คือ 2 และ 7 เพราะเป็นเลขที่บอกให้ทราบว่า มี $\frac{1}{1,000}$ อยู่ถึง 27 หน่วย

หรือ 27 นิ้ว มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว คือ 2 และ 7 เพราะบอกให้ทราบว่า มี 1 นิ้ว อยู่ถึง 27 หน่วย

และ 270 นิ้วก็เช่นกัน มีเลขนัยสำคัญเพียง 2 ตัว คือ 2 และ 7 เพราะเป็นเลขที่บอกให้เรารู้ว่า มี 10 นิ้ว อยู่ถึง 27 หน่วย

กฎในการหาเลขนัยสำคัญ มีดังนี้

1. เลขใดก็ตามที่ไม่ใช่ 0 เป็นเลขนัยสำคัญทั้งสิ้น
2. 0 ทุกตัวระหว่างเลขใดก็ตามที่ไม่ใช่ 0 เป็นเลขนัยสำคัญทั้งสิ้น

ตามตัวอย่างที่ยกมาข้างต้น ตัวอย่างสุดท้าย ยากแก่การที่จะพิจารณาว่า หน่วยเป็น 10 นิ้ว หรือ 1 นิ้วกันแน่ ถ้าหน่วยเป็น 1 นิ้ว เลขนัยสำคัญก็จะมี 3 ตัว คือ 2, 7 และ 0

ดังนั้น เพื่อที่จะกล่าวหน่วยการวัดให้ชัดเจนลงไป ให้ขีดเส้นใต้กำกับเลข 0 ดังนี้

8. 500 ฟุต หมายถึงหน่วยการวัดเป็น	1 ฟุต
8. 500 ฟุต หมายถึงหน่วยการวัดเป็น	10 ฟุต
8. 500 ฟุต หมายถึงหน่วยการวัดเป็น	100 ฟุต

ดังนั้น

86,000 นวมหน่วยการวัดเป็น 10 นิ้ว มีทงสน	8,600 หน่วย
247,000 นวมหน่วยการวัดเป็น 100 นิ้ว มีทงสน	2,470 หน่วย

.004260 ^๕ นว มีหน่วยการวัดเป็น .000001 ^๕ นว มีทงสน 4,260 หน่วย
 และ 8,290,000 ^๕ นว มีหน่วยการวัดเป็น 1.000 ^๕ นว มีทงสน 8,290 หน่วย
 เป็นอันว่า ทั้งสามจำนวนมีเลขนัยสำคัญ 4 ตัวเท่า ๆ กัน

จากกฎที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น นักเรียนลองพิจารณาเลขต่อไปนี้ตามลำดับ
 ความมากน้อยของเลขนัยสำคัญที่มีในแต่ละจำนวน

8.005 ฟุต	9.49 นิ้ว	5.600 ไมล์
(4)	(8)	(2)

สำหรับเศษส่วน เราจะพิจารณาเลขนัยสำคัญได้โดยการนับจากตัวเลขที่เป็น
 เศษ เช่น $\frac{2}{97} = \frac{65}{7}$ มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว คือ 6 และ 5 เพราะเราใช้ $\frac{1}{7}$ ถึง
 65 หน่วย เพื่อให้ได้ค่าเป็น $\frac{65}{7}$

และก็เช่นเดียวกัน จำนวนที่มีหน่วยการวัดต่าง ๆ ปะปนกันอยู่ เรา
 ต้องแปลงให้เป็นหน่วยที่เล็กที่สุดเสียก่อน แล้วจึงพิจารณาเลขนัยสำคัญ เช่น
 8 ซม. 15 นาทีแปลงได้เป็น 195 นาที มีเลขนัยสำคัญอยู่ 3 ตัวด้วยกัน

ทำนองเดียวกัน 5 หลา 7 ฟุต มีเลขนัยสำคัญอยู่ 2 ตัว เพราะเท่ากับ
 22 ฟุต และ 22 มีเลขนัยสำคัญ คือ 2 และ 2

แบบฝึกหัดที่ 11

จงอ่านเลขนัยสำคัญของการวัดต่อไปนี้

- | | | | |
|---------------------|----------------|---------------|-----------------|
| 8.4 ฟุต | 25 ปอนด์ | 160 นาที | 9.67 วินาที |
| 100.0 หลา | 87 ตารางนิ้ว | 0.001 นิ้ว | 0.010 เซนติเมตร |
| 810 องศา | 1.72 หลา | 0.7114 เมตร | 2,500 หลา |
| 79.0 ไมล์ต่อชั่วโมง | 85.7 มิลลิเมตร | 5.029 นิ้ว | 469 เมตร |
| 29,000 คิวบิกฟุต | 0.550 นิ้ว | 9.6010 แกลลอน | 20.40 ไมล์ |
- | | | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
| $\frac{7}{88}$ นิ้ว | $57\frac{1}{2}$ หลา | $6\frac{1}{6}$ ฟุต | $26\frac{2}{5}$ ไมล์ | $72\frac{1}{8}$ เมตร |
| $\frac{1}{18}$ หลา | $8\frac{5}{8}$ นิ้ว | $4\frac{3}{4}$ ปอนด์ | $6\frac{7}{12}$ ฟุต | $8\frac{15}{16}$ นิ้ว |

8. 4 ฟุต 8 นิ้ว, 7 หลา 5 นิ้ว, 10 เมตร 2 เซนติเมตร, 15 เมตร 20 มิลลิเมตร, 6 หลา 2 ฟุต, 5 เมตร 85 เซนติเมตร, 7 เมตร 40 เซนติเมตร, 5 ชั่วโมง 45 นาที, 25 ไมล์ 12 หลา, 12 บาท 8 สลึง, 54 บาท 90 สตางค์ 17 วัน 9 ชั่วโมง,
4. 42.1 ไมล์ 421 ไมล์ 4210 ไมล์ 42.10 ไมล์
865.09 ฟุต 86500 ฟุต 86500 ฟุต .0059 นิ้ว
5. จงบันทึกเลขต่อไปนี้ ให้เหลือเลขน้อยสำคัญเพียง 2 ตัว
- | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 27,285 | 16,854 | 12,280 | 96,278 | 52,904 | 78,155 |
| 62,549 | 30,921 | 29,581 | | | |
-

2. การประมาณค่า

ในการวัดหรือนับจำนวนใด ๆ บางครั้งเราไม่ต้องการความละเอียดแน่นอนนักเราต้องการแต่เพียงค่าประมาณเท่านั้น คือต้องการให้ค่าใกล้เคียงกับความเป็นจริงให้มากที่สุด เช่น เราพบว่า พลเมืองในประเทศไทยพ.ศ.2510 มี 80 ล้านคน จำนวน 80 ล้านนี้อาจไม่ใช่จำนวนที่ถูกต้อง แต่ถูกนับมาจากจำนวนหนึ่งซึ่งใกล้เคียง 1 ล้าน คือจำนวนพลเมืองที่สำรวจมาอาจเป็น 29,654,921 คนก็ได้

การประมาณค่า หรือบันทึกตัวเลข ขึ้นอยู่กับความประสงค์ของผู้ถามด้วย เช่น จะถามว่า วันหนึ่ง มีประชาชนเข้าชมมวยเป็นจำนวนเท่าไร ถ้ามีคนเข้าชม 2,864 คน ผู้ตอบก็จะตอบว่า 8,000 คน ถ้าผู้ถามประสงค์จะให้ตอบใกล้เคียง 1,000 แต่ถ้าผู้ถามมุ่งให้ตอบใกล้เคียง 100 คำตอบ 2,900 ก็นับว่าถูกต้อง

บางครั้ง เราจำเป็นต้องเขียนทศนิยมถึง 8 หรือ 6 ตำแหน่ง ก่อนที่เราจะประมาณหรือบันทึกตัวเลข เช่น ไม้ท่อนหนึ่งยาว 1.2455 เมตร ไม้ 1000 ท่อน จะยาวทั้งสิ้นเท่าไร ถ้าเราคูณ 1.2455 ด้วย 1000 ก็จะได้ 1245.5 เมตร แต่ถ้าเราบันทึกให้เหลือทศนิยมเพียง 2 ตำแหน่งมาตั้งแต่ต้น เป็น 1.25 ก็จะได้ความ

ยาวทางสิ้นของไม้ 1,000 ฟุต เป็น 1,250 เมตร ซึ่งให้ผลลัพธ์คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงถึง 4.5 เมตร

ในการประมาณค่านี้ มีกฎซึ่งเป็นที่ยอมรับกันทั่ว ๆ ไป ดังนี้

1. ต้องทราบว่าประมาณค่าให้เหลือก็หลัก

2. คูณเลขที่ติดหลักสุดท้ายที่ต้องการไปทางขวา

ก. ถ้าเลขนั้นน้อยกว่า 5 ให้ตัดทิ้งได้เลย

ข. ถ้าเลขนั้นมากกว่า 5 ให้ปัดขึ้นเป็น 1 เพิ่มไปยังเลขถัดไปทางซ้ายมือ

ค. ถ้าเลขนั้นเท่ากับ 5 ให้คูณเลขตัวที่มาข้างหน้า 5 ประกอบด้วยถ้าเป็นจำนวนคี่ (คือ 1, 3, 5, 7 หรือ 9) ก็ให้เพิ่ม 1 ไปยังเลขถัดไปทางซ้ายมือถ้าเป็นจำนวนคู่ (คือ 2, 4, 6 หรือ 8) ก็ให้ตัด 5 ทิ้งได้เลย

ตัวอย่างที่ 1.1 52,154

ถ้าต้องการประมาณให้ใกล้เคียงสิบ ก็จะได้อ 52,150

ถ้าต้องการประมาณให้ใกล้เคียงร้อย ก็จะได้อ 52,200

ถ้าต้องการประมาณให้ใกล้เคียงพัน ก็จะได้อ 52,000

ถ้าต้องการประมาณให้ใกล้เคียงหมื่น ก็จะได้อ 50,000

ตัวอย่างที่ 1.2 พลเมือง 287, 928, 571 คน

ปัดไปหลักสิบ จะเป็นพลเมือง 287,928,570 คน

ปัดไปหลักร้อย จะเป็นพลเมือง 287,928,600 คน

ปัดไปหลักพัน จะเป็นพลเมือง 287,924,000 คน

ปัดไปหลักหมื่น จะเป็นพลเมือง 287,920,000 คน

ปัดไปหลักแสน จะเป็นพลเมือง 287,800,000 คน

ปัดไปหลักล้าน จะเป็นพลเมือง 287,000,000 คน

ปัดไปหลักสิบล้าน จะเป็นพลเมือง 290,000,000 คน

ปัดไปหลักร้อยล้าน จะเป็นพลเมือง 300,000,000 คน

๕๖๘
แบบฝึกหัดที่ 1.2

จงประมาณเลขต่อไปนี้ ตามคำสั่งของแต่ละข้อ

จำนวน	บัตให้ใกล้เคียง
1. 4.621	พัน
2. 90.961.000	ล้าน
8. 750.082	ร้อย
4. 9.782	สิบ
5. 8.496	พัน
6. 206.000.000	สิบล้าน
7. 8.725.000 000	ร้อยล้าน
8. 789.600	หมื่น
9. 52.600	พัน
10. 812.590.000	ล้าน
11. 798	ร้อย
12. 945.000	หมื่น
18. 10.850	ร้อย
14. 825	สิบ
15. 7.550.000	ล้าน



3. การวัดและการประมาณ

ในการวัดใดๆก็ตาม เราจะวัดจำนวนต่อเนื่อง (continuous quantity) โดยจำนวนทศยะ ให้ได้ค่าที่เที่ยงแท้ (precise) ยอกมวไม่ได้ เราวัดได้แต่เพียงประมาณ ซึ่งใกล้เคียงหน่วยการวัดบางชนิดที่เราใช้นั้น

ขนาดของหน่วยการวัด จะเป็นตัวบอกความเที่ยงแท้ในการวัด สมมุติว่า การวัดนั้น ใช้หน่วยการวัดเป็น $\frac{1}{4}$ นิ้ว ก็จะมีค่าความเที่ยงแท้ในระยะ $\frac{1}{4}$ นิ้ว จะให้ เที่ยงแท้โดยทั่วๆ ไปไม่ได้ ถ้าหน่วยที่ใช้ยังเล็กลง การวัดก็ยิ่งจะเที่ยงแท้มากขึ้น คือใกล้เคียงความยาวที่แท้จริงของปริมาณนั้นๆ และการที่ปริมาณใดให้ค่าตาม หน่วยการวัดต่างไปจากปริมาณจริง เราเรียกว่า มีการเคลื่อนคลาดในการวัด (Error of measurement)

ถ้าเราวัดความยาวของเส้นตรงด้วยความเที่ยงแท้ที่มากที่สุด ความยาวที่ แท้จริงของเส้นตรงเส้นนั้นจะต่างจากผลที่วัดออกมาได้ โดยเกินกว่าครึ่งหนึ่งของ หน่วยการวัดนั้น เราเรียกความแตกต่างระหว่างความยาวที่แท้จริง กับความยาว ที่วัดได้ว่า ความเคลื่อนคลาดของการวัด

3.1 ความเคลื่อนคลาดที่มากที่สุด (Greatest Error)

ถ้ากล่าวมาแล้วแต่ก่อนแล้วว่า การวัดใดๆ ก็ตามจะให้ผลเพียงค่าประมาณ ถ้า ระหว่างช่วงบรรทัดที่ยละเอียดมากขึ้นเท่าใด การวัดจะยิ่งเที่ยงแท้มากขึ้นเท่านั้น และที่ว่า เคลื่อนคลาดนี้ มิได้หมายความว่าความผิดพลาดในการอ่าน หากเป็นความ เคลื่อนคลาด ที่บอกถึงความแตกต่างระหว่างความยาวของสิ่งใดที่วัดได้ กับ ความยาวที่แท้จริงของสิ่งนั้น

ถ้าช่วงระหว่างหน่วยบรรทัด แบ่งเป็น 4 ส่วนเท่าๆ กัน ความเคลื่อนคลาด ที่มากที่สุด ก็จะเป็นครึ่งหนึ่งของหน่วยการวัด ($\frac{1}{4}$) คือ $\frac{1}{8}$ นิ้ว ความยาวที่แท้จริง ของเชือกซึ่งวัดได้ยาว $5\frac{3}{4}$ นิ้ว จะมีค่าระหว่าง $5\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$ นิ้ว และ $5\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ นิ้ว หรือระหว่าง $5\frac{5}{8}$ นิ้ว และ $5\frac{7}{8}$ นิ้ว

และถ้าไม้ท่อนหนึ่งวัดได้ยาว 2.10 เมตร หน่วยการวัดคือ $\frac{1}{100}$ เมตร ดังนั้น ความเคลื่อนคลาดที่มากที่สุด ก็จะเป็นครึ่งหนึ่งของ หน่วยการวัด ($\frac{1}{100}$) คือ .005 เมตร ความยาวที่แท้จริงของไม้ท่อนนี้ จะอยู่ระหว่าง 2.10—.005 เมตร และ 2.10+.005 เมตร หรือ 2.095 เมตร และ 2.105 เมตร

หมายเหตุ 2.1 เมตร หน่วยการวัดคือ $\frac{1}{10}$ เมตร

2.110 เมตร หน่วยการวัดคือ $\frac{1}{1,000}$ เมตร

2.1010 เมตร หน่วยการวัดคือ $\frac{1}{10,000}$ เมตร

ถ้าเป็นจำนวนเต็ม ลงท้ายด้วย 0 จะมีเส้นกำกับไว้ เพื่อบอกหน่วยการวัด
เช่น

810 ^ก นิ้ว	หน่วยการวัดคือ	1 ^ก นิ้ว
8.100 ^ก นิ้ว	หน่วยการวัดคือ	10 ^ก นิ้ว
81.000 ^ก นิ้ว	หน่วยการวัดคือ	100 ^ก นิ้ว
810 ^ก นิ้ว	หน่วยการวัดคือ	10 ^ก นิ้ว
8.100 ^ก นิ้ว	หน่วยการวัดคือ	100 ^ก นิ้ว

แบบฝึกหัดที่ 1.3

1. จงหาหน่วยการวัดของจำนวนต่อไปนี้

(1.1)	82.6 ^ก นิ้ว	420 ไมล์	.006 ฟุต
(1.2)	4168 วินาที	24 ชั่วโมง	9080 นาที
(1.8)	7.028 เมตร	80 เซนติเมตร	7620 มิลลิเมตร
(1.4)	.0600 ^ก นิ้ว	.0008 ^ก นิ้ว	.0040 ^ก นิ้ว
(1.5)	6800 ไมล์	9200 หลา	650 ฟุต

2. จงหาความเคลื่อนคลาที่มากที่สุดของการวัดต่อไปนี้

(2.1)	$\frac{1}{52}$ ^ก นิ้ว	$\frac{8}{4}$ ฟุต	$12\frac{7}{16}$ หลา
(2.2)	5.28 ^ก นิ้ว	820 ไมล์	.086 หลา
(2.8)	9620 นาที	.5146 วินาที	72 ชั่วโมง
(2.4)	.0008 ^ก นิ้ว	.0090 ^ก นิ้ว	.0400 ^ก นิ้ว
(2.5)	540 ^ก นิ้ว	8200 หลา	6900 ไมล์

8. จงหาค่าที่แท้จริงของการวัดต่อไปนี้

- (8.1) 70 เซนติเมตร (8.2) 5400 หลา (8.3) 2100 ฟุต
(8.4) .040 นิ้ว (8.5) 4.52 เมตร
-

3.2 ร้อยละ (percentage)

ร้อยละ หรือ เปอร์เซนต์ (percent) หมายถึงการเทียบส่วนเป็นร้อยละ เช่นร้อยละ 7 หมายถึง 7 ส่วนร้อย หรืออาจเขียนได้เป็น .07 หรือ $\frac{7}{100}$ สัญลักษณ์ของร้อยละ คือ % เขียนไว้หลังตัวเลข ดังนั้น ร้อยละ 5 เขียนได้ว่า 5 %

จำนวนใดๆ ก็ตาม จะเขียนได้ว่า $\frac{100}{100}$ หรือ 100 % ของจำนวนนั้น

ตัวอย่างที่ 3.2.1

จงหา 25 % ของ 95

นั่นคือ เราจะหา $\frac{25}{100}$ หรือ .25 ของ 95

ผลลัพธ์คือ $\frac{25}{100} \times 95 = 23.75$

ตัวอย่างที่ 3.2.2

15 เป็นร้อยละเท่าใดของ 75

นั่นคือ เราจะหา $\frac{15}{75}$ ของ 100

ผลลัพธ์คือ $\frac{15}{75} \times 100 = 20\%$

แบบฝึกหัดที่ 1.4

1. จงหาค่าต่อไปนี้

- | | |
|---------------------|-------------------|
| (1.1) 20% ของ 80 | (1.2) 12% ของ 180 |
| (1.3) 22.5% ของ 120 | (1.4) 86% ของ 50 |
| (1.5) 80% ของ 405 | (1.6) 12% ของ 190 |
| (1.7) .5% ของ 120 | (1.8) 8% ของ 116 |

2. จงหาว่าจำนวนแรกในแต่ละข้อเป็นร้อยละเท่าใดของจำนวนหลัง

$$(2.1) \quad 12, 16$$

$$(2.2) \quad 6, 15$$

$$(2.3) \quad 60, 80$$

$$(2.4) \quad 20, 25$$

$$(2.5) \quad 20, 40$$

$$(2.6) \quad 80, 60$$

$$(2.7) \quad 24, 82$$

$$(2.8) \quad 9, 24$$

3.3 ความคลื่อนคลาดสัมพัทธ์ (Relative Error)

เมื่อเราต้องการจะเปรียบเทียบความคลื่อนคลาดในการวัดของของสองสิ่ง ว่า การวัดใดจะให้ความคลื่อนคลาดมากน้อยกว่ากัน เช่น ความคลื่อนคลาด 1 ไมล์ ในระยะทาง 1,500 ไมล์ หรือความคลื่อนคลาด 0.1 นิ้ว ในการวัดความยาวของของสิ่งหนึ่ง 12 นิ้ว อันใดจะให้ความคลื่อนคลาดน้อยกว่ากัน

เราจำเป็นต้องพิจารณาถึงความคลื่อนคลาดสัมพัทธ์ แทนที่จะพิจารณาขนาดของความคลื่อนคลาดเท่านั้น ความคลื่อนคลาดสัมพัทธ์ของการวัด คือ อัตราส่วนของความคลื่อนคลาดต่อการวัดนั้น จากตัวอย่างที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น เราจะเทียบหาความคลื่อนคลาดสัมพัทธ์ได้ดังนี้ คือ

$$\frac{1 \text{ ไมล์}}{1,500 \text{ ไมล์}} = .0006 \quad \text{และ} \quad \frac{0.1 \text{ นิ้ว}}{12 \text{ นิ้ว}} = .008$$

จะเห็นได้ว่า ความคลื่อนคลาดสัมพัทธ์ของ 0.1 นิ้ว ใน 12 นิ้ว ใหญ่กว่าความคลื่อนคลาดสัมพัทธ์ของ 1 ไมล์ ใน 1,500 ไมล์

หากเราไม่ทราบความคลื่อนคลาดของการวัด เราจะหาได้โดยพิจารณาค่าของความคลื่อนคลาดที่มากที่สุดขึ้นมาก่อน แล้วเขียนความคลื่อนคลาดสัมพัทธ์ขึ้นดังนี้

$$\text{ความคลื่อนคลาดสัมพัทธ์} = \frac{\text{ความคลื่อนคลาดที่มากที่สุด}}{\text{การวัด}}$$

เราได้ทราบมาแล้วว่า ความคลื่อนคลาดที่มากที่สุด คือ ครึ่งหนึ่งของหน่วยการวัดใดๆ ถ้าเราวัดความยาวของเส้นตรงเส้นหนึ่งได้ $4\frac{8}{9}$ นิ้ว ความคลื่อน

กลาตที่มากที่สุดก็จะเป็น $\frac{1}{16}$ นิ้ว หรือถ้าความยาวของเส้นตรงนั้นเป็น 5.08 นิ้ว
ความเคลื่อนกลาตที่มากที่สุดก็จะเป็น $\frac{1}{2} \times 0.01$ หรือ 0.005 นิ้ว

ความเคลื่อนกลาตของการวัด นิยมเขียนในรูปของร้อยละ ดังนั้น ร้อยละ
ของความเคลื่อนกลาตของการวัดก็คือ ความเคลื่อนกลาตสัมพัทธ์ คูณด้วย
100 การวัดใดๆ ที่มีความเคลื่อนกลาตสัมพัทธ์ หรือร้อยละของความเคลื่อน
กลาตน้อยที่สุด ก็จะทำให้ค่าใดเที่ยงแท้ที่สุด

ตัวอย่างที่ 3.3.1 จงหาความเคลื่อนกลาตสัมพัทธ์ของเส้นตรงที่วัดได้
ยาว $8\frac{3}{4}$ " (กติกเป็นร้อยละ)

$$\begin{aligned}\frac{\frac{1}{8}}{8\frac{3}{4}} &= \frac{n}{100} \\ 8\frac{3}{4}n &= \frac{100}{8} \\ \frac{15n}{4} &= \frac{100}{8} \\ n &= \frac{100}{8} \times \frac{4}{15} \\ &= \frac{10}{3} \\ n &\approx 3.3\end{aligned}$$

โดยที่ 3.3 มีค่าเท่ากับ $\frac{10}{3}$ อย่างแท้จริง จึงจำเป็นต้องใช้สัญลักณ์
 $\approx$ ซึ่งหมายความว่า เท่ากันโดยประมาณ ค่าตอบก็คือ 3.3% หรือตอบอย่าง
ละเอียดก็คือ ความเคลื่อนกลาตสัมพัทธ์ของการวัดเส้นตรงที่ยาว $8\frac{3}{4}$ นิ้ว มีค่า
ประมาณ 3.3%

ตัวอย่างที่ 3.3.2 จงหาความเคลื่อนกลาตสัมพัทธ์ของเส้นตรงที่วัดได้
ยาว $\frac{3}{8}$ " (กติกเป็นร้อยละ)

$$\begin{aligned}\frac{\frac{1}{16}}{\frac{3}{8}} &= \frac{n}{100} \\ \frac{3}{8}n &= \frac{100}{16}\end{aligned}$$

$$n = \frac{100}{16} \times \frac{8}{9}$$

$$= \frac{2}{16\frac{2}{3}}$$

ความเคลื่อนคลาตสัมพัทธ์ของเส้นตรงที่วัดได้ยาว $8''$ มีค่าเป็น $16\frac{2}{3}\%$

แบบฝึกหัดที่ 1.5

1. จงหาความเคลื่อนคลาตสัมพัทธ์ของจำนวนที่วัดได้ดังต่อไปนี้

(1.1) $7\frac{3}{4}$ นิ้ว

(1.2) $79\frac{1}{2}$ หลา

(1.8) $\frac{18}{16}$ ฟุต

(1.4) 29.7 ไมล์

(1.5) $5\frac{1}{6}$ ฟุต

(1.6) $2\frac{1}{8}$ หลา

2. จงหาร้อยละของความเคลื่อนคลาตในการวัดต่อไปนี้

(2.1) .675 นิ้ว

(2.2) 108.9 ไมล์

(2.8) $7\frac{5}{8}$ นิ้ว

(2.4) 85 ปอนด์

(2.5) 625 แกลลอน

(2.6) $5\frac{3}{4}$ ลิตร

บทที่ 2

การใช้วิธีลัด

1. การคูณโดยวิธีลัด

วิธีลัดที่นักเรียนควรรู้ไปใช้ เพราะจะช่วยประหยัดเวลา และให้ผลลัพธ์
ที่ถูกต้องแม่นยำด้วย มีดังต่อไปนี้

- 1.1 ก. เมื่อคูณจำนวนตักยะใดที่เป็นจำนวนเต็มด้วย 10, 100, 1,000 ฯลฯ
ให้เติม 0 ลงหลังจำนวนตักยะที่เป็นจำนวนเต็มนั้น มีจำนวน 0 เท่ากับ
ที่มีในตัวคูณ เช่น

$$42 \times 100 = 4,200$$

- ข. เมื่อคูณเลขทศนิยมใดด้วย 10, 100, 1,000 ฯลฯ ให้เลื่อนจุดทศนิยม
ไปทางขวามือ ให้ได้จำนวนเลขทศนิยม เท่ากับจำนวน 0 ในตัวคูณ
นั้น เช่น

$$6.58 \times 1,000 = 6,580$$

- 1.2 ก. เมื่อคูณจำนวนตักยะใดที่เป็นจำนวนเต็มด้วย 50 ให้เติม 0 หลังจำนวน
ตักยะที่เป็นจำนวนเต็มนั้น 2 ตัว แล้วหารด้วย 2 เช่น

$$624 \times 50 = 62,400 \div 2 = 31,200$$

- ข. เมื่อคูณเลขทศนิยมใดด้วย 50 ให้เลื่อนจุดทศนิยมไปทางขวามือ 2
ตำแหน่ง แล้วหารด้วย 2 เช่น

$$84.7 \times 50 = 8,470 \div 2 = 1,735$$

- 1.3 ก. เมื่อคูณจำนวนตักยะใดที่เป็นจำนวนเต็มด้วย 25 ให้เติม 0 หลังจำนวน
ตักยะที่เป็นจำนวนเต็มนั้น 2 ตัว แล้วหารด้วย 4 เช่น

$$8,458 \times 25 = 845,800 \div 4 = 211,925$$

- ข. เมื่อคูณเลขทศนิยมใดด้วย 25 ให้เลื่อนจุดทศนิยมไปทางขวามือ 2
ตำแหน่ง แล้วหารด้วย 4 เช่น

$$82.54 \times 25 = 8,254 \div 4 = 2,063.5$$

- 1.4 ก. เมื่อคูณจำนวนตั้งกะใดด้วย 11 ให้คูณจำนวนตั้งกะนั้นด้วย 10 แล้วบวกด้วยจำนวนนั้น เช่น

$$\begin{aligned} 428 \times 11 &= 428 \times 10 + 428 = 4,280 + 428 \\ &= 4,708 \end{aligned}$$

- ข. เมื่อคูณจำนวนตั้งกะใดด้วย 101 ให้คูณจำนวนตั้งกะนั้นด้วย 100 แล้วบวกด้วยจำนวนนั้น เช่น

$$\begin{aligned} 791 \times 101 &= 791 \times 100 + 791 \\ &= 79,100 + 791 \\ &= 79,891 \end{aligned}$$

- ค. เมื่อคูณจำนวนตั้งกะใดด้วย 99 ให้คูณจำนวนตั้งกะนั้นด้วย 100 แล้วลบด้วยจำนวนนั้น เช่น

$$\begin{aligned} 587 \times 99 &= 587 \times 100 - 587 \\ &= 58,700 - 587 \\ &= 58,113 \end{aligned}$$

- 1.5 เมื่อยกกำลังสองจำนวนใดก็ตามที่ลงท้ายด้วย 5 ให้ตัด 5 ออก แล้วคูณตัวที่เหลือด้วยจำนวนที่มากกว่าอยู่ 1 แล้วเติม 25 ลงไปข้างท้าย เช่น

$$\text{ก. } 8.5 \times 8.5 = 12.25$$

$$\text{ข. } 75 \times 75 = 5,625$$

แบบฝึกหัด 2.1

1. จงหาผลลัพธ์ เมื่อเลขตั้งกะ และเลขทศนิยมต่อไปนี้ ทำตามคำสั่งที่จัดไว้ให้

(1.1) $19 \quad 52 \quad 81 \quad 79 \quad 26$

(1.2) $1.3 \quad 1.7 \quad 2.8 \quad 3.5 \quad 4.1$

(1.3) $124 \quad 247 \quad 316 \quad 469 \quad 587$

(1.4)	5.68	7.55	4.32	1.26	2.18
(1.5)	31.7	46.9	65.8	75.7	11.8
(1.6)	1.584	2.964	6.889	3.478	8.666
(1.7)	583.6	137.2	258.6	378.5	656.2
(1.8)	10.152	36.612	17.785	70.185	31.762

- (1.1.1) แต่ละจำนวนในแถว 1.4 คูณด้วย 10 และ 1,000
 (1.1.2) แต่ละจำนวนในแถว 1.6 และ 1.8 คูณด้วย 10 และ 100
 (1.1.3) แต่ละจำนวนในแถว 1.7 คูณด้วย 100 และ 1,000
 (1.1.4) แต่ละจำนวนในแถว 1.1, 1.3, 1.5, และ 1.7 คูณด้วย 50
 (1.1.5) แต่ละจำนวนในแถว 1.2, 1.4, 1.6 และ 1.8 คูณด้วย 25
 (1.1.6) แต่ละจำนวนในแถว 1.1—1.4 คูณด้วย 11
 (1.1.7) แต่ละจำนวนในแถว 1.1, 1.4 คูณด้วย 101
 (1.1.8) แต่ละจำนวนในแถว 1.2, 1.3 คูณด้วย 99

2. จงหาคำสั่งสองของจำนวนต่อไปนี้

4.5, 55, 12.5, 75, 1.75, 205, 15.5, 10.5, 200.5, 100.5

1.6 การคูณโดยการประมาณค่าตอบ

ในการคูณ นักเรียนควรจะได้ประมาณค่าตอบไว้ล่วงหน้า จะช่วยป้องกันความผิดพลาดอันเกิดจากการสะเพร่า โดยเฉพาะเลขที่มีทศนิยม ตัวอย่างเช่น ในการหาสี่บ้านหลังหนึ่ง ต้องหาสี่จำนวนถึง 22 แกลลอน ค่าหาสี่แกลลอนละ 60.75 บาท จะประมาณได้ว่า ต้องหาสี่ทั้งสิ้น 20 แกลลอน ค่าหาสี่โดยประมาณแกลลอนละ 61 บาท จะเป็นค่าหาสี่ทั้งสิ้นประมาณ 1,220 บาท ถ้าคำนวณจริง ๆ แล้ว จะเป็นค่าหาสี่ 1,336.50 บาท หรือค่าตอบประมาณ 1,340 บาท การที่เราประมาณค่าไว้แต่ต้น จะช่วยป้องกันความผิดพลาด อันเกิดจากการใส่จุดทศนิยมผิดที่ได้

นักเรียนอาจประมาณคำตอบของผลคูณก่อนหรือหลัง การหาผลคูณที่แท้จริง โดยใช้การประมาณ เพื่อเทียบค่าใกล้เคียง เช่น

$$79 \times 41$$

เราประมาณ 79 เป็น 80 และ 41 เป็น 40

ดังนั้น ผลคูณโดยประมาณคือ $80 \times 40 = 3,200$

หมายเหตุ วิธีการนับตัวเลข ที่ได้จากเลขนัยสำคัญ การประมาณและความเคลื่อนไหวคลา

แบบฝึกหัดที่ 2.2

จงหาผลคูณของจำนวนต่อไปนี้ โดยใช้วิธีประมาณคำตอบ

$$58 \times 46 \quad 85 \times 24 \quad 39 \times 81 \quad 65 \times 55 \quad 14 \times 97$$

$$77 \times 65 \quad 40 \times 28 \quad 44 \times 24 \quad 61 \times 53 \quad 29 \times 17$$

1.7 การตรวจสอบการคูณ

ก. โดยเปลี่ยนตัวตั้งเป็นตัวคูณและตัวคูณเป็นตัวตั้ง เพราะถ้าเราใช้ตัวตั้งและตัวคูณเหมือนเดิมอยู่ อาจจะได้คำตอบออกมาผิด ๆ เหมือนเดิมอีกก็ได้ ให้เราลองสลับที่ตัวตั้งและตัวคูณดูบ้าง ถ้าผลลัพธ์สองครั้งออกมาเท่ากัน ก็แสดงว่า การคูณนั้นถูกต้องแล้ว และเราเรียกว่า กฎของการสลับที่

ตัวอย่าง จงตรวจสอบการคูณโดยเปลี่ยนตัวตั้งเป็นตัวคูณ

$$\begin{array}{r} 823 \\ 74 \times \\ \hline 3292 \\ 5761 \\ \hline 60902 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74 \\ 823 \times \\ \hline 222 \\ 148 \\ \hline 592 \\ \hline 60902 \end{array}$$

ได้ผลลัพธ์ตรงกัน

ข. โดยหารผลคูณด้วยตัวตั้งหรือตัวคูณ

	ตรวจสอบ I	ตรวจสอบ II
$\begin{array}{r} 828 \\ \times 74 \\ \hline 8292 \\ 5761 \\ \hline 60902 \end{array}$	$\begin{array}{r} 74 \\ \hline 828 \overline{)60902} \\ \underline{5761} \\ 3292 \end{array}$	$\begin{array}{r} 828 \\ \hline 74 \overline{)60902} \\ \underline{592} \\ 170 \\ \underline{148} \\ 222 \\ \underline{222} \end{array}$

แบบฝึกหัด

จงหาผลคูณของเลขต่อไปนี้ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์

188×85	627×814	$5,182 \times 62$	$205 \times 1,562$	$595 \times 2,584$
882×47	514×881	$4,015 \times 81$	$845 \times 70,185$	$287 \times 17,785$

2. การหารโดยวิธีลัด

วิธีลัดในการหารมีดังต่อไปนี้ คือ

- 2.1 ก. เมื่อหารจำนวนทศนิยมใดที่เป็นจำนวนเต็มด้วย 10, 100, 1000 ฯลฯ ให้ใส่จุดทศนิยมลงในจำนวนทศนิยม นับไปทางซ้ายมือ มีจำนวนเลขทศนิยมเท่ากับ 0 ในตัวหาร เช่น

$$6.592 \div 100 = 65.92$$

- ข. เมื่อหารเลขทศนิยมด้วย 10, 100, 1,000 ฯลฯ ให้เลื่อนจุดทศนิยมในตัวตั้งไปทางซ้ายมือ เป็นจำนวนตำแหน่งเท่ากับ 0 ในตัวหาร เช่น

$$7.82 \div 1,000 = .00782$$

- 2.2 ก. เมื่อหารจำนวนทศนิยมใดที่เป็นจำนวนเต็มด้วย 50 ให้ใส่จุดทศนิยมลงในจำนวนทศนิยมนั้น นับไปทางซ้ายมือ 2 ตำแหน่ง แล้วคูณด้วย 2 เช่น

$$954 \div 50 = 9.54 \times 2 = 19.08$$

ข. เมื่อหารเลขทศนิยมใดด้วย 50 ให้เลื่อนจุดทศนิยมในตัวตั้งไปทางซ้ายมือ 2 ตำแหน่ง แล้วคูณด้วย 2 เช่น

$$4.8 \div 50 = .048 \times 2 = .096$$

2.3 ก. เมื่อหารจำนวนทศนิยมใดที่เป็นจำนวนเต็มด้วย 25 ให้ใส่จุดทศนิยมลงในจำนวนทศนิยมนั้น นับไปทางซ้ายมือ 2 ตำแหน่ง แล้วคูณด้วย 4 เช่น

$$625 \div 25 = 6.25 \times 4 = 25$$

ข. เมื่อหารเลขทศนิยมใดด้วย 25 ให้เลื่อนจุดทศนิยมในตัวตั้งไปทางซ้ายมือ 2 ตำแหน่ง แล้วคูณด้วย 4 เช่น

$$56.2 \div 25 = .562 \times 4 = 2.248$$

แบบฝึกหัดที่ 2.3

1. จงหาผลลัพธ์ เมื่อเลขทศนิยม และเลขทศนิยมต่อไปนี้ ทำตามคำสั่งที่จัดไว้ให้

(1.1)	48	77	85	98	35
(1.2)	2.9	6.8	7.2	8.5	9.4
(1.8)	685	758	850	962	721
(1.4)	2.84	4.68	2.47	1.58	8.97
(1.5)	75.4	11.8	87.1	29.8	17.8
(1.6)	7.805	5.642	2.567	9.550	6.644
(1.7)	596.7	876.5	754.7	125.8	3.421
(1.8)	69.485	88.855	52.874	49.516	76.982

(1.1.1) แต่ละจำนวนในแถว 1.4 หารด้วย 10 และ 1,000

(1.1.2) แต่ละจำนวนในแถว 1.6 และ 1.8 หารด้วย 10 และ 100

(1.1.8) แต่ละจำนวนในแถว 1.7 หารด้วย 100 และ 1,000

(1.1.4) แต่ละจำนวนในแถว 1.1, 1.3, 1.5 และ 1.7 หารด้วย 50

(1.1.5) แต่ละจำนวนในแถว 1.2, 1.4, 1.6 และ 1.8 หารด้วย 25

2.4 การหารโดยการประมาณค่าตอบ

ถ้าตัวหารมีค่าระหว่าง 10 และ 100 ให้เราประมาณค่าตัวหาร เพื่อช่วยให้ประมาณค่าผลหารได้รวดเร็วขึ้น มีหลักดังนี้คือ

- ก. ถ้าหลักหน่วยของตัวหารเป็น 1 2 3 หรือ 4 ให้ปัดเลขเหล่านี้นับเป็น 0 เสีย เช่น 68 ปัดเป็น 60 52 ปัดเป็น 50 แล้วใช้จำนวนนั้นเป็นตัวลองหาร ตัวอย่างเช่น $49 \div 12$ ปัด 12 เป็น 10 แล้วนำตัวหน้าของตัวหาร หารตัวหน้าของตัวตั้งโดยผลลัพธ์ 4 ดังนั้นประมาณผลหารลงตัว 1 หลักได้ 4
- ข. ถ้าหลักหน่วยของตัวหารเป็น 5 6 7 8 หรือ 9 ให้ปัดขึ้นเป็น 1 รวมกับหลักสิบ เช่น 46 ปัดเป็น 50 77 ปัดเป็น 80 แล้วใช้จำนวนนั้นเป็นตัวลองหาร ตัวอย่างเช่น $485 \div 65$ ปัด 65 เป็น 70 แล้วนำตัวหน้าของตัวหารคือ 7 หารตัวหน้าของตัวตั้งที่สามารถจะทำการหารได้ คือ 48 ได้ประมาณ 6 ดังนั้น ประมาณผลหารลงตัว 1 หลักได้ 6



แบบฝึกหัด 2.4

จงประมาณค่าตอบผลหารลงตัวของจำนวนเลขต่อไปนี้

59)267	71)578	84)197	46)858	88)746
75)885	18)8,726	56)8,000	828)7,407	
205)1,562	595)2,584	287)17,785	424)10,152	
621)1,972	410)1,640			

2.5 การตรวจสอบการหาร

การหารก็คือ วิธีการที่ตรงกันข้ามกับการคูณ ฉะนั้น เมื่อหารกันแล้วให้ลองนำตัวหาร คูณกับผลหาร แล้วรวมกับเศษ ผลลัพธ์ต้องเท่ากับตัวตั้ง

ตรวจสอบ I

ตรวจสอบ II

$$\begin{array}{r}
 21 \text{ เศษ } 27 \\
 38 \overline{) 720} \\
 \underline{66} \\
 60 \\
 \underline{38}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 38 \\
 21 \times \\
 \underline{21} \\
 88 \\
 66 \\
 \underline{66} \\
 698 \\
 + \\
 \text{เศษ } 27 \\
 \underline{27} \\
 720
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 21 \times \\
 88 \\
 \underline{88} \\
 68 \\
 68 \\
 \underline{68} \\
 698 \\
 + \\
 \text{เศษ } 27 \\
 \underline{27} \\
 720
 \end{array}$$

๒.๖
แบบฝึกหัดที่ 2.5

จงหาผลหารลงตัว และเศษ แล้วตรวจสอบการหาร

26)1,872	17)554	56)8,875	31)2,863
43)8,000	85)6,560	77)2,576	98)1,000
75)8,352	55)35,862	47)81,762	89)80,260

บทที่ 3

การวัดด้วยเศษส่วน

ในกรวัดใดๆ ก็ตาม อาจได้จำนวนวัดออกมาเป็นจำนวนเต็ม เศษส่วน หรือจำนวนคละก็ได้ เช่น เด็กชายแก้วมีขนมอยู่ 6 ชิ้น จะแบ่งให้เพื่อนซึ่งมีจำนวนต่อไปน คนละเท่าๆ กัน

1. เพื่อน 8 คน
2. เพื่อน 8 คน
3. เพื่อน 4 คน

1. ถ้าให้เพื่อน 8 คนๆ ละเท่าๆ กัน ฉะนั้นจะได้คนละ 2 ชิ้น เช่นนี้เรียกว่า จำนวนวัดออกมาเป็นจำนวนเต็ม

2. ถ้าให้เพื่อน 8 คน นักเรียนต้องแบ่งขนมทุกชิ้นเป็น 8 ส่วนเท่าๆ กัน เมื่อมีขนมอยู่ 6 ชิ้น ฉะนั้นเพื่อนจะได้ขนมคนละ 6 ชิ้นเล็ก แต่ละชิ้นเล็กเป็น 1 ใน 8 ของชิ้นใหญ่ ฉะนั้นจึงได้ขนม $\frac{6}{8}$ ของขนมทั้งหมดทุกอย่างนี้เรียกว่า จำนวนวัดออกมาเป็นเศษส่วน

3. ถ้าให้เพื่อน 4 คน เพื่อนจะได้ขนมคนละ ชิ้นครึ่ง คือ $1\frac{1}{2}$ ชิ้น อย่างนี้ จำนวนวัดออกมาเป็นจำนวนคละ และถ้าเศษส่วน หรือจำนวนคละ ทำเป็นทศนิยม เรียกว่า เศษส่วนทศนิยม หรือจำนวนวัดทศนิยม

เศษส่วน

เศษส่วนมี 2 ชนิด ถ้าตัวเศษน้อยกว่าตัวส่วน เรียกว่าเศษส่วนแท้ (Proper fraction) เช่น $\frac{1}{8}, \frac{3}{4}$ (ในบัญญัติศัพท์ของฉบับราชบัณฑิตยสถาน เรียกว่า เศษส่วนบังควร)

ถ้าตัวเศษมากกว่าตัวส่วน เรียกว่า เศษส่วนไม่แท้ (improper fraction) เช่น $\frac{5}{4}$ (ในบัญญัติศัพท์ของฉบับราชบัณฑิตยสถาน เรียกว่า เศษส่วนไม่บังควร) และจะเห็นว่า เศษส่วนไม่แท้อาจทำเป็นจำนวนคละได้คือ $\frac{5}{4}$ ทำเป็น $1\frac{1}{4}$

หลักการของเศษส่วน



ถ้าหน่วยหนึ่งถูกแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน แต่ละส่วนเป็น $\frac{1}{2}$

ถ้าหน่วยเดียวกันนั้น แบ่งออกเป็น 4 ส่วน เท่า ๆ กัน แต่ละส่วนเป็น $\frac{1}{4}$

ถ้าหน่วยเดียวกันนั้น แบ่งออกเป็น 8 ส่วน เท่า ๆ กัน แต่ละส่วนเป็น $\frac{1}{8}$

จากในรูปจะเห็นว่า 4 ของ $\frac{1}{8}$ คือ $\frac{4}{8}$ เท่ากับ $\frac{1}{2}$

ทำนองเดียวกัน $\frac{4 \div 4}{8 \div 4}$

ฉะนั้น นักเรียนจะจับหลักได้ว่า เศษส่วนจะมีค่าไม่เปลี่ยนไปถ้าจำนวนเดียวกัน หรือเท่ากันมาหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน และในทำนองเดียวกัน เศษส่วนนั้นจะมีค่าไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าจำนวนเดียวกัน หรือเท่ากันมาคูณทั้งตัวเศษและส่วน

แบบฝึกหัด 3.1

- จงลากเส้นตรงเส้นหนึ่ง สมมติเป็นบรรทัดของช่างไม้ ยาว 6 นิ้ว แล้วแบ่งบรรทัดออกเป็นครึ่ง สี่ส่วน แปดส่วน และสิบหกส่วน ในสองนิ้วแรก จงแสดงระยะในรูป ดังต่อไปนี้คือ $\frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \frac{2}{16}, \frac{15}{8}$
- จงกระจายเศษส่วนต่อไปนี้ ให้เป็นผลบวกของหน่วยของเศษส่วน ที่มีตัวเศษเป็น 1
 $\frac{7}{16}, \frac{18}{16}$
- จงทำเศษส่วนต่อไปนี้ให้เป็นจำนวนกละ $\frac{12}{5}, \frac{15}{4}, \frac{19}{8}, \frac{72}{16}, \frac{85}{64}$
- จงทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ
 $\frac{25}{60}, \frac{288}{648}, \frac{34}{51}, \frac{52}{65}, \frac{7}{91}, \frac{64}{96}, \frac{75}{90}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}$

5. จงเปลี่ยนเศษส่วนต่อไปนี้เป็นเศษส่วนที่มีส่วนเป็น 16

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{8}{8}, \frac{7}{8}, \frac{8}{4}$$

6. จงเปลี่ยนเศษส่วนต่อไปนี้เป็นเศษส่วนที่มีส่วนเป็น 32

$$\frac{8}{8}, \frac{8}{16}, \frac{5}{16}, \frac{7}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{13}{16}, \frac{11}{16}$$

7. ไม้ฉากของช่างไม้ตามปกติมีเสกลเป็น $\frac{1}{4}$ ของนิ้ว และทุกๆ ช่วง $\frac{1}{4}$ ของนิ้วแบ่งออกเป็น 8 ส่วนเท่าๆ กัน ฉะนั้น ส่วนที่เล็กที่สุดของเสกลบนไม้ฉากเป็นเท่าไร จงสร้างรูปไม้ฉากยาว 8 นิ้ว แล้วสร้างเสกลทงกล่าว จงใช้รูปนี้หาคำตอบของจำนวนต่อไป

$$(7.1) \frac{5}{12} + \frac{1}{12} \quad (7.2) \frac{3}{4} + \frac{1}{12} \quad (7.3) \frac{1}{2} - \frac{5}{12}$$

$$(7.4) 1 \frac{5}{12} - \frac{7}{12}$$

8. จงเปลี่ยนเศษส่วนต่อไปนี้เป็นส่วนเป็น 64

$$\frac{5}{16}, \frac{13}{16}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{11}{12}, \frac{17}{32}, \frac{1}{2}, \frac{3}{32}$$

1. การบวกและการลบเลขเศษส่วน

สมมติว่า เราจะทำนิพจน์ต่อไปนี้เป็นผลสำเร็จ

$\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ เราจะต้องทำตัวส่วนให้เหมาะสม ในที่นี้คือ 8 เพราะ $\frac{1}{2}$ และ $\frac{3}{4}$ ทำให้มีส่วเป็น 8 ได้ สังเกตจากบรรทัด หรือจากรูปที่ 1 ฉะนั้น ในที่นี้เรียกว่าทำโดยการคูณว่า 8 จะเป็นตัวส่วนที่เหมาะสม

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \quad \text{ทำให้เป็น} \quad \frac{1}{8} + \frac{4}{8} + \frac{6}{8}$$

$$= \frac{11}{8}$$

$$= 1 \frac{3}{8}$$

ฉะนั้น การที่จะบวกหรือลบเลขเศษส่วนก็ตาม จะต้องหา

1. เลขจำนวนที่เหมาะสมที่จะมาเป็นตัวส่วนร่วมกัน เรียกว่า ก.ร.น

(Lowest common multiple เขียนย่อๆ ว่า L.C.M.)

2. ทำเศษส่วนทุกจำนวนให้มีส่วนเท่ากับตัวส่วนร่วม ในข้อ 1

3. บวกหรือลบแต่ละเฉพาะตัวเศษที่ได้ทำให้เป็นเศษส่วน ที่มีส่วนเป็นตัวส่วนร่วมแล้วในข้อ 2

ตัวอย่างที่ 1.1 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad & \frac{5}{24} + \frac{7}{30} + \frac{2}{45} \\
 = & \frac{5 \times 15}{24 \times 15} + \frac{7 \times 12}{30 \times 12} + \frac{2 \times 8}{45 \times 8} \\
 = & \frac{75 + 84 + 16}{360} \\
 = & \frac{175}{360} \\
 = & \frac{35 \times 5}{72 \times 5} \\
 = & \frac{35}{72}
 \end{aligned}$$

การหา ค.ร.น.

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$\text{ค.ร.น. คือ } 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$= 360$$

ตัวอย่างที่ 1.2 จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad & \frac{7}{15} + \frac{3}{20} - \frac{13}{25} \\
 = & \frac{7 \times 20}{15 \times 20} + \frac{3 \times 15}{20 \times 25} - \frac{13 \times 12}{25 \times 12} \\
 = & \frac{140 + 45 - 156}{300} \\
 = & \frac{29}{300}
 \end{aligned}$$

$$\frac{7}{15} + \frac{3}{20} - \frac{13}{25}$$

หา ค.ร.น.

$$15 = 3 \times 5$$

$$25 = 5 \times 5$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$\text{ค.ร.น. คือ } 3 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2$$

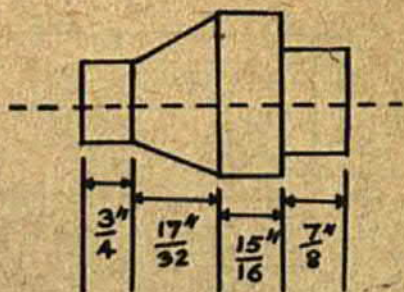
$$= 300$$

แบบฝึกหัดที่ 3.2

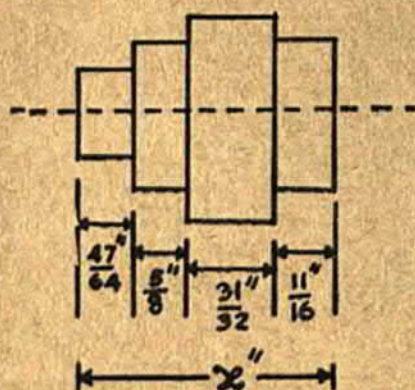
1. จงหาเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง

มีด้านยาว $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{16}$ และ $\frac{55}{64}$ ตามลำดับ

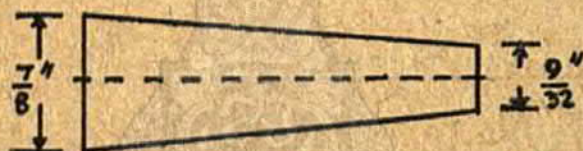
2. จงหาความยาวทั้งหมดของฝาดูกระบอกดังนี้



8. จงหาความยาวของ x



4. หมุดปลายเรียวตัวหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางกึ่งในภาพ จงหาผลต่างของเส้นผ่าศูนย์กลางนั้น



5. จงหา ก.ร.น. ของเลขต่อไปนี้

(5.1) 25, 35 และ 45

(5.2) 28, 42 และ 54

(5.3) 34, 51 และ 85

(5.4) 18, 24 และ 27

6. จงหาผลบวกของเศษส่วนต่อไปนี้ และทอนให้เป็นอย่างต่ำ

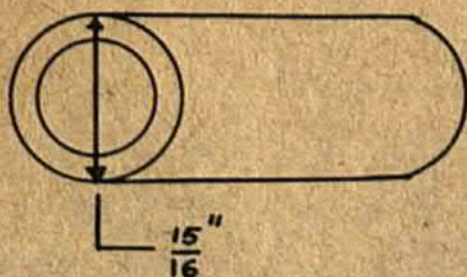
(6.1) $\frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \frac{1}{8}$

(6.2) $\frac{5}{8} + \frac{7}{32} + \frac{1}{4} + \frac{7}{16}$

(6.3) $\frac{21}{32} + \frac{5}{64} + \frac{13}{16} + \frac{1}{2}$

(6.4) $\frac{7}{8} + \frac{7}{16} + \frac{17}{32} + \frac{31}{64}$

7. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางภายใน ถ้าความหนาเป็นจำนวนดังต่อไปนี้



(7.1) $\frac{1}{16}$

(7.2) $\frac{1}{8}$

(7.3) $\frac{3}{32}$

(7.4) $\frac{5}{64}$

8. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$(8.1) \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3}$$

$$(8.2) \frac{5}{8} + \frac{13}{16} - \frac{7}{8}$$

$$(8.3) \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{8}$$

$$(8.4) \frac{7}{15} + \frac{7}{12}$$

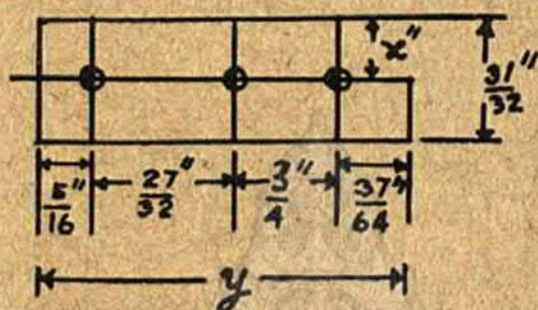
$$(8.5) \frac{5}{16} + \frac{5}{24} - \frac{7}{40}$$

$$(8.6) \frac{5}{18} - \frac{11}{24} + \frac{25}{27}$$

$$(8.7) \frac{5}{6} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$$

$$(8.8) \frac{9}{25} + \frac{16}{35} + \frac{4}{45}$$

9. แผนผังเดินสายไฟมีระยะของส่วนต่าง ๆ ดังภาพ



จงหา (9.1) ค่าของ y

(9.2) ค่าของ x

10. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$(10.1) \frac{17}{32} - \frac{1}{4} + \frac{5}{8} - \frac{1}{2}$$

$$(10.2) \frac{63}{64} - \frac{7}{8} + \frac{31}{32} - \frac{15}{16}$$

$$(10.3) \frac{9}{12} + \frac{31}{30} - \frac{3}{5} - \frac{1}{4} + \frac{13}{14}$$

$$(10.4) \frac{19}{22} + \frac{5}{6} - \frac{1}{33} - \frac{3}{4} - \frac{17}{22}$$

$$(10.5) \frac{21}{40} + \frac{3}{5} - \frac{5}{16} + \frac{7}{24} - \frac{11}{15}$$

11. จงเปรียบเทียบว่าเศษส่วนใดมีค่ามากกว่าเศษส่วนใดในคู่ต่อไปนี้

$$(11.1) \frac{3}{7}, \frac{11}{28}$$

$$(11.2) \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$$

$$(11.3) \frac{5}{12}, \frac{17}{36}$$

$$(11.4) \frac{49}{64}, \frac{3}{4}$$

$$(11.5) \frac{5}{8}, \frac{39}{64}$$

$$(11.6) \frac{11}{16}, \frac{45}{64}$$

$$(11.7) \frac{29}{32}, \frac{57}{64}$$

$$(11.8) \frac{1}{7}, \frac{9}{64}$$

$$(11.9) \frac{5}{7}, \frac{11}{16}$$

12. จงเรียงเศษส่วนในข้อต่อไป เริ่มต้นจากเศษส่วนที่มีค่ามากที่สุดไปจนถึงน้อยที่สุด

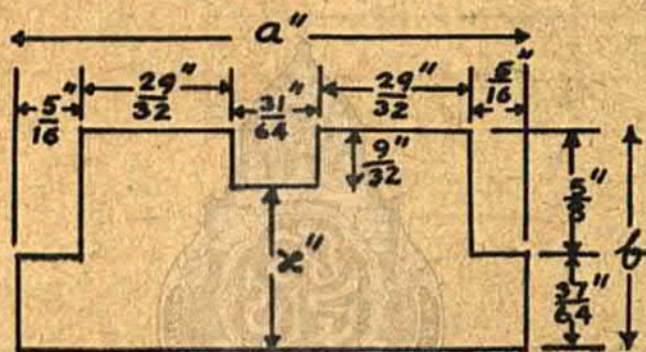
$$(12.1) \frac{1}{2}, \frac{9}{16}, \frac{17}{32}, \frac{31}{64}$$

$$(12.2) \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{9}{24}, \frac{11}{12}$$

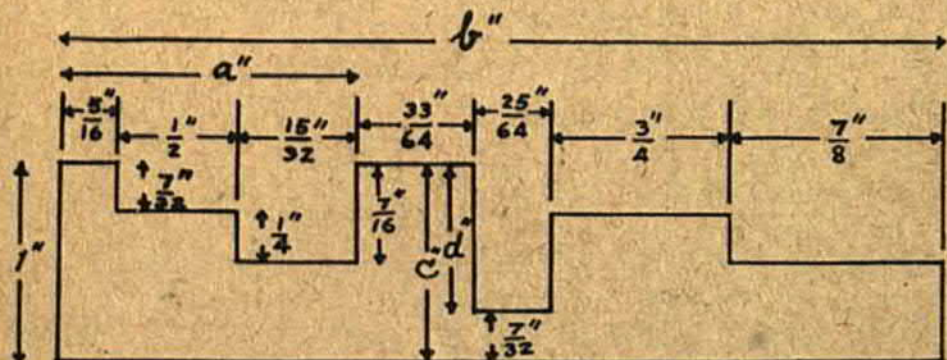
$$(12.3) \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{10}, \frac{5}{12}, \frac{7}{15}$$

$$(12.4) \frac{3}{7}, \frac{2}{5}, \frac{4}{9}$$

18. จงหาค่าของ a , b , x ในแผนผังต่อไปนี้



14. จงหาค่าของ a , b , c และ d ในแผนผังต่อไปนี้

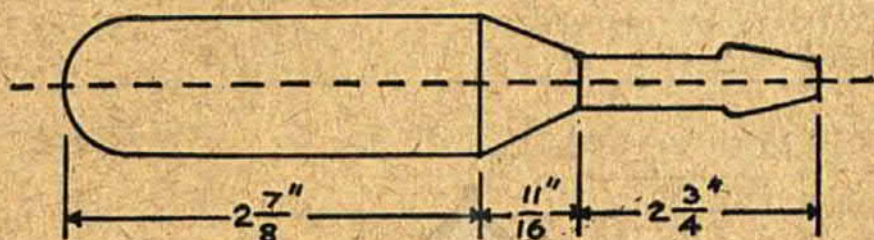


15. เหล็กกล้าแผ่นหนึ่ง มีความหนา $\frac{18}{16}$ ตัดออก $\frac{3}{32}$ จะต้องตัดเพิ่มขึ้นเท่าใด จึงจะให้ความหนาเหลือเพียง $\frac{48}{64}$

2. การบวกและการลบเลขจำนวนคละ

การบวกหรือการลบเลขจำนวนคละ ให้ดำเนินการเช่นเดียวกับเลขเศษส่วนที่น้อยกว่า 1 เพราะเหตุเลขจำนวนคละประกอบด้วยเลขจำนวนเต็มและจำนวนเศษส่วนแท้ ฉะนั้น จึงนำจำนวนเต็มมาบวกลบกันตามธรรมดา และที่เป็นเศษส่วนก็ทำเช่นเดียวกับที่อธิบายมาแล้วในตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 2.1 จงหาความยาวของไขควงในภาพ



$$\begin{aligned}
 \text{ความยาวทั้งหมด} &= 2\frac{7}{8} + \frac{11}{16} + 2\frac{3}{4} \text{ นิ้ว} \\
 &= 2\frac{14}{16} + \frac{11}{16} + 2\frac{12}{16} \text{ นิ้ว} \\
 &= 4 + \frac{14+11+12}{16} \text{ นิ้ว} \\
 &= 4\frac{37}{16} \text{ นิ้ว} \\
 &= 6\frac{5}{16} \text{ นิ้ว}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.2 จงหาค่าของ $1\frac{3}{4} + 9\frac{5}{7} + 8\frac{1}{4} + 4\frac{3}{14}$

$$\begin{aligned}
 &= (1+9+8+4) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{7} + \frac{1}{4} + \frac{3}{14}\right) \\
 &= 17 + \left[\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{5}{7} + \frac{3}{14}\right)\right] \\
 &= 17 + 1 + \left(\frac{10}{14} + \frac{3}{14}\right) \\
 &= 18 + \frac{13}{14} \\
 &= 18\frac{13}{14}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.3 ทำให้เป็นผลสำเร็จ $9\frac{1}{2} - 2\frac{7}{8}$

$$\begin{aligned}
 &= (9-2) + \frac{1}{2} - \frac{7}{8} \\
 &= 7 + \frac{4}{8} - \frac{7}{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 7 - \frac{3}{8} \\
 &= 6 + \frac{8}{8} - \frac{3}{8} \\
 &= 6 \frac{5}{8}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 3.3

1. ถ้านำ $\frac{1}{32}$ มาเพิ่มในเศษส่วนทุกจำนวนต่อไปนี้ เศษส่วนแต่ละจำนวนจะเปลี่ยนค่าเป็นเท่าใด

$$(1.1) \frac{1}{2} \quad (1.2) \frac{3}{4} \quad (1.3) 1\frac{5}{16} \quad (1.4) 3\frac{7}{8}$$

2. ถ้านำ $\frac{1}{32}$ มาหักจากเศษส่วนทุกจำนวนต่อไปนี้ เศษส่วนแต่ละจำนวนจะเปลี่ยนค่าเป็นเท่าใด

$$(2.1) \frac{1}{4} \quad (2.2) 2\frac{5}{8} \quad (2.3) 6\frac{9}{16} \quad (2.4) 1\frac{1}{64}$$

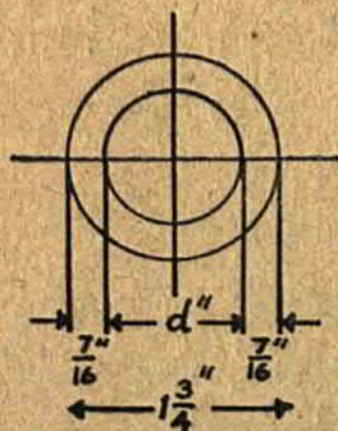
3. ถ้านำ $\frac{1}{64}$ มาเพิ่มให้เศษส่วนทุกจำนวนต่อไปนี้ แต่ละจำนวนจะเปลี่ยนค่าเป็นเท่าใด

$$(3.1) \frac{1}{8} \quad (3.2) \frac{1}{16} \quad (3.3) 7\frac{3}{32} \quad (3.4) 5\frac{1}{2} \quad (3.5) 8\frac{17}{32}$$

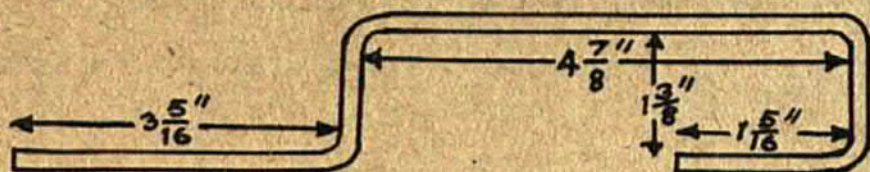
4. ถ้านำ $\frac{1}{64}$ หักออกจากเศษส่วนต่อไปนี้ เศษส่วนแต่ละจำนวนจะเปลี่ยนค่าไปเป็นเท่าใด

$$(4.1) \frac{1}{2} \quad (4.2) 2 \quad (4.3) 8\frac{1}{4} \quad (4.4) 5\frac{1}{16} \quad (4.5) 8\frac{3}{4}$$

5. จากภาพจงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมใน



6. จงหาความยาวของเหล็กท่อนหนึ่งซึ่งหน้า $\frac{1}{8}$ " และโค้งเป็นมืออย่างในภาพ



7. กระดาษคาร์บอนที่ใช้ในเครื่องพิมพ์เขียวยาว $9\frac{1}{2}$ " และจะถูกเผาไหม้ไป $\frac{3}{8}$ " ทุกๆ 24 นาที ฉะนั้น ถ้าใช้เครื่องไป 1 ชั่วโมง กระดาษคาร์บอนจะยังเหลืออยู่ในเครื่องเท่าใด
8. กระดาษแผ่นหนึ่ง ถูกตีกรอบห่างจากขอบกระดาษทั้ง 4 ด้านอยู่ $\frac{7}{8}$ " ถ้ากระดาษแผ่นนี้เป็นขนาด $8\frac{1}{2}$ " $\times$ 11 " อยากทราบว่า กรอบที่ตีนั้น มีด้านกว้าง และยาวเท่าใด
9. การตัดเหล็กกรว (Strap iron) จะต้องเสียเนื้อเหล็กไปยาว $\frac{1}{16}$ " ทุกๆ ครั้งที่ตัด ฉะนั้น ถ้าต้องการตัดเหล็กออกยาว 8 ชิ้น uly ละ $1\frac{3}{8}$ " $5\frac{5}{16}$ " และ $7\frac{1}{4}$ " จะต้องใช้เหล็กกรวยาวทั้งสิ้นเท่าใด
10. ความต้านทานของวงจรไฟ 8 วง ในอันดับ เป็น $8\frac{1}{2}$ โอห์ม, $4\frac{2}{3}$ โอห์ม, และ $7\frac{3}{10}$ โอห์ม จงหาความต้านทานทั้งหมดในวงจรนี้

3. การคูณเศษส่วน

ผลคูณของเลขเศษส่วนหลายจำนวนคือ เศษส่วนที่มีตัวเศษเป็นผลคูณของตัวเศษของจำนวนที่คูณกันนั้น และตัวส่วนเป็นผลคูณของตัวส่วนของจำนวนที่คูณกันนั้น

ตัวอย่างที่ 3.1 จงหาผลคูณของ $\frac{8}{15}$ และ $\frac{9}{10}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{8}{15} \times \frac{9}{10} &= \frac{8 \times 9}{15 \times 10} \\ &= \frac{72}{150} \\ &= \frac{12}{25} \end{aligned}$$

ทั้งนี้ ทำโดยนำตัวเศษคูณกัน แล้วหารด้วยตัวส่วนคูณกัน เป็นเศษส่วน
อีกจำนวนหนึ่งซึ่งเป็นผลคูณ แล้วทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

ตัวอย่างที่ 3.2 จงคำนวณเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีด้านกว้าง

$1\frac{3}{5}$ และด้านยาว $2\frac{5}{8}$

วิธีทำ การหาเนื้อที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า เกิดจากด้านกว้าง $\times$ ด้านยาว

$$\begin{aligned}\therefore \text{เนื้อที่สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้} &= 1\frac{3}{5} \times 2\frac{5}{8} \\ &= \frac{8}{5} \times \frac{21}{8} \\ &= \frac{21}{5}\end{aligned}$$

หมายเหตุ ทำเป็นเศษเกินเสียก่อน แล้วจึงคูณกัน

แบบฝึกหัดที่ 3.4

- ปริมาณน้ำ 1 ลูกบาศก์ฟุตนั้นเทียบเท่ากับ $6\frac{1}{4}$ แกลลอน ดังนั้น ถังน้ำที่มี
ปริมาณความจุถึงต่อไปนี้จะจุน้ำได้กี่แกลลอน
(1.1) $8\frac{4}{5}$ ล.บ.ฟุต. (1.2) $5\frac{7}{9}$ ล.บ.ฟุต. (1.3) $16\frac{2}{3}$ ล.บ.ฟุต.
(1.4) $25\frac{1}{2}$ ล.บ.ฟุต. (1.5) $4\frac{2}{5}$ ล.บ.ฟุต.
- เส้นรอบวงของวงกลมทุกวงยาวประมาณ $8\frac{1}{7}$ เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลาง
จงหาความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางถึงต่อไป
(2.1) $2\frac{1}{2}$ ฟุต (2.2) $4\frac{1}{3}$ นิ้ว (2.3) $8\frac{1}{4}$ ฟุต
- ถังน้ำใบหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยม มีความยาว $8\frac{2}{3}$ ฟุต สูง $2\frac{1}{2}$ ฟุต และกว้าง
 $2\frac{1}{3}$ ฟุต จงหาปริมาตรของถังน้ำใบนี้
- จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้เป็นผลสำเร็จ
(4.1) $5\frac{3}{4} \times 8\frac{5}{11}$ (4.2) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{11}$
(4.3) $\frac{5}{9} (86\frac{1}{2} - 32)$ (4.4) $\frac{3}{4}$ ของ $(8 - \frac{3}{5})$

บทที่ 4

การวัด

ในชีวิตประจำวันของเรา มักจะพบปัญหาที่ต้องการคำตอบออกมาเป็นตัวเลข อยู่เสมอๆ เป็นต้นว่า โรงเรียนนี้มีนักเรียนกี่คน ในห้องเรียนนี้มีโต๊ะกี่ตัว โรงเรียนนี้ชนะฟุตบอลโรงเรียนนี้กี่ประตู ถ้าถามเหล่านี้ ต้องการคำตอบเป็นตัวเลขซึ่งได้จากการนับทั้งสิ้น และคำตอบเหล่านี้ ต้องเป็นตัวเลขจำนวนเต็ม (discrete quantities)

แต่ถ้าเราจะวัดความยาวของเชือก ขนาดของผ้าห่ม หรือน้ำหนักของน้ำตาล ถุงหนึ่ง เราจะใช้วิธีนับไม่ได้ เราต้องใช้วัด การที่เรากล่าวว่ เชือกเส้นหนึ่ง ยาว 26 ฟุตที่จริงแล้วเชือกมีไ้ยาว 26 ฟุตอย่างแน่นอนลงไป และเมื่อไรก็ตาม ที่เราชั่งน้ำหนักของ ผลของการชั่งที่ได้มานั้นก็มีใช้ค่าที่เที่ยงแท้โดยเด็ดขาดเป็นแต่ เพียงค่าประมาณ ปริมาณที่วัดมาได้นั้น จะเป็นจำนวนต่อเนื่อง (Continuous quantities)

ปัจจุบันนี้ ประชาชนต้องการ การวัดปริมาณที่เชื่อถือได้ แม้บ้านก็ต้องการ ทราบว่า ถ้าใช้จ่ายประจำวันจะต้องเป็นจำนวนเท่าใดจึงจะไม่เกินรายได้ นายช่าง วิศวกรก็ต้องการทราบว่าจะต้องใช้สายพานยาวเท่าใดจึงจะเพียงพอ กับ การเดิน เครื่องจักร ในชีวิตประจำวันของนักเรียนก็เช่นเดียวกัน เข้าชั้น นักเรียนก็จะ ต้องทราบว่า จะต้องตื่นนอนเวลาใด จึงจะไปโรงเรียนทันเวลา หรือจะต้องนำเงิน ติดตัวไปเท่าใดจึงจะเพียงพอ กับ ค่าอาหารกลางวัน หรือ นักเรียนจะต้องเดินทาง จากบ้านไปโรงเรียนเป็นระยะทางเท่าใด เหล่านี้เป็นต้น ฉะนั้น จึงจำเป็นต้องมี หน่วยการวัดขึ้น หน่วยที่จะต้องใช้นี้มี 8 ระบบด้วยกัน คือ ระบบอังกฤษ ระบบ เมตริก และระบบไทยแต่ละระบบย่อมต้องมีหน่วยมาตรฐานเป็นหลัก

1. การวัดความยาว (Linear measurement)

1.1 หน่วยการวัดความยาวมาตรฐาน ที่ยอมรับและใช้กันเป็นสากล ทั่วไปก็คือ 1.1.1 นิ้ว ซึ่งเป็นระบบอังกฤษ มีมาตราต่งนี้ คือ

12 นิ้ว เป็น 1 ฟุต

3 ฟุต เป็น 1 หลา

1760 หลา เป็น 1 ไมล์ (Statute mile ไมล์บก)

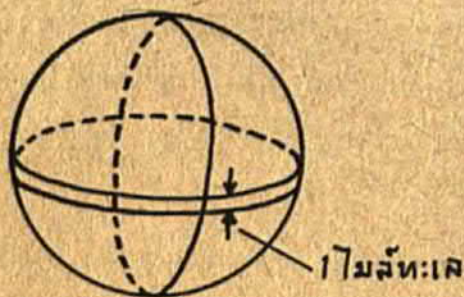
1.1.2 หน่วยพิเศษที่ใช้ในการเดินเรือ

1 ฟาธอม (วัดความลึกของน้ำ) = 6 ฟุต

1 ไมล์ทะเล (nautical mile) = 6,080 ฟุต

1 น็อต คือ อัตราความเร็วของเรือ 1 ไมล์ทะเลต่อชั่วโมง

และ 1 ไมล์ทะเลหมายถึงระยะทางตามเส้นแวง ระยะจากเส้นรุ้งที่ตัดเส้นแวงหนึ่งไปยัง



อีกแวงหนึ่ง ซึ่งห่างกัน 1 นาที

1.1.8 การรังวัดบนพื้นดินใช้เป็น links และ chain คือ

1 chain = 66 ฟุต

1 chain = 100 links

1.1.4 การวัดที่ใช้ในงานไฟฟ้า ใช้ mil

1 mil = $\frac{1}{1,000}$ นิ้ว

1.1.5 ในวงการพิมพ์ใช้ระบบจุด เรียกว่า point system หน่วยมาตรฐานใช้ความยาวของช่องไฟ ซึ่งเท่ากับเส้นผ่าศูนย์กลางของจุดปลายคินสอแหลม

คือ 1 point ประมาณ 0.013888 นิ้ว

หรือ 1 นิ้ว เท่ากับ 72 points

1.1.6 มาตราเมตริก เป็นระบบที่เกิดขึ้นในประเทศฝรั่งเศส ใช้เป็นมาตรารวัดในงานวิทยาศาสตร์ เป็นระบบสิบ ดังนี้

1 กิโลเมตร = 10 เฮกโตเมตร

1 เฮกโตเมตร = 10 เดคาเมตร

1 เดคาเมตร = 10 เมตร

หน่วยมาตรฐานคือ 1 เมตร (ม.)

1 เมตร	= 10 เดซิเมตร
1 เดซิเมตร	= 10 เซนติเมตร
1 เซนติเมตร	= 10 มิลลิเมตร

เท่าที่ใช้กันทั่วไปคือ

1 กิโลเมตร	= 1,000 เมตร
1 มิลลิเมตร	= .001 เมตร

1.1.7 ระบบไทย

12 นิ้ว	= 1 คืบ
2 คืบ	= 1 ศอก
4 ศอก	= 1 วา
20 วา	= 1 เส้น
400 เส้น	= 1 โยชน์

ที่ใช้กันอยู่ในการวัดที่ดิน ใช้เป็นวา และศอก

ในงานช่างทั่วไปแล้ว นิยมระบบอังกฤษ และเมตริก ไม่นิยมใช้ระบบไทย ฉะนั้นต่อไปนี้จะไม่พูดถึงระบบของไทยอีก จะศึกษาเฉพาะระบบสากล

1.2. เครื่องมือ

2.1 เครื่องมือที่ใช้ในการวัดความยาวต่างๆ ไป คือ ไม้บรรทัดยาว 1 ฟุต ในการช่าง บรรทัดที่ใช้วัดนั้นทำด้วยเหล็ก หรือโลหะเคลือบขาว เพื่อมิให้ชำรุดได้ง่าย

2.2 ตลับเมตร (steel tape rule) เป็นเครื่องมือวัดชนิดหนึ่งมีขนาดยาวต่างๆ กัน มีทั้งเป็นฟุต และเมตร ถ้าขนาดเล็กทำเป็นกล่องเล็กๆ ใส่กระเป๋าคิดตัวได้ ตัวสายวัดเป็นโลหะงอโค้งได้ ยาว 2-8 เมตร แล้วแต่บริษัทจะผลิตขึ้น ถ้าไม่ทำด้วยโลหะก็เป็นพวกไนลอนหรือใยแก้ว (fabric) มีความยาวจนถึง 50 เมตร

2.3 ไม้วัดพับได้ (folding rule) ช่างปูนนิยมใช้

2.4 Micrometer caliper ใช้วัดโลหะ

2.5 Vernier caliper ใช้ในการวัดโลหะเช่นเดียวกัน
 ทั้ง 2.4 และ 2.5 สามารถวัดความแตกต่าง ได้ถึง $\frac{1}{1,000}$ นิ้ว บางแบบใช้ได้
 ถึง $\frac{1}{10,000}$ นิ้ว

แบบฝึกหัดที่ 4.1

1. อัตราความเร็วที่อนุญาตให้รถแล่นบนถนนเพชรเกษม ไม่เกิน 50 ไมล์ต่อชั่วโมง ฉะนั้นจงหาอัตราความเร็วของรถที่แล่นใน 1 วินาที
2. เรือลำหนึ่งแล่นจากเมืองท่าสิงคโปร์ด้วยความเร็ว 28.5 น็อต ฉะนั้นถ้าออกจากเมืองสิงคโปร์ไปได้ 8 $\frac{1}{2}$ ชม. จะเดินทางไปได้ไกลเท่าไร
3. จงทำ 1 ไมล์ทะเลให้เป็นไมล์บก ใช้ทศนิยม 8 ตำแหน่ง
4. เรือยนต์ลำหนึ่งแล่นในลำแม่น้ำด้วยความเร็ว 20 น็อต จงหาอัตราความเร็วของรถยนต์ที่แล่นบนถนนเทียบขนานกับลำน้ำ และแล่นคู่ขนานมากับเรือพอดิ
5. กรมอุตุนิยมวิทยาออกประกาศอัตราความเร็วของลมว่าเป็น 80 ไมล์ต่อชั่วโมง กับพื้นเรือจะต้องคิดเทียบเป็นไมล์ทะเล ฉะนั้นอัตราความเร็วของลมเป็นกี่ไมล์ทะเล
6. ในการพิมพ์หนังสือคอลัมน์หนึ่งยาว 11 นิ้ว ใช้ตัวพิมพ์ขนาด 8 จุด (points) จะต้องพิมพ์กี่บรรทัด
7. ในแผนที่สำรวจ เมืองๆ หนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เขียนไว้ว่า ยาว 1,680 เซน และกว้าง 1,240 เซน (Chain) จงเทียบความยาวและความกว้างเป็นไมล์
8. ถ้าคนขับรถใช้เวลา 8 วินาที จากที่เขาเห็นเครื่องกีดขวางถนน จนกระทั่งเขาหยุดรถ จงหาว่า เขาอยู่ห่างจากเครื่องกีดขวางเท่าไร เขาจึงจะหยุดรถได้ทัน ถ้าเขาขับรถด้วยอัตราความเร็ว

(8.1) 60 ไมล์ ต่อชั่วโมง (8.2) 45 ไมล์ ต่อชั่วโมง

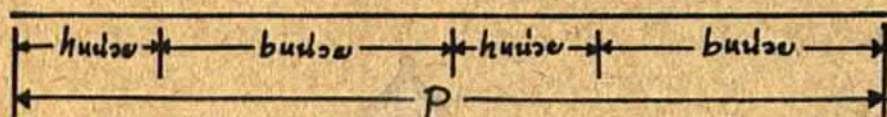
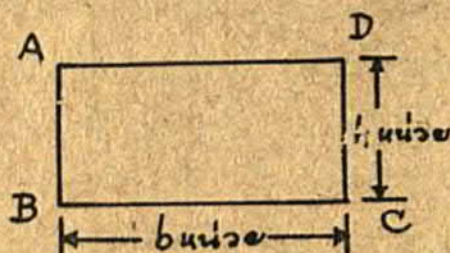
(8.3) 40 ไมล์ ต่อชั่วโมง (8.4) 20 ไมล์ ต่อชั่วโมง

9. ถ้า $1 \text{ นิ้ว} = 2.54 \text{ ซม.}$ จงหา
- (9.1) 1 ซม. เป็นเศษส่วน บน 10,000 ของนิ้ว
 - (9.2) 1 เมตร เป็นนิ้ว ให้ถูกต้องเพียงเลขนัยสำคัญ 4 ตัว
 - (9.3) 1 กิโลเมตร เป็นไมล์ ให้ถูกต้องเพียงเลขนัยสำคัญ 8 ตัว
 - (9.4) 1 ไมล์ เป็นกิโลเมตร ให้ถูกต้องเพียงเลขนัยสำคัญ 8 ตัว
10. ระหว่างสงครามโลกครั้งที่สอง เนื่องจากประเทศฝรั่งเศสอยู่ในสภาพแพ้สงคราม การนำรถจักรยานยนต์ลงระวางที่จะส่งไปยังกองทัพฝรั่งเศส ต้องเปลี่ยนเป็นส่งไปอังกฤษ เครื่องวัดระยะทางของรถใช้ระบบเมตริก ถ้าท่านไปขี่รถจักรยานยนต์ในประเทศอังกฤษ ก็ต้องใช้ระบบอังกฤษ ฉะนั้นอยากทราบว่า ถ้าเครื่องวัดความเร็ว บอกว่า
- (10.1) 48 กม. ต่อชั่วโมง
 - (10.2) 100 กม. ต่อชั่วโมง
- นั้น เป็นระบบอังกฤษกี่ไมล์ต่อชั่วโมง
11. ปืนกระบอกหนึ่ง ใช้กระสุน 75 มม. จะต้องมีเส้นผ่าศูนย์กลางของปากกระบอก 75 มม. ด้วย จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางเป็นนิ้ว
12. นักขี่จักรยานยนต์เดินทางได้ 100 หลาใน 4 วินาที จงหาอัตราความเร็วเฉลี่ยเป็นไมล์ต่อชั่วโมง
13. ถ้าท่านวิ่งได้ 100 หลาใน 10 วินาที จงหาว่าในทาง 100 เมตร ท่านใช้เวลาวิ่งนานเท่าใด
14. แผนที่ทางราชการสร้างด้วยสเกล 1 นิ้ว ต่อ 20,000 นิ้ว ฉะนั้น เมื่ออ่านแผนที่เป็นมาตราเมตริก ปรากฏว่า ทั้งสองแห่งห่างกัน 5.7 ซม. ในแผนที่ จงหาระยะทางที่ห่างกันแท้จริงของทั้งสองแห่ง เป็นกิโลเมตร

1.3 เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและจตุรัส

1.3.1 สี่เหลี่ยมผืนผ้า การวัดเส้นรอบรูป คือการวัดขอบนอกของรูปบนพหุหน้า ฉะนั้นการวัดเส้นรอบรูปก็คือ การวัดระยะทาง และต้องใช้

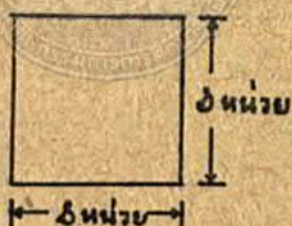
หน่วยการวัดเส้นตรง เช่น ในการวัดเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สมมุติว่าวัดเส้นรอบรูปออกจากกันที่จุดหนึ่ง แล้ววัดออกก็จะได้เป็นเส้นตรง



ฉะนั้น จึงจัดเป็นสูตรได้ดังนี้

$$p = 2(b + h)$$

1.8.2 สี่เหลี่ยมจัตุรัส



จึงเขียนเป็นสูตรได้ดังนี้ $p = 4s$

ตัวอย่าง กระดาษหน้าต่าสูง 4 ฟุต กว้าง 2 ฟุต 6 นิ้ว จงหาความยาวของเส้นรอบรูป



วิธีทำ ความสูงของกระจก 4'
 ความกว้างของกระจก 2' $\frac{1}{2}$ '
 เส้นรอบรูป = $2(4 + 2\frac{1}{2})$
 = 18'

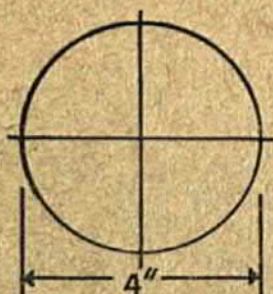
1.4 เส้นรอบวงของวงกลม

ตามสูตร เส้นรอบวงของวงกลม = πd

เมื่อ d เป็นเส้นผ่าศูนย์กลาง

$$\pi = \frac{1}{87} \text{ หรือ } 3.1428$$

ตัวอย่าง กระจกบ้องกลมมีก้นกระป๋องขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 4" จงหาความยาวของแผ่นตีบุกที่จะทำตัวกระป๋องโดยยอมให้เป็นตะเข็บ $\frac{1}{4}$ "



วิธีทำ เส้นผ่าศูนย์กลางของกระป๋อง 4"

$$\text{เส้นรอบวง} = 3.14 \times 4 = 12.56"$$

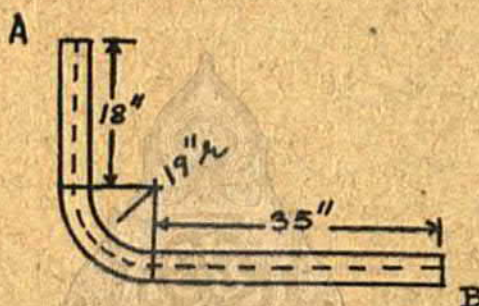
$$\text{เป็นตะเข็บเสีย} \quad 0.25"$$

$$\text{ฉะนั้นความยาวของโลหะ} \quad 12.81"$$

$$\text{หรือประมาณ} \quad 12.8"$$

แบบฝึกหัดที่ 4.2

1. จงหาความยาวของโลหะล้อมล้อเกวียนซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 41 นิ้ว
2. ทุกครั้งที่รถหักมุม จงหาความยาวของสายพานผ่านรถคันนี้ ถ้าไม่มีการตรอก
3. จงหาความยาวของท่อ จาก A ถึง B ในแผนภาพ

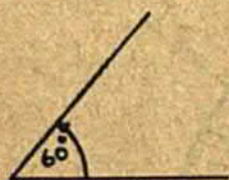


4. จงหาความยาวของฉลากที่พันรอบกระป๋องตัว ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 8" ให้ฉลากนั้นปลายซ้อนทับกัน $\frac{1}{4}$ "
5. ถ้าทะเลสาบแห่งหนึ่งเป็นรูปวงกลมมีเส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ย $\frac{1}{2}$ ไมล์ ผังทะเลสาบโดยรอบจะยาวเท่าไร ถ้าจะล้อมรั้วรอบทะเลสาบ โดยปักเสาให้ห่างกัน 100' จะต้องใช้เสากี่ต้น
6. จงหาความยาวของโลหะแผ่นที่จะทำท่อกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางต่อไปนี้และยอมให้เผื่อตะเข็บ $\frac{5}{8}$ "
 - (6.1) 6"
 - (6.2) 8"
 - (6.3) 12"
 - (6.4) 1' 3"
 - (6.5) 7"
 - (6.6) 1' $\frac{1}{2}$ "
7. ท่อนไม้ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 2" จะต้องกลึงเป็นระยะเท่าใด จึงจะหมุนไปได้ 1 รอบ
8. จงหาค่าทำรั้วรอบสนาม $50' \times 60'$ ถ้าค่ารั้วราคา 14 บาทต่อ 1 ฟุต

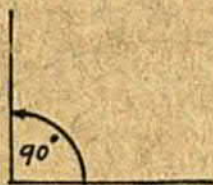
9. ถ้าล้อรถจักรยานมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 26" เมื่อหมุนไป 200 รอบ จะไปได้ทางไกลเท่าใด
10. ในการวางผังเมือง โรงเรียนหนึ่งมีบริเวณเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านยาว 5 เซน กว้าง 8 เซน 80 ลิงค์ ต้องการทำรั้วล้อมรอบโรงเรียน จะต้องทำรั้วยาวเท่าใด
11. จะต้องใช้แผ่นตีบุกซึ่งจะทำดังขยะกลม มีหน้าตัดเส้นผ่าศูนย์กลาง 12" เพื่อตะเข็บ $\frac{1}{2}$ "
12. หลอดลวดเส้นผ่าศูนย์กลาง 8.5" ถ้าลวดพันหลอดชั้นละ 60 รอบ จงหาความยาวของลวดที่พัน 1 ชั้น
13. จงหาความเร็วบนพื้นผิวที่หินลับกินเนื้อโลหะเป็นฟุตต่อนาที ถ้าหินลับวงกลมมีกำลังหมุน 600 รอบต่อนาที และรัศมีของหินลับเป็น 8.5"
14. เบ็กราวยาว 75 ฟุต พันรอบหลอดซึ่งมีจุดศูนย์กลาง $2\frac{1}{2}$ " จงหาว่าเบ็กราวพันรอบหลอดได้กี่รอบ

1.5 การวัดมุม

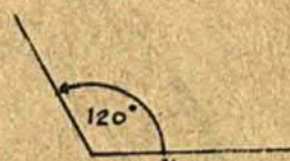
มุมเป็นเครื่องหมายของการหมุนของเส้นรอบจุดที่เคลื่อนที่ไม่ได้ เส้นทุกเส้นที่หมุนเรียกว่า แขนของมุม จุดที่ตรึงปลายแขนของมุม เวลาหมุนเรียกว่า ศูนย์จุดมุม



มุมแหลม



มุมฉาก



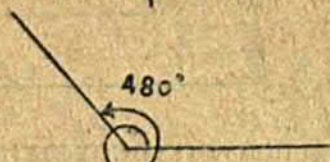
มุมป้าน



มุมตรง



มุมกลับ



มุมป้าน

1. จงสร้างแผนภาพแสดงรูป

- (1.1) มุมระหว่างเส้นตั้ง และเส้นระดับ
- (1.2) มุมระหว่างเส้นแสดงการบินของเครื่องบิน 2 ลำๆ หนึ่งเดิน ไปทางทิศเหนือและอีกลำหนึ่งไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้
- (1.3) มุมระหว่างปกหน้าและปกหลังของหนังสือที่วางราบบนโต๊ะ
- (1.4) มุมระหว่างเข็มนาฬิกาแสดงเวลาบ่าย 2 โมง
- (1.5) มุมระหว่างเข็มนาฬิกาแสดงเวลา 8.30 น.
- (1.6) มุมที่เข็มนาฬิกาแสดงชั่วโมงหมุนไป 10 ชั่วโมง

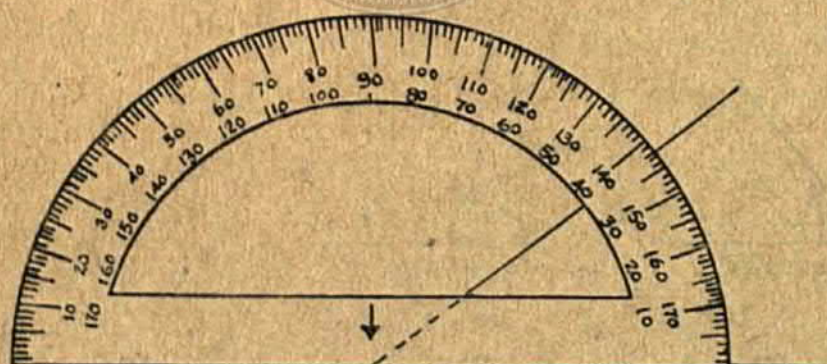
1.5.1. หน่วยของการวัด

หน่วยของการวัดการหมุน

หมุนรอบจุด 1 รอบ	=	360°
หมุน 1°	=	60'
หมุน 1'	=	60''

1.5.2. การวัดมุม

เครื่องมือในการวัดมุมเรียกว่า protractor

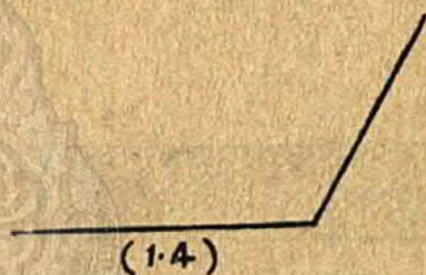
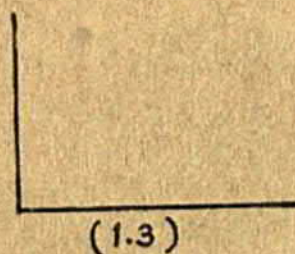
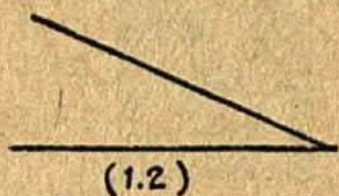
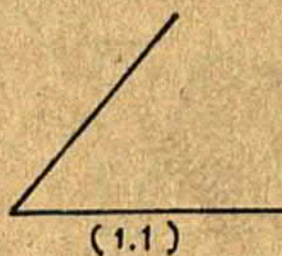


ที่กลางบรรทัดครึ่งวงกลมนี้เป็นจุดกึ่งกลาง ทับลง ตรงจุดยอดของมุม ทาบฐานบรรทัดลงบนแขนข้างหนึ่ง แล้วดูแขนอีกข้างหนึ่งว่าตรงกับเลขอะไรบนเส้นสเกลครึ่งวงกลม แสดงว่ามุมใหญ่เท่านั้น เช่นในภาพมุมกาง 88° ตัวเลขปรากฏ

จากตัวเลขแถวล่างบนบรรทัดครึ่งวงกลม ส่วนตัวเลขแถวบนจะแสดงถึงมุมที่ประกอบ 2 มุมฉากของมุมที่ปรากฏข้างล่าง

แบบฝึกหัดที่ 4.4

1. จงวัดมุมด้วยโปรแทรกเตอร์ (protractor) และลอกมุมเท่ากันลงในสมุดของนักเรียน



2. จงใช้โปรแทรกเตอร์และบรรทัดสร้างแผนภาพแสดงทางที่คณะลูกเสือออกจากจุดเริ่มต้นที่ A ไปทางทิศตะวันออก 4 ไมล์ แล้วไปทางทิศตะวันตกเฉียงเหนืออีก 2 ไมล์ แล้วเดินทางไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ 8 ไมล์ และในที่สุดไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ 5 ไมล์ถึงที่จุด E จงสร้างทางเดินของคณะลูกเสือโดยใช้สเกลและวัดระยะ A E แล้ว จงคำนวณระยะที่ลูกเสือคณะนี้อยู่ห่างจากจุด A
3. จากสถานียามของกองลูกเสือ มองเห็นยอดโบสถ์อยู่ทางทิศ $56^{\circ} 35'$ จากทิศเหนือ เห็นตึกประปาใกล้ขอบฟ้าจากเหนือ $78^{\circ} 10'$ จงหาผลต่างของทิศทางนั้น ๆ
4. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม วัดแล้วบันทึกผลบวกของมุม 8 มุมของรูปสามเหลี่ยม

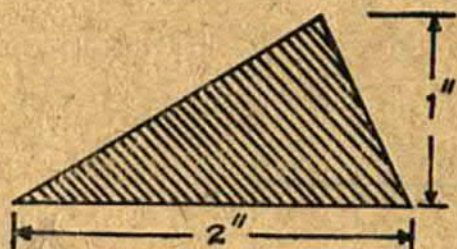
2. การวัดเนื้อ (Measurement of area)

2.1 หน่วยของการวัด ที่นิยมใช้กันมากที่สุดที่เกี่ยวกับงานช่างคือ 1 ตารางนิ้ว 1 ตารางนิ้วหมายถึงเนื้อที่ที่อยู่ภายในสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ 1 นิ้ว

พื้นที่ ที่มีขนาด 1 ตารางนิ้วอาจจะเป็นรูปสี่เหลี่ยม สามเหลี่ยม หรือวงกลมก็ได้เช่น



1 ตารางนิ้ว



2.2 นอกจากตารางนิ้ว ยังมีการวัดเป็นหน่วยดังนี้

2.2.1 มาตราอังกฤษ ใช้ตารางฟุตและตารางหลา

2.2.2 มาตราเมตริก ใช้ตารางเซนติเมตร, เมตรและกิโลเมตร

2.2.3 มาตราไทย ใช้ตารางวา

2.3 การวัดเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อ

A เป็นเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

b หน่วย เป็นความยาวของฐาน

h หน่วย เป็นความกว้าง

$$A = bh$$

2.4 การวัดเนื้อที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อ

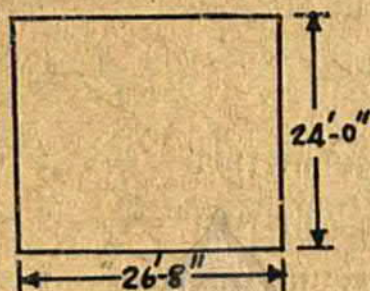
A เป็นเนื้อที่

s หน่วยเป็นความยาวของด้าน

$$A = s^2$$

ตัวอย่าง จงหาเนื้อที่ของพื้นที่ยาว 26' 8" และกว้าง 24'

วิธีทำ



ความยาวของพื้นที่เป็น 26' 8"

ความกว้างของพื้นที่เป็น 24'

สูตรเนื้อที่

$$A = bh$$

เนื้อที่พื้นที่

$$A = 26 \frac{2}{3} \times 24$$

$$= \frac{80}{3}$$

$$= 640 \text{ ตารางฟุต}$$

แบบฝึกหัดที่ 4.5

1. ใช้วงเวียนและบรรทัดทำมุมฉาก สร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว $8 \frac{1}{4}'$ และกว้าง $2 \frac{1}{2}'$ จงคำนวณหาพื้นที่
2. ใช้โปรแทรกเตอร์ทำมุมฉาก สร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 5.2 ซม. และกว้าง 3.8 ซม. จงหาเนื้อที่
3. จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสามรูปให้มีความยาวของด้านต่างกัน แต่ให้เนื้อที่เป็น 4 ตารางนิ้ว

4. จงใช้สเกล $8' = 1'$ สร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านยาว 1 ฟุต จงแสดงเนื้อที่ทุก
1 ตารางนิ้ว ในรูปสี่เหลี่ยม และสรุปว่าใน 1 ตารางฟุตมีเนื้อที่กี่ตารางนิ้ว
5. จงหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีด้านยาว $8'8''$ และกว้าง $7'6''$
6. จงหาเนื้อที่ของกำแพงห้องซึ่งยาว 42 ฟุต กว้าง 88 ฟุต และสูง 9 ฟุต
ก็รวมเนื้อที่ประตูและหน้าต่างด้วย

2.5 มาตราต่างๆ

2.5.1 มาตราอังกฤษ

144 ตารางนิ้ว	=	1 ตารางฟุต
9 ตารางฟุต	=	1 ตารางหลา
$30\frac{1}{4}$ ตารางหลา	=	1 ตารางรอก
160 ตารางรอก	=	1 เอเคอร์
640 เอเคอร์	=	1 ตารางไมล์
10 ตารางเซน	=	1 เอเคอร์

2.5.2 มาตราเมตริก

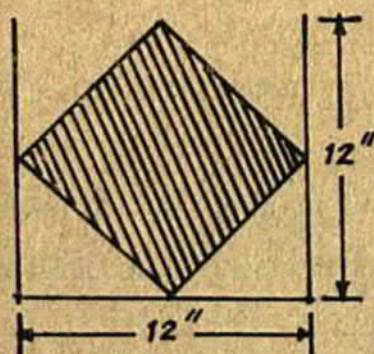
100 ตารางมิลลิเมตร	=	1 ตารางเซนติเมตร
100 ตารางเซนติเมตร	=	1 ตารางเดซิเมตร
100 ตารางเดซิเมตร	=	1 ตารางเมตร
10,000 ตารางเมตร	=	1 เฮกตาร์ = 2.47 เอเคอร์

2.5.3 มาตราไทย

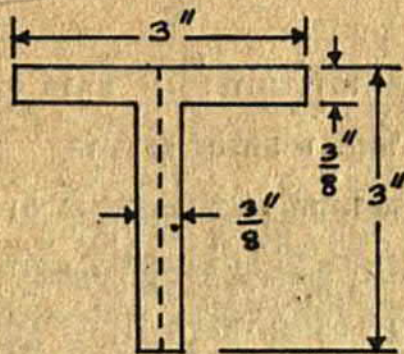
1 ไร่	=	4 งาน
1 งาน	=	100 ตารางวา
1 ตารางวา	=	16 ตารางศอก
1 ตารางศอก	=	4 ตารางกืบ
1 ตารางกืบ	=	144 ตารางนิ้ว

แบบฝึกหัดที่ 4.6

1. ใน 1 เอเคอร์มีกี่ตารางหลา
2. ไม้คอร์กกว้าง $24'$ ยาว $26'$ ราคา 20 บาท ถ้าไม้คอร์กกว้าง $12'$ ยาว $15'$ จะเป็นราคาเท่าไร
3. นาย ก. ไปต่างประเทศทราบว่า บ้านของเพื่อนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีเนื้อที่ 1 เอเคอร์ที่ดินหลัก 550 ฟุต จะนินกำหนดหน้ากว้างเท่าใด
4. บ้านนาย ข. มีเนื้อที่ทั้งสิ้น 200 ตารางวา ด้านหน้ายาว 18 วา จะนินส่วนลึกของเนื้อที่เป็นเท่าใด
5. ถ้าค่าจ้างปูแผ่นยางตารางหลาละ 40 บาท ปูลาดไปตามบันได 10 ชั้น ยาวชั้นละ 10 ฟุต กว้าง 10 นิ้ว และที่พักบนบันไดกว้าง 6 ฟุต ยาว 10 ฟุต จะเสียค่าปูแผ่นยางทั้งสิ้นเท่าไร
6. 6.1 จงหาเนื้อที่ในสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แรเงไว้ในรูป
6.2 จงหาเนื้อที่รูปตัว T ในรูป (6.2)



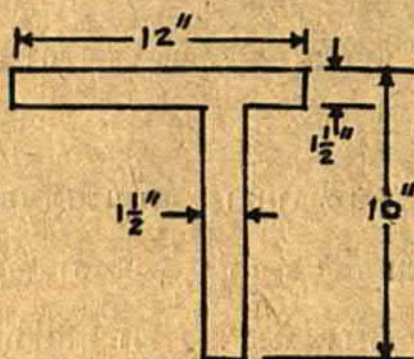
(6.1)



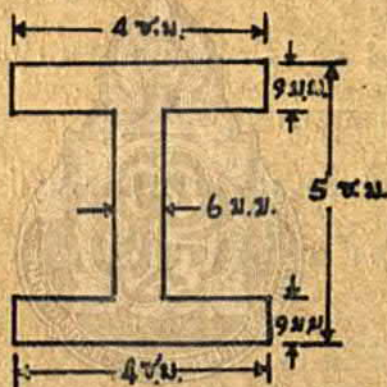
(6.2)

7. จงหาเนื้อที่ของสนามหญ้าโรงเรียนที่ยาว 88 วา กว้าง 66 วา

8. จงหาเนื้อที่รูปตัว T ซึ่งตัดจากโลหะแผ่น และจงหาเนื้อที่ข้างๆ ที่ต้องตัดทิ้งไปด้วย



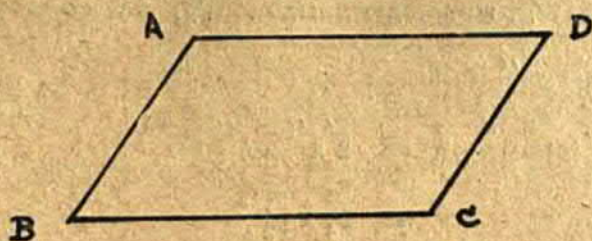
9. จงหาเนื้อที่ของรูปในแบบ



10. จงหาค่าจ้างทำสั้วไม้ ขนาด สูง 2.6 เมตร และยาว 76.8 เมตร ค่าจ้างทำสั้วตารางเมตรละ 25 บาท
11. จงหาเนื้อที่กำแพงของห้องซึ่งยาว 18' กว้าง 12' และสูง 10' โดยไม่คิดเนื้อที่ประตู 2 ประตูซึ่ง สูง 7' กว้าง 3' 6" เท่ากันและหน้าต่าง 4 หน้าต่างยาว 8' กว้าง 22" เท่ากัน
12. ในโรงละครแห่งหนึ่ง ผู้ชมละครคนหนึ่งๆ ต้องการเนื้อที่สำหรับนั่งชม 27' x 88' ถ้าต้องการให้จุคนดูได้ถึง 600 คน และยอมให้มีเนื้อที่เหลือสำหรับเวที 10% จะต้องใช้เนื้อที่สร้างโรงละครเป็นจำนวนเท่าใด

2.6. การวัดเนื้อรูปต่างๆ

2.6.1 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือรูปสี่เหลี่ยมที่ด้านตรงข้ามขนานกัน



วิธีสร้าง

ทำมุม ABC ให้แขน AB และ BC ยาวพอสมควร

ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากับ BC เขียนส่วนโค้ง

ใช้จุด C เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากับ AB เขียนส่วนโค้ง

ตัดส่วนโค้งเดิมที่ D ลากเส้น AD, CD ฉะนั้น $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน

(ฉะนั้น ถ้ากำหนด ABC ใหญ่เท่าใด ก็สร้าง ABC เท่าที่กำหนด และด้าน AB, AC ยาวเท่าที่กำหนดเช่นเดียวกันแล้วสร้างสี่เหลี่ยมด้านขนานตามวิธีสร้างมาแล้ว)

2.6.2 การหาเนื้อของสี่เหลี่ยมด้านขนาน



□ $ABCD$ และ $MBCN$ เท่ากัน อยู่บนฐานเดียวกัน ส่วนสูงเท่ากัน ฉะนั้นการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนานก็ทำเช่นเดียวกับการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

สมมุติให้ด้าน $BC = b$ หน่วย

สูง $BM = h$ หน่วย

และเนื้อ $= A$ ตารางหน่วย

$$\therefore A = bh$$

ตัวอย่าง จงหาเนื้อของสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งมีฐานยาว 28" และส่วน

สูง 8"

$$\text{เนื้อ } A = 28'' \times 8''$$

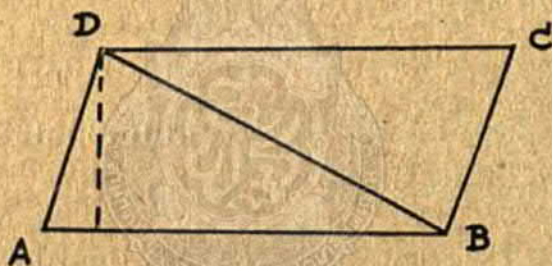
$$= 2\frac{1}{4} \times \frac{8}{12}$$

$$= \frac{9}{4} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$= 1\frac{1}{2} \text{ ตารางฟุต}$$

2.6.8 เนื้อรูปสามเหลี่ยม



จากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จะเห็นว่า $\triangle ABD$ เป็นครึ่งหนึ่งของ

$\square ABCD$ เพราะ $\triangle ABD = \triangle BDC$

เมื่อ $\square ABCD$ มีเนื้อ $= A = bh$ เมื่อ b เป็นฐาน h เป็นสูง

$\therefore$ เนื้อ $\triangle = \frac{1}{2} bh$ คือครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม

ตัวอย่าง พื้นที่รูปสามเหลี่ยมยาวตามด้านหนึ่ง 75 วา ระยะตั้งได้ฉาก

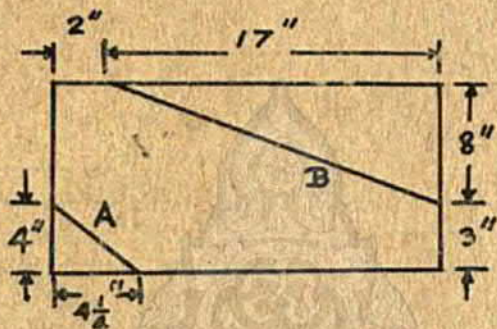
จากมุมตรงข้ามด้านมายังด้านยาว 38 วา ที่ดินผืนนี้มีเนื้อเท่าใด

$$A = \frac{1}{2} \times 38 \times 75$$

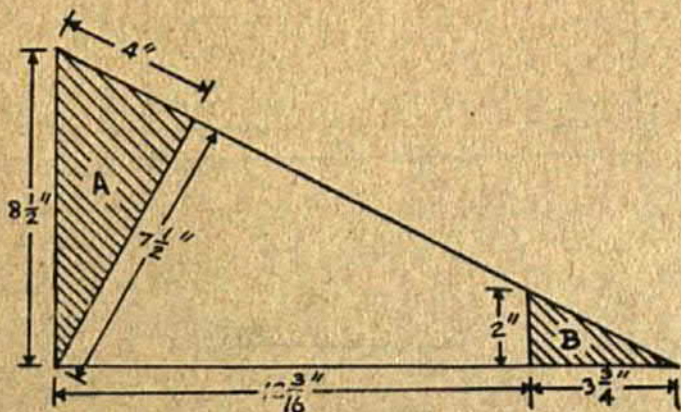
$$= 1,425 \text{ ตารางวา}$$

แบบฝึกหัด 4.7

1. จงสร้างสามเหลี่ยมให้มีฐานยาว 8" และอีก 2 ด้านยาวเท่ากัน คือยาว $2\frac{1}{4}$ " แล้วจงลากเส้นตั้งฉากจากจุดยอดมายังฐานที่ยาวที่สุด และวัดความสูงของสามเหลี่ยมนี้รวมทั้งหาเนื้อที่ด้วย
2. จงหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมที่มีฐานยาว 12 ฟุต สูง 16 ฟุต
3. จงหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมที่มีฐานยาว 400 หลา สูง 800 ฟุต คิดเป็นตารางหลา
4. ต้องการแบบโลหะแบบหนึ่ง ซึ่งจำเป็นต้องตัดมุมโลหะชั้นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีมุม A และมุม B ตามที่ปรากฏในแบบ จงหาเนื้อที่ของแบบโลหะนั้น

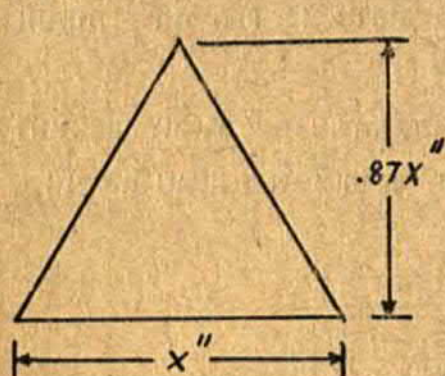


5. จงหาพื้นที่ของผืนนารูปสามเหลี่ยมซึ่งมีด้านๆหนึ่งยาว 400 วา และเส้นตั้งฉากที่ลากจากจุดยอดมุมตรงข้ามมาตั้งฉากกับด้านนั้นยาว 28.2 วา
6. $\triangle A$ และ $\triangle B$ ถูกตัดออกจาก $\triangle$ ใหญ่ ดังภาพข้างล่างนี้ จงหาเนื้อที่ของรูปสี่เหลี่ยมที่เหลืออยู่

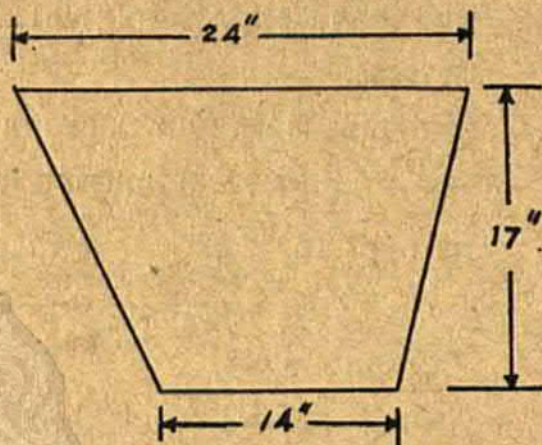


7. รูปสี่เหลี่ยม ABCD มีเส้นทแยงมุม BD ยาว 5" เส้นตั้งฉากที่ลากจากจุด A มายัง BD ยาว $3\frac{1}{2}$ " เส้นตั้งฉากที่ลากจาก C มายัง BD ยาว $8\frac{7}{8}$ " จงคำนวณหาเนื้อที่สี่เหลี่ยม

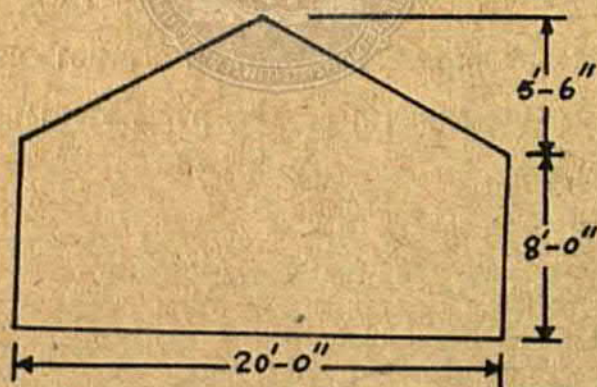
8. จงคำนวณหาเนื้อที่รูปเหลี่ยมต่อไปนี้



(8.1)

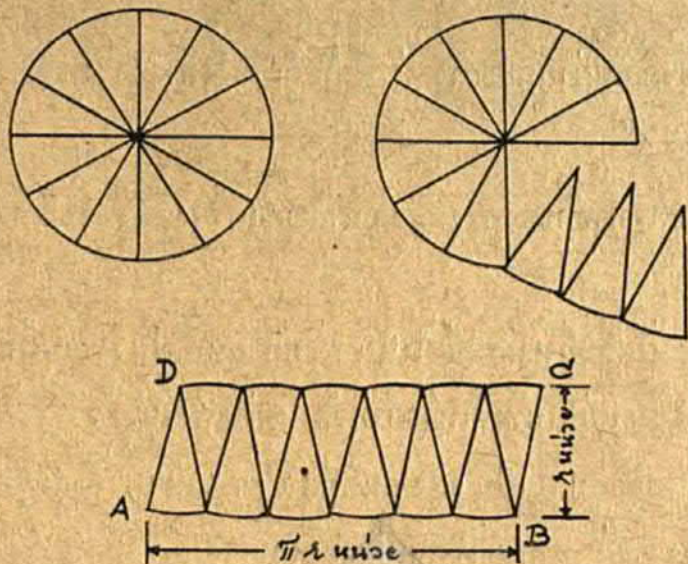


(8.2)



(8.3)

2.6.4. เนื้อวงกลม



ในการหาเนื้อที่วงกลม ถ้าเราตัดวงกลมออกโดยถือแนวเส้นผ่าศูนย์กลาง
ตัดกัน ทำให้เกิดเป็นรูปสามเหลี่ยมเล็กๆ มาวางเรียงกันอย่างในภาพ จะกลายเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งมีด้านทั้งสอง คือ AB และ CD รวมกันยาวเท่ากับ
เส้นรอบวงของวงกลม ฉะนั้นด้าน AB จึงยาว πr หน่วย และส่วนสูงของ
ABCD คือ πr ตารางหน่วย คือ πr^2 ตารางหน่วย ก็คือเนื้อที่วงกลม
รัศมี r เป็น πr^2

ถ้าเนื้อที่วงกลมเป็น A ตารางหน่วย

$$A = \pi r^2$$

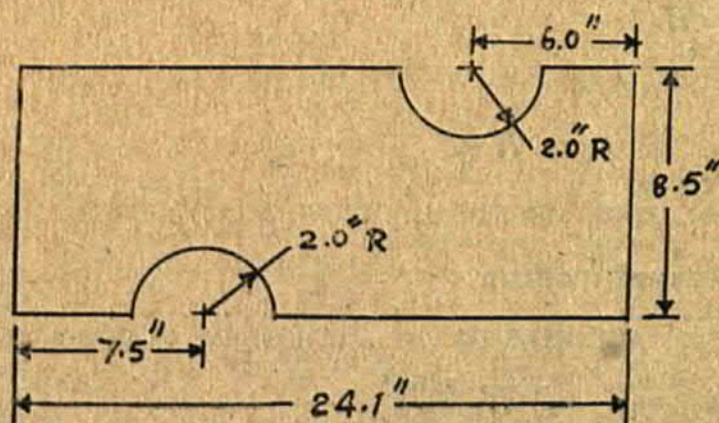
ตัวอย่าง พื้นหน้าของกลองเป็นวงกลมเส้นผ่าศูนย์กลาง 15" จงหาเนื้อที่
ของหนึ่งพื้นหน้ากลองนั้น

วิธีทำ พื้นหน้าของกลองเป็นเนื้อที่วงกลม เส้นผ่าศูนย์กลาง 15"

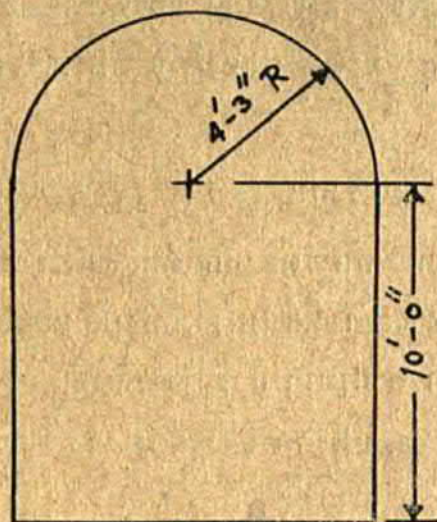
$$\begin{aligned} A &= \pi \left(\frac{15}{2}\right)^2 \\ &= \frac{225\pi}{4} \text{ ตารางนิ้ว} \\ &= 176.8 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 4.8

1. วงกลมซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 6" มีเนื้อที่เป็นที่เท่าของวงกลม ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 2"
2. จงหาเนื้อที่หน้าตัดของทรงกระบอกจักรกลเครื่องหนึ่ง ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 5.6"
3. จงหาเนื้อที่โลหะที่จะต้องเสียไปในการตัดโลหะแผ่นวงกลมที่สามารถตัดให้ใหญ่ที่สุดจากแผ่นโลหะสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ละด้านยาว 7"
4. ความมกคบนลูกสูบ เป็น 86 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว ถ้าลูกสูบนั้นมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 3.8" จงหาความมกคทั้งหมดคบนลูกสูบนี
5. จงเปรียบเทียบเนื้อที่ของวงกลมซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 10" และจัตุรัสซึ่งมีด้านแต่ละด้านยาว 9" และเนื้อที่ของวงกลมต่างจากเนื้อที่จัตุรัสอยู่เท่าไร
6. จงหาเนื้อที่ของแบบนี้



7. จงหาเนื้อที่ของหน้าทางข้างล่างนี้



8. (8.1) ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมยาว 8" จงหารัศมี, เส้นรอบวงและเนื้อที่
- (8.2) ถ้ารัศมีของวงกลมยาว 4" จงหาเส้นผ่าศูนย์กลาง เส้นรอบวงและเนื้อที่
- (8.3) เส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมเป็น 0.120" จงหารัศมี เส้นรอบวง และเนื้อที่
- (8.4) รัศมีของวงกลมยาว 0.85" จงหาเส้นผ่าศูนย์กลาง เส้นรอบวงและเนื้อที่
9. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลาง รัศมี และเนื้อที่ของวงกลม ที่มีเส้นรอบวงยาวต่อไปนี้
- (9.1) 81.4"
- (9.2) 285 ซม.
- (9.3) 44"

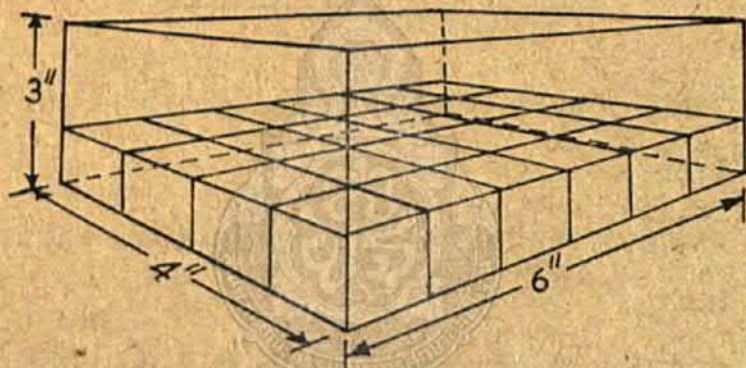
3. การวัดปริมาตร

วัตถุทุกชนิดต้องมีระวางที่ (space) และปริมาณของระวางนี้ ที่มีอยู่ในวัตถุ เรียกว่าปริมาตร ดังนั้น จึงจำเป็นต้องมีวิธี หรือเครื่องมือสำหรับวัดปริมาตรของวัตถุ

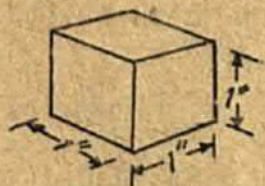
8.1 ปริมาตรของสี่เหลี่ยมทรงตัน

เมื่อพูดถึงสี่เหลี่ยมทรงตัน ต้องนึกถึงกล่องกระดาษควบกันไปด้วยเพื่อช่วยให้เกิดความเข้าใจ กล่องกระดาษมีด้านทั้งสี่เป็นรูปสี่เหลี่ยม ฝาดีกด้านหนึ่งและกันกล่องอีกหนึ่งด้าน ในการหาปริมาตรมีวิธีง่าย ๆ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1.1.1 จงหาปริมาตรของกล่องยาว 6" กว้าง 4" และสูง 3"



ก่อนที่จะหาปริมาตร จะต้องหาหน่วยการวัดที่เหมาะสม หน่วยการวัดที่เรียกว่าเหมาะสมนั้น จะต้องสมนัยกับหน่วยของการวัดเส้นตรง ในที่นี้หน่วยของการวัดเส้นตรงเป็นนิ้ว ฉะนั้น ปริมาตรจะต้องเป็นลูกบาศก์นิ้ว



1 ลูกบาศก์นิ้ว เป็นหน่วยการวัดปริมาตรของรูปสี่เหลี่ยมทรงตัน ซึ่งมีมิติ กว้าง 1" ยาว 1" และสูง 1"

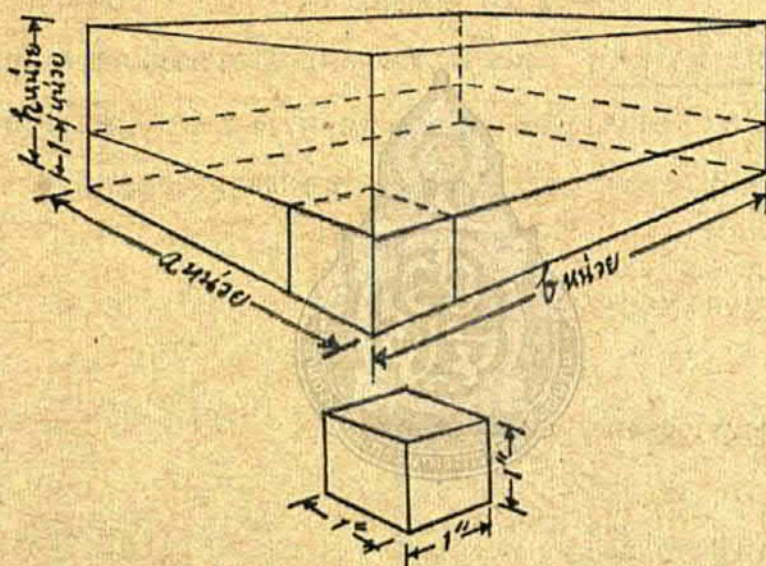
ฉะนั้น ทรงมุมหนึ่งของกล่อง ตั้งแต่นว้าง 1 ลูกบาศก์นิ้ว 1 ลูกบาศก์นิ้ว จะกินเนื้อที่กันกล่อง 1 ตารางนิ้ว ถ้าวางเรียงไปที่ละ 1 ลูกบาศก์นิ้ว กล่องใบนี้ จะต้องได้ลูกบาศก์นิ้วในชั้นแรก $6 \times 4 = 24$ ลูก

กล่องนี้สูง 8" จะวางเรียงได้ถึง 8 ชั้น

ฉะนั้น รวมแล้วต้องใช้ลูกบาศก์นิ้ว ถึง $24 \times 8 = 72$ ลูก

เป็นอันว่า กล่องใบนี้มีปริมาตร 72 ลูกบาศก์นิ้ว

8.2 รูปสี่เหลี่ยมทรงตันนี้ ถือว่าเป็นปริซึม ฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ฉะนั้น การหา ปริมาตรอาจจะคิดเป็นสูตรได้ดังนี้



กำหนดให้ปริซึมนี้มีปริมาตร V หน่วยลูกบาศก์

ให้ความยาวของฐานเป็น a หน่วย

ให้ความกว้างของฐานเป็น b หน่วย

ให้ความสูงของปริซึมเป็น h หน่วย

$\therefore$ หน่วยลูกบาศก์กว้างแถวแรก ab ลูก

$\therefore$ จำนวนหน่วยลูกบาศก์ทั้งหมด abh ลูก

$$V = abh$$

สมมุติว่า พื้นที่ฐานของปริซึมเป็น A

$$V = Ah$$

ตัวอย่างที่ 1.3.1 จงหาปริมาตรของห้องซึ่งกว้าง 11 ฟุต ยาว 12.5 ฟุต

สูง 8 ฟุต

วิธีทำ

$$V = abh \quad \text{เมื่อ } a \text{ ฟุตเป็นความกว้าง} = 11$$

$$b \text{ ฟุตเป็นความยาว} = 12.5$$

$$h \text{ ฟุตเป็นความสูง} = 8$$

$$V = 11 \times 12.5 \times 8$$

$$= 1.100 \text{ ลูกบาศก์ฟุต}$$

ตัวอย่างที่ 1.3.2 ถ่านหิน 1 ตัน มีปริมาตรประมาณ 86 ลูกบาศก์ฟุต

ถ้าวานหิน 9 ตัน บรรจุลงในลัง ยาว 8 ฟุต กว้าง 6 ฟุต จะต้องใช้ลังสูงเท่าไร

วิธีทำ ปริมาตรถ่านหิน 9 ตัน = 9×86 ลูกบาศก์ฟุต

$$V = 9 \times 86$$

$$\text{ให้ความกว้างของลัง} = a \text{ ฟุต}$$

$$\therefore a = 6$$

$$\text{ให้ความยาวของลัง} = b \text{ ฟุต}$$

$$\therefore b = 8$$

$$\text{ให้ความสูงของลัง} = h \text{ ฟุต}$$

$$\text{แต่ } V = abh$$

$$\therefore 9 \times 86 = 6 \times 8 \times h$$

$$h = \frac{9 \times 86}{6 \times 8} = \frac{27}{4}$$

$$= 6\frac{3}{4} \text{ ฟุต}$$

แบบฝึกหัดที่ 4.9

1. จงหาปริมาตรของลังใส่ถ่านหินซึ่งลึก 5 ฟุต ยาว 8 ฟุต กว้าง 6 ฟุต
2. จงหาปริมาตรของห้องยาว 16 ฟุต กว้าง 11 ฟุต 6 นิ้ว สูง 8 ฟุต

3. กล่องซอลค์ ยาว 6" กว้าง $4\frac{1}{4}$ " สูง $8\frac{3}{4}$ " จงหาปริมาตรของกล่อง
4. ยืนเก็บข้าวของชาวนา ยาว 6' 9" กว้าง 7' 8" จุกข้าวสูง 6' จงหาปริมาตรของข้าวที่อยู่ในถัง
5. ลานเสกटनाแข็ง กว้าง 24' ยาว 35' อัดน้ำแข็งหนา 2" จงหาปริมาตรของน้ำแข็งที่อัดในลานนี้
6. รถกระบะชนิด 4 ล้อ 5 ลูกบาศก์หลา ฉะนั้น ถ้ามีดินที่จะต้องขุดยาว 45' กว้าง 24' ลึก 9' รถกระบะจะต้องขนดินที่ขุดถึงกี่เที่ยว
7. ห่อขามเนื้อที่หน้าตักของห่อ $6\frac{1}{4}$ " ตารางนิ้ว ห่อขามยาว $6\frac{1}{2}$ " จงหาว่าห่อขาบรรจุขาไก่เท่าใด
8. ท่อนเหล็กสี่เหลี่ยมตันหน้าตัดมีเนื้อที่ $2\frac{1}{4}" \times \frac{3}{4}"$ ถ้าต้องการปริมาตร 144 ลูกบาศก์นิ้ว จะต้องตัดเหล็กท่อนนี้ยาวเท่าใด
9. จงหาปริมาตรของโลหะที่เป็นฐานรองรับเครื่องจักร มีความยาว 27" ความกว้าง 15" ความหนา 4"
10. ถังปากสี่เหลี่ยม มีความยาว 20" ความกว้าง 12"
 - 10.1 จงหาเนื้อที่ฐาน
 - 10.2 ถ้าต้องการให้น้ำ 1.920 ลูกบาศก์นิ้ว จะต้องจุน้ำสูงเท่าใด

3.3 มาตราวัดปริมาตร

3.3.1 มาตรอังกฤษ

- 1 ลูกบาศก์ฟุต = $12 \times 12 \times 12$ ลูกบาศก์นิ้ว = 1,728 ลูกบาศก์นิ้ว
 1 ลูกบาศก์หลา = $3 \times 3 \times 3$ ลูกบาศก์ฟุต = 27 ลูกบาศก์ฟุต

3.3.2 มาตราวัดไม้

กองไม้ยาว 8 ฟุต กว้าง 4 ฟุต สูง 4 ฟุต เรียกว่า ไม้ 1 คอร์ด (cord)
 ฉะนั้น ไม้ 1 คอร์ด มีปริมาตร 128 ลูกบาศก์ฟุต

- ก. มาตราไทย คิดเป็นยกในการซื้อขายไม้ มีกำหนดว่า ไม้กว้าง 24" ยาว 16 วา หนา 1" เป็นไม้ 1 ยก

ข. มาตรการอังกฤษ คิดเป็น board foot ในการซื้อขายไม้ มีกำหนดว่า
ไม้กระดานกว้าง 1 ฟุต ยาว 1 ฟุตหนา 1 นิ้ว เป็น 1 board foot

ตัวอย่าง โตะตัวหนึ่ง พื้นโตะทำด้วยไม้กระดานหนา 2" ยาว 6' กว้าง 80"

ถ้าจะทำโตะตัวนี้ จะต้องใช้ไม้กระดานเท่าใด

วิธีทำ ความยาวของพื้นโตะ 6'

ความกว้างของพื้นโตะ $\frac{80''}{12}$

ความหนา 2"

$$\therefore \text{ใช้ไม้ } 6 \times \frac{80}{12} \times 2 = 80 \text{ board foot}$$

4. น้ำหนักและความจุ

หน่วยของการชั่งและตวงนั้น มีต่าง ๆ กันหลายมาตรา เช่นการชั่งพวกเพชรพลอย หรือหินแร่ที่มีค่า ใช้มาตรา Troy การชั่ง หรือตวงยา ใช้มาตรา Apothecaries การชั่งทั่วๆ ไปใช้มาตรา Avoirdupois เป็นต้น

4.1 มาตรการตวงของเหลว

1 แกลลอน = 4 ควอท

1 ควอท = 2 ไพน์

1 ไพน์ = 2 ถ้วยตวง

4.2 มาตรการจรรพอังกฤษ

1 แกลลอน = 160 ออนซ์

1 แกลลอน = 277.42 ลิ.บ. นิ้ว³

น้ำ 1 แกลลอน = 10 ปอนด์

4.3 มาตรการอเมริกัน

1 แกลลอน = 128 ออนซ์

1 แกลลอน = 231 ลิ.บ. นิ้ว³

1 ลิ.บ. ฟุต = 7.48 แกลลอน

4.4 มาตราตวงของแห้งของอังกฤษ

1 บุเซล	=	4 เปก
1 เปก	=	2 แกลลอน
1 แกลลอน	=	4 ควอท
1 ควอท	=	2 ไพน์
1 บุเซลอังกฤษ	=	2,218.2 ล.บ. นิ้ว ³
1 บุเซลอเมริกัน	=	2,150. 42 ล.บ. นิ้ว ³

4.5 มาตราชั่งของอังกฤษ

1 ตัน	=	20 ชันเตรคเวท (cwt)
1 ชันเตรคเวท	=	112 ปอนด์
1 ปอนด์	=	16 ออนซ์
1 ออนซ์	=	16 แกรม

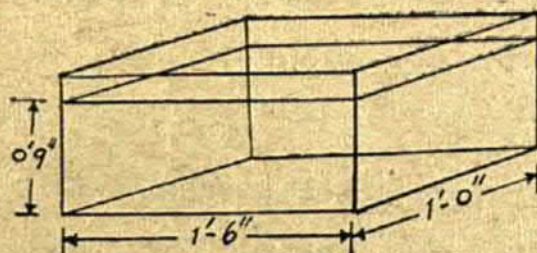
4.6 มาตราที่ยังแพร่หลายอยู่

1 ตัน	=	2,240 ปอนด์
1 ตัน	=	25 ชันเตรคเวท (= 112 ปอนด์)
1 ชันเตรคเวท	=	8 สโตน
1 สโตน	=	14 ปอนด์

5. ปริมาตร น้ำหนัก และความจุ

หน่วยของปริมาตรย่อมเกี่ยวข้องกับน้ำหนัก และความจุ

ตัวอย่าง อ่างปลารูปสี่เหลี่ยม ยาว 1' 6" กว้าง 1' 0" จุ้น้ำสูง 9"
จงหาน้ำหนักของน้ำในอ่างปลา



$$\begin{aligned}\text{อ่างปลาที่จุน้ำมีปริมาตร} &= 1.5 \times 1 \times .75 \text{ ล.บ. ฟุต} \\ &= 1.125 \text{ ล.บ. ฟุต}\end{aligned}$$

เมื่อน้ำ 1 ล.บ. ฟุต มีจำนวน 6.28 แกลลอน

$$\begin{aligned}\text{ฉะนั้น น้ำในอ่างนี้} &= 1.125 \times 6.28 \text{ แกลลอน} \\ &= 7.008 \text{ แกลลอน}\end{aligned}$$

$$= 7 \text{ แกลลอน (โดยประมาณ)}$$

$$\text{ฉะนั้น น้ำหนักของน้ำในอ่างนี้} = 7 \times 10 = 70 \text{ ปอนด์}$$

5.1 มาตราเมตริก

1.5 มาตราเมตริก

หน่วยลูกบาศก์เมตริก นิยมใช้เป็น 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร หมายถึง ปริมาตรที่มีความกว้าง 1 เซนติเมตร ยาว 1 เซนติเมตร และสูง 1 เซนติเมตร หรือลูกบาศก์เมตร มีความกว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร และสูง 1 เมตร

5.1.2 หน่วยการทวง ใช้เป็น ลิตร ทั้งทวงของเหลวและของไหล

5.1.3 1 ลิตร เท่ากับ 1 ควอตอเมริกา

5.2 มาตราทวง

$$1 \text{ กิโกลิตร} = 1,000 \text{ ลิตร}$$

$$\frac{1}{1,000} \text{ ลิตร} = 1 \text{ มิลลิลิตร}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยทวงและปริมาตร

$$1 \text{ ลิตร} = 1 \text{ ล.บ. เทซีเมตร}$$

$$1 \text{ ลิตร} = 1,000 \text{ ล.บ. เซนติเมตร}$$

$$1 \text{ มิลลิลิตร} = 1 \text{ ล.บ. เซนติเมตร}$$

เทียบกับมาตราอังกฤษ

$$1 \text{ ลิตร} = 0.22 \text{ แกลลอน}$$

$$1 \text{ แกลลอน} = 4.54 \text{ ลิตร}$$

3. มาตรฐานน้ำหนัก

น้ำ 1 ล.บ. เซนติเมตร น้ำหนัก 1 กรัม

$$1 \text{ กิโลกรัม} = 1,000 \text{ กรัม}$$

$$1 \text{ มิลลิกรัม} = \frac{1}{1,000} \text{ กรัม}$$

เทียบกับมาตราอังกฤษ

$$1 \text{ ปอนด์} = 453.6 \text{ กรัม}$$

$$1 \text{ กิโลกรัม} = 2.2046 \text{ ปอนด์}$$

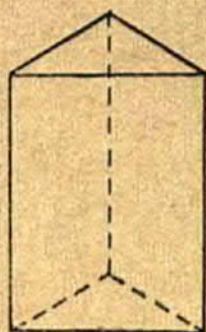
แบบฝึกหัดที่ 4.10

1. พอลค้าชื่อน้ำมันสนมา 5 แกลลอน จะมาบรรจุลงขวดขนาด 1 ไปน์ได้กี่ใบ
2. ฉางข้าวกว้าง 5 ฟุต ยาว 10 ฟุต จุข้าวสูง 4 ฟุต มีข้าวเป็นปริมาตรเท่าใด
3. ก่อ้งใบหนึ่งยาว 80.4 ซม. กว้าง 15.2 ซม. และสูง 15.2 ซม. จงหาปริมาตรของก่อก่อ้งใบนี้ และก่อก่อ้งใบนี้มีความจุกี่ลิตร
4. ท่อนเหล็กใช้ในการทดลองเคมี ยาว 19.2 ซม. กว้าง 5.2 ซม. และหนา 0.5 ซม. จงหาปริมาตรเป็น ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้าเหล็ก 1 ล.บ. ซม. น้ำหนัก 7.7 กรัม จงหาน้ำหนักของเหล็กท่อนนี้
5. ถังเปิดมีมิติภายนอกดังต่อไปนี้คือ ยาว 2.78 ม. กว้าง 78 ซม. สูง 59 ซม. ถังดังใบนี้เป็นคอนกรีตหนา 15 ซม. จงหาปริมาตรเป็นลูกบาศก์เมตร

6. พริซึม

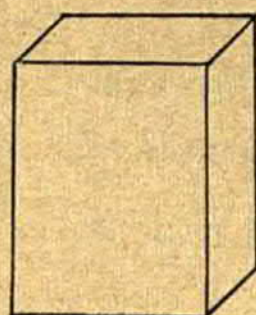
รูปทรงตันที่มีฐาน และด้านหัวตัด และมีด้านข้างตั้งฉากกับฐาน และด้านหัว เรียกว่ารูปพริซึมทั้งนี้

รูปพริซึมนี้ แบ่งตามรูปของฐาน ดังนี้



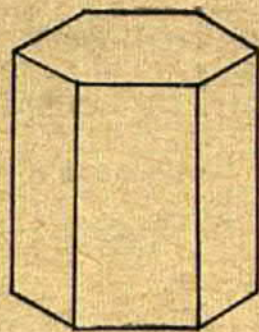
Triangular
Prism

มีฐานสามเหลี่ยม



Rectangular
Prism

มีฐานสี่เหลี่ยม



Hexagonal
Prism

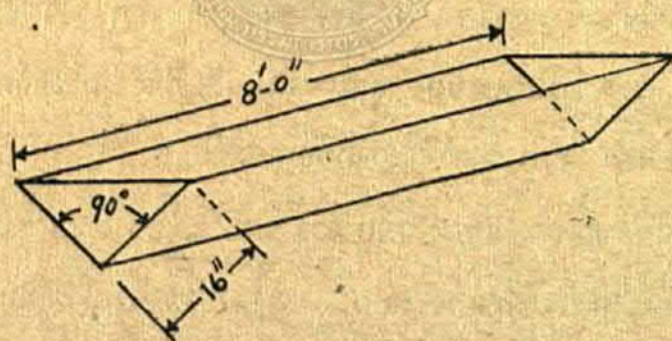
มีฐานหกเหลี่ยม

ใช้สูตร $V = Ah$

เมื่อ A ตารางหน่วยเป็นพื้นที่ฐาน

h หน่วยเป็นส่วนสูง

ตัวอย่าง รางน้ำแห่งหนึ่งยาว 8 ฟุต หน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
หน้าจั่ว มีด้านประกอบมุมฉากยาว 16 นิ้ว จงหาปริมาตรของรางน้ำเป็นลูกบาศก์
ฟุต



หน้าตัดปลายรางเป็นฐานของรูปปริซึมสามเหลี่ยม (Triangular Prism)

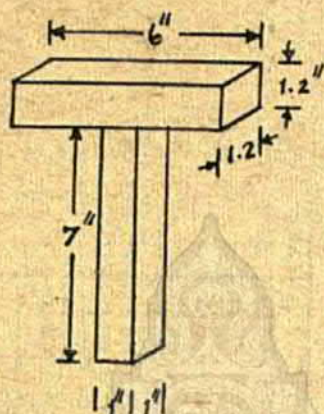
$$\text{ฉะนั้น พื้นที่ฐาน} = \frac{1}{2} \times \frac{16}{12} \times \frac{16}{12} \text{ ตร. ฟุต}$$

$$\text{ฉะนั้นปริมาตรของปริซึม} = \frac{1}{2} \times \frac{16}{12} \times \frac{16}{12} \times 8$$

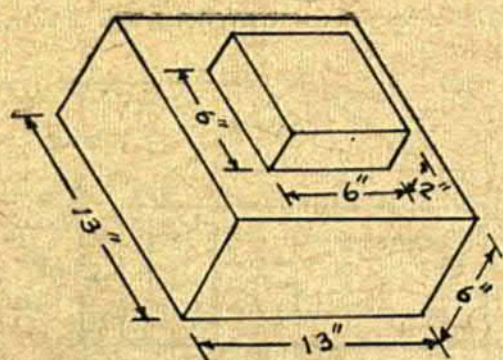
$$= 7.1 \text{ ค.บ. ฟุต}$$

แบบฝึกหัดที่ 4.11

1. ถังยาว 8'6" กว้าง 8' และสูง 6' จะจุถ่านหินได้กี่ตัน ถ้าถ่านหิน 1 ตันมี ปริมาตร 96 ล.บ. ฟุต
2. จงหาปริมาตรของแท่งเหล็กตัว T นี้

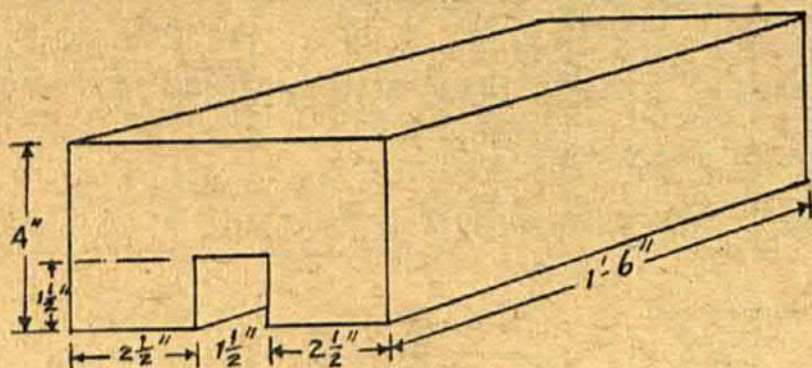


3. จงหาปริมาตรของแท่นหินนี้

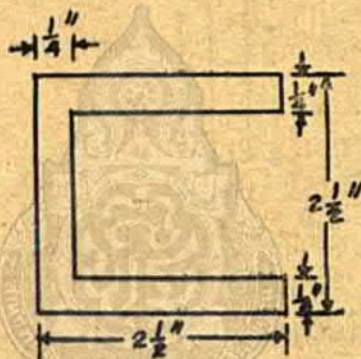


4. แผ่นเหล็กกล้าอ่อน กว้าง $2\frac{1}{2}$ " ยาว 12'หนา $\frac{1}{4}$ " หนักเท่าใด ถ้าเหล็กกล้า หนัก 0.28 ปอนด์ ต่อ 1 ล.บ. นิ้ว

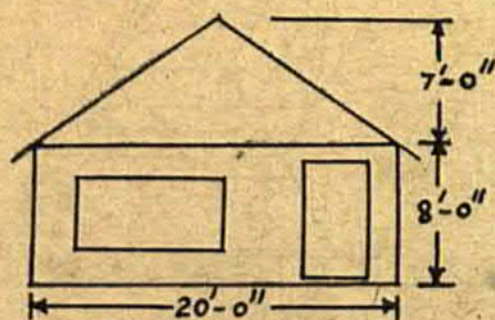
5. จงหาปริมาตรของแท่งอิฐแผ่น



6. จงหาปริมาตรของปล่องเหล็ก ที่มีหน้าตัดดังต่อไปนี้



7. กระโจมข้างล่างนี้เป็นแถวยาวมีหน้าตัดตามปลายข้างหนึ่งเป็นดังนี้



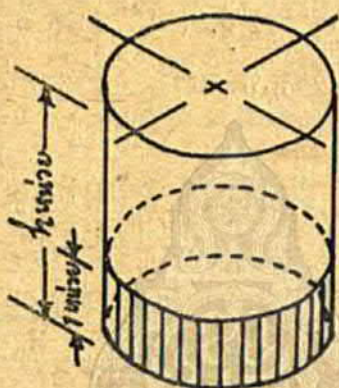
ถ้ากระโจมนี้ยาว 24' จะมีปริมาตรเท่าใด

7. ทรงกระบอก

วัตถุทรงกระบอกที่เราใช้กันมากคือ ท่อ ปล่องไฟ ลูกป็นในเครื่องจักรกล หรือมอเตอร์ กระป๋องอาหารสำเร็จรูป เป็นต้น วัตถุทรงกระบอกเป็นปริซึมลักษณะพิเศษชนิดหนึ่ง วิธีคิดปริมาตรก็เช่นเดียวกันคือ

$$\text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$\text{หรือ } V = Ah$$



แต่เนื่องจากพื้นที่ฐานเป็นวงกลม ฉะนั้น ปริมาตรทรงกระบอก

$$V = \pi r^2 h \quad (\text{เมื่อ } r \text{ เป็นรัศมีของฐาน})$$

ตัวอย่าง กระป๋องตัว มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 8" และสูง 4" จงหาปริมาตร

ของกระป๋อง

วิธีทำ

$$V = \pi r^2 h$$

$$= \pi \times \left(\frac{27}{16}\right)^2 \times 4$$

$$= 3.14 \times \frac{27}{16} \times \frac{27}{16} \times 4$$

$$= 85.76 \text{ ล.บ. นิ้ว}$$

$$\text{หรือประมาณ } 86 \text{ ล.บ. นิ้ว}$$

๕๖๘
แบบฝึกหัด 4.12

1. เส้นผ่าศูนย์กลางของเสาทรงกระบอก ยาว 2' 4" และความสูงเป็น 27' จงหาปริมาตรของเสา
2. ทรงกระบอกมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 1' 9" และความสูง 6' จงหาปริมาตรเป็น ล.บ. ฟุต
3. ถังน้ำใบหนึ่งเป็นรูปทรงกระบอก เส้นผ่าศูนย์กลาง 10' สูง 4' จุน้ำที่ แกลลอน ถังน้ำ 1 ล.บ. ฟุตเป็น $6\frac{1}{4}$ แกลลอน
4. ถังแกลลอนของอเมริกา 281 ล.บ. นิ้ว แต่ 6 แกลลอนอเมริกัน เท่ากับ 5 แกลลอนอังกฤษ อยากทราบว่า แกลลอนของอเมริกันมีปริมาตรต่าง จากอังกฤษเท่าใด
5. ถังน้ำมันใต้พื้นดิน มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 5' และยาว 15' จงหาความจุของ ถังใบนี้เป็นแกลลอน
6. ขุ่ยบ่อซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 4' ลึก 16' จะต้องนำดินขึ้นมาเป็นปริมาตร เท่าใด
7. ถังใบหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 14 ซม. และสูง 40 ซม. อยากทราบว่ามีความจุกี่ลิตร
8. ท่อน้ำมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 1" น้ำไหลจากท่อด้วยอัตราเร็ว 2 ฟุตต่อวินาที ฉะนั้นใน 1 วินาที น้ำจะไหลจากท่อกี่ลูกบาศก์นิ้ว และถ้าชั่วโมงหนึ่ง น้ำจะไหลออกไปกี่แกลลอน (ใช้ 277 ล.บ. นิ้ว = 1 แกลลอน)
9. จงหาปริมาตรของพีระมิดสามเหลี่ยม สูง 9" ฐานของสามเหลี่ยมยาว 5" และ ส่วนสูงของฐาน 4"
10. ถังมีน้ำอยู่ในถัง ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 20 ฟุต จงหาว่า ถ้าเอาน้ำออกเสีย 1,000 แกลลอน ระดับน้ำจะลดลงกี่ฟุต

การใช้บรรทัดเลื่อน(Slide Rule)

บรรทัดเลื่อนเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการคำนวณชนิดหนึ่ง ซึ่งช่วยย่นเวลาในการคำนวณต่าง ๆ ได้มาก และเป็นที่ยอมรับในพวกช่าง บรรทัดเลื่อนนี้ ช่วยในการคำนวณขั้นพื้นฐานคือ การคูณ การหาร ยกกำลังสอง ยกกำลังสาม และการถอดรากที่สองและรากที่สามตลอดจนการคำนวณในวิชาตรีโกณมิติต่าง ๆ ให้ผลออกมาได้ถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็วกว่าวิธีการคำนวณธรรมดา

บรรทัดเลื่อนนี้มีหลายแบบด้วยกัน และแต่ละแบบมีลักษณะสำคัญ และพื้นฐานในการสร้างเหมือนกัน

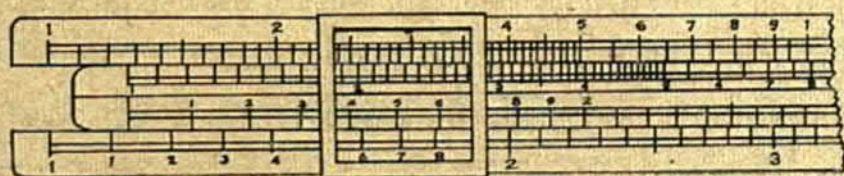
บรรทัดเลื่อนประกอบด้วยบรรทัด 4 ส่วนด้วยกัน คือ บรรทัดกรอบท่อนบน บรรทัดกรอบท่อนล่าง (body) บรรทัดเลื่อนตรงกลาง (sliding bar) และกรอบแก้วใสแสดงตำแหน่ง (indicator หรือ cursor)

ตัว (body) ประกอบด้วยบรรทัดกรอบบน และบรรทัดกรอบล่าง มีสเกลบนบรรทัดกรอบบนทั้งคู่ เรียกบรรทัดกรอบบนว่า upper bar และบรรทัดกรอบล่างว่า lower bar

ตัวบรรทัดเลื่อนระหว่างบรรทัดกรอบบนและบรรทัดกรอบล่าง เรียกว่า sliding bar มีสเกลทั้งตอนบนและตอนล่าง ชักเลื่อนได้ตามแนวนอน

ตัว cursor หรือ indicator เป็นกรอบแก้วใสสี่เหลี่ยมวางครอบบรรทัดเลื่อนใหญ่ทั้งอัน และตรงกลางแนวกึ่งของกรอบมีเส้นผม (hair line) ไว้สำหรับแสดงตำแหน่งจำนวน

สภาพของบรรทัดเลื่อนทั้งอันนี้เป็นแบบเดียวกันทั้ง 2 ด้าน ตลอดจนกรอบแก้วใสก็เป็นแบบเดียวกัน ต่างกันตรงที่สเกลเท่านั้น



1. การอ่านบรรทัดเลื่อน

สเกลของบรรทัดเลื่อนทุกตอนเกือบจะเหมือนกัน คือให้มีการแสดงตำแหน่งจุดทศนิยม ฉะนั้น การอ่านเลขจำนวน 125 , .00125 หรือ 12.5 ย่อมจะได้ผลออกมาเหมือนกัน คือนับแต่ตัวเลขที่สำคัญเท่านั้น

2. การอ่านบนสเกล C และ D

สเกล C และ D นั้นเหมือนกัน และมีวิธีอ่านเช่นเดียวกัน ที่ข้างปลายซ้ายสุดของบรรทัดเลื่อน จะเห็นตัวอักษร C และ D ซึ่งสเกลทั้ง C และ D นิยมใช้ในการคูณและหารธรรมดา

โดยที่บรรทัด C และ D แบ่งสเกลเหมือนกัน และมีวิธีอ่านเช่นเดียวกัน ฉะนั้นจะแนะนำให้อ่านแต่บรรทัดกรอบล่าง D เพียงอันเดียว

2.1 การอ่านเลขนัยสำคัญตัวที่ 1

2.1.1 บรรทัดสเกล D ตั้งต้นด้วยเลขจำนวน 1 ที่ปลายซ้ายสุดและที่ปลายขวาสุดเป็น 10 (หรือตัวเลข 1 ในบรรทัดเลื่อนที่บางบริษัทผลิตขึ้น) เลขปลายสุดทั้งสองข้างนี้เรียกว่า ดัชนี (index)

2.1.2 ถ้าเลขดัชนีซ้ายสุด 1 นี้เป็นตัวตั้งต้น แสดงจำนวน 100 ตัว 2, 3, 4, 5, —, 10 ก็แทนจำนวน 200, 300, 400, 500, —, 1000 ตามลำดับ ถ้าตัวดัชนี 1 แทนจำนวนเลข. 001 ตัว 2, 3, 4, 5, —, 10 ก็แทนจำนวนเลข .002, .003, .004, .005, —, .010 ตามลำดับ ฉะนั้น ถ้าแทนจำนวน 1 ตัว 2, 3, 4, 5, —, 10 ก็เป็นจำนวน 2, 3, 4, 5, —, 10 ตัวดัชนีนี้แทนตัวเลขนัยสำคัญทศนัยตัวที่ 1 ทุกครั้งไป

2.1.3 สเกล D นี้แบ่งออกเป็น 10 ช่วง โดยมีเส้นขีดยาว ๆ กำกับกันช่วง และมีตัวเลข 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, กำกับ ตามลำดับเราเรียกชุดแสดงช่วงว่า primary lines และช่วงที่แบ่งนี้เรียก main divisions หรือ primary divisions ถ้าเส้นผมบนกรอบ cursor หรือ indicator ผ่าน primary line ย่อมแสดงถึงจำนวนตัวเลขนัยสำคัญ ตัวที่ 1 สมมุติว่าเส้นผมผ่าน primary line 8 แสดงว่าจำนวนเลขที่อ่านได้จะต้องมีตัวเลขนัยสำคัญตัวที่ 1 เป็น 8 ก็อาจจะเป็น 8 หรือ .008 หรือ 8 หรือ 8,000 เป็นต้น

2.1.4. สังเกตช่วงระหว่าง primary numbers 1 และ 2 จะใหญ่กว่าช่วงระหว่าง primary numbers 2—8 ถ้ายังห่างลงไปทางปลายขวาแต่ละช่วงจะยิ่งเล็กลง แต่ตัวเลขซึ่งกำกับ primary lines ที่เรียกว่า primary numbers นั้นยังคงเป็นตัวเลขขนาดใหญ่นานเท่าเทียมกัน

2.2 การอ่านเลขนัยสำคัญตัวที่ 2

ช่วงระหว่าง primary numbers นั้น แบ่งออกเป็น 10 ช่วงเล็กเช่นเดียวกับ main divisions และมีขีดเส้นกำกับเช่นเดียวกับ primary lines การแบ่งช่วงจาก main divisions นี้เรียกว่า secondary divisions และตัวเลขที่กำกับ secondary—lines นี้เรียกว่า secondary numbers ใช้ตัวเลขตัวบางและเล็กลงมา ในระหว่าง primary division ช่วงที่ 1 นั้น secondary lines ยังมีตัวเลขกำกับตั้งแต่ 1, 2, 3, 4, —, 9 ตามลำดับ ส่วน primary divisions ช่วงที่ 2 คือระหว่าง primary numbers 2 และ 8 คงแบ่งเป็น 10 ช่วงเช่นกัน แต่เลขกำกับ secondary lines ไม่ได้ปรากฏบนบรรทัด

2.2.1 ช่วง secondary divisions ที่เช่นเดียวกับ primary divisions คือช่วงที่ 1 ย่อมกว้างกว่าช่วงที่ 2 ช่วงยิ่งมาทางปลายขวา ยิ่งเล็กลงตามลำดับ

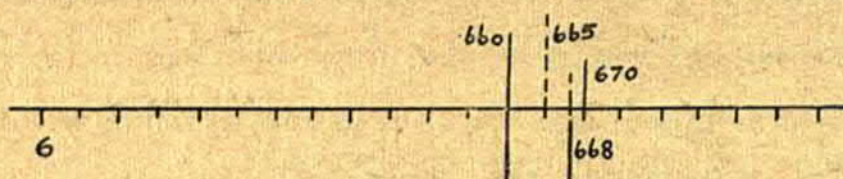
2.2.2 การอ่าน secondary numbers แสดงเลขนัยสำคัญตัวที่ 2 เช่นกรอบ indicator เลื่อนมาจนเส้นผมทับ secondary number 8 ในช่วง primary division 1-2 ย่อมแสดงจำนวนที่มีเลขนัยสำคัญ 18 อาจจะเป็น 1.8 หรือ .18 หรือ .018 หรือ 1800 แล้วแต่ primary number 1 แทนจำนวน 10 หรือ 1 หรือ .01 หรือ 1,000

2.3 การอ่านเลขนัยสำคัญตัวที่ 3

ช่วง secondary division ที่ 1 คือระหว่าง secondary numbers 1 และ 2 ย่อมแบ่งเป็น 10 ช่วงเล็ก ๆ ช่วงทางขวาย่อมเล็กลงมาตามลำดับ แต่ละช่วงมีขีดตัวเลขกำกับ แต่มีขีดกำกับ การแบ่งนี้เรียกว่าการแบ่งย่อย (subdivisions) และแบ่งออกเป็น 10 ช่วงใน secondary divisions ใน main division ช่วงที่ 1 เท่านั้น ในช่วง main division ที่ 2, 8 มี subdivisions เพียง 5 ช่วงใน main divisions ที่ 4—9 นั้น แบ่งออกเป็น 8 ช่วง subdivisions เท่านั้น

ทั้ง subdivision เส้นที่ 3 ใน main division 1 และ secondary division 3 subdivision ที่ 4 แสดงว่าเลขจำนวนนั้นเป็นเลขนัยสำคัญ 184 อาจจะเป็น 18.4 หรือ .00184 หรือ 18400 ทั้งนัยอมแล้วแต่ primary number 1 แทนเลขจำนวน 100 หรือ 10 หรือ .001 หรือ 10,000

ตัวอย่าง จงหาเลขจำนวน 665 และ 668 บนสเกล D



รูปขยายสเกลส่วน D ช่วงที่ 6 แสดง secondary 66 และ secondary 67 ซึ่งแสดงจำนวนเลข 660 และ 670 เมื่อต้องการ 665 จึงตรงกับเส้นแสดง subdivision ตรงกลางระหว่าง 660 และ 670

ถ้าจะอ่าน 668 ก็เช่นเดียวกัน ให้ขยับเลข 665 ก่อนไปทาง 670

2.4 การอ่านเลขนัยสำคัญ 4 ตัว

ได้แก่ประมาณเอาจากเลขหลักที่ 8 เช่นจะอ่านเลข 1.758 ดูที่ primary division ช่วงที่ 1 และ secondary division ช่วงที่ 2 ใน primary division ช่วงที่ 1 ซึ่งเลย secondary number 7 ไปถึง subdivision ที่ 5 เลย subdivision ที่ 5 เอียงก่อนไปทางเส้นที่ 6 เล็กน้อย ซึ่งอ่านได้ว่า 1.758

2.5 การอ่านเลขนัยสำคัญเกินกว่า 4 ตัว

เนื่องจากการอ่านโดยใช้บรรทัดเลื่อนนี้ อ่านได้เพียง 4 ตัวเลขนัยสำคัญ ฉะนั้น ถ้ามีมากกว่า 4 ตัวขึ้นไป ก็อ่านได้โดยประมาณเท่านั้น แม้จะมีความคลาดเคลื่อนก็เพียงจำนวนน้อย ไม่ทำให้เกิดการเสียหายแต่ประการใด และเปอร์เซ็นต์การคลาดเคลื่อนนั้น น้อยจนไม่จำเป็นต้องคำนึงถึง เช่น ต้องการอ่านเลขจำนวน 175.575 ให้ปัดเลขจำนวนนี้ให้มีเลขนัยสำคัญเพียง 4 ตัว ในที่นี้คือ 175.600 เพราะ 175.575 ใกล้เคียงกับเลข 175.600 มากกว่าจำนวนเลข 175.500

ความคลาดเคลื่อนมีเพียง 25 ในจำนวน 175.575 ประมาณ 0.014% นับว่าน้อยเหลือเกิน จนไม่ทำให้การคำนวณคลาดเคลื่อนไปมากนัก

- สรุป
1. การอ่านจำนวนที่มีเลขนัยสำคัญตัวเดียว ดูที่การแบ่ง primary division และอ่านที่ primary number
 2. การอ่านจำนวนที่มีเลขนัยสำคัญ 2 ตัว ดูที่ secondary division
 8. การอ่านจำนวนที่มีเลขนัยสำคัญ 8 ตัว ดูที่ subdivision
 4. การอ่านจำนวนที่มีเลขนัยสำคัญ 4 ตัว ดูที่ใกล้เคียงกับจำนวนตัวเลขหลักที่ 8

หมายเหตุ การที่จะจับตำแหน่งที่อยู่ของจำนวนเลขบนบรรทัดเลื่อน ใช้เส้นในกรอบแก้วใส ซึ่งเรียกว่า Cursor หรือ indicator สี่เหลี่ยมที่ล้อมรอบบรรทัดเลื่อนไปมานั้น จับเส้นแสดงจำนวนเลข เส้นนี้เรียกว่า เส้นผม(hair line)

นักเรียนจะต้องทดลองอ่านจำนวนเลขต่าง ๆ จนแม่นยำ แล้วจึงเรียนเรื่องต่อไป

3. การคูณ

3.1 การคูณเลขหลักเดียว

ตัวอย่างที่ 8.1.1 จงหาผลคูณของ 2×4

วิธีทำ ก. เลื่อนดัชนี 1 บนสเกล C มาอยู่เหนือ primary number 2 บนสเกล D แล้วเลื่อน indicator มาให้เส้นผมทับเลข primary number 4 บนสเกล C เส้นผมจะทาบลงมาที่ primary number 8 บนสเกล D ฉะนั้น $2 \times 4 = 8$

หรือ ข. เลื่อนดัชนี 1 บนสเกล C มาอยู่เหนือ primary number 4 บนสเกล D แล้วเลื่อน indicator มาให้เส้นผมทับบนเลข 2 บนสเกล C เส้นผมจะทาบลงมาที่ primary number 8 บนสเกล D ฉะนั้น $2 \times 4 = 8$

ตัวอย่างที่ 3.1.2 จงหาผลคูณของ 7×8

- ก. การที่จะเลื่อนดัชนี 1 ทางซ้ายของแถว C มาเหนือตัว 7 บนแถว D บรรทัดเคลื่อนก็เกือบจะหลุดจากบรรทัดกรอบบนและล่าง จึงเป็นการยากที่จะเลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมมาทับเลข 8 บนแถว C ได้ ดังนั้นจึงจำเป็น
- ข. ต้องเลื่อนดัชนี 10 หรือ 1 ทางขวาสุดของแถว C มาเหนือ primary number 7 บนแถว D แล้วเลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทับ primary number 8 บนแถว C เส้นผมจะทาบบน secondary line 6 ข้างขวาของ primary line 5 ฉะนั้น $7 \times 8 = 56$

- ข้อแนะนำ
1. ถ้าผลคูณของเลขหลักต้นน้อยกว่า 10 ใช้ดัชนี 1 ข้างซ้ายสุดของแถว C มาให้ตรงกับ primary number ที่แสดงตัวคูณตัวต้นบนแถว D
 2. ถ้าผลคูณของเลขหลักต้นมากกว่า 10 ใช้ดัชนี 10 หรือ 1 ข้างขวาสุดของแถว C มาตรงกับ primary number ที่แสดงตัวคูณตัวต้นบนต้นบนแถว D

3.2 การคูณเลข 2 หลัก

ตัวอย่างที่ 3.2.1 จงหาค่าของ 84×15

- ก. เลื่อนดัชนี 1 บนแถว C ให้ตรงกับ 84 บนแถว D แล้วเลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทับ 15 บนแถว C แล้วอ่านเลขที่เส้นผมทาบบนแถว D ได้ 52 ซึ่งหมายความว่า 520
- ข. เหตุที่ทราบว่าคำตอบเป็น 520 แทนที่จะเป็น 52 ให้ทำดังนี้ 84×15 ตัวเลข 84 ใกล้เคียงกับจำนวนถ้วน 80 และ 15 ใกล้เคียงกับจำนวนถ้วน 20 หรือ 10 ฉะนั้น 84×15 จึงใกล้เคียงกับ $80 \times 20 = 600$ หรือ $80 \times 10 = 800$ หมายความว่าอยู่ระหว่าง 800 และ 600 ฉะนั้นจึงเป็น 520 แทนที่จะเป็น 52

ตัวอย่างที่ 3.2.2 จงหาค่าของ 42×98

- ก. เลื่อนคัมภ์ 1 บนเสก C ไปเหนือ 42 บนเสก D แล้วเลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทาบไปบนเลข 98 บนเสก C เส้นผมจะทาบจำนวน 159 เศษคือประมาณ 1.596 บนเสก D ฉะนั้นผลที่ได้เป็นเลขนัยสำคัญ 4 ตัว คือ 1.596
- ข. ต้องการทราบจำนวนที่แท้จริง 42×98 นั้น 42 ใกล้เคียงกับ 40 และ 98 ใกล้เคียงกับ 40 ดังนั้น 42×98 ใกล้เคียง $40 \times 40 = 1,600$ ดังนั้น $42 \times 98 = 1,596$

ตัวอย่างที่ 3.2.3 จงหาค่าของ 82.2×2.44

- ก. โดยวิธีการคูณ เช่นเดียวกับการหาผลคูณของ 822×244 คำตอบออกมาจากการอ่านบรรทัดเลื่อนได้ 786
- ข. ต้องการทราบเลขจำนวนหลักหน้าจุดทศนิยม ทำ 82.2 ให้เป็นจำนวนเต็มถ้วนที่ใกล้เคียง คือ 80 และ 2.44 ทำให้เป็นจำนวนเต็มถ้วนที่ใกล้เคียง คือ 2 ดังนั้น $80 \times 2 = 60$
- ค. จากผลในข้อ ก. คือ 786 ควรจะเป็น 78.6 เพราะใกล้เคียง 60 มากกว่าที่จะเป็น 786 หรือ 7.86

แบบฝึกหัดที่ 5.1

จงหาค่าต่อไปนี้ ด้วยวิธีการอ่านจากบรรทัดเลื่อน

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1. 2×8 | 2. 2.5×8.4 |
| 3. 56×81 | 4. 0.425×22.8 |
| 5. 527.9×58.2 | 6. $.0025 \times 8,406$ |
| 7. 8.96×0.00041 | 8. $955 \times 4,875$ |
| 9. 6.825×0.7854 | 10. $8,1416 \times 0.00625$ |

11. 48.2×46500

12. 11.10×8.75

13. 10.8×87.5

14. 8.14×0.0595

15. 11.08×8.75

8.8 การคูณเลขตั้งแต่ 8 จำนวนขึ้นไป

การคูณเลขตั้งแต่ 8 จำนวนขึ้นไป มีไต่ยากไปกว่าการคูณเลข 2 จำนวน หากแต่ต้องทำ 2 ครั้ง หรือมากกว่านั้นขึ้นไปตามจำนวนตัวคูณ

วิธีทำ ก. นำเลข 2 จำนวนมาคูณกันเสียก่อน ตามวิธีการที่ได้อธิบายไว้แล้ว ในข้อ 8.1 หรือ 8.2 และผลที่ได้ก็อยู่ใต้เส้นผมบนสเกล D

ข. หัก indicator ไว้ที่เดิม เลื่อนสเกล C ให้ดัชนี 1 บนสเกล C มาตรงกับผลคูณในข้อ 1 แล้วเลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทาบไปบนตัวคูณตัวที่ 8 บนสเกล C อ่านผลบนสเกล D อีกครั้ง เป็นคำตอบของการคูณเลข 8 จำนวน

ค. การคูณจำนวนที่ 4 หรือต่อ ๆ ไป ก็ทำโดยวิธีเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 8.8.1 จงหาค่าของ $8.6 \times 2.28 \times 4.25$

วิธีทำ ตามลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. หาค่าของ 8.6×2.28

1.1 เลื่อนดัชนี 1 บนสเกล C มาอยู่เหนือ 8.6 บนสเกล D

1.2 เลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทาบบน 228 ของสเกล C

1.3 อ่านคำตอบ คือผลคูณบนสเกล D

2. หาค่าของผลคูณใน 1 และจำนวน 4.25

2.1 หักกรอบ indicator ไว้ที่เดิม

2.2 เลื่อนดัชนี 1 บนสเกล C มาเหนือตัวเลขบนสเกล D ให้เส้นผม

2.3 เลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทาบบน 425 บนสเกล C

2.4 อ่านจำนวนเลขบนสเกล D ให้เส้นผม ได้ 849

8. การหาจำนวนเลขที่แท้จริง

- 8.1 ทำ 8.6 เป็นจำนวนเต็มถ้วน ได้ 4
 8.2 ทำ 2.28 เป็นจำนวนเต็มถ้วน ได้ 2
 8.8 ทำ 4.25 เป็นจำนวนเต็มถ้วน ได้ 4
 8.4 ทำ $4 \times 2 \times 4 = 32$
 8.5 จาก 2.4 ทราบว่า ตัวเลขที่เป็นผลคูณ มีเลขนัยสำคัญ 8 ตัวคือ 849 จำนวนที่ใกล้เคียง 32 คือ 84.9 ฉะนั้นคำตอบคือ 84.9

แบบฝึกหัดที่ 5.2

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1. $876 \times 279 \times 61.2$
2. $146.5 \times 18.85 \times 27.8$
3. $0.95 \times 48.7 \times 0.000824$
4. $67.5 \times 821 \times 86.25$
5. $0.0048 \times 0.0072 \times 14.4$
6. $2.61 \times 0.0057 \times 84.2$
7. $186 \times 17.82 \times 85.2$
8. $525 \times 19.05 \times 7.75$
9. $24.5 \times 14.14 \times 4.75$
10. $279 \times 6.18 \times 0.0028$

4. การหาร

4.1 การหาร เป็นการกระทำตรงข้ามกับการคูณ คือ ถ้าเลข 2 จำนวนคูณกันผลย่อมได้เป็นผลคูณ และถ้านำตัวคูณตัวหนึ่งมาหารผลคูณ ผลหารก็คือตัวคูณ

อีกจำนวนหนึ่ง เช่น $2 \times 4 = 8$ ดังนั้น 8 หาค้วย 4 ย่อมได้ผลหาร 2 และในทำนองเดียวกัน 8 หาค้วย 2 ย่อมได้ผลหารเป็น 4 เป็นการกลับตรงข้ามกับตัวอย่าง 8.1.1

ตัวอย่างที่ 4.1.1 จงหาค่าของ $8 \div 4$

ก. เลื่อนเลข C ให้ primary number 8 ตรงกับ primary number

4 บนเลข D

ข. เลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทาบลงบนดัชนี 1 บนเลข C

ค. อ่านเลขใต้เส้นผมบนเลข D ได้ 2 เป็นผลหาร

ตัวอย่างที่ 4.1.2 จงหาค่าของ $827 \div 0.00878$

ก. ทำวิธีเดียวกับตัวอย่าง 4.1.1 หาผลหารของ 827 และ 878 ได้ 222 แต่ 222 ยังมีใช้ผลหารของเลขจำนวนที่ต้องการ

ข. การหาตำแหน่งทศนิยม ทำ 827 ให้เป็นจำนวนเต็มถ้วน คือ 1,000 และ .00878 เป็นจำนวนเต็มถ้วน คือ .005

$$\text{ดังนั้น } \frac{1,000}{.005} = \frac{1,000,000}{5} = 200,000$$

ค. ผลหารที่ใกล้เคียงกับ 200,000 เป็น 222,000 ฉะนั้นคำตอบเป็น 222,000

ตัวอย่างที่ 4.1.3 จงหาค่าของ $.00492 \div 0.826$

ก. ทำวิธีเดียวกับตัวอย่างที่ 4.1.2 หาผลหารของ $\frac{.00492}{.826}$ ได้ 595 ซึ่งยังมีใช้ผลหารที่แท้จริง

ข. ทำให้ .00492 เป็นจำนวนเต็มถ้วนได้ .005

.826 เป็นจำนวนเต็มถ้วนได้ 1

$$\therefore \text{ผลหารระหว่าง } \frac{.005}{1} = .005$$

ค. ผลหารในข้อ 1 จึงต้องเป็น .00595

หรือ ง. คูณที่ได้ควรจะได้ใกล้เคียงกับ $.5 \times 10^{-2}$ คือ $.595 \times 10^{-2}$ ซึ่งเท่ากับ .00595

๕.๖๑
แบบฝึกหัดที่ 5.3

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้ โดยใช้บรรทัดเลื่อน

- | | |
|----------------------|------------------------|
| 1. $12.7 \div 8.5$ | 2. $48 \div 6.7$ |
| 3. $88.4 \div 26.6$ | 4. $808 \div 16.3$ |
| 5. $746 \div 33.000$ | 6. $4.26 \div 4.850$ |
| 7. $844 \div 0.0172$ | 8. $0.00287 \div 16.5$ |
| 9. $1.814 \div 865$ | 10. $768 \div 947$ |

5. การคูณและการหารคละ

เมื่อมีการคูณและการหารคละกัน ควรจะทำการหารแล้วคูณสลับกันไป เช่น $\frac{4.28 \times 37.6}{0.0785 \times 6,590}$ ควรทำ $\frac{4.28}{0.0785}$ แล้วนำผลหารมาคูณกับ 37.6 นำผลคูณมาหารด้วย 6,590 อีกครั้งหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 5.1 จงหาค่าของ $\frac{4.28 \times 37.6}{0.0785 \times 6,590}$

ก.

$$\begin{array}{r|l} \text{C} & 785 \\ \hline \text{D} & 428 \end{array} \quad \begin{array}{r} 428 \\ \hline 785 \end{array}$$

เลื่อน 785 บนสเกล C ไปเหนือ 428 บนสเกล D อ่านตัวเลขที่ดัชนี 1 ของสเกล C บนสเกล D เป็นผลหารระหว่าง 428 และ 785

ข.

$$\begin{array}{r|l} \text{C} & 376 \\ \hline \text{D} & 428 \end{array} \quad \begin{array}{r} 428 \times 376 \\ \hline 785 \end{array} \quad \begin{array}{r} 428 \\ \hline 785 \end{array}$$

ก. ทวงรอบ indicator ไว้เหนือผลหารแล้วเลื่อนดัชนี 1 มาเหนือผลหาร บนสเกล D

เลื่อนกรอบ indicator ไปจนเส้นผมอยู่ที่ 876 บนสเกล C เส้นผมจะ
 ทาบมาบน จำนวนผลลัพธ์ของ $\frac{428}{785} \times 876$

ก.
$$\begin{array}{c|c} \text{C} & 659 \\ \hline \text{D} & \frac{428}{785} \times 376 \\ & 313 \end{array}$$

เลื่อน 659 บนสเกล C มาตรง $\frac{428}{785} \times 876$ บนสเกล D แล้วเลื่อน indicator
 ไปให้เส้นผมทาบบนดัชนี 1 ของสเกล C อ่านจำนวนเลขใต้เส้นผมบนสเกล D
 ได้ 818

1. การหาจำนวนหลักทศนิยม

ทำจำนวน 4.28 เป็นจำนวนเต็มถ้วนได้ 4

ทำจำนวน 87.6 เป็นจำนวนเต็มถ้วนได้ 40

ทำจำนวน 0.0785 เป็นจำนวนเต็มถ้วนได้ $.1 = \frac{1}{10}$

ทำจำนวน 6.590 เป็นจำนวนเต็มถ้วนได้ 10,000

ฉะนั้น จำนวนใกล้เคียงผลลัพธ์ คือ $\frac{4 \times 1}{40 \times 10 \times 10,000}$

ฉะนั้น ค่าตอบควรเป็น $8.18 \times 10^{-6} = \frac{8.18}{10^6} = .00000818$

แบบฝึกหัดที่ 5.4

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- | | |
|--|--|
| 1. $\frac{4.85 \times 26.4}{8.26}$ | 2. $\frac{6.14 \times 1.45 \times 0.048}{7.48 \times 0.086}$ |
| 3. $16.5 \times 8.12 \times 0.052 \times 0.0046$ | 4. $\frac{6.54}{4.85 \times 22.6}$ |
| 5. $\frac{4.26}{0.054 \times 875 \times 9.7}$ | 6. $\frac{5,280 \times 12}{89.87}$ |
| 7. $\frac{1}{68} \div 0.054$ | 8. $\frac{1}{746} \div \frac{1}{855}$ |
| 9. $0.465 \div \frac{1}{27}$ | 10. $4.88 \times \frac{11}{12.7}$ |
| 11. $\frac{0.00695 \times 0.5862}{8.658 \times 0.00417}$ | 12. $\frac{76}{1.9 \times 0.85}$ |

$$13. \frac{89.74 \times 3.965 \times 672}{3.718 \times 0.0456 \times 0.7854}$$

$$14. \frac{26 \times 19.56}{281.4}$$

$$15. \frac{4.815 \times 9.320 \times 0.1356}{48 \times 73.24 \times 1.956}$$

5. การยกกำลังสองและการหารากที่สอง

5.1 เสกต A และ B ทุกเสกตแบ่งออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน และเหมือนกัน ฉะนั้น มีคณียอยู่ 8 ตัว คือคณียซ้าย คณียกลาง และคณียขวา ทุกๆ ส่วนมีเสกตสมบูรณ์ในตัวเอง ถ้าคณียซ้ายใช้แทนเลขจำนวน 1 คณียกลางแทน 10 และคณียขวาแทน 100 ถ้าคณียซ้ายแทน 100 คณียกลางจะแทน 1,000 และคณียขวาจะแทนจำนวน 10,000

5.2 การคูณและการหาร อาจจะใช้เสกต A และ B นี้ได้ โดยวิธีเดียวกับการคูณและการหารด้วยเสกต C และ D แต่ผลที่ได้กล่ากเคลื่อนมากกว่าเสกต C และ D ทั้งนี้ เนื่องจากเสกตบนบรรทัดเสกต A และ B ช่วงกว้างเพียงครึ่งหนึ่งของเสกต C และ D แต่อย่างไรก็ตาม เสกต A และ B ก็ยังใช้ในการหาคำล้งสองและรากที่สองได้

5.3 การหาคำล้งสอง การหาคำล้งสองคือการคูณเลขจำนวนนั้นด้วยตัวเอง เช่น $3 \times 3 = 9$ ดังนั้น 9 คือ 3^2

5.3.1 การหาคำล้งสองของเลขจำนวนหนึ่ง ให้จัดกรอบ indicator ให้ให้เส้นผมทาบไปที่จำนวนเลขบนเสกต D แล้วอ่านคำตอบบนเสกต A เหนือตรงกับเลขจำนวนนั้น เช่นจะหา $(2.5)^2$ ให้เลื่อนเส้นผมให้ตรงกับเลข 2.5 บนเสกต D แล้วอ่านจำนวนเลขบนเสกต A ตรงกับเส้นผม คือ ผลของ $(2.5)^2$

ตัวอย่างที่ 5.3.1 จงหาคำล้งสองของ 55.8

ก. จัดเส้นผมให้ตรงกับ 55.8 บนเสกต D

ข. อ่านจำนวนใต้เส้นผม บนเสกต A ได้จำนวน 311

ค. เมื่อจำนวน $50^2 = 2,500$ ฉะนั้น $(55.8)^2$ มากกว่า 2,500 ก็คือเป็น 3,110 แทนที่จะเป็น 311 หรือ 31.1

5.4 การหารากที่สองเช่น จะหารากที่สองของ 81.1 เลื่อน indicator ให้เส้นผม
 ทาบบน 811 บนสเกล A แล้วอ่านจำนวนเลขบนสเกล D ที่เส้นผมจะได้ 558
 สิ่งที่ยู้ง่ายก็คือ จะใช้สเกล A ครึ่งขวา หรือครึ่งซ้าย และเมื่อใดจึงจะใช้ครึ่งใด

ข้อแนะนำ

1. จัดตัวเลขที่จะหารากที่สองเป็นกลุ่ม ๆ ละ 2 ตัว จากจุดทศนิยมไป
 ทางซ้ายจนถึงหลักแรกของจำนวน ถ้ากลุ่มแรกเป็นเลขตัวเดียว คือจำนวนไม่
 เกิน 9 ให้ใช้สเกล A ครึ่งทางซ้าย ถ้ากลุ่มแรกเป็น 2 ตัว ให้ใช้สเกล A ครึ่ง
 ทางขวา

2. ถ้าเป็นจำนวนที่ไม่มีจำนวนเต็ม ก็ใช้วิธีเดียวกันคือนับจากจุดทศนิยม
 ไปทางขวามือทีละคู่ เป็นกลุ่ม ๆ ไป ถ้ากลุ่มแรกเป็นเลขน้อยสำคัญเพียง 1 ตัว ก็
 ใช้สเกล A ทางครึ่งขวา ถ้าเป็นเลขน้อยสำคัญ 2 ตัว ก็ใช้สเกล A ทางครึ่งซ้าย

เช่น 81.1 ใช้สเกล A ทางขวา จะได้จำนวน 558 บนสเกล D สำหรับ
 การหาตำแหน่งทศนิยมนั้น ดูว่า 81 อยู่ระหว่าง 5^2 และ 6^2 จึงทราบว่า
 $\sqrt{81.1} \approx 5.58$

ตัวอย่างที่ 5.3.2 จงหาค่าของ $\sqrt{4,760}$

ก. เลื่อนกรอบ indicator มาที่ 4,760 บนสเกล A ทางครึ่งขวาที่
 $4,760 = 47.6 \times 10^2$ เป็นตัวเลข 2 หลักหน้าทศนิยม

ข. ใต้เส้นผมที่ทาบบน 47.6 จะทับจำนวน 675 บนสเกล D

ค. ถอดรากที่สองของ 47 ได้ระหว่าง 6 และ 7

$$\therefore \sqrt{47.6} \approx 6.75$$

$$\therefore \sqrt{47.6 \times 10^2} \approx 10 \times 6.75 \approx 67.5$$

ตัวอย่างที่ 5.3.3 จงหาค่าของ $\sqrt{498.267}$

ก. เมื่อเป็นเลขจำนวนที่เกิน 4 หลัก ให้ทำเป็นจำนวนเต็มถ้วน ฉะนั้น
 498.267 ได้จำนวนเต็มถ้วนเป็น 498 มีเลขน้อยสำคัญเพียง 3 ตัว

ข. เลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมมาทับจำนวน 488 บนสเกล A

ค. เส้นผมจะทาบบนจำนวน 209 บนสเกล D

ง. ทำ 488 ให้เป็น $4.88 \times 100 = 4.88 \times 10^2$

จ. จำนวน $4 = 2^2$ ฉะนั้นเมื่อถอดรากที่สองของ 4.88 แล้วจะได้รากที่สองเป็นจำนวนเต็ม เพียงหลักเดียวคือ 2

$$\therefore \sqrt{488} \approx 2.09$$

$$\therefore \sqrt{488 \times 10^2} \approx 10 \times 2.09 \approx 20.9$$

$$\therefore \sqrt{488.267} \approx 20.9$$

ตัวอย่างที่ 5.3.4 จงหาค่าของ $\sqrt{4882.67}$

ก. ทำให้เป็นเลขจำนวนเต็มถ้วน มีเลขน้อยสำคัญ 4 ตัว คือ 4,888

ข. เลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมมาทับจำนวน 4,888 บนสเกล A ทางขวา (เนื่องจากเลขกลุ่มต้นเป็น 48 เป็นเลข 2 หลัก)

ค. อ่านจำนวนเลขใต้เส้นผมบนสเกล D ได้ 662

ง. ทำ 4,888 ให้เป็น 48.88×10^2 (สังเกตว่าต้องทำให้เป็นเลขซึ่งคูณด้วย 10^{2n} และ $2n$ ต้องเป็นกำลังคู่ เพราะเมื่อหารรากที่สองแล้วจะได้จำนวนลงตัว)

จ. เมื่อดู 48 แล้วจะเห็นว่า อยู่ระหว่าง 6^2 และ 7^2 ฉะนั้น

$$\sqrt{48.88} \approx 6.62 \quad \text{ดังนั้น} \quad \sqrt{4882.67} = \sqrt{48.88 \times 10^2} \approx 6.62 \times 10 \approx 66.2$$

แบบฝึกหัดที่ 5.5

จงหาค่าของ

1. $\sqrt{98.265}$

2. $\sqrt{20.4}$

3. $\sqrt{45.892}$

4. $\sqrt{0.0062178}$

5. $\sqrt{8.1416}$

6. $\sqrt{0.0000297}$

$$7. \sqrt{\frac{(20.4)(382)}{(4.6)(1.75)}}$$

$$9. \sqrt{\frac{(56.25)(0.00412)}{(1.925)(8.56)}}$$

$$8. \sqrt{\frac{(0.0001605)(0.00028)}{(0.0001)(0.0205)}}$$

$$10. \sqrt{\frac{(2.78)(456)}{(0.095)(8.6)}}$$

6. การหาคำลังสามและรากที่สาม

บรรทัดเลื่อนทุกชนิดมีสเกล K ไว้สำหรับหาคำลังสามและรากที่สาม สเกลนี้เป็นสเกลตรีคูณ คือแบ่งออกเป็น 8 ตอน ทุกตอนเท่ากันและเหมือนกัน มีดัชนี 1 ทางซ้ายสุด ดัชนีทาง $\frac{1}{8}$ ของบรรทัดไปทางขวา และดัชนี $\frac{2}{8}$ ของบรรทัดไปทางขวา และดัชนีปลายขวาสุด แต่ละตอนมีสเกลของตัวเองอย่างสมบูรณ์

6.1 การหาคำลังสาม

การหาคำลังสามของเลขจำนวนใด ย่อมหมายถึงเลขจำนวนนั้นคูณตัวเองสามครั้ง เช่น $3 \times 3 \times 3 = 27$ แสดงว่า 27 คือ 3^3

ฉะนั้น การหาคำลังสามของเลขจำนวนใด ต้องเลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทับเลขจำนวนนั้นบนสเกล D และอ่านจำนวนที่เส้นผมทาบไปบนจำนวนเลขบนสเกล K เหนือเลขจำนวนนั้นบนสเกล D เลขจำนวนบนสเกล K แสดงผลคำลังสามของเลขจำนวนนั้น

ตัวอย่างที่ 6.1.1 จงหาคำของ $(27.8)^3$

ก. เลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทับที่ 27.8 บนสเกล D

ข. อ่านจำนวนเลขบนสเกล K ให้เส้นผมเหนือตัวเลข 27.8 ได้ 2085

ค. การจะหาคำแห่งของจุดทศนิยมหรือหลักของจำนวนเลขให้ทำ 27.8 เป็นเลขจำนวนเต็มคือ 80 ฉะนั้น $80 \times 80 \times 80$ หรือนัยหนึ่ง $80^3 = 27.000$ จะต้องเป็นเลขจำนวนที่ประกอบด้วย 5 หลัก

$$\therefore (27.8)^3 \approx 20,850$$

6.2 การหารากที่สาม เป็นการกระทำที่กลับตรงข้ามกับการหาคำกำลังสาม ฉะนั้น การที่จะหารากที่สามของเลขจำนวนใด ก็เลื่อนกรอบ indicator ให้เส้นผมทับจำนวนนั้นบนสเกล K แล้วอ่านจำนวนใต้เส้นผมบนสเกล D ก็อรากที่สามบนสเกล K นั้น

6.2.1 การจะใช้สเกล K ตอนไหนเป็นปัญหาเช่นเกี่ยวกับการหารากที่สองคือการจับกลุ่มตัวเลข ถ้าเป็นจำนวนเต็มให้นับทีละกลุ่ม ๆ ละ 8 ตัว จากจุดทศนิยมไปทางซ้าย ถ้ากลุ่มต้นทางซ้ายมือมีตัวเลขเพียงตัวเดียว ให้ใช้ตอนแรกของสเกล K นับจากซ้ายมือไป ถ้ากลุ่มแรกเป็นเลข 2 ตัว ให้ใช้ตอนที่สองของสเกล K ถ้ากลุ่มแรกเป็นเลข 8 ตัว ให้ใช้ตอนที่สามของสเกล K ทางขวามือสุด

ตัวอย่างที่ 6.2.1 จงหาค่าของ $\sqrt[3]{74,088,000}$

ก. จับกลุ่มของตัวเลขนี้สำคัญ 74088 ไปกลุ่มละ 8 ตัวทางซ้ายมือเหลือกลุ่มแรกเพียง 2 ตัว

ข. เลื่อน indicator ไปจนเส้นผมทาบบนตัวเลข 7409 บนสเกล K แล้วอ่านจำนวนเลขที่เส้นผมทาบลงบนสเกล D ได้ 42

ค. วิธีการอ่านจำนวนเลข 74,088,000 มีเลข 8 กลุ่ม แต่ละกลุ่มเมื่อถอดรากที่สามจะได้เลข 1 ตัว ฉะนั้น $\sqrt[3]{74,088,000}$ จะได้ผลเป็นเลข 8 ตัว คือ 420

หรือจะคิดอีกวิธีหนึ่งก็คือ $74088000 = 74088 \times 10^6$

$$\therefore \sqrt[3]{74088 \times 10^6} = 10 \sqrt[3]{74088} \approx 10 \times 42 \approx 420$$

หรืออาจจะทำเป็นจำนวนทศนิยมที่สามารถคูณด้วย 10^{3n} ได้เพื่อถอดรากกำลังที่สามแล้วเหลือ 10^n ดังเช่น

$$\begin{aligned} 74088000 &= 74.088 \times 10^6 \\ \therefore \sqrt[3]{74.088} &\approx 4.2 \\ \sqrt[3]{74.088 \times 10^6} &\approx 4.2 \times 10^2 \\ &\approx 420 \end{aligned}$$

๕.๖
แบบฝึกหัดที่ 5.6

จงหาค่าของ

- | | |
|---|---------------------------------------|
| 1. $(6.2)^3$ | 2. $(0.0819)^3$ |
| 3. $(15.4)^3$ | 4. $(.0000221)^3$ |
| 5. $(525)^{2/3}$ | 6. $(.000616)^{3/2}$ |
| 7. $\left(\frac{5.25 \times 8.46}{65.4}\right)^3$ | 8. $\left(\frac{16.6}{12.5}\right)^3$ |
| 9. $(4760000)^{2/3}$ | 10. $(8.04 \times 6.85)^3$ |
| 11. $\sqrt[3]{1.5}$ | 12. $\sqrt[3]{15}$ |
| 13. $\sqrt[3]{.000442}$ | 14. $\sqrt[3]{\frac{85.4}{116.5}}$ |
| 15. $\sqrt[3]{0.827}$ | 16. $\sqrt[3]{0.0000485}$ |
| 17. $\sqrt[3]{\frac{(21.5)(12.4)}{(2850)(705)}}$ | 18. $\sqrt[3]{(2.63)(1275)}$ |

7. เซกลอื่นๆ เซกสที่ได้อธิบายมาแล้วนั้น คือเซกส A, C, D, K ยังมีเซกสอื่นอีกมากมายที่ใช้ในการคำนวณต่างๆ เช่น เซกส CI เซกสหาค่าลอการิทึม เซกสสำหรับหาค่า sine ของมุม และเซกสของ tangent ของมุม

เนื่องจากนักเรียนยังมิได้เรียนเรื่อง logarithm และ trigonometrical functions จึงยังไม่นำมากล่าวไว้ในที่นี้

สรุปหลักเกณฑ์ในการใช้บรรทัดเลื่อนเบื้องต้น

การทำ	สเกล	ขั้น 1	ขั้น 2	ขั้น 3
การคูณ	ใช้ C และ D	เลื่อนดัชนีของ C บนจำนวนแรกของตัวคูณบนสเกล D	เลื่อน indicator ให้เส้นผมทาบบนตัวคูณจำนวนที่ 2 บนสเกล C	อ่านจำนวนใต้เส้นผมบนสเกล D
การหาร	ใช้ D และ C	เลื่อน indicator ให้เส้นผมเหนือตัวตั้งบนสเกล D	เลื่อนตัวหารบนสเกล C มาที่เส้นผม	อ่านจำนวนเลขบนสเกล D ใต้ดัชนีของของสเกล C
การยกกำลังสอง	ใช้ D และ A	เลื่อน indicator ให้เส้นผมเหนือจำนวนบนสเกล D	อ่านผลบนสเกล A ใต้เส้นผม	
การยกกำลังสาม	ใช้ D และ K	เลื่อน indicator ให้เส้นผมเหนือจำนวนบนสเกล D	อ่านผลบนสเกล K ใต้เส้นผม	
การหารากที่สอง	ใช้ A และ D ตั้งต้นด้วยการ จัดกลุ่มตัวเลข มาทางซ้ายและ ขวาของจุดทศ นิยมทีละคู่	เลื่อน indicator ให้เส้นผมเหนือจำนวนบน A ถ้ากลุ่มแรกเป็นจำนวน มีตัวเลข 1 ตัว ใช้ครึ่งซ้าย	อ่านผลใต้เส้นผมบนสเกล D	

การทำ	สกุล	๕๗ ชนท 1	๕๗ ชนท 2	๕๗ ชนท 8
การหารากที่สาม	ใช้ K และ D ตั้งต้นด้วยการ จัดเป็นกลุ่ม ๆ ละ 8 ตัวทั้งข้าง ซ้ายและขวา ของจุดทศนิยม	ของสกุล A ถ้า กลุ่มแรกเป็นจำ- นวนที่มีเลข ๒ ตัว ใช้ครึ่งขวา ของสกุล A เลื่อน indicator ให้เส้นผมทาบ ลงบนจำนวน เลขบนสกุล K ถ้ากลุ่มแรกมี เลข 1 ตัว ใช้ ตอนซ้ายของ สกุล K ถ้ากลุ่ม แรกมีเลข ๒ ตัว ใช้ตอนกลาง ของสกุล K ถ้า กลุ่มแรกมีเลข 8 ตัวใช้ตอน สุดขวาของสกุล K	อ่านผลใต้เส้น ผมบนสกุล D	

แบบฝึกหัดระคนชุดที่ 1

จงทำให้เป็นผลสำเร็จโดยใช้บรรทัดเลื่อน

1. 8.8×8.14

2. 0.0475×0.00896

3. 6716×0.00185

4. $7.891 \times 0.716 \times 0.395$

5. $605.7 \times 0.006759 \times 0.0000172$

6. $8.265 \times 22.17 \times 90.4 \times 0.5918 \times 0.00128$

7.
$$\frac{4791}{0.982}$$

8.
$$\frac{6516}{56.1}$$

9.
$$\frac{0.0196}{0.483}$$

10.
$$\frac{105.18}{7.852}$$

11.
$$\frac{0.85 \times 37.5}{6.81 \times 0.898 \times 7.005 \times 0.215}$$

12.
$$\frac{86,000 \times 11.7 \times 34 \times 2.8}{0.073 \times 342,800}$$

13.
$$\frac{25 \times 33,000 \times 0.0156 \times 2.17}{3.14 \times 1,260 \times 0.375}$$

14.
$$\frac{967.5 \times 0.008265 \times 0.294 \times 7.16}{8.75 \times 0.0162 \times 55,500 \times 0.03875}$$

15.
$$\frac{851.67 \times 8.41 \times 0.0071 \times 9.768}{12.13 \times 0.065 \times 56 \times 0.17}$$

16.
$$\frac{66.17 \times 8,200 \times 341 \times 0.0425}{0.000872 \times 625,000}$$

17.
$$\frac{53.12 \times 928 \times 6.20 \times 43.16}{69,000 \times 72.51 \times 3.613 \times 1.392}$$

18. $\sqrt{0.004835}$

19. $\sqrt[3]{0.0008751}$

$$20. \sqrt[3]{0.05472}$$

$$21. \sqrt[3]{275.88}$$

$$22. \sqrt{2.7583}$$

$$28. \sqrt[3]{2514.8}$$

$$24. \sqrt[3]{2.5148}$$

$$25. \sqrt[3]{514.85}$$



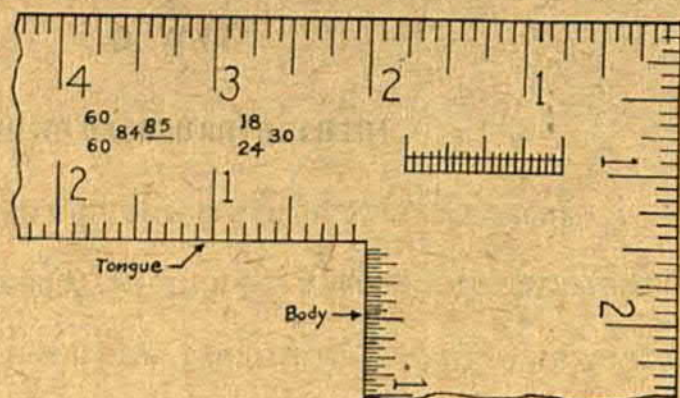
บทที่ 6

เครื่องมือวัดและการอ่านสเกล

เครื่องมือที่ใช้ในการวัดในวิชาช่างมีมากมายหลายชนิด แต่ละชนิดมีความสำคัญตามแบบของเครื่องวัดนั้นๆ เช่น บรรทัด, เหล็กวัดของช่างจักรกล, เหล็กฉาก บรรทัดเลื่อน (Vernier) ไมโครมิเตอร์ คาลิเปอร์ โปรแทรกเตอร์ และเกจ (Gauge) ทุกชนิดมีสเกลไว้สำหรับอ่าน และสเกลบนเครื่องวัดบางชนิดก็มีระบบเดียว บางชนิดก็มี 2 ระบบ คือมีทั้งระบบอังกฤษและระบบเมตริก

เหล็กฉาก (Steel Square) เครื่องมือนี้อาจใช้ในการวัดระยะ แต่ส่วนมากใช้ในการวางผัง (lay out) และตรวจสอบมุม สเกลบนเหล็กฉากนี้ใช้ 2 ระบบ ระบบต่างๆ ของสเกลมีดังนี้

1. ระบบทศนิยม แบ่ง 1" เป็น 10 ส่วน แต่ละส่วนเป็น .1 ระบบทศนิยมนี้ จะเห็นตัวอย่างจาก เหล็กฉาก ริมในของตัวลิ้น (tongue)
2. ระบบฐาน 2 ซึ่งเป็นหน่วยพื้นฐานแบ่งออกเป็น $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$ ฯลฯ กังสเกลที่เห็นริมด้านในของตัว (body) เหล็กฉาก
3. ระบบฐาน 12 แบ่งหนึ่งหน่วยออกเป็น 12 ส่วน แต่ละส่วนเป็น $\frac{1}{12}$ ของนิ้ว เช่นตัวอย่างสเกลบน ริมนอกของลิ้น (tongue) และตัว (body) ของเหล็กฉาก
4. ระบบผสม ระหว่างระบบทศนิยมและระบบฐาน 2 คือ 1 หน่วยแบ่งเป็น 10 ส่วน แต่ละส่วนจึงเป็น $\frac{1}{10}$ ของหน่วย และแต่ละ $\frac{1}{10}$ แบ่งออกเป็น 2 ส่วนย่อยลงไปอีก หรือบางครั้งแบ่งเป็น 4 ส่วนย่อยลงไปอีก แต่ละส่วนย่อยก็ เป็น $\frac{1}{20}$ ของหน่วย หรือ $\frac{1}{40}$ ของหน่วย



วิธีอ่านเสกกล



กระบวนการอ่านเสกกล จะกล่าวเฉพาะการอ่านระบบสิบสองเท่านั้น

ตัวอย่าง เช่นจะอ่านตรงจุด R บนเสกกล 12

วิธีอ่าน หน่วยฐานเป็น 1 นิ้ว แบ่งออกเป็น 4 ส่วนใหญ่ๆ และเศษส่วน
ใหญ่ที่แบ่งเป็น $\frac{1}{4}$ นิ้ว แบ่งออกเป็น 3 ส่วนย่อยเล็กลงไป
ส่วนย่อยลงไปอีก เป็น $\frac{1}{8} \times \frac{1}{4}$ หรือ $\frac{1}{12}$ นิ้ว
ฉะนั้น R อยู่ที่ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = 1\frac{7}{12}$ นิ้ว

ในการอ่าน พยายามอ่านส่วนย่อยให้เป็นจำนวนน้อยๆ เช่นจะอ่าน

$\frac{13}{64}$ บนเสกกลฐาน 2 อ่าน $\frac{8}{16} + \frac{1}{64} = \frac{13}{64}$ หรือจะอ่าน $\frac{1}{4} - \frac{3}{64}$ ก็ได้

๒๖๑
แบบฝึกหัดที่ 6.1

1. จงใช้เส้นตรงยาว 4 นิ้ว แทน 1 นิ้ว แล้วแบ่งออกเป็นสเกลระบบฐาน 2 แบ่ง
หนึ่งนิ้วออกเป็น 64 ส่วน แล้วจุดแสดงการอ่าน

(1.1) $\frac{3}{16}, \frac{7}{16}, \frac{11}{16}$ (1.2) $\frac{3}{32}, \frac{9}{32}, \frac{19}{32}, \frac{27}{32}$

(1.3) $\frac{3}{64}, \frac{9}{64}, \frac{21}{64}, \frac{31}{64}, \frac{41}{64}$
2. จงกระจายสเกลต่อไป นี้ เพื่อจะอ่านให้เป็นสเกล $\frac{1}{16}$ แล้วเพิ่มหรือลดโดย
จำนวน $\frac{1}{64}$

(2.1) $\frac{43}{64}$ (2.2) $\frac{21}{64}$ (2.3) $\frac{37}{64}$ (2.4) $\frac{35}{64}$ (2.5) $\frac{41}{64}$
3. จงกระจายเศษส่วนต่อไป นี้ ให้เป็นสเกล $\frac{1}{8}$ แล้วเพิ่มหรือลดด้วยสเกล $\frac{1}{32}$

(3.1) $\frac{11}{12}$ (3.2) $\frac{25}{32}$ (3.3) $\frac{19}{32}$ (3.4) $\frac{7}{32}$
4. จงใช้เส้นตรงยาว 5 นิ้ว สมมุติเป็น 1 นิ้ว แล้วทำสเกลแบ่งเป็นส่วน 10 และ
ส่วน 100 บนสเกลนี้ จุดแสดงตำแหน่ง

(4.1) 0.30, 0.85, 0.45, 0.70, 0.95

(4.2) 0.02, 0.08, 0.22, 0.27, 0.81

(4.3) ค่าประมาณ 0.125, 0.587, 0.775
5. จงใช้เส้นตรงยาว 8 นิ้ว แทน 1 นิ้ว แล้วแบ่งสเกลออกเป็นสเกล $\frac{1}{4}$ และ $\frac{1}{12}$
บนสเกลนี้ จุดแสดง

(5.1) $\frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$

(5.2) $\frac{1}{24}, \frac{5}{24}, \frac{7}{24}, \frac{5}{8}, \frac{13}{16}$

การอ่านสเกลโดยประมาณ

บางครั้งสเกลที่คำนวณออกมาได้ เป็นสเกลเดียวกับที่ปรากฏในเครื่องวัด
ฉะนั้นจำเป็นที่จะต้องทำสเกลที่คำนวณได้ ให้ใช้กับสเกลบนเครื่องวัดอย่างใกล้ชิด
เที่ยงได้

ตัวอย่าง 1 เสกลบนเครื่องวัดแบ่งเป็น $\frac{1}{64}$ หน่วย ทำอย่างไรจึงจะวัด $\frac{3}{7}$ ได้

วิธีทำ

1 หน่วยนั้นแบ่งเป็น 64

$$\frac{3}{7} \text{ หน่วยได้ } 64 \times \frac{3}{7} = \frac{192}{7} = 27 \frac{3}{7}$$

ฉะนั้นค่าประมาณเป็น 27

อ่านจากเสกลในเครื่องวัดเป็น $\frac{27}{64}$

เพื่อให้ง่ายเข้า ทำเป็น $\frac{24}{64} + \frac{3}{64} = \frac{3}{8} + \frac{3}{64}$ รูป

ตัวอย่าง 2 แม่พิมพ์ท่อนหนึ่งถูกลดครึ่งมีเป็น $\frac{1}{2}$ " ต่อ 0.418 " ใช้เครื่องมือวัด (ชนิดคาลิปเปอร์) ตรวจสอบโดยใช้เสกล $\frac{1}{64}$ แต่แบบจำเป็นต้องขยายใหญ่กว่า 0.418 " ออกไปเป็นจำนวนเต็มของเสกล $\frac{1}{64}$ ฉะนั้นต้องอ่านเสกลเท่าใดจากคาลิปเปอร์

วิธีทำ ถ้าจะอ่านเสกล $\frac{1}{64}$ จำเป็นต้องทำส่วนให้เป็น 64

$$\text{ดังนั้น } \frac{0.418 \times 64}{64} = \frac{26.432}{64}$$

การอ่านเสกล ต้องอ่านที่ $\frac{27}{64}$ จากคาลิปเปอร์

ฉะนั้น เพื่อให้อ่านง่ายเข้า ต้องทำเป็น $\frac{24}{64} + \frac{3}{64} = \frac{3}{8} + \frac{3}{64}$ อย่างในตัวอย่างที่ 1

แบบฝึกหัดที่ 6.2

1. จงหาตำแหน่งในการอ่านเศษส่วนต่อไปนี้จากเสกล $\frac{1}{64}$

$$-\frac{1}{8}, \frac{5}{7}, \frac{5}{6}, \frac{7}{20}, \frac{51}{70}$$

2. จงหาตำแหน่งในการอ่านจำนวนต่อไปนี้จากเสกล $\frac{1}{32}$

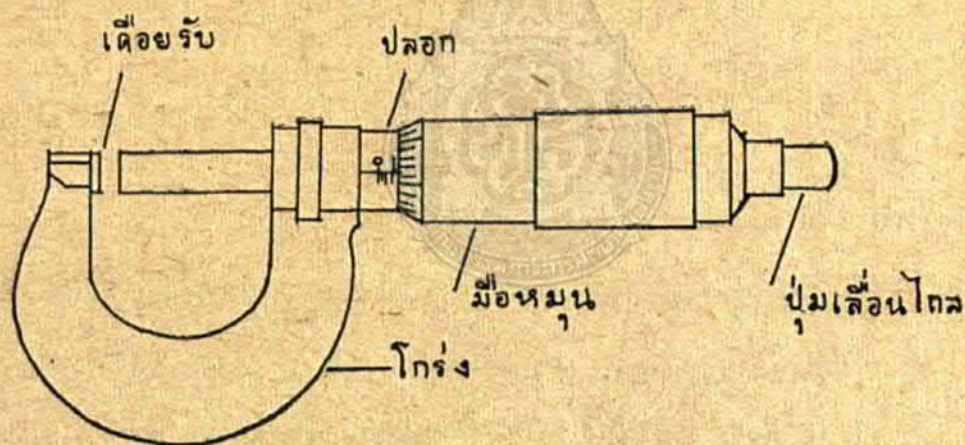
$$\frac{1}{25}, \frac{2}{87}, \frac{7}{100}, 25\frac{9}{40}$$

3. จงหาตำแหน่งในการอ่านจำนวนต่อไปนี้จากเสกล $\frac{1}{64}$

$$0.348, 0.57, 0.056, 3.88$$

4. จงหาตำแหน่งที่ใกล้เคียง และไม่น้อยกว่าจำนวนต่อไปนี้จากเศษ $\frac{1}{64}$
 $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{8}$, 0.667, 0.910
5. จงคำนวณความเคลื่อนคลาของจำนวนต่อไปนี้ จากการอ่านเศษ $\frac{1}{64}$
 0.188, 0.258, 0.668, 0.789, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{13}{25}$, $\frac{5}{12}$
6. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีเนื้อที่ 75 ตารางนิ้ว, 125 ตารางนิ้ว, 10 ตารางนิ้ว จง
 หาค่านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังกล่าว ให้จำนวนใกล้เคียงเศษ $\frac{1}{64}$

ไมโครมิเตอร์ เป็นเครื่องมือสำหรับวัดงานละเอียด พวกช่างเรียกว่า ไมค์
 (mike)

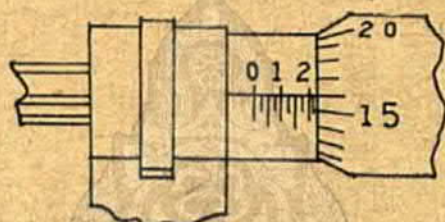


เครื่องมือชนิดนี้ สร้างขึ้นเพื่อวัดความหนา หรือเส้นผ่าศูนย์กลางภายนอก
 ที่มีขนาดไม่เกิน 1 นิ้ว สำหรับไมโครมิเตอร์ชนิดเล็ก แต่ถ้าชนิดใหญ่ก็วัดเกิน
 กว่า 1 นิ้วได้ แต่จะเป็นชนิดใหญ่หรือเล็กก็ตาม มีวิธีใช้และอ่านได้โดยวิธี
 เดียวกัน เดือยหมุน (spin die) ของเครื่องมือนี้ ทำเป็นเกลียวเลื่อนเข้าออกจาก
 ปลอก (sleeve) ได้ และตรึงอยู่กับมือหมุน (thimble) เดือยหมุนมาตรฐานมี

เกลียวอยู่ 40 เกลียวใน 1 นิ้ว ดังนั้น เมื่อมันหมุนไปรอบหนึ่งเกลียวจะเลื่อนไป $\frac{1}{40}$ นิ้ว $\frac{1}{40}$ นิ้ว ก็เท่ากับเศษ 25 ส่วนพันนิ้ว คือ .025 เสกลบนมือหมุนแบ่งออกเป็น 25 ช่อง แต่ละช่องจึงเท่ากับเศษหนึ่งส่วนพันนิ้ว (.001)

เสกลบนปลอกหมายถึง $\frac{25}{1000}$ นิ้ว คือ .025 ดังนั้น เมื่อมือหมุน ๆ ไปรอบหนึ่ง ทำให้เกลียวหมุนเลื่อนไปได้ช่องหนึ่งของเสกลบนเกลียวหมุน ตัวเลขของเสกลบนปลอกแบ่งเป็นช่องละ $\frac{1}{10}$ นิ้ว (.1)

ตัวอย่าง 1.



การอ่านไมโครมิเตอร์มีดังนี้

เลขที่ปรากฏบนลำตัวของไมโครมิเตอร์ คือ .200

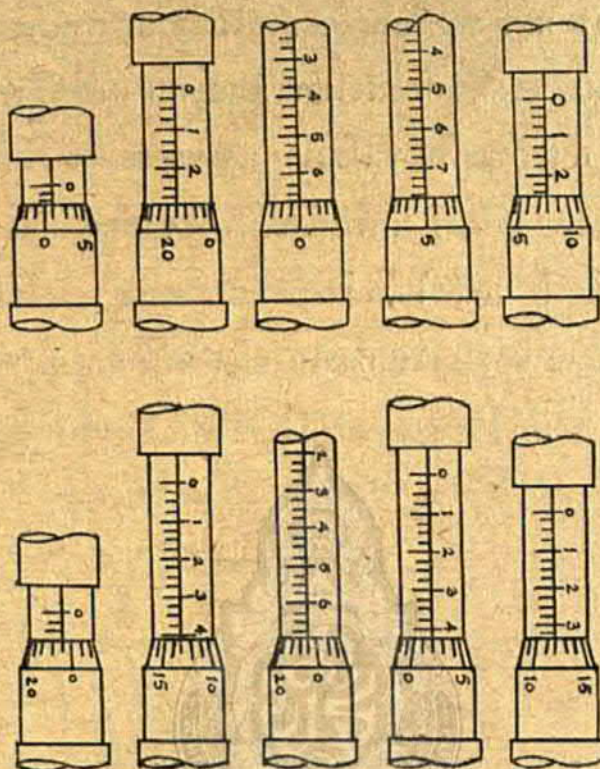
1 ช่องเล็กที่ต่อจากขีดแสดงเลข 2 เป็น .025

บน thimble แบ่งเป็น 16 ช่วง แต่ละช่วงคือ .016

ฉะนั้น การวัด 1 นิ้ว คือ $.200 + .025 + .016 = .241$

แบบฝึกหัดที่ 6.3

1. จงอ่านไมโครมิเตอร์ซึ่งตั้งวัด ดังต่อไปนี้



2. จงสร้างแผนภาพอย่างในข้อ 1 แสดงการอ่าน และการตั้งไมโครมิเตอร์
แสดงการวัดจำนวน

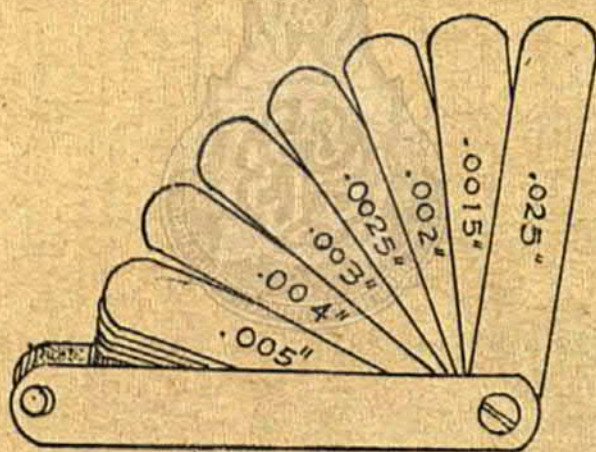
0.847	0.545	0.762	0.057
0.006	0.489	0.455	0.716
0.424	0.112	0.625	0.028

8. จงสร้างแผนภาพอย่างในข้อ 1 แสดงการตั้งไมโครมิเตอร์ เพื่ออ่านจำนวน
ต่อไปนี้ได้อย่างใกล้เคียง

$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{15}{16}$
----------------	---------------	---------------	-----------------

เกจ (gauge) เป็นตัวแทนของเครื่องมือวัด เช่น เหล็กวัด (rules) คาลิเปอร์ (Caliper) ไมโครมิเตอร์ (Micrometer) และเวอร์เนีย (Vernier) ต่าง ๆ เกจส่วนมากใช้สำหรับวัดตรวจสอบ และส่วนมากไม่มีมาตราส่วนที่จะอ่านได้ ดังนั้นถ้าต้องการทราบขนาดของเกจต้องนำไปตรวจสอบกับ ไมโครมิเตอร์ หรือเวอร์เนีย เกจมีรูปร่างต่าง ๆ กันหลายชนิด หลายแบบ และหลายขนาด ดังนี้

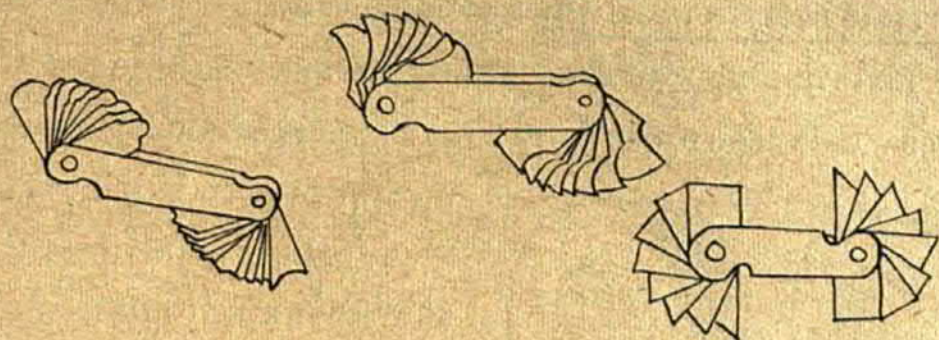
1. เกจใบมีด (feeler gauge) เกจใบมีดนี้บางทีเขาเรียกว่าเกจวัดความหนา มีลักษณะเหมือนกับมีดพับ แต่ละใบมีดมีความหนาเฉพาะตัว และมีตัวเลขบอกอยู่บนใบมีดนั้น ๆ ความหนาของใบเกจแต่ละใบ จะแตกต่างกันประมาณ .0015 นิ้ว ไปจนถึง .025 นิ้ว การวัดใช้วิธีสอดเกจใบมีดเข้าไปในช่องว่างที่จะวัด



เกจใบมีด

2. เกจวัดมุม และวัดรัศมี (angle and radius gauges)

2.1 เกจวัดมุม เหมือนกับเกจใบมีด แต่ต่างกันที่รูปร่างของใบมีดและความหนาเกจวัดมุมมีความหนาเท่ากันทุกใบ แต่ละใบมีมุมที่ปลายใบมีดต่างกัน ใช้ในการวัดมุมในที่ว่างจำกัด ซึ่งไม่สามารถใช้โปรแทรกเตอร์ได้

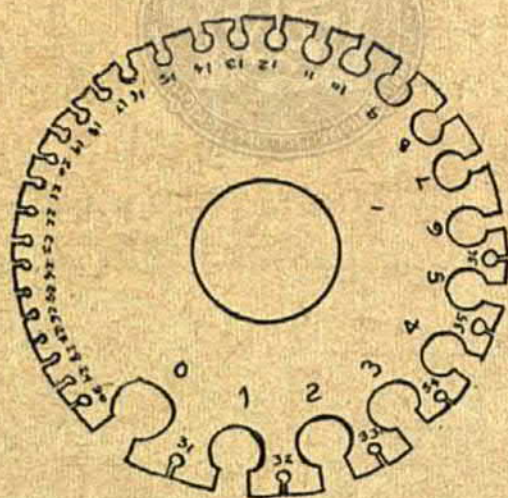


เกจวัดมุม

2.2 เกจวัดรัศมี ใช้รัศมีทั้งในและด้านนอก

8. เกจวัดลวดและแผ่นโลหะ (Wire and sheet gauge)

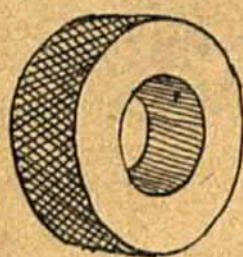
เกจวัดลวด ใช้สำหรับวัดแผ่นโลหะต่าง ๆ เส้นลวด สายไฟ ที่มิได้
(ทำด้วย เหล็ก เช่น ทองแดง ทองเหลือง อลูมิเนียม เกจเหล่านี้นี้ เรียกว่า เกจ
Brown & Sharp) B & S.



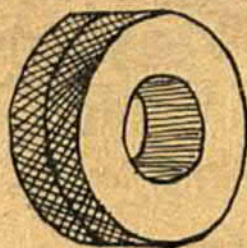
พึงสังเกตว่า ช่องยิ่งใหญ่มากหมายถึงน้อย เป็นการตรงกันข้าม

4. เกจวงแหวนและเกจวัดสลัก (Ring and plug gauge)

ใช้สำหรับตรวจสอบวัดเส้นผ่าศูนย์กลาง ของชิ้นส่วนของเครื่องจักร เช่น เพลา ท่อนกลม และสลัก หรือลิ้ม เป็นขนาดต่าง ๆ กัน และแต่ละอันมีเลขประทับบอกไว้



GO



NO GO

เกจวงแหวน มัก ใช้เป็น คู่ ประกอบ ด้วย เกจเข้า (go) และ เกจไม่เข้า (no go) ถ้า ขนาดของชิ้นส่วนที่ตรวจสอบ อยู่ภายใน มิติที่บ่งไว้ เกจเข้าก็จะต้องสวมได้พอดี แต่ถ้า เกจไม่เข้ายังสวมได้อีก แสดงว่า ขนาดนั้นยังเล็กไป ไม่ได้ขนาดที่จะ

นอกจากเกจดังกล่าว ยังมีเกจเดียวไว้สำหรับตรวจสอบเส้นผ่าศูนย์กลางของ รูต่าง ๆ เกจหนึ่งใช้สำหรับวัดเส้นผ่าศูนย์กลางภายในของเพลา เกจท่อน เป็นชุด ใช้เป็น master และ เกจพินผิว เป็นต้น

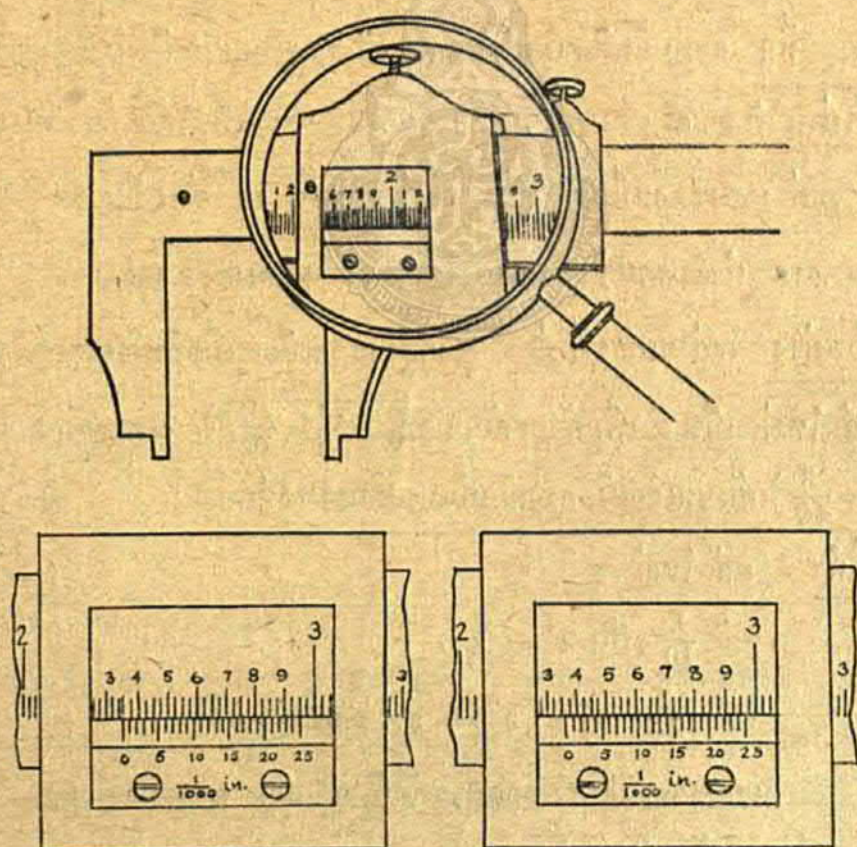
แบบฝึกหัดที่ 6.4

1. เกจเหล็กกล้าหมายเลข 8 หนา 0.2891" จงแสดงการตั้งไมโครมิเตอร์ เพื่อ ตรวจสอบเกจหมายเลข 8 น
2. จงร่างแผนภาพของการตั้งไมโครมิเตอร์ เสกส $\frac{1}{1000}$ เพื่อตรวจสอบความหนา ของแผ่นใบมีดของเกจ Brown and Sharp ดังนี้

เกจหมายเลข	ความหนาเป็นนิ้ว
0	0.8249
5	0.1819
10	0.1019
15	0.0571
20	0.0820
25	0.0179
30	0.0100

เวอเนียคาลิปเปอร์ (Vernier caliper)

เวอเนีย เป็นเครื่องมือวัดความยาวที่ใช้วัดทศนิยมละเอียดกว่าที่วัดด้วยไม้บรรทัดประกอบด้วยโลหะชิ้นเล็ก ๆ 2 ชิ้น ชิ้นเล็กเรียกสเกลเวอเนีย อีกชิ้นหนึ่งเป็นบรรทัดเรียกว่า สเกลบรรทัด สเกลบรรทัดเป็นส่วนคงที่เป็นบรรทัดแบน และแบ่งหน่วยนิ้วเป็น 10 ส่วน แต่ละส่วนจึงเป็น $\frac{1}{10}$ นิ้ว และแต่ละ $\frac{1}{10}$ นิ้ว ยังแบ่งออกเป็น 4 ส่วนอีก แต่ละส่วนจึงเป็น $\frac{1}{40}$ นิ้ว ส่วนตัวเลื่อน เรียกว่า สเกลเวอเนีย มีสเกลเป็น 25 ช่อง แต่ละช่องกว้าง .024 นิ้ว คำนวณเลื่อนหรือสเกลเวอเนียนี้มี 2 ด้าน ด้านนอกเรียกว่า outside สำหรับวัดด้านนอก และอีกด้านหนึ่งเขียนไว้ว่า inside สำหรับวัดด้านใน



การอ่าน ในรูปที่ 1 กรอบอินดิเคเตอร์ ผ่านหลักใหญ่ 2 ถัดขึ้น 0 ตรงกับ 85
ฉะนั้น อ่านจำนวนนี้ได้ว่า 2.850

แต่สเกลเวอเนียบนตัวเลื่อน แบ่งเป็น 25 ช่อง และตรงกับ 24 ช่องบนสเกลบรรทัด

ฉะนั้น ความยาวของส่วนแบ่ง 24 ช่องคิดเป็น $24 \times 0.025 = 0.600$ นิ้ว
ช่วงการแบ่งของ 1 เวอเนียดิวชัน (Vernier Division) เป็น $\frac{1}{25} \times .600$
 $= 0.024$

ความแตกต่างระหว่าง 1 ช่วงบนสเกลบรรทัดและบนสเกลเวอเนียเป็น 0.001 นิ้ว

ในรูปที่ 2 กรอบอินดิเคเตอร์ผ่านเลข 2 และ 0 บนเวอเนียผ่านเลข 85 แสดงว่าอ่านได้ 2.85 เส้นบนเวอเนียเส้นที่ 18 ตรงเป็นเส้นเดียวกับบรรทัด
ความต่างของช่องหนึ่ง ๆ เป็น .001 ฉะนั้น 18 ช่องเป็น $18 \times .001 = .018$ นำไปรวมกับ 2.850 ได้ $2.850 + .018 = 2.868$

ตัวอย่าง จงอ่านสเกลที่ $\frac{1}{40}$ ซึ่งอยู่บนเวอเนีย เมื่ออินดิเคเตอร์ผ่านช่วงหลักใหญ่ เป็น 5 เพิ่มด้วยหลัก 4 บน 10 ($= \frac{4}{10}$) และหลัก 8 บน 40 ($= \frac{3}{40}$) เส้นบนเวอเนียตรงกับเส้นบนสเกลบรรทัดที่ 8

วิธีทำ หลักใหญ่ 5

หลัก $\frac{1}{10}$ เป็น 4 = .4

หลัก $\frac{1}{40}$ เป็น 3 = $3 \times 0.025 = 0.075$

สเกลเวอเนียตรงสเกลบรรทัดที่ 8 = $8 \times 0.001 = 0.008$

ฉะนั้น อ่านได้ $5 + .4 + 0.075 + 0.008 = 5.483$

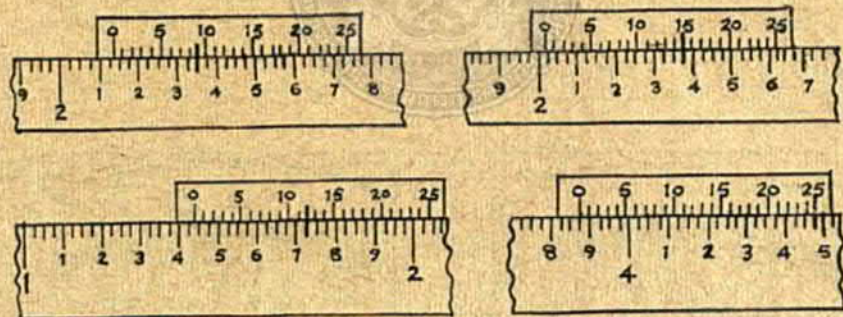
แบบฝึกหัดที่ 6.5

1. จงหาจำนวนที่อ่านได้จากเวเนียคาลิปเปอร์ดังนี้

จำนวนหลักใหญ่ หลักที่ $\frac{1}{10}$ หลักที่ $\frac{1}{40}$ เส้นบนเวเนียตรง
กับเสกลบนบรรทัด

1.1	8	4	2	12
1.2	2	1	1	8
1.8	1	6	8	4
1.4	0	3	2	4
1.5	4	5	0	21
1.6	2	0	8	17
1.7	5	0	0	2
1.8	6	7	1	18

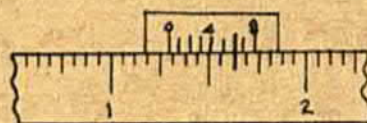
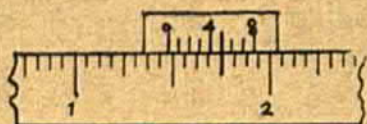
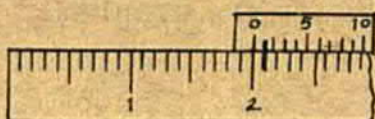
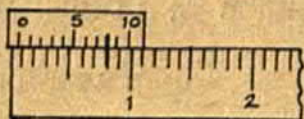
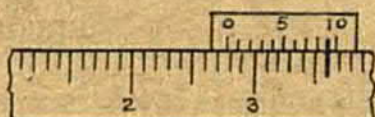
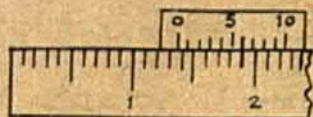
2. จงอ่านจำนวนเลขที่ปรากฏบนเวเนียคาลิปเปอร์ในแผนภาพต่อไปนี้



3. จงตั้งเวเนียคาลิปเปอร์ในการอ่าน

(3.1) 0.887 (3.2) 8.416 (3.3) 2.289 (3.4) 4.568

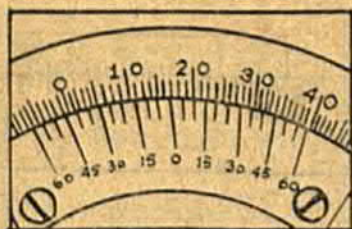
4. ข้างล่างนี้เป็นเวเนียที่ใช้กับเสกล $\frac{1}{16}$ บนเวเนียแบ่งเป็น 8 ส่วน ตรงกับ 7 ส่วนบนบรรทัด จงอธิบายวิธี จะใช้เวเนียในการอ่านใกล้เคียงกับ $\frac{1}{128}$ และในแผนภาพเวเนียต่อไปนี้ เป็นจำนวนเลขเท่าใด.



5. จงสร้างแผนภาพเวเนีย ใช้สเกล $\frac{1}{16}$ แล้วแสดงจำนวนเลข

(5.1) $1 \frac{31}{128}$ (5.2) $1 \frac{5}{64}$ (5.3) $1 \frac{27}{32}$ (5.4) $1 \frac{39}{64}$

เวเนียบนโปรแทรกเตอร์สเกล



ส่วนโปรแทรกเตอร์ แบ่งเป็นสเกล สเกลหนึ่งๆเรียกว่า องศา ส่วนใน
เวเนีย แบ่งเป็น 2 ส่วน จาก 0 ถึง 60 ทั้งด้านซ้ายและด้านขวา แบ่งออก
เป็นช่องใหญ่ 12 ช่อง แต่ละช่องนี้ เพียงแบ่งเป็น 2 ฉะนั้นจึงนับได้ว่าเป็น
24 ส่วน บนเวเนียเทียบสมนัยกับ 28 สเกลบนโปรแทรกเตอร์

ดูในรูปที่ 2 ต่อดินกิกเตอร์ 0 เวอเนียร์เลข 12 บนโปรแทรกเตอร์
เส้นแสดง 50 องศา บนเวอเนียร์ตรงเป็นเส้นเสกของโปรแทรกเตอร์ จะ
แสดงว่าในภาพนี้ อ่านจากเวอเนียร์โปรแทรกเตอร์ได้ $12^{\circ} 50'$

การที่เสกบนเวอเนียร์ เป็น 2 ตอน นับจาก 0 ไปทั้งซ้ายและขวา ก็
แสดงว่า เพื่อจะวัด มุมทางโค้งได้จาก 0

แบบฝึกหัดที่ 6.6

1 จงอ่านเวอเนียร์โปรแทรกเตอร์ต่อไปนี้



2. จงเขียนแผนภูมิของโปรแทรกเตอร์และเวอเนียร์ทั้งสำหรับแสดง

2.1 $45^{\circ} 15'$

2.2 $80^{\circ} 20'$

2.3 $15^{\circ} 55'$

2.4 $25^{\circ} 0'$

2.5 $114^{\circ} 85'$

2.6 $0^{\circ} 45'$

บทที่ 7

การคำนวณในงานที่ใช้เครื่องมือทางช่าง

ในวงการอุตสาหกรรม เครื่องมือที่ใช้ในงานช่างมีมากมายหลายอย่าง เช่น เครื่องมือใช้ในการลับ การตัด การเจาะ การขุด การกลึง ฯลฯ และถ้าจะให้มีประสิทธิภาพในงานจริง ๆ ก็มักใช้เครื่องมือไฟฟ้า หรือที่ใช้กับเครื่องยนต์ไฟฟ้า ในที่นี้ จะนำมากล่าวแต่บางชนิดที่ใช้ในการคำนวณทางวิชาช่างเท่านั้น

Cutting speed ความเร็วในการกัดโลหะหรือไม่ หรือตัด เจาะ ขุด หรือ ความเร็วที่เครื่องมือได้มีการกระทำใด ๆ กับชิ้นงาน เรียกว่า cutting speed คิดเป็นฟุตต่อนาที อัตราความเร็วนี้จะมากหรือน้อย ขึ้นอยู่กับสภาพของวัสดุ ชนิด และแบบของเครื่องมือ รวมทั้งความสำเร็จของงาน

1. **Cutting speed** ของหินลับ หมายถึงการที่จุดบนขอบ หรือเส้นรอบวงของหินลับ เดินไปบนเนื้อวัสดุที่ถูกลับเป็นจำนวนฟุตใน 1 นาที ฉะนั้นทุก ๆ ครั้งที่วงล้อหมุนไป 1 รอบ จุดสัมผัสบนวงล้อของหินลับจะเดินไปบนสิ่งที่ถูกลับเป็นระยะทางเท่ากับเส้นรอบวงของหินลับ หรือวงล้อหน้า และในเวลา 1 นาที ที่หินลับหรือวงล้อหมุนไปกี่รอบก็ตาม จะที่ระยะ cutting speed นั้นกับชิ้นงาน

1.1 อัตราเร็วของการหมุน หรือกำลังหมุน ของตัวเครื่องมือ เช่น ตัวไบมีค หรือวงล้อของหินลับ คิดเป็นรอบต่อนาที (revolution per minute) เขียนตัวย่อว่า r. p. m.

ตัวอย่างที่ 1.1.1 จงหา cutting speed ของหินลับขนาด 7 นิ้ว (เส้นผ่าศูนย์กลาง) มีกำลังหมุน 2,000 r. p. m.

วิธีทำ

$$\text{เส้นรอบวงของหินลับ} = 8.14 \times \frac{7}{12} \text{ ฟุต}$$

$$\begin{aligned} \text{cutting speed} &= 2,000 \times 8.14 \times \frac{7}{12} \\ &= 9,668 \text{ ฟุตต่อนาที} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.1.2. ถ้าหินลับขนาด 10 นิ้ว มี cutting speed 5,000 ฟุต

ต่อนาที จงหา r.p.m.

วิธีทำ

สมมุติให้กำลังหมุนเป็น x r. p. m.

cutting speed $= x \times 8.14 \times \frac{10}{12}$ ฟุตต่อนาที

แต่ cutting speed $= 5,000$ ฟุตต่อนาที

$$\therefore x \times 8.14 \times \frac{10}{12} = 5,000$$

$$x = 1,911 \text{ r. p. m.}$$

$\therefore$ กำลังหมุนเป็น 1,911 r. p. m.

แบบฝึกหัดที่ 7.1

1. จงคำนวณหา cutting speed ของหินลับขนาด 8 นิ้ว มีกำลังหมุน 2,400 r. p. m.
2. จงคำนวณหาความเร็วของขอบนอกวงล้อขนาด 20 นิ้ว กำลังหมุน 900 r. p. m.
3. สกูรอกขนาด 6 นิ้ว ลามต่อเครื่องยนต์ไฟฟ้าซึ่งมีกำลังหมุน 1,400 r. p. m. จงคำนวณหาความเร็วของสายพานเป็นฟุตต่อนาที (ถ้าสายพานไม่หลวม)
4. จงคำนวณ cutting speed ของหินลับต่อไปนี้ โดยคิดเลขนี้สำคัญเพียง 2 ตัว
 - 4.1 เส้นผ่าศูนย์กลาง 4 นิ้ว กำลังหมุน 5,000 r. p. m.
 - 4.2 „ „ 22 „ „ 800 r. p. m.
 - 4.8 „ „ 16 „ „ 1,800 r. p. m.
 - 4.4 „ „ 12 „ „ 2,700 r. p. m.
5. จงคำนวณหา r. p. m. ของหินลับขนาด 8 นิ้ว มี cutting speed ต่อไปนี้
 - 5.1 4,000 ฟุต ต่อนาที
 - 5.2 6,000 „ „

6. จงหากลังหมุนต่อนาทีของลูกรอกขนาด 6 นิ้ว มีกำลังขับสายพาน 400 ฟุตต่อนาที
7. จงหา r. p. m. สูงสุดของล้อตุนกำลัง (fly wheel) ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 26 นิ้ว เมื่อมีความเร็วรอบนอกไม่เกิน 1 ไมล์ต่อนาที
8. จงหากลังหมุน r. p. m. ของหินลับต่อไปนี้ ต้องการเลขนัยสำคัญเพียง 2 ตัว
 - 8.1 เส้นผ่าศูนย์กลาง 4 นิ้ว cutting speed 6,000 ฟุตต่อนาที
 - 8.2 " " 22 " " 4,500 "
 - 8.8 " " 80 " " 5,500 "
 - 8.4 " " 2 " " 5,000 "
9. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของหินลับซึ่งใช้เฟลาหมุนมีกำลัง 8,000 รอบต่อนาที ต้องการ cutting speed 5,000 ฟุตต่อนาที
10. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของหินลับ ซึ่งใช้เฟลาที่มีกำลังหมุน 850 รอบต่อนาที cutting speed 4,000 ฟุตต่อนาที
11. สายพานส่งของมีความเร็ว 100 ฟุตต่อนาที แรงขับสายพานของรอกหมุน 86 รอบต่อนาที จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกรอก
12. หินลับมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางต่าง ๆ กัน ตั้งแต่ 1 นิ้วถึง 8 นิ้ว และขนาด 10 นิ้ว 12 นิ้ว 14 นิ้ว 16 นิ้ว — — — จนถึง 86 นิ้ว จงเลือกหินลับที่ถูกต้องกับขนาดที่มี cutting speed
 - 12.1 5,000 ฟุตต่อนาที r. p. m. 3188
 - 12.2 4,000 ฟุตต่อนาที r. p. m. 700
 - 12.8 5,500 ฟุตต่อนาที r. p. m. 7,000
 - 12.4 6,000 ฟุตต่อนาที r. p. m. 716
18. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกรอกซึ่งมีกำลังหมุน 800 r. p. m. และอัตราเร่ง 1,500 ฟุตต่อนาที

- | | | | | |
|-----|-------------------------|---------------|-------|--------------|
| 8.1 | เส้นผ่าศูนย์กลาง 4 นิ้ว | cutting speed | 6,000 | ฟุตก่อนนำที่ |
| 8.2 | " | " 22 " | " | " |
| 8.8 | " | " 30 " | " | " |
| 8.4 | " | " 2 " | " | " |

9. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของหินลับซึ่งใช้เฟลามีกำลัง 8,000 รอบต่อนาที
ต้องการ cutting speed 5,000 ฟุตต่อนาที
10. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของหินลับ ซึ่งใช้เฟลามีกำลังหมุน 850 รอบต่อนาที
cutting speed 4,000 ฟุตต่อนาที
11. สายพานส่งของมีความเร็ว 100 ฟุตต่อนาที แรงขับเคลื่อนของรอกหมุน
86 รอบต่อนาที จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกรอก
12. หินลับมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางต่าง ๆ กัน ตั้งแต่ 1 นิ้ว ถึง 8 นิ้ว และ
ขนาด 10 นิ้ว 12 นิ้ว 14 นิ้ว 16 นิ้ว — — — จนถึง 86 นิ้ว จงเลือก
หินลับที่ถูกต้องกับขนาดที่มี cutting speed

12.1	5,000 ฟุตต่อนาที	r. p. m.	3188
12.2	4,000 ฟุตต่อนาที	r. p. m.	700
12.3	5,500 ฟุตต่อนาที	r. p. m.	7,000
12.4	6,000 ฟุตต่อนาที	r. p. m.	716
13. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกรอกซึ่งมีกำลังหมุน 800 r. p. m. และอัตราเร็ว
1,500 ฟุตต่อนาที

14. จงหาขนาดของลูกรอกซึ่งมีกำลังหมุน 2,400 r.p.m. อัตราแรงแรง
ขับสายพาน 4,000 ฟุตต่อนาที

2. การเจาะและการขุด

2.1 **Cutting speed** ของการเจาะ คือจำนวนเป็นฟุตที่เครื่องมือเจาะลงไป
ในโลหะหรือไม้ซึ่งเป็นชิ้นส่วนของงานใน 1 นาที

ในการเจาะนี้ คมนอกของดอกสว่าน จะตัดเนื้องานเข้าไปมีระยะเท่ากับ 1 วง
รอบของตัวดอกสว่านนั่น ถ้าดอกสว่านหมุน 240 r.p.m. คมนอกของดอกสว่านก็
จะเดินลึกเข้าไปในเนื้อวัสดุนั้น เป็น 240 เท่าของเส้นรอบวงใน 1 นาทีเช่นกัน
เรียกว่า cutting speed ของการเจาะ เช่นในการเจาะรูขนาด 2 นิ้ว ดอกสว่านจะ
ต้องหมุน 240 r.p.m. ฉะนั้น cutting speed จะเป็นเส้นรอบวงของรูที่เจาะ
(ซึ่งเท่ากับคมนอกของเครื่องมือเจาะ) $\times$ r.p.m.

$$= \frac{2}{12} \times \frac{22}{7} \times 240$$

$$= 126 \text{ ฟุตต่อนาที}$$

2.2 **Cutting speed** ของการขุด เช่นเดียวกับข้อ 2.1 หาได้โดยการคูณเส้น
รอบวงของหัวขุด และจำนวนกำลังหมุน r.p.m. เช่น หัวขุดขนาด 5 นิ้ว มีกำลัง
หมุน 80 r.p.m. สามารถมี cutting speed $= \frac{5}{12} \times \frac{22}{7} \times 80$

$$= 89 \frac{2}{7} \text{ ฟุตต่อนาที}$$

ตัวอย่างที่ 2.2.1 ใบมีดขนาด 4 นิ้ว ติดกับเครื่องขุด ถ้า cutting speed
ไม่เกิน 200 ฟุตต่อนาที จงหา กำลังหมุน r.p.m.

วิธีทำ สมมติให้กำลังหมุน เป็น x r.p.m.

$$\therefore \text{cutting speed เป็น } 8.14 \times x \times \frac{4}{12} = 1.05x \text{ ฟุตต่อนาที}$$

แต่ cutting speed เป็น 200 ฟุตต่อนาที

$$\therefore 1.05 x = 200$$

$$x = 190.4$$

$\therefore$ กำลังหมุนต้องไม่เกิน 190 r.p.m.

2.3 ความลึกในการเจาะ 1 รอบ

ระยะที่ดอกสว่านเจาะเข้าไปในเนื้อวัสดุ 1 รอบ เรียกว่า feed ความลึกของ feed ขึ้นอยู่กับขนาดของดอกสว่านและแบบของวัสดุ และเป็นสิ่งจำเป็นเหลือเกินที่จะต้องรู้ความลึกของ feed เพื่อจะได้คำนวณเวลาที่ต้องใช้เจาะ เพื่อให้ได้ความลึกตามต้องการ

ตัวอย่าง 2.3.1 จงหาเวลาในการเจาะรู 4 รู ทุก ๆ รู มีเส้นผ่าศูนย์กลาง $1\frac{1}{2}$ นิ้ว ลึก $2\frac{1}{2}$ นิ้ว และกำลังเจาะ 1 รอบเป็น 0.012 นิ้ว กำลังหมุน 720 r.p.m. และเวลาตกแต่งงานเพิ่มอีก 60 วินาที

$$\begin{aligned} \text{เจาะ 1 รู ต้องใช้จำนวนรอบ} & \quad \frac{2.5}{.012} \text{ รอบ} \\ \text{เวลาที่ใช้สำหรับเจาะ 1 รู นาน} & \quad \frac{2.5}{.012 \times 720} \text{ นาที} \\ \text{เวลาที่ใช้สำหรับเจาะ 4 รู} & \quad \frac{2.5 \times 4}{.012 \times 720} \text{ นาที} \\ & = 1.16 \text{ นาที} \end{aligned}$$

เสียเวลาตกแต่งงาน 1 นาที ∴ เวลาที่ใช้ทั้งสิ้น $1.16 + 1 = 2.16$ นาที
คือ 2 นาที 10 วินาที

แบบฝึกหัดที่ 7.2

1. ดอกสว่านขนาด $1\frac{1}{8}$ นิ้ว กำลังหมุน 1,750 r.p.m. จงหา cutting speed
2. ดอกสว่านขนาด $\frac{3}{4}$ นิ้ว cutting speed 140 ฟุตต่อนาที จงหา r.p.m.
3. ไบมีตขนาด 6 นิ้ว กำลังหมุน 108 r.p.m. จงหา cutting speed
4. ไบมีตขนาด 6 นิ้ว ติดกับเครื่องชุด cutting speed ที่ใช้ในการชุด
อลูมิเนียมหล่อ 250 ฟุตต่อนาที จงหา r.p.m.
5. ต้องการเจาะรูในแผ่นเหล็กหล่อ ขนาดใหญ่ 1 นิ้ว และใช้ cutting speed
60 ฟุตต่อนาที จงหา กำลังหมุนของเครื่องเจาะนี้

6. จงหาเวลาในการเจาะรู

6.1 ลึก 4 นิ้ว ใช้ดอกสว่านขนาด 1 นิ้ว กำลังเจาะ 1 รอบเป็น 0.015 นิ้ว
กำลังหมุน 840 r.p.m.

6.2 ลึก $2\frac{3}{4}$ นิ้ว ใช้ดอกสว่านขนาด $\frac{1}{2}$ นิ้ว กำลังเจาะ 1 รอบเป็น 0.006 นิ้ว
กำลังหมุน 1,000 r.p.m.

6.8 ลึก $8\frac{1}{2}$ นิ้ว ใช้ดอกสว่านขนาด $\frac{3}{4}$ นิ้ว กำลังเจาะ 1 รอบเป็น 0.010 นิ้ว
cutting speed 60 ฟุตต่อนาที

7. ดอกสว่าน A กำลังหมุน 654 รอบต่อนาที cutting speed 40 ฟุต ต่อนาที
จงคำนวณหาเส้นผ่าศูนย์กลางของดอกสว่าน A ถ้ารายการนี้ถูกต้อง

3. Cutting speed ของการกลึง

ในการใช้เครื่องมือต่าง ๆ เช่น เครื่องลับ เครื่องเจาะ และเครื่องขุด เมื่อเครื่องมือที่ใช้ในการเจาะ ขุด หรือลับ หมุนไป cutting speed ก็คือเส้นผ่าศูนย์กลางของเครื่องมือ จะสัมพันธ์กับความเร็วที่เครื่องมือหมุน ในกรณีงานกลึง ไม่ใช่เครื่องมือหมุนทั้งที่กล่าวมาแล้ว งานเป็นตัวหมุน และ cutting speed ย่อมแล้วแต่เส้นผ่าศูนย์กลางของงานและความเร็วที่งานหมุน

Cutting speed ของงานกลึง คือ อัตราความเร็วที่งานได้ผ่านเครื่องมือ
ถักตรงจุดใดจุดหนึ่ง เป็นจำนวนฟุตต่อนาที

ตัวอย่างที่ 3.1 เพื่อเหล็กล้อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 นิ้ว จะนำเข้า
กลึง ซึ่งตั้งได้ระดับ กำลังหมุน 75 r.p.m. จงหา cutting speed

วิธีทำ เส้นรอบวงของงาน $= 8.14 \times \frac{8}{12}$ ฟุต

cutting speed เป็นฟุตต่อนาที

$$= 8.14 \times \frac{8}{12} \times 75$$

$$= 58.9 \quad \text{ฟุต}$$

ตัวอย่างที่ 3.2 เพลาอลูมิเนียมมีเส้นผ่าศูนย์กลาง $2\frac{1}{2}$ นิ้ว ให้นำไป
กลึงด้วยกำลัง Cutting speed 250 ฟุตต่อนาที จงหาอัตรากำลังหมุนที่เหมาะสม
ที่จะทึงบนเครื่องกลึง

วิธีทำ ให้กำลังหมุนเป็น x r.p.m.

Cutting speed $8.14 \times x \times \frac{5}{2 \times 12}$ ฟุตต่อนาที

$$\therefore 8.14x \times \frac{5}{24} = 250$$

$$x = 882$$

$\therefore$ กำลังหมุน 882 r.p.m.

แบบฝึกหัดที่ 7.3

1. จงหา cutting speed บนท่อนทองแดง เส้นผ่าศูนย์กลาง $1\frac{3}{8}$ นิ้ว กำลังหมุน 425 r.p.m.
2. งานชิ้นหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง $1\frac{1}{4}$ นิ้ว กำลังหมุน 160 r.p.m. จงหา cutting speed
3. นำไม้ทรงกระบอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 นิ้ว มากลึงด้วย cutting speed 1,000 ฟุตต่อนาที จงหาอัตรากำลังหมุนของเครื่องกลึง
4. จงหาอัตรากำลังหมุนของเครื่องกลึง เพื่อใช้งานต่อไปนี้
 - 4.1 ท่อนเหล็กหล่อ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง $1\frac{3}{4}$ นิ้ว cutting speed 60 ฟุตต่อนาที
 - 4.2 ล้ออลูมิเนียม ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 นิ้ว cutting speed 200 ฟุตต่อนาที
 - 4.3 เหล็กกล้าชิ้นหนึ่ง เส้นผ่าศูนย์กลาง $\frac{3}{4}$ นิ้ว cutting speed 66 ฟุตต่อนาที

5. ถ้าจะกลึงเพลาลโลหะด้วย cutting speed ประมาณ 80 ฟุตต่อนาที เพลานี้มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 4 นิ้ว จงหาค่าลึงหมุน
6. ท่อนอลูมิเนียมมีเส้นผ่าศูนย์กลาง $1\frac{1}{2}$ นิ้ว cutting speed ที่ใช้กลึง 800 ฟุตต่อนาที จงหาค่าลึงหมุนของเครื่องกลึง
7. จงหา cutting speed ที่ใช้กับเกียร์ 8 นิ้ว และจะนำไปกลึงใช้กำลังหมุน 78 r.p.m.

สรุปกฎสำหรับ cutting speed และ r.p.m.

สมมติให้ cutting speed ที่เกี่ยวข้องเป็น
เส้นผ่าศูนย์กลางของส่วนที่หมุนเป็น
กำลังหมุนเป็น
กึ่งนเส้นรอบวงของส่วนที่หมุนเป็น
cutting speed เป็น
แต่ cutting speed เป็น

S ฟุต ต่อ นาที

d นิ้ว

R r.p.m.

$\frac{\pi d}{12}$ ฟุต

$\frac{\pi d \times R}{12}$ ฟุตต่อ นาที

S ฟุตต่อ นาที

$$S = \frac{\pi d R}{12}$$

$$\text{หรือ } R = \frac{12 S}{\pi d}$$

ตัวอย่าง จงหา r.p.m. (โดยประมาณ) ของเครื่องกลึง ซึ่งมี cutting speed เป็น 55 ฟุตต่อนาที ชิ้นโลหะเหล็กหล่อมีเส้นผ่าศูนย์กลาง $1\frac{1}{2}$ นิ้ว

วิธีทำ

$$S=55 \quad d=1.5$$

$$\therefore \text{จำนวนรอบ} = \frac{55 \times 4}{1.5} = 147 \text{ รอบต่อ นาที}$$

$\therefore$ ต้องตั้งเครื่องกลึงให้มีกำลังหมุน 147 รอบต่อ นาที

แบบฝึกหัดที่ 7.4

1. จงหา cutting speed ของเครื่องมือต่อไปนี้

1.1 หินลับวงล้อเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 นิ้ว กำลังหมุน 1,580 r.p.m.

- 1.2 เครื่องชุดใบมีด 2 นิ้ว กำลังหมุน 105 r.p.m.
- 1.8 เพลาขนาด 8 นิ้ว นำมากลึง ต้องการกำลังหมุน 70 r.p.m.
- 1.4 คอกสว่านขนาด $\frac{5}{16}$ นิ้ว กำลังหมุน 1,100 r.p.m.
2. จงหา r.p.m. ของเครื่องมือต่อไปนี้
 - 2.1 วงล้อหินลับ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 นิ้ว cutting speed 5,000 ฟุตต่อนาที
 - 2.2 ใบมีดของเครื่องชุดขนาด $2\frac{7}{16}$ นิ้ว cutting speed 50 ฟุตต่อนาที
 - 2.8 เพลาขนาด $2\frac{1}{2}$ นิ้ว ต้องการความเร็วอัตราเร็ว 800 ฟุตต่อนาที
 - 2.4 คอกสว่านขนาด $\frac{3}{8}$ นิ้ว cutting speed 110 ฟุตต่อนาที
3. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของหินลับ ซึ่งมี cutting speed 7,000 ฟุตต่อนาที กำลังหมุน 1,910 r.p.m.
4. จงหาขนาดของสกรอกซึ่งมีอัตราเร็วรอบนอก 150 ฟุตต่อนาที และกำลังหมุน 104 r.p.m.
5. จงหา cutting speed ของหินลับ ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 นิ้ว และกำลังหมุน 8,000 r.p.m.
6. งานชิ้นหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 นิ้ว ใช้กำลังหมุน 95 r.p.m. ในการกลึง จะต้องใช้ cutting speed เท่าใด
7. ถ้าใบมีดของเครื่องชุดมีขนาด 6 นิ้ว และ cutting speed 150 ฟุตต่อนาที จงหา กำลังหมุนของใบมีด

บทที่ 8

อัตราส่วนและสัดส่วน

1. อัตราส่วน (Ratio)

ในการเปรียบเทียบของ 2 สิ่ง เช่น เส้นตรง AB ยาว 8 นิ้ว CD ยาว 2 เซนติเมตร เช่นนี้

A 8 นิ้ว B

C 2 เซนติเมตร D

เราต้องทำให้เป็นมาตราเดียวกันเสียก่อน จึงจะนำมาบวก ลบ คูณ หรือหารกันได้ เช่น สมมุติว่า AB ยาว 8" CD ยาว 1"

ดังนั้น AB ยาวเป็น 8 เท่าของ CD

$$\frac{AB}{CD} = \frac{8}{1}$$

$\frac{8}{1}$ เรียกว่า อัตราส่วน เขียนได้อีกอย่างหนึ่งว่า 8:1 อ่านว่า สามต่อหนึ่ง หลักเกณฑ์ก็คือ ของที่จะนำมาเปรียบเทียบกัน ต้องเป็นมาตราเดียวกัน และต้องเป็นเรื่องเดียวกัน จึงจะเปรียบเทียบกันได้ และเมื่อเป็นอัตราส่วนแล้ว จะอยู่ในรูปเศษส่วนง่ายๆ ไม่มีหน่วยหรือสเกลใดปนอยู่ด้วย

ตัวอย่างที่ 1.1 จงหาอัตราส่วนของเนื้อทวงกลม 2 วง ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 6 นิ้ว และ 10 นิ้ว ตามลำดับ

วิธีทำ เนื้อทวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 นิ้ว $= \pi \cdot 6^2 = 36\pi$

" " " " " 10 นิ้ว $= \pi \cdot 10^2 = 100\pi$

$$\therefore \text{อัตราส่วนระหว่างเนื้อของวงกลมทั้งสอง} = \frac{36\pi}{100\pi} = \frac{9}{25}$$

จำนวน $\frac{9}{25}$ คืออัตราส่วนที่เกิดจากการเปรียบเทียบเนื้อของวงกลมทั้งสอง

แบบฝึกหัดที่ 8.1

- ถ้า AB ยาว 4 นิ้ว และ CD ยาว 12 นิ้ว จงหาอัตราส่วนของความยาวของเส้นตรงทั้งสองนั้น

2. นส. มาลีหนัก 156 ปอนด์ หนูมาลีหนัก 91 ปอนด์ จงเปรียบเทียบน้ำหนักของคนทั้งสอง
3. อัตราส่วนของ 440 หลา และ 1 ไมล์ เป็นเท่าไร
4. จงหาอัตราส่วนของบรรทัดอันหนึ่งยาว 6 นิ้ว และอีกอันหนึ่งยาว 1 หลา
5. จงหาอัตราส่วนระหว่างความต้านทาน 100 โอห์ม และ 125 โอห์ม
6. คุณขาวได้รายได้เดือนละ 4,800 บาท แต่จ่ายเดือนละ 4,400 บาท
คุณแดงได้รายได้เดือนละ 4,200 บาท แต่จ่ายเดือนละ 4,000 บาท เงินที่เหลือจากรายจ่ายของคนทั้งสองต่างก็เก็บไว้ ดังนั้น จงหา
 - 6.1 อัตราส่วนของรายได้ของคนทั้งสอง
 - 6.2 อัตราส่วนของรายจ่ายของคนทั้งสอง
 - 6.3 อัตราส่วนของเงินที่คุณขาวเก็บไว้และรายได้ของเขา
 - 6.4 อัตราส่วนของเงินที่คุณแดงเก็บไว้ และรายได้ของเขา
 - 6.5 อัตราส่วนของเงินที่บุคคลทั้งสองเก็บไว้
7. ในการผสมซีเมนต์เพื่อการก่อสร้างอาคารหลังหนึ่ง ปรากฏว่า ส่วนผสมของซีเมนต์มี กรวดเล็ก 24 พลับ ททราย 16 พลับ และซีเมนต์ 8 พลับ จงหา
 - 7.1 อัตราส่วนของซีเมนต์ และกรวด
 - 7.2 อัตราส่วนของซีเมนต์ และกรวดกับททรายรวมกัน
 - 7.3 อัตราส่วนของซีเมนต์ และกรวด และททราย
8. วิตามินทุกแคปซูล ประกอบด้วย 10,000 i.u. ของวิตามิน A
1,750 i.u. ของวิตามิน D
จงหาอัตราส่วนของวิตามิน A และ D ใน 1 แคปซูล
9. รอก 2 ตัว มีเส้นผ่าศูนย์กลางขนาด 4 นิ้ว และ $6\frac{1}{2}$ นิ้ว ตามลำดับ มีสายพานลำนึงถึงกัน จงหาอัตราส่วนของเส้นผ่าศูนย์กลางของรอกทั้งสอง
10. จัตุรัส 2 รูป มีด้านยาว 5 นิ้ว และ 10 นิ้ว ตามลำดับ จงหา
 - 10.1 อัตราส่วนของความยาวของด้านของรูปทั้งสอง
 - 10.2 อัตราส่วนของเส้นรอบรูปของรูปทั้งสอง

- 10.8 อัตราส่วนของเนื้อที่ของรูปทั้งสอง
- 10.4 อัตราส่วนของเส้นทแยงมุมของรูปทั้งสอง
11. ทรงกระบอก 2 อัน มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 4 นิ้ว สูง 8 นิ้ว และเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 นิ้ว สูง 12 นิ้ว ตามลำดับ จงหา
- 11.1 อัตราส่วนของเส้นผ่าศูนย์กลางของทรงกระบอกทั้งสอง
- 11.2 อัตราส่วนของความสูงของทรงกระบอกทั้งสอง
- 11.8 อัตราส่วนของเนื้อที่ฐานของทรงกระบอกทั้งสอง
- 11.4 อัตราส่วนของปริมาตรของทรงกระบอกทั้งสอง
12. ถ้วยการใช้เชือกและรอกช่วยผ่อนแรง ชายคนหนึ่ง อาจจะยกน้ำหนัก 800 ปอนด์ โดยใช้แรงเพียง 50 ปอนด์ จงหาอัตราส่วนของกำลังน้ำหนักและกำลังดึง

2. สัดส่วน (Proportion)

ถ้า $\frac{A}{B} = \frac{1}{2}$ และ $\frac{C}{D} = \frac{1}{2}$ ดังนั้น $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ เช่นนี้ เรียกว่า A, B, C, D เป็นสัดส่วน

2.1 สัดส่วนตรง

เครื่องบินลำหนึ่งบินด้วยอัตราความเร็วสม่ำเสมอ 200 ไมล์ต่อชั่วโมง ถ้าเครื่องบินบินมาได้ 2 ชั่วโมง และ 5 ชั่วโมง จงเปรียบเทียบระยะทางที่บินได้ในเวลาทั้งสองคราว

ระยะเดินทาง 2 ชั่วโมง ได้ทาง 400 ไมล์

ระยะเดินทาง 5 ชั่วโมง ได้ทาง 1,000 ไมล์

อัตราส่วนของระยะทางทั้งสองคราว คือ $\frac{400}{1,000} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

อัตราส่วนของเวลาในการเดินทางทั้งสองคราว คือ $\frac{2}{5}$

ดังนั้น เมื่ออัตราส่วนทั้งสองเกิดเท่ากันขึ้น เรียกว่า ระยะทางและเวลาเป็นสัดส่วนกัน

และการที่เวลาเพิ่มขึ้นแล้วทำให้ระยะทางเพิ่มตามไปด้วยนี้ เราเรียกสัดส่วนประเภทนี้ว่า สัดส่วนตรง

ตัวอย่างที่ 2.1.1 ความต้านทานของตัวนำไฟฟ้า เป็นสัดส่วนกันกับ ความยาวของลวด ถ้าลวดหมายเลข 6 ยาว 1,000 ฟุต มีความต้านทาน 0.408 โอห์ม จงหาความต้านทานเมื่อลวดยาว 225 ฟุต

วิธีทำ สมมติให้แรงต้านทานในลวดยาว 225 ฟุต เป็น x โอห์ม

อัตราส่วนของความต้านทานของลวด 2 ขนาดเป็น $\frac{x}{.408}$

อัตราส่วนของความยาวของลวดทั้งสองเป็น $\frac{225}{1,000}$

$$\therefore \frac{x}{.408} = \frac{225}{1,000}$$

$$x = .091$$

ตัวอย่างที่ 2.1.2. วงหินลับมีดซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 10 นิ้ว และ 8 นิ้ว ตามลำดับ มีเพลตเดียวกัน ถ้าอัตราความเร็วในการลับของหินลับมีดอันแรกเป็น 4,800 ฟุต ต่อนาที จงหาอัตราเร็วในการลับของหินลับมีดอันที่สอง

วิธีทำ สมมติให้อัตราเร็วของวงหินลับมีดขนาด 8 นิ้ว เป็น x ฟุตต่อนาที

$\therefore$ อัตราส่วนของความเร็วของวงหินลับทั้งสองขนาดเป็น $\frac{4,800}{x}$

อัตราส่วนของเส้นผ่าศูนย์กลางของวงหินลับมีดทั้งสองเป็น $\frac{10}{8}$

$$\therefore \frac{4,800}{x} = \frac{10}{8}$$

$$x = 3,840$$

นั่นคือ อัตราเร็วของวงหินลับ ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 8 นิ้ว เป็น 3,840 ฟุตต่อนาที

แบบฝึกหัดที่ 8.2

จงทำทุกข้อให้เป็นรูปสัดส่วน แล้วแก้สมการ

1. คนงาน 6 คน ทำงานได้สัปดาห์ละ 264 บาท ถ้าท่านมีเงินที่จะจ่ายให้แก่คนงานได้ถึง 1,200 บาท ท่านจะจ้างคนงานได้อีกกี่คน
2. เครื่องจักร 8 เครื่อง ทำงานสัปดาห์หนึ่งๆ ได้ผลผลิต 1,500 ชิ้น ถ้าต้องการผลผลิต 2,500 ชิ้นต่อสัปดาห์ จะต้องใช้เครื่องจักรกี่เครื่อง

8. ความสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เป็นสัดส่วนตรงกับความยาวของด้าน
ถ้าสามเหลี่ยมด้านเท่ามีด้านหนึ่งยาว 4 นิ้ว ความสูงเป็น 3.464 นิ้ว จงหา
ความสูงของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีฐานดังต่อไปนี้

$$8.1 \quad 8 \text{ นิ้ว} \quad 8.2 \quad 2 \text{ นิ้ว} \quad 8.3 \quad 5 \text{ นิ้ว}$$

$$8.4 \quad 10 \text{ นิ้ว} \quad 8.5 \quad \frac{1}{8} \text{ นิ้ว} \quad 8.6 \quad 0.0888 \text{ นิ้ว}$$

4. ความยืดของลวดสปริงเป็นสัดส่วนกับน้ำหนักที่ถ่วง ถ้าน้ำหนักที่ถ่วงเป็น
15 กรัม ลวดสปริงจะยืดออก 1.2 เซนติเมตร จงหา

4.1 ความยืดของลวดสปริงที่มีน้ำหนักถ่วงดังต่อไปนี้

$$(1) \quad 10 \text{ กรัม} \quad (2) \quad 32 \text{ กรัม} \quad (3) \quad 7 \text{ กรัม}$$

4.2 น้ำหนัก เมื่อลวดสปริงยืดออกดังต่อไปนี้

$$(1) \quad 6 \text{ ซม.} \quad (2) \quad 0.8 \text{ ซม.} \quad (3) \quad 5.8 \text{ ซม.}$$

2.2 สัดส่วนกลับ

เครื่องบิน A ใช้เวลา 4 ชั่วโมงบินได้ระยะทาง 840 ไมล์ ส่วนเครื่องบิน
B ใช้เวลา 6 ชั่วโมง ในการบินระยะทางที่เท่ากัน

$$\text{ดังนั้น อัตราความเร็วของ } A = \frac{840}{4} = 210 \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง}$$

$$\text{อัตราความเร็วของ } B = \frac{840}{6} = 140 \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง}$$

$$\therefore \text{อัตราความเร็วของ } A : B = 210 : 140 = 3 : 2$$

$$\text{อัตราเวลาที่ใช้ของ } A : B = 4 : 6 = 2 : 3$$

จะเห็นว่าอัตราส่วนตัวบน และตัวล่างเป็นส่วนกลับกัน แสดงว่าอัตรา
ความเร็วของเครื่องบินเป็นสัดส่วนกลับกับเวลาที่ใช้นบิน หรือ เวลาที่เครื่องบิน
ใช้นบินเป็นสัดส่วนกลับกับอัตราความเร็ว

ถ้า $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$ แสดงว่า a และ b เป็นสัดส่วนกลับกับ c และ d

ตัวอย่างที่ 2.2.1 เมื่ออุณหภูมิคงที่ ปริมาตรของก๊าซเป็นสัดส่วนกลับกับความกดบนก๊าซนั้น ถ้าปริมาตรอากาศเป็น 50 ลูกบาศก์ฟุต เมื่อความกดเป็น 20 ปอนด์ต่อตารางฟุต ถ้าตั้งมีปริมาตรอากาศ 5 ลูกบาศก์ฟุต จะมีความกดเป็นเท่าไร

วิธีทำ ให้ความกดใหม่เป็น p ปอนด์ ต่อตารางฟุต

อัตราส่วนของปริมาตรของก๊าซตามปกติและในตั้งใหม่เป็น $\frac{50}{5}$

อัตราส่วนของความกดเป็น $\frac{20}{p}$

เมื่อปริมาตรเป็นสัดส่วนกลับกับความกด $\therefore \frac{50}{5} = \frac{p}{20}$

$$P = 200$$

$\therefore$ ความกดของก๊าซในตั้งจะเป็น 200 ปอนด์ต่อ 1 ตารางฟุต

แบบฝึกหัดที่ 8.3

- เวลาที่รถคันหนึ่งจะต้องใช้ในการวิ่งทางระยะหนึ่งซึ่งคงที่ เป็นสัดส่วนกลับกับอัตราเร็วของรถคันนั้น ถ้ารถใช้เวลาวิ่งทางระยะหนึ่งใน 5 วินาที และอัตราเร็วของรถคันนั้นเป็น 80 ไมล์ต่อชั่วโมง อยากทราบว่า รถคันนั้นจะต้องใช้อัตราเร็วเท่าใด จึงจะวิ่งทางระยะเดิมในเวลา 8 วินาที
- ข้ออื่นหนึ่งสามารถจะรับน้ำหนักได้เป็นสัดส่วนกลับกับระยะของเสาตั้งรับข้อ ถ้าข้อสามารถรับน้ำหนักได้ 10 ตัน เมื่อเสาตั้งรับข้ออื่นนั้นห่างกัน 8 ฟุต จงหาว่าข้อจะสามารถรับน้ำหนักได้เท่าไร ถ้า
 - เสาตั้งรับข้อห่างกัน 6 ฟุต
 - เสาตั้งรับข้อห่างกัน 10 ฟุต
 - เสาตั้งรับข้อห่างกัน 20 ฟุต
- ถ้าออกซิเจนขนาด 5 ลูกบาศก์ฟุต มีความกดบนออกซิเจน 200 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว จากกฎที่ว่า ปริมาตรของก๊าซเป็นสัดส่วนกลับกับความกดบนก๊าซนั้น จงหาว่า

8.1 จะบรรจุออกซิเจนเท่าไร จึงจะมีความกด 20 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว

8.2 จะต้องปล่อยออกซิเจนออกจากถังเป็นจำนวนเท่าใด ถ้าความกดลดลงเป็น 150 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว

4. จงหาปริมาตรของก๊าซต่อไปนี้

4.1 เมื่อความกดบนก๊าซ 200 ลูกบาศก์ ฟุต เป็น 20 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว ถูกเปลี่ยนเป็น 90 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว

4.2 เมื่อความกดบนก๊าซ 800 ลูกบาศก์นิ้ว เป็น 200 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว ถูกเปลี่ยนเป็น 80 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว

5. รถไฟกระบวนหนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 50 ไมล์ต่อชั่วโมง ใช้เวลาเดินทางจากสถานี ก. ถึงสถานี ข. 24 นาที ถ้ารถกระบวนนี้เพิ่มอัตราเร็วเป็น 65 ไมล์ต่อชั่วโมง จะใช้เวลาแล่นนานเท่าใดจึงจะถึงสถานี ข.

6. จำนวนคนงานที่ทำงานวางท่อก๊าซ เป็นสัดส่วนกลับกับจำนวนเวลาที่ใช้ทำงานนั้นและถ้าคนงาน 6 คน วางท่อก๊าซได้ 1 ไมล์ ใน 20 วัน จงหา

6.1 เวลาที่คนงาน 15 คน วางท่อก๊าซยาว 1 ไมล์

6.2 จำนวนคนงานที่จะวางท่อก๊าซยาว 1 ไมล์ ในเวลา 2 วัน

7. ถ้า a, b, c, d เป็นเลข 4 จำนวน ซึ่ง a และ b เป็นอัตราส่วนกลับกับ c และ d

7.1 จงหา a เมื่อ $b = 5, c = 6, d = 10$

7.2 จงหา b เมื่อ $a = 8, c = 7, d = 4$

7.3 จงหา d เมื่อ $a = 5, b = 8$ และ $c = 10$

บทที่ 9

การนำอัตราส่วนและสัดส่วนไปใช้ในงานช่าง

1. เฟือง ในกระบวนเฟืองด้วยกัน เฟืองตัวที่ติดกับเพลาชับ เรียกว่าเฟืองขับ และเฟืองที่รับกับเฟืองขับซึ่งติดกับเพลาลื่น เรียกว่า เฟืองตาม

เฟือง 2 ตัว จะต้องวางติดกัน ให้ฟันกินกัน เช่น เฟือง A และเฟือง B มีจำนวนฟันเท่ากัน จะหมุนด้วยอัตราเร็วเท่ากัน แต่ในทางตรงกันข้าม เช่น A หมุนตามเข็มนาฬิกา จะทำให้ B หมุนทวนเข็มนาฬิกาไปในทางตรงข้ามกัน

สมมุติว่า เฟือง A มีฟัน 20 ซี่ หมุนจนกระทั่งฟันทุกซี่ผ่านจุด C บนเฟือง B เรียกว่าเฟือง A หมุนครบรอบ และจะทำให้เฟือง B หมุนครบรอบเหมือนกัน ถ้าเฟือง B มีฟัน 20 ซี่เช่นเดียวกัน แต่ถ้าเฟือง B มี 40 ซี่ เฟือง A ก็จะต้องหมุน 2 รอบ จึงจะทำให้เฟือง B หมุน 1 รอบ ในกรณีนี้ จึงทราบว่าอัตราส่วนของความเร็วของเฟือง A และเฟือง B เป็น 2:1

ถ้าเฟือง A มี 20 ซี่ แต่เฟือง B มี 60 ซี่ เฟือง A จะต้องหมุน 3 รอบ จึงจะทำให้เฟือง B หมุน 1 รอบ ฉะนั้นอัตราส่วนของความเร็วของเฟือง A และเฟือง B เป็น 3:1

ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วและจำนวนฟันของเฟือง เป็นสัดส่วนกลับกัน หรือเรียกว่า อัตราเร็วของเฟืองแปรกลับกับจำนวนฟันของเฟือง เช่น เฟือง 2 ตัว ทำงานประสานกัน เฟืองขับฟัน 72 ซี่ เฟืองตามมี 18 ซี่ ถ้าเฟืองขับมีกำลังหมุน 200 r.p.m. เฟืองตามจะมีกำลังหมุนเท่าใด

ให้กำลังหมุนของเฟืองตาม เป็น x r.p.m.

จำนวนฟันของเฟืองขับที่ผ่านจุดสัมผัสใน 1 นาที $= 72 \times 200$

จำนวนฟันของเฟืองตามที่ผ่านจุดสัมผัสใน 1 นาที $= 18 x$

ฉะนั้น

$$18 \times \quad = 72 \times 200$$

$$x = 800 \text{ r.p.m.}$$

ในกรณีนี้ จะเห็นว่า อัตราส่วนของความเร็วของเฟืองขับ และเฟืองตามเป็น

$$\frac{200}{800} \text{ หรือ } \frac{1}{4}$$

อัตราส่วนของจำนวนฟันของเฟืองขับและเฟืองตาม เป็น

$$\frac{72}{18} \text{ หรือ } \frac{4}{1}$$

ฉะนั้นจะเห็นได้ว่า ความเร็วของเฟืองขับและเฟืองตาม เป็นสัดส่วนกลับกันกับจำนวนฟันของเฟืองทั้งสอง จึงเกิดกฎเกณฑ์ดังนี้

$$\frac{\text{r.p.m. ของเฟืองตาม}}{\text{r.p.m. ของเฟืองขับ}} = \frac{\text{จำนวนฟันของเฟืองขับ}}{\text{จำนวนฟันของเฟืองตาม}}$$

ตัวอย่าง ถ้าเฟืองขับมีฟัน 64 ซี่ กำลังหมุน 60 r.p.m. จะต้องใช้เฟืองตามขนาดของฟันเท่าใด จึงจะมีกำลังหมุน 48 r.p.m.

วิธีทำ สมมติให้เฟืองตามมีจำนวนฟัน t ซี่

อัตราส่วนของเฟืองขับและเฟืองตามเป็น $\frac{64}{t}$

อัตราส่วนของความเร็วของเฟืองขับและเฟืองตาม เป็น $\frac{60}{48}$

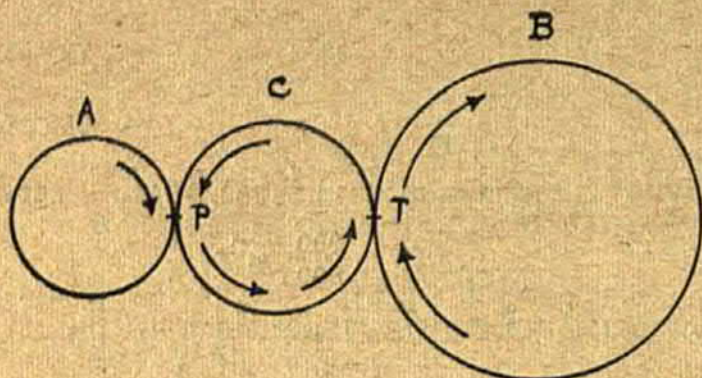
$$\therefore \frac{64}{t} = \frac{48}{60}$$

$$t = 80$$

ฉะนั้น เฟืองตามมีฟันจำนวน 80 ซี่

2. เฟืองช่วยกลับ (idler)

ถ้าต้องการจะถ่ายกำลังจากเพลลา A ไปยังเพลลา B และระยะทางจากเพลลา A ไปยังเพลลา B ห่างกันจนเกินไป ซึ่งถ้าจะใช้เฟือง 2 ตัวช่วยก็จะต้องการเฟืองใหญ่มาก จึงจำเป็นต้องมีเฟืองอีกตัวหนึ่งตรงกลาง เพื่อประสานเฟืองบนเพลลา กำลัง และเพลลาตาม และเฟืองที่มาช่วยนี้ เรียกว่า เฟืองช่วยกลับ (idler)



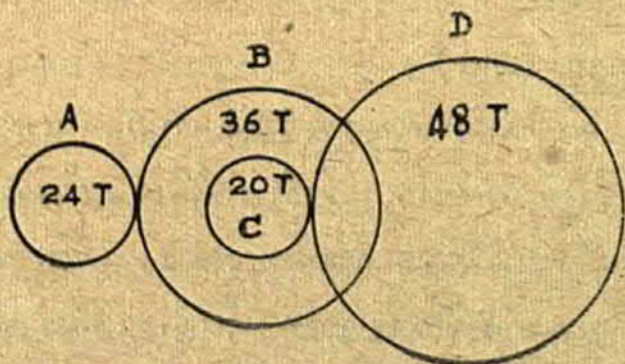
ในที่นี้ เฟืองช่วยกลับ (idler) คือเฟือง C

สมมติว่า เฟือง A มีฟัน 20 ซี่ เฟือง C มี 40 ซี่ และเฟือง B มี 80 ซี่ เมื่อ A หมุน 1 รอบ C หมุน $\frac{1}{2}$ รอบ แต่ในทิศทางตรงข้ามกับ A และเมื่อ C หมุน $\frac{1}{2}$ รอบ B หมุน $\frac{1}{4}$ รอบ ในทิศทางตรงกันข้ามกับ C คือหมุนทางเดียวกับเฟือง A ฉะนั้น ความเร็วของเฟือง C ไม่จำเป็นต้องนำมาคิดในการคำนวณ

แบบฝึกหัดที่ 9.1

- อัตราเร็วของเฟือง 2 ตัว เป็นอัตราส่วน 1:8 ถ้าเฟืองตัวเล็กมีกำลังหมุน 180 r.p.m. จงหากำลังหมุนของเฟืองตัวใหญ่
- เฟือง 2 ตัวมีอัตรากำลังหมุนเป็นอัตราส่วน 2.5:8 ถ้าเฟืองตัวใหญ่ มีจำนวนฟัน 72 ซี่ เฟืองตัวเล็กจะมีจำนวนฟันกี่ซี่
- เฟือง A มีฟัน 36 ซี่ เฟือง B มี 60 ซี่ เฟือง C มี 24 ซี่ และเฟือง D มี 72 ซี่ ถ้าเฟือง A มีกำลังหมุน 175 r.p.m. จงหากำลังหมุนของเฟือง D

8. เฟืองประกอบ (Compound gearing)



ในท่อนเฟือง A เป็นเฟืองขับ และเฟือง B เป็นเฟืองตาม แต่เฟือง C อยู่บนเพลาคู่เดียวกับเฟือง B เป็นเฟืองขับกับเฟือง D ฉะนั้น เฟือง D เป็นเฟืองตามของเฟือง C

ตัวอย่างที่ 3.1 ถ้า A มีกำลังหมุน 72 r.p.m. ฉะนั้น เฟือง D จะมีกำลังหมุนเท่าใด

อธิบาย เมื่อ B มีฟัน 36 ซี่ และ A มีฟัน 24 ซี่

ฉะนั้น เมื่อ A หมุน 1 รอบ B หมุน $\frac{24}{36}$ รอบ

เมื่อ A มีกำลังหมุน 72 r.p.m. B จะมีกำลังหมุน $72 \times \frac{24}{36}$ r.p.m.
 $= 72 \times \frac{2}{3}$ r.p.m.

แต่ C อยู่บนเพลาคู่เดียวกับ B ฉะนั้นมีกำลังหมุนเท่ากัน
 นั่นคือ C มีกำลังหมุน $72 \times \frac{2}{3}$ r.p.m.

แต่ C หมุน 1 รอบ D หมุน $\frac{20}{48}$ รอบ

$$\therefore \text{กำลังหมุนของ D} = 72 \times \frac{24}{36} \times \frac{20}{48}$$

$$= 20 \text{ r.p.m.}$$

ฉะนั้น ถ้าจะหากำลังหมุนของเฟืองตาม ใดก็ตาม ในหมู่เฟืองที่ทำหน้าที่ด้วยกัน ให้หาผลคูณของ กำลังหมุน จำนวนฟัน ของทุกเฟืองขับด้วยผลคูณของจำนวนฟันของเฟืองขับ

และในทางกลับกัน ถ้าจะหากำลังหมุนของเฟืองขับ ให้หาผลคูณของจำนวนกำลังหมุนของเฟืองตาม และจำนวนฟันของทุกเฟืองตามด้วยผลคูณของจำนวนฟันของเฟืองขับ

ตัวอย่างที่ 3.2 จากเฟือง A, B, C, D ในตัวอย่างที่ 1 จงหากำลังหมุนของ

A ถ้า D จะต้องมียกกำลังหมุน 20 r.p.m

$$\text{กำลังหมุนของเฟือง A} = \frac{20 \times 48 \times 36}{24 \times 20}$$

$$= 72 \text{ r.p.m}$$

ในการหาจำนวนฟันของเฟืองตาม ก็ใช้วิธีเดียวกันคือ หาผลคูณของกำลังหมุน และจำนวนฟันของเฟืองขับทุกเฟือง ด้วยผลคูณของกำลังหมุนและจำนวนฟันของเฟืองตามทุกตัวที่ทราบ

ตัวอย่างที่ 3.3 จากเฟือง A,B,C,D ในตัวอย่างที่ 1 ถ้า A มีกำลังหมุน 72 r.p.m. และ D มีกำลังหมุน 20 r.p.m. D จะต้องมีส่วนที่

วิธีทำ เฟือง D จะต้องมีส่วนที่ $\frac{72 \times 24 \times 20}{36 \times 20} = 48$ ซี่

ในการหาจำนวนฟันของเฟืองขับ ก็ใช้วิธีเดียวกัน คือ หาผลคูณของทุกจำนวนที่ทราบจากเฟืองตาม ด้วยผลคูณของทุกจำนวนที่ได้จากเฟืองขับ

ตัวอย่างที่ 3.4 จากเฟือง A,B,C,D ในตัวอย่างที่ 1 A จะต้องมีส่วนที่ กำลังหมุนเท่าใด ถ้า D ต้องมีส่วนที่ กำลังหมุน 20 r.p.m.

วิธีทำ กำลังหมุนของ A = $\frac{48 \times 20 \times 36}{24 \times 20} = 72$ r.p.m.

ตัวอย่างที่ 3.5 หินลับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 6" มีสายพานล้อมกับรอก ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 4" และกำลังหมุนของรอก 1,800 r.p.m. จงหา กำลังหมุนของหินลับ

ให้กำลังหมุนของหินลับเป็น x r.p.m.

ความเร็วของสายพานเป็น $\frac{\pi \times 4 \times 1,800}{12}$ ฟุต ต่อ นาที

ความเร็วของหินลับเป็น $\frac{\pi \times 6 \times x}{12}$ "

แต่ความเร็วของสายพานต้องเหมือนกันตลอด

$$\therefore \frac{4 \times \pi \times 1,800}{12} = \frac{\pi \times 6 \times x}{12}$$

$$\therefore x = 1,200$$

$\therefore$ กำลังหมุนของหินลับเป็น 1,200 r.p.m.

ในกรณี อัตราส่วนของเส้นผ่าศูนย์กลางของเฟืองขับ และเฟืองตามเป็น

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

อัตราส่วนของความเร็วของเฟืองขับและเฟืองตามเป็น $\frac{1,800}{1,200} = \frac{3}{2}$

ความเร็วของรอกเป็นส่วนกลับกับเส้นผ่าศูนย์กลาง ดังนั้น

$$\frac{\text{r.p.m. ของรอกตัวตาม}}{\text{r.p.m. ของรอกตัวขับ}} = \frac{\text{เส้นผ่าศูนย์กลางของรอกตัวขับ}}{\text{เส้นผ่าศูนย์กลางของรอกตัวตาม}}$$

$$\frac{\text{r.p.m. ของรอกตัวตาม}}{\text{r.p.m. ของรอกตัวขับ}} = \frac{\text{เส้นผ่าศูนย์กลางของรอกตัวขับ}}{\text{เส้นผ่าศูนย์กลางของรอกตัวตาม}}$$

ตัวอย่าง รอกขนาด 4" มีกำลังหมุน 200 r.p.m. ขับรอกขนาด 10" จงหา

กำลังหมุนของรอกนี้

วิธีทำ ให้กำลังหมุนของรอก 10" เป็น x r.p.m.

อัตราส่วนของเส้นผ่าศูนย์กลางของรอกทั้งสองเป็น $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

อัตราส่วนของกำลังหมุนเป็น $\frac{200}{x}$

$$\therefore \frac{200}{x} = \frac{5}{2}$$

$$x = 80 \text{ r.p.m.}$$

$\therefore$ รอกขนาด 10" มีกำลังหมุน 80 r.p.m.

แบบฝึกหัดที่ 9.2

1. เฟลาขับ มีกำลังหมุน 200 r.p.m. ติดกับเฟืองที่มีฟัน 86 ซี่ จงหาขนาดเฟืองที่จะติดกับเฟลาตาม ให้มีอัตรากำลังหมุน
 - (1.1) 50 r.p.m.
 - (1.2) 80 r.p.m.
 - (1.3) 300 r.p.m.
 - (1.4) 180 r.p.m.
2. เฟลาขับมีกำลังหมุน 500 r.p.m. จงหาอัตราเร็วของเฟลาตาม ซึ่งมีจำนวนฟันบนเฟืองขับ และจำนวนฟันบนเฟืองตาม ตามลำดับต่อไปนี้
 - (2.1) 80 และ 120
 - (2.2) 60 และ 40
 - (2.3) 20 และ 84
 - (2.4) 24 และ 70
3. เฟืองตัวหนึ่งมีฟัน 50 ซี่ กำลังหมุน 300 r.p.m. ตามทิศทางของเข็มนาฬิกา ขับเฟืองอีกตัวหนึ่งซึ่งมีฟัน 84 ซี่ ฉะนั้นตัวตามจะหมุนกี่รอบใน 1 นาที และหมุนในทิศทางใด

4. เฟืองตัวหนึ่งมีฟัน 120 ซี่ หมุนไปตามเข็มนาฬิกา ด้วยกำลังหมุน 75 r.p.m. ขับเฟืองช่วยกลับที่มีฟัน 24 ซี่ หมุนขับเฟืองตัวที่ 8 ซึ่งมีฟัน 40 ซี่ จงหาอัตรากำลังหมุนของเฟืองที่มีฟัน 40 ซี่
5. เฟลาขับมีอัตรากำลังหมุน 200 r.p.m. มีเฟืองที่มีฟัน 48 ซี่ ตอกกับเฟืองที่มีฟัน 56 ซี่ ซึ่งอยู่ปลายข้างหนึ่งของเฟลาตัวที่ 2 ปลายอีกข้างหนึ่งของเฟลาตัวที่ 2 มีเฟืองชนิดที่มีฟัน 80 ซี่ ขับฟันกับเฟืองตัวที่ 4 ที่มีฟัน 60 ซี่ บนเฟลาตัวที่ 8 จงหาอัตรากำลังหมุนของเฟลาตัวที่สาม

4. รอก กฏเกณฑ์ที่ใช้กับเฟือง นำมาใช้กับรอกได้ทุกกฎ เว้นเสียแต่ในเรื่องของรอกใช้คำนวณเส้นผ่าศูนย์กลางแทนฟันของเฟือง

ตัวอย่างที่ 4.1 รอก A มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 8" (หรือเรียกว่ารอกขนาด 8") หมุน 120 r.p.m. จะทำให้รอก B ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 12" มีกำลังหมุนเท่าใด



วิธีทำ รอก B เป็นตัวตาม รอก A เป็นตัวขับ

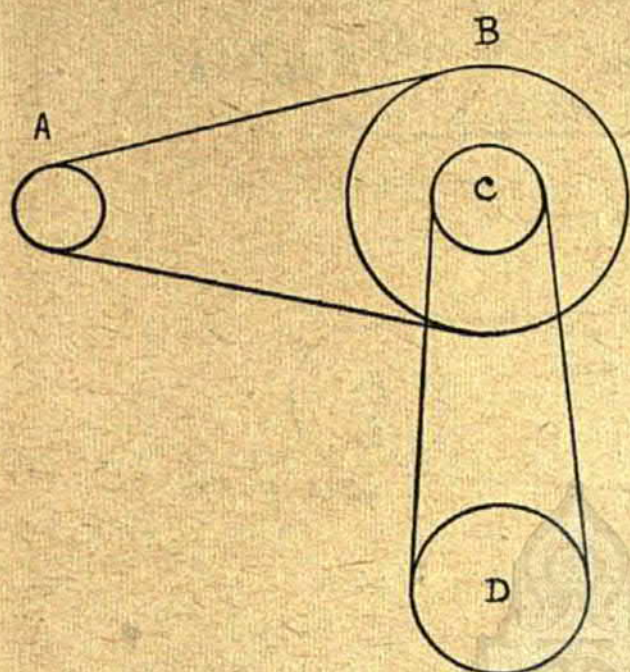
$$\therefore \text{กำลังหมุนของ B} = \frac{8 \times 120}{12} = 80 \text{ r.p.m.}$$

ตัวอย่างที่ 4.2 (รูปในตัวอย่างที่ 4.1) รอกขนาด 10" มีกำลังหมุน 140 r.p.m. ขับรอก B ให้มีกำลังหมุน 100 r.p.m. จงหาขนาดของรอก B

วิธีทำ รอก B มีเส้นผ่าศูนย์กลาง = $\frac{10 \times 140}{100} = 14$ "

ตัวอย่างที่ 4.3 รอก A ขนาด 8" รอก B ขนาด 20" รอก C ขนาด 10"

และรอก D ขนาด 16" ถ้ารอก A มีกำลังหมุน 200 r.p.m. จงหา กำลังหมุนของรอก D



วิธีทำ รอก B และ D เป็นตัวตาม
รอก A และ C เป็นตัวขับ

∴ กำลังหมุนของรอก D

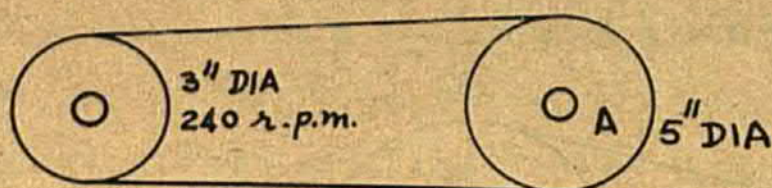
$$= \frac{200 \times 8 \times 10}{20 \times 16}$$

$$= 50 \text{ r.p.m.}$$

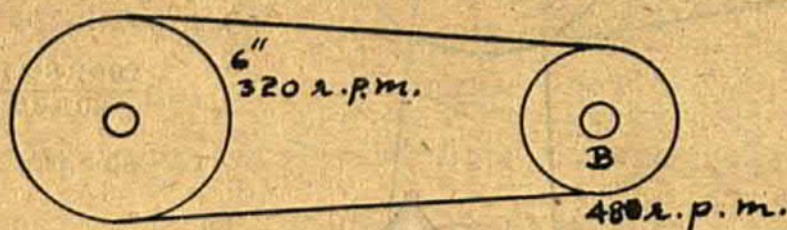
แบบฝึกหัด 9.3

1. พัฒนาระบายอากาศ ประกอบด้วยลูกรอกขนาด 14" ใช้กำลังจากเครื่องยนต์ไฟฟ้าซึ่งมีรอกขับ 8" ถ้ากำลังหมุนของมอเตอร์เป็น 1,680 r.p.m. จงหา กำลังหมุนของพัดลม
2. รอกขนาด 8" มีกำลังหมุน 120 r.p.m. มีสายพานไขว้กับรอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 12" จงหา กำลังหมุนของรอก 12"
3. เพลาซึ่งติดกับรอก 10" มีกำลังหมุน 860 r.p.m. มีสายพานโยงติดกับเพลาอื่นอีกตัวหนึ่ง ซึ่งมีกำลังหมุน 480 r.p.m. จงหาขนาดของรอกที่ติดกับเพลาที่ 2
4. สายพานซึ่งใช้กับรอกขนาด 8" มีกำลังหมุน 1,200 r.p.m. ถ้าเพลาที่มีสายพานต่อกับรอกเพลาหนึ่งซึ่งมีกำลังหมุน 1,000 r.p.m. จงหาขนาดของรอกที่จะใช้โน้ทน

5. 5.1 จงหากำลังหมุนของรอก A

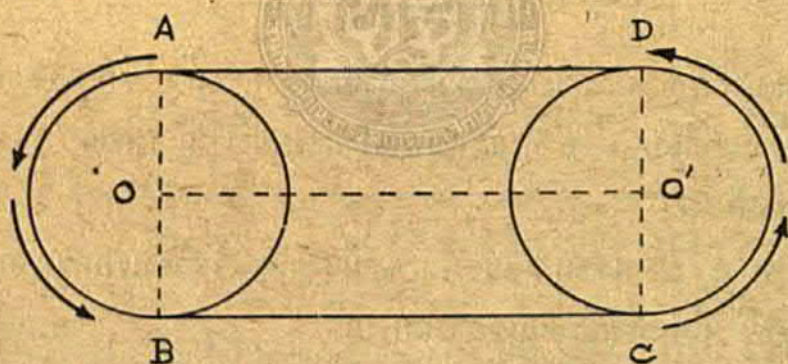


5.2 จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของรอก B



5. สายพานเปิด

5.1 ความยาวของสายพานเปิด ซึ่งโยงระหว่างตัวรอกเท่ากัน



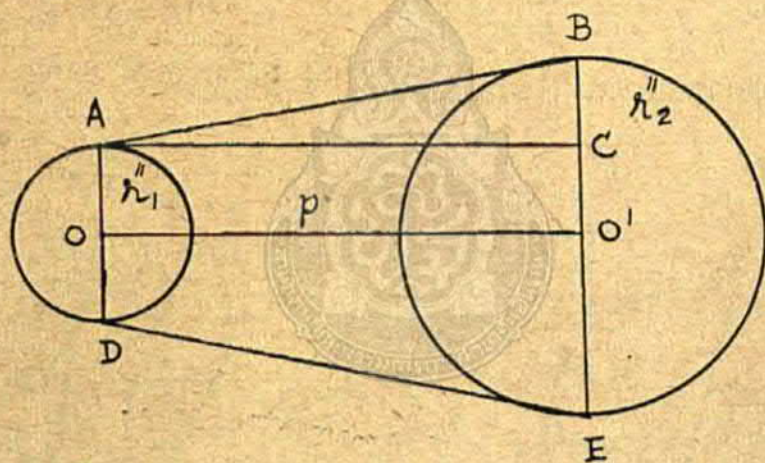
ในรูปจะเห็น สายพาน A B และ C D โยงระหว่างลูกรอกเท่ากัน 2 รอก และโค้งสัมผัสระหว่างสายพานกับตัวรอกตามลูกศรชี้ คือครึ่งของเส้นรอบวงของตัวรอก ฉะนั้น ในการหาความยาวของสายพานก็คือ

ระยะครึ่งเส้นรอบวง $AB + BC +$ ครึ่งเส้นรอบวง $CD + DA$ ก็คือ 2 เท่าของระยะระหว่างจุดศูนย์กลาง + เส้นรอบวงของรอก

ตัวอย่างที่ 5.1 จงหาความยาวของสายพานซึ่งโยงระหว่างรอกขนาด 4" 2 ตัว
วางห่างกัน มีระยะจุดศูนย์กลาง 7' 0"

วิธีทำ ระยะระหว่างศูนย์กลาง 7' $= 7 \times 12 = 84''$
เส้นรอบวงของรอก $= \frac{22}{7} \times 14 = 44''$
 $\therefore$ ความยาวของสายพาน $= 2 \times 84 + 44$
 $= 168 + 44$
 $= 212''$
 $= 17' 8''$

5.2 ความยาวของสายพานเปิด ที่โยงระหว่างตัวรอกไม่เท่ากัน



จะเห็นว่า โค้งสัมผัสของสายพานกับรอกตัวเล็ก $= \frac{1}{2}$ เส้นรอบวงของรอกตัวเล็ก θ

ถ้าสมมุติว่า รอกตัวเล็กมีรัศมี r_1 ฉะนั้น โค้งสัมผัส $= \pi r_1$

โค้งสัมผัสของสายพานและรอกตัวใหญ่ $= \frac{1}{2}$ เส้นรอบวงของรอกตัวใหญ่ θ^1

สมมุติว่ารอกตัวใหญ่มีรัศมี r_2 ฉะนั้น โค้งสัมผัส πr_2

สมมุติให้ระยะทางระหว่างเส้นผ่าศูนย์กลางเป็น p

ฉะนั้น ระยะ $AB = \sqrt{p^2 + (r_2 - r_1)^2}$

$$\text{ความยาวของสายพานทั้งหมด} = 2\sqrt{p^2 + (d_2 - d_1)^2} + \pi(r_1 + r_2)$$

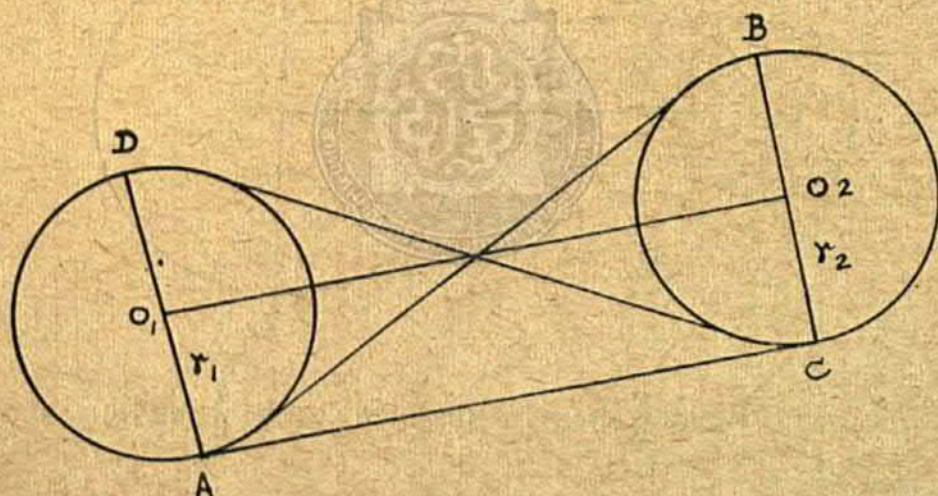
ตัวอย่างที่ 5.2.1 จงหาความยาวของสายพานเปิด ซึ่งโยงระหว่างรอก

2 ตัว ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 10" และ 24" และมีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 80"

วิธีทำ $r_1 = 5$, $r_2 = 12$
 $p = 80 = 8 \times 12 = 96$

$$\begin{aligned}\therefore \text{สายพานยาว} &= 2\sqrt{(96)^2 + 7^2} + \pi(5+12) \\ &= 2\sqrt{96^2 + 7^2} + 17\pi \\ &= 2\sqrt{9265} + 17 \times 3.14 \\ &= 245.88 \\ &= 20' 6''\end{aligned}$$

5.8 ความยาวของสายพานไขว้ที่โยงระหว่าง 2 รอกเท่ากัน



ความจริง โค้งสัมผัสนั้นเกินครึ่งของเส้นรอบวง แต่ตามการคิดความยาวของสายพานแล้ว อนุโลมให้เป็นครึ่งหนึ่งของเส้นรอบวงของรอก

$$\text{ฉะนั้น ครึ่งของเส้นรอบวงของวงกลม} = \frac{1}{2} \pi 2r$$

$$2 \text{ ครึ่งของเส้นรอบวงของวงกลม} = 2 \pi r$$

$$\text{ฉะนั้นความยาวของสายพานตรงโค้งสัมผัส} = 2 \pi r$$

$$\text{ความยาว } AB = \sqrt{(2r)^2 + AC^2}$$

และ AC คือระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลม

ฉนั้น ความยาวของสายพานก็คือ $\sqrt{(2r)^2 + (0.103)^2} + 2\pi r$

ตัวอย่างที่ 5.3.1 จงหาความยาวของสายพานไขว้ ซึ่งโยงระหว่างรอก
เท่ากัน 2 อันขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 18" มีระยะระหว่างจุดศูนย์กลาง 6' 8"

วิธีทำ โค้งสัมผัส 2 รอก = $18 \times 3.14 = 56.52$

$$\text{สายพานไขว้ } AB = \sqrt{(6' 8'')^2 + (18'')^2}$$

$$= \sqrt{(80)^2 + (18)^2}$$

$$= 82$$

$$2 \text{ เส้นไขว้} = 164$$

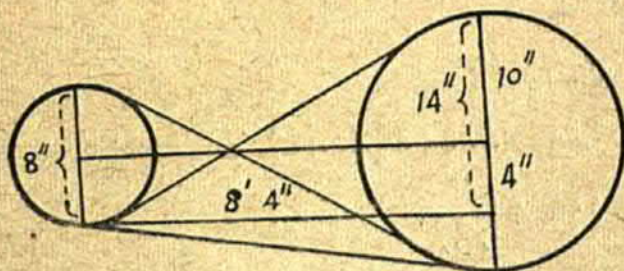
$$\therefore \text{ความยาวของสายพาน} = 164 + 56.52$$

$$= 220.52$$

$$= 18' 4.5''$$

6. สายพานไขว้โยงระหว่างรอกที่ไม่เท่ากัน

ตัวอย่างที่ 6.1 จงหาความยาวของสายพานไขว้ โยงระหว่างรอกขนาด
8" และ 20" และมีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 8' 4"



วิธีทำ สายพานตรงโค้งสัมผัส = $\frac{1}{2} \pi \times 8 + \frac{1}{2} \pi \times 20$

$$= \frac{3.14}{2} (8 + 20)$$

$$= 14 \times 3.14$$

$$= 43.96$$

$$\begin{aligned}
 \text{สายพานไขว้ 2 สาย} &= 2 \sqrt{14^2 + (8'4'')^2} \\
 &= 2 \sqrt{14^2 + 100^2} \\
 &= 201.94''
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ฉะนั้น ความยาวของสายพาน} &= 201.94'' + 48.96'' \\
 &= 245.9'' \\
 &= 20' 6''
 \end{aligned}$$

7. สูตรความยาวของสายพานโดยประมาณ

7.1 ในกรณีสายพานเปิด

ให้ c เป็นระยะระหว่างจุดศูนย์กลางรอก

R เป็นรัศมีของรอกตัวใหญ่

r เป็นรัศมีของรอกตัวเล็ก

$$\text{ฉะนั้น ความยาวของสายพาน} = 2c + \pi \frac{1}{4} (R+r)$$

ตัวอย่างที่ 7.1.1 จงหาความยาวโดยประมาณของสายพานเปิดโยงระหว่าง

รอก 10'' และ 14'' ระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 8'0''

$$\text{วิธีทำ } c = 8'0'' = 96''$$

$$R = 7''$$

$$r = 5''$$

$$\begin{aligned}
 \text{ความยาว} &= 2 \times 96 + \pi \frac{1}{4} (7+5) = 192 + 89'' \\
 &= 281'' \\
 &= 19' 8''
 \end{aligned}$$

7.2 กรณีสายพานไขว้

ให้ c เป็นระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง

R เป็นรัศมีของวงกลมวงใหญ่

r เป็นรัศมีของวงกลมวงเล็ก

$$\text{ความยาวของสายพาน} = 2c + \frac{3}{8}(R+r)$$

ตัวอย่างที่ 7.2.1 จงหาความยาวของสายพานไขว้ระหว่างรอกขนาด 8"

และ 20" มีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 8'4"

$$c = 8'4" = 100"$$

$$R = 10"$$

$$r = 4"$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ความยาวสายพาน} &= 200 + \frac{3}{8}(10+4) \\ &= 247.25" \\ &= 20'7\frac{1}{4}"\end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 9.4

1. จงคำนวณความยาวของสายพานเปิดที่จะโยงระหว่างรอกขนาด 18" เท่ากัน และมีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 6'6"
2. จงหาความยาวของสายพานเปิดระหว่างรอกขนาด 24" เท่ากัน มีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 8'0"
3. จะต้องใช้สายพานยาวเท่าใด จึงจะโยงระหว่างรอก 16" และระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 4'8"
4. จงหาความยาวของสายพานเปิดระหว่างรอกขนาด 12" และ 20" มีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 7'6"
5. รอกขนาด 16" และ 22" วางระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 9'5" จงหาความยาวของสายพานเปิด
6. รอกขนาด 8" และ 16" วางระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 5'4" จงหาความยาวของสายพานเปิด
7. จงหาความยาวของสายพานไขว้ โยงระหว่างรอกขนาด 18" เท่ากัน มีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 6'0"

8. รอกขนาด 20" วางห่างกันจากจุดศูนย์กลางถึงจุดศูนย์กลาง 9' 0" จงหาความยาวของสายพานไขว้
9. รอก 2 ตัว ขนาด 12" และ 20" มีระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลาง 7' 6" จงหาความยาวของสายพานที่จะใช้ระโหยงว่างรอกทั้งสองนี้ และถ้าใช้รอกขนาด 8" และ 16" สายพานจะต้องยาวเท่าใด



บทที่ ๑๐

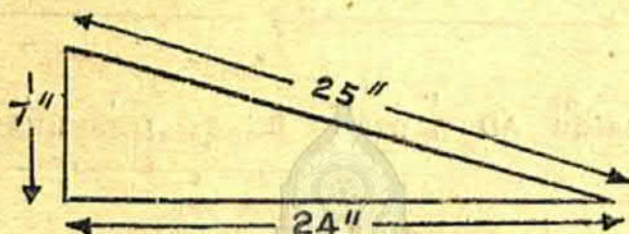
เรขาคณิตในงานช่าง

1. รูปสามเหลี่ยม

1.1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เมื่อกำหนดความยาวของ ๘ ด้านให้ เนื้อที่รูปสามเหลี่ยมใช้สูตร $A = \frac{1}{2}bh$
(เมื่อ A เป็นเนื้อที่ b เป็นฐาน และ h เป็นสูง)

ตัวอย่างที่ 1.1.1 จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม เมื่อกำหนดความยาว
ด้านเป็น 7, 24 และ 25 นิ้ว ตามลำดับ



วิธีทำ ผลบวกของจัตุรัสบนด้านสั้น

$$7^2 + 24^2 = 625$$

จัตุรัสบนด้านยาวสุด

$$25^2 = 625$$

ฉะนั้น สามเหลี่ยมรูปนี้เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{เนื้อที่ } \Delta = \frac{1}{2}bh$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times 7 \quad (b = 24'', h = 7'')$$

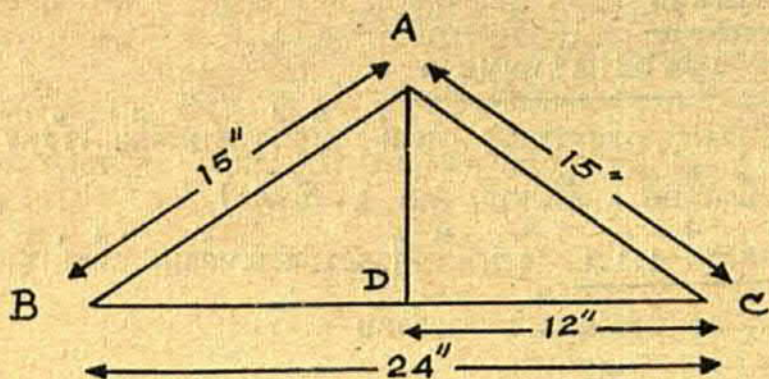
$$= 84$$

สามเหลี่ยมรูปนี้มีเนื้อที่ 84 ตารางนิ้ว

1.2 สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ในรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ถ้าลากเส้นจากจุดยอดมุมของสามเหลี่ยม
มายังฐาน เส้นตรงนั้นจะเป็นส่วนสูง และอาจจะคำนวณความสูงของสามเหลี่ยมได้
เมื่อกำหนดความยาวของด้านให้

ตัวอย่างที่ 1.2.1 จงหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC มีฐาน BC ยาว 24 นิ้ว และ 2 ด้านที่เท่ากันยาว 15 นิ้ว



วิธีทำ ลากเส้น AD ตั้งฉากกับ BC จุด D ย่อมแบ่งครึ่ง BC และ $DC = 12$ นิ้ว

$\triangle ADC$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\therefore \text{ความยาวของ } AD = \sqrt{15^2 - 12^2}$$

$$= 9$$

$$\therefore \text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม } ABC = \frac{1}{2} \times 24 \times 9$$

$$= 108 \text{ ตารางนิ้ว}$$

แบบฝึกหัดที่ 10.1

1. จงหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีความยาวด้านดังต่อไปนี้

1.1 9", 40", และ 41"

1.2 12", 85", และ 87"

1.3 16", 68", และ 65"

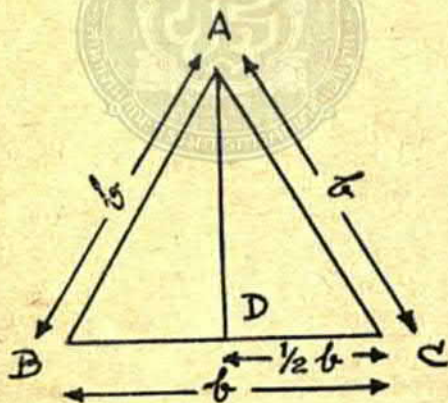
1.4 24 ซม., 45 ซม. และ 51 ซม.

2. จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วซึ่งมีความยาวด้านตามที่กำหนด

2.1	18"	18"	และ 10"
2.2	20"	20"	และ 82"
2.8	17"	17"	และ 60"
2.4	22"	61"	และ 61"
2.5	10"	10"	และ 6"
2.6	6.0'	6.0'	และ 4.8'
2.7	100'	100'	และ 180'

1.3 ส่วนสูงและเนื้อที่ของสามเหลี่ยมด้านเท่า

ถ้าความยาวของด้านของสามเหลี่ยมยาวด้านละ b หน่วย จงหาสูตรของสามเหลี่ยมเพื่อจะหา (1) ส่วนสูง (2) เนื้อที่



ให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า แต่ละด้านยาว b หน่วย
AD เป็นเส้นตั้งฉากที่ลากจาก A มายัง BC

(1) DC ยาว $\frac{1}{2}$ ของ BC

$$\therefore DC = \frac{1}{2} b \text{ หน่วย}$$

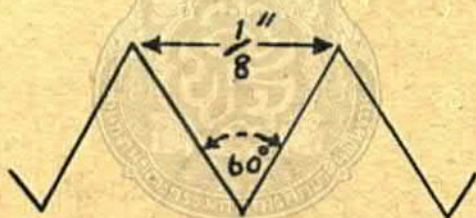
ให้ AD ยาว h หน่วย

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } \triangle ADC \text{ ความยาวของ AD คือ } h &= \sqrt{b^2 - (.5b)^2} \\
 &= \sqrt{.75b^2} \\
 &= \sqrt{.75} b \\
 &= .866 b
 \end{aligned}$$

(2) ให้เนื้อที่ของสามเหลี่ยม ABC เป็น A ตารางหน่วย

$$\begin{aligned}
 \text{แต่เนื้อที่ของสามเหลี่ยม } A &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= \frac{1}{2} b \times .866 b \\
 &= .488 b^2 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.8.1 หน้าตัดของตะปูควงเป็นดังในรูปมีระยะห่างของศูนย์กลางเกลียวหนึ่งๆเป็น $\frac{1}{8}$ นิ้ว ซึ่งรอยลึกลงไปทีหน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมก้านเท่า จงหาความลึกของเกลียวหนึ่ง



วิธีทำ

$$\text{ระยะห่างของเกลียว} = \frac{1}{8} \text{ นิ้ว}$$

$$\text{ฉะนั้นความลึกของร่องเกลียว} = .8666 = .866 \times \frac{1}{8} = .108 \text{ นิ้ว}$$

$$\text{ความลึกของร่องเกลียวคือ } .108 \text{ นิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ 1.8.2 จงหาเนื้อที่รูปสามเหลี่ยมก้านเท่าซึ่งแต่ละก้านยาว 6 นิ้ว

วิธีทำ

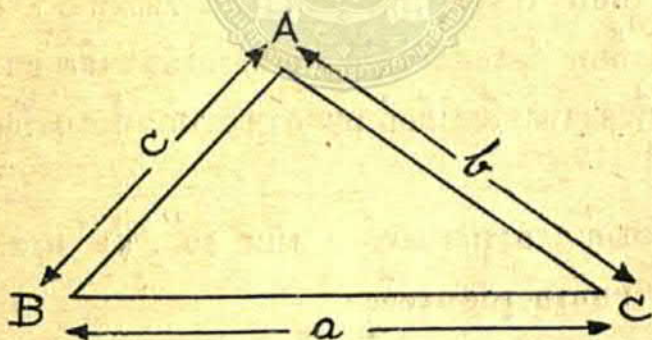
$$\text{เนื้อที่รูปสามเหลี่ยม } A = .488 \times 36$$

$$= 15.6 \text{ ตารางนิ้ว}$$

แบบฝึกหัดที่ 10.2

1. จงคำนวณหาความสูงของสามเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งมีด้านยาวดังต่อไปนี้
 - 1.1 20 นิ้ว 1.2 4.5 นิ้ว 1.3 $8\frac{1}{8}$ นิ้ว
2. จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีด้านยาวดังต่อไปนี้
 - 2.1 6 นิ้ว 2.2 8 ซม. 2.3 2.5 นิ้ว 2.4 $4\frac{1}{8}$ นิ้ว
3. จงหาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อรูปสามเหลี่ยมมีความสูงดังต่อไปนี้
 - 3.1 8.464 นิ้ว 3.2 8.86 นิ้ว 3.3 1.00 นิ้ว
4. จงคำนวณหาเนื้อที่ของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งมีด้านยาว
 - 4.1 1 นิ้ว 4.2 8 นิ้ว 4.3 10 นิ้ว 4.4 5.5 นิ้ว

1.4 การหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยมซึ่งกำหนดความยาวของด้านทั้งสามให้



สามเหลี่ยม ABC มีด้านตรงข้ามมุม A, B, C ยาว a, b และ c ตามลำดับ

ให้เส้นรอบรูปทั้งหมดยาว 2S

ให้เนื้อที่ของสามเหลี่ยมเป็น A ตารางหน่วย

ฉะนั้นสูตรของเนื้อที่ของสามเหลี่ยมจะเขียนได้ว่า

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ตัวอย่างที่ 1.4.1 เกาะแห่งหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยม ถ้าด้านทั้งสามยาว

210, 200 และ 290 หลาตามลำดับ จงหาเนื้อที่ของเกาะนี้

ให้ด้าน $a = 200$ หลา $b = 210$ หลา $c = 290$ หลา

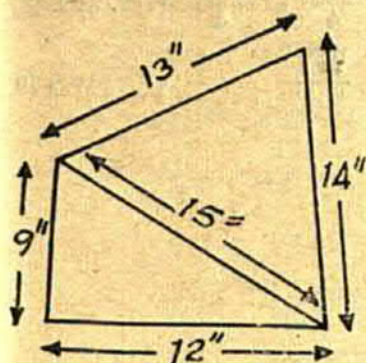
$$\therefore s = \frac{200+210+290}{2} = 350$$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{350(350-200)(350-210)(350-290)} \\ &= \sqrt{350 \times 150 \times 140 \times 60} \\ &= 21,000 \text{ ตารางหลา} \end{aligned}$$

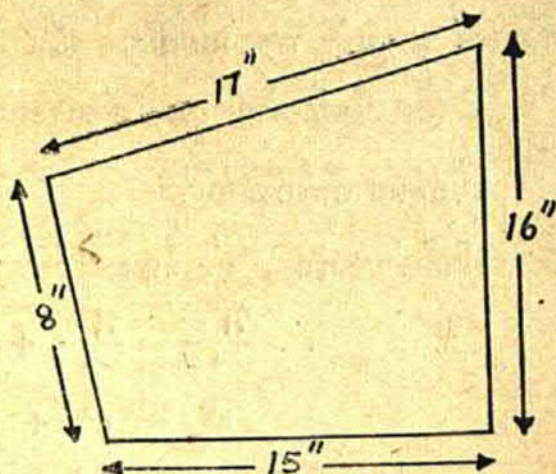
แบบฝึกหัดที่ 10.3

1. จงหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยม ซึ่งมีด้านยาว 13", 14" และ 15"
2. สามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีด้านยาว 40", 40" และ 64" จงหา
 - 2.1 เนื้อที่ โดยใช้สูตรของเส้นรอบรูป
 - 2.2 เนื้อที่ โดยหาส่วนสูง ซึ่งลากมาตั้งได้ฉากกับด้าน 64"
3. ด้านของรูปสามเหลี่ยมยาว 5", 12" และ 13" จงหา
 - 3.1 เนื้อที่ โดยใช้สูตรการหาเนื้อที่สามเหลี่ยมด้วย s
 - 3.2 เนื้อที่ โดยแสดงว่าเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากเสียก่อน
4. จงหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวด้านทั้งสามเป็น 20", 48" และ 52"
5. ความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม เป็น 29", 86" และ 25" จงหา
 - 5.1 เนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม
 - 5.2 ความยาวของส่วนสูงทั้งสาม
6. จงหาเนื้อที่ของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีด้านยาวต่อไปนี้
 - 6.1 8", 5" และ 6"
 - 6.2 4', 20' และ 18'
 - 6.3 10 ซม., 6 ซม. และ 8 ซม.
 - 6.4 90 ม., 80 ม. และ 26 ม.

7. จงหาเนื้อที่ของรูปต่อไปนี้



(7.1)



(7.2)

8. เนื้อที่ของสามเหลี่ยมกลายเป็นสัดส่วนกับจัตุรัสบนด้านคู่สมนี้

8.1 ถ้าสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีเนื้อที่ 490 ตารางฟุต และมีฐานยาว 35 ฟุต จงหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมคล้าย ที่มีฐานยาว 80 นิ้ว

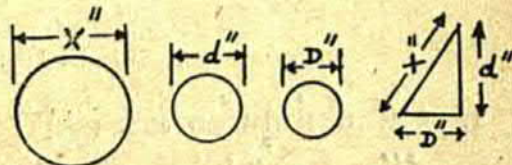
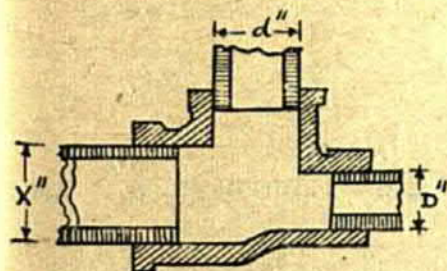
8.2 ฐานของสามเหลี่ยมรูปหนึ่งยาว 40 นิ้ว เนื้อที่ของสามเหลี่ยมเป็น 975 ตารางฟุต จงหาความยาวของฐานของรูปสามเหลี่ยมซึ่งคล้ายรูปนี้ และมีเนื้อที่ 240 ตารางฟุต

1.5 การนำสูตรของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากไปใช้ในงานช่าง

1.5.1 กำลังความจุของท่อ

ในงานช่าง กำลังความจุของท่อเป็นสัดส่วนกับเนื้อที่หน้าตัดของท่อนั้น ๆ

1.5.1.1 การหาขนาดของท่อซึ่งมีกำลังความจุเท่ากับอีก 2 ท่อ ที่กำหนดให้



ให้เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อเล็ก 2 ท่อ เป็น d และ D หน่วย

เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อที่สาม เป็น x หน่วย

ฉะนั้น เนื้อที่หน้าตัดของ 2 ท่อแรกรวมกับ $= \frac{\pi d^2}{4} + \frac{\pi D^2}{4}$ ตารางหน่วย

เนื้อที่หน้าตัดของท่อที่สาม $= \frac{\pi x^2}{4}$ ตารางหน่วย

เมื่อความจุเท่ากัน เนื้อที่หน้าตัดย่อมเท่ากัน

$$\therefore \frac{\pi x^2}{4} = \frac{\pi d^2}{4} + \frac{\pi D^2}{4}$$

$$x^2 = d^2 + D^2$$

ความสัมพันธ์ระหว่างท่อทั้งสามก็เช่นเดียวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อที่สาม เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ส่วนเส้นผ่าศูนย์กลางของอีก 2 ท่อ เป็นด้านประกอบมุมฉาก

หมายเหตุ ในการหาขนาดของท่อใช้เส้นผ่าศูนย์กลางวงใน

ตัวอย่าง จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อซึ่งมีความจุจากน้ำในท่อขนาด 2" และ 8" รวมกัน

วิธีทำ ให้เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อที่ต้องการหา ยาว x "

$$\therefore x^2 = 2^2 + 8^2$$

$$= 18$$

$$x = \sqrt{18}$$

$$= 8.6$$

ในกรณีเช่นนี้ ท่อที่จะใช้ต้องเป็นขนาด 4"

๕๖๔
แบบฝึกหัดที่ 10.4

1. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อหน้าซึ่งจะรับกระแสจากท่อขนาด 8" และ 8 $\frac{1}{2}$ " และจะใช้ท่อมาตรฐานขนาดใด

2. จงหาขนาดของท่อที่จะมีความจุเท่าที่น้ำไหลจาก

2.1 2 ท่อ ขนาด $\frac{1}{2}$ "

2.2 2 ท่อ ขนาด 1"

2.3 2 ท่อ ขนาด $\frac{1}{2}$ " และ 1"

2.4 ท่อหนึ่งขนาด 4" และอีกท่อหนึ่งขนาด 6"

2.5 ท่อหนึ่งขนาด 8.5" และอีกท่อหนึ่งขนาด 4"

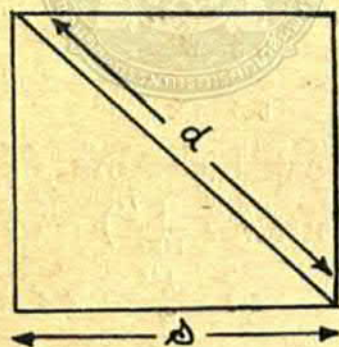
2.6 ท่อขนาด 2" 8 ท่อ

2.7 ท่อขนาด 1", 2" และ 3"

2.8 ท่อขนาด 8" 2 ท่อ และ 5" 1 ท่อ

8. งานประปาจะต้องใช้ท่อขนาด $\frac{1}{2}$ " เป็นจำนวนเท่าไร จึงจะรับน้ำจากท่อใหญ่ขนาด 6" ถ้าทุกท่อจะต้องรับน้ำเต็มกำลังความจุตลอดเวลา

2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



การหาสูตรระหว่างเส้นทแยงมุมและด้าน

สมมุติให้ s เป็นความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

d เป็นความยาวของเส้นผ่าศูนย์กลาง

$$d^2 = s^2 + s^2$$

$$= 2s^2$$

$$d = \sqrt{2} s$$

$$= 1.414 s$$

สูตร 1. เส้นทแยงมุม = $1.414 \times$ ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ในทำนองเดียวกัน $s = \frac{\sqrt{2}}{2} d = 0.707 d$

2. ด้าน = 0.707 ของเส้นทแยงมุม

แบบฝึกหัดที่ 10.5

1. จงหาความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้านยาวต่อไปนี้
1.1 5'' 1.2 10'' 1.3 1'' 1.4 2'' 1.5 8'' 1.6 25''.

2. นำไม้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ไปกลึงมุมทำให้เป็นวงกลม จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมนั้นใกล้เคียง $\frac{1}{100}$ นิ้ว ไม้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวดังต่อไปนี้
2.1 $\frac{1}{2}$ '' 2.2 $\frac{1}{4}$ '' 2.3 0.625'' 2.4 1.25''

3. จงคำนวณหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นทแยงมุมยาวดังต่อไปนี้

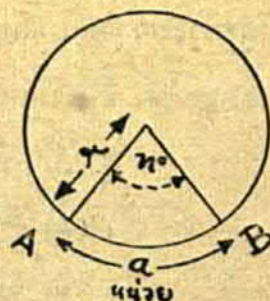
3.1 4'' 3.2 15'' 3.3 20''
3.4 1'' 3.5 2'' 3.6 x''

4. จงหาขนาดที่ใหญ่ที่สุดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่ทำจากไม้กระดานกลม ซึ่งมีรัศมีดังต่อไปนี้ (คิดค่าใกล้เคียง $\frac{1}{100}$)

4.1 $\frac{1}{2}$ '' 4.2 $\frac{3}{4}$ '' 4.3 $\frac{1}{2}$ '' 4.4 $\frac{1}{2}$ ''

3. เชกเตอร์ของวงกลม

ในการคำนวณหาเชกเตอร์ของวงกลม จะต้องนึกถึงรูปสามเหลี่ยมที่มีฐานเป็นส่วนโค้งรองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม



ให้เนื้อที่ของเซกเตอร์เป็น A ตารางหน่วย

ความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมเป็น a หน่วย

ความยาวของรัศมีเป็น r หน่วย

ฉะนั้น สูตร เขียนได้ว่า $A = \frac{1}{2} ar$

ถ้ามุมของเซกเตอร์เป็น n°

8.1 ส่วนโค้งของเซกเตอร์จะเป็น $\frac{360}{n}$ ของเส้นรอบวงของวงกลม

8.2 เนื้อที่ของเซกเตอร์จะเป็น $\frac{360}{n}$ ของเนื้อที่วงกลม

ตัวอย่างที่ 3.1.1 จงหาเนื้อที่ของเซกเตอร์ของวงกลมรัศมี $5''$ และส่วนโค้ง $8''$

วิธีทำ

$$r = 5 \quad a = 8$$

$$A = \frac{1}{2} ar$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 5$$

$$= 7.5 \text{ ตารางนิ้ว}$$

ตัวอย่างที่ 3.1.2 จงหาความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุมของเซกเตอร์เป็น 50° ในวงกลมซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว $12''$

วิธีทำ เส้นรอบวงของวงกลมยาว $= 8.14 \times 12$

ความยาวของส่วนโค้ง $= \frac{50}{360} \times 8.14 \times 12$

$= 5.2 \text{ นิ้ว}$

แบบฝึกหัดที่ 10.6

1. จงคำนวณหาเนื้อที่ของเซกเตอร์ของวงกลมดังต่อไปนี้

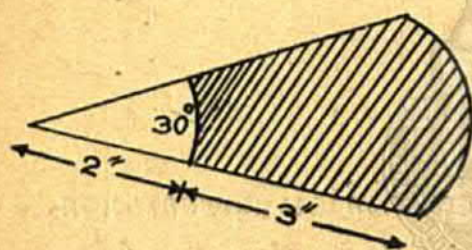
1.1 ส่วนโค้งยาว $8''$ รัศมี $8''$

1.2 ส่วนโค้งยาว 5.4 ซม. รัศมียาว 6.8 ซม.

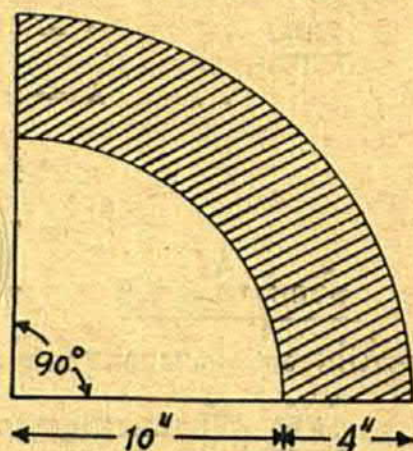
1.3 ส่วนโค้งยาว $5\frac{3}{4}''$ รัศมียาว $8\frac{7}{8}''$

1.4 ส่วนโค้งยาว $5'$ รัศมียาว 8 หลา

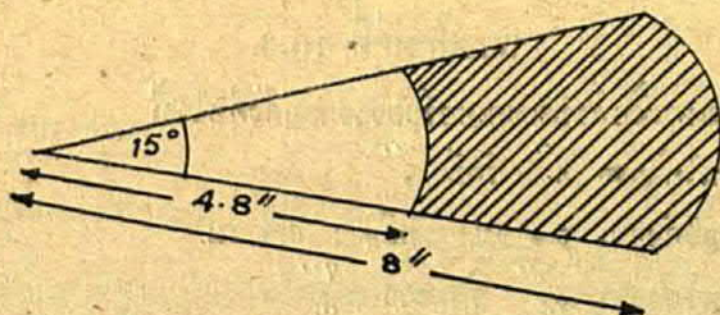
2. จงหาอัตราส่วนของเนื้อที่ของ 2 เชกเตอร์ในวงกลมเดียวกัน ส่วนโค้งของเชกเตอร์แรกเป็น $2\frac{1}{4}''$ และของเชกเตอร์หลังเป็น $8\frac{3}{4}''$ รัศมีของวงกลมเป็น 5''
3. เชกเตอร์ของวงกลม ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 10'' จงหาความยาวของส่วนโค้งซึ่งรองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง 60°
4. จงหาความยาวของส่วนโค้งของปลายคัมพนาฬิกาที่ยาว $24''$ เมื่อแกว่งทำมุมที่จุดศูนย์กลาง 10°
5. จงหาเนื้อที่ของเชกเตอร์ของวงกลมซึ่งมีรัศมี 8'' มีมุมยอด 150°
6. จงหาเนื้อที่ของส่วนที่ระบายสีต่อไปนี้



(6.1)



(6.3)



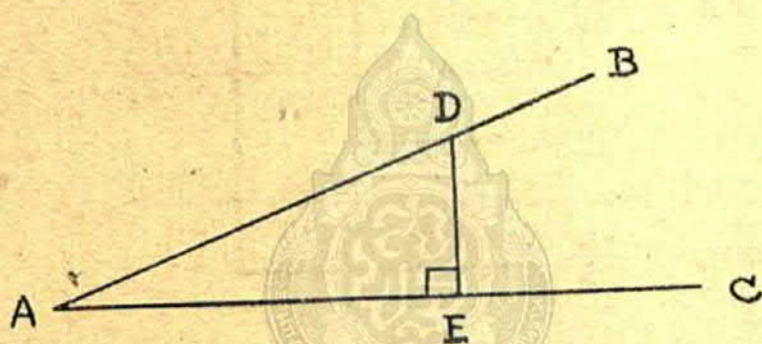
(6.2)

บทที่ 11

ตรีโกณมิติ

ตรีโกณมิติเป็นวิชาที่ว่าด้วยรูปสามเหลี่ยมโดยเฉพาะ ซึ่งหมายถึงว่าเป็นวิชาที่ว่าด้วยความสัมพันธ์ระหว่างด้าน 3 ด้าน และมุม 3 มุมของรูปสามเหลี่ยม ในที่นี้จะกล่าวถึงแต่เรื่องของสามเหลี่ยมมุมฉากเท่านั้น

1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometrical Ratios)



ลากเส้นตรง AB และ AC ทำมุม BAC ที่ A

เลือกจุด D บน AB ลากเส้นตั้งฉากกับ AC ที่ E เกิด $\triangle DAE$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่ E

1.1 เกิดหน้าที่ของด้านทั้งสามต่อมุม A ดังนี้

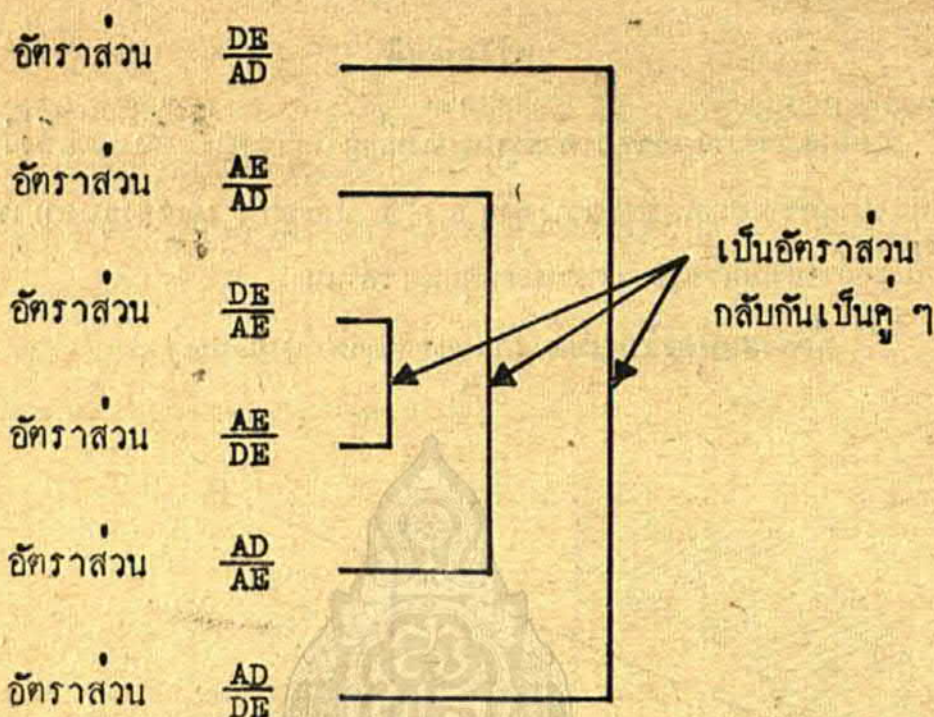
ด้าน DE เป็นด้านตรงข้ามมุม A

ด้าน AE เป็นด้านประชิดมุม A

ด้าน AD เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

1.2 ความสัมพันธ์ระหว่างด้านทั้งสาม เกิดเป็นอัตราส่วน คือ

1.2.1



อัตราส่วนของด้านทั้งสาม เกิดเป็น 6 อัตราส่วนนี้เรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometrical Ratios)

1.2.2 อัตราส่วนทำให้เกิดเป็นฟังก์ชันของมุม A (Trigonometrical Functions)

อัตราส่วน $\frac{DE}{AD}$ คือ sine of A เขียนย่อ ๆ ว่า $\sin A$ (อ่าน ซาย A)

อัตราส่วน $\frac{AE}{AD}$ คือ cosine of A เขียนย่อ ๆ ว่า $\cos A$ (อ่าน คอส A)

อัตราส่วน $\frac{DE}{AE}$ คือ tangent of A เขียนย่อ ๆ ว่า $\tan A$ (อ่าน แทน A)

อัตราส่วน $\frac{AE}{DE}$ คือ cotangent of A เขียนย่อ ๆ ว่า $\cot A$ (อ่าน คอท A)

อัตราส่วน $\frac{AD}{AE}$ คือ secant of A เขียนย่อ ๆ ว่า $\sec A$ (อ่าน เซก A)

อัตราส่วน $\frac{AD}{DE}$ คือ cosecant of A เขียนย่อ ๆ ว่า $\csc A$ (อ่าน โกเซก A)

1.2.8 กฎเกณฑ์ของอัตราส่วน

$$\sin A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านตรงข้ามฉาก}}$$

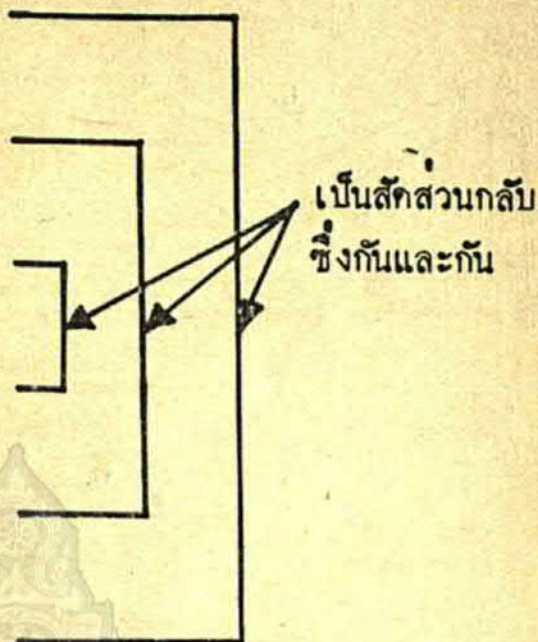
$$\cos A = \frac{\text{ด้านประชิดมุม}}{\text{ด้านตรงข้ามฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}}$$

$$\cot A = \frac{\text{ด้านประชิดมุม}}{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}$$

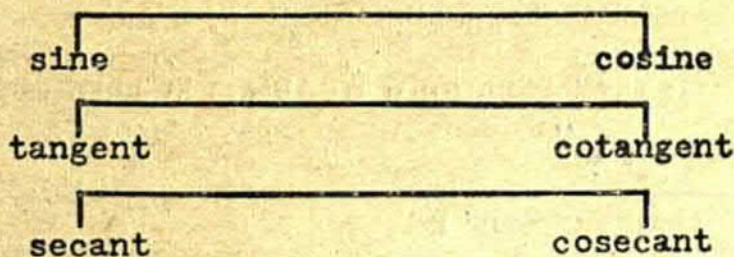
$$\sec A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามฉาก}}{\text{ด้านประชิดมุม}}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามฉาก}}{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}$$



1.2.4 ฟังก์ชันร่วม (Co-function)

ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่นำมากล่าวในที่นี้ มีทั้งหมด 6 ฟังก์ชันด้วยกันคือ

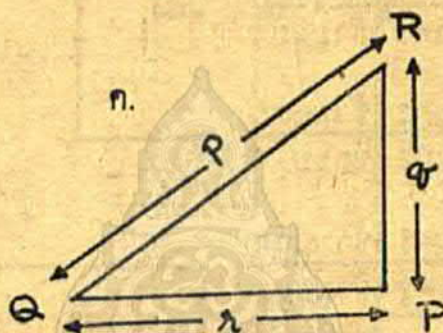
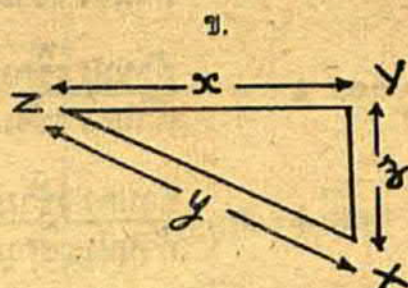
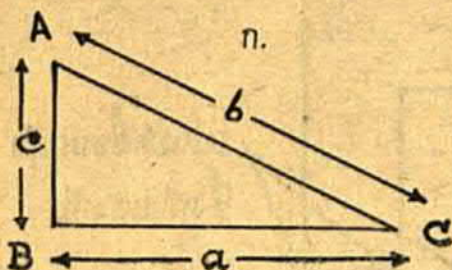


ทั้ง 6 ฟังก์ชันนี้เรียกว่า ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และทั้งสองพวกต่างก็เป็น

Co-function หรือฟังก์ชันร่วมซึ่งกันและกัน เช่น sine และ cosine ต่างก็เป็น

Co-function ซึ่งกันและกัน

1. ในสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้



- จงหา (1.1) sine ของมุมแหลมทุกมุมในรูป ก, ข และ ค
 (1.2) cosine ของมุมแหลมทุกมุมในรูป ก, ข และ ค
 (1.3) tangent ของมุมแหลมทุกมุมในรูป ก, ข และ ค

2. ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่ B ถ้า AB ยาว 8" และด้านตรงข้ามมุมฉาก AC ยาว 10"

(2.1) จงหาความยาวของ BC

(2.2) จงหาค่าของ

(2.2.1) $\sin A$

(2.2.2) $\cos A$

(2.2.3) $\tan A$

(2.2.4) $\sin C$

(2.2.5) $\cos C$

(2.2.6) $\tan C$

8. DEF เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่ E DE ยาว 7" EF ยาว 24"
- (8.1) จงหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติทั้งหมด
- (8.2) จงหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม D
- (8.8) จงหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม F
4. 4.1 จงสร้างมุม B ทาง 80° บนแขนข้างหนึ่งเขียนจุด P, Q, R, S และ T จากจุดเหล่านี้ลากเส้นตรงจากมายังแขนอีกข้างหนึ่งที่จุด C, D, E, F และ G ตามลำดับจงวัดส่วนที่จำเป็น เพื่อกำหนดหาค่าของ $\sin B$ โดยการใช้
- (4.1.1) $\triangle PBC$ (4.1.2) $\triangle QBD$ (4.1.3) $\triangle RBE$
- (4.1.4) $\triangle SBF$ (4.1.5) $\triangle TBG$
- (4.2) จงเลือกจุด K บน BC จากจุด K ลากเส้นตรงมาตั้งฉากกับ AB ที่ M และจงใช้ $\triangle KBM$ หาค่าของ $\sin B$
- (4.8) จงเปรียบเทียบค่าของ $\sin 80^\circ$ ที่หาได้จากรูปสามเหลี่ยมต่างๆ
5. จงสร้างมุมแหลม DEF เลือกจุด A, B, C บน DE มีระยะห่างจากจุด E 1" 2" และ 8" ตามลำดับ จากจุดเหล่านี้ ลากเส้นมาตั้งฉากกับด้าน EF ทำให้เกิดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และจากทุกรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จงคำนวณหาค่า $\sin E$

หมายเหตุ จากผลที่ได้ในข้อ 4 และ 5 สรุปได้ว่า

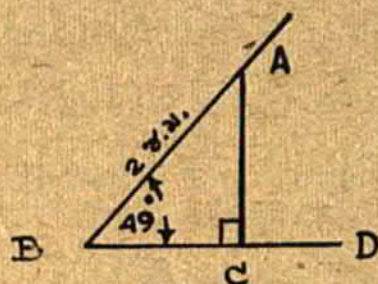
$\sin$ ของมุมเท่ากัน ย่อมจะมีค่าเท่ากัน ไม่ว่าด้านของสามเหลี่ยมนั้นจะยาวเท่าใด ฉะนั้น $\sin$ ของมุม 80° ย่อมมีค่าคงที่

6. (6.1) จากรูปในข้อ 4 จงหาค่าของ $\cos 80^\circ$ จากทุกรูป
- (6.2) จากรูปในข้อ 4 จงหาค่าของ $\cos E$ จากทุกรูป

2. ว่าด้วย sine ของมุมแหลม และการสร้าง

2.1 การหาค่าของ sine ของมุมโดยการสร้าง

ตัวอย่าง จงหาค่าของ $\sin 49^\circ$

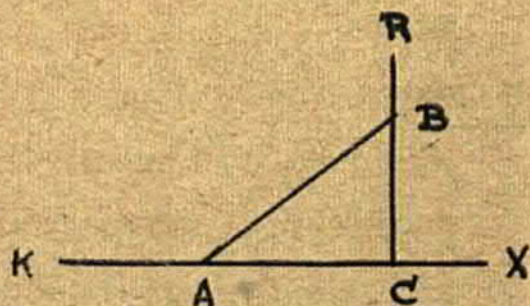
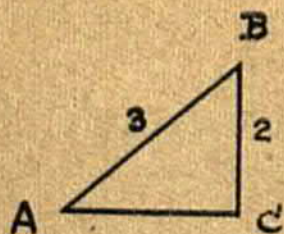


สร้างมุม 49° แล้วตัดแขน BA ยาว 2 ซม. ทำให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก วัดด้าน AC ในที่นี้ จะได้ 1.5 ซม.

$$\sin 49^\circ = \frac{1.5}{2} = .75$$

2.2 สร้างมุม เมื่อกำหนดอัตราส่วนของ sine ให้

ตัวอย่าง กำหนด $\sin A = \frac{2}{3}$ ต้องการหามุม A



สร้าง $\triangle ABC$ ให้มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 3 ด้านตรงข้ามมุมยาว 2 แล้ววัดมุม A โดยการวัดมุม A ได้ 42°

แบบฝึกหัดที่ 11.2

1. (1.1) โดยการสร้าง จงหาค่าประมาณของ sine ของมุมต่อไปนี้
 (1.1.1) 85° (1.1.2) 55° (1.1.3) 75°
 (1.2) จงเปรียบเทียบค่าของ sine ของมุมทั้งสาม เมื่อมุมใหญ่ขึ้น ค่าของ sine ของมุมเหล่านั้นจะเป็นอย่างไร
2. (2.1) โดยการสร้าง จงหาค่าของมุม เมื่อ
 (2.1.1) $\sin A = \frac{1}{3}$ (2.1.2) $\sin B = \frac{5}{8}$
 (2.1.3) $\sin C = .70$ (2.1.4) $\sin D = 0.87$
 (2.2) จงเปรียบเทียบมุมที่หาได้จากข้อ 2.1
3. จงสร้างสามเหลี่ยม หน้าจั่ว ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก และ $AB = 1$ แล้วคำนวณหา
 (3.1) ขนาดของมุมแหลม
 (3.2) ด้าน AC
 (3.3) $\sin 45^\circ$
4. จงสร้างสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC มีด้านยาว 2 แล้วลากเส้น AD ตั้งฉากกับ BC ที่ D
 (4.1) จงคำนวณหาความยาวของ AD
 (4.2) จงหาค่าของ $\sin 30^\circ$, $\sin 60^\circ$
5. จงหาค่า $\sin$ ของมุมต่อไปนี้ โดยการสร้าง
 (5.1) 40° (5.2) 25° (5.3) 75° (5.4) 89°
6. จงหาค่าของมุมจากตารางท้ายเล่มนี้
 (6.1) $\sin A = .4228$ (6.2) $\sin B = 0.9018$
 (6.3) $\sin C = 0.6111$ (6.4) $\sin D = 0.7822$
 (6.5) $\sin E = \frac{3}{4}$ (6.6) $\sin F = \frac{7}{8}$
7. จงแก้สมการต่อไปนี้
 (7.1) $\sin 38^\circ = \frac{x}{24}$ (7.2) $\sin 55^\circ = \frac{10}{x}$ (7.3) $\sin 80^\circ = \frac{10}{x}$

2.8 90° เมื่อทราบค่าของ sine ของมุม
แล้วก็นำไปหา ความยาว ของด้าน ของ
สามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่าง ใน $\triangle ABC$ $\angle C = 90^\circ$

$AB = 8.0''$ และ $\angle B = 40^\circ$

จงคำนวณหาค่าของ AC

วิธีทำ ให้ความยาวของ AC เป็น x

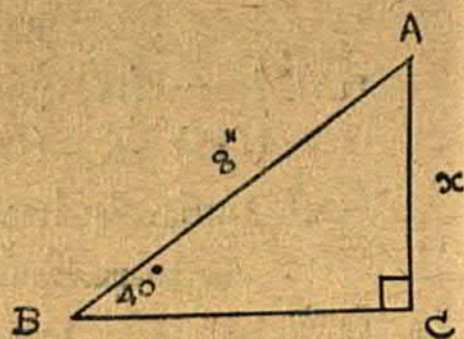
$$\therefore \sin 40^\circ = \frac{x}{8}$$

$$\text{แต่ค่า } \sin 40^\circ = .6428 \quad \text{จากตาราง}$$

$$\frac{x}{8} = .6428$$

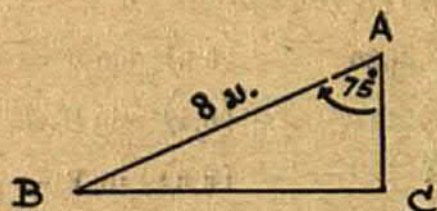
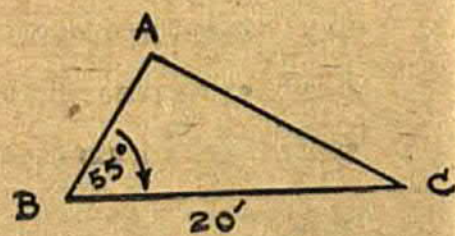
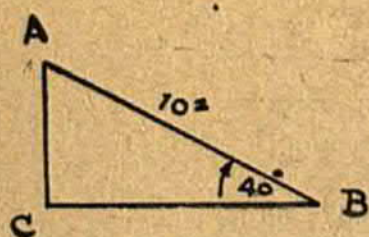
$$x = 5.1424$$

$\therefore$ ความยาวของ AC เป็น 5.1



แบบฝึกหัดที่ 11.3

1. จงคำนวณหาความยาวของ AC ในสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้

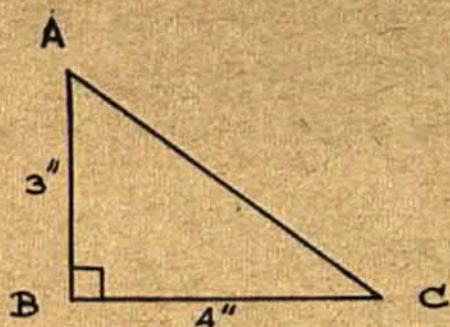


2. บันไดขั้นหนึ่งยาว 15'' พาดกับตึกถึงขอบหน้าต่างพอดี ถ้ามุมที่บันไดทำ
กับพื้นดินเป็น 80° จงหาความสูงของตึก

3. ถ้าเชิงเขาแห่งหนึ่งลาดทำมุม 4° กับพื้นดิน รดคนหนึ่งขึ้นเชิงเขาแห่งนี้ไปได้ $\frac{1}{2}$ ไมล์ จะอยู่เหนือพื้นระดับเท่าใด
4. ทรงกรวยอันหนึ่งมีความสูงเอียง $12''$ ทำมุม 68° กับฐาน จงหาความสูงของทรงกรวย
5. จงคำนวณหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่บรรจุลงในวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง $10''$, $6''$ และ $7''$ ตามลำดับ ได้พอดี
6. ถ้ารูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบรรจุภายในวงกลมที่มีรัศมี $4''$ ได้พอดี จงหาความยาวของด้านของรูปห้าเหลี่ยมนั้น
7. สามเหลี่ยมหน้าจั่วมีด้านคู่เท่ายาว $20''$ และมุมระหว่างด้านเท่านั้นเป็น 100° จงหาความยาวของด้านที่สาม
8. เครื่องบินลำหนึ่งเดินทางไปทาง $N 40^\circ E$ ด้วยอัตราเร็ว 200 ไมล์ ต่อชั่วโมง ฉะนั้น เครื่องบินลำนี้อยู่สูงจากสนามบินที่ตั้งต้นเป็นระยะทางเท่าใดเมื่อบินไปแล้ว 2 ชั่วโมง
9. วงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว $8''$ จงหาความยาวของคอร์ดที่รับมุมที่จุดศูนย์กลาง 66°
10. ใน $\triangle ABC$ $AB = 10''$, $\angle B = 40^\circ$ และ $BC = 15''$ จงคำนวณหา
 - (10.1) ส่วนสูง AD จาก A มายังด้าน BC
 - (10.2) ความยาวของ BD
 - (10.3) ความยาวของ DC
 - (10.4) ความยาวของ AC (ต้องการทศนิยม 1 ตำแหน่ง)
 - (10.5) ขนาดของมุม C
 - (10.6) ขนาดของมุม A

2.4 การใช้ค่าของ Sine หามุมของสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 2.4.1 ด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งยาว $8''$ และ $4''$ ตามลำดับ จงหาด้านที่เหลือ และมุมทั้งสาม



ในสามเหลี่ยม ABC มุม $B = 90^\circ$ $AB = 3''$, $BC = 4''$

$$\therefore \text{ความยาวของ } AC = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= 5$$

จาก Δ $\sin A = \frac{4}{5}$

$$= .80$$

$$\sin C = \frac{3}{5}$$

$$= .60$$

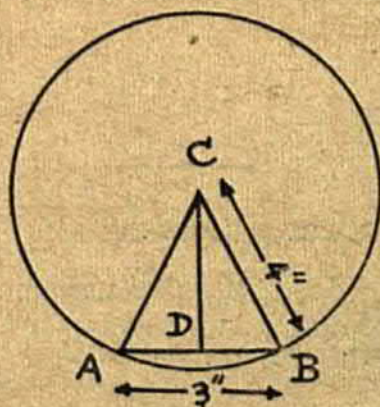
จากตารางค่าของ $\sin 58^\circ = .80$ (ประมาณ)

$$\therefore A = 58^\circ$$

จากตารางค่าของ $\sin 32^\circ = .60$ (ประมาณ)

$$C = 32^\circ$$

ตัวอย่างที่ 2.4.2 ในวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 8'' มีกอร์ดยาว 8''
จงหาขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของกลมซึ่งกอร์ดนั้นรองรับ



ลากเส้น CD ตั้งฉากกับ AB ที่ D ฉะนั้น $AD = 1\frac{1}{2}$

$$\sin \hat{ACD} = \frac{1.5}{4} = .375$$

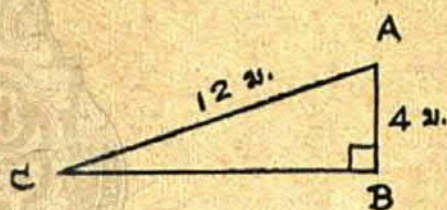
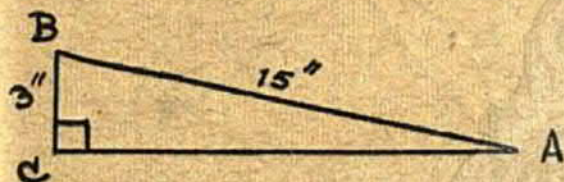
ฉะนั้นจากตาราง $\sin \hat{ACD}$ จะมีค่าเท่ากับ $\sin 22^\circ$ (โดยประมาณ)

$$\hat{ACD} = 22^\circ \quad \text{โดยประมาณ}$$

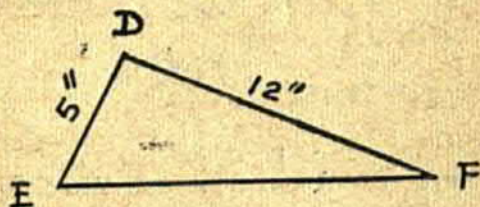
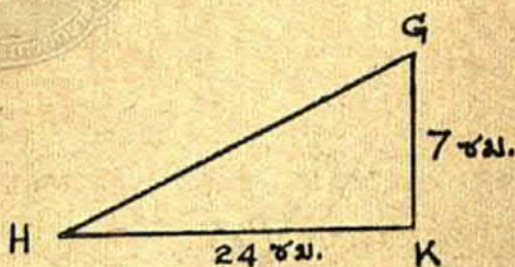
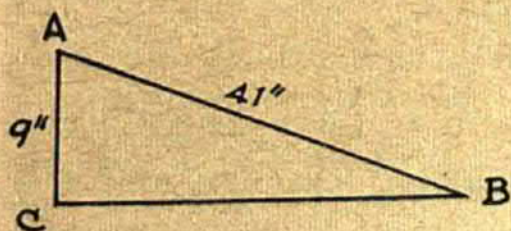
$$\hat{ACB} = 44^\circ \quad \text{โดยประมาณ}$$

แบบฝึกหัดที่ 11.4

1. จงคำนวณแล้วหาขนาดของมุม A จากตาราง

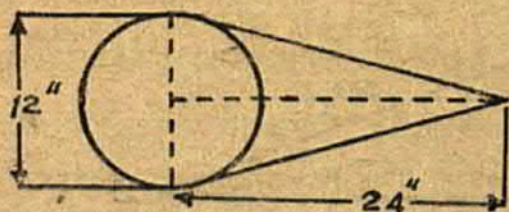
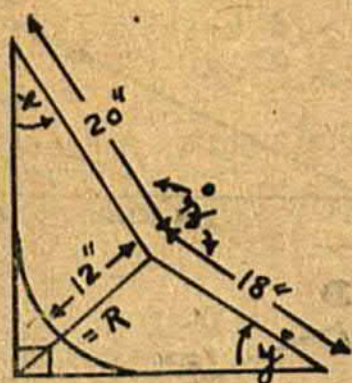
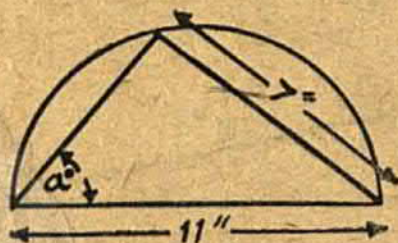
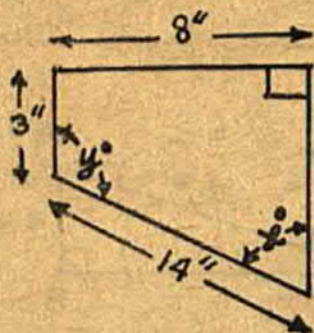


2. จงหามุมแหลมทุกมุมจากสามเหลี่ยมต่อไปนี้

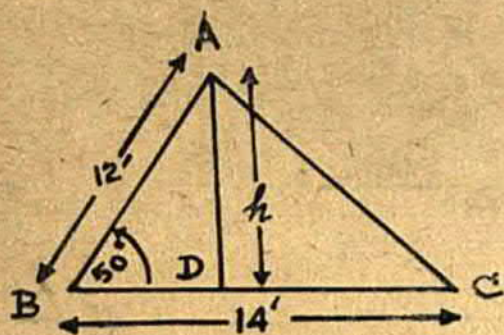


8. กอร์ที่ยาว 8" ของวงกลมซึ่งมีรัศมี 4" จงหามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่รองรับโดยกอร์นี้

4. ถนนสายตรงสายหนึ่งค่อย ๆ ชันสูงขึ้น จนสูงกว่าระดับเดิมของถนน 200 ฟุต ถ้าระยะทางที่ลาดชันเป็น $\frac{1}{2}$ ไมล์ อยากทราบว่า ถนนนี้ทำมุมกับระดับราบเชิงลาดเท่าใด
5. จงหามุมของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีด้านดังต่อไปนี้
- 5.1 ด้านคู่เท่าเป็น 2.5" และฐานเป็น $26\frac{1}{2}$ "
- 5.2 ด้านคู่เท่าเป็น 8.2" ฐานเป็น 1"
6. ทรงกรวยอินหนึ่ง มีความสูงเอียง 17" ฐานมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 16" จงคำนวณหามุมที่ความสูงเอียงทำกับฐาน
7. จงหาขนาดของมุมที่ปรากฏในแผนภาพต่อไปนี้



2.5 การหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมเมื่อกำหนด 2 ด้าน และมุมระหว่างด้าน
ตัวอย่างที่ 2.5.1 ใน $\triangle ABC$ ด้าน AB ยาว 12 ฟุต BC ยาว 14 ฟุต
มุม $B = 50^\circ$ จงคำนวณหาเนื้อที่ของ $\triangle ABC$



วิธีทำ ลากเส้น AD ตั้งฉากกับ BC ที่ D

สมมุติให้ $AD = h$

ใน $\triangle ABD$ $\sin 50^\circ = \frac{h}{12}$

แต่ $\sin 50^\circ = .766$

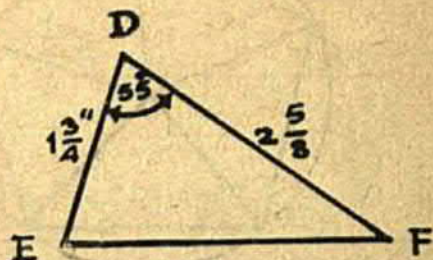
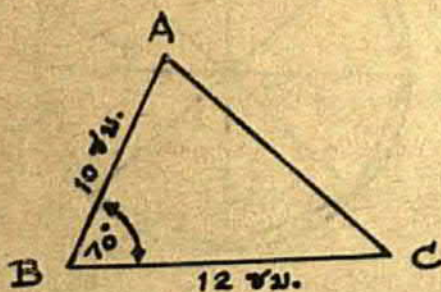
$\therefore \frac{h}{12} = .766$

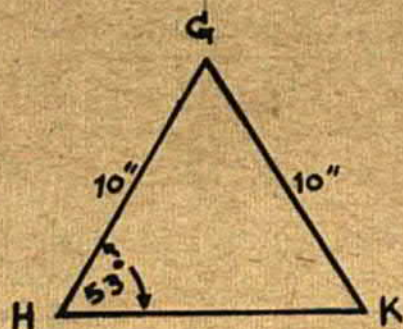
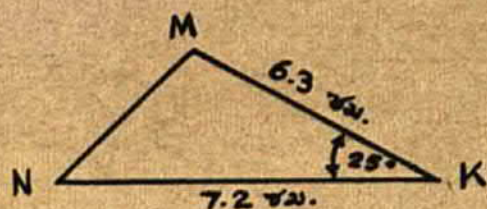
$h = 9.192$

เนื้อของสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$
 $= \frac{1}{2} \times 14 \times 9.192$
 $= 64.8$ ตารางฟุต

แบบฝึกหัด 11.5

- จงคำนวณหาเนื้อที่ของ $\triangle ABC$ ซึ่งมีด้าน AB ยาว 5" $\angle B = 49^\circ$ และด้าน BC = 6"
- จงคำนวณหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมต่อไปนี้





8. จงคำนวณหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมมุมป้าน

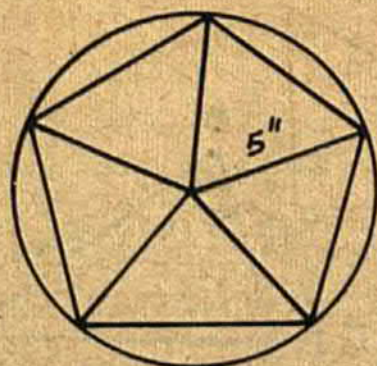
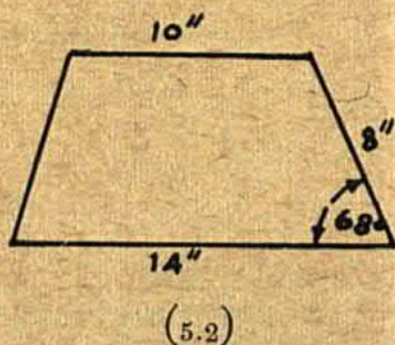
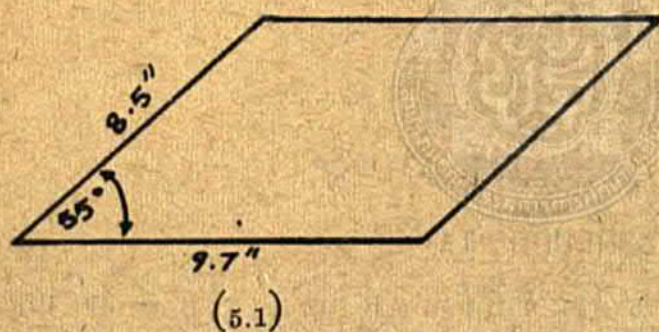
(8.1) $\triangle ABC$ $\angle B = 120^\circ$, $AB = 4''$ และ $BC = 12''$

(8.2) $\triangle DEF$ $\angle F = 110^\circ$, $DF = 16.4''$ และ $EF = 12.8''$

(8.8) $\triangle GHK$ $\angle G = 150^\circ$, $GK = 20''$ และ $GH = 20''$

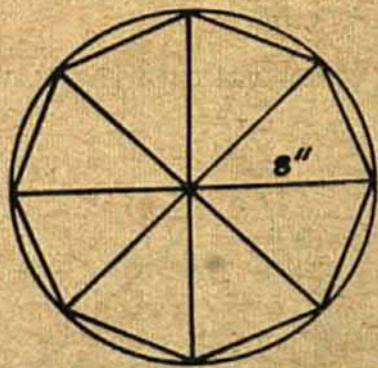
4. ในรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ความยาวของ $AB = 8''$ $BC = 10''$ และมุม $ABC = 65^\circ$ จงคำนวณหาเนื้อที่

5. จงคำนวณหาเนื้อที่ของรูปต่อไปนี้



(5.8)

รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

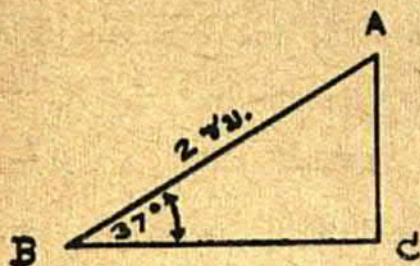


(5.4)

รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

3. วาดวง Cosine ของมุมแหลมและการสร้าง

8.1 การหาค่าของ Cosine ของมุม โดยการสร้าง เมื่อกำหนดมุม
ตัวอย่างที่ 3.1.1 จงหาค่าของ $\cos 87^\circ$



วิธีทำ สร้าง $\angle XBY = 87^\circ$

จาก BX ตัด BA ให้ยาวเท่าไรก็ได้ สมมุติว่า 2 ซม.

จาก A ลากเส้น AC มาตั้งฉากกับ BC ที่ C

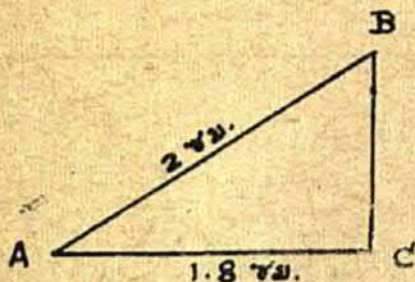
โดยการวัด $BC = 1.6$ ซม.

$$\cos \angle ABC = \frac{1.6}{2}$$

$$\cos 87^\circ = .80$$

8.2 การหามุมเมื่อทราบค่า Cosine ของมุม

ตัวอย่างที่ 3.2.1 จงหา $\angle A$ เมื่อ $\cos A = .9$



ใช้ AB เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 2 ซม. สร้างครึ่งวงกลมใช้ A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 1.8 ซม. ตัดเส้นรอบวงที่ C โยง BC ABC จะเป็นสามเหลี่ยมที่ต้องการ มี C เป็นมุมฉาก

$$\text{ฉะนั้น } \cos A = \frac{1.8}{2} = .9$$

โดยการวัด มุม A ทาง 26°

แบบฝึกหัดที่ 11.6

1. จงสร้างแผนภาพ หาค่าของ $\cos 50^\circ$ และอธิบายวิธีสร้างด้วย
2. จงหาค่าของ cosine ของมุมต่อไปนี้

2.1 25°

2.2 85°

2.3 67°

2.4 75°

และจงแสดงว่า เมื่อมุมใหญ่ขึ้น ค่า cosine ของมุมจะเปลี่ยนไปอย่างไร

3. ถ้า $\cos B = \frac{4}{5}$ จงหาค่าของมุม A โดยการวัด และจงแสดงวิธีการหาด้วย

4. จงหามุมโดยการวัด เมื่อ

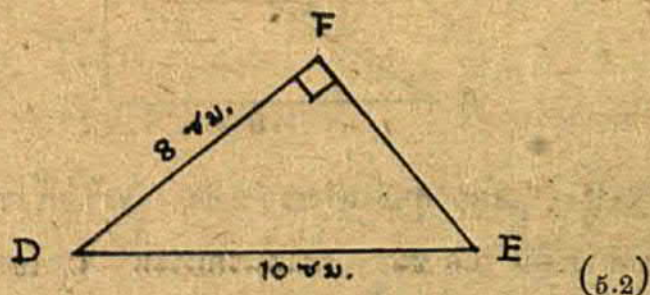
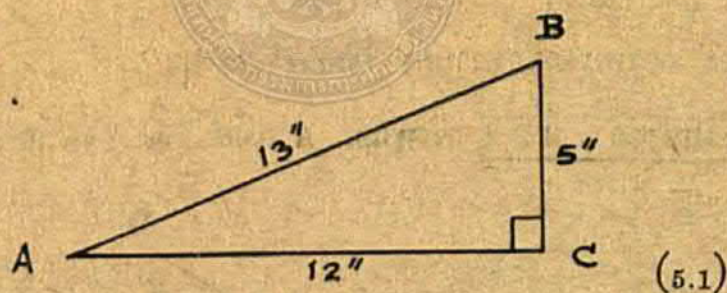
(4.1) $\cos X = \frac{9}{10}$

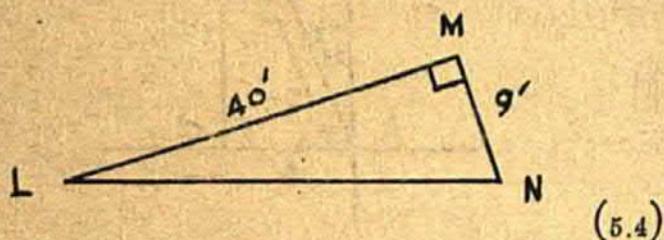
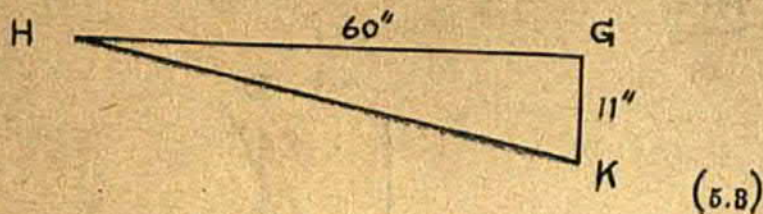
(4.2) $\cos Y = \frac{3}{8}$

(4.3) $\cos B = \frac{1}{2}$

(4.4) $\cos C = 0.60$

5. จงหาค่าของ cosine ของมุมแหลมทุกมุม





6. จงใช้ตารางหาค่าของ

6.1 $\cos 28^\circ$

6.2 $\cos 55^\circ$

6.3 $\cos 74^\circ$

6.4 $\cos 8^\circ$

6.5 $\cos 12^\circ$

6.6 $\cos 30^\circ$

7. จงใช้ตารางของ cosine หามุมดังต่อไปนี้

(7.1) $\cos A = 0.8090$

(7.2) $\cos B = 0.9455$

(7.3) $\cos C = 0.7988$

(7.4) $\cos X = 0.8488$

(7.5) $\cos B = 0.7600$

(7.6) $\cos Z = 0.8650$

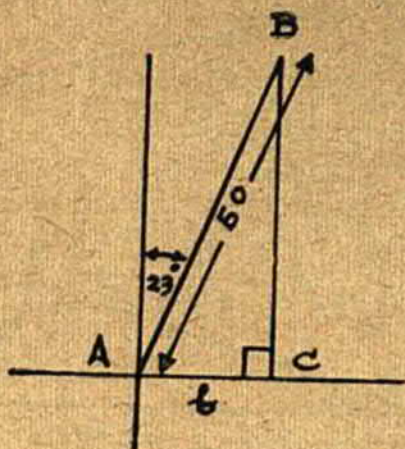
(7.7) $\cos A = 0.25$

(7.8) $\cos Y = 0.888$

(7.9) $\cos C = 0.88$

(7.10) $\cos K = \frac{8}{4}$

8.8 การใช้อัตราส่วนของ cosine ของมุมหาความยาวของด้านของสามเหลี่ยม
ตัวอย่างที่ 3.3.1 เมือง B อยู่ทางทิศ $N 28^\circ E$ ของเมือง A และ
ห่างจากเมือง A 50 ไมล์ ดังนั้น เมือง B จะอยู่ห่างจากเมือง A ไปทาง
ทิศตะวันออกกี่ไมล์



ให้ระยะทางของ B อยู่ไปทางทิศตะวันออกของ A เป็น b ไมล์
 $\triangle ABC$ มี $\angle C = 90^\circ$ $\angle BAC = 67^\circ$

$$\therefore \cos 67^\circ = \frac{b}{50}$$

แก้ในตาราง $\cos 67^\circ = 0.8907$

$$\frac{b}{50}$$

$$= 0.8907$$

$$b$$

$$= 19.5$$

ฉะนั้น เมือง B อยู่ห่างจากเมือง A ไปทางทิศตะวันออก 19.5 ไมล์

แบบฝึกหัดที่ 11.7

1. บันไคยาว 86 ฟุต พาดพิงกำแพงและทำมุม 66° กับพื้นดิน จงคำนวณหาระยะที่เชิงบันไคห่างจากกำแพง
2. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง มีเส้นทแยงมุมยาว 16 นิ้ว ทำมุมกับด้านๆ หนึ่ง 50° จงหาความยาวของค่านั้น
3. จงคำนวณหาความยาวของด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีเส้นทแยงมุมยาวดังต่อไปนี้

$$(8.1) \quad 10''$$

$$(8.2) \quad 4''$$

$$(8.8) \quad 28.4 \text{ ซม.}$$

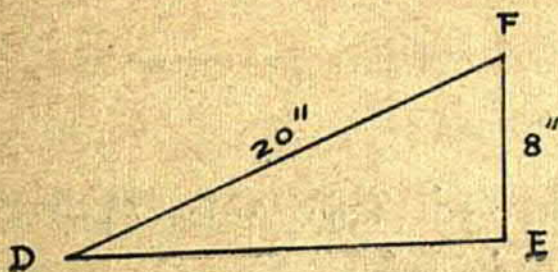
$$(8.4) \quad 8.5''$$

$$(8.5) \quad 127.6''$$

4. เส้นตรง AB และ AC ยาว $12''$ พบกัน ทำมุม 82° ที่ A จงหาระยะ BC
5. จงหาความยาวของด้านของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่บรรจุอยู่ในวงกลมที่มีรัศมี $8''$
6. ถ้า $\cos 67\frac{1}{2}^\circ = 0.3827$ จงคำนวณหาความยาวของด้านของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่บรรจุภายในวงกลมรัศมี $8''$
7. มุมยอดของรูปทรงกรวยเป็น 100° ความสูงเอียงเป็น $16'$ จงหาความสูงตรงของทรงกรวยรูปนี้
8. ในวงกลมวงหนึ่ง มีคอร์ดทำมุมกับเส้นผ่านศูนย์กลางที่จุดๆหนึ่งบนเส้นรอบวงเป็น 88° จงหาความยาวของคอร์ด ถ้าวงกลมนั้นมีรัศมี $12''$
9. ใน $\triangle ABC$ $AB = 6''$ $BC = 12''$ และ $\angle B = 89^\circ$ จงหาความยาวของเงาของ AB บน BC และเงาของ AC บน BC ด้วย
10. ถ้าเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว $10''$ ทำมุม 85° กับ ด้านๆหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม จงคำนวณหาความยาว และความกว้างของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

8.4 การใช้อัตราส่วนของ cosine หาค่าของมุมแหลมในสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 8.4.1 ใน $\triangle DEF$ $\angle E = 90^\circ$ DF ยาว $20''$ EF ยาว $8''$ จงหาส่วนอื่นๆของสามเหลี่ยม



วิธีทำ $\cos F = \frac{8}{20} = .4$

จากตาราง $\quad \quad \quad = \cos 66^\circ$ (โดยประมาณ)

$\angle F = 66^\circ$ (โดยประมาณ)

$\angle D = 24^\circ$ (โดยประมาณ)

ฉะนั้น ความยาวของ DE อาจหาได้ 3 วิธี

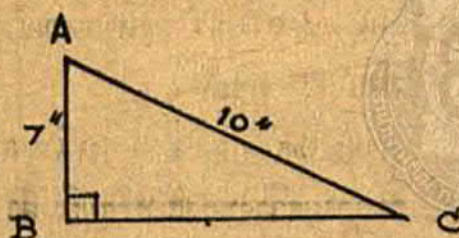
(1) $\frac{DE}{20} = \cos 24^\circ = 18.8$

(2) $\frac{DE}{20} = \sin 66^\circ = 18.8$

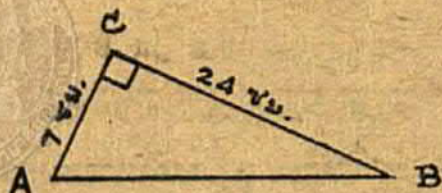
(3) $DE = \sqrt{20^2 - 8^2} = 18.8$

แบบฝึกหัดที่ 11.8

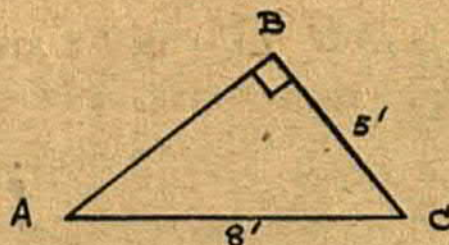
1. จงหาอัตราส่วนของ cosine ค่ามุมแหลม A ในสามเหลี่ยมต่อไปนี้



(1.1)



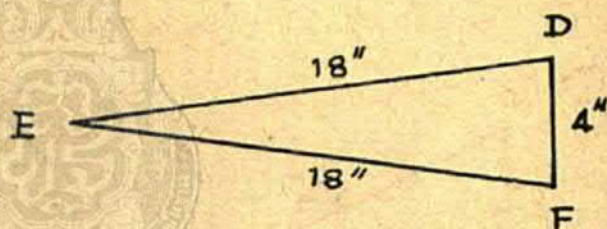
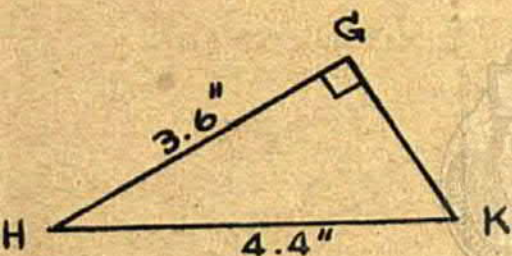
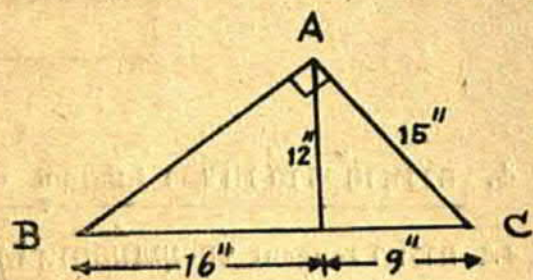
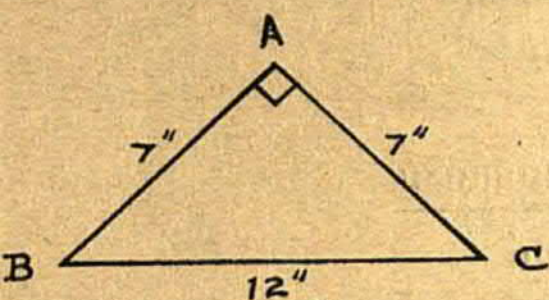
(1.2)



(1.3)

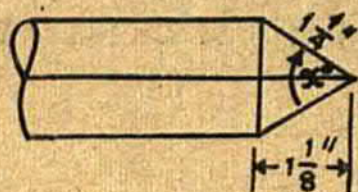
2. บันไดขั้นหนึ่งยาว 24' พิงกับกำแพงโดยที่เชิงบันไดห่างจากกำแพง 6' 6"
จงหามุมที่บันไดทำกับพื้นดิน

3. เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 12" ความยาวอีกด้านหนึ่งเป็น 10.5" จงหามุมที่เส้นทแยงมุมทำกับด้านตั้งกล่าว
4. ถ้าด้านของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วยาว 20" , 20" และ 18" จงคำนวณหาขนาดของมุม
5. จงคำนวณและใช้ตารางหาขนาดของมุมแหลมทุกมุมในสามเหลี่ยมต่อไปนี้



6. ทรงกรวยอันหนึ่งสูงตรง 28" และสูงเอียง 92" จงหามุมยอดของทรงกรวย
7. ถ้ารัศมีของโลกยาว 4,000 ไมล์ จงหา
- 7.1 รัศมีของวงกลมรอบโลกที่เส้นแวง 45°
- 7.2 ถ้าชายคนหนึ่งขี่จักรยานรอบโลกที่เส้นแวง 45° จงหาระยะทางที่เขาขี่จักรยานนั้น
8. A เป็นจุดเหนือเส้นเพียงตา XY อยู่ 7.5 นิ้ว ใช้ A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 12" ทำจุด C บนเส้น XY ใช้จุด A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 16" ทำจุด D บน XY จงหา $\angle CAD$ (หาทั้งสองค่า)
9. ถ้า $\cos x = \sin 60^\circ$ มุม x จะกางเท่าใด

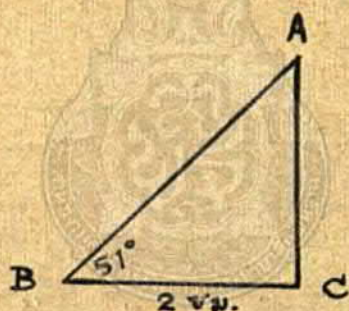
10. ถ้า $\cos y = \sin 28^\circ$ มุม y จะกางเท่าใด
11. ถ้าต้องการหาค่าของ cosine ของมุม จากตารางของ sine จะมีวิธีหาอย่างไร (สังเกตจากข้อ 9 และ 10)
12. จงหามุม x ในแผนภาพข้างล่างนี้



4. การหาอัตราส่วนของ tangent ของมุมแหลม

4.1 การหา tangent ของมุมเมื่อกำหนดมุมให้

ตัวอย่างที่ 4.1.1 จงหาค่าของ tangent ของมุม 51° โดยการสร้าง



ลากเส้นตรง AB และ BC พบกันที่ B และทำมุมต่อกันทาง 51°

ตัดแกน BC ที่ C มีความยาวพอสมควร ในที่นี้ให้ยาว 2 ซม.

จากจุด C ลากเส้นตั้งฉากกับ BC พบ AB ที่ A โดยการวัดทราบว่า AC ยาว 2.5 ซม.

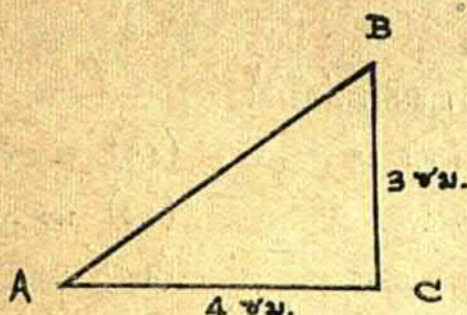
ABC เป็น $\triangle$ มุมฉาก มี $\angle ABC = 51^\circ$

$$\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan 51^\circ = \frac{2.5}{2} = 1.25$$

4.2 การหามุมเมื่อทราบอัตราส่วน tangent ของมุมโดยการสร้าง

ตัวอย่างที่ 4.2.1 กำหนด $\tan A = \frac{8}{4}$ จงหามุม A



ลากเส้น AC ยาว 4 ซม. ที่ C ลากเส้นตั้งฉากกับ BC ยาว 8 ซม.

เนื่องจาก $\tan A = \frac{8}{4} = \frac{BC}{AC}$

โดยการวัดมุม A จะทราบขนาดของมุม = 87°

หรือถ้าอ่านจากตาราง $\tan A = .75$

$$= \tan 87^\circ$$

นั่นคือ

$$A = 87^\circ$$

แบบฝึกหัดที่ 11.9

1. โดยการสร้าง จงหาค่าของ tangent ของมุมต่อไปนี้

(1.1) 14° (1.2) 87° (1.3) 45° (1.4) 58° (1.5) 76°

จงสังเกตค่าของ tangent ของมุม เมื่อมุมใหญ่ขึ้น ค่าจะเปลี่ยนไปเป็นอย่างไร

2. จงสร้าง แล้วหาขนาดของมุมโดยการวัด เมื่อกำหนดรายการต่อไปนี้

(2.1) $\tan A = \frac{4}{5}$ (2.2) $\tan B = \frac{2}{3}$ (2.3) $\tan C = \frac{3}{2}$

(2.4) $\tan D = 0.9$ (2.5) $\tan E = 2.25$ (2.6) $\tan F = 5.0$

8. จงอ่านค่าของอัตราส่วนต่อไปนี้จากตาราง

(3.1) $\tan 12^\circ$ (3.2) $\tan 67^\circ$ (3.3) $\tan 56^\circ$
 (3.4) $\tan 67^\circ \frac{1}{2}$

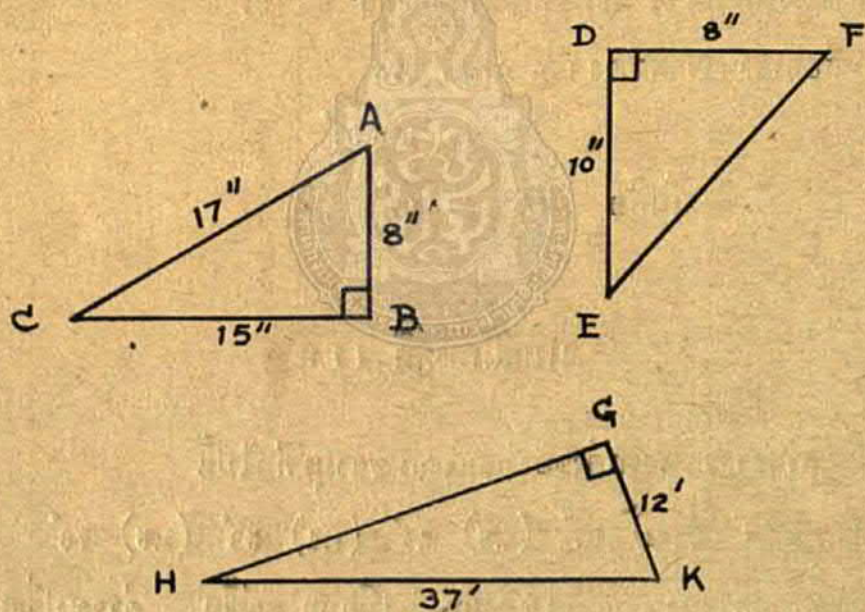
4. จงหาค่าของมุมจากสมการต่อไปนี้

(4.1) $\tan X = 0.8889$ (4.2) $\tan Y = 2.9042$
 (4.3) $\tan K = 1$ (4.4) $\tan A = 1.782$
 (4.5) $\tan B = 1.8977$ (4.6) $\tan C = \frac{7}{18}$

5. จงหาค่า x จากสมการต่อไปนี้

(5.1) $\frac{x}{5} = \tan 45^\circ$ (5.2) $\frac{x}{9.6} = \tan 88^\circ$
 (5.3) $\frac{10}{x} = \tan 77^\circ$

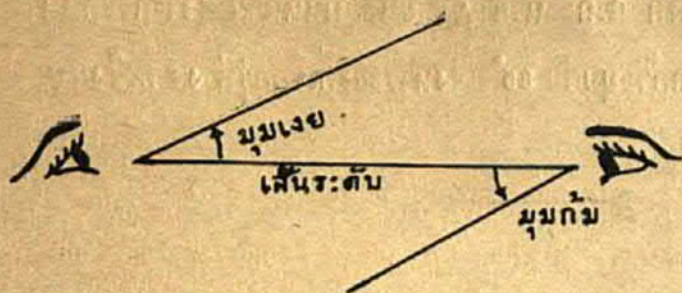
6. จงหาค่าของ tangent ของมุมแหลมจากแผนภาพต่อไปนี้



5. มุมก้มและมุมเงย

5.1 มุมเงย คือมุมซึ่งสายตาทกขึ้นจากเส้นระดับเพื่อจะมองวัตถุ

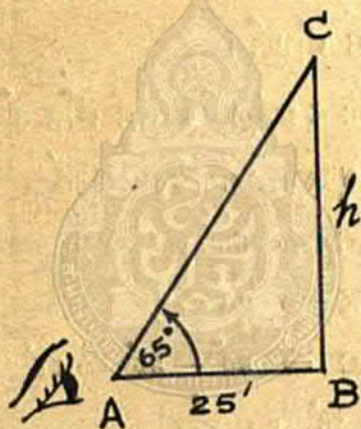
5.2 มุมก้ม คือมุมซึ่งสายตาลดลงจากเส้นระดับเพื่อจะมองวัตถุ
 สังเกตจากรูป



6. การใช้อัตราส่วน tangent หาความยาวของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 6.1 มุมเงยของยอดเสาธง ที่นาย ก. มองเป็น 65° ถ้านาย ก.

อยู่ห่างจากเสาธง 25 ฟุต จงคำนวณหาความสูงของเสาธง สมมุติว่า นาย ก. นั่งมองที่พื้นดิน โดยไม่ก้มความสูงของตนเอง



ให้ความสูงของเสาธงเป็น h ฟุต

สายตามองที่จุด A เป็นมุม $BAC = 65^\circ$

AB เป็นระยะที่ A ห่างจากโคนเสาธง B เป็น 25'

$$\tan 65^\circ = \frac{h}{25}$$

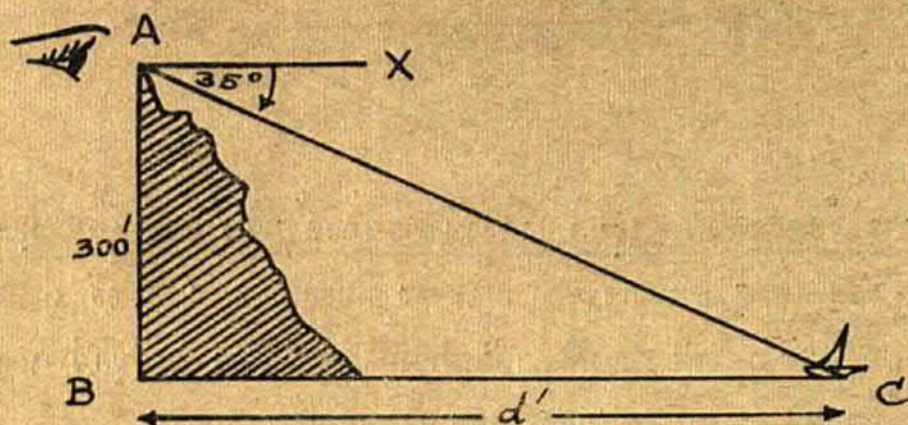
จากตาราง ทราบว่า $\tan 65^\circ = 2.1445$

$$\therefore \frac{h}{25} = 2.1445$$

$$h = 53.6$$

ฉะนั้น ความสูงของเสาธงเป็น 53.6 ฟุต

ตัวอย่างที่ 6.2 นาย A ยืนอยู่บนหน้าผาสูงจากระดับน้ำทะเล 800 ฟุต มองเรือในทะเลด้วยมุมก้ม 85° จงหาระยะที่เรืออยู่ห่างจากเชิงผา



วิธีทำ

สมมติให้ C เป็นเรือ

ระยะจากเรือ C มาถึงเชิงผา B เป็น d'

ระยะที่ A สูงจากระดับเชิงผา 800'

$$\therefore \hat{XAC} = 85^\circ$$

$$\text{แต่ } \hat{BAX} = 90^\circ$$

$$\therefore \hat{BAC} = 90^\circ - 85^\circ = 55^\circ$$

$$\therefore \tan 55^\circ = \frac{d}{800}$$

$$\text{จากตาราง } \tan 55^\circ = 1.4281$$

$$\therefore d = 800 \times 1.4281$$

$$= 428.4$$

ฉะนั้น เรืออยู่ห่างจากเชิงผา 428 ฟุต (โดยประมาณ)

แบบฝึกหัดที่ 11.10

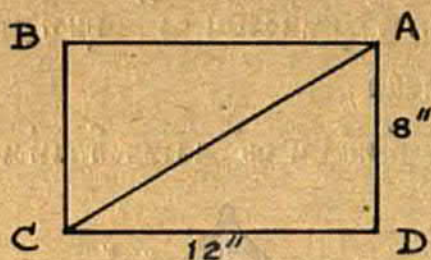
- เด็กชายวิทย์ยืนอยู่ห่างจากเชิงเสาธงโรงเรียน 100 ฟุต มองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 55° จงหาความสูงของเสาธง (ไม่กิตความสูงของเด็กชายวิทย์)

2. จากจุด ๆ หนึ่งซึ่งห่างจากตึกหลังหนึ่ง 450 ฟุต มุมเงยของยอดตึกที่มองจากจุดนั้นเป็น 42° จงหาความสูงของตึก
8. ตำรวจอยู่บนหอคุไฟซึ่งสูง 300 ฟุต มองเห็นจุดไฟไหม้ด้วยมุมก้ม 8° จงหาว่าที่ซึ่งเกิดไฟไหม้ห่างจากหอคุไฟเท่าไร
4. ถัดกัน ๆ หนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว $18''$ เส้นทแยงมุมทำมุม 80° กับด้าน ๆ หนึ่ง จงหาความยาวของอีกด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม
5. ฐานของสี่เหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งเป็น $24''$ มุมที่ฐานเป็น 70° ทั้งคู่ จงหาความสูงของสามเหลี่ยม
6. เมื่อมุมเงยของดวงอาทิตย์เป็น 28° เงาของตึกแห่งหนึ่งซึ่งสูง 45' ทอดไปยาวเท่าใด
7. ยอดผาแห่งหนึ่งสูง 200 ฟุต เห็นระดับน้ำทะเล มองจากยอดผานั้นด้วยมุมก้ม 15° เห็นเรือเล็กลำหนึ่งอยู่ในทะเล จงหาระยะที่เรือนั้นอยู่ห่างจากเชิงผา
8. จงใช้อัตราส่วน tangent หาความสูงของสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้
 (8.1) ทุกด้านยาว $12''$ (8.2) ทุกด้านยาว $\frac{1}{8}$ หลา
 (8.8) ทุกด้านยาว $\frac{1}{40}$
9. จงหาความลึกของเกลียวมาตรฐาน ซึ่งเกลียว 10 เกลียวเท่ากับ 1 นิ้ว
10. ถัดกันของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ยาวด้านละ 5'' จงหาเนื้อที่ของรูปห้าเหลี่ยม
11. ถ้าจัตุรัสรูปหนึ่งมีด้านยาว $10''$ ถูกตัดมุมออกทำเป็นรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จงหาความยาวด้านของรูปแปดเหลี่ยม
12. จากเชิงตึกไป 150 ฟุต ถึงจุด ๆ หนึ่ง จากจุดนั้นมองไปยังยอดตึกเป็นมุมเงย 82° และมองไปยังยอดเสาธงที่ปักบนยอดตึก มุมเงยเป็น 42° จงหาความสูงของเสาธงและความสูงของตึก
19. จงหารัศมีของวงกลมที่บรรจุลงในสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีทุกด้านยาว 5 นิ้ว

14. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีมุมที่ฐานทั้งคู่กาง 56° และฐานยาว 18 นิ้ว จงหา
รัศมีของวงกลมที่บรรจุภายในสามเหลี่ยมรูปนั้น

7. การใช้อัตราส่วน tangent หาขนาดของมุมในสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 7.1 ถ้าด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 8 และ 12 นิ้วตามลำดับ
จงหามุมที่เส้นทแยงมุมทำกับด้านที่ยาว 12 นิ้ว



ใน $\triangle ACD$

$$\tan \hat{ACD} = \frac{8}{12}$$

$$= \frac{2}{3}$$

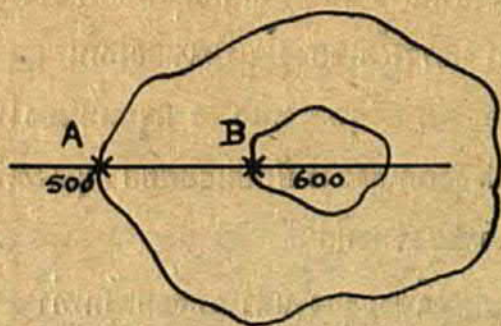
$$= .667$$

$$= \tan 34^\circ$$

จากตาราง

$\therefore$ เส้นทแยงมุมทำมุมกับด้าน CD เป็น 34°

ตัวอย่างที่ 7.2 แผนที่แผ่นหนึ่งแสดงถนนตัดผ่านพื้นที่ราบสูง A ซึ่งสูง
500 ฟุต และที่ราบสูง B ซึ่งสูง 600 ฟุต ถ้าระยะจาก A ถึง B บนแผนที่เป็น
5 นิ้ว และสเกลของแผนที่เป็น 1 นิ้ว ต่อไมล์ จงหามุมที่ถนนทำกับพื้นระดับ





ให้ AC เป็นพื้นระดับ

$$\text{ความยาวของ } AC = \frac{5}{8} \times 1760 = 1,100 \text{ หลา}$$

$$= 8,800 \text{ ฟุต}$$

$$\text{ฉะนั้น } \tan \hat{BAC} = \frac{100}{8,800}$$

$$= .01136$$

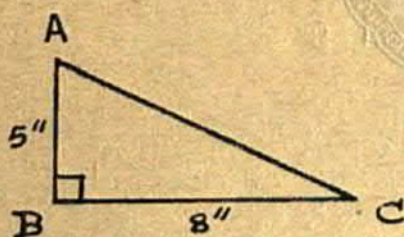
จากตาราง

$$= \tan 2^\circ$$

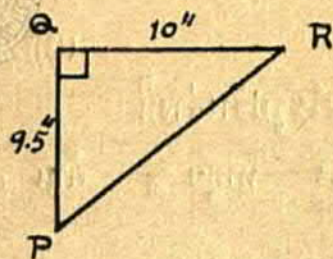
∴ มุมที่ถนนทำกับพื้นระดับ 2°

แบบฝึกหัดที่ 11.11

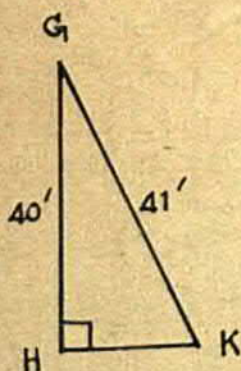
1. ถ้าด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 6 และ 8 นิ้ว จงหามุมที่เส้นทแยงมุมทำกับด้านทั้งสองของสี่เหลี่ยมผืนผ้า
2. จงหามุมแหลมของสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้



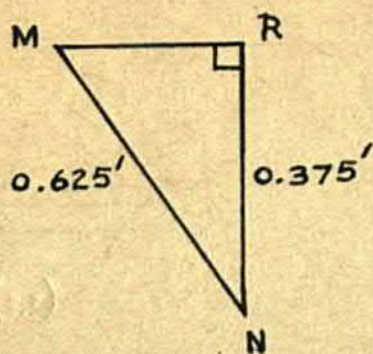
(2.1)



(2.2)



(2.3)



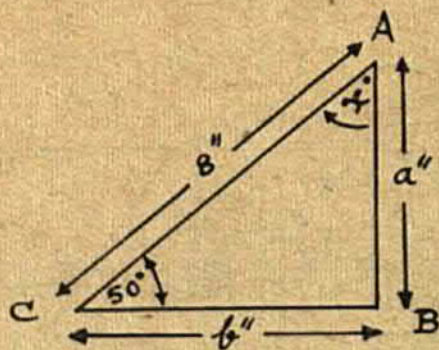
(2.4)

3. เมื่อปักไม้ทาลงบนพื้นระดับ เห็นเงาของไม้ทอที่ยาว 24" ไปตามพื้น จงหามุมเงยของดวงอาทิตย์
4. ด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 21' และ 80' เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตัดกันทำมุมเท่าไร
5. ทรงกรวยอันหนึ่งสูงตรง 15" เส้นผ่าศูนย์กลางของฐานเป็น 14" จงหา มุมยอด และมุมที่สูงเอียงทำกับฐาน
6. บ้านใดวางพังกำแพงบ้านซึ่งพาดถึงหน้าต่างขอบล่าง สูงจากพื้นดิน 85' เชิงบันไดอยู่ห่างจากเชิงกำแพง 8' จงหามุมที่บ้านใดทำกับพื้นดิน
7. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน มีเส้นทแยงมุมตั้งฉากและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน จงคำนวณมุมของรูปสี่เหลี่ยมนี้ ถ้าเส้นทแยงมุมยาว 28" และ 14" ตามลำดับ
8. จากจุดๆ หนึ่งห่างจากเชิงเสาธง 100 ฟุต มุมเงยของยอดเสาเป็น 56° จงหา มุมเงยของยอดเสา ที่จุดกึ่งกลางระยะทางเดิม

แบบฝึกหัดระคนชุดที่ 2

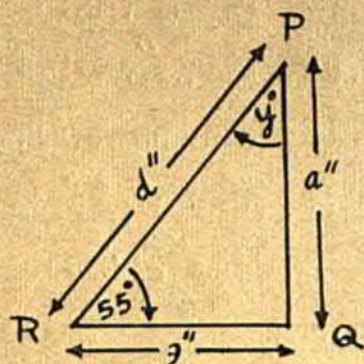
1. จงใช้รูปข้างล่างนี้

1.1 หามุม x ด้าน a และ b



(1.1)

1.2 หาค่าของ y , a และ d



(1.2)

2. จงหาส่วนต่างๆ ของรูปสามเหลี่ยม ABC เมื่อกำหนดมุม $B = 90^\circ$ และ

(2.1) $AC = 42''$ $\angle C = 81^\circ$

(2.2) $AC = 10.8''$ $\angle C = 40^\circ$

(2.3) $AC = 1.92''$ $\angle A = 51^\circ$

(2.4) $BC = 15''$ $\angle C = 50^\circ$

(2.5) $AB = 19''$ $\angle C = 70^\circ$

(2.6) $BC = 2.3''$ $\angle A = 58^\circ$

(2.7) $AC = 25'$ $AB = 24'$

(2.8) $AC = 33''$ $BC = 18''$

(2.9) $AC = 18.9''$ $AB = 8.5''$

(2.10) $AB = 86''$ $BC = 15''$

(2.11) $AB = 45''$ $BC = 24''$

(2.12) $AB = 8''$ $BC = 9''$

3. จงหาเนื้อที่ของสามเหลี่ยมต่อไปนี้

(8.1) $\triangle ABC$ มีด้าน $AB = 10.6''$, $BC = 24.2''$, $\angle B = 76^\circ$

(8.2) $\triangle ABC$ มีด้าน $AB = 7.4''$, $AC = 15.4''$, $\angle A = 45^\circ$

(8.3) $\triangle ABC$ มีด้าน AD ตั้งฉากกับ BC และ $AD = 8.8''$

$\angle BAD = 27^\circ$, $\angle DAC = 43^\circ$

(8.4) $\triangle ABC$ มีด้าน $AC = 9.4''$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 38^\circ$

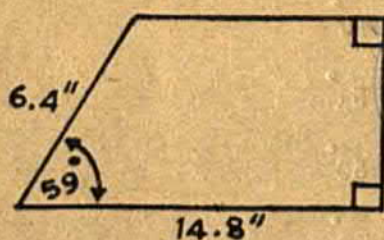
4. จงหาเนื้อที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้

(4.1) $\square ABCD$ มี $AB = 12.4''$, $\angle B = 53^\circ$, $BC = 18.2''$

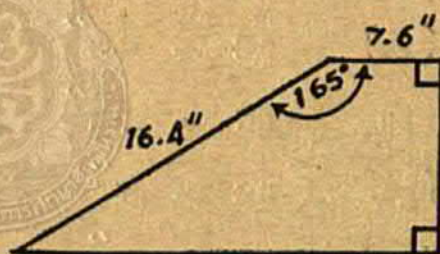
(4.2) $\square ABCD$ มีเส้นทแยงมุม $BD = 20.0''$, $BC = 14.8''$ และ

$\angle DBC = 28^\circ$

5. จงหาเนื้อที่ของรูปต่อไปนี้



(5.1)



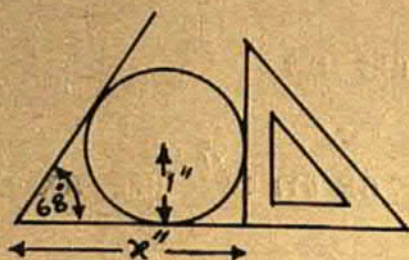
(5.2)

6. จากยอดหอคอยสูง 500 ฟุต มองเห็นแสงไฟด้วยมุมก้ม 3° จงหาระยะทางที่แสงไฟอยู่ห่างจากเชิงหอคอย

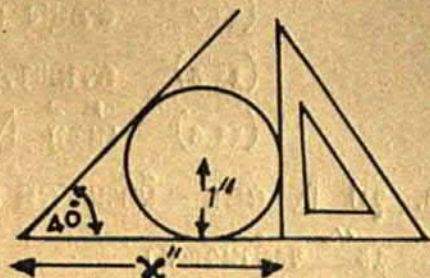
7. จากจุด ๆ หนึ่งห่างจากเชิงหอคอย 80 ฟุต มองเห็นยอดหอคอยด้วยมุมเงย 57° จงหาความสูงของหอคอย

8. เสาต้นหนึ่งสูงจากพื้นดิน 8' มีเงาทอดยาว $12' 6''$ จงหามุมเงยของดวงอาทิตย์

9. จากแผนภาพข้างล่างจงหาค่าของ x



(9.1)



(9.2)

10. ใน $\triangle ABC$ ข้างล่างนี้ ถ้า AB ยาว 4", BC ยาว 5" และ $\angle B = 50^\circ$ จงหา

(10.1) ส่วนสูงของ AD

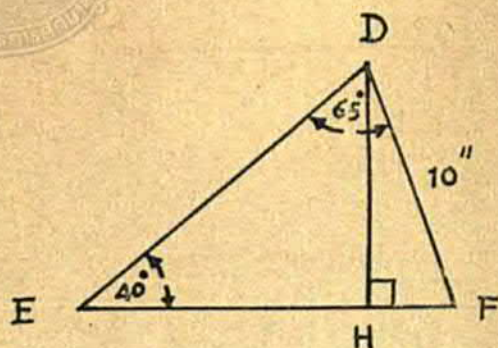
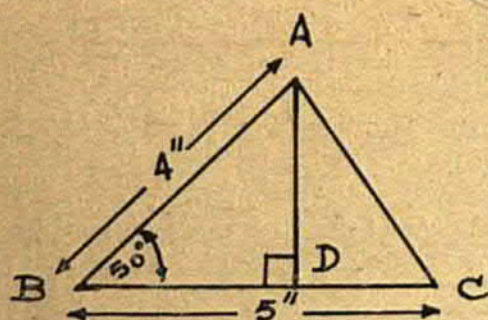
(10.2) เงามของ AC บน BC

(10.3) มุม BAC

(10.4) เงามของ AB บน BC

(10.5) มุม C

(10.6) เนื้อที่ของ $\triangle ABC$



11. จากรูปเหลี่ยม $\triangle DEF$ ข้างบน DF ยาว 10" $\angle D = 65^\circ$, $\angle E = 40^\circ$ จงหา

(11.1) มุม F

(11.2) ความยาวของ HF

- (11.3) ความยาวของ EF
 (11.4) ส่วนสูง DH
 (11.5) ความยาวของ EH และ DE
 (11.6) เนื้อที่ $\triangle DEF$

12. รูป $\triangle GHK$ มีด้าน GH ยาว 13", GK ยาว 14" และ HK ยาว 15" จงคำนวณหา

- (12.1) เนื้อที่ $\triangle GHK$ (12.2) ส่วนสูง GD ที่ลากมายังด้านยาว 15"
 (12.3) มุม H (12.4) ความยาวของ HD
 (12.5) มุม K (12.6) ความยาวของ DK
 (12.7) มุม G



ตารางของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

พุทธทศวรรษ

Angle	Sin	Cos	Tan	Angle	Sin	Cos	Tan
1°	·0175	·9998	·0175	46°	·7193	·6947	1·0355
2°	·0349	·9994	·0349	47°	·7314	·6820	1·0724
3°	·0523	·9986	·0524	48°	·7431	·6691	1·1106
4°	·0698	·9976	·0699	49°	·7547	·6561	1·1504
5°	·0872	·9962	·0875	50°	·7660	·6428	1·1918
6°	·1045	·9945	·1051	51°	·7771	·6293	1·2349
7°	·1219	·9925	·1228	52°	·7880	·6157	1·2799
8°	·1392	·9903	·1405	53°	·7986	·6018	1·3270
9°	·1564	·9877	·1584	54°	·8090	·5878	1·3764
10°	·1736	·9848	·1763	55°	·8192	·5736	1·4281
11°	·1908	·9816	·1944	56°	·8290	·5592	1·4826
12°	·2079	·9781	·2126	57°	·8387	·5446	1·5399
13°	·2250	·9744	·2309	58°	·8480	·5299	1·6003
14°	·2419	·9703	·2493	59°	·8572	·5150	1·6643
15°	·2588	·9659	·2679	60°	·8660	·5000	1·7321
16°	·2756	·9613	·2867	61°	·8746	·4848	1·8040
17°	·2924	·9563	·3057	62°	·8829	·4695	1·8807
18°	·3090	·9511	·3249	63°	·8910	·4540	1·9626
19°	·3256	·9455	·3443	64°	·8988	·4384	2·0503
20°	·3420	·9397	·3640	65°	·9063	·4226	2·1445
21°	·3584	·9336	·3839	66°	·9135	·4067	2·2460
22°	·3746	·9272	·4040	67°	·9205	·3907	2·3559
23°	·3907	·9205	·4245	68°	·9272	·3746	2·4751
24°	·4067	·9135	·4452	69°	·9336	·3584	2·6051
25°	·4226	·9063	·4663	70°	·9397	·3420	2·7475
26°	·4384	·8988	·4877	71°	·9455	·3256	2·9042
27°	·4540	·8910	·5095	72°	·9511	·3090	3·0777
28°	·4695	·8829	·5317	73°	·9563	·2924	3·2709
29°	·4848	·8746	·5543	74°	·9613	·2756	3·4874
30°	·5000	·8660	·5774	75°	·9659	·2588	3·7321
31°	·5150	·8572	·6009	76°	·9703	·2419	4·0108
32°	·5299	·8480	·6249	77°	·9744	·2250	4·3315
33°	·5446	·8387	·6494	78°	·9781	·2079	4·7046
34°	·5592	·8290	·6745	79°	·9816	·1908	5·1446
35°	·5736	·8192	·7002	80°	·9848	·1736	5·6713
36°	·5878	·8090	·7265	81°	·9877	·1564	6·3138
37°	·6018	·7986	·7536	82°	·9903	·1392	7·1154
38°	·6157	·7880	·7813	83°	·9925	·1219	8·1443
39°	·6293	·7771	·8098	84°	·9945	·1045	9·5144
40°	·6428	·7660	·8391	85°	·9962	·0872	11·430
41°	·6561	·7547	·8693	86°	·9976	·0698	14·301
42°	·6691	·7431	·9004	87°	·9986	·0523	19·081
43°	·6820	·7314	·9325	88°	·9994	·0349	28·636
44°	·6947	·7193	·9657	89°	·9998	·0175	57·290
45°	·7071	·7071	1·0000				



องค์การค้ำของครุสภา

พิมพ์ที่โรงพิมพ์ตรัสภา

นายกำจร สัตถกุล ผู้พิมพ์และผู้โฆษณา

๒๓ กรกฎาคม ๒๕๑๑

