

ค่านวน วิธ

กรมตำรวจ กระทรวงธรรมการ



พืชคณิตภาคต้น

เจ้าพระยาธรรมศักดิ์มนตรี เรียบเรียง

พิมพ์ครั้งที่ ๑๐, ๑๐๐๐ ฉบับ

พ.ศ. ๒๔๖๗

แบบกระทรวงศึกษาธิการ ๔๐ ปี

พิมพ์จำหน่ายที่โรงพิมพ์อักษรนิติ บางขุนพรหม

มีกรรมสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

71 03295 — 71 03294





คำนวณวิธี

กรมตำรา กระทรวงธรรมการ



พืชคณิตภาคต้น

เจ้าพระยาธรรมศักดิ์มนตรี เรียบเรียง

พิมพ์ครั้งที่สาม ๒,๐๐๐ เล่ม

พ.ศ. ๒๔๖๗

ปกกระดาษราคาเล่มละ ๔๐ สตางค์

พิมพ์จำหน่ายที่โรงพิมพ์อักษรนิติ บางขุนพรหม

มีกรรมสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

คำนำ ครึ่ง พิมพ์ คราวแรก

— ๑๖๖๖๕๖ —

แบบเรียน ฟิสิกส์ เล่มนี้ ได้เรียบเรียงขึ้น ตามความต้องการ
การ ของโรงเรียนแต่ละชั้น มีขอมขึ้นไป ซึ่งต้อง สอนวิชา นี
กเมื่อวิชา ฟิสิกส์เป็น วิชา จำเป็นต้องรู้ สำหรับ เป็นเครื่องมือ
ในการเรียนวิทยาศาสตร์ ต่อไปข้างหน้า จำเป็นจะต้องเรียนให้
ชำนาญใช้ เป็นเครื่องมือได้จริง ไม่ใช่เรียนเพียงเปล่าๆ ลัก
แต่ทำให้เข้าใจทางไว้เท่านั้น จึงได้เรียบเรียงหนังสือเล่มนี้
เป็น ทำนองแบบเรียนแท้ มีแบบฝึกหัดบท ละ มากๆ ผู้ที่
เรียนด้วย ความ ประสงค์ถึงกล่าว มาแล้วข้างต้น ขอแนะนำได้
พยายาม ทำแบบฝึกหัด จนชำนาญทุกชั้นไป ด้วย การเรียน
วิชาใดๆ ซึ่ง จะให้ ชี้มทราบ ชำนาญได้แท้จริง อะไร จะช่วย
ให้สำเร็จได้ถึง เช่น นั้น มากกว่าทำแบบฝึกหัดมากๆ เช่นไม่มี
ถึง กระนั้น ก็ดี แบบฝึกหัด ทั้งหลายในเล่มนี้ ใจว่า จะวาง
ไว้เป็นยังค้ำว่า ผู้เรียน ทุกๆ คน จะ ต้องทำ ให้ สั้นเชิง ตลอด
ทุกข้อในหลายๆ บท ก็หา มิได้ แม้ว่า ผู้ใดได้ทำบ้าง เห็น
ว่า พอควร แก่ที่จะให้เกิด ความ ชำนาญในบทนั้นๆ ได้แล้ว จะ

เรียน บทอื่น ต่อไป ละเว้นแบบฝึกหัด บางข้อเสียบ้างก็ได้ แต่
ถ้ายังทำได้ มากข้อเพียงใด ก็ จะยังให้เกิด ความชำนาญ
ใน บท นั้น ๆ ได้ยิ่ง ขึ้น เพียง นั้น

พีชคณิต นี้ ภาษา อังกฤษ เรียกว่า แอลยิบรา
(Algebra) แต่ได้เคยเห็น ท่านใช้ คำว่า พีชคณิต มาใน ภาษา
ไทย จน นักเรียน เรียก กัน ติดปาก แล้ว จึงได้นำ คำนี้ มาใช้
ตลอดเล่ม

แบบเรียนนี้ ความตั้งใจ ของผู้เรียบเรียง ก็ เพื่อ สำหรับ
ได้ทดลองใช้ดู เพราะฉะนั้น เมื่อ ท่าน ผู้ใด เห็น ว่า มี ผิดเพี้ยน
คลาดเคลื่อน ตรงไหน โปรด ส่ง กระดาษ บอก มา ให้ทราบ ผู้
เรียบเรียง จะ มีความชอบใจ เป็นอันมาก จะได้ เป็น ทาง สำหรับ
แก้ไข ต่อไป ใน คราวพิมพ์ ครั้งหลัง ๆ ได้ ได้ ประโยชน์ แก่ บรรดา
ผู้ศึกษา ทั่ว กัน ยิ่ง ขึ้น

วิชา พีชคณิต ยังมี ต่อ นี้ ไป อีก มาก หวังว่า จะได้ มี
โอกาส เรียบเรียง ลง พิมพ์ เป็น ลำดับ ไป ตาม ความ ต้อง การ ของ
หลัก สูตร กรรม ศึกษาธิการ

พระยาไพศาลศิลปสาคร

วันที่ ๑๒ พฤศจิกายน ร.ศ. ๑๒๕

บัญชี เรือง

—*—

บทที่ ๑	คำอธิบาย	หน้า ๑
บทที่ ๒	เทศมณฑลและวิธีขวกเทศมณฑล	๑๙
บทที่ ๓	การใช้วงเล็บอย่างง่ายและวิธีขวก	๒๙
บทที่ ๔	ลข	๔๒
บทที่ ๕	คุณ	๕๐
บทที่ ๖	การ	๖๔
บทที่ ๗	วิธีถอดและเข้าวงเล็บ	๗๑
บทที่ ๘	อัครชัยชัยเกียร	๘๐
บทที่ ๙	การใช้อักษรเป็นเครื่องหมาย	๙๙
บทที่ ๑๐	โทษอัครชัยชัยเกียร	๑๐๔
บทที่ ๑๑	วิธีหาผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดและตัวหาร ร่วมที่มากที่สุดของเลขมเกียร	๑๑๒
บทที่ ๑๒	เศษส่วนอย่างง่าย	๑๔๖

—*—

พีชคณิต

บทที่ ๑

คำอธิบาย

๑. พีชคณิตหรือแอลยิบราเป็นวิชาที่กล่าวถึงจำนวน
ทุกวิชาเลข แต่จำนวนต่างๆ ในวิชาเลขใช้ตัวเลขซึ่ง
มีค่าประจำตัวโดยเฉพาะ เช่น ๑ ก็มีค่าแต่เพียง
หนึ่ง. ๒ ก็มีค่า สอง. ๑๓ ก็มีค่า สิบสาม. ๑ ไม่
มีใครเข้าใจว่ามีค่าเท่ากับ ๔ หรือเท่ากับ ๑๐ เลย ส่วน
เครื่องหมายที่ใช้ในพีชคณิตไม่ใช่ตัวเลข เป็นเครื่องหมาย
ชนิดใดชนิดหนึ่ง ที่จะให้มีค่าเท่าใดก็ได้ ตามแต่จะ
กำหนดว่า เครื่องหมายนั้น จะให้แทนจำนวนเท่านี้

เครื่องหมายที่ใช้กันมักเป็นตัวยักษ์หระโดยมาก ถึง
แม้ว่าตัวยักษ์หระไม่มีค่าประจำตัว คือไม่เท่ากับจำนวนเท่านี้
เท่านี้ ก็ดี แต่เราสมมติให้ตัวยักษ์หระนั้นแทนจำนวนเลขนั้น
ในช่วงขณะหนึ่งๆ เมื่อพ้นขณะนั้นไปแล้วจะเปลี่ยนให้ตัวใด
ไปแทนจำนวนใดก็ได้ เช่นเราจะว่า “ให้ $a=๑$ ” เรา

ไม่หมายความว่าให้ g เท่ากับ ๑ เสมอไป, g เท่ากับ ๑ ใน
ช่วงขณะที่เราสมมุติตั้งขึ้นนี้ คราวหน้าเรา จะให้เป็น ร้อย
หรือเป็นพันก็ได้ บางทีเราอาจ กำหนด เครื่องหมายพยัญชนะนี้
ไปตามวิธีของเราโดยไม่ต้องกำหนดว่า ตัวนี้ให้เป็นจำนวน
เท่านี้ ตัวนี้ให้เป็นจำนวนเท่านี้เลยก็ได้ แท้จริง พีชคณิต
เป็นวิทยาที่ว่าด้วยวิธีกำหนด ด้วยเครื่องหมายเท่านั้นเอง

๒. เมื่อจำนวนคูณกันแต่สองจำนวนขึ้นไป ผลคูณ นั้น
ในพีชคณิตมีที่สังเกตหลักกับวิธีเลขอยู่ คือในวิธีเลข ผลคูณ
ของ ๒ กับ ๓ เขียนดังนี้ 2×3 (หรือ ๖) แต่ในพีชคณิต
ผลคูณของ g กับ x จะเขียนลงว่า $g \times x$ หรือ $g \cdot x$
หรือ gx ก็ได้ แต่มักใช้เขียนว่า gx โดยมาก เพราะ
พีชคณิตไม่นิยมเครื่องหมาย $\times$ ถ้า $g=2, x=3,$
 $gx = g \times x = 2 \times 3 = 6$ อย่าเข้าใจว่า gx เป็น
 $g+x$ หรือ $2+3$ (คือ ๕) หรือเป็น ๒๓ เป็นอันขาด

๓. ในตำราพีชคณิตนี้ เครื่องหมายที่แทนจำนวน
จำนวนหนึ่ง เช่น $3gx$ เรียกว่า เทอม หนึ่ง เมื่อเทอม
หลายเทอมเกี่ยวกัน โดยมีเครื่องหมาย $+$ กับ $-$ คั่น ให้
ชื่อว่า ฐาน เป็นต้นว่า $3gx + 5x - 3c - d + 2y$

๕๔. เป็นฐานหนึ่งที่มีห้าเทอม บางทีก็เรียกว่า **เทอมคละ**

หมายเหตุ เทอมเดียว ๆ หรือ เทอมที่อยู่หน้าฐานที่มีหลายเทอม ถ้าเป็นเทอมบวก ท่านมักไม่นิยมเครื่องหมาย + แต่ถ้าเป็นเทอมลบ ต้องให้มี เครื่องหมาย - ข้างหน้า เพราะฉะนั้น เมื่อเทอมใดไม่มีเครื่องหมาย อยู่หน้า ก็จงเข้าใจว่า เทอมนั้น เป็น เทอม บวก เด็ด

๔. ถ้ามีผลคูณ อยู่เทอมหนึ่ง ผลคูณนี้แยก ออกเป็น ตัวคูณได้ ตัวคูณเหล่านี้เรียกว่า **แฟกเตอร์** ของเทอมนั้น กล่าวคือ ๕ หรือ ๓ หรือ ๒ ย่อมเป็นแฟกเตอร์ของเทอม ๕ ๓ ๒ เพราะถ้าเอา ๕ กับ ๓ กับ ๒ คูณ กันก็ได้อีก ๕ ๓ ๒

๕. เมื่อเทอมใดมีตัวเลขเป็นแฟกเตอร์ แฟกเตอร์นั้น มักเรียกว่า **โคเอฟฟิเชนต์** ของแฟกเตอร์อื่นๆ ทั้งหมดที่เหลือน้อยในเทอมนั้น เช่นในเทอม ๕ ๓ ๒ น. ๕ เป็นโคเอฟฟิเชนต์ของ ๓ ๒ แต่คำว่าโคเอฟฟิเชนต์ยังมีความหมายกว้างออกไปกว่าแฟกเตอร์ที่เป็นตัวเลขอีก คือแฟกเตอร์หนึ่ง แฟกเตอร์ใดในเทอมเดียวกัน ย่อมเป็นโคเอฟฟิเชนต์แห่งแฟกเตอร์อื่นๆ ที่เหลือน้อยในเทอมนั้นทั้งสิ้น เช่นในเทอม

๖ ก ข ค นี้. ๖ เป็นโคเอฟฟิเชนต์ของ ก ข ค, และ ๖ เป็นโคเอฟฟิเชนต์ของ ๖ ข ค, ๖ ข เป็นโคเอฟฟิเชนต์ของ ก ค, และ ๖ ข เป็นโคเอฟฟิเชนต์ของ ๖ ค ฯลฯ

หมายเหตุ โคเอฟฟิเชนต์ที่ไม่ใช่เลขเรียกว่า อักขระโคเอฟฟิเชนต์ โคเอฟฟิเชนต์ที่เป็นหนึ่งหน่วยท่านไม่นิยมคือไม่เขียน ๑ ก เขียนแต่ ก เท่านั้นก็พอ

๖. ถ้าเอาเทอมโคคูณพบตัวกันขึ้นก็คูณๆ เช่น $๒ \times ๒ \times ๒$ ผลคูณคือ ๘ เรียกว่า กำลัง ของเทอม ๒ และ กำลังนี้ กระทบตัวก็คูณๆ ก็ทราบได้ด้วยจำนวนซึ่งอยู่บนปากขาของเทอม คือ ก $\times$ ก ก็เรียกว่า กำลังที่สองของ ก และเขียนลงเป็น ก, ข $\times$ ข $\times$ ข เรียกว่า กำลังที่สามของ ข เขียนลงเป็น ข เป็นตัวอย่าง

จำนวนที่บอกกำลังซึ่งอยู่ทางขวามือข้างบนนั้น เรียกว่า อินเด็กส์ เช่น ๒ หรือ ๕ หรือ ๗ ในเทอมต่อไปนี้เป็นอินเด็กส์ของ ก, ก, ก โดยลำดับกัน

หมายเหตุ ก อ่านว่า ก กำลังสอง, ก อ่านว่า ก กำลังสาม, ก อ่านว่า ก กำลังสี่ ฯลฯ แต่เมื่ออินเด็กส์เป็นหนึ่งหน่วยก็ไม่นิยม คือไม่ต้องเขียนว่า ก เขียนแต่ ก เท่านั้น

คำอธิบาย

๕

ก็พอ เพราะฉะนั้นคงจะเห็นได้ง่าย ๆ ว่า ก, ๑ ก, ก^๑, ๑ ก^๑ นี้ล้วนมีค่าเท่ากันหมด

๗. ผู้แรกเรียนจำต้องเข้าใจให้แน่นแฟ้นว่า ไคเอ็ฟพีเซ็นต์ก็ย อินเท็กส์ต่าง กันอย่างไร ๓ ก นี, ๓ เป็นไคเอ็ฟพีเซ็นต์ และ ๓ ก = ๓ × ก แต่ ก นี ๓ เป็นอินเท็กส์ และ ก = ก × ก × ก

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้า ก = ๔

$$๓ \text{ ก} = ๓ \times ก = ๓ \times ๔ = ๑๒ \dots\dots\dots \left. \begin{array}{l} ๓ \text{ เป็นไค} \\ \text{เอ็ฟพีเซ็นต์} \end{array} \right\}$$

$$\text{แต่ } ก = ก \times ก \times ก = ๔ \times ๔ \times ๔ = ๖๔ \dots\dots\dots \left. \begin{array}{l} ๓ \text{ เป็น} \\ \text{อินเท็กส์} \end{array} \right\}$$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า ข = ๕

$$๔ \text{ ข} = ๔ \times ข \times ข = ๔ \times ๕ \times ๕ = ๑๐๐$$

$$\text{แต่ } ๒ ข = ๒ \times ข \times ข \times ข \times ข$$

$$= ๒ \times ๕ \times ๕ \times ๕ \times ๕ = ๑๒๕๐$$

ตัวอย่างที่ ๓ ถ้า ก = ๖, ศ = ๗

$$\frac{๕}{๓} \text{ กศ} = \frac{๕}{๓} \times ก \times ศ = \frac{๕}{๓} \times ๖ \times ๗ = ๗๐$$

หมายเหตุ ไคเอ็ฟพีเซ็นต์ที่เป็นเศษเกินเช่น $\frac{๕}{๓}$ ก็ให้

คงไว้ อย่าทอนเป็นจำนวนคละเสียเป็นอันขาด

ตัวอย่างที่ ๔ ถ้า $n=๔$, $k=๑$ พหาค่าของ ๕ คⁿ
 $๕ \text{ ค}^n = ๕ \times \text{ค}^k = ๕ \times ๑ = ๕ \times ๑ \times ๑ \times ๑ \times ๑ = ๕$

หมายเหตุ กำลังของ ๑ ทุกกำลัง ไม่ว่า ๑ กำลังห้า,
 ๑ กำลังหก หรือ ๑ กำลังร้อย ผลต้องคงเป็น ๑ เสมอไป

แบบฝึกหัดที่ ๑

ถ้า $n=๗$, $x=๒$, $k=๑$, $c=๕$, $y=๓$
 พหาค่าของเทอมเหล่านี้

(๑) ๑๔ ค , (๒) ค , (๓) ๓ ค ค , (๔) ค , (๕) ๒ ค ,
 (๖) ค , (๗) ๓ ค , (๘) ๒ ค ค , (๙) ๖ ค , (๑๐) ๔ ค ,
 (๑๑) ๗ ค , (๑๒) ๔ ค , (๑๓) ๘ ค ค ค ค ค , (๑๔) ๗ ค ,
 (๑๕) ๘ ค

ถ้า $n=๘$, $x=๕$, $k=๔$, $c=๑$, $y=๓$
 พหาค่าของเทอมเหล่านี้

(๑๖) ๔ ค ค ค ค , (๑๗) ๘ ค , (๑๘) ๓ ค , (๑๙) ค ,
 (๒๐) ๗ ค , (๒๑) ๑ ค , (๒๒) ค , (๒๓) ค ,
 (๒๔) ค , (๒๕) ค , (๒๖) ค , (๒๗) ค , (๒๘) ค ,
 (๒๙) ค , (๓๐) ๖ ค ค ค ค

ถ้า $n=๕$, $x=๑$, $k=๖$, $c=๔$

งหาค่าของเทอมเหล่านี้

(๓๑) $\frac{๓}{๘}$ ศี, (๓๒) $\frac{๑}{๑๐}$ ก ศ, (๓๓) ๓ ศ, (๓๔) ๒ ศ,
(๓๕) $\frac{๑}{๘}$ ศ, (๓๖) ๓ ศ, (๓๗) $\frac{๓}{๑๔}$ ก ศ ศ, (๓๘) $\frac{๑}{๘}$ ข ศ ศ,
(๓๙) $\frac{๒}{๘}$ ศ, (๔๐) $\frac{๑}{๑๔}$ ศ

๓๖. เมื่อเทอมหลายเทอมต่างๆ กันบ้างซ้ำๆ กันบ้าง
คูณกัน วิธีที่เขียนลง ก็เขียนดังกล่าวมาแล้ว เช่น
ก ก ข ข ข ข ก ก ก ก็เขียนเป็น ก ข ข ศ และ ๗ ก ข ศ
ก็หมายความว่า $๗ \times ก \times ก \times ก \times ข \times ข \times ข$

๓๗. ก ข และ ข ก แสดงว่าเป็นผลคูณของจำนวน
สองจำนวนคือ ก กับ ข เพราะฉะนั้น ก ข กับ ข ก ก็
มีค่าเท่ากัน และ ก ข ศ, ก ศ ข, ข ก ศ, ข ศ ก, ศ ก ข, ศ ข ก
ก็มีค่าเท่าๆ กันทั้งนั้น ด้วยเป็นผลคูณของ ก, ข, และ
ศ ด้วยกัน

เหตุฉะนั้นในการเรียงแฟกเตอร์ (ตัวคูณ) ถึงจะสลับ
กันอย่างไร ผลคูณ ก็มีค่าคงเดิมอยู่เสมอ แต่ท่านมักนิยม
เขียนเรียง กัน ตาม ลำดับของ ตัว พหุคูณชนะ

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้า ศ = ๕, ข = ๓ งหาค่าของ ๔ ศ ข^๓
 $๔ \text{ ศ } ข^๓ = ๔ \times ๕ \times ๓$

$$= ๔ \times ๕ \times ๕ \times ๓ \times ๓ \times ๓$$

$$= ๔ \times ๒๕ \times ๒๗$$

$$= ๒๗๐๐$$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า $a = ๔$, $b = ๕$, $c = ๖$

$$\begin{array}{r} \text{หาค่าของ} \quad \frac{๘ \text{ ๗ } ๖}{๒๗ \text{ ๖}} \\ \frac{๘ \text{ ๗ } ๖}{๒๗ \text{ ๖}} = \frac{๘ \times ๗ \times ๖}{๒๗ \times ๖} \\ = \frac{๘ \times ๗ \times ๓ \times ๒}{๒๗ \times ๖ \times ๒} \\ = \frac{๓}{๒} \\ = ๑ \frac{๑}{๒} \end{array}$$

๑๐. ถ้าแฟกเตอร์ตัวหนึ่งเป็น ๐ ถึงแม้ว่าแฟกเตอร์ตัวอื่นๆ จะมีค่ามากเท่าใดๆ ก็ดี ผลคูณที่ได้ทั้งหมดก็ย่อมเป็น ๐ เหมือนกัน เพราะตามธรรมชาติของเลข ๐×๕ ก็เป็น ๐, ๐×๘๐๐๐๐ ก็เป็น ๐ เหมือนกัน เพราะฉะนั้นให้สังเกตไว้ว่า ถ้าจำนวนใดมีแฟกเตอร์ราคาเท่ากับ ๐ อยู่แฟกเตอร์หนึ่งแล้ว ถึงแม้แฟกเตอร์อื่นๆ จะมีค่ามากน้อยเท่าใดๆ ก็ดี จำนวนนั้นทั้งหมดก็ต้องมีค่าเท่ากับ ๐

เพราะเมื่อคุณ ก็นำเข้าแล้ว ก็ได้ ๐

แบบฝึกหัดที่ ๒

ถ้า $ก=๓$, $ข=๒$, $ค=๐$, $ค=๕$, $ง=๓$

จงหาค่าของเทอมเหล่านี้

- (๑) $๔ ก$, (๒) $ก ข$, (๓) $๘ ข$, (๔) $๓ ค$,
 (๕) $\frac{๓}{๕} ข$, (๖) $\frac{๕}{๓} ข$, (๗) $\frac{๒}{๕} ค$, (๘) $ก ค$,
 (๙) $ก ค$, (๑๐) $๘ ค$, (๑๑) $\frac{๓}{๑๐} ก ข$, (๑๒) $\frac{๑}{๕} ค$

ถ้า $ก=๒$, $ข=๓$, $ค=๑$, $ด=๐$, $ผ=๔$, $พ=๖$

จงหาค่าของเทอมเหล่านี้

- (๑๓) $\frac{๓ ก พ}{๘ ข}$, (๑๔) $\frac{๘ ก ข}{๘ ข}$, (๑๕) $\frac{๖ ก ค}{๕ ข}$, (๑๖) $\frac{๔ ค พ}{๘ ก}$,
 (๑๗) $๓ ก ข$, (๑๘) $\frac{๕}{๖} ข ก$, (๑๙) $\frac{๘ ค}{๘ พ}$

- (๒๐) $ก ค$, (๒๑) $\frac{๒ ก ข}{๓ พ}$, (๒๒) $ก ข$, (๒๓) $๒ ก$,

- (๒๔) $ก ข$, (๒๕) $\frac{๕ ก ข}{๖ พ}$, (๒๖) $๒ ก$, (๒๗) $\frac{๖๔}{พ}$,

- (๒๘) $\frac{๒}{พ}$

๑๑. กรณฑ์ หรือ รุตที่สอง ของเทอมใด ก็คือ เทอมซึ่งเมื่อให้เป็นกำลัง ๒ หรือให้คูณตัวเองครึ่งหนึ่ง ผลคูณนั้น ก็เท่ากับเทอมเดิม นั้น เช่น $๘๑ = ๙^๒$, ๙ เป็น กรณฑ์หรือรุตที่สองของ ๘๑ กรณฑ์หรือรุตที่สองของ ๘๑ เรากำหนดเขียนทั้งนี้ $\sqrt{๘๑}$ หรือเขียนแต่สั้น ๆ ทั้งนี้ $\sqrt{๘๑}$ ทั้งเลข ๒ ออกเสีย

ผู้เขียน จง สังเกตไว้ $๘๑ = ๙^๒$ (ถ้า กำลังสอง)

แต่ $๙ = \sqrt{๘๑}$ (คือ กรณฑ์หรือรุตที่สอง ของ ๘๑)

อนึ่งรุตที่สาม ที่สี่ ที่ห้า ฯลฯ ของเทอมใดๆ ก็เหมือนกัน คือเทอมซึ่งเมื่อมีกำลัง ๓, ๔, หรือ ๕ ฯลฯ ก็เท่ากับเทอมเดิมนั้นๆ และเราเขียนเครื่องหมายรุตที่ ๓ ที่ ๔ ที่ ๕ ฯลฯ ทั้งนี้ $\sqrt[3]{}$ $\sqrt[4]{}$ $\sqrt[5]{}$ ฯลฯ ผู้เขียน จง สังเกตดูในตัวอย่างต่อไปนี้

$$\sqrt[3]{๔๙} \text{ (รุตที่สามของ ๔๙) } = ๗$$

$$\text{เพราะว่า } ๗ = ๗ \times ๗ = ๔๙$$

$$\sqrt[4]{๒๕๖} \text{ (รุตที่สี่ของ ๒๕๖) } = ๔$$

$$\text{เพราะว่า } ๔ = ๔ \times ๔ \times ๔ \times ๔ = ๒๕๖$$

$$\sqrt[5]{๓๒} \text{ (รุตที่ห้าของ ๓๒) } = ๒$$

เพราะว่า $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

เครื่องหมาย $\sqrt[n]{}$ นี้เรียกว่า เครื่องหมายรตหรือกรณฑ์
ตัวอย่างที่ ๑ เมื่อ $n=๓$, $x=๑$, $y=๘$

จงหาค่าของ $\sqrt[๕]{}$ (๖ ก ข ค)

$$\sqrt[๕]{} \text{ (๖ ก ข ค)}$$

$$= ๕ \times \sqrt[๕]{(๖ \times ๓ \times ๑ \times ๘)}$$

$$= ๕ \times \sqrt[๕]{(๖ \times ๓ \times ๒^๓)} \left\{ \begin{array}{l} ๑ = ๑ \text{ ไม่มีราคา} \\ \text{ทั้งเสียก็ได้} \end{array} \right\}$$

$$= ๕ \times \sqrt[๕]{(๒ \times ๓ \times ๓ \times ๒^๓)}$$

$$= ๕ \times \sqrt[๕]{(๒ \times ๓)}$$

$$= ๕ \times \sqrt[๕]{(๒ \times ๒ \times ๒ \times ๒ \times ๓ \times ๓ \times ๓ \times ๓)}$$

$$= ๕ \times \sqrt[๕]{(๒^๖ \times ๓^๔)}$$

$$= ๕ \times (๒ \times ๒ \times ๓ \times ๓) \text{ เพราะ } \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[๖]{๒} = ๒ \\ \sqrt[๔]{๓} = ๓ \end{array} \right\}$$

$$= ๕ \times ๓๖ = ๑๘๐$$

ตัวอย่างที่ ๒ $n=๔$, $x=๓$, $y=๕$

จงหาค่าของ $\sqrt[๕]{\left(\frac{n}{๘y}\right)}$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\left(\frac{๗๒}{๘๑}\right)} &= \sqrt{\left(\frac{๘ \times ๓}{๘ \times ๙}\right)} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{๘ \times ๓๑}{๘ \times ๑๒๕}\right)} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{๘ \times ๔ \times ๔}{๑๐๐๐}\right)} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{๘ \times ๔ \times ๔}{๑๐ \times ๑๐ \times ๑๐}\right)} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{๘}{๑๐}\right)} = \frac{๔}{๑๐}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๓ ถ้า $๗=๘$, $๒=๔$ $๑=๒$

จงหาค่าของ

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\left(\frac{๗}{๒๑}\right)} &= \sqrt{\left(\frac{๘}{๒ \times ๒ \times ๔}\right)} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{๒}{๒}\right)} \\
 &= \sqrt{๑} = ๑
 \end{aligned}$$

ให้ดูข้อที่ว่า ๑, ๑, ๑, ๑๑ เท่ากับ ๑ ทั้งหมด
และจงจำไว้ดีกว่า $\sqrt{๑}$, $\sqrt[๓]{๑}$, $\sqrt[๔]{๑}$, ๑๑ ก็เท่ากับ ๑
ทั้งนั้นเหมือนกัน

แบบฝึกหัดที่ ๓

ถ้า $\Gamma = ๘$, $\kappa = ๐$, $\eta = ๙$, $\theta = ๔$, $\mu = ๑$

หาค่าของเทอมเหล่านี้

- (๑) $\sqrt{(๒\Gamma)}$, (๒) $\sqrt{(๒\theta)}$, (๓) $\sqrt{(๒\Gamma\theta)}$,
 (๔) $\sqrt{(๒\Gamma\eta)}$, (๕) $\sqrt{(๓\eta)}$, (๖) $\sqrt{(\Gamma\theta^2)}$,
 (๗) $\sqrt{(๘\theta^2\eta)}$, (๘) $\sqrt{(\eta^2)}$, (๙) $๒\theta\sqrt{(๒\Gamma\eta)}$,
 (๑๐) $\sqrt{๕\eta(๔\theta^2)}$, (๑๑) $\sqrt{\Gamma\theta(\theta^2)}$, (๑๒) $๒\theta\eta\sqrt{(๔\eta)}$,
 (๑๓) $\sqrt{(\frac{๘\theta^2}{\Gamma\eta})}$, (๑๔) $\sqrt{(\frac{๒๕\Gamma}{๒\eta})}$, (๑๕) $\sqrt{(\frac{๑๖\theta^2}{๔๘\eta})}$,
 (๑๖) $\sqrt{(\frac{\kappa\Gamma}{๑๖\eta})}$, (๑๗) $\sqrt{(\frac{\eta\Gamma}{\eta})}$, (๑๘) $\sqrt{(\frac{\Gamma\theta^2}{๒๗\eta})}$,
 (๑๙) $\sqrt{(\frac{\kappa\Gamma}{๓\eta})}$, (๒๐) $\sqrt{(\frac{\Gamma\eta}{๓\theta^2})}$, (๒๑) $\sqrt{(\frac{\eta\Gamma\theta^2}{๒๘\eta})}$,

ถ้า $\Gamma = ๔$, $\eta = ๑$, $\kappa = ๒$, $\eta = ๙$, $\theta = ๕$, $\mu = ๘$

หาค่าของเทอมเหล่านี้

- (๒๒) $๒\sqrt{(๔\eta^2)}$, (๒๓) $๓\sqrt{(๕\kappa\theta)}$, (๒๔) $\sqrt{(\eta^2)}$,
 (๒๕) $\sqrt{(\frac{๑}{๕\theta^2\eta})}$, (๒๖) $\sqrt{(\frac{๑}{๘\Gamma\theta\eta})}$, (๒๗) $\sqrt{(\frac{๑}{๘\Gamma\theta})}$,

$$(๒๘) \sqrt{\frac{๑}{(๕คค)}}, (๒๙) \sqrt[๓]{\left(\frac{๑}{๔คค}\right)}, (๓๐) \sqrt[๓]{\frac{๑}{(๘กขค)}},$$

$$(๓๑) \sqrt[๓]{\left(\frac{๓คค}{๖กข}\right)}, (๓๒) \sqrt{\left(\frac{๕ขค}{คข}\right)}, (๓๓) \sqrt{กข},$$

$$(๓๔) \sqrt{ขค}, (๓๕) \sqrt{คค}, (๓๖) \sqrt{คค}$$

๑๒. ในการที่จะทำแบบฝึกหัด ผู้เรียนต้องจำคำเตือนต่อไปนี้ให้ใส่ใจไว้ คือ

๑) ควรจะทำเป็นชั้นๆ ให้แลเห็นได้ จะแจ้งว่าชั้นที่ต่อมานั้น คิดทำออกจากชั้นที่แล้วมาอย่างไร เหตุฉะนั้นบางทีจึงต้องมีคำอธิบายของตัวเองในชั้นนั้นๆกำกับอยู่ด้วย

๒) เครื่องหมาย = ไม่ควรใช้ในที่อื่นนอกจากในระหว่างจำนวนทั้งสองที่เท่ากัน (เพราะแปลว่าเท่ากัน)

๓) เครื่องหมาย = นี้ ควรเขียนเรียงไว้ใต้กันทุกๆ ชั้น ทั้งที่ทำให้ดูในตัวเองอย่างข้างต้น เว้นเสียแต่เมื่อมีเทอมสั้นๆ จึงควรเขียนเครื่องหมายนี้ติดต่อกันไปในบรรทัดเดียว ที่ว่าไว้นี้เพื่อสำหรับความงาม และความแจ่มแจ้ง ดูเข้าใจได้ง่ายเท่านั้น

๔) ในการแรกฝึกหัด บางทีก็ยากที่จะให้ถูกต้อง

ถ่องแท้ที่เกี่ยวนักได้ แต่ผู้เรียนต้องไวใจว่า ถ้าทำ
เรียบร้อยทีและเข้าใจของตัวเองได้ ก็มักไม่ค่อยผิด

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้า $ก=๕$, $ข=๔$, $ค=๓$, $ง=๒$

$$\begin{aligned} \text{จงหาค่าของ } & \frac{๓}{๑๐} กข - ๗ค - \frac{๕}{๔} กง + ๒ข \\ & \frac{๓}{๑๐} กข - ๗ค - \frac{๕}{๔} กง + ๒ข \\ & = \frac{๓}{๑๐} . ๕ . ๔ - ๗ . ๓ - \frac{๕}{๔} . ๕ . ๒ + ๒ . ๔ \\ & = ๖ - ๒๑ - ๔.๕ + ๘ \\ & = ๒๖ \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า $ก=๕$, $ข=๐^*$, $ค=๗$, $ง=๑$

$$\begin{aligned} \text{จงหาค่าของ } & \frac{๓}{๕}ค - กง + ๗ กขค - \frac{๕}{๒}ง \\ & \frac{๓}{๕}ค - กง + ๗ กขค - \frac{๕}{๒}ง \\ & = \frac{๓}{๕} . ๗ - ๕ . ๑ + ๐ - \frac{๕}{๒} . ๑ \\ & = ๒๔ \frac{๓}{๕} - ๕ - ๒ \frac{๑}{๒} \\ & = ๑ \frac{๑๐}{๑๐} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๓ ถ้า $ป=๔$, $พ=๖$, $ข=๔$

จุด นั้นใช้เหมือน เครื่องหมายคูณ คูณ ข้อ ๒

* ใน ตัวอย่างที่ ๒ “จำนวน ศูนย์” ไม่มีค่า เพราะฉะนั้นถึงจะ
เป็น จำนวน บวก หรือ ลบ ก็ไม่ประหลาด ทั้งเหลือได้

$$\begin{aligned}
 \text{จงหาค่าของ } & \frac{๑}{๓} \sqrt{\left(\frac{๒}{๓}\right)} + \sqrt{(๔๒+๓๗+๑)} - \frac{๒}{๔} \frac{๗}{๓} \\
 & \frac{๑}{๓} \sqrt{\left(\frac{๒}{๓}\right)} + \sqrt{(๔๒+๓๗+๑)} - \frac{๒}{๔} \frac{๗}{๓} \\
 & = \frac{๑}{๓} \sqrt{\left(\frac{๔๔}{๑๖}\right)} + \sqrt{(๔๔+๑๘+๑)} - \frac{๒ \times ๓๖}{๔ \times ๔} \\
 & = \frac{๑}{๓} \sqrt{\left(\frac{๒๗}{๔}\right)} + \sqrt{๖๔-๒} \\
 & = \frac{๑}{๓} \times \frac{๓}{๒} + ๔ - ๒ \\
 & = ๒ \frac{๑}{๒}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๔

ถ้า $ก=๒$, $ข=๓$, $ค=๐$, $ง=๑$ จงคิก

ฐานเหล่านี้ให้เป็นเทอมสำเร็จ

- (๑) $๒ ก + ๔ ข - ๘ ง + ๔ ค$
- (๒) $๓ ก - ๔ ข + ๖ ง + ๔ ค$
- (๓) $๔ ก + ๓ ง - ๒ ข + ๒ ค$
- (๔) $ก ข + ข ง + ง ก - ค ก$
- (๕) $๖ ก ข - ๓ ง ค + ๒ ค ก - ๔ ง ข + ๒ ค ข$
- (๖) $ก ข ง - ข ง ก + ง ค ก + ค ก ข$

$$(๗) \text{ ก กขง} - \text{ข ขงค} + \text{ค งคก} - \text{ค กข}$$

$$(๘) \text{ ข ขง} + \text{ค งค} - \text{ค กข} + \text{ค กข}$$

$$(๙) \text{ ก ขงค} + \text{ค งคก} - \text{ค กข} + \text{ก ขง}$$

$$(๑๐) \text{ ก} + \text{ข} + \text{ค} + \text{ง} \quad (๑๑) \text{ ข ก} + \text{ค ข} - \text{ค ง}$$

$$(๑๒) \text{ ก} + \text{ข} - \text{ง}$$

ถ้า $\text{ก} = ๑, \text{ข} = ๒, \text{ค} = ๐, \text{ง} = ๓, \text{พ ค ก}$

ฐานเหล่านี้ให้เขียนเทอมสำเร็จ

$$(๑๓) \text{ ก} + \text{ข} + \text{ค} + \text{ง}$$

$$(๑๔) \frac{๑}{๒} \text{ ขง} - \text{ก} - \text{ข} - \frac{๑}{๔} \text{ กขง}$$

$$(๑๕) \text{ ก กขง} - \text{ข ง} - ๖ \text{ ก}$$

$$(๑๖) \text{ ข ก} + \text{ข ข} + \text{ข ง} + \text{ข ค} - \text{ข ขง} - \text{ข งค} \\ - \text{ข คก} - \text{ข กข} \quad (๑๗) \text{ ง} + \frac{๕}{๔} \text{ กค} - \text{ก ก} + \text{ข ค}$$

$$(๑๘) \text{ ก} + \text{ข ข} + \text{ข ง} + \text{ค} + \text{ข กข} + \text{ข ขง} + \frac{๒}{๓} \text{ คง}$$

$$(๑๙) \text{ ข ง} + \text{ข ก} + \text{ข ข} - \text{ค งข} + ๖ \text{ กขงค}$$

$$(๒๐) \text{ ค ก} + \frac{๑}{๔} \text{ ข} + ๒๐ \text{ กข} - ๑๖ \text{ กง} - ๑๖ \text{ ขง}$$

$$(๒๑) ๖ \text{ กข} - \frac{๕}{๓} \text{ กง} - \text{ข ก} + \frac{๑}{๒} \text{ ข} - \text{ค ก} + \frac{๕}{๒} \text{ ง}$$

$$(๒๒) \text{ ก} - \text{ง} + \text{ข} - \text{ค} + \text{ข กข} - \text{ข งค}$$

$$(๒๓) \quad ๒ ก ข - \frac{๓}{๔} ข^๒ + ๓ ก ง - ๒ ง - ค + \frac{๕}{๑๕} ก ค$$

$$(๒๔) \quad ๑๒๕ ข ี ง - ๙ ค^๒ + ๓ ก ข ี ก$$

ถ้า $ก=๘, \quad ข=๖, \quad ง=๑, \quad ค=๙, \quad ี=๔$
จงหาค่าของฐานเลขนี้

$$(๒๕) \quad \frac{๕}{๓} ก - \frac{๑}{๔} ข + \frac{๗}{๘} ี$$

$$(๒๖) \quad \frac{๕}{๒๗} ก ค - \frac{๓๒}{๘} \frac{๖ ก}{๘ ค ี}$$

$$(๒๗) \quad \frac{๓ ก ข}{๘ ค ี} - \frac{๕ ี}{๓} (๒๘) \sqrt{\left(\frac{๖ ง ี}{ค}\right)} + ๒ \sqrt{\left(\frac{๓ ก}{๔ ข}\right)}$$

$$(๒๘) \quad \frac{๒}{๙} ก ข \sqrt{\frac{ค}{๔} - ข ง ี}$$

$$(๓๐) \quad \sqrt{\left(\frac{๗ ค ี}{๘}\right)} - \frac{๑}{๒} ข + \frac{๘ ค}{๗ ี}$$

$$(๓๑) \quad \frac{๓}{๔} ก ง - \sqrt{\left(\frac{๗}{๙ ี}\right)} - \sqrt{\left(\frac{๗ ี}{ค}\right)}$$

$$(๓๒) \quad \frac{๕ ข ี}{๑๒ ก ค} - \sqrt{\left(\frac{ค ก}{๗ ี}\right)} + \sqrt{\left(\frac{ก ข}{๓ ค}\right)}$$

บทที่ ๒

เทอม ลบ และ วิธีบวก เทอม เหมือน

๑๓. ในตำราเลข นักเรียนได้เคยใช้จำนวนตัวเลขที่มีเครื่องหมาย + และ - ติดต่อกันแล้ว หากว่า จะหาค่าของฐาน $๑\frac{๓}{๔} + ๗\frac{๒}{๓} - ๓\frac{๑}{๘} + ๖ - ๔\frac{๑}{๒}$ นักเรียนก็เข้าใจได้ว่า ถ้ามีเครื่องหมาย + หรือ - อยู่ข้าง หน้า เทอมใด เทอมนั้น ก็เป็นเทอม สำหรับบวก เข้า หรือลบ ออกเสีย ส่วนเทอมต้น (คือ $๑\frac{๓}{๔}$ ในตัวอย่าง นั้น) ที่ไม่มีเครื่องหมาย อยู่หน้า ก็นับเข้าเป็นเทอมบวก ในพีชคณิตก็มีที่สังเกตเช่นเช่นเดียวกัน เช่นในฐาน $๗ก + ๓ข - ๔ง - ๒ค$ นี้ เราเข้าใจได้ว่า $๗ก$ กับ $๓ข$ เป็นเทอม สำหรับบวก แต่ $๔ง$ กับ $๒ค$ นั้น สำหรับหัก ออกเสีย ด้วยมีเครื่องหมายบอกเป็นสำคัญ อยู่ข้าง หน้า ปรากฏแล้ว

๑๔. แต่ในวิธีเลข เทอม ที่ สำหรับบวก รวม ทั้ง หมด ด้วย กัน จะ ต้อง มากกว่า เทอม สำหรับลบ รวม หมด ด้วย กัน ถ้า มิฉะนั้น ก็ ลบ กันให้ ได้ ผล สำเร็จ ไม่ได้ แต่ส่วนวิธีพีชคณิตนี้ ถึงแม้ว่า เทอม ลบ จะ มากกว่า เทอมบวก ก็ดี ที่ ลบ ได้ เท่าไร เรา ก็ ลบ เสีย ยัง เหลือ เศษ ที่ ลบ ไม่ได้ เท่าไร เรา ก็ เขียน ลง

เป็นผล มีเครื่องหมาย อยู่ข้างหน้าทั้ง $๕-๘=-๓$ และ
 หมายถึงความว่า $+๕-๘$ เหลือ -๓ จำนวน -๓ นี้ในทาง
 พีชคณิตก็ยอมเข้าใจกันได้ว่าเป็นเทอมมีค่าอย่างหนึ่ง เพราะ
 ฉะนั้นในที่นี้จะกล่าวต่อไปนี้ เพื่อจะได้เป็นความเข้าใจง่าย
 ตักความสงสัย จึงจำเป็นต้องแบ่งเทอมทั้งหลายออกเสียให้
 ต่างกันเป็นสองจำพวก คือ เทอมบวก พวกหนึ่ง กับ

เทอมลบ พวกหนึ่ง มีเครื่องหมาย $+$ หรือเครื่องหมาย $-$
 อยู่ข้างหน้า ตามธรรมดาเหมือนอย่างวิธีเลข ค่อยไปนี้จะได้
 ยกตัวอย่างให้เห็นความหมายของจำนวนลบได้ชัดเจน คือ:-

ตัวอย่างที่ ๑ หากว่าผู้หนึ่งได้เงินมา ๑๐๐ บาท แล้ว
 กลับเสียไป ๗๐ บาท เงินที่คงได้นั้น ก็เป็น ๓๐ บาท แต่
 ถ้าได้มา ๗๐ บาท แล้วกลับเสียไปเสีย ๑๐๐ บาท ฉะนั้น
 ก็กลับเป็นเงินคงเสีย ๓๐ บาท ถ้าจะทดลองตามวิธีพีชคณิต
 ก็เป็นผลสำเร็จได้ดังนี้

$$๑๐๐ \text{ บาท} - ๗๐ \text{ บาท} = +๓๐ \text{ บาท}$$

$$๗๐ \text{ บาท} - ๑๐๐ \text{ บาท} = -๓๐ \text{ บาท}$$

เทอมลบนั้นทำให้เข้าใจง่าย ๆ ก็คือเทอม “เข้าเนื้อ” เป็น
 เทอมที่ต้อง ชัก ออก ตรงกันข้ามกับเทอมบวก แต่

เทอมบวก นี่ เช่น เทอมที่ “ได้มา”

ตัวอย่างที่ ๒ หากว่า คน ๆ หนึ่ง เดินตรงไป จากต้นไม้
ที่ ตัว ยืน อยู่ ถึง หน้าพู่ แห่ง หนึ่ง นับ เป็น หน ทาง ตรง โกล จาก
ต้นไม้ นั้น ๑๐๐ เมตร เมื่อ ไป ถึง หน้าพู่ แล้ว เขาก็ เดิน กลับ
ตรง มา ทาง ต้นไม้ ได้ ๗๐ เมตร เพราะฉะนั้น ยัง อีก ๓๐ เมตร
จึง จะ ถึง ต้นไม้ ที่ ยืน อยู่ ก่อน แต่ถ้า เขา เดิน ตรงไป จาก ต้น
ไม้ ทาง หน้าพู่ ได้ ๗๐ เมตร แล้ว ย้อน กลับ ตรง มา ๑๐๐ เมตร
เขาก็ คง อยู่ โกล ต้นไม้ อีก ๓๐ เมตร แต่ อยู่ โกล จาก ต้นไม้
นี้ คน ละ ทาง ตรง กัน ข้าม กับ ที่ กล่าว ใน ครั้ง แรก คือ ใน ชั้น
ก่อน นั้น เขา กลับ มา ยัง ไม่ ถึง ต้นไม้ แต่ ใน ชั้น หลัง เขา เลย
ต้นไม้ ไป แล้ว ระยะ ทาง ก็ ๓๐ เมตร จาก ต้นไม้ เท่า กัน ถ้า
จะ รวม ทาง ที่ เขา ได้ ไป แล้ว ใน ชั้น ก่อน จาก ต้นไม้ สู่ หน้าพู่
ก็ได้ ทาง ๓๐ เมตร คือ ถ้า จะ เดิน ไป ได้ ถึง หน้าพู่ อีก เขา
จะ ไม่ ต้อง เดิน ถึง ๑๐๐ เมตร เพราะ ได้ เดิน เป็น กำไร เสีย
แล้ว ๓๐ เมตร แต่ ใน ชั้น หลัง เมื่อ เขา ถอย หลัง เลย ต้นไม้
ไป เขา ได้ เดิน ขาก ทู ๓๐ เมตร เพราะว่า ถ้า จะ เดิน ไป
ให้ ถึง หน้าพู่ อีก ก็ ต้อง เดิน หน ทาง ถึง ๑๓๐ เมตร ใน ชั้น ที่
สอง นี้ จึง ชื่อ ว่า เขา เดิน ได้ — ๓๐ เมตร จาก ต้นไม้ สู่ หน้าพู่

ถ้าจะเขียนลงเป็นตัวเลข ก็ได้เหมือนตัวอย่างที่ ๑ คือ

$$๑๐๐ \text{ เมตร} - ๗๐ \text{ เมตร} = + ๓๐ \text{ เมตร}$$

$๗๐ \text{ เมตร} - ๑๐๐ \text{ เมตร} = - ๓๐ \text{ เมตร}$

ในบรรทัดที่สองนี้ เราเห็นได้ว่า ๗๐ เมตร เป็นระยะที่เราเดินตรงไปข้างหน้าให้มีกำไรที่จะได้ถึงหน้าพู่ แต่ - ๑๐๐ เมตร นั้นเป็นระยะเดินกลับที่ทำให้ขาดทุนไกลจากหน้าพู่ออกไป เพราะฉะนั้นตามตัวอย่างนี้ เราเห็นได้ว่า เครื่องหมาย - สำหรับแสดงหนทางย้อนหรือหนทางถอยหลังก็ได้ นับเป็นหนทางเข้าเนื้อเหมือนกันไม่แปลกอะไร กับที่กล่าวมาแล้ว

ตัวอย่างที่ ๓ อีกอย่างหนึ่ง ถ้านกกระบินไปข้างหน้าแต่ลมพัดให้ถอยหลัง ๑๕ เมตร นกนั้นก็บินได้ - ๑๕ เมตร คือบินเข้าเนื้อ ๑๕ เมตร ในคราวนั้น

ตัวอย่างที่จะทำให้เกิดความหมายของเทอมบวกและลบตามวิธีพีชคณิตนี้มีอีก แต่ที่ยกมาอธิบายเท่านั้น ก็คงพอแล้ว ถ้าฝึกเขียนพบเทอมที่มีเครื่องหมายลบเข้าเมื่อใด ก็จงเข้าใจเถิดว่าเป็นเทอมที่เข้าเนื้อ

๑๕. เทอมที่มีอักษรไม่ผิดกัน หรือมีแต่ตัวเลขโคเอ็ฟฟิเช็นต์ ผิดกัน ตัวอักษรเหมือนกัน เราเรียกว่าเทอมเหมือน ถ้าเทอมที่มีตัวอักษร ผิดกัน หรือมีตัว

อักษรเหมือนกันแต่กำลังผิดกัน เทอมเหล่านี้ เราเรียกว่า
เทอมต่าง พง สังเกตดูในอุทาหรณ์ต่อไปนี้

- | | | |
|-------------------|---|------------------------------|
| (๑) ๓ ก กับ ๗ ก | } | เหล่านี้เป็นเทอมเหมือนทุกคู่ |
| (๒) ๕ ก ข + ก ข | | |
| (๓) ๓ ก ข - ๔ ก ข | | |
| แต่ (๑) ๔ ก + ๓ ข | } | เป็นเทอมต่าง ทั้ง สอง คู่ |
| (๒) ๗ ก + ๔ ก ข | | |

๑๖. ข้อบังคับในการบวกเทอมเหมือน รวบรวมตามที่
เข้าใจมาแล้ว ก็วางได้เป็นหลักสี่ ๆ ดังนี้คือ

(๑) ถ้าเป็นเทอมบวกทุกเทอมก็ดี หรือ
เทอมลบทุกเทอมก็ดี ให้บวกโคเอ็ฟฟิเช็นต์ที่เป็น
ตัวเลขเข้าด้วยกัน คงตัวอักษรไว้ แล้วลงเครื่องหมายบวกหรือลบตามที่เป็นเทอมบวกหรือเทอมลบยกไป
เป็นผลบวก

$$\text{เช่น } ๘ ก + ๔ ก + ๓ ก = ๑๕ ก$$

$$\text{หรือ } -๘ ก - ๔ ก - ๓ ก = -๑๕ ก$$

ผู้เรียนคงแลเห็นความจริงแห่งข้อนี้ได้ง่าย คือเรา
 ย่อมทราบอยู่แล้วว่า ๘ บาท + ๙ บาท + ๓ บาท = ๒๐ บาท
 ฉะนั้น ๘ ก + ๙ ก + ๓ ก = ๒๐ ก ฉะนั้น และถ้าใช้เงิน
 ไปครั้งแรก ๘ บาท ครั้งที่ ๒ ใช้ไปอีก ๙ บาท ครั้งที่
 ๓ ใช้ไปอีก ๓ บาท รวมที่ใช้เงินไปทั้ง ๓ ครั้ง
 ก็เป็น ๒๐ บาท แต่เงินทุก ๆ จำนวนนี้เป็นเงินที่เข้าหือ
 ึ่ง ต้อง มีเครื่องหมายลบอยู่ข้างหน้าเป็นสำคัญ (ดูคำอธิบาย
 ข้อ ๑๔) เพราะฉะนั้นเมื่อพูดเป็นกลาง ๆ ว่าเข้าหือไป
 ครั้งแรก ๘ ก ครั้งที่สอง ๙ ก ครั้งที่สาม ๓ ก
 ถ้าจะรวมกันว่าเข้าหือไปหมดด้วยกันเท่าใด ก็รวมได้
 ว่า - ๒๐ ก แท้จริงที่เราไม่ได้สงสัยว่าทำไมเรียกเลขชนิด
 นี้ว่า บวกไม่เรียกลบ ก็อาจชี้ได้ว่าควรเขียนดังนี้คือ

$$(-๘ ก) + (-๙ ก) + (-๓ ก) = (-๒๐ ก)$$
 แต่ความ
 ก็ลงกัน เข้ามีเครื่องหมายบวก ึ่งตัดออกเสียเขียน
 แต่ที่พอต้องถวาทังนี้ คือ $-๘ ก - ๙ ก - ๓ ก = -๒๐ ก$
 (๒) ถ้ามีเครื่องหมายไม่เหมือนกันทุกเทอม
 ึง บวกเทอมบวกเข้าด้วยกัน เป็นเทอมหนึ่ง แล้ว

บวกเทอมลบเข้า เป็นอีกเทอมหนึ่ง แล้วเอาสอง
เทอมนี้มาหักทอนกัน ผลที่ได้ก็จะมีเครื่องหมาย

บวกหรือลบกำกับ ตามแต่ข้างไหนเป็นจำนวนมาก

ตัวอย่างที่ ๑ ผลที่ได้จากเทอม $๑๗ค$ กับ $-๘ค$
บวกกันนั้นเป็น $๘ค$ คือ $๑๗ค - ๘ค = ๘ค$ หรือ
เขียนกลับกันเป็น $-๘ค + ๑๗ค = ๘ค$ หรือจะพูด
ให้เข้าใจง่ายว่าได้ ๑๗ , เข้าเนื้อ ๘ , ถัดกันคงเป็นได้ ๘ ก็ได้

ตัวอย่างที่ ๒ จงหาผลบวกของ $ก, ๘ก, -๘ก,$
 $-ก, ๓ก, ๔ก$ กับ $-๑๑ก$ จำนวนบวกมี ๔ จำนวน
บวกได้ผลเป็น $๑๖ก$ จำนวนลบมี ๓ จำนวนบวกได้ผล
 $-๒๑ก, -๒๑ก$ กับ $๑๖ก$ คิดหักทอนกันคงเป็น $-๕ก$
 $\therefore ก + ๘ก - ๘ก - ก + ๓ก + ๔ก$
 $= ๑๑ก - ๕ก$



หมายเหตุถ้าตัวเลขโคเอ็ฟฟิเช็นต์ของเทอม
เหมือนสองเทอมเท่ากันแต่มีเครื่องหมายต่างกัน ผลบวก
ก็เป็นศูนย์ เช่น $๕ก - ๕ก = ๐$

ตัวอย่างที่ ๓ จงหาผลบวกของ $\frac{๒}{๓}ก, ๓ก,$

$$-\frac{1}{6} \text{ ก, กั๊ } - 2 \text{ ก}$$

$$\begin{aligned} & 3 \text{ ก} + 3 \text{ ก} - \frac{1}{6} \text{ ก} - 2 \text{ ก} \\ &= 3 \frac{5}{6} \text{ ก} - 2 \frac{1}{6} \text{ ก} \\ &= 1 \frac{4}{6} \text{ ก} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๕

(จงหาผลบวกของเทอมเหล่านี้)

- (๑) ๕ ก, ๗ ก, ๑๑ ก, ก, ๒๓ ก
- (๒) ๔ ก, ก, ๓ ก, ๗ ก, ๘ ก
- (๓) ๗ ข, ๑๐ ข, ๑๑ ข, ๘ ข, ๒ ข
- (๔) ๖ ก, ๘ ก, ๒ ก, ๑๕ ก, ๑๘ ก, ๑๐๐ ก, ก
- (๕) -๓ ก, -๕ ก, ๑๑ ก, -๗ ก
- (๖) -๕ ข, -๖ ข, -๑๑ ข, -๑๘ ข
- (๗) -๓ ข, -๗ ข, ๕, -๒ ข, ๔ ข
- (๘) -๖, -๒๖, -๕๐, -๑๓๖
- (๙) -๑๑ ข, -๕ ข, -๓ ข, -๗
- (๑๐) ๕ ก, -๕, -๓ ก, -๒ ก, -๕
- (๑๑) ๒๖ ข, -๑๑ ข, -๑๕ ข, ๕, -๓ ข, ๒ ข
- (๑๒) ๕ ข, -๘ ข, -๓ ข, ๒๑ ข, -๓๐ ข
- (๑๓) ๒ ข, -๓ ข, ข, -๕, -๕ ข, ๕ ข

$$(๑๔) \text{ ๗๒, } -๑๑๒, ๑๖๒, -๓๒, -๒๒$$

$$(๑๕) ๕๓, -๗๓, -๒๓, ๗๓, ๒๓, -๕๓$$

$$(๑๖) ๗๒๓, -๓๒๓, -๕๒๓, ๒๒๓, ๒๒๓$$

จงหาคำของฐานเหล่านี้

$$(๑๗) -๔๓ + ๑๑๓ + ๓๓ - ๔๓$$

$$(๑๘) ๓๒๓ - ๑๘๒ + ๒๓$$

$$(๑๙) ๓๒ - ๗๒ - ๘๒ + ๒๒ - ๑๑๒$$

$$(๒๐) ๔๓ - ๕๓ - ๘๓ - ๗๓$$

$$(๒๑) ๔๒๓ - ๒๒๓ - ๗๒๓ + ๕๒๓ - ๒๒๓$$

$$(๒๒) -๔๓ - ๔๓ - ๑๒๓ + ๑๓๓ - ๗๓$$

$$(๒๓) ๗๒๓๗ - ๑๑๒๓๗ - ๔๑๒๓๗ + ๒๓๗$$

$$(๒๔) \frac{๑}{๒}๓ - \frac{๑}{๓}๓ + ๓ + \frac{๒}{๓}๓$$

$$(๒๕) \frac{๓}{๒}๒ + \frac{๓}{๕}๒ - \frac{๑}{๒}๒$$

$$(๒๖) -๕๒ + \frac{๑}{๔}๒ - \frac{๓}{๒}๒ + ๒๒ - \frac{๑}{๒}๒ + \frac{๗}{๔}๒$$

$$(๒๗) -\frac{๕}{๓}๓ - ๒๓ - \frac{๒}{๓}๓ + ๓ + \frac{๑}{๒}๓ + \frac{๑๑}{๖}๓$$

$$(๒๘) -๒๒ - \frac{๑}{๒}๒ - \frac{๑}{๓}๒ - \frac{๑}{๔}๒ - \frac{๑}{๖}๒$$

$$+ ๒๒ + \frac{๕}{๑๒}๒$$

$$(๒๙) \frac{๒}{๓}๓ - \frac{๓}{๔}๓ + \frac{๕}{๖}๓ - ๒๓ + \frac{๑๑}{๖}๓ - \frac{๑}{๓}๓ + ๓$$

$$(๓๐) -\frac{๕}{๓}๓ - \frac{๓}{๔}๓ - \frac{๔}{๓}๓ - \frac{๑}{๔}๓ - ๓$$

บทที่ ๓

การใช้วงเล็บ อย่างง่าย และ วิธี บวก

๑๗. เทอมต่าง ๆ ที่เรียงกันมีเครื่องหมาย + และ - กัน
 ในระหว่างนั้น ตามวิธีเลข ถ้าเราจะกลับเทอมใดเทอมหนึ่ง
 หรือ สับให้ผิดที่ กันไป ค่าของผลสำเร็จแห่ง ขบวนการนั้น ก็
 คงไม่เปลี่ยนแปลง ถึงในพีชคณิตนั้นเป็นเช่นวิธีเลขเหมือนกัน
 กัน ถ้า $a - b + c$ นี้ จะเขียนกลับเป็น $a + c - b$ ก็ได้
 เพราะ ย่อมหมายความว่า มี a สำหรับหัก ออก และมี b กับ c
 สำหรับบวกเข้าเหมือนกันทั้ง ๒ อย่าง ผลสำเร็จจึงเป็นยุติ
 ไม่เปลี่ยนแปลงได้ เหตุฉะนั้นให้เข้าใจเถิดว่าในพีชคณิต
 ก็คงในวิธีเลข อาจ สับเปลี่ยนเทอมบวกหรือลบไว้หน้าไว้หลัง
 กันได้ทั้งนั้น $a - b$ จะเขียนเป็น $-b + a$ ก็ได้

๑๘. วงเล็บ () ทั้ง นี้ เป็นเครื่องหมายที่แสดง
 ว่าเทอมต่าง ๆ ที่อยู่ในวงเล็บ นั้น นับเป็นจำนวนหนึ่ง หรือ
 นับเป็น อย่างเทอมเดียวกัน วิธีใช้วงเล็บ นี้ จะ ยกไว้กล่าว
 โดยพิสดารในบท ๗ แต่ในที่นี้ จะ อธิบายเพียงวิธีใช้วงเล็บ
 ที่ง่าย ๆ

$$๘ + (๑๓ + ๕)$$

นี้แปลว่า ๑๓ กับ ๕ นั้น

การใช้วงเล็บ อย่างง่าย

๒๘

ต้องเอา มาบวก กันเข้า เสีย ก่อน เป็น จำนวน หนึ่ง ผล บวก ได้
เท่าใด จึงเอา มาบวก กับ ๘ ทั้ง นี้ $๘ + (๑๓ + ๕)$
 $= ๘ + ๑๘ = ๒๖$ ผู้เรียน เห็น ได้ ว่า $๘ + (๑๓ + ๕)$
 $= ๘ + ๑๓ + ๕ = ๒๖$ เหมือน กัน

$๓ + (๒ + ๔)$ ก็ แปล ว่า ๒ กับ ๔ ต้อง บวก กัน เข้า
ได้ เท่าไร แล้วเอา มาบวก กับ ๓ ๒ กับ ๔ บวก กัน ได้ $๒ + ๔$
เมื่อเอามาบวกกับ ๓ ก็ได้ $๓ + ๒ + ๔$ เหตุฉะนั้น $๓ + (๒ + ๔)$
จึงเท่ากับ $๓ + ๒ + ๔$

$๘ + (๑๓ - ๕)$ แปลว่า ๑๓ กับ ๕ จะต้องลบกัน
ได้เท่าใด จึงเอา มาบวก กับ ๘ ทั้ง นี้ $๘ + (๑๓ - ๕)$
 $= ๘ + ๘ = ๑๖$ หรือ $๘ + (๑๓ - ๕) = ๘ + ๑๓$
 $- ๕ = ๑๖$

ถ้าเป็น เครื่องหมาย ตัว อักขร ทั้ง นี้ $๓ + (๔ - ๒)$ ก็
แปลว่า จะต้องเอา ๒ มาลบ กับ ๔ เสีย ก่อน เหลือเท่าใด
เอามาบวกกับ ๓ เราเอา ๒ ลบ ๔ ได้ $๔ - ๒$ แล้ว
เอามาบวกกับ ๓ เป็น $๓ + ๔ - ๒$

$$\therefore ๓ + (๔ - ๒) = ๓ + ๔ - ๒ \dots \dots \dots (๑)$$

ในทำนองเดียวกัน $๓ + ๒ - ๔ + (๔ - ๖ - ๗)$

$$= ๓ + ๒ - ๔ + ๔ - ๖ - ๗ \dots \dots \dots (๒)$$

ถ้ากลับอีกที $a+b-c+d-e-f$

$$= a+b-c+(d-e-f) \text{ ตามเติม ... (๓)}$$

$$c-d+e=d-e+c \text{ (ตามคำอธิบายข้อ ๑๗)}$$

$$= c+(d-e)$$

$$= c+(-e+d) \dots \dots \dots \text{ (ข้อ ๑๗)}$$

$$\therefore c-d+e=c+(-e+d) \dots \dots \dots \text{ (๔)}$$

ถ้าผู้เรียนพิจารณาอยู่ในบรรทัดที่มีเลขหมาย (๑) (๒)

(๓) (๔) ข้างบนแล้ว ตามลำดับนี้ก็จะตั้งข้อบังคับ

ตามลักษณะของเทอมบวกหรือลบได้ดังต่อไปนี้

ข้อบังคับ “บรรดาเทอมต่าง ๆ ที่อยู่ข้างในวงเล็บ ถ้ามีเครื่องหมาย + อยู่หน้าวงเล็บแล้ว เมื่อถอดวงเล็บออกเสีย เครื่องหมายของเทอมเหล่านี้ก็ไม่เปลี่ยนแปลงไป”

ย้อนกลับของข้อบังคับ “ถ้าจะวงเล็บเทอมใด ๆ เข้าที่ตรงไหนก็เทอม ๆ ใดก็ได้ แต่ต้องให้มีเครื่องหมาย + อยู่หน้าวงเล็บ แล้วเทอมภายในวงเล็บก็ต้องเปลี่ยนแปลง”

เช่น $c-d+e-f+g$ นี้จะวงเล็บเป็น

$$c+(-d+e-f+g)$$

$$\text{หรือ } c-d+(e-f+g)$$

หรือ $๑๐ - ๕ + ๒ + (-๗ + ๗)$

ก็ได้ผลสำเร็จ ซึ่งมีค่าเป็นอันเดียว

๑๗. $๑๐ - ๕ + ๒$ นี้ หมายความว่าตามลักษณะเครื่องหมายว่า ๑๐ กับ ๕ นั้นลบกันแล้วเอา ๒ บวก หรือ ๑๐ กับ ๒ บวกกันแล้วเอา ๕ ลบ ลักได้ ๗ ทั้งสองทาง แต่แม้ว่าเราจะวงเล็บ $๕ + ๒$ เข้าเสีย เอาเครื่องหมาย - ออกไว้หน้า แล้วทำตามลักษณะเครื่องหมาย ดังนี้

$$๑๐ - (๕ + ๒) = ๑๐ - (๗)$$

$$= ๑๐ - ๗$$

$$= ๓$$

ก็ย่อมเห็นได้ทันทีว่า $๑๐ - (๕ + ๒)$ ไม่เท่ากับ $๑๐ - ๕ + ๒$ เพราะว่าในข้อแรกนั้น $(๕ + ๒)$ คือ ๗ เป็นจำนวนที่จะของลบเสีย จาก ๑๐ แต่ในข้อหลังมี ๕ จำนวนเดียวที่จะต้องลบเสียจาก ๑๐ และ ๒ เป็นจำนวนที่จะต้องบวกเข้ากับ ๑๐ อีก หรือถ้าจะพูดให้เข้าใจง่าย ก็คือข้อหลังเป็น ๑๐ ลบ ๕ แล้วบวกเข้า ๒ แต่ในข้อแรกเป็น ๑๐ ลบ ๕ แล้วหักออกเสีย ๒ จึงปรากฏได้ว่า

$$๑๐ - (๕ + ๒) = ๑๐ - ๗$$

$$= ๑๐ - ๕ - ๒$$

$$\therefore 10 - (5 + 2) = 10 - 5 - 2$$

$$\therefore a - (b + c) = a - b - c \dots (1)$$

อีกประการหนึ่ง $10 - (5 - 2)$ แปลว่าให้เอา ๒ ลบ ๕ เสีย ก่อนเป็นจำนวนหนึ่ง ได้เท่าไร แล้วเอามาลบ ๑๐ ทั้งนี้

$$10 - (5 - 2) = 10 - (3)$$

$$= 10 - 3$$

$$= 7$$

ผู้เรียนเห็นได้แต่ครั้ง ก่อนแล้วว่า ๕ กับ ๒ ในวงเล็บ นั้น ถ้า ๒ มี + อยู่หน้า แล้ว ก็แปลว่าทั้ง ๕ ทั้ง ๒ ต้องเอา ลบ ออกเสีย จาก ๑๐ คือ ๕ ก็เป็น ตัวลบ ของ ๑๐ และ ๒ ก็เป็น ตัวลบ ของ ๑๐ แต่ในที่นี้ ๒ ไม่ได้เป็น ตัวลบ ของ ๑๐. ๒ เป็น ตัวที่ จะ ลบ ออก จาก ๕ ซึ่งเป็น ตัวลบ ของ ๑๐ กลับ ทำให้ ๕ ที่ จะ ลบ ๑๐ น้อยลง เป็น ๓ ไป เพราะฉะนั้น ๒ จึงไม่ เป็น ตัวช่วย ๕ ลบ กลับเป็น ตัวที่ หัก กำลึง ๕ ให้น้อยลง คือเหมือนหนึ่ง เป็น ตัวบวก ของ ๑๐ ทั้งนี้

$$10 - (5 - 2) = 10 - 3$$

$$= 10 - 5 + 2$$

$$\therefore 10 - (5 - 2) = 10 - 5 + 2$$

$$\therefore a - (b - c) = a - b + c \dots (2)$$

ถ้าพิจารณาตาม ข้อที่มีหมาย (๑) และ (๒) ข้างต้นแล้ว ก็
คงตั้งข้อบังคับไว้ อีก ดังต่อไปนี้

ข้อบังคับ “ถ้ามีเครื่องหมาย—อยู่หน้าวงเล็บแล้ว
จำนวนที่อยู่ในวงเล็บ ทุก ๆ จำนวนนั้น เมื่อออกวงเล็บ ออกเสีย
จะต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย ของจำนวนนั้น ๆ บวกเป็นลบ ๆ เช่น
บวกทั้งหมด” **ย้อนกลับ** ของข้อ บังคับ “ถ้าจะวงเล็บ
จำนวนใด ๆ เข้าด้วยกันแล้ว แม้มีเครื่องหมาย—อยู่หน้าวงเล็บ
ต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย ของ จำนวนในวงเล็บทุก ๆ จำนวน”

 **หมายเหตุ—** (๕-๒) = -(+๕-๒)
เพราะว่า ๕ ที่อยู่ในวงเล็บ นั้นไม่มีเครื่องหมาย จึงหมาย
ความว่า +๕ เมื่อ เอา ออก จากวง เล็บ จึง เปลี่ยน เครื่อง
หมาย -๕ + ๒ ตาม ข้อบังคับ

บวก

คราวนี้ จะ กล่าว ด้วย วิธีบวกต่อไป

๒๐. เมื่อบวก **เทอมเหมือน** สองเทอม หรือหลาย
เทอมเข้าด้วยกัน ก็คือรวมเทอมเหล่านี้เข้าเป็นเทอม
เหมือนเทอมเดียว แต่ถ้าจะบวก **เทอมต่าง** จะรวม

ให้เป็นเทอมเดียวไม่ได้ เช่นผลที่บวกได้จาก ก และ ข นั้น ต้องเขียนเป็น $ก + ข$

อนึ่ง ตามข้อบังคับ การใช้วงเล็บ $ก + (-ข) = ก - ข$ เพราะว่า ก บวกกับ $-ข$ เขียนลง ก็เป็น $ก - ข$

 อย่าลืมว่าในวิธีพีชคณิตเทอมลบมีค่า และที่หมายจะเพาะตัวเช่นเทอม $-ข$ นี้มีค่าแต่ลบล้างตนได้จึงกล่าวมาแล้วในข้อ ๑๔

ตัวอย่างที่ ๑ จงหาผลบวกของ ศ, ศ, ศ ตัวอักษรตัวเดียวแต่มีกำลังต่างกันก็เป็นเทอมต่าง เพราะฉะนั้นผลบวกจึงได้ $ศ + ศ + ศ$ ทั้งนี้ ผลสำเร็จนี้จะย่อเข้าอีกไม่ได้

ตัวอย่างที่ ๒ ผลบวกของ ศ, $-ศ$, $-ศ$, ศ เป็น $ศ - ศ - ศ + ศ$

ตัวอย่างที่ ๓ จงหาผลบวกของ

$$\begin{aligned} & ๓ ก - ๕ ข + ๒ ค \quad \text{กับ} \quad ๒ ก + ๓ ข - ค, \\ & ๓ ก - ๕ ข + ๒ ค + (๒ ก + ๓ ข - ค) \\ & = ๓ ก - ๕ ข + ๒ ค + ๒ ก + ๓ ข - ค \\ & = ๓ ก + ๒ ก - ๕ ข + ๓ ข + ๒ ค - ค \\ & = ๕ ก - ๒ ข + ค. \end{aligned}$$

ในที่นี้คือเอาจำนวนเหมือน ต่อจำนวนเหมือน มาบวกลบ กันเข้า
แต่ควร จะ ลำดับ จำนวน ดัง ต่อไปนี้ดีกว่า คือ

$$๓ ก - ๕ ข + ๒ ค$$

$$๒ ก + ๓ ข - ค$$

$$๕ ก - ๒ ข + ค$$

ข้อบังคับ “ให้เรียงบรรทัดต่าง ๆ ที่ จะบวกกันให้เทอม
เหมือน อยู่ ตรงใต้เทอมเหมือน แล้วบวก เทอมเหมือนนั้น ๆ
เข้า ตามเครื่องหมาย ตั้งแต่ ต้น บรรทัดไป (คือแต่ซ้าย
ไป ข้างขวา)”

ตัวอย่าง จง หา ผลบวกของ $๓ ก - ๗ ข + ๒ ค$;
 $๒ ก - ๗ + ๕ ค$; $- ๔ ก + ๓ ข - ๘ ค$

$$๓ ก - ๗ ข + ๒ ค$$

$$๒ ก - ๗ + ๕ ค$$

$$- ๔ ก + ๓ ข - ๘ ค$$

$$๕ ก - ๕ ข - ค$$

๒๑. เมื่อได้เห็น ตัวอย่าง นี้ แล้ว ก็คง สังเกต เข้าใจ ได้ว่า
คำว่า ผลบวก ในพีชคณิตนี้หมายความว่ากว้างกว่าในตำราเลข
ตามวิธีเลข ก-ข หมายความว่า ต้องเอา ข ลบ ออกจาก ก แต่
ในพีชคณิตหมายความว่าทั้งนั้นด้วย กับทั้งหมายความว่าเช่น ผลบวก

ของจำนวน a กับ $-x$ ที่ได้อะมาบวกกันแล้วนั้นด้วย เรา
ไม่พักต้องคิดถึงค่าของ a และ x ว่าจะเท่ากับเลขอะไรก็ได้
 a ก็เป็นเทอมมีค่าเทอมหนึ่ง เมื่อมีเทอมต่าง ๆ ติดต่อกัน
กันด้วยเครื่องหมาย + และ - ถ้าคิดบวกเข้าด้วยกันเป็นผล
สำเร็จแล้ว ผลสำเร็จนั้น ก็เรียกว่า ผลบวกพีชคณิต

เช่น $๑๑a - ๒๗a + ๑๓a = -๓a$ คือ ผลบวก
พีชคณิตของจำนวน $๑๑a$ กับ $-๒๗a$ กับ $๑๓a$ เป็น
 $-๓a$ หรือ $-๓a$ เป็นผลบวกของ $๑๑a$; $-๒๗a$
กับ $๑๓a$

แบบฝึกหัดที่ ๖

(จงหาผลบวกของ)

- (๑) $a + ๒x - ๓c$; $-๓a + x + ๒c$; $๒a - ๓x + c$
- (๒) $๓a + ๒x - c$; $-a + ๓x + ๒c$; $๒a - x + ๓c$
- (๓) $-๓c + ๒x + ๕$; $c - ๓x + ๒๕$; $๒c + x - ๓๕$
- (๔) $-c + ๒x + ๓๕$; $๓c - x + ๒๕$; $๒c + ๓x - ๕$
- (๕) $๔a + ๓x + ๕c$; $-๒a + ๓x - ๕c$; $a - x + c$
- (๖) $-๑๕a - ๑๕x - ๑๕c$; $๑๔a + ๑๕x + ๑๕c$; $a + ๕x + ๕c$
- (๗) $๒๕a - ๑๕x + c$; $๑๓a - ๑๐x + ๔c$; $a + ๒๐x - c$

(៨) ១២១-១០៧+៥៧; ១០៧+៥៧-១; ៦៧+៥៧-១

(៩) ៥៧៧-១៧៧+៧៧; ៧៧+១៧៧-៧៧; -៣៧៧
+១៧៧+៣៧៧

(១០) ១០៧+៧-៧; ៧-១០៧+៧; ៧+៧-១០៧

(១១) ៥៧៧+៦៧៧-១៧៧; ៥៧៧-៤៧៧+៣៧៧;
-១៧៧-១៧៧+៤៧៧

(១២) ៥៧៧-១៧៧៧-៦៧៧; ៥៧៧-៥៧៧៧
+១០៧៧; -៤៧៧៧+៥៧៧៧-៣៧៧

(១៣) ៥៧៧+៧៧-៣៧៧; ៧៧-៧៧+៣៧៧; -៧៧+៧៧
+១៧៧

(១៤) ៧៧+៧៧-៧៧; -៧៧+៧៧+៧៧; ៧៧-៧៧+៧៧

(១៥) ៧៧+៧៧; ១៧៧+៧៧-៧៧; ៣៧៧-៤៧៧

(១៦) ១៧៧-៣៧៧; ៥៧៧-១៧៧-៥៧៧; ៣៧៧+១៧៧
+៧៧

(១៧) ៤៧៧-៥៧៧+១៧៧; -១៧៧+១៧៧-៥៧៧;
១៧៧៧-៥៧៧៧+៧៧

(១៨) ១៧៧៧-៣៧៧៧+៥៧៧; -៥៧៧៧+៥៧៧៧-១៧៧;
១៧៧៧-១៧៧៧-៧៧

(១៩) ៤៧៧-៦៧៧+៧៧; -១៧៧៧+៥៧៧-៣៧៧; -១៧៧

$$+ ๔๘๒ - ๑๕๕$$

$$(๒๐) \quad ๒๓๖ - ๑๗๗ - ๒๖; - ๙๖ + ๑๕๗ + ๓๖; - ๑๓๖ \\ + ๓๗ - ๔๖$$

๒๒. ถ้า จะบวก เทอม ต่าง ๆ ที่มี อักขร เหมือนกัน แต่ กำลัง ต่าง กัน เข้าด้วยกัน เราควร จะ เรียง เทอม ตาม กำลัง ของ ตัว อักขร เป็น ลำดับ ตั้งแต่ น้อย ไปหา มาก หรือ มาก ไปหาน้อย

ตัวอย่างที่ ๑ จะบวก จาน เหล่านี้ เข้าด้วยกัน ๓ ศี
 $+ ๗ - ๕ ศี; \quad ๒ ศี - ๘ - ๙ ศี; \quad ๔ ศี - ๒ ศี + ๓ ศี$

เรา เรียง ตาม ลำดับ มากไปหาน้อย เอา ศี ซึ่งมี กำลัง ๓ ชัน ก่อน ด้วย แล้ว กำลัง มากที่สุด

$$\begin{array}{r} ๓ ศี - ๕ ศี \qquad + ๗ \\ ๒ ศี - ๘ ศี - ๘ \\ - ๒ ศี + ๓ ศี + ๔ ศี \\ \hline ศี - ๕ ศี - ๑ \end{array}$$

ดังนั้น จึง ได้ ผล บวก ตาม ลำดับ ของ ศี มากไปหาน้อย

หมายเหตุ จำนวน เลข ที่ ไม่มี ตัว อักขร กำกับ ย่อม นิยม ไว้

ข้างหลัง

ตัวอย่างที่ ๒ เรขขรฐานเหล่านี้ $๓กข - ๒ข + ก$;
 $๕กข - กข - ๓ก$; $๘ก + ๕ข$; $๘กข - ๒ก + กข$
 เรา เรเรียง ตาม ลำดับ $ก$ ก็ได้ หรือ ตาม ลำดับ $ข$
 ก็ได้ แต่ในที่นี้ จะเรียงตามลำดับ $ข$ มากไปหาน้อย เอา
 $ข$ เป็น ลำดับไม่ต้องสังเกตลำดับ $ก$

$$\begin{array}{r}
 - ๒ข + ๓กข + ก \\
 - กข + ๕กข - ๓ก \\
 ๕ข + ๘ก \\
 + กข + ๘กข - ๒ก \\
 \hline
 ๓ข + ๓กข + ๑๔กข + ๔ก
 \end{array}$$

ได้ผล ตาม ลำดับ ลำดับ $ข$ มากไปหาน้อย และได้ตาม
 ลำดับ $ก$ น้อยไปหา มากด้วย

แบบฝึกหัดที่ ๗

(จงหาผลบวกของ)

(๑) $๒กข + ๓กข + ๖กข; - ๕กข + ๒กข$

$- ๕กข; ๓กข + ๒กข - ๓ก$

(๒) $๒ก - ๒ค + ๓ค; ๔ค + ๕ค - ๒ค; ค - ๒ค$

$- ๖ค$

- (๓) $๓ก - ๗กข - ๔ข$; $-๖ก + ๙กข - ๓ข$; $๔ก + ๖กข + ๕ข$
- (๔) $ก + กข - ข$; $-๓ + ข๓ + ข$; $-ก + ก๓ + ๓$
- (๕) $-ก - ๓กข + ๓ข$; $๓ก + ๔กข - ๕ข$; $ก + กข + ข$
- (๖) $ก - ก + ก - ๑$; $๒ก - ๒ก + ๒$; $-๓ก + ๕ก + ๑$
- (๗) $๒ก - ก - ก$; $๔ก + ๘ก + ๗ก$; $-๖ก - ๖ก + ก$
- (๘) $๙ก - ๗ก + ๕$; $-๑๔ก + ๑๕ก - ๖$; $๒๐ก - ๔๐ก - ๑๗$
- (๙) $๑๐ก + ๕ก + ๘$; $๓ก - ๔ก - ๖$; $๒ก - ๒ก - ๓$
- (๑๐) $ก - กข + ขก$; $กข + ข - กก$; $กก - ขก + ก$
- (๑๑) $๕ก - ๓ก + ๗$; $ข - ๒ก + ๓ข$; $๔ก - ๒ก - ๓ข$
- (๑๒) $๖ก - ๒ก + ๑$; $๒ก + ก + ๖$; $ก - ๗ก + ๒ก - ๔$
- (๑๓) $ก - ก + ๓ก$; $๓ก + ๔ก + ๘ก$; $๕ก - ๖ก - ๑๑ก$
- (๑๔) $ก + ข - ๒กข$; $๒ก - ๓ข - ๔ข๓$; $๒ก - ๒ก - ๓ก$
- (๑๕) $ก - ๒ข + ก$; $ข - ๒ก + ข$; $ก + ๒ข - ก + ข$
- (๑๖) $ก + ๓กข + ๓กข$; $-๓กข - ๖กข - ก$; $๓กข + ๔กข$

$$(๑๗) \quad ๓ + ๔ ๓ + ๖; ๖ - ๑๐ ๓ - ๓; ๔ ๓ - ๒ ๖ + ๒ ๓$$

$$(๑๘) \quad ๓ - ๔ ๓ - ๔ ๓; ๓ ๓ + ๒ ๓ - ๖ ๓; ๓ ๓ + ๖ ๓ - ๖$$

$$(๑๙) \quad ๓ - ๔ ๓ + ๖ ๓; ๓ - ๑๐ ๓ + ๓; ๖ + ๓ ๓ + ๓ ๓$$

$$(๒๐) \quad ๓ - ๔ ๓ + ๖ ๓; ๒ ๓ - ๓ ๓ + ๒ ๓; ๖ + ๓ ๓ + ๔ ๓$$

$$(๒๑) \quad \frac{๑}{๒} ๓ - \frac{๑}{๓} ๖; - ๓ + \frac{๒}{๓} ๖; \frac{๓}{๔} ๓ - ๖$$

$$(๒๒) \quad -\frac{๑}{๓} ๓ - \frac{๑}{๔} ๖; -\frac{๒}{๓} ๓ + \frac{๓}{๔} ๖; - ๒ ๓ - ๖$$

$$(๒๓) \quad - ๒ ๓ + \frac{๔}{๒} ๖; -\frac{๑}{๓} ๓ - ๒ ๖; \frac{๒}{๓} ๖ - ๓ ๖$$

$$(๒๔) \quad -\frac{๑}{๔} ๓ - \frac{๑}{๔} ๖; ๒ ๓ - ๓ ๖; \frac{๑}{๔} ๖ - ๓$$

$$(๒๕) \quad \frac{๒}{๓} ๓ + \frac{๑}{๓} ๖ - \frac{๑}{๔} ๖ - ๓ - \frac{๒}{๓} ๓ + ๒ ๖; \frac{๒}{๓} ๓ - ๓ - \frac{๔}{๔} ๖$$

$$(๒๖) \quad ๓ ๓ - \frac{๒}{๔} ๖ - \frac{๑}{๒} ๖; -\frac{๓}{๒} ๓ + ๓ ๖ - \frac{๒}{๓} ๖; -\frac{๒}{๓} ๓ - ๓ ๖ + ๖$$

$$(๒๗) \quad \frac{๔}{๒} ๓ - \frac{๑}{๓} ๖ + \frac{๓}{๑๐} ๖ - \frac{๓}{๒} ๓ + \frac{๑}{๔} ๖ - ๖; \frac{๑}{๒} ๓ - ๓ ๖ + \frac{๑}{๔} ๖$$

$$(๒๘) -\frac{๓}{๔}ค + ๕กค - \frac{๕}{๘}กค; \quad ค - \frac{๓๗}{๘}กค + \frac{๑}{๒}กค;$$

$$-\frac{๑}{๒}ค + \frac{๓}{๔}กค$$

$$(๒๙) \frac{๓}{๘}ค - \frac{๕}{๘}คข - ๗ข; \quad \frac{๒}{๓}คข + \frac{๑๙}{๔}ข; \quad -\frac{๕}{๘}ค$$

$$+ ๔ข$$

$$(๓๐) \frac{๑}{๒}ก - ๒กข - \frac{๓}{๒}ข; \frac{๓}{๒}กข - \frac{๓}{๔}กข + ๒ข; \quad -\frac{๓}{๒}ก$$

$$+ กข + \frac{๑}{๒}ข$$

บทที่ ๔

ลบ

๒๓. เลขลบอย่างง่าย ๆ ก็คือ วิธีขวกทั้งที่ได้อธิบายมาแล้วในข้างต้น นั้นเอง เช่น

$$๕ก - ๓ก = ๒ก$$

$$๓ก - ๗ก = -๔ก$$

$$-๓ก - ๖ก = -๙ก$$

กับ ตามวิธีลบที่วงเล็บข้อ ๑๙

$$๓ก - (-๘ก) = ๓ก + ๘ก$$

$$= ๑๑ก$$

$$-๓ก - (-๘ก) = -๓ก + ๘ก$$

$$= ๕ก$$

ลบ เทอมต่าง

๒๔. การ ลบ เทอมต่าง นี้ ก็ไม่ยาก ทั้ง จะเห็นได้
ใน ตัวอย่าง ต่อไปนี้

ตัวอย่าง ที่ ๑ จงลบ $๓ก - ๒ข - ค$ ออกจาก $๔ ก - ๓ข + ๕ค$

$$\begin{aligned}\text{ผลลบ} &= ๔ ก - ๓ข + ๕ค - (๓ ก - ๒ข - ค) \\ &= ๔ ก - ๓ข + ๕ค - ๓ ก + ๒ข + ค \\ &= ๔ ก - ๓ ก - ๓ข + ๒ข + ๕ค + ค \\ &= ก - ข + ๖ค\end{aligned}$$

หมายเหตุ เมื่อถอดวงเล็บ ที่มีเครื่องหมาย—อยู่หน้า จำ
ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายในวงเล็บตามอธิบายข้อ ๑๔

แต่การลบฐานที่มีเทอมมาก ๆ เช่นนี้ ท่านนิยม
ตั้ง อย่าง วิธีลบ สามัญ เปลี่ยนเครื่องหมายของเทอมในฐาน
ที่ลบเสียให้หมดตามวิธีถอดวงเล็บ ทั้ง ตัวอย่างนี้

$$\begin{array}{r} ๔ ก - ๓ ข + ๕ ค \\ - ๓ ก + ๒ ข + ค \\ \hline\end{array}$$

ทำ อย่าง ขว $ก - ข + ๖ ค$

แต่เปลี่ยนเครื่องหมายนี้ ไม่จำเป็น ต้องเปลี่ยน
วง ๆ ให้รุ้งรุ้ง เช่นแต่นี้ก็เปลี่ยนเขาในเวลา ที่คิดหา ผลลบ
ก็ได้ ทั้ง ตัวอย่าง ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๒ จาก $๕ค + คข$ ให้หัก ออกเสีย
 $๒ค + ๘คข - ๗ค$

$$\begin{array}{r} ๕ค + คข \\ คคเปลี่ยนเครื่องหมายในใจ \underline{๒ค + ๘คข - ๗ค} \\ ๓ค - ๗คข + ๗ค \end{array}$$

ตัวอย่างที่ ๓ จงลบ $๓ค - ๒ค$ ออกจาก $๑ - ค$
 $-ค + ๑$

$$\begin{array}{r} ๒ค - ๒ค \\ \hline -ค - ๒ค + ๒ค + ๑ \end{array}$$

หมายเหตุ การที่เปลี่ยนลำดับเสียเช่นนี้ ก็เพื่อให้
 กำลังของ ค เป็นลำดับแต่มาไปหาน้อยตามลำดับายข้อ ๒๒
 แบบฝึกหัดที่ ๘

จงลบ

๑. $๔ก - ๓ข + ค$ จาก $๒ก - ๓ข - ค$
๒. $ก - ๓ข + ๕ค$ จาก $๔ก - ๘ข + ค$
๓. $๒ค - ๘ข + ๓$ จาก $๑๕ค + ๑๐ข - ๑๘ค$
๔. $๑๕ก - ๒๗ข + ๘ค$ จาก $๑๐ก + ๓ข + ๔ค$
๕. $-๑๐ค - ๑๔ข + ๑๕ค$ จาก $ค - ข - ค$

๖. $๑๑\text{ กข} + ๖\text{ คฌ}$ จาก $-๑๐\text{ ขค} + \text{กข} - ๔\text{ คฌ}$
 ๗. $๔\text{ ก} - ๓\text{ ข} + ๑๕\text{ ค}$ จาก $๒๕\text{ ก} - ๑๖\text{ ข} - ๑๘\text{ ค}$
 ๘. $-๑๖\text{ ก} - ๑๘\text{ ข} - ๑๕\text{ ค}$ จาก $-๕\text{ ค} + ๑๘\text{ ข} + ๗\text{ ค}$
 ๙. $\text{กข} + \text{คฌ} - \text{กค} - \text{ขค}$ จาก $\text{กข} + \text{คฌ} + \text{กค} + \text{ขค}$
 ๑๐. $- \text{กข} + \text{คฌ} - \text{กค} + \text{ขฌ}$ จาก $\text{กข} - \text{คฌ} + \text{กค} - \text{ขฌ}$
 จาก

๑๑. $๓\text{ กข} + ๕\text{ คฌ} - ๕\text{ กค} - ๖\text{ ขฌ}$ ลบ $๓\text{ กข} + ๖\text{ คฌ}$
 $- ๓\text{ กค} - ๕\text{ ขฌ}$

๑๒. $๒\text{ ค} - ๓\text{ ค} + ๓\text{ ค}$ ลบ $- \text{ค} + ๒\text{ ค} - ๓\text{ ค}$

๑๓. $- ๒\text{ ค} - ๓\text{ ค} - ๓\text{ ค} + ๒$ ลบ $\text{ค} - ๓ + ๑$

๑๔. $- ๑๖\text{ ค} + ๑๕\text{ ค} + ๑๐\text{ ค}$ ลบ $๔\text{ ค} - ๖\text{ ค} - ๕\text{ ค}$

๑๕. $\frac{๑}{๒}\text{ ก} - ๗ + \frac{๑}{๓}\text{ ค}$ ลบ $\frac{๑}{๒}\text{ ก} + \frac{๑}{๒}\text{ ข} - \frac{๑}{๒}\text{ ค}$

๑๖. $\frac{๓}{๔}\text{ ค} + ๒ - ๓$ ลบ $\frac{๑}{๒}\text{ ค} - \frac{๑}{๒}\text{ ข} - \frac{๑}{๒}\text{ ค}$

๑๗. $- \text{ก} - ๓\text{ ข}$ ลบ $\frac{๓}{๒}\text{ ก} + \frac{๑}{๓}\text{ ข} - \frac{๑}{๒}\text{ ค}$

๑๘. $\frac{๑}{๒}\text{ ค} - \frac{๓}{๔}\text{ ข} + \frac{๑}{๑๐}\text{ ค}$ ลบ $- \frac{๑}{๒}\text{ ค} + \frac{๕}{๗}\text{ ข} - \frac{๑}{๑๐}\text{ ค}$

๑๙. $- \frac{๒}{๓}\text{ ค} - \frac{๓}{๕}\text{ ข} - ๕\text{ ค}$ ลบ $\frac{๒}{๓}\text{ ค} - \frac{๒}{๕}\text{ ข} - \frac{๑๑}{๓}\text{ ค}$

๒๐. $- \frac{๑}{๒}\text{ ค} + \frac{๒}{๓}\text{ ข} - \frac{๑}{๖}$ ลบ $\frac{๑}{๓}\text{ ค} - \frac{๓}{๒}\text{ ข} - \frac{๑}{๖}$

แบบฝึกหัดที่ ๙

จาก

๑. $๓คีม - ๕ยส + ๘ตค$ ลบ $-๔คีม + ๒ยส - ๑๐ตค$
 ๒. $-๘คีม + ๖๕คีม + ๑๓คีม$ ลบ $๔คีม + ๗คีม - ๘คีม$
 ๓. $-๘ + ๖กข + กข$ ลบ $๔ - ๓กข - ๕กข$
 ๔. $กขค + ขคก + คกก$ ลบ $๓กขค - ๕ขคก - ๔คกก$
 ๕. $-๗กข + ๘กข + คข$ ลบ $๕กข + ๗กข + ๖คข$
 ๖. $-๘คีม + ๕คีม - คีม$ ลบ $๘คีม - ๕คีม + คีม$
 ๗. $๑๐กข + ๑๕กข + ๘กข$ ลบ $-๑๐กข + ๑๕กข - ๘กข$
 ๘. $๔ค - ๓ค + ๒$ ลบ $-๕ค - ๖ค - ๗$
 ๙. $ค + ๑๑ค + ๔$ ลบ $๘ค - ๕ค - ๓$
 ๑๐. $-๘กค + ๕ค + ๑๕$ ลบ $๙กค - ๘ค - ๕$
- ลบ
๑๑. $ค - ค + ค + ๑$ จาก $ค + ค - ค + ๑$
 ๑๒. $๓คีม - ๓คีม + ค - ย$ จาก $ค + ๓คีม + ๓คีม + ย$
 ๑๓. $ข + ค - ๒กขค$ จาก $ก + ข - ๓กขค$
 ๑๔. $๗คีม - ย - ๓คีม + ๕ค$ จาก $๘ค + ๗คีม - ๓คีม - ย$

แบบฝึกหัด

๔๗

๑๕. $k^2 + 5k + k - 3k$ จาก $5k^2 - 8k - 2k^2 + 7$

๑๖. $g + h + k - 3ghk$ จาก $7ghk - 3g + 5h - k$

๑๗. $1 - k + k^2 - k^2 - k^2$ จาก $k^2 - 1 + k - k^2$

๑๘. $7g - 8g + 3g + 4g$ จาก $g - 5g - 7 + 7g$

๑๙. $10gh + 8gh - 8gh - h$ จาก $5gh - 6gh$
 $- 7gh$

๒๐. $g - h - 8gh - 7gh$ จาก $- 8gh + 15gh + h$
 จาก

๒๑. $\frac{1}{2}k^2 - \frac{1}{3}km - \frac{3}{4}m^2$ ลบ $-\frac{3}{2}k^2 + km - m^2$

๒๒. $\frac{2}{3}g - \frac{5}{2}g - 1$ ลบ $-\frac{2}{3}g + g - \frac{1}{2}$

๒๓. $\frac{1}{3}k^2 - \frac{1}{2}k + \frac{1}{6}$ ลบ $\frac{1}{3}k^2 - 1 + \frac{1}{2}k$

๒๔. $\frac{1}{3}k^2 - \frac{2}{3}gk$ ลบ $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}k^2 - \frac{5}{6}gk$

๒๕. $\frac{1}{4}k^2 - \frac{1}{3}km - m^2$ ลบ $\frac{1}{2}km - \frac{5}{6}m - \frac{1}{3}km$

๒๖. $\frac{1}{2}g - 2gk^2 - \frac{1}{3}gk$ ลบ $\frac{1}{3}gk^2 + \frac{1}{4}g - \frac{2}{3}gk$

แบบฝึกหัดที่ ๑๐

แบบฝึกหัดต่าง ๆ สำหรับทำบวกและลบ ระคนกัน

๑. จงหาผลบวกของ $2g - 3h - 2k$ กับ $2h - g + 7k$ และผลบวกของ $g - 4k + 7h$ กับ $k - 6h$

๒. จาก $๕ค + ๓ค - ๑$ จะหาผลบวกของ $๒ค - ๕ + ๗ค$ กับ $๓ค + ๔ - ๒ค + ค$ ลง

๓. ลง $๓ก - ๗ก + ๕ก$ จากผลบวกของ $๒ + ๘ก - ก$ กับ $๒ก - ๓ก + ก - ๒$

๔. ลง $๕ค + ๓ค - ๑$ จาก $๒ค$ ให้เท่าไรเอามาบวกเข้ากับ $๓ค + ๓ค - ๑$

๕. จะประสมผลบวกของ $๒ข - ๓ข$ กับ $๑ - ๕ข$ เข้ากับจำนวนที่เหลืออยู่เมื่อเอา $๑ - ๒ข + ข$ ลง $๕ข$

๖. ให้หัก $ค - ข$ ออกจาก $๓คข - ๔ข$ เหลือเท่าไรเอามาประสมเข้ากับผลบวกของ $๔คข - ค - ๓ข$ กับ $๒ค + ๖ข$

๗. หาผลบวกของ $๕ก - ๗ข + ค$ กับ $๓ข - ๘ก$ ได้แล้วเอามาลบออกจาก $ค - ๔ข$

๘. บวก $๓ค - ๗ค + ๕$ กับ $๒ค + ๕ค - ๓$ เข้าด้วยกัน แล้วลบเสีย $๓ค + ๒$

๙. จะเอาจำนวนใดมาบวกเข้ากับ $๕ค - ๗ค - ๒$ จึงจะได้ $๗ค - ๑$?

๑๐. จะเอาจำนวนใดมาบวกเข้ากับ $๔ค - ๓ค + ๒$ จึงจะได้ $๔ค + ๗ค - ๖$?

๑๑. จะเอา จำนวนใด มาลบ ออก จาก ๓ ก-๕ ข+ค
จึง จะได้ เหลือ อยู่ แค่ ๒ ก-๔ ข+ค?

๑๒. จะเอา จำนวนใด มาลบ ออก จาก ๘ ค+๑๑ ค-๕
จึง จะได้ เหลือ อยู่ เพียง ๖ ค-๑๗ ค+๓?

๑๓. จะเอา ๑๑ ก-๕ กข-๗ ขค ลบ ออก จาก จำนวน
เท่าไร จึง จะได้ ลัก ๕ ก+๗ กข+๗ ขค?

๑๔. จะเอา ๓ กข+๕ ขค-๖ คก ลบ ออก จาก จำนวน
อะไร จึง จะได้ เหลือ เพียง ๖ คก-๕ ขค?

๑๕. จะเอา อะไร มาบวก กับ ๗ ค-๖ ค-๕ ค จึง จะได้
๘ ค-๖ ค-๗ ค?

๑๖. จะเอา จำนวนใด มาบวก กับ ๕ กข-๑๑ ขค-๗ คก
จึง จะได้ ผลบวก เป็น ๐ ?

๑๗. ถ้าเอา ๓ ค-๗ ค+๒ ลบ. ๐ นี่ จะได้ ลัก เท่าใด?

๑๘. ลบ ๓ ค-๗ ค+๑ จาก ๒ ค-๕ ค-๓
ได้ เท่าไร แล้ว เอา มา หัก จาก ๐ ได้ เท่าไร เอา มาบวก
เข้ากับ ๒ ค-๒ ค-๔ อีก ที่หนึ่ง

๑๙. ลบ ๓ ค-๕ ค+๑ จาก หึ่ง แล้ว เอา ๕ ค
-๖ ค มาบวก เข้า ด้วย

บทที่ ๕

คุณ

๒๕. เมื่อไม่มีเครื่องหมายอยู่ระหว่างตัวอักษรหรือเทอมใดๆ
เราก็เข้าใจว่า ตัวอักษร หรือเทอมเหล่านั้นจะต้องคูณกัน

เช่น

$$กข = ก \times ข$$

$$๓ กข = ๓ \times ก \times ข$$

$$ก (ค - ข) = ก \times (ค - ข)$$

(ค + ข) (ก + ข) ก็เป็นผลคูณของ ค + ข กับ ก + ข
ในวิธีพีชคณิต ถึงจะเรียงแฟกเตอร์อย่างไร ๆ

ผลคูณ ก็มีค่าคง อยู่เช่นเดียว กับวิธีเลข [ทั้งนี้ อยู่ในข้อ ๘๘]

ตัวอย่าง

$$๒ ก \times ๓ ข = ๒ \times ก \times ๓ \times ข$$

$$= ๒ \times ๓ \times ก \times ข$$

$$= ๖ กข$$

๒๖. ในบทคำอธิบายก็ได้กล่าวมาแล้วว่า

$$ก = ก ก ก$$

และ $ก = ก ก ก ก ก$

$$\therefore ก \times ก = ก ก ก \times ก ก ก ก ก$$

$$= ก ก ก ก ก ก ก ก = ก^8$$

คช ก คุณ ก้น สามตัว คุณ เทอม ก คุณ ก้นห้าตัว ใต้เทอม
ก คุณ ก้นแปดตัว

$$พ ก อ ก \quad ๕ ก = ๕ ก ก$$

$$๗ ก = ๗ ก ก ก$$

$$๕ ก \times ๗ ก = ๕ \times ๗ \times ก ก ก ก ก$$

$$= ๓๕ ก$$

ดังนี้ผู้เรียนย่อมเห็นได้ว่า ถ้าเขียนตัวอักษรที่เหมือนกันกี่ตัวๆ
คุณ ก้น เราก็เขียนผลคุณ ลง เป็น อักษร นั้นให้มีกำลังกำกับ
ว่าคุณ ก้น

๒๗. เมื่อเทอมที่คุณ ก้น มีตัวอักษรต่างๆ ก้น (คือ
เทอมต่าง) และมีกำลังต่างๆ ก้น วิธีทำเราก็คูณตัวอักษร
ที่เหมือนกันเข้าด้วย ก้น อักษรที่ผิดกันก็คงไว้คนละ ค่าหาก

ตัวอย่าง $๕ ก ข \times ๘ ก ข ค$

$$= ๕ ก ก ก ข ข \times ๘ ก ก ข ค ค ค$$

$$= ๔๐ ก ข ค$$

หมายเหตุ อินเต๋เกิ้ล คือเลข กำลังของอักษรที่ต่าง
กันจะมารวมกันไม่ได้ เพราะฉะนั้นเทอม ๔๐ ก ข ค นี้จะ
เขียนย่อลงไว้ไม่ได้

๒๘. ข้อบังคับในการคูณจึงมีดังนี้ “ถ้าจะคูณเทอมเดียว (คือเทอมลำดับที่ไม่มีเครื่องหมายคั่นกลาง) สองเทอมเข้าด้วยกัน ให้คูณโคเอฟฟิเชนต์ตัวเลข แล้วบวกกำลังของอักษรที่เหมือนกันเข้าเป็นอักษรเดียวกัน มีเลขกำลังผิดไปตามผลที่บวกได้นั้น”

ข้อบังคับนี้ใช้ได้ตลอดถึงคูณเทอมเดียว มากกว่าสองเทอมขึ้นไป

$$\begin{aligned}\text{ตัวอย่างที่ ๑} \quad c \times c^2 \times c^3 &= c^{1+2+3} \times c^1 \\ &= c^{1+2+3+1} \\ &= c^{7}\end{aligned}$$

$$\text{ตัวอย่างที่ ๒. } 5c^2 \times 3c^3 \times 4c^4 = 60c^{2+3+4} = 60c^9$$

คูณเทอมคละด้วยเทอมเดียว

๒๙. วิธีคูณนี้ก็ตรงกับวิธีบวกทบกันเข้านั้นเอง ๔ ม ก็แปลว่า ๔ ม บวกทบกันเข้า ๔ คน คือ ๔ ม = ม + ม + ม + ม และ ๑๐ ม = ม + ม + ม + . . . บวกกันจนถึงสิบคน เพราะฉะนั้น ๓ ม = ม + ม + ม + . . . บวกกันจนถึง ๓ คน ตามแต่ค่าของ ๓ ถ้า ๓ = ๘ ๓ ม = ๘ ม ถ้า ๓ = ๑๐ ๓ ม = ๑๐ ม เป็นต้น คือ ม บวกทบกันเข้าแปดคนหรือสิบคนหนึ่ง (๖ + ๘) ม = ม + ม + ม + . . . บวกกันถึง (๖ + ๘) คน

คุณเทอมคละด้วยเทอมเดียว

๕๓

$$\begin{aligned} &= (ม+ม+ม+ \dots \text{บวกกัน } ๖ \text{ คน}) \\ &+ (ม+ม+ม+ \dots \text{บวกกัน } ๘ \text{ คน}) \\ &= ๖ม + ๘ม \end{aligned}$$

ถ้า หากเปลี่ยนไปเป็น ตัวอักษร

$$\begin{aligned} (ก+ข) \text{ ม} &= ม+ม+ม+ \dots \text{ถึง } (ก+ข) \text{ คน} \\ &= (ม+ม+ม+ \dots \text{ถึง } ก \text{ คน}) \\ &+ (ม+ม+ม+ \dots \text{ถึง } ข \text{ คน}) \\ &= กม+ขม \dots \dots \dots (๑) \end{aligned}$$

และ $(ก-ข) \text{ ม} = ม+ม+ม+ \dots \text{บวกกัน } (ก-ข) \text{ คน}$

$$\begin{aligned} &= (ม+ม+ม+ \dots \text{บวกกัน } ก \text{ คน}) \\ &- (ม+ม+ม+ \dots \text{บวกกัน } ข \text{ คน}) \\ &= กม-ขม \dots \dots \dots (๒) \end{aligned}$$

สังเกตดูตามข้างบนนี้ก็เห็นได้ชัดว่า $(ก-ข+ค) \text{ ม}$
 $= กม-ขม+คม$ เพราะฉะนั้น ควร ตั้ง ข้อบังคับได้อีกว่า

๓๐. ข้อบังคับ “ถ้า จะ คุณเทอมคละด้วยเทอมเดียว
จงเอาตัวคุณ คุณเทอมคละที่ละเทอม ””
ตัวอย่าง

$$(๑) ๓ (๒ ก+๓ ข-๔ ค) = ๖ ก + ๙ ข - ๑๒ ค$$

$$(๒) \quad (๔ค - ๗ข - ๘ค) \times ๓ค \quad ข = ๑๒ค \quad ข$$

$$- ๒๑ค \quad ข - ๒๔ค \quad ข$$

$$(๓) \quad \left(\frac{๒}{๓}ก - \frac{๑}{๖}ข - ค \right) \times \frac{๓}{๘}ก \quad ข = \frac{๑}{๔}ก \quad ข - \frac{๑}{๖}ก \quad ข$$

$$- \frac{๓}{๘}ก \quad ข$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๑

รวม

๑. ๕ค กับ ๗ค
๒. ๔ก กับ ๕ก
๓. ๗กข กับ ๘กข
๔. ๖คข กับ ๕ค
๕. ๘กข กับ ๗
๖. ๒กขค กับ ๓ กค
๗. ๒กข กับ ๒กข
๘. ๕กข กับ ๒ก
๙. ๔กข กับ ๗ก
๑๐. ๕กข กับ คข
๑๑. คข กับ ๖กค
๑๒. กขค กับ คขค
๑๓. ๓กขค กับ ๕กขค
๑๔. ๕กขค กับ ๗คค
๑๕. ๕กค กับ ๘คค
๑๖. ๕คข กับ ๖กค
๑๗. ๒คข กับ คข
๑๘. ๓กคข กับ กคข
๑๙. กข+ขค กับ กข
๒๐. ๕กข-๗คค กับ ๔กขค
๒๑. ๕ค+๓ข กับ ๒ค
๒๒. ก+ข-ค กับ กข
๒๓. ขค+คก-กข กับ กขค
๒๔. ๕ก+๓ข-๒ค กับ ๔กขค

$$๒๕. ๕\cancel{๕} + \cancel{๕} - ๗\cancel{๕} \text{ กับ } ๓\cancel{๕}$$

$$๒๖. ๖\cancel{๕} - ๕\cancel{๕} + ๗\cancel{๕} \text{ กับ } ๘\cancel{๕}$$

$$๒๗. ๖\cancel{๖} - ๗\cancel{๖} \text{ กับ } ๖\cancel{๖}$$

$$๒๘. ๘\cancel{๖} - \frac{๒}{๓}\cancel{๖} \text{ กับ } \frac{๑}{๓}\cancel{๖}$$

$$๒๙. ๖\cancel{๖} - ๕\cancel{๖} \text{ กับ } \frac{๑}{๕}\cancel{๖} \quad ๓๐. ๖\cancel{๖} - ๕\cancel{๖} \text{ กับ } \frac{๑}{๒}\cancel{๖}$$

คุณเทอมคละด้วยเทอมคละ

๓๑. เราได้เรียนวิธีคูณเทอมคละ กับ เทอมเดียว เช่น
(๖+๓) ม ดังนี้แล้ว หากว่า ม = ๘ ก็ได้ผลดังนี้

$$ม(๖+๓) = ๘(๖+๓)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ถ้าแบ่ง ๘ ออก} \\ \text{เป็น ๒+๖} \end{array} \right\} ๘(๖+๓) = (๒+๖)(๖+๓)$$

$$= ๒(๖+๓) + ๖(๖+๓)$$

(คือ ๖+๓ สองหน กับหกหนเป็น ๖+๓ แยกหน) แล้ว
จึงแยกคูณตามที่ได้เคยเรียน มา = ๒๖+๒๓+๖๖+๖๓ ดังนั้น
(คือ = ๘๖+๘๓ เหมือนกัน ทั้งคูณ ๘ กับ (๖+๓) ตรง)

ในข้อ ๒๙ เราทราบดีแล้วว่า (๑) นั้น ได้เรียนมาแล้ว
ว่า (๖+๓) ม จะคูณกันอย่างไร ในที่นี้ให้ผู้เรียน
นึกเสียว่า (๖+๓) เป็นเทอมหนึ่ง หรือเทอมเดียวเหมือนกัน ม
แล้วคูณกับ (๖+๓) ตามวิธีที่ได้เห็นแล้วในข้อ ๒๙ ดังนั้น

$$\begin{aligned} (a+b)(a+b) &= a(a+b) + b(a+b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \dots (3) \end{aligned}$$

ถ้าเทียบจากที่โยง (๒) ในข้อ ๒๔ ก็เหมือนกัน คือ

$$\begin{aligned} (a-b)(a+b) &= a(a+b) - b(a+b) \\ &= a^2 + ab - (ba + b^2) \\ &= a^2 + ab - ba - b^2 \dots (4) \end{aligned}$$

หากจะใช้ $(a-b)$ แทน m ใน (๑) วิธีก็เหมือนกับที่ทำมาแล้ว คือ

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= a(a-b) + b(a-b) \\ &= (a-b)a + (a-b)b \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \dots (5) \end{aligned}$$

หรือจาก (๒) ใช้ $(a-b)$ แทน m อย่างที่แล้วมา

$$\begin{aligned} (a-b)(a-b) &= a(a-b) - b(a-b) \\ &= a^2 - ab - (ba - b^2) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \dots (6) \end{aligned}$$

สังเกตดูในโยง (๖) นั้น $(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2$

$-ab - ba + b^2$ ก็เห็นว่าได้ผลสี่เทอม คือ เอา a คูณ $(a-b)$ เสียก่อนได้ผลสองเทอมแล้วจึงเอา $-b$ คูณ $(a-b)$ ได้ผลอีกสองเทอม

ในชั้นแรก	$(+ก) \times (+ง)$	$=$	$+กง$
และ	$(+ก) \times (-ค)$	$=$	$-กค$
ในชั้นหลัง	$(-ข) \times (+ง)$	$=$	$-ขง$
และ	$(-ข) \times (-ค)$	$=$	$+ขค$

ตามที่ คุณ ก็น ี่ ปรากฏผลข้างเคียง เป็นข้อบังคับ สำหรับ
เปลี่ยนเครื่อง หมายเลขใน วิชิตได้แล้ว

ข้อบังคับสำหรับการเปลี่ยนเครื่องหมาย "ผลคูณ ของ
 เทอมที่มี เครื่องหมายเหมือนกันสองเทอม เช่น เทอมบวก แต่ผล
 คูณ ของเทอมที่มี เครื่องหมายต่างกันสองเทอม เป็น เทอมลบ"

๓๒. บางทีผู้แรกเรียนจะนึกหวาดไปว่าวิธิเปลี่ยนเครื่อง
หมาย ผลคุณ ตามพิฐจน์ให้เห็นด้วยอักษรขี้เข้าใญ่ยาก ในที่นี้
จึงจะอธิบายให้เห็นได้แจ่มแจ้ง อีกด้วย ตัวเลขเพื่อให้เข้าใจที่

๑. ลบกับบวก $(-๓) \times (+๔)$ ๒. บวกกับลบ $(+๓) \times (-๔)$
๓. ลบกับลบ $(\times ๓) \times (-๔)$ ๔. บวกกับบวกไม่ต้องอธิบาย

๑. $(-๓) \times (+๔) = -๓ \times ๔$
 $= -๓$ ต้องการสี่ครั้ง
 $= -๓ - ๓ - ๓ - ๓$
 $= -๑๒ \dots \dots \dots (๑)$

๒. $(+๓) \times (-๔)$ ให้คิด +๓ ต้องการ -๔ คน

แต่บางทีเข้าใจยาก จึงอธิบายให้เห็นเป็นอุทาหรณ์
ดังนี้ ถ้าเด็กกำลังห้อยพายเรือทวนน้ำขึ้นไปด้วยเต็มแรง
เสมอมิได้หยุด แต่น้ำไหลแรงกว่าก็พัดให้เรือนั้นถอยหลัง
ลงมา ๔ เฮกโตเมตรในเวลาชั่วโมงหนึ่ง ก็เขียนลงว่าเด็ก
พายเรือได้ - ๔ เฮกโตเมตร ในชั่วโมงหนึ่ง ถ้าพายทวนน้ำ
ไปดังนี้ ๓ ชั่วโมง ก็ระพายได้เป็นหนทาง ๓×-๔ เฮกโตเมตร
(คือเรือถอยหลังลงไป ๑๒ เฮกโตเมตร) ๓ คูณ ๔ ก็ได้ ๑๒
แต่ทางที่ได้ ๑๒ นั้นเป็นทางเข้าเหือ จึงต้องเปลี่ยนเครื่องหมาย
หมายเพื่อจะบอกให้ทราบว่า เป็นหนทางเข้าเหือ ดังนี้ - ๑๒
เพราะฉะนั้น $๓ \times -๔ = -๑๒$

๓. $(-๓) \times (-๔)$ แสดงว่าต้องการ - ๓ ถึง - ๔ หิน
 $(-๓) \times (+๔) = -๑๒$ ตามวงเล็บ . . . (๑)
แต่ที่เห็น $(-๓) \times (-๔) = +๑๒$ คือเครื่องหมายเปลี่ยนไป
เพราะฉะนั้น $(-๓) \times (-๔) = ๑๒$ (๒)

๓๓. เพื่อจะให้ผู้เรียนเข้าใจวิธีที่พึงกล่าวมาแล้วนี้
ซักถาม ท่อไปนี้จึงจะได้ตัวอย่างข้าง

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้า $๗ = -๔$ $๗ = (-๔) \times (-๔)$
 $\times (-๔) = -๑๔$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า $๗ = -๑$, $๗ = ๓$, $๗ = -๒$

จงหาค่าของ $-๓ กิ ขค$

$$\begin{aligned} -๓ กิ ขค &= (-๓) \times (-๑)^{\circ} \times ๓ \times (-๒)^{\circ} \\ &= -๓ \times (+๑) \times ๓ \times (-๘) \\ &= ๗๒ \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๒

ถ้า $ก = -๒$, $ข = ๓$, $ค = -๑$, $ค = -๕$, $ฆ = ๔$
จงหาค่าของเทอมเหล่านี้

- | | | | |
|----------------|----------------|---------------|--------------|
| ๑. $๓ กิ ข$ | ๒. $๘ กิ ขค$ | ๓. $-๕ ค$ | ๔. $๖ กิ ค$ |
| ๕. $๔ ค ฆ$ | ๖. $๓ กิ ค$ | ๗. $-๒ ค$ | ๘. $๓ กิ ค$ |
| ๙. $-๗ กิ ขค$ | ๑๐. $-๒ กิ ขค$ | ๑๑. $-๔ กิ ค$ | ๑๒. $๓ ค ค$ |
| ๑๓. $๕ กิ ค$ | ๑๔. $-๗ ค ค ฆ$ | ๑๕. $-๘ กิ ค$ | ๑๖. $๔ ค ค$ |
| ๑๗. $-๕ กิ ขค$ | ๑๘. $-๗ กิ ค$ | ๑๙. $-๘ ค ค$ | ๒๐. $๗ กิ ค$ |

ถ้า $ก = -๔$, $ข = -๓$, $ค = -๑$, $ฅ = ๐$, $ค = ๔$, $ฆ = ๑$
จงหาค่าของ

- | | |
|---|----------------------------|
| ๒๑. $๓ กิ + ขค - ๔ ค ฆ$ | ๒๒. $๒ กิ ข - ๓ ขค + ๒ ฅค$ |
| ๒๓. $๒ กิ - ๒ ข - คค$ | ๒๔. $๓ กิ ฆ - ๕ ขค - ๒ ค$ |
| ๒๕. $๒ กิ - ๓ ข - คค$ | ๒๖. $๓ ข ฆ - ๔ ข ฅ - ๖ คค$ |
| ๒๗. $๒ \sqrt{(กิค)} - ๓ \sqrt{(ค ฆ)} + \sqrt{(ขค)}$ | |
| ๒๘. $๓ \sqrt{(กิคค)} - ๒ \sqrt{(ข ฆ)} - ๖ \sqrt{(ค ฆ)}$ | |

$$๒๙. ๗\sqrt{(\text{กศ})} - ๓\sqrt{(\text{ชค})} + ๕\sqrt{(\text{คค})}$$

$$๓๐. ๓ค\sqrt{(\text{๓ชค})} - ๕\sqrt{(\text{๔คค})} - ๒คค\sqrt{(\text{๓ชค})}$$

๓๔. ตัวอย่างต่อไปนี้จะทำให้เข้าใจข้อบังคับเครื่องหมาย

และ ข้อบังคับ อินเทกส์ (คือ กำลัง) ชัดเจนขึ้นอีก

ตัวอย่างที่ ๑ $๔กข \times (-๓กข) = -๑๒กข$

ตัวอย่างที่ ๒ $-๕กข \times (-กข) = ๕กข$

ตัวอย่างที่ ๓ จากผลคูณของ ๓ กข, -๒ กข, -กข

$$๓กข \times (-๒กข) = -๖กข$$

และ $-๖กข \times (-กข) = ๖กข$

ตัวอย่างที่ ๔ $(๖ก - ๕กข - ๔กข) - ๓กข$

คูณทีละเทอม $= -๑๘กข + ๑๕กข + ๑๒กข$

แบบฝึกหัดที่ ๑๓

จงคูณกัน

๑. กศ กับ -๓กศ ๒. -๒กขกับ -๗กขค

๓. กข กับ -กข ๔. ๖คค กับ -๑๖คค

๕. -กขคกับ -๓กขค ๖. คคกับ -๕คคค

๗. ๓คค + ๔คคกับ -๑๒คคค ๘. กข - ชคกับ กขค

๙. -ค - ข - คกับ -๓ค ๑๐. ก - ข + ค กับ กขค

๑๑. -กข + ขค - คค กับ -กขค

๑๒. $-a^2 - 4a^2$ กับ $-7a^2$
 ๑๓. $5x^2 - 6x^2 + 8x^2$ กับ $3x^2$
 ๑๔. $-7x^2 - 5x^2$ กับ $-8x^2$
 ๑๕. $-5x^2 + 3x^2 - 8x^2$ กับ x^2
 ๑๖. $4x^2 + 8x^2$ กับ $-12x^2$
 ๑๗. $-13x^2 - 15x^2$ กับ $-7x^2$
 ๑๘. $8x^2 - 10x^2$ กับ $-x^2$
 ๑๙. $ab^2 - ab^2 - ab^2$ กับ $-ab^2$
 ๒๐. $-ab^2 + ab^2 - ab^2$ กับ $-ab^2$

จงหาผลคูณของ

๒๑. $2a - 3a + 4a$ กับ $\frac{3}{5}a$ ๒๒. $3a - 2a - 4a$ กับ $\frac{5}{6}a$
 ๒๓. $\frac{2}{3}a - \frac{1}{5}a$ กับ $\frac{3}{4}a$ ๒๔. $\frac{5}{7}a - \frac{3}{2}a$ กับ $\frac{7}{3}a$
 ๒๕. $-\frac{5}{3}a$ กับ $-\frac{3}{2}a + a - \frac{5}{2}a$
 ๒๖. $-\frac{7}{2}a$ กับ $-3a + \frac{3}{7}a$
 ๒๗. $-\frac{3}{2}a$ กับ $-\frac{1}{3}a + 2a$
 ๒๘. $-\frac{5}{7}a$ กับ $-\frac{7}{4}a - \frac{4}{7}a$

๓๕. ที่นี้เราจะด้วยวิธีคูณเทอม คละ ด้วย เทอม คละ
 หรือพูดอีกนัยหนึ่งว่า ทั้งตัวตั้ง และ ตัวคูณ เป็นฐานด้วย กัน
 ข้างบน” จงเอาเทอมต้นของฐานตัวคูณ คูณเทอมในฐาน

ตัวตั้งที่ละเทอมๆ แล้วจึงเอาเทอมที่สองที่สาม ฯลฯ คุณ
ทำๆ ไปเป็นลำดับ ถ้าคู่ที่คุณ ก็มีเครื่องหมายเหมือนกัน ก
เขียน + ไว้หน้า ถ้ามีเครื่องหมายต่างกันก็เขียน - ไว้หน้า”

ตัวอย่างที่ ๑ คุณ ค + ๘ กว ย ค + ๗

เอา ค ในฐานตัวคุณคูณค ในฐานตัวตั้งได้ ค และ
ค ๗ เป็น + กว ย กันจึงได้ผลเป็น + ค

เอา ค คูณ ๘ อีกได้ ๘ ค

เอา ๗ ในฐานตัวคุณคูณค ในฐานตัวตั้งได้ ๗ ค

เอา ๗ คูณ ๘ อีกได้ ๕๖

คุณกันเรียงตัวเป็นคู่ๆ ดังนี้ จนหมด สั้นเชิงแล้วจึงได้ผลคุณเป็น

ค + ๘ ค + ๗ ค + ๕๖ หรือ ค + ๑๕ ค + ๕๖

คือ $(ค + ๘)(ค + ๗) = ค + ๘ ค + ๗ ค + ๕๖$
 $= ค + ๑๕ ค + ๕๖$

แต่จริง การคูณเทอมคละด้วยเทอมคละ ควร ตั้ง ทำ อย่าง นี้

ค + ๘

ค + ๗

ค + ๘ ค

+ ๗ ค + ๕๖

ค + ๑๕ ค + ๕๖

เอา ค คูณก่อน

แล้วเอา ๗ คูณ

บวกกันแล้วได้

หมายเหตุ ต้องคุณแต่ซ้ายไปหาขวา ตรงกัน
ข้ามกับวิธีเลข เมื่อถึงคุณชั้นที่ ๒ และชั้นต่อไป ต้องตั้ง
ผลคุณลงให้ตรงกับบรรทัดบนให้เทอมเหมือนอยู่ตรงเป็น
แถวกันไป เพื่อจะได้บวกเข้าด้วยกันได้ง่าย

ตัวอย่างที่ ๒ คุณ ๒ ศ-๓ ม กับ ๔ ศ-๗ ม เข้าด้วยกัน

๒ ศ-๓ ม

๔ ศ-๗ ม

๘ ศ-๑๒ ศ ม

-๑๔ ศ ม + ๒๑ ม

๘ ศ-๒๖ ศ ม + ๒๑ ม

แบบฝึกหัดที่ ๑๔

วงหาผลคูณของ

- | | |
|----------------------|---------------------|
| ๑. ศ+๕ กับ ศ+๑๐. | ๒. ศ+๕ กับ ศ-๕. |
| ๓. ศ-๗ กับ ศ-๑๐. | ๔. ศ-๗ กับ ศ+๑๐ |
| ๕. ศ+๗ กับ ศ-๑๐. | ๖. ศ+๗ กับ ศ+๑๐. |
| ๗. ศ+๖ กับ ศ-๖ | ๘. ศ+๘ กับ ศ-๔. |
| ๙. ศ-๑๒ กับ ศ-๑. | ๑๐. ศ+๑๒ กับ ศ-๑ |
| ๑๑. ศ-๑๕ กับ ศ+๑๕. | ๑๒. ศ-๑๕ กับ - ศ+๓. |
| ๑๓. - ศ-๒ กับ - ศ-๓. | ๑๔. - ศ+๗ กับ ศ-๗ |

๑๕. $-k + 5$ กับ $-k - 5$. ๑๖. $k - ๑๓$ กับ $k + ๑๔$.
 ๑๗. $k - ๑๗$ กับ $k + ๑๘$. ๑๘. $k + ๑๙$ กับ $k - ๒๐$.
 ๑๙. $-k - ๑๖$ กับ $-k + ๑๖$. ๒๐. $-k + ๒๑$ กับ $k - ๒๑$.
 ๒๑. $๒k - ๓$ กับ $k + ๔$. ๒๒. $๒k + ๓$ กับ $k - ๔$.
 ๒๓. $k - ๕$ กับ $๒k - ๑$. ๒๔. $๕k - ๑๕$ กับ $k - ๑$.
 ๒๕. $๓k - ๕$ กับ $๒k + ๗$. ๒๖. $๓k + ๕$ กับ $๒k - ๗$.
 ๒๗. $๕k - ๖$ กับ $๒k + ๓$. ๒๘. $๕k + ๖$ กับ $๒k - ๓$.
 ๒๙. $๓k - ๕$ กับ $๓k + ๕$. ๓๐. $๓k - ๕$ กับ $๓k - ๕$.
 ๓๑. $n - ๒x$ กับ $n + ๓x$. ๓๒. $n - ๗x$ กับ $n + ๘x$.
 ๓๓. $๓n - ๖x$ กับ $n - ๘x$. ๓๔. $n - ๙x$ กับ $n + ๕x$.
 ๓๕. $k + n$ กับ $k - x$. ๓๖. $k - n$ กับ $k + x$.
 ๓๗. $k - ๒n$ กับ $k + ๓x$. ๓๘. $nk - ๗x$ กับ $nk + ๗x$.
 ๓๙. $kx - n$ กับ $kx + n$. ๔๐. $๒y - ๓$ กับ $๒y + ๓$.

๓๖. จ्ञานหรือเทอมคละที่มีมากกว่าสองเทอม คูณกัน
 ก็ทำวิธีเดียวกับที่กล่าวมาแล้ว

ตัวอย่าง จ्ञหาผลคูณของ $๒n - ๓$ กับ $n + ๔$
 กับ $-๕n + ๓$

คูณ เทอม คละ ด้วย เทอม คละ

๖๕

$$\begin{array}{r}
 ๒๐ - ๓๐ + ๔๐ \\
 - ๕๐ + ๓๐ + ๔๐ \\
 \hline
 - ๑๐ + ๑๕ - ๒๐ \\
 + ๖ - ๙ + ๑๒ \\
 \hline
 ๘ - ๑๒ + ๑๖ \\
 \hline
 - ๑๐ + ๒๑ - ๒๑ + ๑๖
 \end{array}$$

๓๗. ถ้าตัวคูณและตัวตั้งเรียงกันไว้ไม่เป็นลำดับกำลัง
อักษรน้อยไปหา มาก หรือ มากไปหาน้อย ก็ให้เข้าลำดับ
เสียใหม่ได้เรียงกันตามกำลังแล้วจึงคูณ

ตัวอย่าง จงคูณ $๒๐๕ + ๒๐ - ๓๕ + ๕ - ๕$
กับ $๕ - ๕ + ๒๕$
 $๒๐๕ + ๕ + ๒๐๕ - ๓๕ - ๕$
 $๕ - ๕ + ๒๕$

$$\begin{array}{r}
 ๒๐๕ + ๕ + ๒๐๕ - ๓๕ - ๕ \\
 - ๕ \quad - ๒๕ \quad - ๕ + ๓๕ + ๕ \\
 ๔๕ + ๒๕ + ๔๕ \quad - ๖๕ - ๒๕ \\
 \hline
 ๒๐๕ - ๕ + ๒๐๕ - ๓๕ + ๓๕ - ๕ + ๓๕ - ๕ - ๒๕
 \end{array}$$

๓๘. เมื่อโคเอ็ฟฟิเชียนต์เป็นเศษส่วน ก็ย่อสมการ
เศษส่วนนั้น ๆ ตามวิธีเศษส่วน

ตัวอย่าง จงคูณ $\frac{1}{3}ก - \frac{1}{12}กข + \frac{1}{3}ข$ กับ $\frac{1}{12}ก + \frac{1}{3}ข$

$$\frac{1}{3}ก - \frac{1}{12}กข + \frac{1}{3}ข$$

$$\frac{1}{12}ก + \frac{1}{3}ข$$

$$\frac{1}{6}ก - \frac{1}{6}กข + \frac{1}{6}กข$$

$$+ \frac{1}{6}กข - \frac{1}{6}กข + \frac{1}{6}ข$$

$$\frac{1}{6}ก - \frac{1}{6}กข + \frac{1}{6}กข + \frac{1}{6}ข$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๕

จงคูณเข้าด้วยกัน

๑. $ก + ข + ค$ กับ $ก + ข - ค$, ๒. $ก - ๒ข + ค$ กับ $ก + ๒ข - ค$,

๓. $ก - กข + ข$ กับ $ก + กข + ข$,

๔. $ค + ๓ข$ กับ $ค + ๔ข$, ๕. $ค - ๒ค + ๘$ กับ $ค + ๒$,

๖. $ค - คข + ข + ค$ กับ $ค + ข$, ๗. $ค + คข + ข$ กับ $ค - ข$,

๘. $ก - ๒กค + ๔ค$ กับ $ก + ๒กค + ๔ค$,

๙. $๑๖ก + ๑๒กข + ๘ข$ กับ $๔ก - ๓ข$,

๑๐. $กค - กค + ค - ก$ กับ $ค + ก$,

๑๑. $ค + ค - ๒$ กับ $ค + ค - ๖$,

၁၂. ၂၂-၂၂ + ၂၂ ၂၂ ၂၂ + ၂၂ + ၂၂.
 ၁၃. -၂ + ၂၂-၂၂ ၂၂-၂-၂.
 ၁၄. ၂-၂၂ + ၂၂ ၂၂-၂၂ + ၂.
 ၁၅. ၂ + ၂၂၂ + ၂၂၂ ၂၂ ၂-၂၂၂ + ၂၂.
 ၁၆. ၂ + ၂၂ + ၂၂၂ ၂၂ ၂၂-၂၂.
 ၁၇. ၂-၂၂၂-၂၂ ၂၂-၂ + ၂၂ + ၂.
 ၁၈. ၂-၂၂ + ၂ ၂၂ ၂ + ၂၂ + ၂ + ၂.
 ၁၉. ၂-၂၂၂ + ၂၂ ၂၂ + ၂၂၂ + ၂.
 ၂၀. ၂၂ + ၂ + ၂ + ၂၂ ၂၂ ၂၂ + ၂-၂-၂.
 ၂၁. -၂၂-၂၂ + ၂၂၂၂၂၂၂၂၂၂ + ၂၂ + ၂-၂.
 ၂၂. ၂၂၂-၂၂၂၂၂ + ၂၂-၂-၂ ၂၂၂ + ၂.
 ၂၃. ၂-၂၂-၂ ၂၂ ၂ + ၂၂၂၂.
 ၂၄. ၂-၂၂ + ၂ + ၂ + ၂ + ၂ + ၂ ၂၂ + ၂-၂.
 ၂၅. ၂ + ၂ + ၂-၂-၂-၂-၂-၂ ၂၂ ၂ + ၂.
 ၂၆. -၂၂ + ၂ + ၂ + ၂-၂ ၂၂၂.
 ၂၇. ၂ -၂၂ + ၂၂ + ၂၂-၂ ၂၂၂.
 ၂၈. ၂၂ + ၂၂ + ၂၂ + ၂ + ၂ ၂၂-၂၂ + ၂.
 ၂၉. -၂၂ + ၂၂၂-၂၂၂ ၂၂-၂-၂၂.
 ၃၀. -၂၂၂ + ၂ + ၂၂၂ + ၂-၂၂၂၂၂၂၂၂

$$๓๑. \frac{๑}{๒}ก + \frac{๑}{๓}ก + \frac{๑}{๔}ก \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ก - \frac{๑}{๓}ก.$$

$$๓๒. \frac{๑}{๒}ค - \frac{๑}{๓}ค + \frac{๑}{๔}ค \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ค + \frac{๑}{๓}ค.$$

$$๓๓. \frac{๑}{๒}ค + \frac{๑}{๓}ค + \frac{๑}{๔}ค \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ค - \frac{๑}{๓}ค.$$

$$๓๔. \frac{๑}{๒}ค - \frac{๑}{๓}ค - \frac{๑}{๔}ค \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ค - \frac{๑}{๓}ค + \frac{๑}{๔}ค.$$

$$๓๕. \frac{๑}{๒}ค - \frac{๑}{๓}ค - \frac{๑}{๔}ค \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ค + \frac{๑}{๓}ค - \frac{๑}{๔}ค.$$

$$๓๖. \frac{๑}{๒}กค + \frac{๑}{๓}ค + \frac{๑}{๔}ก \text{ กับ } \frac{๑}{๒}ก + \frac{๑}{๓}ค - \frac{๑}{๔}กค.$$

๓๗. ผลคูณ ของเทอมสองที่ เป็นเทอมคู่ ทั้งตัวตั้ง
ตัวคูณ เช่น $ค + ๗$ คูณ กับ $ค - ๗$ นี้ แม้แต่จะทำได้ตามวิธี
ที่กล่าวมาแล้ว ก็ยังมีวิธีลัดที่อาจสังเกตคูณได้ในใจแล้ว
เขียนลงเป็นตัวอย่างได้ทันทีไม่ต้องตั้งตัวเลขทำตามวิธีเสมอไป

$$\begin{aligned} \text{เช่น } (ค + ๘)(ค + ๗) &= ค + ๘ค + ๗ค + ๕๖ \\ &= ค + ๑๕ค + ๕๖ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ค - ๘)(ค - ๗) &= ค - ๘ค - ๗ค + ๕๖ \\ &= ค - ๑๕ค + ๕๖ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ค + ๘)(ค - ๗) &= ค + ๘ค - ๗ค - ๕๖ \\ &= ค + ค - ๕๖ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ค - ๘)(ค + ๗) &= ค - ๘ค + ๗ค - ๕๖ \\ &= ค - ค - ๕๖ \end{aligned}$$

ผลคูณข้างบนนี้ ทุก ๆ ฐานย่อมสังเกตเห็นได้ว่า

๑. ผลคูณสำเร็จนี้มีสามเทอม

๒. เทอมต้นเป็นผลคูณของเทอมต้นแห่งตัวตั้งคูณและตัวคูณคูณกัน เช่น $k^2 = k^2$

๓. เทอมที่สามเป็นผลคูณของเทอมท้ายแห่งตัวตั้งคูณและตัวคูณคูณกัน เช่น $๘ \times ๗ = ๕๖$

๔. เทอมกลางมีตัวเลขเป็นโคเอฟฟิเชียนต์เท่ากับผลบวกของตัวเลขข้างท้ายทั้งสอง จำนวนนิยมตามเครื่องหมายวิธีคูณ เพราะฉะนั้นจึงอาจทำสำเร็จได้ในใจโดยรวดเร็ว ดังนี้:-

$$(k+๒)(k+๓) = k^2+๕k+๖.$$

$$(k-๓)(k+๔) = k^2+k-๑๒.$$

$$(k+๖)(k-๘) = k^2-๓k-๔๘.$$

$$(k-๔๒)(k-๑๐๒) = k^2-๑๔๔k+๔๐๘๖.$$

$$(k-๖๒)(k+๔๒) = k^2-๒๐k-๒๕๘๔.$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๖

(จงเขียนผลคูณของเทอมคู่เหล่านี้เป็นเลขลงสำเร็จ)

๑. $(k-๓)(k+๑๐)$, ๒. $(k-๑)(k+๕)$,

๓. $(k+๗)(k-๘)$, ๔. $(k-๑๐)(k-๘)$,

๕. $(k-๔)(k+๑๑)$, ๖. $(k-๒)(k+๔)$,

๗. $(k+๒)(k-๒)$, ๘. $(k-๑)(k+๔)$,

๙. $(n+๙)(n-๕)$, ๑๐. $(n-๓)(n+๑๒)$,
 ๑๑. $(n-๘)(n+๔)$, ๑๒. $(n-๘)(n+๘)$,
 ๑๓. $(n-๖)(n+๑๓)$, ๑๔. $(n+๓)(n+๓)$,
 ๑๕. $(n-๑๑)(n+๑๑)$, ๑๖. $(n-๘)(n-๘)$,
 ๑๗. $(k-๓n)(k+๒n)$, ๑๘. $(k+๖n)(k-๕n)$,
 ๑๙. $(k+๓n)(k-๓n)$, ๒๐. $(k+๔m)(k-๒m)$,
 ๒๑. $(k+๗m)(k+๗m)$, ๒๒. $(k-๓m)(k-๓m)$,
 ๒๓. $(n+๓x)(n+๓x)$, ๒๔. $(n-๕x)(n+๑๐x)$,
 ๒๕. $(n-๙x)(n-๘x)$.

๔๐. ถ้าขยายวิธีที่ทำมาแล้ว ออกไป อีกหน่อย ก็อาจเขียนผลคูณ ของเทอมคู่ได้ทั้ง สั้น ที่ยังมีแปลก ออกไป นั้น คือเทอมที่ จะคูณ กัน มีโคเอ็ฟเฟิเชียนต์ ตัวเลข อยู่ ด้วย

$$\begin{aligned} \text{เช่น } (๒ค+๓ม)(ค-ม) &= ๒ค+๓คม-๒คม-๓ม \\ &= ๒ค+คม-๓ม \end{aligned}$$

คราวนี้ ถ้า จะเขียนผลคูณ ลง ที่เดียว เทอมแรก ต่อเทอมแรกคูณกัน คือ ๒ค คูณ ค ได้ ๒ค^๒ ทั้ง ลงไว้ เป็นเทอมต้น เทอมหลัง ต่อเทอมหลัง คูณ กัน คือ ๓ม คูณ -ม ได้ -๓ม^๒ ทั้ง ลงไว้ เป็นเทอมท้าย แต่เขียน ลงไว้ต่าง จากเทอม ต้น ทั้งนี้

คุณสมบัติ

๗๑

ที่ จะหาเทอมกลาง ของ คณิตในใจว่า ๒๓ กับ -๙ ซึ่ง
เป็นเทอมหัวท้ายคูณกันนั้นได้ -๒๓ และ ๓๙ กับ ๓
ซึ่งเป็นเทอมกลางคูณกันนั้นได้ +๓๓. บวกกันเข้ากันได้
+๓๙ จึงเขียนลงเป็นเทอมกลางได้ผลสำเร็จเป็น

$$๒๓ + ๓๙ - ๓$$

คราวนี้ จะหาค่าของ (๓๓-๔)(๒๓+๙) คณิต
ในใจว่า ๓๓ ในวงหน้ากับ ๒๓ ในวงหลังคูณกันได้
๖๓ เขียน ๖๓ ลงเป็นเทอมต้น

-๔ เทอมที่สองในวงหน้าคูณ +๙ เทอมที่ ๒ ในวง
หลังได้ -๔๙ เขียนลงเป็นเทอมหลังให้ห่างจาก ๖๓ ดังนี้

$$๖๓ \quad -๔๙$$

เทอมหัวท้ายคือ (๓๓) $\times$ (๙) = ๓๓๙
และเทอมกึ่งกลางคือ (-๔) $\times$ (๒๓) = -๙๒

ได้เทอมกลางเป็น -๙๒

เพราะฉะนั้น จึงได้ผล สำเร็จ เป็น ๖๓ - ๙๒ - ๔

๔๑. ตัวอย่างข้างบนนี้ ก็ พอ จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจได้
ดีแล้ว แต่ก่อนที่ จะกล่าวต่อไปถึงวิธีอื่น จะ ขอยก อรรถาธิบาย
ที่เป็น ส่วน พิเศษไม่สู้ ตรง กับที่ อธิบาย มา แล้ว แต่นับ เข้าเป็น
ประเภท เดียว กัน มาให้เห็นอีก สอง อย่าง คือ

$$\begin{aligned}
 \text{อุทากรณที่ ๑} \quad (ค + ๔)(ค - ๔) &= ค^2 + ๔ค \\
 &\quad - ๔ค - ๑๖ = ๔ค - ๑๖ \\
 (๒ค + ๕)(๒ค - ๕) &= ๔ค^2 + ๑๐ค - ๑๐ค - ๒๕ \\
 &= ๔ค^2 - ๒๕
 \end{aligned}$$

ได้ผลแต่สองเทอม คือเป็นผลคูณของเทอมคู่ต้น
กับคู่ท้าย เทอมกลางนั้นข้ามกัน ออกเสีย เพราะฉะนั้นยอมให้
เห็นได้ว่า เทอมคู่ที่เหมือนกัน แต่เครื่องหมายคั่นกลาง
ต่างกันนั้น เมื่อคูณกันเข้าได้ผลเป็นสองเทอมเท่านั้น และ
สองเทอมนี้คือกำลังสองของเทอมคู่เดิมนั่นเอง มีเครื่องหมาย
คั่นกลาง เพราะฉะนั้น $(ค + ๔)(ค - ๔)$ อาจเขียน
ลงได้ทันทีว่าเป็น $ค^2 - ๑๖$

ให้ผู้เรียนจำเป็นเกณฑ์ไว้ในใจว่า $(ก + ข)(ก - ข) = ก^2 - ข^2$

$$\begin{aligned}
 \text{อุทากรณที่ ๒} \quad (ค + ๓) &= (ค + ๓)(ค + ๓) \\
 &= ค^2 + ๓ค + ๓ค + ๙ \\
 &= ค^2 + ๖ค + ๙
 \end{aligned}$$

ในที่นี้เทอมคู่ที่คูณกันเป็นเทอมเหมือนกัน และ
เครื่องหมายก็เหมือนกันด้วย จึงได้ผล $ค^2$ เป็นเทอมต้น
และ ๙ เป็นเทอมท้าย แต่เทอมกลางนั้น ได้ $ค + ๓$
สองหน คือ ๖ ค.

แบบฝึกหัด

๗๓

จงเขียนลงเป็นผลสำเร็จได้ดังนี้ $k+๒$ $k+๙$

เกณฑ์ที่จะจำไว้ในใจนั้นคือ $(k+x) = k+๒กข+๒$

ถ้าเป็น $(k-๓)(k-๓)$ เทอมกลางก็เป็น $k \times$

(-๓) สองหนคือ $-๖ก$

และเทอมท้ายต้องมีความหมาย + เพราะว่า

$(-๓)(-๓) = +๙$ ผลสำเร็จก็เป็น $k-๖$ $k+๙$

และเกณฑ์ที่จะจำไว้ก็คือ $(k-x) = k-๒กข+๒$

เมื่อคิดเทียบจากเกณฑ์ ๓ นี้ ก็ได้ตัวอย่างดังนี้

$$(๓ก-๔ข) = (๓ก-๔ข)(๓ก-๔ข)$$

$$= ๙ก-๒.๓ก.๔ข+๑๖ข$$

$$= ๙ก-๒๔กข+๑๖ข$$

แบบฝึกหัดที่ ๑๗

จงเขียนผลสำเร็จ

๑. $(๒ก-๕)(ก+๒)$

๒. $(๒ก-๕)(ก-๒)$

๓. $(๒ก+๓)(ก-๓)$

๔. $(๓ก-๑)(ก+๑)$

๕. $(๒ก+๕)(๒ก-๑)$

๖. $(๓ก+๗)(๒ก-๓)$

๗. $(๔ก-๓)(๒ก+๓)$

๘. $(๓ก+๘)(๓ก-๘)$

๙. $(๒ก-๕)(๒ก-๕)$

๑๐. $(๓ก-๒ข)(๓ก+๒ข)$

๑๑. $(๓ค+๒ข) (๓ค+๒ข)$ ๑๒. $(๒ค+๗ข) (๒ค-๕ข)$
 ๑๓. $(๕ค+๓ก) (๕ค-๓ก)$ ๑๔. $(๒ค-๕ก) (ค+๕ก)$
 ๑๕. $(๒ค+ก) (๒ค+ก)$

บทที่ ๖

หาร

๕๒. ในการที่จะทำหารนั้น เราต้อง การ จะหา
 จำนวน ๆ หนึ่งซึ่งเรียกว่า ผลหาร ผลหารนี้ถ้าจะคูณกับ
 ตัวหาร ก็ได้ผลเท่ากับ ตัวตั้งหาร เพราะฉะนั้นวิธีหาร
 ก็เป็นวิธีย้อนกลับของวิธีคูณ หรืออีกนัยหนึ่ง จะเขียนลง
 ดังนี้ ๆ ดังนี้ก็ได้

$$\text{ผลหาร} \times \text{ตัวหาร} = \text{ตัวตั้งหาร}$$

$$\text{หรือ } \text{ตัวตั้งหาร} \div \text{ตัวหาร} = \text{ผลหาร} \text{ คือ } \frac{\text{ตัวตั้งหาร}}{\text{ตัวหาร}} = \text{ผลหาร}$$

ตัวอย่างที่ ๑ ผลคูณของ ๔ และ ค เป็น ๔ ค เพราะ
 ฉะนั้นถ้าจะเอา ค หาร ๔ ค ก็ได้ผลหาร ๔

คือ

$$\frac{๔ค}{ค} = ๔$$

ตัวอย่างที่ ๒ $๒๗ \cancel{ก} \div ๙ \cancel{ก} = \frac{๒๗\cancel{ก}}{๙\cancel{ก}}$

$$= \frac{๓\cancel{ก}\cancel{ก}\cancel{ก}}{๑\cancel{ก}\cancel{ก}\cancel{ก}} = ๓ \cancel{ก}$$

แฟกเตอร์ที่ร่วมกัน ทั้งข้างล่าง ข้างบนก็ฆ่ากันออกเสีย
ตามวิธีเศษส่วน

ตัวอย่างที่ ๓. $๓๕ \cancel{ก}ขค \div ๗ \cancel{ก}ขค = \frac{๓๕\cancel{ก}\cancel{ก}ขคค}{๗\cancel{ก}\cancel{ก}ขคค}$
 $= ๕ \cancel{กค}$

ถ้าเราเอา ก หาร ก ก็คงลงกัน
 $\frac{\cancel{ก} กคคค}{\cancel{ก} คคค} = คค = ค$

คือจำนวนหนึ่งมี ก คูณกันห้าตัว อีกจำนวนหนึ่งมี ก
 คูณกันสามตัว หารกันได้ ผลหาร เป็นจำนวนมี ก คูณ
 กันสองตัว

เพราะฉะนั้น เมื่อเทียบ ตัวอย่างที่ ๑, ที่ ๒, ที่ ๓, ก็
 เห็นได้ว่าวิธีหารทอมนเหมือน ซึ่งมีกำลังต่างกัน ก็เท่ากับ
 ลบกำลังของตัวหารออกจากกำลังของตัวตั้งหาร ได้ผลไปเป็น

กำลังของ ผลหาร เช่น

$$\frac{a^5}{a^2} = a^{5-2} = a^3$$

๔๓. ข้อบังคับ กำลังในการหาร “กำลังของเทอมใด ๆ ในผลหาร ก็คือผลลบแห่งกำลังของเทอมนั้น ๆ ในตัวตั้งหาร กับตัวหาร”

ตัวอย่างที่ ๔ $84 a^4 \div 12 a^2 = 7 a^{4-2}$
 $= 7 a^2$

ตัวอย่างที่ ๕ $77 a^3 b^5 \div 7 a^2 b^3 = 11 a^{3-2} b^{5-3}$

หมายเหตุ เทอมที่มีกำลังเป็นศูนย์นั้น จะต้องสังเกตไว้ให้ดี

ตามข้อบังคับ กำลัง $a^0 \div a^0 = a^{0-0} = a^0$

ตามวิธีเศษส่วน $a^0 \div a^0 = \frac{a^0}{a^0} = 1$

เพราะฉะนั้น $a^0 = 1$

ถ้าเราเอาเทอมเหมือนคู่อื่น ๆ ที่มีกำลังเท่ากัน มาหารกันอีก ก็จะได้ผล มีกำลังเป็นศูนย์เสมอไป เพราะฉะนั้นกำลังศูนย์นี้ ทำให้เทอมซึ่งมีกำลังนั้นได้ค่าเป็น ๑ เช่น ๒^๐, ๓^๐, ๕^๐, (๕)^๐ เหล่านี้มีค่าเป็น ๑ ด้วยกันทั้งนั้น

ตัวอย่าง ถ้า $a = 5$

$$a = 1, \quad a = 5, \quad a = 25$$

$$a = 125 \quad \text{ฯลฯ}$$

๔๔. ข้อบังคับเครื่องหมายที่ใช้ในวิธีคูณนี้ อาจจะทำให้เห็นได้ง่ายโดยอักษรต่อไปนี้ว่า ย่อมใช้ได้ในการคูณเหมือนกัน

$$(\text{บวก กับ บวก}) \quad a \times b = \frac{a \times b}{a} = \frac{a \times b}{a} = b$$

$$(\text{ลบ กับ บวก}) \quad -a \times b = \frac{-a \times b}{a} = \frac{-a \times b}{a} = -b$$

$$(\text{บวก กับ ลบ}) \quad a \times -b = \frac{a \times -b}{-a} = \frac{a \times -b}{-a} = -b$$

$$(\text{เพราะว่า} \quad a \times -b = -a \times b)$$

$$(\text{ลบ กับ ลบ}) \quad -a \times -b = \frac{-a \times -b}{-a} = \frac{-a \times -b}{-a} = b$$

เพราะฉะนั้นทั้งการคูณที่ใช้เครื่องหมายได้อย่างเดียวกันคือ

ถ้าเครื่องหมายเหมือนกันได้ผลเป็น +

ถ้าเครื่องหมายต่างกันได้ผลเป็น -

ตัวอย่าง (๑) $๖ ก ข ÷ ๒ ก = ๓ ข$

(๒) $-๑๕ ค ฆ ÷ ๓ ค = -๕ ฆ$

(๓) $-๒๑ ก ข ÷ -๓ ก ข = ๓ ข$

(๔) $๔๕ ก ฆ ค ÷ -๙ ก ฆ ค = -๕ ก ฆ ค$

(๕) $-๕ ก ฆ ค ÷ -๑๕ ก ฆ ค = \frac{๑}{๓} ก ฆ$

๔๕. การหารเทอมคละด้วยเทอมเดี่ยว ย่อมต้องเอาตัวหารหารตัวตั้งหารที่ละเทอม ๆ กันปรากฏในตัวอย่างต่อไปนี้

(๑) $(๙ค - ๑๒ฆ + ๓ค) ÷ ๓ = ๓ค - ๔ฆ + ค$

(๒) $(๔ก + ๑๖ก ฆ - ๘ก ฆ) ÷ -๒ก = -๒ก - ๘ก ฆ + ๔ฆ$

(๓) $(๓๖ ก ฆ - ๒๔ ก ฆ - ๒๐ ก ฆ) ÷ ๔ ก ฆ = ๙ ก ฆ - ๖ ฆ - ๕ ก ฆ$

(๔) $(๒ค - ๕ค ฆ + \frac{๓}{๒}ค ฆ) = -\frac{๑}{๒}ค = -๔ค + ๑๐ฆ - ๓ค ฆ$

แบบฝึกหัดที่ ๑๘

จงหาร

๑. $๓ค$ หาร $๓ค$

๒. $๒๗ค$ หาร $-๙ค$

๓. $๓๕ค$ หาร $๗ค$

๔. $ก ฆ ค$ หาร $-ก ค$

๕. $ค ฆ$ หาร $ค ฆ$

๖. $ก ค$ หาร $-ก ค$

๔๖. วิธีหารเทอมคละด้วยเทอมคละ (ได้แก่หารยาว)

คำแนะนำ ๑. ต้องเรียก ตัวหาร และ ตัวตั้งหาร นิยมตามกำลังของเทอมให้ลำดับกันเป็นขั้นๆ ไป แต่มากไปหาน้อย หรือ น้อยไปหา มาก ก็ได้

๒. เอาเทอม ต้น ของ ตัวหาร หาร เทอม ต้น ของ ตัวตั้งหาร จะได้เท่าไร เขียน ผลหาร ขึ้น หัก ลง ใน ที่ เลข หลัก

๓. เอา ผลหาร คูณ เทอม ของ ตัวหาร ทุก เทอม ได้เท่าไร ก็เขียน ลง ไว้ ได้ ตัวตั้งหาร

๔. ลบ ผลคูณ ที่ ออก จาก ตัวตั้งหาร เป็น คู่ ๆ ตามจำนวนเหมือน แล้ว ชัก เทอม ที่ ยัง เหลือ อยู่ใน ตัวตั้งหาร มา ต่อท้าย สำหรับ เป็น ตัวตั้งหาร ใหม่ ตามสมควร (เหมือนหนึ่งวิธีหารยาวในวิชาเลข)

หาร กัน ไป อย่าง ที่ กล่าว มา แล้ว จน ได้ ชัก เทอม ใน ตัวตั้งหาร ลง มา หาร หหมด จึง จะเป็น อัน สำเร็จ

ตัวอย่างที่ ๑ $๕๕๕ + ๖$ หาร $๕ + ๑๑๕ + ๓๐$,

$๕ + ๖$ ($๕ + ๑๑๕ + ๓๐$)

๕ หาร ๕ ได้ ๑ ตั้ง ๑ ลง ใน ที่ ผลหาร แล้ว คูณ ตัวหาร และ ลบ จาก ตัวตั้งหาร ทั้ง นี้

$$\begin{array}{r} \text{ค} + \text{๖} \quad \text{ค} + ๑๑ \text{ค} + ๓๐ \quad (\text{ค} \\ \text{ค} + ๖ \text{ค} \\ \hline ๕ \text{ค} + ๓๐ \end{array}$$

ทำต่อไปถึงขั้นแรก คือเอาศหาร ๕ ค ได้ ๕ เขียน
๕ ลงในที่ตัวหาร แล้วคูณ เขียน สำเร็จลง ตัวตั้งนี้

$$\begin{array}{r} \text{ค} + \text{๖} \quad \text{ค} + ๑๑ \text{ค} + ๓๐ \quad (\text{ค} + ๕ \\ \text{ค} + ๖ \text{ค} \\ \hline ๕ \text{ค} + ๓๐ \end{array}$$

$$๕ \text{ค} + ๓๐$$

เหตุที่ต้องให้ใช้วิธีทำทั้งนี้ เพราะ เราอาจแยก
ตัวตั้งหาร ออกเป็น ๒ ส่วนก็ได้ คือ ส่วนแรกให้หาร
หารลงตัวเป็นตอนๆ ไปแล้วก็เป็นใช้ได้ เพราะ $\text{ค} + ๑๑ \text{ค} + ๓๐ = (\text{ค} + ๖ \text{ค}) + (๕ \text{ค} + ๓๐)$ ตามที่ได้แยก ออก
หรือจะ ให้เห็นอีกนัยหนึ่งก็ได้ คือ:-

$$\frac{\text{ค} + ๑๑ \text{ค} + ๓๐}{\text{ค} + ๖} = \frac{\text{ค} + ๖ \text{ค}}{\text{ค} + ๖} + \frac{๕ \text{ค} + ๓๐}{\text{ค} + ๖} = \text{ค} + ๕$$

ตัวอย่างที่ ๒ หาร $๒๔ \text{ค} - ๖๕ \text{ค} + ๒๑$ ด้วย $๘ \text{ค} - ๓$

๘๓-๓๕) ๒๔ ศี - ๖๕ ศษ + ๒๑ ม (๓๓-๓๕)

๒๔ ศี - ๘ ศษ

- ๕๖ ศษ + ๒๑ ม

- ๕๖ ศษ + ๒๑ ม

หมายเหตุ ในชั้นของนี้ เหอมต้นของตัวคังหารเป็นเหอม
ลบ (คือ-๕๖ ศษ) และเหอม ต้นของตัวหาร เป็นเหอมบวก
(คือ ๘๓) เพราะฉะนั้นผลหารต้องเป็นเหอมลบ (คือ-๓๕)
เพื่อคูณกันเข้าแล้วจะได้ เป็นเหอมลบ (คือ-๕๖ ศษ) ใ้คู่กับ
ตัวคังหาร ลบกันหมดไป

แบบฝึกหัดที่ ๑๙

จงหาร

๑. ศี + ๓ ศี + ๒ กัวย ศี + ๑. ๒. ศี - ๓ ศี + ๑๒ กัวย ศี - ๓.
๓. ๖ - ๑๑๖ + ๓๐ กัวย ๖ - ๕. ๔. ๖ - ๔๘๖ + ๖๐๐ กัวย ๖ - ๒๕.
๕. ๓ ศี + ๑๐ ศี + ๓ กัวย ศี + ๓. ๖. ๒ ศี + ๑๑ ศี + ๕ กัวย ๒ ศี + ๑.
๗. ๔ ศี + ๑๑ ศี + ๒ กัวย ศี + ๒. ๘. ๒ ศี + ๑๗ ศี + ๒๑ กัวย ๒ ศี + ๓
๙. ๕ ศี + ๑๖ ศี + ๓ กัวย ศี + ๓. ๑๐. ๓ ศี + ๓๔ ศี + ๑๑ กัวย ๓ ศี + ๑
๑๑. ๔ ศี + ๒๓ ศี + ๑๕ กัวย ๔ ศี + ๒. ๑๒. ๖ ศี - ๗ ศี - ๓ กัวย ๒ ศี - ๓
๑๓. ๓ ศี + ศี - ๑๔ กัวย ศี - ๒

๑๔. ๓ ศี - ศี - ๑๔ ศี ้วย ศี + ๓
๑๕. ๖ ศี - ๓๑ ศี + ๓๕ ศี ้วย ๒ ศี - ๗
๑๖. ๔ ศี + ศี - ๑๔ ศี ้วย ศี + ๒
๑๗. ๑๒ ๖ - ๗ ๖ ศี - ๑๒ ศี ้วย ๓ ๖ - ๔ ศี
๑๘. ๑๕ ๖ + ๑๗ ๖ ศี - ๔ ศี ้วย ๓ ๖ + ๔ ศี
๑๙. ๑๒ ๖ - ๑๑ ๖ ศี - ๓๖ ศี ้วย ๔ ๖ - ๑๗
๒๐. ๑๖ ๖ + ๖ ๖ ศี - ๓๕ ศี ้วย ๓ ๖ + ๗ ๖
๒๑. ๖๐ ศี - ๔ ศี ๖ - ๔๕ ๖ ้วย ๑๐ ศี - ๑๖
๒๒. - ๔ ศี ๖ - ๔๕ ๖ + ๑๖ ศี ้วย ๑๒ ศี - ๕ ๖
๒๓. ๗ ศี + ๑๖ ศี - ๒๘ ศี ้วย ๗ ศี - ๒
๒๔. ๑๐๐ ศี - ๓ ศี - ๑๓ ศี ้วย ๓ + ๒๕ ศี
๒๕. ๒๗ ศี + ๑๗ ศี - ๓ ศี - ๑๐ ้วย ๓ ศี - ๒
๒๖. ๑๖ ๖ - ๔๖ ๖ + ๓๑ ๖ - ๑๗ ้วย ๑๖ ๖ - ๓
๒๗. ๑๕ + ๓ ๖ - ๗ ๖ - ๔ ๖ ้วย ๕ - ๔ ๖
๒๘. ๑๖ - ๑๖ ศี + ๒๑๖ ศี - ๒๑๖ ศี + ๑๑ ศี ้วย ๒ - ๓ ศี
๔๗. วิธีทำอย่างทีเขียนมาแล้วนี้ แม้ตัวการ จะ
มีเทอมมากกว่าคู่หนึ่งขึ้นไปก็ทำได้
- ตัวอย่าง การ ๖ ศี - ศี + ๔ ศี - ๕ ศี - ศี - ๑๕ ้วย ๒ ศี
- ศี + ๓,

ถ้ากับกำลัง อักษรให้รูปดังนี้:-

$$๒ค - ค + ๓) ๖ค - ค + ๔ค - ๕ค - ค - ๑๕ (๓ค + ค - ๒ค - ๕$$

$$๖ค - ๓ค + ๔ค$$

$$๒ค - ๕ค - ๕ค$$

$$๒ค - ค + ๓ค$$

$$- ๔ค - ๘ค - ค$$

$$- ๔ค + ๒ค - ๖ค$$

$$- ๑๐ค + ๕ค - ๑๕$$

$$- ๑๐ค + ๕ค - ๑๕$$

๔๘. ต่อไปนี้จะวางแบบที่นับว่าเห็นอย่างยากกว่าที่
แล้ว มาไว้ให้ผู้เรียนเห็นเป็นตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ ๑ จงหาร $ค + ๔ก$ ด้วย $ค + ๒คก + ๒ก$
 $ค + ๒คก + ๒ก) ค + ๔ก$ (ค - ๒คก + ๒ก

$$ค + ๒คก + ๒คก$$

$$- ๒คก - ๒คก$$

$$- ๒คก - ๔คก - ๔คก$$

$$๒คก + ๔คก + ๔ก$$

$$๒คก + ๔คก + ๔ก$$

ตัวอย่างที่ ๒ หาร $ก + ข + ค - ๓$ หาร $ก + ข + ค$
 $ก + ข + ค) ก - ๓$ หาร $ก + ข + ค$ ($ก - ก - ข - ค + ข - ข + ค$)

$$\begin{array}{r} ก + ข + ค \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - ก - ข - ค - ๓ \\ \hline \end{array}$$

หมายเหตุ ในตัวอย่างนี้ตัวตั้งหารและจำนวนที่ได้จาก
 ที่ลบกันแล้วทุก ๆ ชั้น ก็เรียงกันไป ตามลำดับกำลังของ $ก$ แต่
 มากไปหาน้อย การระวังลำดับกำลังนี้เป็นข้อสำคัญอย่างยิ่ง
 ๔๗. เมื่อโคเอฟฟิเชียนต์เป็นเศษส่วน ก็ทำอย่างเดียวกัน
 ตัวอย่าง หาร $\frac{๑}{๕} ค + \frac{๑}{๗} ข + \frac{๑}{๑๒} ค$ ด้วย $\frac{๑}{๒} ค + \frac{๑}{๓} ข$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{12}x + \frac{1}{3}y \right) \left(\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}xy + \frac{1}{12}y \right) \left(\frac{1}{12}x - \frac{1}{12}xy + \frac{1}{6}y \right) \\
 & \quad \frac{\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}xy}{-\frac{1}{6}xy + \frac{1}{12}xy} \\
 & \quad \frac{-\frac{1}{6}xy - \frac{1}{12}xy}{\frac{1}{12}xy + \frac{1}{12}xy} \\
 & \quad \frac{\frac{1}{12}xy + \frac{1}{12}xy}{\frac{1}{12}xy + \frac{1}{12}xy}
 \end{aligned}$$

ในตัวอย่างต่าง ๆ ที่ได้ทำมาแล้วนี้ล้วนแต่หารลงตัวทั้งสิ้น แต่ถ้าตัวตั้งหารไม่เป็นเท่า ทบทั่วคูณของตัวหาร เมื่อหารกันก็ จะไม่ลงตัว ถ้าเช่นนั้น หารไป เหนผลลบ จะมีค่าน้อยกว่าตัวหาร และไม่มีเทอมใน ตัวตั้ง หาร ที่จะยกมาอีกแล้ว จึงเป็นอัน สำเร็จ ส่วนที่เหลืออยู่ก็เป็นเศษ ๆ ๆ วิธี หาร เลข ตาม ขรรคมคา

แบบฝึกหัด ที่ ๒๐

หาร

๑. $x^3 - x^2 - 5x - 12$ ทั่ว $x^2 + 3x + 3$
๒. $2y^3 - 3y^2 - 6y - 1$ ทั่ว $2y^2 - 5y - 1$
๓. $6m^3 - m^2 - 14m + 3$ ทั่ว $3m^2 + 4m - 1$
๔. $6n^3 - 13n^2 + 4n + 3$ ทั่ว $3n^2 - 2n - 1$

၁၃. $၃ + ၃ + ၇ = ၁၃$ ကိန်း $၃ + ၁၃ = ၁၆$
 ၁၄. $၇ - ၇ - ၄ = ၁၂$ ကိန်း $၇ + ၁၂ = ၁၉$
 ၁၅. $၇ + ၁၇ + ၁၇ + ၁၇ + ၁၇ = ၆၈$ ကိန်း $၇ + ၆၈ = ၇၅$
 ၁၆. $၁၆ - ၃ = ၁၃$ ကိန်း $၃ - ၃ = ၀$
 ၁၇. $၃ - ၃ + ၃ = ၃$ ကိန်း $၃ - ၃ + ၁၆ = ၁၆$
 ၁၈. $၃ - ၃ + ၃ + ၃ = ၆$ ကိန်း $၃ - ၃ = ၀$
 ၁၉. $၁၆ + ၁၆ - ၁၆ = ၁၆$ ကိန်း $၁၆ - ၁၆ = ၀$
 ၂၀. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၆၄$ ကိန်း $၁၆ - ၆၄ = -၄၈$
 ၂၁. $၁၆ + ၁၆ - ၁၆ = ၁၆$ ကိန်း $၁၆ - ၁၆ = ၀$
 ၂၂. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၄၈$ ကိန်း $၁၆ + ၄၈ = ၆၄$
 ၂၃. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၄၈$ ကိန်း $၁၆ + ၄၈ = ၆၄$
 ၂၄. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၄၈$ ကိန်း $၁၆ + ၄၈ = ၆၄$
 ၂၅. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၄၈$ ကိန်း $၁၆ + ၄၈ = ၆၄$
 ၂၆. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၄၈$ ကိန်း $၁၆ + ၄၈ = ၆၄$
 ၂၇. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၄၈$ ကိန်း $၁၆ + ၄၈ = ၆၄$
 ၂၈. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၄၈$ ကိန်း $၁၆ + ၄၈ = ၆၄$
 ၂၉. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၄၈$ ကိန်း $၁၆ + ၄၈ = ၆၄$
 ၃၀. $၁၆ + ၁၆ + ၁၆ = ၄၈$ ကိန်း $၁၆ + ၄၈ = ၆၄$

๒๔. $a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3 - 1 + 3ab^2$ ทั่ว $a + b - 1$
 ๒๕. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ทั่ว $a - b$
 ๒๖. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ทั่ว $a - b$
 ๒๗. $a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3$ ทั่ว $a + b$
 ๒๘. $1 - a - 3a^2 - 6a^3$ ทั่ว $1 - a - 2a^2$
 ๒๙. $\frac{1}{3}a^3 - \frac{2}{3}a^2b + \frac{2}{3}ab^2 - \frac{1}{3}b^3$ ทั่ว $\frac{1}{3}a - \frac{2}{3}b$
 ๓๐. $\frac{1}{27}a^3 - \frac{1}{9}a^2b + \frac{1}{9}ab^2 - \frac{1}{27}b^3$ ทั่ว $\frac{1}{3}a - \frac{1}{3}b$
 ๓๑. $\frac{1}{6}a^3 + \frac{1}{6}a^2b + \frac{1}{6}ab^2 + \frac{1}{6}b^3$ ทั่ว $\frac{1}{6}a + \frac{1}{6}b$
 ๓๒. $\frac{1}{6}a^3 - \frac{1}{6}a^2b + \frac{1}{6}ab^2 + \frac{1}{6}b^3$ ทั่ว $\frac{1}{6}a - \frac{1}{6}b$
 ๓๓. $a^3b^3 + \frac{1}{2}ab^2 + \frac{1}{2}a^2b - 6ab - 6 + \frac{1}{2}ab$ ทั่ว $6ab - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}ab$
 ๓๔. $\frac{1}{27}a^3 - \frac{2}{27}ab$ ทั่ว $\frac{1}{3}a - \frac{2}{3}b$

๕๐. แบบสำเร็จต่อไปนี้ ถ้าสงสัย จะหา ดู ก็คงเห็น
 ได้ว่า ถูก เบื้องหลัง สำคัญมาก สำหรับใช้ในการเร็ว
 ผู้เรียน ควร เรียน จำให้ขึ้นใจไว้

$$(๑) \begin{cases} \frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + ab + b^2 \\ \frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + ab + b^2 \\ \frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + ab + b^2 \end{cases}$$

และเป็นทั้งนี้ตลอดไปตามลำดับ จนหาเขียนผลสำเร็จ
ได้ทันที ไม่ว่าที่มีกำลังใด ๆ

$$\text{เช่น } \frac{ค^{๑}-ม^{๑}}{ค-ม} = ค^{๑} + ค^{๐}ม^{๑} + ค^{๐}ม^{๒} + ค^{๐}ม^{๓} + \dots$$

หมายเหตุ ตัวหหารเป็น ค-ม แต่ผลหหารเป็นเทอมบวก

๕๕
ทงสน

$$(๒) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{ค^{๑}+ม^{๑}}{ค+ม} = ค^{๑}-ค^{๐}ม^{๑}+ม^{๑} \\ \frac{ค^{๑}+ม^{๒}}{ค+ม} = ค^{๑}-ค^{๑}ม^{๑}+ค^{๐}ม^{๒}-ค^{๐}ม^{๓}+ม^{๒} \\ \frac{ค^{๑}+ม^{๓}}{ค+ม} = ค^{๑}-ค^{๑}ม^{๑}+ค^{๐}ม^{๒}-ค^{๐}ม^{๓}+ค^{๑}ม^{๓}-ค^{๐}ม^{๔}+ม^{๓} \end{array} \right.$$

เป็นทั้งนี้ ตลอดไปตาม ลำดับเหมือนกัน ผลหหาร เป็น
เทอมบวก เทอมหนึ่ง ลบเทอมหนึ่ง สลับ กันไป จนหมด

หมายเหตุ ตัวหหารเป็น ค+ม และตัวตั้งหหารต้องมีกำลัง
เป็นเลขคี่เสมอ ถ้ากำลังเป็นเลขคู่ ทำตามวิธีนี้ได้

$$(๓) \quad \begin{cases} \frac{ค-ม}{ค+ม} = ค-ม \\ \frac{ค-ม}{ค+ม} = ค-ค\cdotม+ค\cdotม-ม \\ \frac{ค-ม}{ค+ม} = ค-ค\cdotม+ค\cdotม-ค\cdotม+ค\cdotม-ม \end{cases}$$

เช่น กันนี้ ตลอดไป ตาม ลำดับ ตัวหาร เป็น $ค+ม$ ขึ้น
เกิด ตัวตั้ง หาร ต้อง เป็น เลข คู่นี้เสมอ ผลหาร เป็น เทอมบวก
และ เทอมลบ สลับกันไป

(๔) เทอมคละ เช่น $ค+ม, ค+ม, ค+ม \dots$ เป็น
ต้น (ที่มีกำลังเป็นเลขคู่ และ เป็น เทอมบวก ด้วย กัน)
เอา $ค+ม$ หรือ $ค-ม$ หาร ไม่ ลง ตัวเลย

เมื่อสรุปความใน ๔ ข้อนี้ลงให้สั้น เพื่อ จำง่าย ก็ได้ ดังนี้ :-

(๑) $ค-ม$ หาร ด้วย $ค-ม$ ลง ตัว ถ้า ๑ เป็น
จำนวนเต็ม ไม่ใช่ เศษ ส่วน

(๒) $ค+ม$ หาร ด้วย $ค+ม$ ลง ตัว ถ้า ๑ เป็น
จำนวนเต็ม และเป็น จำนวนคี่

(๓) $ค-ม$ หาร ด้วย $ค+ม$ ลง ตัว ถ้า ๑ เป็น
จำนวนเต็ม ที่เป็นคู่

(๔) $a+b$ ทวนด้วย $a+b$ หรือ $a-b$ ไม่ลงตัว
เลย ถ้า a เป็นจำนวนเต็มที่เป็นคู่

บทที่ ๗

วิธีถอดและเข้าวงเล็บ

๕๑. เมื่อมีเทอม อยู่ในวงเล็บแล้ว บางทีเป็น
การ จำเป็นที่ ต้อง วงเล็บ ซ้อน เข้าอีก เพราะ ฉะนั้น จึง
จำเป็นต้องใช้ วง และ วงเล็บ รูป ต่าง ๆ กัน เพื่อ เป็น ที่ สังเกต
ว่า พวก ไหน คั่น กัน แต่ ไหน ถึง ไหน กฎ ความ รูป วง และ วง เล็บ
ที่ เหมือน กัน วง และ วง เล็บ ที่ ใช้ โอบ ซุก ซุม นั้น คือ ()
{ } [] บางที ก็ ใช้ เส้น ชิด ไป ตลอด ฐาน ที่ คัด เป็น ตอน
หนึ่ง แทน วง เล็บ คู่ หนึ่ง ก็ได้ เช่น

$a-b+c$ เหมือนกับ $a-(b+c)$

เพราะ ฉะนั้น $a-b+c = a-(b-c)$

๕๒. ถ้า จะ ถอด วงเล็บ พง ถอด วง ใน ออก มา หา วง นอก
วิธี ถอด วง เล็บ ได้ อธิบาย มา แล้ว ใน ข้อ ๑๘ และ ๑๙ พหุ
เป็น เลข ๆ

ตัวอย่างที่ ๑ พง ถอด วง เล็บ ใน ฐาน $a-\{a+b-(b+c)\}$

ถอด วง เล็บ คู่ ใน ก่อน

$$\begin{aligned}
 a - \{a + b - (b + c)\} &= a - \{a + b - b - c\} \\
 \text{แล้ว ถอดวงเล็บออก} &= a - a - b + b + c \\
 \text{ได้ สำเร็จ} &= c
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๒ จง ถอดวงเล็บในฐานต่อไปนี

$$a - 2b - [4a - 6b - \{3a - c + (5a - 2b - 3a - c + 2b)\}]$$

ถอดวงเล็บในวงเล็บก่อน แล้ว ถอดวงเล็บทีละคู่ ๆ ในมา
หาผลนอกเป็นชั้น ๆ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 &a - 2b - [4a - 6b - \{3a - c + (5a - 2b - 3a - c + 2b)\}] \\
 &= a - 2b - [4a - 6b - \{3a - c + (5a - 2b - 3a + c - 2b)\}] \\
 &= a - 2b - [4a - 6b - \{3a - c + 5a - 2b - 3a + c - 2b\}] \\
 &= a - 2b - [4a - 6b - 3a + c - 2b + c - 2b] \\
 &= a - 2b - 4a + 6b + 3a - c + 2b - c + 2b \\
 &= 2a
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๓ จง ทำให้ สำเร็จ รูป

$$\begin{aligned}
 &-[-2x - \{3y - (2x - 3y) + (3x - 2y)\} + 2x] \\
 \text{ถอดวงเล็บ} &= -[-2x - \{3y - 2x + 3y + 3x - 2y\} + 2x] \\
 &= -[-2x - 3y + 2x - 3y - 3x + 2y + 2x] \\
 &= 2x + 3y - 2x + 3y + 3x - 2y - 2x \\
 &= x + 4y
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๒๑

(จงถอดวงเล็บในฐานต่อไปนี้ออกให้สำเร็จรูป)

๑. $a - (b - c) + a + (b - c) + c - (c + a)$
๒. $a - [b + \{a - (b + c)\}]$
๓. $a - [2a - \{3b - (4c - 2a)\}]$
๔. $\{a - (b - c)\} + \{b - (c - a)\} - \{c\} - (a - b)\}$
๕. $2a - (3b + [4c - a]) - (5a - [b + c])$
๖. $- \{ - [- (a - b - c)] \}$
๗. $- [a - \{b - (c - a)\}] - [b - \{c - (a - b)\}]$
๘. $- (- (- (-c))) - (- (-b))$
๙. $- [- \{ - (b + c - a) \}] + [- \{ - (c + a - b) \}]$
๑๐. $- 5a - [3b - \{2c - (2b - c)\}]$
๑๑. $- (- (-a)) - (- (- (-c)))$
๑๒. $3a - [a + b - \{a + b + c - (a + b + c + d)\}]$
๑๓. $- 2a - [3b + \{3c - (4d + 3b + 2a)\}]$
๑๔. $3a - [5b - \{6c - (4d - 7b)\}]$
๑๕. $- [5a - (6b - 3c)] - [5b - (3a - 6c)]$
๑๖. $- [15a - \{16b - (17c + 18d)\} - (19a - 20c)]$

$$๑๗. \quad \text{๘๔} \{ ๑๖ \text{ ๕} - [๓ \text{ ๕} + (๑๒ \text{ ๕} - ๔) - ๘ \text{ ๕}] + ๔ \}$$

$$๑๘. \quad - [๔ - \{ ๕ + (๔ - ๕) - (๕ - ๔) - ๕ \} - ๔]$$

$$๑๙. \quad [๑ + \{ ๑ - (๑ - ๔) - (๑ + ๔) - ๑ \} - ๑]$$

$$๒๐. \quad - [๑ - \{ ๑ + (๔ - ๑) - (๔ - ๑) - ๑ \} - ๒ \text{ ๑}]$$

๕๓. โคเอ็ฟฟิซันต์ที่อยู่หน้าวงเล็บ หรืออยู่หลังก็ก็
แสดงว่า เทอมภายในวงเล็บ จะต้องคูณด้วยโคเอ็ฟฟิซันต์นั้น
ทุกเทอม

วงเล็บที่เป็นรูตเช่น $\sqrt{(๔+๕)}$ นั้นก็เขียนดังนี้ $\sqrt{๔+๕}$
เส้นข้างบนก็คือใช้แทนวงเล็บนั่นเอง

เพราะฉะนั้น $\sqrt{๒๕+๑๔๔} = \sqrt{๑๖๙} = ๑๓$

แต่ $\sqrt{๒๕} + \sqrt{๑๔๔} = ๕ + ๑๒ = ๑๗$

๕๔. การถอดวงเล็บ ถ้ามีเทอมเหมือนซึ่งควรทำให้
สำเร็จรูปได้ก็ควรทำให้สำเร็จรูปในเวลา ที่ถอดวงเล็บที่เกี่ยว
ระไกรง่ายและเร็วขึ้น

ตัวอย่าง ง ทำให้เป็นรูปสำเร็จ

$$๘๔-๗ [-๑๑ \text{ ๕} - ๔] - ๑๗ \text{ ๕} + ๓ (๘-๙-๕ \text{ ๕}) \}$$

$$\text{ถอดวงเล็บ} = ๘๔-๗ [-๑๑ \text{ ๕} - ๔] - ๑๗ \text{ ๕} + ๓ (๘-๙+๕ \text{ ๕}) \}$$

$$= ๘๔-๗ [-๑๑ \text{ ๕} - ๔] - ๑๗ \text{ ๕} + ๓ (๕ \text{ ๕} - ๑) \}$$

$$= ๘๔ - ๗ [-๑๑๓ - ๔ \{-๑๗ + ๑๕๓ - ๓\}]$$

$$= ๘๔ - ๗ [-๑๑๓ - ๔ \{-๒๓ - ๓\}]$$

$$= ๘๔ - ๗ [-๑๑๓ + ๘๓ + ๑๒]$$

$$= ๘๔ - ๗ [-๓๓ + ๑๒]$$

$$= ๘๔ + ๒๑๓ - ๘๔$$

$$= ๒๑๓$$

เมื่อได้หัดทำจนเจนเข้าแล้ว ก็อาจทำให้เร็วขึ้นและ
ลดข้อผิดพลาดลงได้อีกมาก

แบบฝึกหัดที่ ๒๒

(จงถอดวงเล็บและทำให้เป็นอักษรตัวเร็ว)

๑. $a - [๒๒ + \{๓๓ - ๓๓(a + ๒)\} + ๒๓ - (๒ + ๓๓)]$

๒. $a + ๒ - (๓ + a - [๒ + ๓ - (a + ๒ - \{๓ + a - (๒ + ๓ - a)\})])$

๓. $a - (๒ - ๓) - [a - ๒ - ๓ \{๒ + ๓ - ๓(๓ - a) - ๖\}]$

๔. $๒๓ - (๓๒ - ๔๓) - \{๒๓ - (๓๒ + ๔๓) - \{๓๒ - (๔๓ + ๒๓)\}\}$

๕. $๒ + ๓ - (a + ๒ - [๓ + a - (๒ + ๓ - \{a + ๒ - (๓ + a - ๒)\})])$

๖. $๓๒ - \{๕a - [๒a + ๒(๑๐a - ๒)]\}$

๗. $a - (b - c) - [a - b - c - d \{ b + c \}]$

๘. $3a - [2a - \{ 4b - (5c - 2a) \}]$

๙. $b - (c - a) - [b - a - c - d \{ c + a - 3(a - b) - c \}]$

๑๐. $-20(a - b) + 3(b - c) - 2[b + c + a - 3\{ c + a - 4(a - b) \}]$

๑๑. $-4(a + b) + 24(b - c) - 2[c + a + a - 3\{ a + b - 4(b + c) \}]$

๑๒. $-10(a + b) - [c + a + b - 3\{ a + 2b - (c + a - b) \}] + 4c$

๑๓. $a - 2(b - c) - [-\{ -4a - b - c - d \{ a + b + c \} \}]$

๑๔. $5(b - c) - [-\{ a - b - 3(c - b + a) \}]$

๑๕. $2(3a - 4b) - 7[a - b \{ 2 - 4(a - b) \}]$

๑๖. $b \{ a - 2[b - 3(c + a)] \} - 4\{ a - 3[b - 4(c - a)] \}$

๑๗. $4\{ a - 2[a - 2(a + b)] \} - 4\{ a - 2[a - 2(a + b)] \}$

๑๘. $-10\{ a - b[a - (b - c)] \} + 20\{ b - (c + a) \}$

๑๙. $-3\{ -2[-4(-a)] \} + 4\{ -2[-2(-a)] \}$

๒๐. $-2\{ -[-(c - d)] \} + \{ -2[-(c - d)] \}$

วิธีเข้าวงเล็บ

๔๗

$$๒๑. \frac{๑}{๔} \{ ๓ - ๕ (๒ - ๓) \} - \frac{๓}{๒} \{ \frac{๑}{๓} (๒ - \frac{๓}{๓}) - \frac{๒}{๔} [๓ - \frac{๓}{๔} (๒ - \frac{๔}{๔})] \}$$

$$๒๒. ๓๕ [\frac{๓๓ - ๔๒}{๕} - \frac{๑}{๑๐} \{ ๓๓ - \frac{๕}{๗} (๓๓ - ๔๒) \}] + ๔ (๒ - ๒๓)$$

$$๒๓. \frac{๓}{๔} \{ \frac{๔}{๓} (๓ - ๒) - ๔ (๒ - ๓) \} - \{ \frac{๒ - ๓}{๔} - \frac{๓ - ๓}{๓} \} - \frac{๑}{๒} \{ ๓ - ๓ - \frac{๒}{๓} (๓ - ๒) \}$$

$$๒๔. \frac{๑}{๒} ๓ - \frac{๑}{๒} (\frac{๒}{๓} ๒ - \frac{๑}{๒} ๓) - [๓ - \{ \frac{๑}{๒} ๓ - (\frac{๑}{๓} ๒ - \frac{๑}{๔} ๓) \} - (\frac{๒}{๓} ๒ - \frac{๑}{๒} ๓)]$$

วิธีเข้าวงเล็บ

๕๕. วิธีเข้าวงเล็บ ก็เป็นวิธีสำคัญ เมื่อออกวงเล็บ ถ้ามีเครื่องหมายลบอยู่หน้าวงเล็บต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของเทอมภายในวงเล็บหมด เพราะฉะนั้นถ้าจะเข้าวงเล็บ แม้เครื่องหมายหน้าวงเล็บเป็นเครื่องหมายลบอยู่ ก็จำต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของเทอมภายในวงเล็บที่เข้านั้นด้วย เพื่อว่าเมื่อออกออกตามวิธี เครื่องหมายของเทอมทุกเทอมจะได้คงตามที่ถูกต้อง ให้สังเกตตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง $a-b+c-d-e = a-b + (c-d-e)$

$$a-b+c-d-e = a-(b-c)-(d+e)$$

$$c-a+b-d = (c-a) + (b-d)$$

$$c-a-b+d = (c-a) - (b-d)$$

๕๖. การที่จะเข้าวงเล็บนี้ เข้าได้ต่าง ๆ ตาม
ความประสงค์ สุดแต่จะวัง อย่ำให้เครื่องหมายผิดก็เปลี่ยนใช้ได้

ตัวอย่าง $a-b+c-d+e-f$ นี้
เข้าวงเล็บทั้งนี้ $(a-b) + (c-d) + (e-f)$ ก็ได้
หรือทั้งนี้ $(a-b+c-d) - (e-f)$ ก็ได้
หรือทั้งนี้ $(a-b) - (c-d+e-f)$ ก็ได้

๕๗. เมื่อเทอมในวงเล็บมี พ.ร.ม. เป็นแฟกเตอร์ร่วม
กันอยู่ แฟกเตอร์นั้น ควร ถอน ออกมาไว้ นอกวงเล็บ ซึ่ง
หมายความว่า เป็นตัวสำหรับคูณทุกๆ เทอมในวงเล็บ นั้น

ตัวอย่างที่ ๑ จ्ञาน $a^2-b^2+c^2-d^2$
 $= (a^2-b^2) + (c^2-d^2)$ นี้

๑ เป็นแฟกเตอร์ร่วม คือเป็น พ.ร.ม. อยู่หลายเทอม
แต่ '๑' นี้กำลังต่าง ๆ กัน เพราะฉะนั้น ถ้าจะ เลือกลักษณะที่ '๑'

มีกำลังเท่ากัน ออกเป็น วงเล็บ ต่าง ๆ กัน ก็ได้เช่น

$$(กค - งค) + (ขค - งค) + (ขค - คค - ๒ค) + (๗ - ค)$$

$$= ค(ก - ง) + ค(ข - ง) + ค(ข - ค - ๒) + (๗ - ค)$$

$$= (ก - ง) ค + (ข - ง) ค + (ข - ค - ๒) ค + ๗ - ค$$

ในบรรดาสูตรนี้ (ก-ง), (ข-ง), (ข-ค-๒) นั้นชื่อว่า
เป็นโคเอฟฟิเชนต์ ของ ค, ค, ค, ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ ๒ พหุคูณวงเล็บ-กค-๗ก+กข+๓-๒ค

-กข ตามลำดับกำลังของ 'ก' และให้หมาย-อยู่หน้า

$$ฐานนั้น = -(กค - กข) - (๗ก + กข) - (๒ค - ๓)$$

$$= -(ค - ข) ก - (๗ + ข) ก - (๒ค - ๓)$$

แบบฝึกหัดที่ ๒๓

ในฐานต่อไปนี้พหุคูณวงเล็บให้เรียงตามลำดับกำลังของ 'ค'
และให้มีเครื่องหมายวง อยู่หน้า วงเล็บ

๑. กค + ขค + ๕ + ๒ ขค - ๕ ค + ๒ ค - ๓ ค

๒. ๓ ขค - ๗ - ๒ ค + กข + ๕ กค + คค - ๔ ค - ๔ ค - ขค

๓. ๒ - ๗ ค + ๕ กค - ๒ คค + ๙ กค + ๗ ค - ๓ ค

๔. ๒ คค - ๓ ก ขค + ๔ งค - ๓ ขค - กค + ค

ในฐานะต่อไปนี้ เราจะวงเล็บตามลำดับกำลัง 'ค' ให้มี
เครื่องหมายลบ อยู่ หน้าวงเล็บ

$$๕. \quad กค + ๕ ค - กค - ๒ ขค - ๓ ค - ขค$$

$$๖. \quad ๗ ค - ๓ คค - กขค + ๕ กค + ๗ ค - กขคค$$

$$๗. \quad กค + กค - ขค - ๕ ค - คค$$

$$๘. \quad ๓ ขค - ขค - กค - คค - ๕ คค - ๗ ค$$

จงทำให้สำเร็จรูปแล้วเข้าวงเล็บกันตามกำลัง ของ 'ค'

$$๙. \quad กค - ๒ คค - [ขค - \{คค - ๗ค - (ขค + ๓ คค)\} - (คค - คค)]$$

$$๑๐. \quad ๕ กค - ๗ (ขค - คค) - \{๖ ขค - (๓ กค + ๒ กค) - ๔ คค\}$$

$$๑๑. \quad กค - ๓ \{ - กค + ๓ ขค - ๔ [\frac{๑}{๖} คค - \frac{๒}{๓} (กค - ขค)] \}$$

$$๑๒. \quad ค - ๔ ขค - \frac{๑}{๖} [๑๒ กค - ๔ \{ ๓ ขค - ๘ (\frac{คค}{๒} - ขค) - \frac{๓}{๒} กค \}]$$

$$๑๓. \quad ค \{ ค - ข - ค - (ก - ขค) \} + กค - ค \{ ค - ค (กค - ข) \}$$

๕๘. ถ้าทำ บวก ลบ คูณ หาร ที่มีโคเอฟฟิเชียนต์
เป็น ตัว อักขร เมื่อเขียน ทอบควรเขียน ลง ตามลำดับ กำลัง
ของ อักขร นั้น ๆ

ตัวอย่างที่ ๑ รวบรวมเข้าด้วยกัน $กค - ๒ ขค + ๓,$

$ขค - คค - ค$ กับ $ค - กค + คค$

$$\begin{aligned}\text{ผลรวม} &= กค - ๒ ขค + ๓ + ขค - คค - ค + ค - กค + คค \\ &= กค - คค + ค - กค - ๒ ขค - ค + ขค + คค + ๓ \\ &= (ก - ค + ๑) ค - (ก + ๒ ข + ๑) ค + (๑ + ค) ค + ๓\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๒ รวบรวม $กค - ๒ ขค + ๓ ค$ ด้วย ผล - พ

$$\begin{aligned}\text{ผลรวม} &= (กค - ๒ ขค + ๓ ค) (ผล - พ) \\ &= กคค - ๒ ขคค + ๓ คค - กคพ + ๒ ขคพ - ๓ คพ \\ &= กคค - (๒ ขคค + กคพ) + (๓ คค + ๒ ขคพ) ค - ๓ คพ\end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๒๔

รวบรวมเหล่านี้เข้าด้วยกัน แล้วเข้าวงเล็บตามกำลังของ 'ค'

๑. $กค - ๒ คค, \quad ขค - คค, \quad คค - ค$
๒. $ค - ค - ๑, \quad กค - ขค, \quad ขค + ค$
๓. $กค - ๕ ค, \quad ๒ กค - ๕ กค, \quad ๒ ค - ขค - กค$
๔. $กค + ขค - ค, \quad คค, \quad - พ - ขค, \quad ค + ๒ ค + ๓$
๕. $ขค - คค, \quad คค - ขค, \quad ค - ค, \quad ขค + คค$

หาคูณฐานเหล่านี้ แล้วเข้าวงเล็บคูณตามกำลังของ 'ค'

$$๖. \quad กค + ขค + ๑ \quad \text{กับ} \quad คค + ๒$$

$$๗. \quad คค - ๒ค + ๓ \quad \text{กับ} \quad กค - ข$$

$$๘. \quad กค - ขค - ค \quad \text{กับ} \quad ขค + ๘$$

$$๙. \quad ๒ค - ๓ค - ๑ \quad \text{กับ} \quad ขค + ค$$

$$๑๐. \quad กค - ๒ขค + ๓ค \quad \text{กับ} \quad ค - ๑$$

$$๑๑. \quad ขค - ๒ค - ๘ \quad \text{กับ} \quad กค - ๓$$

$$๑๒. \quad ค + กค - ขค - ค \quad \text{กับ} \quad ค - กค - ขค + ค$$

$$๑๓. \quad กค - ค + ๓ค - ข \quad \text{กับ} \quad กค + ค + ๓ค + ข$$

$$๑๔. \quad ค - กค - ขค + คค + ง \quad \text{กับ} \quad ค + กค - ขค - คค + ง$$

บทที่ ๘

อิกเวชันชั้นเดียว

๕๙. อิกเวชัน คือที่ หมายถึง สองฝ่ายมีค่าเท่ากัน
เช่น $ค + ๓ + ค + ๔ = ๒ค + ๗$ ทั้งนี้เรียกว่า อิกเวชัน
และใช้เครื่องหมาย สมพจน์ = กัน กลางไว้เป็นที่สังเกต

อิกเวชันบางชนิด เช่น $๓ค = ๖$ หรือ $ค$ ต้องมีค่า
ได้เฉพาะแต่ อย่างเดียวเท่านั้น คือ ๒ ถ้ามีค่าเป็นอื่นไป

น้ำหนักทั้งสองฝ่ายก็ระหาค่ากันไม่ อีเควชันชนิดนี้เรียกว่า อีเควชัน มีจำกัด

๒๐. ตัวอักษรในอีเควชัน ซึ่ง จะต้องให้ทราบว่ามีค่าเท่าใดนั้น เรียกว่า จำนวนที่ไม่ทราบ และวิธีหาค่าของจำนวนที่ไม่ทราบนี้เรียกว่า แก้อีเควชัน ในลำดับนี้จะได้ อธิบายถึงวิธีแก้อีเควชันอย่างง่าย ๆ ซึ่งเรียกว่า อีเควชัน ชั้นเดียว ก่อน

๒๑. ใน การแก้อีเควชันนี้ต้องอาศัยความจริง ๔ ข้อคือ

๑. สิ่งใดที่เท่ากันอยู่แล้ว เมื่อเอาอะไรมาเพิ่มเข้าอีกให้เท่า ๆ กัน ผลที่ได้เพิ่มแล้วนั้นก็ยิ่งเท่ากันนั่นเอง

๒. สิ่งใดที่เท่ากันอยู่แล้ว เมื่อหักออกเสียเท่า ๆ กันที่เหลืออยู่ก็ยิ่งเท่ากันนั่นเอง

๓. สิ่งใดที่เท่ากันอยู่แล้ว เมื่อทวีขึ้นเท่า ๆ กัน (คือคูณด้วยตัวคูณ ตัวเดียวกัน) ผลคูณ ก็คงเท่ากันนั่นเอง

๔. สิ่งใดที่เท่ากันอยู่แล้ว เมื่อหารทอนลงเท่าส่วนกัน (คือหาร ด้วยตัวหาร ตัวเดียวกัน) ผลหาร ก็คงเท่ากันนั่นเอง

ความจริงทั้ง ๔ ข้อนี้จะได้อีกอุทาหรณ์ ให้เห็นโดยแจ่มแจ้งคือ

๑. ถ้า (ก) กับ (ข) มีเงินคนละเท่า ๆ กัน คือ
คนละ ๗ บาท แม้เพิ่มให้อีกคนละเท่า ๆ กัน คือให้
คนละ ๓ บาท เมื่อได้รับส่วนเพิ่มแล้ว ก็ยังมีเงินคนละ
เท่า ๆ กันอยู่นั่นเอง คือมีคนละ ๑๐ บาท

๒. เหมือนในข้อหนึ่งนี้ แต่ไม่เพิ่มได้ กลับหักออก
เสียคนละ ๓ บาท เมื่อได้หักแล้วทั้งสองคนก็ยังคงมีเงิน
เท่ากันเหมือนกัน คือมีคนละ ๔ บาท

๓. ในอีเควชัน $๗x = ๑๔$ นี้ ถ้าเอา ๒ คูณเข้า
ทั้งสองข้าง (คือทวีขึ้นข้างละเท่าตัว) ผลคูณก็คงเท่ากัน
คือ $๑๔x = ๒๘$

๔. ถ้ากลับเอา ๒ หารผลคูณทั้ง ๒ ฝ่าย (คือหาร
ทอนลงครึ่งตัว) ผลหารก็กลับไปเป็นอย่างเดิมอีกคงเท่ากัน
คือ $๗x = ๑๔$

ตัวอย่างแก้อีเควชัน $๗x - ๒x - x = ๒๓ + ๑๕ - ๑๐$

รวบรวม กันเข้า

$$๔x = ๒๘$$

เอา ๔ หาร

$$x = ๗ \text{ (ความเรียงข้อ ๔)}$$

๖๒. ถ้า เรแก้อีเควชัน เช่น $๓x - ๘ = x + ๑๒$
ซึ่งมีเทอมที่ไม่ทราบ อยู่ทั้งสองข้างดังนี้ เราต้องไขว้เอาเทอม

ที่ไม่ทราบ มาไว้เสียข้างหนึ่ง แล้วเอาเลขไปไว้ข้างหนึ่ง
การใช้เทอมเช่นนี้ จะต้องเปลี่ยนเครื่องหมายเสียด้วยจึงจะได้
ทำไมจึงต้องเปลี่ยนเครื่องหมายนั้นจะได้พิสูจน์ให้เห็นดังต่อไปนี้

คือ

$$๓ค - ๘ = ค + ๑๒$$

เอา ค ลบ ทั้งสองข้าง $๓ค - ๘ - ค = ค + ๑๒ - ค$ (จริง ๒)

คงได้

$$๓ค - ๘ - ค = ๑๒$$

เอา ๘ บวก ทั้งสองข้าง $๓ค - ๘ - ค + ๘ = ๑๒ + ๘$ (จริง ๑)

คงได้

$$๓ค - ค = ๑๒ + ๘$$

ทั้งนี้ + ค ที่อยู่ข้างขวา กลับมาเป็น - ค ข้างซ้าย
และ - ๘ ที่อยู่ข้างซ้าย กลับไปเป็น + ๘ อยู่ข้างขวา
เพราะฉะนั้นจึงอาจตั้งข้อบังคับ สำหรับการไขว้เทอมใน

อีเควชันได้ ดังนี้

ข้อบังคับ “เมื่อจะไขว้เทอมในอีเควชันแต่ย้ายไปขวา
หรือขามาซ้าย ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายของเทอมนั้น”

ตามข้อบังคับนี้ เราอาจเปลี่ยนเครื่องหมายของเทอมใน
อีเควชันเสียทุกเทอม เพราะก็เท่ากับไขว้เทอมเปลี่ยนข้าง
กันเสียให้หมดเท่านั้น.

ตัวอย่าง $-๓ค - ๑๒ = ค - ๒๔$

ไขว้ $-ค + ๒๔ = ๓ค + ๑๒$

คือ ตรงกับ $๓ค + ๑๒ = -ค + ๒๔$

อีควชันสุดท้ายก็เหมือนกับอีควชันแรก แปลกแต่
มีเครื่องหมายต่างกันทุก ๆ เทอมเท่านั้น

เพราะฉะนั้น ถ้า $-ค = -๘$

ก็ทราบได้ว่า $ค = ๘$

๖๓. ที่นี้เรารู้ว่า $\frac{ค}{๓} - ๓ = \frac{ค}{๔} + \frac{ค}{๕}$

ในที่นี้ควร จะทำเทอมที่เป็นเศษส่วนในอีควชันให้เป็น
จำนวนเต็มเสียก่อน โดยหา ค.ร.น. ของเทอมทุกเทอมดังนี้

หา ค.ร.น. $\left\{ \begin{array}{l} (\frac{ค}{๓} \times ๖๐) - (๓ \times ๖๐) = (\frac{ค}{๔} \times ๖๐) + (\frac{ค}{๕} \times ๖๐) \\ ๖๐ \text{ คูณ} \end{array} \right.$

คงได้ $๑๐ค - ๖๐ = ๕ค + ๔ค$

ไขว้ $๑๐ค - ๕ค - ๔ค = ๖๐$

$\therefore ค = ๖๐$

๖๔. ในข้อนี้ควรสรุปรวมความดังลงไว้เป็นบัญญัติ
สำหรับแก้ อีควชัน ซึ่งมีเทอมที่ไม่ทราบ อยู่เทอมหนึ่ง เพื่อ

เป็นหลักในการฝึกหัดต่อไป คือ

ข้อบัญญัติ “ในชั้นแรก ถ้าจำเป็นที่ให้ทำเศษ ส่วน
ในชื่อเลขชั้นให้เป็นจำนวนเต็มเสียหมดก่อน แล้วไขว้เทอม
ที่ไม่ทราบให้มารวมอยู่ข้างหนึ่ง และเทอมที่ทราบ (คือ
ตัวเลข) เอาไปรวมไว้อีกข้างหนึ่ง หักทอนกันเสียให้เสร็จ แล้ว
เอาโคเอ็ฟฟันต์ของเทอมที่ไม่ทราบมาเป็นตัวหารทั้งสองฝ่ายก็จะ
ได้ผลสำเร็จทั้ง ประสงค์”

ตัวอย่างที่ ๑ จงแก้ $๕(๓-๓) - ๗(๒-๓) + ๓$
 $= ๒๔ - ๓(๘-๓)$

ถอดวงเล็บ $๕๓ - ๑๕ - ๔๒ + ๗๓ + ๓ = ๒๔ - ๒๔ + ๓๓$
 ไขว้ $๕๓ + ๗๓ - ๓๓ = ๒๔ - ๒๔ + ๑๕ + ๔๒ - ๓$

$\therefore ๘๓ = ๕๔$

$\therefore ๓ = ๖$

ตัวอย่างที่ ๒ จงแก้ $๕๓ - (๔๓ - ๗)(๓๓ - ๕)$
 $= ๖ - ๓(๔๓ - ๘)(๓ - ๑)$

คูณเข้าได้ $๕๓ - (๑๒๓ - ๔๑๓ + ๓๕) = ๖ - ๓(๔๓ - ๑๓๓ + ๘)$

ถอดวงเล็บ $๕๓ - ๑๒๓ + ๔๑๓ - ๓๕ = ๖ - ๑๒๓ + ๓๘๓ - ๒๗$

นำ ๑๒๓ ออกเสีย } $๕๓ + ๔๑๓ - ๓๘๓ = ๖ - ๒๗ + ๓๕$ (จริง ๒)
 ที่สองข้างแล้วไขว้

∴

$$๗ค = ๑๔$$

∴

$$ค = ๒$$

หมายเหตุ ในตัวอย่างที่ ๒ บรรทัดที่ ๓ เมื่อคุณเทอมในวงเล็บแล้วจะทิ้งวงเล็บเสียไม่ได้ด้วยมีเครื่องหมาย—อยู่หน้า จึงต้องคงไว้ก่อนวงเล็บเปลี่ยนเครื่องหมายอีกชั้นหนึ่ง ถ้าเป็นเครื่องหมาย+อยู่หน้าวงเล็บแล้ว คุณแล้วก็ทิ้งวงเล็บเสียได้ทีเดียว

ตัวอย่างที่ ๓ รวบรวม $๗ค - ๕ [ค - \{๗ - ๖ (ค - ๓)\}]$
 $= ๓ค + ๑$

ถอยวงเล็บ $๗ค - ๕ [ค - \{๗ - ๖ค + ๑๘\}] = ๓ค + ๑$

$๗ค - ๕ [ค - ๒๕ + ๖ค] = ๓ค + ๑$

$๗ค - ๕ค + ๑๒๕ - ๓๐ค = ๓ค + ๑$

ไขว้

$๗ค - ๕ค - ๓๐ค - ๓ค = ๑ - ๑๒๕$

$- ๓๑ค = - ๑๒๔$

∴

$$ค = ๔$$

๒๕. การ ทดลอง ทดลอง ว่า ผลที่ทำแล้วนั้นจะถูกหรือผิด เป็นข้อสำคัญ สำหรับ ผู้แรกเรียน เพราะจะทำให้เกิดความเชื่อและความมั่นใจในตนเองมากขึ้น

การ ทดลอง เช่นนี้ ใน อีเกวชันก็มีแต่จะเอาค่าของ

อีเคอร์ชัน ขึ้นเคียว

๑๐๘

เทอมไม่ทราบที่หาได้นั้นเปลี่ยนตั้งลงแทนเทอมที่ไม่ทราบ ใน
อีเคอร์ชันเดิม แล้วก็ผลสำเร็จ ถ้าปรากฏว่าทั้งสองข้าง
ของอีเคอร์ชันนั้นเท่ากัน ก็เห็นอันเชื่อได้แน่ว่าถูกจริง

ตัวอย่างที่ ๑ เมื่อได้แก้อีเคอร์ชัน $๓ค - ๕ = ๒ค - ๑$
แล้ว ได้ $ค = ๔$ อยากจะตรวจดูว่าถูกหรือไม่ถูกก็ทำดังนี้

$$๓ค - ๕ = ๒ค - ๑$$

เอา ๔ ลงแทน ค $๓ \times ๔ - ๕ = ๒ \times ๔ - ๑$

$$๑๒ - ๕ = ๘ - ๑$$

$$๗ = ๗ \quad \text{ถูกจริง}$$

ตัวอย่างที่ ๒ เพื่อจะตรวจว่า $ค = ๒$ สัมกับอีเคอร์ชัน
 $๕ค - (๔ค - ๗) (๓ค - ๕) = ๖ - ๓ (๔ค - ๙) (ค - ๑)$
จริงหรือไม่

เอา ๒ แทน ค ค่าของข้างซ้ายได้

$$\begin{aligned} ๕ค - (๔ค - ๗) (๓ค - ๕) &= ๑๐ - (๘ - ๗) (๖ - ๕) \\ &= ๑๐ - ๑ \\ &= ๙ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข้างขวาได้ } ๖ - ๓ (๔ค - ๙) (ค - ๑) &= ๖ - ๓ (๘ - ๙) (๒ - ๑) \\ &= ๖ - ๓ (-๑) \\ &= ๙ \end{aligned}$$

คงเท่า กัน เพราะฉะนั้น $k = ๒$

เป็น ถูก

แบบฝึกหัดที่ ๒๕

จง แก้ ข้อควมต่อไปนี้

- (๑) $๓k + ๑๕ = k + ๒๕$ ๒. $๒k - ๓ = ๓k - ๗$
 (๓) $๓k + ๔ = ๕(k - ๒)$ ๔. $๒k + ๓ = ๑๖ - (๒k - ๓)$
 (๕) $๘(k - ๑) + ๑๗(k - ๓) = ๔(๔k - ๘) + ๔$
 (๖) $๑๕(k - ๑) + ๔(k + ๓) = ๒(๗ + k)$
 (๗) $๕k - ๖(k - ๕) = ๒(k + ๕)(k - ๔)$
 (๘) $๘(k - ๓) - (๖ - ๒k) = ๒(k + ๒) - ๕(๕ - k)$
 (๙) $๗(๒๕ - k) - ๒k = ๒(๓k - ๒๕)$
 (๑๐) $๓(๑๖๘ - k) - (๗๘ + k) = ๒๙k$
 (๑๑) $๕k - ๑๗ + ๓k - ๕ = ๖k - ๗ - ๘k + ๑๑๕$
 (๑๒) $๗k - ๓๘ - ๑๐k + ๑๕ = ๑๐๐ - ๓๓k + ๒๖$
 (๑๓) $๑๑๘ - ๖๕k - ๑๒๓ = ๑๕k + ๓๕ - ๑๒๐k$
 (๑๔) $๑๕๗ - ๒๑(k + ๓) = ๑๖๓ - ๑๕(๒k - ๕)$
 (๑๕) $๑๗๘ - ๑๘(k - ๑) = ๑๕๘ - ๓(k - ๑๗)$
 (๑๖) $๘๗ - ๕(k + ๒๐) = ๑๑๑ - ๘(k + ๓)$
 (๑๗) $k - [๓ + \{k - (๓ + k)\}] = ๕$

$$(១៨) ៥ ៧ - (៣ ៧ - ៧) - \{ ៤ - ៣ ៧ - (៦ ៧ - ៣) \} = ១០$$

$$(១៩) ១៤ ៧ - (៥ ៧ - ៤) - \{ ៤ - ៣ ៧ - (៣ ៧ - ៣) \} = ៣០$$

$$(២០) ៣៥ ៧ - ១៤ - [៣ - \{ ៤ - ៥ \}] = ៣ ៧ - (៦ ៧ - ៥)$$

$$(២១) (៧ + ១) (៣ ៧ + ១) = (៧ + ៣) (៣ ៧ + ៣) - ១៤$$

$$(២២) (៧ + ១) - (៧ - ១) = ៧ (៣ ៧ - ១) - ៣ (៧ + ៣) \\ (៧ + ១) + ៣០$$

$$(២៣) ៣ (៧ + ១) (៧ + ៣) + ៤ = (៣ ៧ + ១) (៧ + ៥)$$

$$(២៤) ៦ (៧ - ៣ ៧ + ៣) - ៣ (៧ - ១) = ៤ (៧ + ១) (៧ + ៣) - ៣៤$$

$$(២៥) ៣ (៧ - ៤) - (៧ + ៧ - ៣០) = ៤ ៧ - ៥ (៧ + ៣) \\ (៧ - ៤) - ៦៤$$

$$(២៦) (៧ + ១៥) (៧ - ៣) - (៧ - ៦ ៧ + ៤) = ៣០ - ១៥ (៧ - ១)$$

$$(២៧) ៣ ៧ - ៥ \{ ៣ ៧ - ៧ (៤ ៧ - ៤) \} = ៦៦$$

$$(២៨) ៣០ (៣ - ៧) + ៣ (៧ - ៧) - ៣ [៧ + ៤ - ៣] ៤ - ៤ \\ (៣ - ៧) \{ \} = ៣៣$$

$$(២៩) ៧ + ៣ - [៧ - ៤ - ៣ \{ ៤ - ៣ (៥ - ៧) - ៧ \}] = ០$$

$$(៣០) ៣ (៥ - ៦ ៧) - ៥ [៧ - ៥ \{ ១ - ៣ (៧ - ៥) \}] = ៣៣$$

$$(៣១) (៧ + ១) (៣ ៧ + ៣) = ៣ (៧ + ១) + ៤$$

$$(៣២) ៣ (៧ - ១) - ៣ (៧ - ១) = ៧ - ១៥$$

$$(๓๓) (๓๓ + ๑) (๒๓ - ๗) = ๖ (๓ - ๓) + ๗$$

$$(๓๔) ๓ - ๔๓ + ๒๕ = ๓ (๓ - ๔) - ๒๕ (๓ - ๕) - ๑๖$$

$$(๓๕) ๓ (๓ + ๑) + (๓ + ๑) (๓ + ๒) = (๓ + ๒) (๓ + ๓) + ๓ (๓ + ๔) - ๗$$

$$(๓๖) ๒ (๓ + ๒) (๓ - ๔) = ๓ (๒ + ๑) - ๒๑$$

$$(๓๗) (๓ + ๑) + ๒ (๓ + ๓) = ๓ ๓ (๓ + ๒) + ๓๕$$

$$(๓๘) ๔ (๓ + ๕) - (๒ ๓ + ๑) = ๓ (๓ - ๕) + ๑๘๐$$

$$(๓๙) ๔๔ + (๓ + ๔) (๓ - ๓) (๓ + ๕) = (๓ + ๑) (๓ + ๒) (๓ + ๓)$$

$$(๔๐) (๓ + ๑) (๓ + ๒) (๓ + ๖) = ๓ + ๔๓ + ๔ (๓ - ๑)$$

๖๖. ตัวอย่าง ต่อไปนี้แสดงให้เห็นวิธีต่าง ๆ ที่เห็นประโยชน์มากในการแก้สมการซึ่งมีเศษส่วน

ตัวอย่างที่ ๑ จงแก้ $๔ - \frac{๓-๗}{๔} = \frac{๓}{๒๒} - \frac{๑}{๒}$

เอาค.ร.น.	}	$๓๕๒ - ๑๑ (๓ - ๗) = ๔ ๓ - ๔๔$
๔๔ คูณ		

ถอยวงเล็บ	$๓๕๒ - ๑๑ ๓ + ๗๗ = ๔ ๓ - ๔๔$
-----------	------------------------------

ไขว้	$- ๑๑ ๓ - ๔ ๓ = - ๔๔ - ๓๕๒ - ๗๗$
------	----------------------------------

เปลี่ยนเครื่องหมาย	$๑๕ ๓ = ๔๗๕$
--------------------	--------------

∴ $๓ = ๓๓$

อีเควชันชันเดียว

๑๑๓

หมายเหตุ ในอีเควชันนี้ $-\frac{ค-๙}{๙}$ นับว่าเป็นเทอมเดียวด้วย เท่ากับ $-\frac{๑}{๙} (ค-๙)$

๒๗. ในบางแห่ง การคูณด้วย ค. ร. น. ตลอดจนการบวกทำให้ยาก สู้แก้เศษส่วนให้หมดไปที่ละชั้นๆ ไม่ได้ ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๒ จงแก้

$$\frac{ค-๔}{๓} + \frac{๒ค-๓}{๓๕} = \frac{๕ค-๓๒}{๙} - \frac{ค+๙}{๒๘}$$

เขา๙คูณก่อน ๓ค-๑๒ + $\frac{๑๘ค-๒๗}{๓๕} = \frac{๕ค-๓๒}{๙} - \frac{๙ค+๘๑}{๒๘}$

ไขว้ $\frac{๑๘ค-๒๗}{๓๕} + \frac{๙ค+๘๑}{๒๘} = ๒ค-๒๐$

เขา๑๔๐คูณ ๗๒ค-๑๐๘ + ๔๕ค+๔๐๕ = ๒๘๐ค-๒๘๐๐

๒๘๐๐-๑๐๘+๔๐๕ = ๒๘๐ค-๗๒ค-๔๕ค

๓๐๙๗ = ๑๖๓ค

ค = ๑๙

๒๘. ถ้าจะแก้อีเควชันที่มีโคเอฟฟิเชียนต์เป็นเศษสิบ ก็จงทำเศษสิบให้เป็นเศษส่วนก่อน แล้วทำตามแบบ แต่บางแห่งทำตามวิธีเศษสิบตลอดไปง่ายกว่า

ตัวอย่างที่ ๑ รวบรวม

ทำเป็นเศษส่วน

เอา ๓๖ คูณ

ไว้

$$.๖\text{ ศ} + .๒๕ - \frac{๑}{๓}\text{ ศ} = ๑.๘ - .๗๕\text{ ศ} - \frac{๑}{๓}$$

$$\frac{๒}{๓}\text{ ศ} + \frac{๑}{๔} - \frac{๑}{๓}\text{ ศ} = ๑.๘ - \frac{๓}{๔}\text{ ศ} - \frac{๑}{๓}$$

$$๒๔\text{ ศ} + ๙ - ๔\text{ ศ} = ๖๘ - ๒๗\text{ ศ} - ๑๒$$

$$๒๔\text{ ศ} - ๔\text{ ศ} + ๒๗\text{ ศ} = ๖๘ - ๑๒ - ๙$$

$$๔๗\text{ ศ} = ๔๗$$

$$\text{ศ} = ๑$$

ตัวอย่างที่ ๒ รวบรวม

ไว้

คงไว้

คือ

$$.๓๗๕\text{ ศ} - ๑.๘๗๕ = .๑๒\text{ ศ} + ๑.๘๗๕$$

$$.๓๗๕\text{ ศ} - .๑๒\text{ ศ} = ๑.๘๗๕ + ๑.๘๗๕$$

$$(.๓๗๕ - .๑๒)\text{ ศ} = ๓.๐๐$$

$$.๒๕๕\text{ ศ} = ๓.๐๐$$

$$\therefore \text{ศ} = \frac{๓.๐๐}{.๒๕๕}$$

$$= ๑๒$$

แบบฝึกหัดที่ ๒๖

หาคำของ ศ

$$(๑) \frac{\text{ศ} + \text{ศ} - ๕}{๓} = ๑๐ \quad (๒) \frac{\text{ศ} - ๕}{๑๐} + \frac{\text{ศ} + ๕}{๕} = ๕$$

$$(๓) \frac{\text{ศ} - ๒๐}{๒} + \frac{\text{ศ} + ๑๐}{๓} = ๕ \quad (๔) \frac{\text{ศ} + ๑๘}{๕} = ๓ + \frac{\text{ศ}}{๔}$$

$$(๕) \frac{\text{ศ} - ๔}{๗} = \frac{\text{ศ} - ๑๐}{๕} \quad (๖) \frac{\text{ศ} - ๑}{๘} = ๑ + \frac{\text{ศ} + ๑}{๑๘}$$

$$(໙) \quad \frac{໔(ກ+໙)}{໕} = ໙ \frac{໕ກ}{໑໓} \quad (໑໐) \quad \frac{ກ+໔}{໑໔} + \frac{ກ-໔}{໑} = ໙$$

$$(໑໑) \quad \frac{ກ+໙໐}{໑໒} + \frac{໓ກ}{໙} = ໑ \quad (໑໒) \quad \frac{ກ-໑໒}{໙} + \frac{ກ-໓}{໓} + \frac{໕}{໙໑} = ໐$$

$$(໑໓) \quad \frac{ກ+໕}{໑} - \frac{ກ+໑}{໑໒} = \frac{ກ+໓}{໔}$$

$$(໑໔) \quad \frac{໔-໕ກ}{໑} - \frac{໑-໙ກ}{໓} = \frac{໑໓}{໔໓}$$

$$(໑໕) \quad \frac{໕(ກ+໕)}{໑໒} - \frac{໙(ກ-໓)}{໙} = \frac{໕໑໑}{໙໑໑}$$

$$(໑໖) \quad \frac{໔(ກ+໙)}{໓} - \frac{໑(ກ-໑)}{໙} = ໑໙$$

$$(໑໗) \quad ໑ + \frac{ກ}{໙} - \frac{໙ກ}{໓} = \frac{໓ກ}{໔} - \frac{໑}{໑໑}$$

$$(໑໘) \quad \frac{ກ}{໙} + \frac{ກ}{໓} - \frac{ກ}{໔} + \frac{ກ}{໕} = ໙ \frac{໕}{໑໑}$$

$$(໑໙) \quad \frac{໓}{໑໑} (ກ-໑) - \frac{໕}{໑໑} (ກ-໔) = \frac{໙}{໕} (ກ-໑) + \frac{໕}{໑໑}$$

$$(໒໐) \quad ກ + \frac{໕}{໓} (ກ-໑) - \frac{໑}{໑} (ກ-໑໒) = ໓ກ - ໑໔ \frac{໑}{໓}$$

$$(໒໑) \quad \frac{໓ກ}{໕} - \frac{໑}{໑໑} (ກ+໑໐) - (ກ-໓) = \frac{ກ-໑}{໕໑} - \frac{໑}{໑໑}$$

$$(໒໒) \quad \frac{໓ກ}{໕} - \frac{໑}{໑໑} (ກ-໑໑) = \frac{໓}{໑໑} (ກ-໙໕) + ໓໔$$

$$(໒໓) \quad ໓ + \frac{ກ}{໕} = \frac{໑}{໙} (໔ - \frac{ກ}{໓}) - \frac{໕}{໑} + \frac{໑}{໓} (໑໑ - \frac{ກ}{໙})$$

$$(໒໔) \quad \frac{໑}{໕} (ກ-໑໒) + \frac{໔+ກ}{໕} + \frac{ກ-໑}{໑໑} = ໑ - \frac{໙໓-ກ}{໕}$$

$$(໒໕) \quad \frac{໑}{໓} (\frac{ກ}{໕} - ໓) + \frac{໕ກ}{໑} - \frac{໕ກ}{໔} = \frac{ກ-໑໙}{໕} - \frac{ກ+໓}{໓}$$

$$(໒໖) \quad ກ - (໓ກ - \frac{໙ກ-໕}{໑໐}) = \frac{໑}{໑} (໙ກ - ໕໑) - \frac{໕}{໓}$$

$$(໒໗) \quad \frac{ກ}{໔} - \frac{ກ+໑໐}{໕} + \frac{໑}{໔} = ກ - ໑ - \frac{ກ-໙}{໓}$$

$$(๒๖) \quad ๕x - ๓x = ๒๕x - ๑ \cdot (๒๗) \quad ๓ + \frac{x}{๕} = ๗ - \frac{x}{๒}$$

$$(๒๗) \quad ๒ \cdot ๒๕x - ๑๒๕ = ๓x + ๓ \cdot ๗๕$$

$$(๒๘) \quad ๒x - ๑๖x = ๖ - ๓$$

$$(๓๐) \quad ๖x - ๗x + ๗๕x - ๘๗๕x + ๑๕ = ๐$$

$$(๓๑) \quad ๑๒ \{ ๓x - ๒๕(x-๔) - ๓(๕x+๑๔) \} = ๔๗$$

$$(๓๒) \quad \frac{๒๕(x-๓) + ๓(x-๔)}{๑๒๕} = ๕x - ๑๗$$

$$(๓๓) \quad \frac{x + ๗๕}{๑๒๕} - \frac{x - ๒๕}{๒๕} = ๑๕$$

$$(๓๔) \quad \frac{๕}{๖}x + ๒๕x - ๓x = x - ๓$$

$$(๓๕) \quad ๕x - ๒x = ๓x - ๑๕$$

$$(๓๖) \quad ๑๕ = \frac{๓๖}{๒} - \frac{๐๗x - ๑๘}{๑๕}$$

๒๗. ในที่สุดนี้ควรสังเกตวิธีสำคัญอีกอย่างหนึ่ง ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ต้องใช้บ่อยๆ ในการแก้สมการต่าง ๆ ควรจำให้ขึ้นใจ เพื่อจะได้เขียนผลสำเร็จลงได้ทันทีทำให้เร็วขึ้นมาก

ประการที่ ๑ หากว่า $\frac{๗x}{๕} = \frac{๕}{๓}$

$$\left. \begin{aligned} \text{เขา } ๕ \text{ คูณได้ } ๗x &= \frac{๕ \times ๕}{๓} \\ \therefore x &= \frac{๕ \times ๕}{๓ \times ๗} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (๑)$$

ประการที่ ๒ หากว่า $\frac{๕}{๓x} = \frac{๗}{๑๕}$

$$\left. \begin{aligned} \text{เอา ๓ ศ คูณได้ } ๕ &= \frac{๙ \times ๓}{๗} \\ ๕ \times ๗ &= ๙ \times ๓ \text{ ศ} \\ \frac{๕ \times ๗}{๙ \times ๓} &= \text{ศ} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (๒)$$

สังเกตตามผลของ (๑) กับ (๒) ก็ได้ความจริง
พอวาง ลง เป็น บัญญัติ สำหรับ เป็นเครื่อง จำได้ ท่อไป ได้ ดังนี้

“ แฟกเตอร์ ของ เศษ ข้างหนึ่ง จะยกไป เป็น แฟกเตอร์ ของ
ส่วน อีก ข้างหนึ่ง ก็ได้ หรือ แฟกเตอร์ ของ ส่วน ข้างหนึ่ง จะยก
ไป เป็น แฟกเตอร์ ของ เศษ อีก ข้างหนึ่ง ก็ได้ ”

บัญญัติ นี้ จะ ใช้ เป็น ประโยชน์ ได้ อย่าง ยิ่ง ยวดยิ่ง ตัวอย่าง
ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้า $\frac{๓}{๑๔} = \frac{๙}{๓๕}$

เขียน ลง ได้ ทันที ว่า ศ = $\frac{๙ \times ๑๔}{๓๕ \times ๓} = ๑ \frac{๑}{๕}$

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า $\frac{๒}{๕} = -๕$

เขียน ลง ได้ ทันที ว่า ศ = $\frac{๒}{-๕} = -\frac{๒}{๕}$

หมายเหตุ เมื่อ ผู้เรียน ได้ ผูก หัก จน เกิด ความชำนาญ
ขึ้น แล้ว ส่วน จำนวน เลข ควร คิด ผล สำเร็จ เอา ใน ใจ ได้ และ
อาจ ลก ชั้น เบิก เฉล็ด ออก เสีย บ้าง ทำให้ เร็ว ขึ้น และ การ ที่
ทำ ก็ จะ คุ เรียบ ร้อย ขึ้น ไม่ รุง ร้าง เป็น เย็น นึก

แบบฝึกหัดที่ ๒๗

จงหาคำของ

$$\begin{array}{ll}
 (๑) \frac{๒}{ค} = \frac{๓}{๔} & (๒) \frac{๓}{๗} = \frac{ค}{๑๔} \quad (๓) \frac{๓}{๕} = \frac{๖}{ค} \\
 (๔) -\frac{ค}{๒} = ๒ & (๕) \frac{ค}{๑๗} = \frac{๒๕}{๕๓} \quad (๖) \frac{๒ค}{๑๕} = \frac{๑๕}{๔๕} \\
 (๗) \frac{๓}{๒ค} = -\frac{๑}{๖} & (๘) -\frac{๔ค}{๓} = -\frac{๑}{๒} \quad (๙) \frac{๕}{๓ค} = \frac{๓๕}{๒๗} \\
 (๑๐) \frac{๕}{๒ค} = -\frac{๑๐}{๓} & (๑๑) \frac{๑๓}{๒๓} = \frac{๖๕ค}{๖๔} \\
 (๑๒) -\frac{๗}{๒} = \frac{๑}{๓ค} & (๑๓) \frac{๓}{๖} = \frac{ค}{๔} \\
 (๑๔) \frac{๑๕}{๒๑ค} = -\frac{๔}{๗} & (๑๕) \frac{๓๖}{๓๕} = \frac{๑๖}{๕ค} \\
 (๑๖) \frac{๑๕}{๖} = \frac{๑๕}{๒ค} & (๑๗) \frac{ค}{๑๖} = \frac{๗}{๔๒} \\
 (๑๘) \frac{๔}{๓ค} = \frac{๑๓}{๒๗} & (๑๙) \frac{๔๕}{๑๕} = \frac{๗}{๓ค} \\
 (๒๐) \frac{๕๖}{๑๕} = \frac{๑๕ค}{๓} & (๒๑) \frac{๑๙ค}{๗} = \frac{๕๗}{๔๓}
 \end{array}$$

—*~*~*~*

บทที่ ๙

การใช้อักษรเป็นเครื่องหมายนับ (หรือ คะแนน)

๗๐. โจทย์พีชคณิต หรือโจทย์ซึ่งจะทำทางพีชคณิต
 ก็ที่ ย่อมใช้ตัวอักษรเป็นเครื่องหมายแทนจำนวนที่ ต้องการ
 ทราบ เพราะฉะนั้น ก็มัก จะ ยากแก่ผู้ที่แรกเรียน เป็น
 กันว่า โจทย์ว่า “จำนวนอะไรมากกว่า ค อยู่ ๓?”

การใช้อักษรเป็นเครื่องหมายนับ (หรือคะแนน) ๑๑๘
เช่นนี้ฟังยาก แต่ถ้าเปลี่ยนพูดเป็นจำนวนเลขเสียว่า “จำนวนอะไร มากกว่า ๕๐ อยู่?” เช่นนี้ก็ฟังเข้าใจง่าย และ
ตอบได้ทันทีว่า ๕๖ คือ $๕๐ + ๖$ เมื่อเช่นนี้โจทย์แรก
ก็ควรตอบได้ทันทีเช่นกัน คือ $๙ + ๓$

ข้อนี้โจทย์ว่า “นับหนึ่ง สอง สามสี่ ตลอดไป จนถึง ๙
แล้วถามว่า จำนวนต่อ ๙ ไปจนเท่ากับเท่าใด” ก็ก็น่าจะ
ตอบไม่ได้ แต่ถ้าคิดเทียบกับเลข เปลี่ยนคำพูดเป็น
“นับหนึ่ง สอง.... ตลอดไป จนถึง ๑๕ แล้ว จำนวนต่อ ๑๕
ไปนั้น จะเป็นอะไร” ก็ตอบได้ทันทีว่า ๑๖ คือ $๑๕ + ๑$
นั่นเอง ฉะนั้นก็ โจทย์แรกที่ใช้อักษรแทนจำนวนเลข
ก็ตอบได้ว่า คือ $๙ + ๑$ นั่นแหละ

๗๑. ตัวอย่างต่อไปนี้จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจดีขึ้น ใน
ขั้นต้นนี้ หากจะต้องคิดเทียบกับตัวเลข ด้วยก็ยอม

ตัวอย่างที่ ๑ ค มากกว่า ๑๗ อยู่เท่าไร? เอาตัวเลข
เข้าเทียบ เช่น ๒๗ มากกว่า ๑๗ เท่าไร ตอบได้ว่า ๑๐
เพราะฉะนั้น ค มากกว่า ๑๗ อยู่ ค - ๑๗

ถ้าจะว่าข้าง ค น้อยกว่า ๒๗ เท่าใดก็ตอบว่า ๒๗ - ค
เพราะว่า ๒๖ น้อยกว่า ๒๗ ทราบได้ว่า ๒๗ - ๒๖

ตัวอย่างที่ ๒ ถ้า ๔๕ นี้แบ่ง ออกเป็น สองส่วน ส่วน
หนึ่งเป็น ค อีกส่วนหนึ่งนั้นก็เป็น ๔๕ - ค

ตัวอย่างที่ ๓ ถ้า c เป็นแฟกเตอร์หนึ่งของ ac
 แฟกเตอร์อีกตัวหนึ่งก็ต้องเป็น c

ตัวอย่างที่ ๔ คนๆหนึ่งเดินชั่วโมงละ ๔ ไมล์ ถ้า
 เดินอยู่ a ชั่วโมง จะเดินได้ไกลเท่าไร?

ใน ๑ ชั่วโมงเดินได้ ๔ ไมล์

ใน a ชั่วโมงเดินได้ ๔ ไมล์ a คน คือ $4a$ ไมล์

ตัวอย่างที่ ๕ ถ้าแบ่งเงิน ๒๐ บาทให้แก่คน x คน
 คนละเท่าๆ กัน ก็คงได้คนละ $\frac{20}{x}$ บาท

ตัวอย่างที่ ๖ ถ้าเอา ๖ หาร ๑๗ ได้ผลลัพธ์ ๒ แล้ว
 เหลือเศษอีก ๕ ก็ตั้งเลขลงดังนี้ คือ

$$\frac{๑๗}{๖} = ๒ + \frac{๕}{๖}$$

ตามความนี้ ถ้าพูดเป็นอักษรว่า ห หาร t ได้ผลลัพธ์
 l แล้วเหลือเศษอีก s ก็ตั้งลงดังนี้ คือ

$$\frac{t}{h} = l + \frac{s}{h}$$

หรือ

$$t = hl + s$$

คือ ตัวตั้งหาร = ตัวหาร $\times$ ผลหาร + เศษ

หากจะบอกให้ว่าตัวหารเป็น h ; ผลหาร เป็น x ; เศษ
 เหลือเป็น s ก็หาจำนวนทั้งหารได้ว่าเป็น $(h \times x) + s$
 หรือ $hx + s$

การใช้อักษร เป็นเครื่องหมาย นัย (หรือคะแนน) ๑๒๑

ตัวอย่างที่ ๗ นาย ก. กับ นาย ข. พนันกัน ทุนเดิมของ ก. มีอยู่ ๘ คำสั่ง และทุนเดิมของ ข. มีอยู่ ๗ บาท ข. ได้กำไร ๔ คำสั่ง ทั้งนี้ ก. กับ ข. จะมีเงินอยู่ คนละกี่บาท? ข. ได้เท่าไร ก. เสียเท่าไร

ก. เหลือเงิน ๔ (๘-๔) บาท

ข. คงมีเงิน ๗ + ๔ คำ บาท

แบบฝึกหัดที่ ๒๘

๑. จะเอาเท่าไรมาบวกกับ ๕ จึงจะได้ ๘?

๒. จะเอาอะไรคูณ ๓ จึงจะได้ ๑๕?

๓. ตัวตั้งหารเท่าไร เมื่อเอา ๕ เป็นตัวหาร จึงจะได้ผลหารเป็น ๖?

๔. ๒ ข น้อยกว่า ๓ ค เท่าไร?

๕. ๓ ข มากกว่า ๖ เท่าไร?

๖. ถ้าแบ่ง ๑๐๐ ออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งเท่ากับ ๕๐ ส่วนหนึ่งจะเป็นเท่าไร?

๗. ถ้า ก เป็นแฟกเตอร์ตัวหนึ่งของ ข แฟกเตอร์อีกตัวหนึ่งจะเป็นอะไร?

๘. จำนวนอะไรที่น้อยกว่า ๒๐ อยู่ ๖?

๙. สัม ๑๒ ผลราคาสิบสตางค์ สัม ๖ ผล จะเป็น
ราคากี่สตางค์?

๑๐. สัม ค ผลซื้อได้หกสิบสตางค์ สัม ๑๐๐ ผล
จะเป็นราคากี่สตางค์?

๑๑. ถ้าสองจำนวน มากน้อยกว่ากัน อยู่ ๑๑ จำนวน
น้อยเป็น ค อีกจำนวนหนึ่ง จะเป็นเท่าไร?

๑๒. ผลบวกของสองจำนวนเป็น ค ถ้าจำนวนหนึ่ง
เป็น ๒๐ อีกจำนวนหนึ่งเป็นเท่าไร?

๑๓. ๘๐ มากกว่า ค เท่าไร?

๑๔. ค มากกว่า ๓๐ เท่าไร?

๑๕. ใน ๑๐๐ มีค อยู่กี่ส่วน ค่าของค จะเป็นเท่าไร?

๑๖. ห้างซื้อเล่มละ ค บาท ซื้อ ๔๐ เล่ม จะสิ้น
เงินกี่ชั่ง?

๑๗. อีก ค ปี เด็กคนหนึ่ง จะมีอายุได้ ๓๖ ปี ปีนี้
อายุของเด็กนั้นได้เท่าไร?

๑๘. ถ้าอายุของชายผู้หนึ่ง เกือบห้าสิบปี อีก ๖ ปี
อายุของเขาจะได้เท่าไร?

๑๙. คน ค คนเกี่ยวหญ้าในนาอันหนึ่ง ๕ วันแล้ว คน
เกี่ยวเกี่ยวกี่วันจึงจะแล้ว?

๒๐. ค ต้องมีค่าเท่าไร ๕ ค จึงจะเป็น ๒๐ ?

การใช้อักษรเป็นเครื่องหมายนับ (หรือ คะแนน) ๑๒๓

๒๑. น้อยหน้ายี่สิบผล ต่อ ศ สตารางค์ ๑๒๐ ผล ะ
เป็นราคากี่สลึง?

๒๒. ถ้าเดินได้ชั่วโมง ละ ๔ ไมล์ เดินกี่ชั่วโมง
จึง ะได้ ศ ไมล์?

๒๓. คนหนึ่งเดินทาง อยู่ ศ ชั่วโมง ๆ ละ ม กิโลเมตร
ทั้งนี้ ะเป็นทางที่เดินกี่กิโลเมตร?

๒๔. ใน ศ วันคนหนึ่งเดินได้ ม กิโลเมตร ะนับ
หนทางที่เดินตามรายวัน ะเป็นวัน ละ กี่กิโลเมตร?

๒๕. ถ้าเดินได้ชั่วโมง ละ ก กิโลเมตร เดินกี่นาทึ
จึง ะตลอดทาง ศ กิโลเมตร?

๒๖. รถไฟเดินชั่วโมง ละ ศ กิโลเมตร เดินกี่ชั่วโมง
จากกรุงเทพ ฯ จึง ะถึงกรุงเก่า ซึ่งไกลจากกรุงเทพ ฯ
๗๐ กิโลเมตร?

๒๗. ถ้า รถไฟเดิน ชั่วโมง ละ กิโลเมตร ๕ ชั่วโมง จึงถึง
หนทางที่รถไฟเดินนั้น ะไกลเท่าไร?

๒๘. รถไฟคันหนึ่งเดิน ๑๒๐๐ กิโลเมตร ใน ศ ชั่วโมง
รถไฟนี้ ะเดินวิหุชาติ ละ กี่เมตร?

๒๙. เติริยณัฐาสตารางค์กัณ กับเติริยณัฐิบสตารางค์ ขัณ
รวมเป็นเงิน กี่บาท?

๓๐. ถ้าจ่ายเงิน ๒๐ บาทสั้นไป ศ สลึง ะเหลือ

เงิน อยู่อีก กี่ สลึง ?

๓๑. ในถุงหนึ่ง มีเงิน ก บาท กับ ข สลึง จ่ายไป
เสีย ค สตางค์ ที่เหลือ อยู่อีกเป็นสตางค์ กี่ สตางค์ ?

๓๒. ๒ ศ. - ๕ มากกว่า ศ + ๑ เท่าไร ?

๓๓. จะหักออกจาก ก - ๒ ข เท่าไร จึงจะเหลือ ก - ๓ ข ?

๓๔. คน ศ คนเข้าเรียไรกันคนละ ๓ สลึง ๔ สตางค์
จะรวมเป็นจำนวนเงินที่เรียไรได้กี่ สตางค์ ?

๓๕. ถ้าเขาเงินในถุง ที่มีอยู่ ก ตำลึง กับ ข บาท ใช้
ไปเสีย ค สลึง จะคงเหลือเงินกี่ สลึง ?

๓๖. ถ้าม้าตัวหนึ่ง กินข้าว ๒ ลิตร หมกใน สัปดาห์หนึ่ง
ม้า ศ ตัว จะ กินข้าวเปลือก ๒๐๐๐ ลิตร หมกในกี่ สัปดาห์ ?

๓๗. ถ้าใช้เงิน สิ้น สัปดาห์ละ ศ บาท และได้รับ
ผลประโยชน์ปีละ ๒๕ ชั่ง คงเก็บเงินได้ปีละกี่ ชั่ง ? (ปีหนึ่ง
มี ๕๒ สัปดาห์)

๓๘. ในตู้หนึ่ง มีหนังสือภาษาต่าง ๆ ๑๐๐ เล่ม ที่
เป็นหนังสืออังกฤษ ศ เล่ม ฝรั่งเศส ๒๕ เล่ม และไทย ๓๐ เล่ม
หนังสือภาษาอื่น ๆ นอกจากนี้มีอีกกี่ เล่ม ?

๓๙. ในกระเป๋าสีหนึ่ง มีเงิน ศ บาท อีกกระเป๋าสีหนึ่ง
มีอีก ๒๕ สลึง กับอีกกระเป๋าสีหนึ่ง มีอีก ๓ สตางค์ ถ้าหาก

การใช้ชักชวนเป็นเครื่องหมายนับ (หรือนับคะแนน) ๑๒๕
 ใช้ไปเสียสิ่งหนึ่ง จะเหลือสตาลค์กี่สตาลค์?

๔๐. นักเรียนชั้นหนึ่งมี ศ คน ที่อายุเกินเขตคัม
 ม คน แต่ที่อายุน้อยกว่าอยู่ในเขตคัม ๕ คน อยากทราบว่า
 เด็กอายุภายในเขตคัม มากกว่าเด็กอายุเกินเขตคัมกี่คน?

๗๒. ในตอนนี้ จะเพิ่มตัวอย่างต่าง ๆ ที่ยากขึ้นกว่า
 เก่า กับทั้งวิธีทำสำเร็จด้วยใจ ให้เป็นที่สังเกต

ตัวอย่างที่ ๑ ถ้าอีก ศ ปีอายุของบิดาจะได้ ม เท่า
 ของอายุบุตร ซึ่งเดี๋ยวนี้มีอายุได้ น ปีแล้ว อายุของบิดา
 เดี่ยวนี้ได้เท่าไร?

อีก ศ ปีอายุของบุตรจะได้ $ม + ศ$ ปี

.. .. . บิดา ม (๗ + ศ) ..

.. . อายุของบิดาเดี๋ยวนี้พึงได้ $ม (๗ + ศ) - ศ$..

ตัวอย่างที่ ๒ จงคิดดอกเบี้ยจากเงิน ๗ บาท ใน ๗ ปี
 คิดดอกเบี้ยร้อยละ ๖ (คือ ๖ เปอร์เซ็นต์)

ดอกเบี้ยจาก ๑๐๐ บาท ใน ๑ ปีเป็นเงิน ๖ บาท

.. .. ๑ บาท .. $\frac{๖}{๑๐๐}$..

.. .. ๖ บาท .. $\frac{๖ \times ๖}{๑๐๐}$..

.. .. ๖ บาท ใน ๗ ปีเป็นเงิน $\frac{๖ \times ๗}{๑๐๐}$..

ตัวอย่างที่ ๓ มีห้อง ๆ หนึ่งยาว x เมตร กว้าง y เมตร
 เกษิเมตร สูง g เกษิเมตร จะปูพรมพื้นให้เต็ม และปิดกระดาน
 ฝาผนังให้เต็ม จะสิ้นพรมและกระดานกี่เมตร ตารางเหลี่ยม?

(๑) พื้นที่ต้องคืบเป็น 100 คืบ เกษิเมตร ตารางเหลี่ยม
 $\therefore$ พรมปูเต็มพื้นต้องการ $\frac{100 \text{ คืบ}}{100}$ หรือ $\frac{คืบ}{100}$ เมตร
 ตารางเหลี่ยม

(๒) วัคตินฝาโดยรอบ 4 ด้านได้ $2(100 + y)$ เกษิเมตร
 $\therefore$ เนื้อฝาดังทั้งหมด $= 2g(100 + y)$ เกษิเมตร ตาราง
 เหลี่ยม

$\therefore$ สิ้นกระดานปิด $= \frac{2g(100 + y)}{100}$ เมตร ตารางเหลี่ยม
 $= \frac{g(100 + y)}{50}$ เมตร ตารางเหลี่ยม

ตัวอย่างที่ ๔ เลขจำนวนหนึ่งมี ๓ ตัว ตัวเลขเหล่านี้
 เท่ากับ g, x, c ตั้งเรียงกันแต่ g ไป จำนวนเลขนี้เท่าใด?

c เป็นหน่วย x เป็นสิบ g เป็นร้อย

$\therefore$ เลขจำนวนนี้ $= g$ ร้อย, x สิบ, c -หน่วย

$\therefore$ $= 100g + 10x + c$

ตัวอย่างที่ ๕ มีจำนวน ๓ จำนวนที่เป็นนำเบอร์เรียง
 กันไป, n เป็นจำนวนน้อยที่สุด (๑) พหุผลบวก (๒) พหุ
 ผลคูณของจำนวนทั้งสามนี้

การใช้ชักรเป็นเครื่องหมายนับ (หรือคะแนน) - ๑๒๗

เมื่อเป็นจำนวนเรียงกัน จำนวนที่^๒_๓ ก็คือ $n+1$ กับ $n+2$

$$\therefore \text{ผลบวกของ } ๓ \text{ จำนวน} = n + (n+1) + (n+2) \\ = ๓n+๓$$

$$\text{และผลคูณของ } ๓ \text{ จำนวน} = n(n+1)(n+2)$$

หมายเหตุ จำนวนคู่ทุกจำนวนเขียนเป็น ๒น ได้ (ถ้านับเป็นจำนวนเต็มใดๆ) เพราะว่า ๒น นี้จะเอา ๒หารได้ลงตัวเสมอ
ถึง n จะเป็นจำนวนคี่ ๒น ก็ต้องเป็นจำนวนคู่ เมื่อความจริงเป็นเช่นนี้ จำนวนคี่ใดๆ ก็เขียนลงเป็น $(๒น+๑)$ ได้
เพราะ $(๒น+๑)$ นี้ เมื่อเอา ๒ หาร อย่างไรๆ ก็ลงตัวไม่ได้

ตัวอย่างที่ ๖ ถ้าเด็ก ค คน โฉนา ก ไร่ ข วัน จึงแล้ว
ผู้ใหญ่ ก คน ไร่โฉนา ข ไร่ ก็วันจึงจะแล้ว? ผู้ใหญ่คน
หนึ่งทำการได้เท่ากับเด็ก n คน

เด็ก	ค คน	โฉนา	ก ไร่แล้วใน	ข	วัน
„	๑ คน	„	„	๒ ค	วัน
เด็ก	n คน	หรือผู้ใหญ่ ๑ คน	โฉนา ก ไร่แล้วใน	$\frac{๒ค}{n}$	วัน
ผู้ใหญ่	ก คน	„	„	$\frac{๒ค}{ก n}$	วัน
ผู้ใหญ่	ก คน	„ „ ๑ „	„	$\frac{๒ค}{ก n}$	วัน
ผู้ใหญ่	ก คน	„ „ ข „	„	$\frac{๒ค}{ก n}$	วัน

แบบฝึกหัดที่ ๒๙

๑. ให้เขียนจำนวนเป็นห้าเบอร์เรียงกันสี่จำนวน ค (จำนวน

ค) เป็นจำนวนน้อยที่สุด

๒. จงเขียนจำนวนนำเบอร์เรียงกันสามจำนวน ให้เป็นจำนวนมากที่สุด

๓. เขียนจำนวนนำเบอร์เรียงกันห้าจำนวน ให้ c เป็นจำนวนกลาง

๔. จำนวนคู่ที่ต่อ ๒ น ไปนั้นคือจำนวนอะไร?

๕. จำนวนคู่ที่อยู่ก่อนหน้า $๒n + ๑$ นั้นคือจำนวนอะไร?

๖. จงหาผลบวกของจำนวนคู่สามจำนวนที่เป็นนำเบอร์เรียงกันไป $๒n + ๑$ เป็นจำนวนกลาง

๗. ชายคนหนึ่งเที่ยวไปเป็นหนทางไกล c กิโลเมตร, ไปรถม้า a กิโลเมตร ขึ้นรถไฟ x กิโลเมตร แล้วต่อขึ้นไปเรือ ดังนั้นจะคิดเป็นทางที่ไปเรือกี่กิโลเมตร?

๘. ในสัปดาห์หนึ่ง ม้าตัวหนึ่งกินข้าวสาลี a ลิตร และลาตัวหนึ่งกินสาลี x ลิตร ทั้งม้าทั้งลา กินอยู่ n สัปดาห์ จะกินข้าวสาลีกี่ลิตร?

๙. ชายคนหนึ่งห้าปีมาแล้วมีอายุได้ c ปี อีก n ปี อายุเขาจะได้เท่าไร?

๑๐. เด็กคนหนึ่งอายุได้ c ขวบ อีก ๕ ปี ก็จะมีอายุได้ครึ่งหนึ่งของอายุบิดา กำลังหาค่าอายุได้เท่าไร?

การใช้อักษรเป็นเครื่องหมาย (หรือคะแนน) ๑๒๙

๑๑. ชายคนหนึ่งมีปีมาแล้ว มีอายุ เท่าของบุตรคนหนึ่ง ซึ่งเมื่อครั้งมีปีมาแล้ว อายุได้ครึ่งของ ชายนั้น มีอายุได้เท่าไร?

๑๒. อายุของ นาย (ก) เท่า อายุของนาย (ข). สองเท่า อายุ นาย (ข) เท่า อายุ นาย (ค). สามเท่า อายุของ นาย (ค) ได้ ครึ่ง ของ ทั้ง อายุของ นาย (ก).

๑๓. ดอกเบี้ย จากต้นเงิน ๑,๐๐๐ บาท ใน ๖ ปี คิด ดอก ร้อย ละ ก บาท จะเป็นเงินเท่าไร?

๑๔. ดอกเบี้ย จากต้นเงิน ๕ บาท ใน ๖ ปี คิด ดอก ร้อย ละ ก บาท จะเป็นเงินเท่าไร?

๑๕. ดอกเบี้ย จาก ๕๐๐ บาท ใน ๖ ปี คิด ก % จะเป็นเงินเท่าไร?

๑๖. ดอกเบี้ย จากเงิน ๒๕ ศัณบาท ใน ๕ เดือน คิด ปี ละ ๖ % จะเป็นเงินเท่าไร?

๑๗. ห้อง ๆ หนึ่ง ยาว ๕ เมตร เมตร กว้าง ๖ เมตร ทั้ง พื้น ที่เป็น เมตร ตาราง เหลี่ยม.

๑๘. ห้อง สี่ เหลี่ยม ห้อง หนึ่ง วัด ได้ ๕ ฟุต ทุก ๆ ด้าน จะ บุพรม ก็ หลา ตาราง เหลี่ยม ี่ จะ เต็ม? (๑ หลา = ๓ ฟุต)

๑๙. ห้อง ๆ หนึ่ง ยาว ๘ ฟุต กว้าง ๕ หลา พรม

กว้าง ๒ ฟุต ซอกก็หลายจึง ระบุเต็มพื้นที่?

๒๐. ห้องยาว ก หลา กว้าง ข ฟุต ปลูกพรมเต็ม พรม
นี้ กว้างหลายยาวหลายเป็นราคา ค บาท ดังนั้นจะ สิ้นเงินค่า
พรมกี่ ตำลึง?

๒๑. ระบุห้องยาว ย ฟุต กว้าง ค ฟุต ปลูกพรม
กว้าง ศ นิ้ว จะ สิ้นพรมกี่ หลา? (๑ ฟุต = ๑๒ นิ้ว)

๒๒. ห้องหนึ่งยาว ก หลา กว้าง ข หลา กลาง
ห้องมีพรม ค ฟุตตารางเหลี่ยม ปลูกอยู่ ถามว่า พื้นของห้อง
นี้ยังว่างอยู่อีกกี่ หลา ตารางเหลี่ยม?

๒๓. ถ้านายแดงเดินได้ ก ไมล์ใน ศ ชั่วโมง แม้
จะให้เดินเพียง ๔๕ นาทีจะไปได้กี่ไมล์?

๒๔. ถ้าเดินได้ ๒๐ กิโลเมตรใน ค ชั่วโมง แม้จะ
เดินแค่ ข กิโลเมตร จะ สิ้นเวลาเท่าไร?

๒๕. รถไฟเดินได้ ก กิโลเมตรใน ข ชั่วโมง เมื่อ
เดินไปได้แต่่วินาทีเดียว จะเป็นหนทางกี่เมตร?

๒๖. รถไฟคันหนึ่งเดินวินาทีละ ค เมตร ในชั่วโมง
หนึ่ง จะเดินได้หนทางกี่ กิโลเมตร?

๒๗. ในวันหนึ่งคน ๆ หนึ่งเกี่ยวข้าวได้ ส เมตร ตาราง
เหลี่ยม ถ้าคน ค คนจะเกี่ยวข้าวให้หมด ย เมตรตารางเหลี่ยม
จะ สิ้นวันกี่วัน?

การใช้ อักษร เป็นเครื่องหมาย (หรือ คะแนน) ๑๓๑

๒๘. คนกี่คนจึง จะ ทำการใน ศ ชั่วโมงได้เท่ากับ ที่คน
๒ คนทำได้ใน ๓๘ ชั่วโมง ?

๒๙. ถ้าเงินต้น ๑,๐๐๐ บาท ใน ร ปีได้ดอกเบี้ย
๒ บาท จะเป็นคิดดอกเบี้ยร้อยละเท่าไร ?

๓๐. ให้เขากู้เงินไป ๒ บาทคิดดอกเบี้ยร้อยละ ๖ ถ้า
จะให้ได้ดอกเบี้ย ๒ บาท จะต้องให้เขากู้กี่ปี ?

๓๑. ในตัวอย่างที่ ๖ ของข้อ ๒๑ ได้เห็นแล้ว
ว่าถ้า a เป็นตัวตั้ง b เป็นตัวหาร c เป็นผลลัพธ์ d เป็น
เศษแล้ว

$$\frac{a}{b} = c + \frac{d}{b}$$

เช่นนี้เรียกว่าเกณฑ์ และย่อมเป็น สิ่งสำคัญมีที่ใช้
มากในวิธีพีชคณิตและคำนวณวิธีสาขาอื่นๆ ด้วยเป็นเครื่อง
สำเร็จสำหรับคิดได้โดยรวดเร็วร่างกาย

เกณฑ์ ในวิชานี้หมายความว่า ความเกี่ยวข้องกัน
ในระหว่างจำนวนหลายจำนวน ซึ่งได้ตั้งไว้โดยให้ตรวจเหตุ
ผลพิสูจน์เห็นถูกต้องแล้ว จำนวนเหล่านี้จำนวนใดจำนวนหนึ่ง
จะ สมมติเป็นจำนวนที่ยังไม่ทราบก็ได้

วิชาพีชคณิตมีประโยชน์มาก สามารถที่จะคำนวณ
ได้อย่างละเอียดลึกซึ้งตามวิธีที่ได้เรียนต่อไป ก็เพราะด้วย

เกณฑ์สำคัญ ๆ ต่าง ๆ ที่จะได้พิสูจน์และวางไว้เป็นหลัก เมื่อ
ได้เรียนมากขึ้นแล้ว จะไม่มีความสงสัยในข้อนี้เลย ใน
ขั้นนี้ จะขอยก ตัวอย่าง เกณฑ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในวิทยาทั้งปวง อัน
พอจะแลเห็นได้ง่าย ๆ มาเป็นอุทาหรณ์พอให้เกิดศรัทธา
ในความสำคัญของ เกณฑ์ชั้นข้าง

๗๔. ตัวอย่างที่ ๑ ถ้าโจทย์ว่า จะเอาอะไร หาร ๙๖ ให้
ได้ผลลัพธ์ ๕ และเหลือเศษ ๑๑ ตามเกณฑ์ข้างบน ก็ตั้งลงได้ดังนี้

$$\frac{๙๖}{๕} = ๑๙ \frac{๑๑}{๕}$$

และ คิดได้ $๕ = ๑๙$ ซึ่งเป็นตัวหาร ที่ชอบ

ตัวอย่างที่ ๒ เกณฑ์เลื่อนและเหลี่ยมน ลูกลายก

(๑) ถ้ารูปสามเหลี่ยมมีฐานวัดได้ ๑๒ และมีเส้น
ตั้ง (คือวัดจากมุมยอดมาตั้งได้ฉากกับฐาน) วัดได้ ๘ นิ้ว
ที่คือ h ก็หาได้ตามเกณฑ์นี้

$$h = \frac{๑๒}{๒} = ๖$$

(๒) ถ้ารูปกรวยสูง ๓ ฟุตล่างวัดได้ ๖ (พ มี
กำลังเพราะ ฟุตต้องวัดตามมาตราตารางเหลี่ยมน) เนื้อที่ของ
รูปนี้ทั้งหมดคือ h ก็คิดได้ตามเกณฑ์นี้

$$h = \frac{๑๒}{๓} = ๔$$

อุทาหรณ์ของ ข้อ ๒ มีโจทย์เช่น ปริมาตรใน ประเทศ

อียิปต์เป็นรูปสี่เหลี่ยม วัฏที่ฐานได้กำหนด ๗๖๔ ฟุต
ส่วนสูง ๔๘๐ ฟุต ะ เป็นเนื้อดินที่ใช้ก่อนนั้น ก็ฟุตเหลี่ยม
ลูกบาศก์ ?

$$\begin{aligned}\text{เทียบตามเกณฑ์ } n &= \frac{a}{m} \times (๗๖๔)^2 \times ๔๘๐ \\ &= ๑๖๐ \times ๗๖๔ \times ๗๖๔ \\ &= ๙๓, ๓๙๑, ๓๖๐ \text{ ฟุตเหลี่ยม} \\ &\text{ลูกบาศก์.}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ ๓ เกณฑ์เมแกนิคส์ $t = gw$, t คือทาง
ยาว g คือกำลังของ สิ่งที่แล่นบนทางนั้น w คือเวลาที่
แล่นตลอดทาง t

เช่นไทยว่า รถไฟ มีกำลังแล่นไปได้วินาทีละ ๗๕ ฟุต
ก็วินาทีจึง จะแล่นไปได้ตลอดทาง ๙๐๐ ฟุต?

$$\begin{aligned}๙๐๐ &= ๗๕ w \\ w &= \frac{๙๐๐}{๗๕} \\ &= ๑๒ \text{ วินาที}\end{aligned}$$

เกณฑ์เหล่านี้ ไม่จำเป็น จะ ต้อง อธิบายเหตุผลว่า ตั้งขึ้น
อย่างไร ด้วยเป็นการ นอกหน้าที่ ชัก มาไว้ เพื่อให้ เห็นความ
สำคัญของการ อาศัย เกณฑ์เป็นหลัก จำ ในการ คำนวณ ต่าง ๆ
เท่านั้น

บทที่ ๑๐

โจทย์อีเควชัน ชั้นเดียว

๗๕. สิ่งที่ได้เรียน มาแล้วในบทก่อนนี้ ^{กับ} บัดนี้ จะ
 ใช้ให้เป็น ประโยชน์ใน การ คิดโจทย์ต่อไป การ คิดโจทย์
 อีเควชันนี้ จำนวนที่ไม่ทราบ ควรกำหนดให้ x แทนเสมอ
 แล้วคิดเทียบตามรูปโจทย์วางลง เป็นอีเควชัน ดังตัวอย่างต่อไป
 ตัวอย่างที่ ๑ ให้หาจำนวน x จำนวน ^{ซึ่ง} มีผล
 บวกเป็น ๒๘ และมีผลลบเป็น ๔

สมมติให้ x เป็นจำนวน น้อย

$x + ๔$ ก็ต้องเป็นจำนวน มาก

$$\text{ผลบวกคือ } x + (x + ๔) = ๒๘$$

$$๒x = ๒๔$$

$$\therefore x = ๑๒$$

$$\text{และ } x + ๔ = ๑๖$$

ตอบ เลข สองจำนวน ^{นี้} คือ ๑๒ กับ ๑๖

ตัวอย่างที่ ๒ มีเลขจำนวน เรียงกัน อยู่ สาม จำนวน
 เลข สามจำนวน ^{นี้} ถ้าบวกกันเข้าได้ ๕๗ จงหาจำนวนเลข
^{ทั้ง} สาม ^{นี้}

ให้ x เป็นจำนวน ต้น

โจทย์ข้อเควชันชั้นเดียว

๑๓๕

จำนวนถักนี้ไปจึงเป็น $k + ๑$

และอีกจำนวนหนึ่งจึงเป็น $(k + ๑) + ๑$ คือ $k + ๒$

เพราะฉะนั้น $k + (k + ๑) + (k + ๒) = ๕๗$

คือ

$$๓k + ๓ = ๕๗$$

$$๓k = ๕๔$$

$$\therefore k = ๑๘$$

ตอบ เลขสามจำนวนคือ ๑๘, ๑๙, ๒๐

ตัวอย่างที่ ๓ จงแบ่ง ๖๐ ออกเป็นสองส่วน ให้
ส่วนมากทย ๓ เท่าได้มากกว่า ๑๐๐ เท่ากับที่ส่วนน้อย
ทย ๘ เท่าแล้วยังน้อยกว่า ๒๐๐ อยู่

ให้ k เป็นส่วนมาก

$\therefore ๖๐ - k$ เป็นส่วนน้อย

ส่วนมากทย ๓ เท่าได้ ๓ k

และ ๓ k มากกว่าร้อยละ ๑๐๐ เท่านี้ :— $๓k - ๑๐๐$

ส่วนน้อยทยแปดเท่าได้ ๘ $(๖๐ - k)$

และยังน้อยกว่า ๒๐๐ อยู่เท่านี้ :— $๒๐๐ - ๘ (๖๐ - k)$

สองฐานนี้เท่ากัน จึงได้ข้อเควชันดังนี้

$$๓k - ๑๐๐ = ๒๐๐ - ๘ (๖๐ - k)$$

$$๓k - ๑๐๐ = ๒๐๐ - ๔๘๐ + ๘k$$

$$๔๘๐ - ๑๐๐ - ๒๐๐ = ๘๕ - ๓๕$$

$$๕๕ = ๑๘๐$$

$$\therefore ๕๕ = ๓๖ \quad \text{เป็นจำนวนมาก}$$

$$๖๐ - ๕๕ = ๕ \quad \text{เป็นจำนวนน้อย}$$

ตอบ จำนวนมาก ๓๖ จำนวนน้อย ๒๔

ตัวอย่างที่ ๔ หญิงผู้หนึ่งซื้อเบ็ดไก่ สั้นเงิน ๖๗ บาท
๒ สลึง ราคาไก่ตัวละ ๓ สลึง เบ็ดตัวละ ๒ สลึง
รวมเบ็ดและไก่ที่ซื้อมา ๑๐๕ ตัว จะเป็นเบ็ดกี่ตัว ไก่กี่ตัว?

ให้ x เป็นจำนวนเบ็ด $๑๐๕ - x$ ก็เป็นจำนวนไก่
เบ็ดตัวละ ๒ สลึง รวมราคาเบ็ดเป็นเงิน $๒x$ สลึง
ไก่ตัวละ ๓ สลึง รวมราคาไก่เป็นเงิน $๓(๑๐๕ - x)$ สลึง
รวมเงินที่จ่ายทั้งหมดทั้งสิ้น $๒x + ๓(๑๐๕ - x)$ สลึง
และ จ่ายไปเป็นเงิน ๖๗ บาท ๒ สลึง คือ ๒๗๐ สลึง
เพราะฉะนั้น $๒x + ๓(๑๐๕ - x) = ๒๗๐$

$$๒x + ๓๑๕ - ๓x = ๒๗๐$$

$$๒x - ๓x = ๒๗๐ - ๓๑๕$$

$$-x = -๔๕$$

$$\therefore x = ๔๕ \quad \text{คือจำนวนเบ็ด}$$

และ $๑๐๕ - x = ๖๐$ คือจำนวนไก่

ตอบ เบ็ด ๔๕ ตัว ไก่ ๖๐ ตัว

โจทย์ข้อเควชันขึ้นเดียว

๑๓๗

ตัวอย่างที่ ๕ นาย ก. เทียวนี้อายุได้สองเท่า อายุของ
นาย ข. เมื่อสิบปีมาแล้ว อายุ นาย ก. ได้สี่เท่า อายุของ
นาย ข. เทียวนี้ นาย ก. และ นาย ข. อายุได้เท่าไร?
สมมุติให้ นาย ข. มีอายุได้ ค ปี ๒ ค จึงเป็นอายุ
ของ นาย ก.

สิบปีมาแล้ว อายุของ นาย ข. ได้ ค-๑๐

และอายุของ นาย ก. ได้ ๒ค-๔๐

ในโจทย์กล่าวว่า $๒ค-๑๐=๔(ค-๑๐)$

$$๒ค-๑๐=๔ค-๔๐$$

$$๒ค-๔ค=-๔๐+๑๐$$

$$-๒ค=-๓๐$$

$$ค=๑๕$$

ตอบ นาย ข. มีอายุได้ ๑๕ ปี และ นาย ก. มีอายุได้ ๓๐ ปี

หมายเหตุ ในตัวอย่างข้างต้นนี้ ค แทนจำนวนต่างๆ
คือจำนวน เลข ๑๘, ๓๖, จำนวน เป็ด, จำนวนปี ให้ผู้เรียน
สังเกตไว้ และเมื่อทำโจทย์อย่าใช้คำเลื่อนลอย เช่นว่า "สมมุติ
ให้ ค เป็น เป็ด หรือให้ ค เป็นอายุของ ก ฯลฯ" เป็น
อันขาด ต้องใช้คำให้แน่ลงไปว่า ให้ ค แทนจำนวนนั้น
จำนวนนี้

แบบฝึกหัดที่ ๓๐

๑. จำนวนหนึ่ง มากกว่า อีกจำนวนหนึ่ง อยู่ ๕ และผลบวกของจำนวนทั้ง ๒ นั้นเป็น ๒๙ จงหาจำนวนทั้งสองนี้

๒. จำนวนสองจำนวน น้อยกว่า กัน ๘ ถ้าเอา ๒ บวกเข้าข้าง จำนวนมาก ก็จะได้เท่ากับจำนวนน้อยทบสามคน จงหาจำนวนทั้งสองนี้

๓. จงหาเลขจำนวนหนึ่ง ซึ่ง มากกว่า ๕๐ แต่น้อยกว่า ๘๙ จำนวนนี้น้อยกว่า ๘๙ เท่าไร ถ้าเอามาบวกเข้ากับ ๑๑ ผลบวกก็จะเท่ากับที่มากกว่า ๕๐ เท่านั้น

๔. ชายคนหนึ่งเดินหนทางไกล ๑๐ ไมล์ แล้วขึ้นรถไฟต่อไปอีก ภายหลังเขาลงจากรถไฟเดินขึ้นรถม้าต่อไปเป็นหนทางสองเท่าของที่ไปรถไฟ รวมระยะทางทั้งหมดที่เขาไปนั้น คิดได้ ๗๐ ไมล์ ถามว่า จะเป็นหนทางที่ไปรถไฟกี่ไมล์ ?

๕. เลขสองจำนวน ถ้าบวกกันเข้า จะได้ ๕๘ ถ้าลบกัน จะเหลือ ๒๘ เลขสองจำนวนนี้คืออะไร ?

๖. ถ้าเอา ๒๘๘ บวกเข้า กับจำนวนๆ หนึ่ง ก็จะได้ผลลัพธ์เท่ากับ สามเท่า ของที่จำนวนนั้น มากกว่า ๑๒ จงหาจำนวนนั้น

๗. จำนวน ๆ หนึ่งทบกันยี่สิบ สามคนแล้วยังมากกว่า ๑๔ อยู่เท่าไร ๑๖ ก็มากกว่าจำนวนนั้นทบเจ็ดคนเท่า ^{นี้} จึงหาจำนวน ^{นี้}

๘. เงินแบ่ง ๑๐๕ ออกเป็นสองส่วน ให้ส่วนหนึ่ง เมื่อเขาออกเสียแล้ว ๒๐ ยังคงเท่ากับอีกส่วนหนึ่ง เมื่อเขาออกเสียเพียง ๑๕

๙. เงินหาจำนวนเรียงกันสามจำนวน ซึ่งบวกเข้าด้วยกันเป็น ๘๔

๑๐. จำนวนสองจำนวนมีผลบวกเป็น ๘ แต่จำนวนหนึ่งเมื่อเขา ๒๒ มาบวก จะได้ ๕ เท่าของอีกจำนวนหนึ่งพอดี จึงหาเลขสองจำนวนนี้

๑๑. เลขสองจำนวนมากกว่ากันอยู่ ๑๐ ถ้าบวกกันเข้า ก็จะได้เท่ากับสองเท่าของทีุ่ดน้อยกว่ากัน จึงหาเลขสองจำนวนนี้

๑๒. นาย ก. กับนาย ข. เล่นการพนันกัน ต่างคนต่างมีทุนเดิมละ ๒๐ บาท ภายหลังนาย ก. มีเงินสองเท่าของนาย ข. ทั้ง ^{นี้} นาย ก. จะได้เท่าไร?

๑๓. เงินหาเลขจำนวนหนึ่ง ซึ่งถ้าเอา ๕, ๑๕, ๓๕, บวกเข้าทีละคราว ผลคูณของคราวทีุ่ดหนึ่ง กับคราวทีุ่ดสาม ^{นี้}

บวกกัน จะเท่ากับ คราวที่สอง กำลังสอง

๑๔. กำลังสอง ของเลขสอง จำนวนเรียงกัน มากน้อยกว่ากัน อยู่ ๑๒๑ จงหา จำนวน ทั้ง สอง นี้

๑๕. เลขสอง จำนวน มาก น้อยกว่า กัน อยู่ ๓ และ กำลังสอง ของ ทั้ง สอง จำนวน มากกว่า กัน อยู่ ๒๗ จงหา เลข สอง จำนวน นั้น

๑๖. จงแบ่งเงิน ๓๘๐ บาทให้นาย ก. นาย ข. กับ นาย ค. นาย ข. ให้ได้มากกว่านาย ก. ๓๐ บาท และ นาย ค. ให้ได้มากกว่านาย ข. ๒๐ บาท

๑๗. เหยียญสิบ สี่ทางก็ กับเงินสี่สิ่งปนกันอยู่ในถุงๆ หนึ่ง รวม ๑๐๐ เหยียญก็คิดเป็นราคาเงิน ๑๖ บาทในถุงนั้นจะมีเหยียญ สี่สิ่งและเหยียญสิบ สี่ทางก็ อย่างละกี่ เหยียญ?

๑๘. ผ้าไหมราคาแพงหกเท่า ของราคาผ้าลินิน ได้ซื้อผ้าไหม ๒๓ หลา กับผ้า ลินิน ๕๐ หลา สิ้นเงิน ๑๘๘ บาท จงคิดดูว่าผ้า สอง ชนิดนี้ราคา หลาละเท่าไร?

๑๙. บิดา อายุได้สี่เท่า ของอายุบุตร อีก ๒๔ ปีข้างหน้า บิดาจะมี อายุเป็นสองเท่า ของอายุบุตร เทียบนี้บิดาอายุ ได้เท่าไร? อายุบุตรได้เท่าไร?

๒๐. นาย ก. แก่กว่านาย ข. ๒๕ ปี นาย ก. แก่กว่า

โจทย์ข้อที่เจ็ด

๑๔๑

คนอายุสี่สิบเท่าไร นาย ข. ก็บอกว่า คนอายุแปดสิบห้าเท่านี้
จงหาอายุของนาย ก. กับนาย ข.

๒๑. อายุของนาย ก. ได้หกเท่าอายุของนาย ข. อีก
๑๕ ปีข้างหน้า นาย ก. จะมีอายุแค่เพียงสามเท่าอายุของ
นาย ข. จงหาอายุของคนทั้งสองนี้

๒๒. จ่ายเงินไป ๔ คำถึง ๑ บาท ๖๐ สตางค์ เป็นเหรียญ
บาทบ้าง เหรียญสลึงบ้าง เหรียญสิบสตางค์บ้าง จำนวนเหรียญ
สลึงมีอยู่สี่เท่าของจำนวนเหรียญบาท และสองเท่าของจำนวน
เหรียญสิบสตางค์ ทั้งนี้ จะเป็นเหรียญอย่างไร ?

๒๓. อายุของ ก. และ ข. รวมกันเป็น ๓๐ อีกห้าปี
ก. จะมีอายุได้ สามเท่าของอายุ ข. จงหาอายุของคนทั้งสองนี้

๒๔. เงินในถุงมีอยู่ ๑๓๘ บาท จ่ายไปเสียบ้าง
ให้เขายืมไปเสียบ้าง ที่เหลืออยู่เป็นจำนวนเงินมากกว่าสิบสอง
เท่าของที่ให้เขายืมไปอีกสามบาท และเงินที่เขา ยืมไปนั้น
สองเท่าของเงินที่จ่ายไปพอดี ทั้งนี้ จะเป็นเงินเหลือเท่าไร ?
เงินให้เขายืมเท่าไร ? เงินจ่ายเท่าไร ?

๒๕. ห้อง ๆ หนึ่ง กว้างยาว ๆ กว่าด้านกว้าง ๓ ฟุต ถ้า
ด้าน ๆ ยาวออกไปอีก ๓ ฟุต และด้านกว้าง สั้นเข้าอีก ๒ ฟุต
พื้นที่ ก็ จะคงเท่าเดิม จงหา กว้าง ยาว ของ ห้อง นี้

๒๖. หอ้งหนึ่ง ทำนยาว ๆ กว่า ทำน กว้าง ๔ ฟุต ถ้า
 ต่อให้ยาว ออกอีก ๒ ฟุต และให้กว้างเข้าอีก ๒ ฟุต จะ
 ได้พื้นที่ มากขึ้นอีก ๖๐ ฟุตตารางเทิลล์ม จึงหา ทำนยาว
 และทำน กว้าง ตามเดิมของ หอ้ง นี้

บทที่ ๑๑

วิธีหาผลคูณร่วมที่ น้อยที่สุด และตัวหารร่วม
 (หรือแฟกเตอร์) ที่ มาก ที่ สุด ของเทอมเดียว

ก. ตัวหารร่วมที่มากที่สุด

๗๖. ความจำกัด “ตัวหาร ร่วมที่ มากที่ สุด ของ
 เทอมแต่ สองเทอมขึ้นไป คือเทอมที่เป็น อย่าง มาก ที่ สุด
 ที่ จะหาร เทอมเหล่านั้นให้ลงตัวได้”

คำว่า ตัว หาร ร่วมที่ มากที่ สุดนี้ ท่านเคยใช้ อักษร ย่อ
 ว่า ห. ร. ม.

๗๗. การหา ห. ร. ม. ของเทอมเดียวนี้ อาจตรวจดู
 และเขียนลงใต้ที่ เช่น ห. ร. ม. ของ ก, ก, ก, ก,
 ก คือ ก เพราะถ้าจะเลือก กาลัง ก ที่ สูง กว่านี้ ก็ จะ
 หาร ก ให้ลง ตัวไม่ได้

เมื่อเทอมที่ระหา-ห. ร. ม. มีตัวอักษรซ้อนกันหลายตัว ก็

๑๔๔

พีชคณิตภาคต้น

- (๓) ๖ ศัณ्ฑ, ๘ ศัณ्ฑ. (๔) ๖ กษ, ๒ กษค.
(๕) ๕ กษ, ๑๕ กษค. (๖) ๘ ศัณ्ฑ, ๑๒ ศัณ्ฑ,
(๗) ๔ กษค, ๖ กษค, (๘) ๗ กษค, ๑๔ กษค.
(๙) ๑๕ ศัณ्ฑ, ๑๒ ศัณ्ฑ.
(๑๐) ๘ กษ, ๑ กษศษ, ๑๐ กษศษ.
(๑๑) ๔๘ กษ, ๖๓ กษ, ๕๖ กษ.
(๑๒) ๑๗ กษค, ๓๔ กษค, ๕๑ กษค.
(๑๓) กศษ, ขศษ, กศษ.
(๑๔) ๒๔ กษค, ๖๔ กษค, ๔๘ กษค.
(๑๕) ๒๕ ศัณ्ฑ, ๑๐๐ ศัณ्ฑ, ๑๒๕ ศษ.
(๑๖) กษคศษ, ขศษ, กษคค.
(๑๗) ๑๕ กษค, ๑๐ กษค, ๒๕ กษค.
(๑๘) ๓๕ กศษ, ๔๒ กศษ, ๓๐ กศษ.

ข. ผลคูณร่วมที่น้อยที่สุด

๗๙. ความจำกัด “ผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดของเทอม
แต่สองเทอมขึ้นไป คือเทอมที่เป็นอย่างน้อยที่สุดซึ่งจะเอา
เทอมเหล่านั้นมาหารได้ลงตัวทั้งนั้น”

คำว่า ผลคูณร่วมที่น้อยที่สุดนี้ ท่านใช้อักษรย่อว่า

ค. ร. น.

๙๐. การหา ค.ร.น. ของเทอมเดียว ก็อาจตรวจ
ดูและเขียนลงใต้ทันทีเช่นกัน เช่น ค.ร.น. ของ ๖, ๖, ๖
ก็คือ ๖ เพราะถ้าเลือกกำลัง ๖ ให้น้อยกว่านี้ ๖ ก็จะ
หารไม่ลงตัว

เมื่อเทอมที่ จะหา ค.ร.น. มีอักษรซ้อนกันหลายตัว หรือ
มีโคเอฟฟิเชียนต์เลขด้วย ก็เลือกตรวจหาทีละ อักษร ส่วน
โคเอฟฟิเชียนต์เลข ก็หา ตามเลข

ตัวอย่าง ค.ร.น. ของ ๒๑ ก^๒ ค^๓ ย, ๓๕ ก^๓ ค^๒ ย,
๒๘ ก^๒ ค^๒ ย, ได้ ๔๒๐ ก^๓ ค^๓ ย

หมายเหตุผู้เรียนจะสังเกตเห็นได้ว่า ห.ร.ม. และ ค.ร.น. นี้
ทั้งวิธีพิชคณิตและวิธีเลข ใจความก็อย่างเดียวกัน แต่วิธีทำ
ในส่วนเทอมเดียวพิชคณิต ง่ายกว่า หักด้วยเทอม ต่างๆ ย่อมแยก
เป็น แฟกเตอร์ อยู่ในตัวเสร็จแล้ว เป็นแต่เลือกหาแฟกเตอร์
ร่วม ที่มากที่สุด หรือ ที่น้อยที่สุดตามต้องการ เท่านั้น

แบบฝึกหัดที่ ๓๒

จงหา ค.ร.น. ของ

(๑) ๖๗๕, ๒๖. (๒) ค^๒ ย, ค^๓ ย. (๓) ๓ค^๒ ย, ๔ค^๓ ย.

๑๔๖

พีชคณิตภาคที่ ๓

- (๔) ๕^๖ ๖^๕, ๔^๖ ๖^๔. (๕) ๓^๖ ๖^๓, ๕^๖ ๖^๕.
 (๖) ๑๒ ๖^๖, ๘^๖ ๖^๘. (๗) ๖^๖, ๖^๖, ๖^๖. (๘) ๖^๖, ๖^๖, ๖^๖.
 (๙) ๒ ๖^๖, ๓ ๖^๖, ๔ ๖^๖. (๑๐) ๒^๖, ๓^๖, ๔^๖.
 (๑๑) ๓^๖, ๔^๖, ๕^๖. (๑๒) ๖^๖, ๒ ๖^๖, ๓^๖.
 (๑๓) ๖^๖, ๖^๖, ๖^๖. (๑๔) ๕^๖, ๖^๖, ๓ ๖^๖.
 (๑๕) ๒^๖, ๓^๖, ๔^๖. (๑๖) ๖^๖, ๘^๖, ๒^๖.
 (๑๗) ๓^๖ ๖^๖, ๔^๖ ๖^๖, ๓๐ ๖^๖. (๑๘) ๖^๖ ๖^๖.
 ๔๔ ๖^๖, ๒๔ ๖^๖.

พหุคูณ พ. ร. ม. และ พ. ร. น. ของ

- (๑๙) ๒ ๖^๖, ๓ ๖^๖, ๔ ๖^๖. (๒๐) ๒^๖, ๔^๖, ๖^๖.
 (๒๑) ๖^๖, ๓^๖, ๖^๖. (๒๒) ๑๒ ๖^๖, ๓๖ ๖^๖.
 (๒๓) ๑๖^๖, ๕๑^๖. (๒๔) ๑๕^๖, ๒๕^๖.
 (๒๕) ๓ ๖^๖, ๒ ๖^๖, ๕ ๖^๖. (๒๖) ๑๖^๖, ๕๑^๖.
 (๒๗) ๖^๖, ๖^๖, ๖^๖. (๒๘) ๑๕^๖, ๒๐^๖,
 ๓๐^๖.

บทที่ ๑๒

เศษส่วนอย่างง่าย

๑๑. ความจำกัด “ถ้าจำนวนคี่แบ่งออกเป็นส่วนเท่าๆ

เศษส่วน อย่างง่าย

๑๔๗

ถ้า $\frac{๒}{๓}$ ส่วน มีอยู่แต่ $\frac{๑}{๓}$ ส่วน ที่มีอยู่นี้เรียกว่าเศษ ส่วน $\frac{๑}{๓}$ ของ $\frac{๒}{๓}$ ถ้า $\frac{๑}{๓}$ เป็นอัตราส่วนหรือยูนิต เศษ ส่วน $\frac{๑}{๓}$ ของ $\frac{๒}{๓}$ ก็เรียกแต่เพียงเศษ ส่วน $\frac{๑}{๓}$ คือเป็นที่หมาย ว่ามีอยู่ส่วนเท่า ๆ ถ้า $\frac{๑}{๓}$ ส่วน ต่อมีครบ $\frac{๒}{๓}$ ส่วนจึงจะ ครบยูนิต”

๗๒. ในบทนี้จะได้กล่าวถึงแต่เศษส่วนอย่างง่าย ที่ มีเศษและส่วนเป็นทอมเคียว วิธีทำก็แบบเดียวกับวิธีเลข นั้นเอง จึงจะวางข้อบังคับได้ทีเดียว

ทอนเศษส่วน เป็น อย่างต่ำ

ข้อบังคับ “การ ทอนเศษ ส่วนเป็น อย่างต่ำ ให้เขา ห.ร.น. ของเศษและส่วน หาคะเศษ และ ส่วน”

ตัวอย่าง (๑) $\frac{๒๐}{๓๐} = \frac{๒}{๓}$

(๒) $\frac{๗๕}{๒๕} = \frac{๓}{๑}$

(๓) $\frac{๓๕}{๗๕} = \frac{๕}{๑} = ๕$

แบบฝึกหัดที่ ๓๓

ให้ทอนเศษ ส่วนต่อไปนี้เป็น อย่างต่ำ

- (๑) $\frac{๓}{๖๖}$ (๒) $\frac{๔}{๑๖๖}$ (๓) $\frac{๒๒}{๕๒๒}$ (๔) $\frac{๖๖}{๑๕๖๖๖}$
- (๕) $\frac{๒๒}{๒๒๒}$ (๖) $\frac{๑๕๖๖}{๒๕๖๖}$ (๗) $\frac{๒๒๒}{๒๕๖๖}$ (๘) $\frac{๖๖}{๑๒๖๖}$
- (๙) $\frac{๑๒๖๖}{๑๕๖๖}$ (๑๐) $\frac{๑๕๖๖}{๑๕๖๖}$ (๑๑) $\frac{๖๖}{๖๖๖}$
- (๑๒) $\frac{๓๒๒}{๕๒๒}$ (๑๓) $\frac{๒๒๒}{๔๒๒}$ (๑๔) $\frac{๕๖๖}{๑๕๖๖}$
- (๑๕) $\frac{๖๖}{๖๖๖}$ (๑๖) $\frac{๔๖๖}{๖๖๖}$

คนหารเศษส่วน

๘๓. ข้อบังคับ “ การคูณเศษส่วนต่อเศษส่วน ให้คูณเศษต่อเศษ เขาไปเป็นเศษใหม่ คูณส่วนต่อส่วนเขาไปเป็นส่วนใหม่ ”

ตัวอย่างที่ ๑ $\frac{๒}{๓} \times \frac{๕}{๒} \times \frac{๓}{๒} = \frac{๕}{๒}$

คูณเศษส่วน

๑๔๗

ตัวอย่างที่ ๒ $\frac{๓ ก ข}{๕ ค} \times \frac{๗ ก ข ค}{๓ ก} \times \frac{๕ ค ก}{๗ ข} = ๑$

(ใช้วิธีฆ่า)

๙๕. ข้อบังคับ “การ หาร เศษส่วน ด้วย เศษส่วน ให้ กลับ ตัวหาร เอา เศษ ส่วน ๆ เป็น เศษ แล้ว ทำ อย่าง วิธี คูณ

ตัวอย่าง $\frac{๗ ก}{๔ ค ข} \times \frac{๖ ค ค}{๕ ก ข} \div \frac{๒๘ ก ค}{๑๕ ข ค ข}$
 $= \frac{๗ ก}{๔ ค ข} \times \frac{๖ ค ค}{๕ ก ข} \times \frac{๑๕ ข ค ข}{๒๘ ก ค} = \frac{๙ ค}{๘ ค}$

แบบฝึกหัดที่ ๓๔

ให้หาผลสำเร็จของ

- (๑) $\frac{๒ ก ข}{๓ ค ข} \times \frac{ค ข}{ก ข}$ (๒) $\frac{๑๒ ก ข ค}{๘ ก ข} \times \frac{๒๔ ก ข}{๓๖ ข ค}$
 (๓) $\frac{๑๕ ค ข ค}{ก ข ค} \times \frac{๓ ก ค}{๕ ค ข}$ (๔) $\frac{๗ ก ข}{๙ ก ค ข} \times \frac{๑๘ ค ค}{๑๕ ก ค}$
 (๕) $\frac{๘ ม น}{๕ ค ข ค} \times \frac{๑๕ ค ข ค}{๑๖ ม น}$ (๖) $\frac{๒๑ ข ป}{๑๓ ม น} \times \frac{๓๙ ม น}{๒๘ ป ข}$

$$(๗) \frac{๓๖๖}{๔๖๖} \times \frac{๒๖}{๘๖} \div \frac{๖๖๖}{๑๖๖๖} \quad (๘) \frac{๗๖๖}{๑๖๖๖} \times \frac{๘๖๖}{๒๖๖๖} \\ \div \frac{๖๖๖}{๒๖๖๖}$$

$$(๙) \frac{๑๖๖}{๔๖๖} \times \frac{๒๖๖}{๘๖๖} \div \frac{๖๖๖}{๑๖๖๖} \quad (๑๐) \frac{๘๖๖}{๑๖๖๖} \times \frac{๔๖๖}{๒๖๖๖}$$

$$(๑๑) \frac{๔๖๖๖}{๒๖๖๖๖} \times \frac{๒๖๖๖๖}{๑๖๖๖๖๖} \quad (๑๒) \frac{๖}{๘๖} \times \frac{๓๖๖๖}{๘๖๖๖๖} \\ \div \frac{๑๖๖๖๖๖}{๒๖๖๖๖๖๖}$$

ทำส่วนให้เท่ากัน

๘๕. ในการที่จะบวกหรือลบเศษส่วน จำจะต้อง
ทำส่วนให้เท่ากันเสียก่อน ทั้งในวิธีเลข และการทำส่วน
ให้เท่ากันนี้ ใช้ ค.ร.น. ของเศษเหล่านั้นเป็นง่ายกว่าอื่น
ตัวอย่าง ทำส่วนของเศษส่วนต่อไปนี้ให้เท่ากัน และ
ให้เป็นอย่างน้อยที่สุด

$$\frac{๖}{๓๖๖}, \frac{๖๖๖}{๒๖๖๖}, \frac{๖๖๖}{๒๖๖๖}$$

ค.ร.น. ของส่วนเหล่านั้นคือ ๖๖๖๖๖๖๖ หาแฟกเตอร์

บวก ลบ เศษ ส่วน

๑๕๑

คูณ เศษ และ ส่วนให้ ได้ ส่วน ๖ ศ ย ส เท่า กันหมด ได้ ดังนี้

$$\frac{๒ \text{ ก ศ}}{๖ \text{ ศ ย ส}}, \frac{๒ \text{ ย}}{๖ \text{ ศ ย ส}}, \frac{๓ \text{ ค ศ}}{๖ \text{ ศ ย ส}}$$

แบบฝึกหัดที่ ๓๕

(จง ทำ เศษ ส่วน เหล่า นี้ ให้ มี ส่วน เหมือน กัน)

- (๑) $\frac{๒ \text{ ศ}}{๓}, \frac{๒ \text{ ย}}{๒๓}$, (๒) $\frac{๔ \text{ ศ}}{๓ \text{ ย}}, \frac{๒ \text{ ย}}{๓}$, (๓) $\frac{๓}{๒๓ \text{ ย}}, \frac{๒ \text{ ย}}{๓}$,
 (๔) $\frac{๓}{๒ \text{ ย}}, \frac{๒ \text{ ย}}{๓}$, (๕) $\frac{๓}{๒ \text{ ศ}}, \frac{๒ \text{ ย}}{๓ \text{ ศ}}$, (๖) $\frac{๓}{๒ \text{ ศ}}, \frac{๒ \text{ ย}}{๓ \text{ ศ}}$,
 (๗) $\frac{๒ \text{ ศ}}{๓}, \frac{๓ \text{ ย}}{๒}$, (๘) $\frac{๒ \text{ ศ}}{๒}, \frac{๒ \text{ ย}}{๓}, \frac{๓ \text{ ศ}}{๒}$, (๙) $\frac{๒ \text{ ศ}}{๓ \text{ ย}}, \frac{๓ \text{ ย}}{๒ \text{ ศ}}$,
 (๑๐) $\frac{๔ \text{ ก}}{๕ \text{ ย}}, \frac{๓ \text{ ก}}{๑๐ \text{ ศ}}$, (๑๑) $\frac{๓ \text{ ก}}{๗ \text{ ย}}, \frac{๕ \text{ ย}}{๒๐ \text{ ศ}}$, (๑๒) $\frac{๒ \text{ ย}}{๓}, \frac{๒ \text{ ย}}{๓}, \frac{๓}{๕}$.

บวก ลบ เศษ ส่วน

๙๖. ข้อบังคับ “การ บวก หรือ ลบ เศษ ส่วน จง ทำให้ เศษ ส่วน เหล่า นี้ มี ส่วน เหมือน กัน ก่อน แล้ว จึง บวก หรือ ลบ เศษ ส่วน ไว้”

ตัวอย่างที่ ๑ หา ผลลัพธ์ ของ $\frac{๕ \text{ ศ}}{๓} + \frac{๓ \text{ ศ}}{๔} - \frac{๗ \text{ ศ}}{๖}$

$$\text{ผลลัพธ์} = \frac{๒๐ \text{ ศ} + ๙ \text{ ศ} - ๓๕ \text{ ศ}}{๑๒} = \frac{๑๕ \text{ ศ}}{๑๒} = \frac{๕ \text{ ศ}}{๔}$$

ตัวอย่างที่ ๒ หา ผลลัพธ์ ของ $\frac{๓ \text{ ก ย}}{๕ \text{ ศ}} - \frac{๓ \text{ ย}}{๒ \text{ ศ}} - (\frac{๑ \text{ ก ย}}{๑๐ \text{ ศ}})$

$$\text{ผลลัพธ์} = \frac{๖ \text{ ก ย} - ๙ \text{ ก ย} - ๓ \text{ ย}}{๑๐ \text{ ศ}} = \frac{๐}{๑๐ \text{ ศ}} = ๐$$

ตัวอย่างที่ ๓ ผลลัพธ์ ของ $\frac{๒ \text{ ศ}}{๓ \text{ ศ}} - \frac{๒ \text{ ย}}{๓ \text{ ศ}}$

$$\text{ผลสำเร็จ} = \frac{๖ \text{ ก ก} - \text{ค ข}}{๓ \text{ ก ก}} \quad \text{เป็นที่ สุก อยู่ เพียง นี้}$$

หมายเหตุ อย่าลองว่าใน ตัวอย่างที่ ๓ นี้ ทำไม
จึงไม่เอา ก หรือ ค ทอนลงไป เป็นอย่างคำอีก ทำเช่นนั้น
ไม่ได้ เพราะเศษ มีหลายเทอม และ หา แฟกเตอร์ ร่วม ของ
ทุกเทอมไม่ได้

ถ้า มี จำนวนเต็ม มาบวก หรือ ลบ กับ เศษ ส่วน ะ ต้องทำ
จำนวนเต็มให้เป็น เศษ ส่วน โดยสมมติเอา ๑ เป็น ส่วนเสมอ และ
ถ้า เศษ ส่วนใด ๆ ทอนลง เป็นอย่าง คำใดก็ได้ ทอนเสีย ก่อน เพื่อ
ให้ง่ายเข้า

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่างที่ ๔} \quad ๓ \text{ ก} + \frac{\text{ก ก}}{๓} - \frac{\text{ค}^๒ \text{ ข}}{๓ \text{ ค ข}} \\ = \frac{๓ \text{ ก} + \frac{\text{ก ก}}{๓} - \frac{\text{ค}}{๓}}{๑} = \frac{๑๘ \text{ ก} + ๓ \text{ ก ก} - ๒ \text{ ค}}{๓} \\ = \frac{๑๖ \text{ ก} + ๓ \text{ ก ก}}{๓} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ ๓๖

(ให้หา ผล สำเร็จ ของ)

$$(๑) \quad \frac{\text{ก}}{๒} - \frac{\text{ก}}{๓} + \frac{\text{ก}}{๕} \quad (๒) \quad \frac{๒ \text{ ค}}{๓} - \frac{\text{ค}}{๖} + \frac{๓ \text{ ค}}{๔} \quad (๓) \quad \frac{\text{ค}}{\text{ก}} - \frac{\text{ข}}{\text{ข}}$$

$$(๔) \quad \frac{๓ \text{ ค}}{\text{ก ก}} + \frac{๒ \text{ ข}}{๓ \text{ ข}} \quad (๕) \quad \text{ก} + \frac{\text{ข}}{\text{ค}} \quad (๖) \quad \text{ค} - \frac{\text{ข}}{\text{ข}}$$

$$(๗) \frac{ก}{๓} - \frac{ข}{ก} \quad (๘) \frac{ก}{๓} + \frac{ข}{ก} \quad (๙) \frac{๓ก}{๖} - \frac{ข}{๖}$$

แบบฝึกหัดที่ ๓๗ (ระคน)

๑. จะหาอะไรบวกเข้ากับ $๔ค - ๓ค + ๒$ เพื่อให้ได้ผล $๔ค + ๗ค - ๖$?

๒. ถ้า $ก = ๖ค - ๓ข + ๒ค$, $ข = ค + ข + ค$,
และ $ค = ๑๐ค + ข - ๗ค$ จงหาค่าของ $ก + ๔ข - ค$

๓. ถ้า $ค = ๓$, $ข = ๔$, $ค = ๑$ จงหาค่าของ

$$\sqrt{๒คข + ๔คค} + \sqrt{๙ข + \frac{๒คขค}{๓}}$$

๔. ให้ถอดวงเล็บและคิณผลสำเร็จ

$$ก + ๒ข - (๒ค - ข) - \{ (ข - ค - ค) + (ข - ค) \}$$

๕. $ค + ค + ๓ค + ๕ค$ คูณด้วย $ค - ค - ๒$

๖. แก้อสมการต่อไปนี้

$$(ก) ๓ - ๔ค = ๓๖ค - ๑๗; (ข) ๕ค - ๑๕ = ๑๗ค + ๒๑$$

$$๗. ค - ๑๐ค + ๙ \quad \text{หารด้วย} \quad ค - ๒ค - ๓$$

$$๘. \text{หาผลสำเร็จของ } ๗ก - ๔ข - \{ ๕ก - ๓(๒ - ๒(ก - ข)) \}$$

๙. ในการสอยไล่ครั้งแรกหนึ่ง ก. ได้คะแนน $ค + ข$, ข. ได้

๒ ศ - ๓ ข และ ค. ได้สองเท่าของ ก. ถ้าจะ รวมคะแนน
ของ ก, ข, กับ ค. เข้าด้วยกันจะได้เท่าไร?

๑๐. ให้หาผลบวกของ ๑-๒ ศ + ค, ๓ ศ - ๒ ค,
๕ ศ - ๗ ศ - ๒, และให้ลำดับกำลัง ศ แต่มากไปหาน้อย

๑๑. จงศึกษาผลคูณแต่ในใจแล้วเขียนลง

$$(ก) (ศ + ๑๗)(ศ - ๓)(ข)(๓ ศ - ๘)(๘ ศ + ๓)$$

๑๒. แก้อิเควชันต่อไปนี้

$$(ก) ๗ ศ - ๓ - (๗ - ๕ ศ) = ๒ - ๓ ศ - ๕ (๕ ศ + ๘)$$

$$(ข) (๕ ศ + ๑)(ศ - ๒) - (๔ ศ - ๓)(๓ ศ - ๑) = ๑๐ - (๗ ศ + ๒)(ศ + ๑)$$

๑๓. จากผลบวกของ ๓ ก ข, -๕ ก ข, ๒ ก ข, ๗ ก ข,
-๘ ก ข. หาผลบวกของ -๘ ก ข, ๖ ก ข, -๘ ก ข,
๑๐ ก ข. มาลย

๑๔. ถ้า $ก = ๔$, $ข = ๓$, $ค = ๒$. จงหาค่าของ

$$\frac{๒ ก + ข(๒ ค - ก)}{๓ ข - \sqrt{๒ ค}}$$

๑๕. จะหาอะไรลบ ๑๑ ก - ๕ ก ข - ๗ ค ให้ได้ผลลัพธ์
 $๗ ข(ก + ค) + ๕ ก$?

๑๖. หา ค - ๒ ศ + ๔ ก ศ + ๖ ศ + ๘ ศ - ๘

๑๗. หาผลสำเร็จของ

$$๑๒ ก - [๒ ก - ๓ {๓ ก - ๔ (๕ - ก) } - (๔ ก + ๔ ข)]$$

๑๘. แก้ไขความผิด

$$(ก) ๓ (๒ ก - ๑) + ๒ (๓ ก - ๒) + ๓ = ๔ (๕ - ๕)$$

$$(ข) \frac{๓}{๓} (๕ + ๑) + \frac{๓}{๔} (๕ + ๓) = \frac{๓}{๕} (๕ + ๔) + ๑๖$$

๑๙. เขา ปี + ๗ ปี ทาร ๓ ปี + ๑๖ ปี - ๓๓ ปี + ๑๔ ปี

$$๒๐. ยวกรเข้าด้วย กัน ก + ๒ ข - (๒ ค + ๓ ง), ๓ ก - (๕ - ๒ ค) + ๒ ง, ๒ ก - [๕ - (๒ ค - ๓ ง)]$$

๒๑. ๗ ก - ๖ ค - ๕ ค จะเพิ่มเท่าไร จึง จะได้ครบ ๔ ค - ๖ ค - ๗ ค ?

๒๒. หาก จะได้ผลคูณของ ค + ๑ กับ ๒ ค + ๑ น้อยกว่าผลคูณของ ค + ๓ กับ ๒ ค + ๓ อีก ๑๔, ค จะต้อง มีค่าเท่าไร ?

๒๓. เมื่อ ก = ๒, ข = ๓, ค = ๑, ง = ๔, ๕ = ๖. หาค่าของ $๕ ก^๓ ค^๒ - ๓ ก^๒ ข + ๒ ก - ค^๓ ง^๒$

๒๔. แก้ไขความผิด

$$๕ - \frac{๕ - ๑๓}{๔} = \frac{๖๕ + ๑}{๕} + \frac{๒}{๓} (๖ - \frac{๓๕}{๒})$$

ทำให้เข้าใจได้เห็นว่า ถ้า ค = ๓ แก้ไขความผิด

๑๕๖

พีชคณิตภาคต้น

๒๕. ม้าตัวหนึ่งกินข้าวเปลือก ๓ ม + ๒ น ลิตร ใน
สัปดาห์หนึ่ง ถ้ามีข้าวเปลือกอยู่ ๑๒ ม - ๗ น - ๑๐ น
ลิตร ก็สัปดาห์นี้จะหมด?

๒๖. หาผลบวกของ $๒ค - ๓ค + ๔$ กับ $-๓ค + ๒ค - ๗$ ได้ $๔ค - ๓ค + ค - ๖ - [๒ค - (ค - ๖)]$

๒๗. หาค่าของ $ก + ข + ค - ๓$ เมื่อ $ก = ๑$,
 $ข = ๔$, $ค = -๕$

๒๘. แก้สมการ (ก) $\frac{๓ค}{๑๕} + \frac{ค-๖}{๑๒} = \frac{๓}{๑๐} (\frac{ค}{๒} - ๕)$
(ข) $\frac{๒(ค-๑)}{๕} + \frac{๑๕}{๒} (๑ - \frac{ค}{๓}) + \frac{๑๕}{๑๐} = \frac{๕}{๕} (\frac{ค}{๖} - \frac{๑}{๓})$

๒๙. หาค่า $๓ย - ๓๗ย + ๓๕ย + ๗ย + ๒$ ด้วย
 $ย(ย-๑) (ย+๔) - ๒$

๓๐. แบ่งเงิน ๑,๑๒๐ บาท ให้แก่ ก. ข. ใจ. ได้
ได้ ๒ เท่าครึ่งของ ข.

๓๑. หาค่าของ $(ก+ข)^๒ + (ข+ค)^๒ + (ค+ก)^๒$
เมื่อ $ก = -๑$, $ข = -๒$, $ค = ๓$.

๓๒. $(๒ม + ๔)(ม + ๒)$ คูณด้วย $๓ม - ๖$

๓๓. หาค่าผลคูณของ $ค - ๒$, $ค + ๓$, $๒ค - ๗$ ด้วย
ผลบวกของ $๓(ค - ๒ค - ๒)$ กับ $๕ค - ค - ๑๕$

๓๔. เดินทางได้ชั่วโมงละไมล์ และเดินทางอยู่ ๖ ชั่วโมง แล้วขึ้นขี่ม้าต่อไปอีก ๘ ชั่วโมง คิดเป็นความเร็วที่ไป ชั่วโมงละ ข ไมล์ จะเป็นหนทางที่ได้ไปตลอดนั้นไกลเท่าไร? และถ้าขี่ม้าไปตลอดทางนั้น คิดเป็นความเร็วที่ได้ชั่วโมงละ ค ไมล์ ไปนานเท่าไรจึงจะถึง?

กับถ้า $p=๗$, $q=๓$, $r=๔$, $s=๘$, $t=๑๑$ ให้คิดตอบเป็นจำนวนเลขก้อย.

๓๕. แก้ข้อเขวชั้น

$$(ก) \frac{๓ค}{๒} - \frac{๕}{๗} = ๒๑ค - \frac{๖}{๓} (๒ค + ๑๐ \cdot \frac{๓}{๑๔})$$

$$(ข) ๓ค - ๔ - \frac{๔(๗ค - ๘)}{๑๕} = \frac{๕}{๕} (๖ + \frac{ค-๑}{๓})$$

๓๖. แม่ค้าซื้อฟองเบคมาจำนวนหนึ่ง ราคา ๒๐ ฟอง ต่อสลึง แล้วซื้ออีกห้าเท่าของที่ซื้อจำนวนก่อน เป็นราคา ร้อยฟองต่อ ๑ บาท ๑๗ สตางค์ ฟองเบคเหล่านี้เขาเอามาขาย ๑๒ ฟอง ต่อ ๑๕ สตางค์ มีกำไร ๕ บาท ๘ สตางค์ จะเป็นซื้อฟองเบคมาเท่าไร?





359

