



แบบเรียนคณิตศาสตร์

เลขคณิต มัธยมศึกษาปีที่ ๖

ฉบับขึ้นทะเบียนการประกวด

ของ

กระทรวงศึกษาธิการ





แบบเรียนคณิตศาสตร์

เลขคณิต มัธยมปีที่ ๒

นายโชค สุคันธวานิช พ.ม., ธ.บ.

และ

นายชัย เรืองศิลป์ ป.ม., น.บ.ส.

เรียบเรียง

พิมพ์ครั้งที่หนึ่ง ๑๐,๐๐๐ เล่ม

พ. ศ. ๒๔๙๖

ปกกระดาษราคาเล่มละ ๖.๐๐ บาท

พิมพ์ที่โรงพิมพ์คุรุสภา

ปากกกลองยางดำพชน พระนคร

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

ก. 03289 ๒.2



บัญชีเรื่อง

	หน้า
บทที่ 1 การบวกลบอย่างประมาณ	1
บทที่ 2 การคูณอย่างประมาณ	6
บทที่ 3 การหารอย่างประมาณ	13
บทที่ 4 เจริญประกอบและของผสม	18
บทที่ 5 เกณฑ์ส่วน	30
บทที่ 6 การวิ่งแข่งขัน, ต่อเติมและสายน้ำ	44
บทที่ 7 โจทย์เกี่ยวกับรถไฟ	59
บทที่ 8 โจทย์เกี่ยวกับนาฬิกา	74
บทที่ 9 ดอกเบี้ยทบต้น	86
บทที่ 10 หุ่น	104
บทที่ 11 การหาพื้นที่ของวงกลม	114
บทที่ 12 สมุคสนาม	121
บทที่ 13 การหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	128
บทที่ 14 การหาปริมาตรของไม้และคัติน้ำหนักไม้	135
บทที่ 15 การหาพื้นที่และปริมาตรของปริซึม	141
บทที่ 16 การหาพื้นที่และปริมาตรของเทหวัตถุทรงกระบอก	148
บทที่ 17 การหาพื้นที่และปริมาตรของปริซึมและกรวย	153
บทที่ 18 การหาพื้นที่และปริมาตรของเทหวัตถุทรงกลม	161



มาตราต่าง ๆ

มาตราต่าง ๆ ของไทย ตามพระราชบัญญัติมาตราซึ่งทรงไว้
พุทธศักราช 2466 ให้ถือเอามาตราเมตริกเป็นมาตรฐาน เพราะว่า
มาตราเมตริกทั่วไป และลท เป็น 10, 100, 1000 ฯลฯ ทำให้เข้าใจได้ง่าย

มาตรฐานในการวัดความยาว ที่เรียกว่า “เมตร” (ม.) มาตรฐาน
ในการวัดพื้นที่ น้ำหนักของมวลสาร และความจุ ก็คิดจากเมตร
เช่น :- พื้นที่คิดเป็นตารางเมตร (ม.²) ปริมาตรคิดเป็นลูกบาศก์เมตร
(ม.³) ความจุคิดเป็นลิตร (ล.) หนึ่งลิตรหมายถึงปริมาตรของ 1 ลูก
บาศก์เดซิเมตร (ดม.³) และกิโลลิตร เท่ากับ 1 ลูกบาศก์เมตร

น้ำหนักของมวลสาร คิดเป็นกรัม (ก.) หมายถึงน้ำหนักของน้ำ
บริสุทธิ์ .001 ลิตร (1 ลบ. ซม.) ขณะที่อุณหภูมิ 4 องศาเซนติเกรด
(39°ฟ.)

ในมาตราเมตริก ถ้าจำนวนทวีขึ้น ใช้คำภาษากรีกเป็นอุปสรรค

เดคา—	=	10 เท่า	เฮกโต—	=	100 เท่า
กิโล—	=	1,000 เท่า	มีเรย์—	=	10,000 เท่า

ถ้าเป็นจำนวนลดลงใช้คำภาษาละตินเป็นอุปสรรค

เดซี—	=	$\frac{1}{10}$ เท่า	เซนติ—	=	$\frac{1}{100}$ เท่า
มิลลิ—	=	$\frac{1}{1000}$ เท่า			

นอกจากมาตราเมตริก เรายังต้องเวียนมาตราอังกฤษ และมาตรา
วัดประเพณีเดิมของไทย เพื่อหัดการคำนวณให้รู้ลึกซึ้ง จึงได้แสดง
มาตราต่าง ๆ ไว้

1. มาตราวัดความยาวระบบเมตริก

$$.01 \text{ ม.} = .1 \text{ คม.} = 1 \text{ ซม.} = 10 \text{ มม.}$$

$$.1 \text{ ม.} = 1 \text{ คม.} = 10 \text{ ซม.} = 100 \text{ มม.}$$

$$1 \text{ ม.} = 10 \text{ คม.} = 100 \text{ ซม.} = 1000 \text{ มม.}$$

$$1 \text{ คม.} = 10 \text{ ม.}$$

$$1 \text{ ซม.} = 10 \text{ คม.} = 100 \text{ ม.}$$

$$1 \text{ คม.} = 10 \text{ ซม.} = 100 \text{ คม.} = 1000 \text{ ม.}$$

2. มาตราวัดความยาวระบบอังกฤษ

$$12 \text{ นิ้ว} = 1 \text{ ฟุต}$$

$$3 \text{ ฟุต} = 1 \text{ หลา}$$

$$220 \text{ หลา} = 1 \text{ เฟิร์ลลอง}$$

$$8 \text{ เฟิร์ลลอง} = 1760 \text{ หลา}$$

$$= 1 \text{ ไมล์}$$

3. มาตราวัดความยาวเปรียบเทียบ

$$1 \text{ เมตร} = 39.37 \text{ นิ้ว}$$

$$1 \text{ เซนติเมตร} = \frac{2}{5} \text{ นิ้ว (ประมาณ)}$$

$$1 \text{ กิโลเมตร} = \frac{5}{8} \text{ ไมล์ (ประมาณ)}$$

$$1 \text{ เมตร} = \frac{1}{2} \text{ วา}$$

$$1 \text{ กิโลเมตร} = 25 \text{ เส้น}$$

4. मात्रावृत्तपद्धतिरूपमेत्रिक

100	काराङ्ग मम.	=	1 काराङ्ग चम.
100	काराङ्ग चम.	=	1 काराङ्ग कम.
100	काराङ्ग कम.	=	1 काराङ्ग म.
100	काराङ्ग म.	=	1 काराङ्ग ककम.
100	काराङ्ग ककम.	=	1 काराङ्ग चम.
100	काराङ्ग चम.	=	1 काराङ्ग कम.

5. मात्रावृत्तपद्धतिरूपमङ्गक

144	काराङ्गनव	=	1 काराङ्गफुट
9	काराङ्गफुट	=	1 काराङ्गशला
4840	काराङ्गशला	=	1 ऐकेचर
640	ऐकेचर	=	1 काराङ्गमाल

6. मात्रावृत्तपद्धतिपरिचय

1	काराङ्गमेत्र	=	$1\frac{1}{5}$ काराङ्गशला
100	काराङ्गमेत्र	=	$\frac{1}{40}$ ऐकेचर
1	रि	=	1600 काराङ्गमेत्र
1	काराङ्गवा	=	4 काराङ्गमेत्र
1	ऐकेचर	=	$2\frac{1}{2}$ रि

7. มาตราวัดน้ำหนักมวลสารระบบเมตริก

$$.01 \text{ ก.} = .1 \text{ คก.} = 1 \text{ ชก.} = 10 \text{ มก.}$$

$$.1 \text{ ก.} = 1 \text{ คก.} = 10 \text{ ชก.} = 100 \text{ มก.}$$

$$1 \text{ ก.} = 10 \text{ คก.} = 100 \text{ ชก.} = 1000 \text{ มก.}$$

$$1 \text{ คก.} = 10 \text{ ก.}$$

$$1 \text{ ชก.} = 10 \text{ คคก.} = 100 \text{ ก.}$$

$$1 \text{ กก.} = 10 \text{ ชก.} = 100 \text{ คคก.} = 1000 \text{ ก.}$$

8. มาตราวัดน้ำหนักมวลสารอังกฤษ

$$16 \text{ แกรม} = 1 \text{ ออนซ์}$$

$$16 \text{ ออนซ์} = 1 \text{ ปอนด์}$$

$$14 \text{ ปอนด์} = 1 \text{ สโตน}$$

$$28 \text{ ปอนด์} = 1 \text{ ควอเตอร์}$$

$$4 \text{ ควอเตอร์} = 1 \text{ ฮันเดรดเวต}$$

$$20 \text{ ฮันเดรดเวต} = 1 \text{ ตัน}$$

$$112 \text{ ปอนด์} = 1 \text{ ฮันเดรดเวต}$$

$$2240 \text{ ปอนด์} = 1 \text{ ตัน}$$

9. มาตราวัดน้ำหนักมวลสารเปรียบเทียบ

$$1 \text{ กรัม} = 15.432 \text{ เกรน}$$

$$1 \text{ กิโลกรัม} = 2\frac{1}{5} \text{ ปอนด์ (ประมาณ)}$$

1 ปอนด์	=	453.59	กรัม
1 ตัน	=	1016.0475	กิโลกรัม
1 กระรัต	=	20	เซนต์กรัม
1 ชั่ง	=	600	กรัม

10. मात्रावृत्तकामजुระบบमेत्रिक

.01 ลิ.= .1 คลิ.= 1 ชลิ.= 10 มลิ.

.1 ลิ.= 1 คลิ.= 10 ชลิ.= 100 มลิ.

1 ลิ.= 10 คลิ.= 100 ชลิ.= 1000 มลิ.

1 คคลิ.= 10 ลิ.

1 ชลิ.= 10 คคลิ.= 100 ลิ.

1 คลิ.= 10 ชลิ.= 100 คคลิ.= 1000 ลิ.

11. मात्रावृत्तकामजुของอังกฤษ

2 ไบน์ต = 1 ควอท

4 ควอท = 1 แกลลอน

2 แกลลอน = 1 เป็ก

4 เป็ก = 1 บุชเชล

12. मात्रावृत्तकामजुเปรียบเทียบ

1 ทะนัน = 1 ลิตร

1 ลัต = 20 ลิตร

1 เกวียน	=	2000 ลิตร
1 ลิตร	=	1.76 ปอนด์
1 แกลลอน	=	4.546 ลิตร

13. मात्रาจำนวนสิ่งของ

12 หน่วย	=	1 โหล
12 โหล	=	1 กรอสส์
20 หน่วย	=	1 กุลี

14. मात्रาจำนวนกระดาษ

24 แผ่น	=	1 ไควร์
20 ไควร์	=	1 รีม
10 รีม	=	1 เบส
1 รีม	=	480 แผ่น

15. จำนวนเลขและมาตราที่มีค่าคงตัว

1 นิ้ว (อังกฤษ)	=	2.54 ซม.
1 แกลลอน	=	0.1604 ลบ. ฟุต
	=	น้ำบริสุทธิ์ 10 ปอนด์
1 น็อต	=	6080 ฟุต ต่อชั่วโมง (ไมล์ทะเล)
1 ไมล์	=	5280 ฟุต
1 ปอนด์	=	453.6 กรัม

ณ

1	กิโลกรัม	=	33,000 ฟุต-ปอนด์ต่อ 1 นาที
1	ลิตร	=	0.22 แกลลอน
1	กิโลกรัม	=	2.20462 ปอนด์
	π	=	3.1416
1	วาเทีย	=	57.3 องศา
	$\sqrt{2}$	=	1.4142
	$\sqrt{3}$	=	1.7321
	$\sqrt{5}$	=	2.2361





บทที่ 1

การบวกลบอย่างประมาณ

เมื่อกล่าวถึงจำนวนเงิน จำนวนอย่างน้อยที่สักคนถือหนึ่งสทางค์
เราไม่รับหรือจ่ายเงินน้อยกว่าหนึ่งสทางค์ ถ้าหากมีเศษก็ใช้วิธีปัดเศษ
คือปัดขึ้นเป็นหนึ่งสทางค์ หรือ ไม่ก็ปัดเศษทิ้ง

เมื่อกล่าวถึงเวลา ตามความเข้าใจสามัญก็พูดกันเป็นชั่วโมงและ
นาที เช่น 3 ชั่วโมง 30 นาที เศษของนาทีเรียกว่าวินาทีนั้น มักไม่ได้
พูดถึง เพราะเรารวบรัดปัดเศษทิ้งไปในตัว แต่ถ้าหากเรามีความประสงค์
จะวัดความเร็วของยานยนต์ การวิ่งแข่ง ฯลฯ เราต้องคิดให้ละเอียด
ถึงวินาทีและเศษของวินาทีด้วย

การวัดความยาวและน้ำหนัก ก็เช่นเดียวกัน ถ้าพูดถึงสิ่งที่ใหญ่
โต หรือทางไกล ๆ ก็นับเป็นกิโลเมตร เราไม่พูดถึงเซนติเมตร น้ำหนัก
ของมวลสารก้อนใหญ่ ๆ หรือมีปริมาณมาก ๆ ก็ชั่งกันเป็นกิโลกรัม,
เฮกโตกรัม เราไม่พะวงถึงมิลลิกรัม เว้นไว้แต่จะชั่งน้ำหนักของทองคำ
หรือเพชรพลอย

เพราะฉะนั้นการชั่งตวงวัดทั้งปวง มักกล่าวประมาณใกล้เคียง
ความเป็นจริงตามความมุ่งหมายของสิ่งของแต่ละประเภท

เช่นพ่อค้าขายมะม่วง 3 ผลต่อราคา 1 บาท ถ้าเราไปซื้อมะม่วง
เพียงผลเดียวตามราคานั้น ก็คงเป็นราคาผลละ 33.333.. สทางค์ ซึ่ง

ประมาณกันว่าราว 33 สิบทางค์ พอดีกับกษัตริย์ชราวละมาก ๆ เป็นธรรมดา
 ฉะนั้นเขาคิดบวกเศษเข้าแล้วจึงจะหักเศษ อย่างไรก็ตามการวัดความยาว
 ที่ละเอียดก็ใช้วัดถึงทศนิยม 6-7 ตำแหน่ง การชั่งสิ่งของก็มีค่ามาก ๆ
 ถึงถึงทศนิยม 8-9 ตำแหน่ง

สมมติว่าเราวัดความยาวของลวดทองเส้นหนึ่งได้ยาว .6349
 เซนติเมตร

เช่นนี้ .6 ซม. เป็นความยาวประมาณ เมื่อคิดทศนิยมใกล้เคียง
 1 ตำแหน่ง

.63 ซม. เป็นความยาวประมาณ เมื่อคิดทศนิยมใกล้เคียง
 2 ตำแหน่ง

.635 ซม. เป็นความยาวประมาณ เมื่อคิดทศนิยมใกล้เคียง
 3 ตำแหน่ง

ถ้าหากลวดทองคำยาวจริง .6349 ซม. และเราคิดเป็น .635 ซม.
 ดังนั้นย่อมจะผิดความจริงไป $.635 - .6349 = .0001$ ซม.

ถ้าเราคิด .634 จะผิดความจริงไป $.6349 - .634 = .0009$ ซม. ซึ่ง
 ไกลจากความจริงข้างเกินไป .0008 ซม.

ดังนั้นการหักเศษจึงถือว่า ถ้าเศษมากกว่าครึ่งหนึ่ง เช่น .6349,
 .6348, .6347, .6346, และ .6345 ให้ประมาณทศนิยมสามตำแหน่งเป็น
 .635 และ .6344, .6343, .6342 และ .6341 ให้ประมาณทศนิยมสาม
 ตำแหน่งเป็น .634 (สำหรับเศษ 5 นั้น, ยังคงมีปัญหาคือ ขอยางแห่ง
 นิยมบอกทั้ง แต่ในการเรียนของเราให้ตัดขึ้น)

การบวกและลบอย่างประมาทของเลขทั้งเก้าสองจำนวนขึ้นไปนั้น
คงทำตามวิธีบวกและลบทศนิยมสามัญ เป็นแต่ทั้งตัวทศนิยมไว้ให้เกิน
กว่าตำแหน่งทศนิยมที่ต้องการไปอีกสองตำแหน่ง สำหรับข้อเคย

การคำนวณเลขเป็นตัวเลขหลังทศนิยมมากและน้อยนั้น มีจุด
ประสงค์ดังนี้.

1. การคิบทศนิยมหลังทศเป็นตัวเลขหลายตัวใช้สำหรับงานใหญ่
เช่นการคิคคำนวณสิ่งต่าง ๆ ในการสร้างสะพาน หรือคิคใหญ่ ๆ

2. การคิบทศนิยมหลังทศเป็นตัวเลขน้อยตัวใช้สำหรับงานเล็ก ๆ
น้อย ๆ หรือธุรกิจประจำวันตามธรรมดา

การคิคคำนวณงานใหญ่ในข้อ 1 นั้น จะเรียนเมื่ออยู่ชั้นอุดม
ศึกษามหาวิทยาลัย ในขณะที่มัธยมศึกษาชั้นเรียนคิคคำนวณตัวเลขหลัง
ทศทศนิยมเพียง 2-3 หรือไม่เกินกว่า 9 ตำแหน่ง

ตัวอย่างที่ 1 จงรวมเลขต่อไปนี้เข้าด้วยกัน คิบทศนิยมเพียง
สองตำแหน่ง .94621, 5.724153, 8.941263, 1.821738

วิธีทำ .9462

5.7242

8.9413

1.8217

17.4334

ตอบ 17.43

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลต่างของเลขสองจำนวนนี้ คณิตศัณนิยม
เพียงสองตำแหน่ง 1.5249, 3.4795

วิธีทำ 3.4795

1.5249

1.9549

ตอบ 1.95

แบบฝึกหัดที่ 1

ข้อ 1-10 สำหรับคิดในใจ

จงตอบประมาณใกล้เคียงจำนวนพัน

1. 5672 2. 7895 3. 85966.9

จงตอบประมาณใกล้เคียงทศนิยมเพียง 2 ตำแหน่ง

4. 35.2132 เซนติเมตร

5. 6.237 กิโลเมตร

6. 24.5678 ลิตร

7. 356.9962 ไร่

8. 2.539954 เซนติเมตร

9. 1093.6330556 หลา

10. 19.8939 ไร่

จกรรวมเข้าด้วยกัน คิดทศนิยมเพียง 2 ตำแหน่ง

11.	2.45284,	3.06721,	5.65432
12.	.98216,	.248,	.75681
13.	6.43258,	5.56789,	4.32109, .39871
14.	4.370956,	5.210562,	15.67301, 18.86483
15.	.94621,	1.821738,	5.724153, 8.941263

จงหาผลต่างของเลขต่อไปนี้ คิดทศนิยมเพียง 2 ตำแหน่ง

16.	.5678	กัย	2.4329
17.	8.6734	กัย	10.9843
18.	3.798412	กัย	5.620181
19.	.3792	กัย	3.8463
20.	15.86294	กัย	9.543281

บทที่ 2

การคูณอย่างประมาณ

การคูณอย่างประมาณ มีวัตถุประสงค์จะให้ทราบ คุณเลขทศนิยม รวบรวม ความความถี่ของการกระจายทศนิยมที่ตำแหน่ง มีดังนี้จะต้อง คุณเลขมากมายโดยไม่จำเป็น

การคูณนั้นควรจะได้คูณประมาณอย่างเคร่ง ๆ หรืออย่างหยาบ ๆ เสียก่อน เพื่จะได้ทราบว่าผลลัพธ์ควรจะใกล้เคียงใด เป็นการช่วยให้ทราบได้ว่า ผลลัพธ์ที่ทำในวิธีเลขคณิตถูกหรือผิดพลาดไปประการใด ถ้าหากนักเขียนได้เอาใจใส่ในเรื่องเช่นนั้น ก็ต่อไปแล้วย่อมจะช่วยให้ทำ เลขคณิต พิชคณิต หรือ วิทยาศาสตร์ ได้ผลเป็นที่พอใจ ก็จะเห็น ได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 รังคูณ 9.4357 กับ 5.25 คัดทศนิยม 2 ตำแหน่ง

วิธีทำ [คูณประมาณอย่างหยาบ 9×5 และ 10×6 ได้ผลลัพธ์ ประมาณ 45 และ 60 ซึ่งผลลัพธ์จะต้องอยู่ในระหว่างนี้]

9.43	57
	5.25
47.17	8
1.88	7
.47	1
46.54	

ตอบ 46.54

อธิบาย:— ก็ถ้าตัวไว้และเอาตัวคุณวางให้ทรงโดยให้ทศนิยม
ตัวคุณก่อนไปกับตัวคงเพื่อคุณลัพท์ได้ทันที และระไว้สะดวกไม่ไขว้เขว
ครั้งแรกเอา 5 คูณกับ 7 ได้ 35 คิดไว้ในใจ เพราะว่าเป็นตำแหน่ง
ทศนิยมตัวที่สี่

เอา 5 คูณ 5 ได้ 25 รวมกับ 3 เป็น 28 ใส่ 8 ไว้นอกทศนิยม
ตำแหน่งที่สอง

เอา 5 คูณกับ 3 ได้ 15 รวมกับ 2 เป็น 17 ใส่ 7

เอา 5 คูณกับ 4 ได้ 20 รวมกับ 1 เป็น 21 ใส่ 1

เอา 5 คูณกับ 9 ได้ 45 รวมกับ 2 เป็น 47 ใส่ 47

ตัวคุณตัวที่สอง คือ 2 คูณกับ 5 ได้ 10 คิดไว้ในใจ เพราะว่าเป็น
ตำแหน่งทศนิยมตัวที่สี่

เอา 2 คูณกับ 3 ได้ 6 รวมกับ 1 เป็น 7 เขียน 7 ลงเป็นทศนิยม
ตัวที่สาม

เอา 2 คูณกับ 4 ได้ 8 เขียน 8 ลงไว้

เอา 2 คูณกับ 9 ได้ 18 เขียน 18 ลงไป มี 1 ย่นออกทศนิยม

ตัวคุณตัวสุดท้ายคูณกับ 3 เป็นตำแหน่งทศนิยมตัวที่สี่ ได้ 15
คิดไว้ในใจ

เอา 5 คูณกับ 4 ได้ 20 รวมกับ 1 เป็น 21 ใส่ 1 เป็นทศนิยม
ตำแหน่งที่สามนอกเส้นขีดคั่น

เขา 5 คูณกับ 9 ได้ 45 รวมกับ 2 เป็น 47 ได้ 47 อยู่ภายใน
ทศนิยม

อนึ่งการคูณในใจ ก็เพื่อไม่ต้อง เขาเลขเขียนลงไปมาก เกินกว่าที่
จำเป็น เราจะคูณแล้วใส่ลงไปทุก ๆ ตัวก็ได้

ตัวอย่างที่ 2 ผ่าชนิกหนึ่งราคาเมตรละ 4.75 บาท ถ้าซื้อผืน
2.25 เมตร จะสิ้นเงินเท่าไร

วิธีทำ (คูณประมาณอย่างหยาบ 4×2 บาท = 8 บาท และ
 5×3 บาท = 15 บาท ซึ่งผลลัพธ์ก็อยู่ระหว่างนี้)



$$\begin{array}{r}
 4.75 \text{ บาท} \\
 2.25 \\
 \hline
 9.50 \\
 .95 \\
 \hline
 .24 \\
 \hline
 10.69 \text{ บาท}
 \end{array}$$

ตอบ 10.69 บาท

วิธีนี้คล้ายกับวิธีลัดและทำเป็นวิธีลัดก็ได้ การตั้งตัวเลขให้ตรง
กันก็เช่นวิธีธรรมดา และการคูณในใจเป็นสิ่งที่ต้องทำเสมอในวิธี
เลขคณิต

หรือจะตั้งลงไว้มงกได

4.75 บาท

2.25	
9.50	
.95	
.23	75

10.69 บาท

ตัวอย่างที่ 3 จงคูณ 56.876 ด้วย .00144 คิภทศนิยมเพียง 4
ตำแหน่ง

วิธีทำ [คูณอย่างประมาณ $50 \times .001$ และ $60 \times .002$ ได้ .05
และ .12 ผลลัพธ์จะต้องอยู่ในระหว่างนี้]

56.876	
.0	0144
.0568	76
.0227	50
.0022	75
.0819	

ตอบ .0819

หรือจะทำวนก็ได้

$$56.876 \times .00144$$

$$= .56876 \times .144$$

.5687	6
.0568	8
.0227	5
.0022	7
.0819	

ตอบ .0819

อธิบาย เอา 100 หาร 56.876 และเอา 100 คูณ .00144 เพื่อขจัด
ความสงสัยในเลข 0 หรือเพื่อให้สะดวกในการคูณ และวางเรียงทศนิยม
ตัวคูณดังที่เห็น ก็เพื่อให้คูณในใจ และทดในใจ โดยไม่ต้องเขียนและ
คิดเลขมากไปกว่าจำเป็น ดังกล่าวแล้วในคำอธิบายตอนต้น

แบบฝึกหัดที่ 2

จงคูณเลขเหล่านี้เข้าด้วยกัน คิดทศนิยม 4 ตำแหน่ง

1. $.0423 \times 31,$ 0.0000625×28
2. $0.013 \times 13,$ 0.07895×144
3. $.001435 \times 7020,$ 1.73205×410
4. $65.75 \times 1201,$ 30.045×1240

5. $3.0759 \times 2007,$ 6.3075×12006
6. $11.82075 \times .003961$
7. $13.7305 \times .006507$
8. $3.40604 \times .0435075$
9. $5.61023 \times .597001$
10. $.0243 \times 12.768 \times 3.1295$

โจทย์ต่อไปนี้ ให้ประมาณอย่างหยาบไว้ด้วย และตอบทศนิยม
๒ ตำแหน่ง

11. งบหาราคาของ 97.5 ถึง ราคาสิงห์ 22.80 บาท
12. ถ้าน้ำทะเล 1 ลิตร มีเกลือ 10.345 กรัม น้ำทะเล 4.78 ลิตร จะมี
เกลือเท่าไร
13. ถ้าใช้สังกะสีเม็ด 32.4523 กรัม ปั่นกับกรดกำมะถัน จะได้ไฮโดรเจน
1 กรัม ต้องการไฮโดรเจน 4.65 กรัม จะต้องใช้สังกะสีเม็ดเท่าไร
14. ความถดถอยของยรรยงอากาศเท่ากับ 14.75 ปอนด์ ต่อพื้นที่หนึ่งตาราง
นิ้ว อยากทราบว่าบนพื้นที่ 10.35 ตารางนิ้ว จะมีความถดถอยเท่าไร
15. เมื่อผ่านกระแสไฟฟ้าไปในน้ำยาเกลือเงินในเทรท จะได้เงิน .001118
กรัมใน 1 วินาที อยากทราบว่าในเวลา 15 นาที จะได้เงินหนัก
เท่าไร (ทศนิยม 4 ตำแหน่ง)

16. ความกดของบรรยากาศเท่ากับ 1072.73 กรัม ต่อพื้นที่ 1 ตารางเซนติเมตร หมายความว่าบนพื้นที่ 25.73 ตารางเซนติเมตร จะมีความกดเท่าไร
17. ผลคูณของเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมกับ 3.14 เท่ากับเส้นรอบวงของวงกลมนั้น จงหาเส้นรอบวงของวงกลมซึ่งมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางดังนี้:— 4.78 นิ้ว, $.027$ เซ็น, และ 1.53 เมตร
18. จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากตามกำหนดต่อไปนี้:—
 (ก) ยาว 2.75 นิ้ว, กว้าง 1.25 นิ้ว
 (ข) ยาว 8.5 ฟุต, กว้าง 3.74 ฟุต
 (ค) ยาว 4.72 เมตร, กว้าง $.55$ เมตร
19. จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้านยาวกันละ 2.172 เมตร
20. สูตรสำหรับหาปริมาตรของทรงกระบอก คือ $\pi r^2 h$.
 ร. คือรัศมี, ส. คือส่วนสูง
 จงหาปริมาตรของทรงกระบอกตามกำหนดต่อไปนี้
 (ก) รัศมี 1.1 นิ้ว, ส่วนสูง 3.1 นิ้ว
 (ข) รัศมี 2.5 เซนติเมตร, ส่วนสูง 1 เซนติเมตร
 (ค) รัศมี 1 เมตร, ส่วนสูง 3.7 เมตร
 กำหนดให้ $\pi = 3.14$



บทที่ 3

การหารอย่างประมาณ

การคูณอย่างประมาณ มีวัฏประสงค์จะให้ได้ผลลัพธ์รวบรัด และใกล้เคียงตำแหน่งทศนิยมที่ต้องการ และการหารอย่างประมาณ ก็มีวัฏประสงค์เช่นเดียวกัน มีฉะนั้นจะหาคำหารเลขมากมายค่อยๆ ไปโดยไม่จำเป็น

ตัวอย่างที่ 1 หาร 71.8253 ด้วย 6.25 คือกทศนิยม 4 ตำแหน่ง

วิธีทำ เพื่อให้การหารได้ผลลัพธ์ถูกต้อง ให้ทำตัวหารเป็น

จำนวนเต็มทั้งหมด หรือบางส่วน

เอา 1000 คูณทั้งตัวตั้งและตัวหารเพชให้ตัวหารเป็นจำนวนเต็ม

จะไม่ทำให้ค่าเปลี่ยนแปลง แล้วดำเนินการหารต่อไป

114.92048

625) 71825.3

625

932

625

3075

2500

5753

5625

1280

1250

3000

2500

5000

5000ตอบ 114.9205

ตัวอย่างที่ 2 หากร.36 ด้วย 11.25

วิธีทำ คูณตัวตั้งและตัวหารด้วย 100

.032

1125) 36.00

3375

2250

2250ตอบ .032

หรือจะเอา 10 หารตัวตั้งและตัวหาร แล้วหารต่อไปก็ได้

.032

1.125) .036000

3375

2250

2250ตอบ .032

ตัวอย่างที่ 3 ซื้อหัวหอมแห้งมา 4.7 กิโลกรัม เป็นเงิน 3.82 บาท
 อยากทราบว่าหัวหอม 1 กิโลกรัมราคาเท่าไร

วิธีทำ

$$\begin{array}{l} 4.7 \text{ กก. ราคา } 3.82 \text{ บาท} \\ \therefore 1 \text{ กก. ราคา } \frac{3.82}{4.7} \text{ บาท} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .81 \\ 47 \overline{) 38.2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 376 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \hline \end{array}$$

ตอบ 81 สตางค์

หมายเหตุ ผลลัพธ์ได้ .81 แล้วยังมีเศษอีก 13 เขา 47 ทหารต่อไป
 ไป ได้ไม่ถึง 5 จึงมีค่าทหารต่อไป ค่อยๆ เศษทั้ง

แบบฝึกหัดที่ 3

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ :

1. $.475 \div .02$; $6.83 \div .004$

2. $42.3 \div .05$; $0.07 \div .7$

3. $.28035 \div 0.7$; $.0007215 \div .00007$

4. $35.2 \div 3.52$; $41.5 \div 1.8$

5. $748 \div 4.4$; $3.6888 \div 0.24$

จงหารเลขต่อไปนี้, คัดทศนิยมเพียง 2 ตำแหน่ง

6. $53.829764 \div 2.56$

7. $35.827964 \div 6.52$

8. $3.14159265 \div 1.4146$

9. $4.41512956 \div 1.1464$

10. $2.4494897 \div 1.4142135$

11. ถ้าชายผู้หนึ่งเดินทางไกล 42.7 กิโลเมตรในเวลา 14 ชั่วโมง ขยาก
ทราบว่าใน 1 ชั่วโมง เขาเดินไปได้ไกลเท่าไร

12. ถ้าเขาแพร่ 4.5 เมตรไปแลกข้าวสารได้ 36 ลิตร แพร 1 เมตร
จะแลกข้าวได้กี่ลิตร

13. ถ้าน้ำ 0.01 ลิตรหนัก 10 กรัม น้ำ 1 ลิตรจะหนักเท่าไร

14. พนทของสี่เหลี่ยมมีมุมฉากเท่ากับ 4.75 ตารางเซนติเมตร กว้าง .5
เซนติเมตร จงหาด้านยาว

15. แฉกแผ่นหนึ่งมีมาตราส่วน 2.003 เมตร เท่ากับระยะทางจริง
64.096 เมตร ถ้าวัดบนแผนที่ 1 เมตร จะเป็นระยะทางจริงเท่าไร

16. ถ้าคิดยี่หนึ่งเท่ากับ 365.25 วัน จะผลิตความจริงไป .007782 วัน
ขยากทราบว่าสักกี่ปีจึงจะผลิตความจริงไป 1 วันพอดี

17. ถ้า 8 เมตรเท่ากับ $315 \frac{1}{2}$ นิ้ว ชยาก็ทราบว่า 1 เมตรจะเป็นทศนิยมเท่าไรของหลา
18. ถ้ากรรมกร 13 คนซ่อมถนนสายหนึ่งได้ 457.3 เมตร กรรมกรคนเดียวจะซ่อมถนนได้ไกลเท่าไร
19. กำหนดให้ 1 เมตรเท่ากับ $39.370113 \frac{1}{2}$ นิ้ว ถ้าระยะทางจากขั้วโลกเหนือถึงขั้วโลกใต้อยู่ยาว 10 ล้านเมตร จงคำนวณระยะนี้เป็นไมล์ (คิดทศนิยมเพียงตำแหน่งเดียว)
20. ถ้าน้ำ 1 ลูกบาศก์ฟุตหนัก 1000 ออนซ์ จงแสดงให้เห็นว่าน้ำ 1.331 ลูกบาศก์หลาหนักประมาณ 1 ตัน
(16 ออนซ์ = 1 ปอนด์, 2240 ปอนด์ = 1 ตัน)



เชิงประกอบและของผสม

เชิงประกอบ คืออัตราค่าต่าง ๆ ทั้งแต่ละสองอัตราขึ้นไป มาประกอบกัน โดยมีสัดส่วนที่แน่นอนจนคงตัวเสมอ เช่น กรด, เกลือ, ค่า, ยาฆ่าแมลงโรค เป็นต้น อัตราส่วนกันนี้เรียกว่าสารประกอบ

ของผสม คืออัตราหรือสารทั้งแต่ละสองอย่างขึ้นไป ผสมกันตามสัดส่วนที่ต้องการ เช่น การผสมใบชา, ยาสูบ, น้ำตาล, ข้าวสาร, สุราและอื่น ๆ

ตามที่ได้อธิบายมาแล้ว ในเรื่องกำไรและขาดทุน พ่อค้าย่อมต้องการกำไรมาก ๆ และวิธีที่จะทำให้กำไรมาก ๆ ก็ต้องมีวิธีปรับปรุงสิ่งของและโอกาสทำให้มีคุณภาพปานกลาง ราคาถูก จะได้เป็นที่พอใจทุกฝ่าย เช่น การปนข้าวสารให้เป็นข้าว 10%, 15%, 30%, การผสมสุรา, น้ำตาล, น้ำเชื่อม ตลอดจนการผสมโลหะ เพื่อทำโลหะเจือ

วัตถุประสงค์ที่ ๑ ทำให้สิ่งของและโอกาสที่มีราคาไม่แพง มีผู้ซื้อ และพ่อค้าได้กำไรมากขึ้นกว่าธรรมดา วิธีคิดใช้วิธีแบ่งส่วนเฉลี่ยและหารย่อย ก็จะเห็นได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ถ่านหนัก 5 ถังราคาถังละ 1.20 บาท ปนกับถ่านอื่น 3 ถังราคาถังละ 1.60 บาท แล้วขายไปถังละ 1.50 บาท ดังนั้นจะได้กำไรร้อยละเท่าไร

วิธีทำ

ราคาด่านเหล็ก 5 ถัง เป็นเงิน $1.20 \times 5 = 6.00$ บาท

ราคาด่านอื่น 3 ถัง เป็นเงิน $1.60 \times 3 = 4.80$,,

รวมด่าน 8 ถัง เป็นเงิน 10.80 ,,

ด่าน 1 ถัง เป็นเงิน $10.80 \div 8 = 1.35$,,

$\therefore$ กำไรถ้าไรถึงละ $1.50 - 1.35 = .15$,,

$\therefore$ กำไรคิดเป็นร้อยละ $\frac{15}{135} \times 100 = 11 \frac{1}{9}$,,

ตอบ $11 \frac{1}{9}\%$

ตัวอย่างที่ 2 ชีสสุรามา 40 ลิตร ราคาลิตรละ 66 บาท ชอยาก
ทราบว่าหากซื้อเพิ่มน้ำลงไปที่ใด ราคากันทุนจึงจะเท่ากับลิตรละ
60 บาท

วิธีทำ

ราคาสุรา 40 ลิตร เป็นเงิน 40×66 บาท

$\therefore$ ต้องขายสุรา $\frac{40 \times 66}{60}$ ลิตร = 44 ลิตร

เหล้าเดิมมีอยู่ 40 ลิตร

$\therefore$ ต้องเติมน้ำ $44 - 40 = 4$ ลิตร

ตอบ 4 ลิตร

ตัวอย่างที่ 3 พ่อค้าซื้อใบชามาสองชนิด ชนิดแรกราคา
กิโลกรัมละ 32 บาท ชนิดที่สองราคา กิโลกรัมละ 18 บาท เมื่อผสม
กันทั้งสองชนิดแล้วขายไป กิโลกรัมละ 30 บาท จะได้กำไร 25 % จงหา
อัตราส่วนของการผสม

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ทุนใบชาที่ผสมแล้ว ราคา กิโลกรัมละ} & 30 \times \frac{100}{125} \text{ บาท} \\ & = 24 \quad \text{,,} \end{aligned}$$

$$\text{ถ้าขายใบชาชนิดแรก 1 กก. ขายทุน} \quad 8 \quad \text{,,}$$

$$\text{ถ้าขายใบชาชนิดหลัง 1 กก. กำไร} \quad 6 \quad \text{,,}$$

(หา ค.ร.น. ของ 8 กับ 6 ได้ 24 จะพิจารณาว่าขายชนิดไหน
เท่าไรจึงจะขายทุนและได้กำไรเป็น 24 เหมือนกัน)

$$\therefore \text{ถ้าขายใบชาชนิดแรก 3 กก. ขายทุน} \quad 24 \quad \text{บาท}$$

$$\text{ถ้าขายใบชาชนิดหลัง 4 กก. กำไร} \quad 24 \quad \text{,,}$$

$$\therefore \text{อัตราส่วนใบชาชนิดแรก : ใบชาชนิดหลัง} = 3 : 4$$

ตอบ 3 : 4

ตัวอย่างที่ 4 พ่อค้าซื้อใบชาสามชนิด ราคา กิโลกรัมละ 24 บาท
30 บาท และ 36 บาท ตามลำดับ จะต้องผสมกันในอัตราส่วนอย่างไร
ราคากันทุนจึงจะเท่ากับ 28 บาท

วิธีทำ

ผสมใบชาชนิดแรก 1 กก. ก๋ำไร 4 บาท

ผสมใบชาชนิดที่สอง 1 กก. ชาคทุน 2 ..

.. .. สาม 1 กก. ชาคทุน 8 ..

ถ้าจะผสมให้ได้ทุน กก. ละ 28 บาท จะต้องผสม

อย่างแรก 3 กก. ก๋ำไร 12 บาท

อย่างที่สอง 2 กก. ชาคทุน 4 ..
 อย่างที่สาม 1 กก. ชาคทุน 8 ..

} = 12 บาท

ตอบ 3 : 2 : 1

การผสม อาจจะต้องดูสัดส่วนอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกันพอ

ชาชนิด 24 บาท	3	4	5	5	6
.. 30 ..	2	4	6	2	8
.. 36 ..	1	1	1	2	1

หมายเหตุ การผสมนั้นในการฝึกเลขให้เด็กเขาอัตราส่วนอย่าง
ทำเป็นเกณฑ์ แต่การผสมจริง ๆ ต้องพิจารณาเอาตามที่เห็นสมควร

ตัวอย่างที่ 5 พ่อค้าชื่อนมวิศตมาแกลดลอนละ 11 เยนนี้ เขาน้ำ
ปนลงไปแล้วขายคพอทละ $3\frac{1}{2}$ เยนนี้ ได้กำไรร้อยละ 50 อยากทราบว่า
พ่อค้าเขาน้ำปนลงไปเป็นอัตราส่วนเท่าไร

วิธีทำ

ขายนมคววทละ $2\frac{1}{2}$ เปนนี = แกลลอนละ 14 เปนนี

เขาขายนม 100 เปนนีของนมผสมแล้วได้กำไร 50 ,,

∴ ราคาขาย 150 เปนนี เป็นทุน 100 ,,

∴ ,, 14 ,, ,, $\frac{100 \times 14}{150}$,,
 $= \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$,,

แต่นมสก 11 เปนนี เป็นราคาของนม 1 แกลลอน

∴ ,, $9\frac{1}{3}$,, ,, ,, $\frac{9\frac{1}{3}}{11} = \frac{28}{33}$,,

นั่นคือนมสก $\frac{28}{33}$ แกลลอนปนน้ำลงไป $\frac{5}{33}$ แกลลอน

อัตราส่วนของน้ำ : นม = 5 : 28

ตอบ 5 : 28

แบบฝึกหัดที่ 4

1. น้ำตาลทรายขี้ละ 2.10 บาทรวม 5 ขี้ละ ผสมกับน้ำตาลทรายขี้ละ 3 บาทรวม 4 ขี้ละ เมื่อผสมกันแล้วจะเป็นราคาน้ำตาลขี้ละเท่าไร
2. ข้าวสาร 10 ลิตรราคาลิตรละ 1.30 บาท ผสมกับข้าวสาร 15 ลิตรราคาลิตรละ 80 สตางค์ จะเป็นราคาข้าวสารลิตรละเท่าไร

3. สุราชนิกหนึ่งราคาลิตรละ 23 บาท ผสมกับสุราอีกชนิดหนึ่งราคา
ลิตรละ 25 บาท เขาอย่างละลิตรผสมกัน แล้วเขานำไปล่าซึ่งไม่
ต้องซื้ออีกหนึ่งลิตรผสมลงไป ขยาดทราบว่าจะเป็นราคาสุราลิตร
ละเท่าไร
4. น้ำปลาสดชนิด ราคาลิตรละ 10 บาท, 8 บาท, 6 บาท, 4 บาท เขา
ผสมกันในอัตราส่วน 1, 2, 3, 4 ส่วน แล้วขายไปเอากำไร 25%
จะต้องขายน้ำปลาผสมลิตรละเท่าไร
5. ถ่านแท่ง 25 ถัง ๆ ละ 1.50 บาท ผสมกับถ่านก้อน 20 ถัง ๆ ละ
1.90 บาท แล้วขายไปดังละ 1.80 บาท ขยาดทราบว่าจะได้กำไร
ทั้งสิ้นเท่าไร
6. จะต้องเอาใบชาชนิดซึ่งละ 3 บาท และซึ่งละ 2.50 บาทผสมเป็น
สักส่วนเท่าไร จึงจะมีราคาเป็นซึ่งละ 2.60 บาท
7. น้ำตาลทรายสองชนิด ชนิดแรกราคาซึ่งละ 2.75 บาท ชนิดที่สอง
ราคาซึ่งละ 2 บาท จะต้องผสมกันในอัตราอย่างไร ราคาน้ำตาลจึง
จะเป็นซึ่งละ 2.50 บาท
8. กาแฟเม็ดสามชนิดราคาภิโลกรัมละ 14 บาท, 12 บาท และ 10 บาท
ตามลำดับ เขามาผสมกันในอัตราส่วนอย่างไร ราคากาแฟผสมจะ
เป็นภิโลกรัมละ 13 บาท
9. น้ำตาลทราย 3 ชนิด ราคาภิโลกรัมละ 3 บาท 25 สตางค์, 3 บาท

และ 2 บาท 50 สตางค์ ตามลำดับ จะต้องหาผลสมกันในอัตราส่วน
อย่างไร ราคาหน้าตลาดจึงจะเป็นกติโลกรัมละ 2 บาท 75 สตางค์

10. สุรา 40 ลิตรราคาดลิตรละ 30 บาท เอน้ำเติมลงไป แล้วขายลิตร
ละ 26 บาท ซึ่งได้กำไร 30% อยากทราบว่าเติมน้ำลงไปกี่ลิตร
11. กาแฟสามชนิด ราคาปอนด์ละ 1 ชิลลิง 2 เพนนี, 1 ชิลลิง และ 10
เพนนี ตามลำดับ เมื่อผสมกันแล้ว ให้ได้ราคาปอนด์ละ 1 ชิลลิง
1 เพนนี จะต้องผสมกันในอัตราส่วนอย่างไร
12. สุราสามชนิดราคาดลิตรละ 43 บาท, 32 บาทและ 30 บาท ^Aเมื่อผสม
กันเข้าแล้ว ขายไปลิตรละ 42 บาท ซึ่งได้กำไร 20% ดังนั้นจะต้อง
ผสมกันในอัตราส่วนอย่างไร
13. ยาสูบชนิดหนึ่งราคาปอนด์ละ 5 ชิลลิง 3 เพนนี จะต้องเอาที่ปอนด์
ผสมกับยาสูบหนัก 4 ปอนด์ราคาปอนด์ละ 6 ชิลลิง 6 เพนนี ซึ่งเอา
ขายไปปอนด์ละ 7 ชิลลิง 10 เพนนี แล้วคงได้กำไร $32\frac{1}{3}\%$
14. น้ำตาลทราย 3 ชนิดราคาปอนด์ละ 2.75 บาท 2.25 บาทและ 1.75 บาท
จะต้องผสมกันในอัตราส่วนอย่างไร เมื่อขายไปปอนด์ละ 2.25 บาท
จะได้กำไร $12\frac{1}{2}\%$
15. สังกะสีราคาภิโลกรัมละ 17.70 บาท ทองแดงราคาภิโลกรัมละ
73.75 บาท จะต้องหาผลสมกันในอัตราส่วนอย่างไร ราคาโลหะเจือ
จึงจะเป็นกติโลกรัมละ 23.60 บาท

16. พ่อค้าซื้อนมวัวสดมาถนอมถนอม 11½ เปนนี เมื่อเติมน้ำลงไป ขาย
ขวดละ 5 เปนนี ซึ่งเขามีกำไร 100% ทั้งนี้ พ่อค้าเติมน้ำลงไป
เป็นอัตราส่วนเท่าไร
17. สุราชนิดหนึ่งราคาลิตรละ 35½ บาท เขาผสมกับสุราอีกชนิดหนึ่ง
ในอัตราส่วน 4 : 11 เมื่อผสมแล้วคงเป็นราคาลิตรละ 28 บาท
อยากทราบว่าสุราชนิดที่สองราคาลิตรละเท่าไร
18. สุราสองชนิดราคาลิตรละ 32 บาทและ 24 บาท เมื่อผสมกันแล้วจะ
เป็นราคาลิตรละ 27.50 บาท อยากทราบว่าจะต้องผสมกันในอัตรา
ส่วนเท่าไร
19. เจ้าของร้านขายเครื่องดื่มชนิดนมสดมา ราคาถนอมถนอม 1 ซิลลิง 1
เปนนี เขาเอาน้ำเติมลงไป แล้วขายถนอมถนอม 1 ซิลลิง 4 เปนนี
ซึ่งมีกำไร 40% เขาเอาน้ำเติมลงไปเป็นอัตราส่วนเท่าไร
20. จะซื้อเตาอบราคา 13 ซิลลิงกับ 4 ปอนด์ ผสมกับเตาอบที่มี
อยู่ 4 ปอนด์ ราคา 15 ซิลลิง 6 เปนนี แล้วขายไป 16 ซิลลิง
จะได้กำไร 16⅔%
21. สุราโรงราคาลิตรละ 5 บาท เมื่อเอาน้ำเปล่าเติมลงไป 1 ลิตร ขาย
ลิตรละ 4 บาท 50 สตางค์ ก็ยังคงมีกำไร 20% อยากทราบว่า
น้ำผสมอยู่เป็นอัตราส่วนเท่าไร

22. ซื้อถ่านหิน 8 ตัน ราคาตันละ 1 ปอนด์ 5 ชิลลิง ถ้วยถ่านหินอีกชนิดหนึ่ง 20 ตัน ราคาตันละ 1 ปอนด์ เมื่อปนกันแล้วขายไปตันละ 1 ปอนด์ 4 ชิลลิง จะได้กำไรร้อยละเท่าไร
23. สุรา 40 ลิตร ๆ ละ 30 บาท ผสมกับน้ำเปล่า แล้วขายไปลิตรละ 25 บาท ก็พอก็คูมทุนที่ซื้อมา อยากทราบว่าเทิมน้ำลงไปกี่ลิตร
24. สุรา 80 ลิตร ราคาลิตรละ 37 บาท 50 สตางค์ ผสมกับน้ำเปล่าแล้วขายไปลิตรละ 30 บาท ปรากฏว่าได้กำไร 10% อยากทราบว่าเทิมน้ำลงไปเท่าไร
25. พ่อค้าซื้อใบชามา 100 ซึ่งราคาซึ่งละ 3 บาท 40 สตางค์ ใบชาเขียวน้ำทั้งทั้งไป 15 ซึ่ง เขาจะกึ่งขายใบชาที่เหลือไปซึ่งละเท่าไร จึงจะได้กำไรร้อยละ 15 ของทุนเดิม
26. แม่ค้าซื้อมะม่วงมาสองชนิดเป็นจำนวนเท่ากัน ชนิดหนึ่ง 3 ผลต่อ 1 บาท อีกชนิดหนึ่ง 2 ผลต่อ 1 บาท เมื่อเขาเคละกันแล้ว ขายไป เขาได้กำไร 20% ดังนั้นเขาจะกึ่งขายมะม่วงไปผลละเท่าไร
27. พ่อค้าผู้หนึ่งเอาสุราพิเศษ 70 ลิตร ราคาลิตรละ 17 บาท ผสมกับสุราธรรมดา 130 ลิตร ราคาลิตรละ 12 บาท แล้วขายไปลิตรละ 16 บาท 50 สตางค์ เขาได้กำไรกี่เป็นร้อยละเท่าไร
28. รากไม้ชนิดหนึ่งราคาซึ่งละ 0.30 บาท เขามาผสมกับกาแฟซึ่งละ 2.40 บาท ตามอัตราส่วน 4 : 17 แล้วขายไปซึ่งละ 2.50 บาท ดังนั้นจะได้กำไรร้อยละเท่าไร

29. เขาสุราสามชนิดราคาลิตรละ 6 บาท; 8 บาท และ 10.50 บาท มาผสมกันแล้วจะเป็นราคาทุนลิตรละ 9 บาท จะต้องผสมเป็นอัตราส่วนอย่างไร
30. พ่อค้าสั่งสุราเขียงขุนไหหนึ่ง 24 ลิตรราคาลิตรละ 35 บาท เมื่อถึงที่วิ่งไปเสีย $\frac{1}{8}$ แล้วเขาออกขายลิตรละ 45 บาท ดังนั้นพ่อค้าจะได้กำไรหรือขาดทุนร้อยละเท่าไร
31. น้ำตาลทรายสามชนิดราคา กิโลกรัมละ 3 บาท, 3.20 บาท, 4.20 บาท ตามลำดับ จะต้องเอามาผสมกันในอัตราส่วนอย่างไร น้ำตาลจึงจะมีราคา กิโลกรัมละ 3.80 บาท
32. ทองคำ 7 ส่วน, เงิน 8 ส่วนผสมกันเป็นโลหะเจือหนัก 240 กรัม ถ้าทองคำราคากรัมละ 30 บาท และเงินราคากรัมละ 50 สตางค์ อยากทราบว่าโลหะเจือทั้งหมดราคาเท่าไร
33. ทองคำราคากรัมละ 29.70 บาท และเงินราคากรัมละ 50 สตางค์ ทำเป็นโลหะเจือ แล้วขายในราคากรัมละ 28 บาท ซึ่งได้กำไร 25% อยากทราบว่าโลหะเจือมีอัตราส่วนอย่างไร
34. เหล้าองุ่น 150 แกลลอน มีเหล้าแท้ ๆ อยู่ 65% นอกนั้นเป็นน้ำ จะต้องเอาเหล้าแท้ ๆ เติมลงไปเท่าไร อัตราส่วนความแรงของเหล้าองุ่นจึงจะถึง 85%

35. พ่อค้าขายใบชา มีใบชาสองชนิด ราคาปอนด์ละ 1 ชิลลิง 6 เป็นนี้ และ 1 ชิลลิง 8 เป็นนี้ เขาจะต้องผสมกันในอัตราส่วนอย่างไร จึงจะได้ราคาปอนด์ละ 2 ชิลลิง และได้กำไร $27\frac{3}{11}\%$
36. สุราลิตรละ 58 บาท กับลิตรละ 70 บาท เขามาผสมกัน 12 ลิตร ขาย ลิตรละ 65 บาท จะขาดทุน $2\frac{1}{2}\%$ ขบากทราบว่าเขาสูรามาสผสมกัน อย่างละกี่ลิตร
37. สุราสามชนิด ๆ ที่หนึ่ง 10 ลิตร ราคา ลิตรละ 96 บาท ชนิดที่สอง 15 ลิตร ราคา ลิตรละ 36 บาท ชนิดที่สาม 18 ลิตร ราคา ลิตรละ 46 บาท พ่อค้าต้องการกำไรทั้งหมด 338 บาท จะต้องขายไปราคา ลิตรละ เท่าไร
38. โลหะเจือมีโลหะสามชนิด คือทองแดง, สังกะสี และดีบุก ผสมกัน โดยอัตราส่วน 45 : 35 : 20 ถ้าราคาทองแดงกิโลกรัมละ 18 บาท, สังกะสีกิโลกรัมละ 12 บาท, ดีบุกกิโลกรัมละ 23 บาท ขบากทราบว่าโลหะเจือหนัก 10 กิโลกรัมราคาเท่าไร
39. โลหะเจือมีทองคำและเงินผสมกันในอัตราส่วน 3 : 1 ทองคำมีความบริสุทธิ์ร้อยละ 95 และเงินมีความบริสุทธิ์ร้อยละ 85 ขบากทราบว่า มีราคาขึ้นปนอยู่ร้อยละเท่าไร

40. โลหะเจือสามชนิด ชนิดแรกทอง 22 กระจักหนัก 10 ชอนซ์ ชนิดที่สอง 18 กระจักหนัก 18 ชอนซ์ ชนิดที่สาม 9 กระจักหนัก 15 ชอนซ์ และเอาโลหะเหลวไม่มีราคามาปนอีก 3 ชอนซ์ ดังนั้นทองคำผสมแล้วจะเป็นทองคำกักระวัด

(ทองคำ 18 กระจัก หมายความว่าโลหะเจือ มีทองคำบริสุทธิ์ 18 ส่วน ใน 24 ส่วน)



บทที่ 5 เกณท์ล้วน

ปัญหาที่เกี่ยวข้องกัน งาน ซึ่งระยะเวลาหนึ่ง ๆ จะเป็นงานของคน
สัตว์ หรือเครื่องกล, เครื่องผ่อนแรงต่าง ๆ เราอาจเปรียบเทียบว่าใน
หน่วยระยะเวลาจะเป็น 1 วินาที, 1 นาที, 1 ชั่วโมง หรือ 1 วัน ดังนั้น
สามารถทำงานได้ปริมาณเท่าไร เมื่อเทียบส่วนได้ถูกต้องแล้ว ก็สามารถ
ทราบต่อไปได้ว่า การรวมพลังงานก็ การแยกพลังงานก็ จะใช้
เวลามากน้อยเพียงใด จะเห็นได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ก. ทำงานอย่างหนึ่ง 12 วันแล้ว เมื่อให้เด็กชาย
ข. ทำงานนั้น 6 วันแล้ว ถ้าให้ ก.ข. ช่วยกันทำงานนั้น ก็วันจึงแล้ว

วิธีทำ

ในเวลา 1 วัน ก. ทำงานเสร็จไป $\frac{1}{12}$ ของงาน

„ 1 „ ข. „ „ $\frac{1}{6}$ „

∴ ก.ข. ช่วยกันทำใน 1 วัน ได้งาน $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1+2}{12} = \frac{3}{12}$ „

„ „ $\frac{12}{3}$ วัน ได้งาน 1 ของงาน

นั่นคือ ก.ข. ทำงานเสร็จใน $\frac{12}{3}$ วัน = 4 วัน

ตอบ 4 วัน

หมายเหตุ การทำโจทย์ชนิดนี้ ต้องเทียบพลังงานของผู้ทำแต่ละคนลงมา เป็นหน่วยอย่างเดียวกัน (1 วันหรือชั่วโมง ฯลฯ) แล้วจึงรวมหรือแยกกำลังต่อไป

ตัวอย่างที่ 2 ถังน้ำใบหนึ่งมีท่อน้ำไหลลงถึงสองท่อ และมีท่อสำหรับไขน้ำออกหนึ่งท่อ เมื่อถึงว่างเปล่าเปิดท่อแรกน้ำจะไหลลงเต็มถึงในเวลา 10 นาที และเปิดท่อที่สองตามลำพัง น้ำจะไหลลงเต็มถึงในเวลา 12 นาที เมื่อน้ำเต็มถึง เปิดท่อที่สาม น้ำจะไหลออกหมดถึงในเวลา 8 นาที ขณะถึงว่างอยู่ถ้าเปิดท่อทั้งสามพร้อม ๆ กัน นานเท่าไรน้ำจึงจะเต็มถึงและเมื่อน้ำเต็มถึงเปิดท่อแรกเสีย นานเท่าไรน้ำจึงจะหมดถึง

วิธีทำ

เปิดท่อแรก 10 นาที น้ำไหลลง 1 ถึง

“ 1 “ “ $\frac{1}{10}$ “

เปิดท่อที่สอง 12 นาที น้ำไหลลง 1 “

“ 1 “ “ $\frac{1}{12}$ “

เปิดท่อที่สาม 8 นาที น้ำไหลออก 1 “

“ 1 “ “ $\frac{1}{8}$ “

∴ เมื่อเปิดท่อทั้งสามพร้อม ๆ กันน้ำจะลงถึง

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{8} \text{ ของถังใน } 1 \text{ นาที}$$

$$= \frac{12+10-15}{120} \quad “ \quad “$$

$$= \frac{7}{120} \quad “ \quad “$$

$$\therefore \text{ถ้าจะให้ น้ำเต็มถึงต้องเปิดท่อทั้งสาม } 1 \div \frac{7}{120} \text{ นาที}$$

$$= 17 \frac{1}{7} \text{ ,,}$$

$$\text{ท่อที่สองน้ำไหลเข้า } \frac{1}{12} \text{ ของถัง ใน 1 ,,}$$

$$\text{ท่อที่สามน้ำไหลออก } \frac{1}{8} \text{ ,, ,, 1 ,,}$$

$$\therefore \text{ในหนึ่งนาท้น้ำไหลออก } \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24} \text{ ,,}$$

$$\text{น้ำไหลออก } \frac{1}{24} \text{ ถึง ในเวลา 1 นาที}$$

$$\therefore \text{ ,, 1 ,, ,, } \frac{24}{1} \times 1 \text{ ,,}$$

$$= 24 \text{ ,,}$$

$$\text{ตอบ } \left\{ \begin{array}{l} \text{น้ำจะไหลลงเต็มถึงในเวลา } 17 \frac{1}{7} \text{ นาที} \\ \text{น้ำจะไหลออกหมดถึงในเวลา } 24 \text{ ,,} \end{array} \right.$$

ตัวอย่างที่ 3 ก.ข. ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 6 วัน, ข.ค. ช่วยกันทำงานนั้นแล้วใน 10 วัน, ก.ค. ทำงานนั้นข้างจะแล้วใน $7\frac{1}{2}$ วัน
 ขยาคทราบว่าถ้า ก.ข.ค. ทำงานตามลำพังกันวันจึงแล้ว

วิธีทำ

ก.ข. ช่วยกันทำงาน $\frac{1}{6}$ ของงานแล้วในเวลา 1 วัน

ข.ค. ช่วยกันทำงาน $\frac{1}{10}$ ของงานแล้วในเวลา 1 ,,

ก.ค. ช่วยกันทำงาน $\frac{2}{15}$ ของงานแล้วในเวลา 1 ,,

ถ้า ก.ข.+ข.ค.+ค.ค.ช่วยกันทำงานใน 1 วันได้ $\frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{2}{15}$ ของงาน
 หรือสองเท่า (ก.+ข.+ค.) $= \frac{5+3+4}{30} = \frac{2}{5}$..
 . . . ก.ข.ค. $\frac{1}{5}$..
 แต่ ข.ค.ช่วยกันทำงาน $\frac{1}{10}$..
 . . . ก. ทำงาน $\frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$ ของงานแล้วใน 1 วัน
 ข. .. $\frac{1}{5} - \frac{2}{15} = \frac{1}{15}$ 1 ..
 และ ค. .. $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ 1 ..
 . . . ก.ข.ค.ทำงานตามลำพังแล้วใน 10 วัน 15 วัน และ 30 วัน

ตอบ 10, 15, 30 วัน

ตัวอย่างที่ 4 ถ้าผู้ใหญ่ 12 คนกับเด็ก 7 คนทำงานอย่างหนึ่งแล้ว
 ใน 9 วัน และผู้ใหญ่ 8 คนกับเด็ก 13 คนทำงานอย่างนั้นแล้วในเวลา 11 วัน
 อยากทราบว่าผู้ใหญ่นับ 3 คนกับเด็ก 9 คนจะทำงานนั้นเสร็จในเวลากี่วัน

วิธีทำ

ผู้ใหญ่ 12 คนกับเด็ก 7 คน ทำงานเสร็จหมดใน 9 วัน
 12 7 .. ทำ $\frac{1}{9}$ ของงานใน 1 ..
 24 14 .. ทำ $\frac{2}{9}$.. 1 ..--(1)
 ผู้ใหญ่ 8 คนกับเด็ก 13 คน ทำงานเสร็จหมดใน 11 วัน
 8 13 $\frac{1}{11}$ ของงานใน 1 ..

∴ ผู้ใหญ่ 24 คนกับเด็ก 39 คนทำงาน $\frac{3}{11}$ ของงานใน 1 วัน--(2)

เขา (1) ไปลยจาก (2) จะได้

เด็ก 25 คนทำงาน $(\frac{3}{11}-\frac{2}{9})$ ของงาน $=\frac{5}{99}$ ของงานใน 1 วัน

∴ „ 1 „ $\frac{5}{99 \times 25}$ „ $=\frac{1}{495}$ „ 1 „

∴ „ 14 „ $\frac{14}{495}$ „ ใน 1 วัน--(3)

ดังนั้นผู้ใหญ่ 24 คน ทำงาน $\frac{2}{9}-\frac{14}{495}=\frac{96}{495}$ ของงานใน 1 วัน

∴ ผู้ใหญ่ 1 „ „ $\frac{96}{495 \times 24}=\frac{4}{495}$ „ 1 „--(4)

จากสมการ (3) และ (4) ซึ่งเทียบได้ ผู้ใหญ่ 1 คน เด็ก

1 คน เขามาใช้ในข้อถาม คือ

ผู้ใหญ่ 3 คนกับเด็ก 9 คน ทำงาน $(3 \times \frac{4}{495} + 9 \times \frac{1}{495})$ ใน 1 วัน

$$= \frac{12+9}{495} = \frac{21}{495} = \frac{7}{165} \text{ „ 1 „}$$

∴ ผู้ใหญ่ 3 คน เด็ก 9 คน ทำงานได้ $\frac{7}{165}$ ใน 1 วัน

∴ „ 3 „ „ 9 „ „ ทั้งหมด „ $\frac{165}{7}$ วัน

$$= 23\frac{4}{7} \text{ „}$$

ตอบ $23\frac{4}{7}$ วัน

วิธีที่สอง

ในเวลา 9 วัน ผู้ใหญ่ 12 คนกับเด็ก 7 คน ทำงานได้ 1

∴ „ 1 „ „ 108 „ „ 63 „ „ 1--(1)

ในเวลา 11 วัน ผู้ใหญ่ 8 คนกับเด็ก 13 คนทำงานได้ 1

$$\therefore \quad \text{,,} \quad 1 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad 88 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad 143 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad 1--(2)$$

$$\text{ฉะนั้น } (1) = (2)$$

นั่นคือ ผู้ใหญ่ 108 คนกับเด็ก 63 คน = ผู้ใหญ่ 88 คนกับเด็ก 143 คน

$$\therefore \text{ผู้ใหญ่ } (108-88) \text{ คน} = \text{เด็ก } (143-63) \text{ คน}$$

$$\text{,,} \quad 20 \quad \text{,,} = \text{,,} \quad 80 \quad \text{,,}$$

$$\therefore \text{,,} \quad 1 \quad \text{,,} = \text{,,} \quad 4 \quad \text{,,}$$

$$\text{,,} \quad 12 \quad \text{,,} = \text{,,} \quad 48 \quad \text{,,}$$

$$\therefore \text{ผู้ใหญ่ } 12 \text{ คน กับเด็ก } 7 \text{ คน เป็นเด็ก } 48+7 = 55 \text{ คน}$$

เด็ก 55 คน ทำงานแล้วใน 9 วัน

$$\therefore \text{,,} \quad 21 \text{ คน } \text{,,} \quad \text{,,} \quad \frac{9 \times 55}{21} \text{ ,,}$$

$$= 23\frac{4}{7} \text{ ,,}$$

$$\underline{\underline{\text{ตอบ } 23\frac{4}{7} \text{ วัน}}}$$

แบบฝึกหัดที่ 5

1. ก.ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 6 วัน ก. กับ ข. ช่วยกันทำงานนั้น
 ะแล้วใน $2\frac{2}{5}$ วัน อยากรทราบว่าถ้าทั้ง ข. คนเดียวทำงานนั้นกี่วัน
 ึ่งจะแล้ว

2. ก.ข. ช่วยกันเก็บข้าวในนาแปลงหนึ่งจะเสร็จใน 126 ชั่วโมง ถ้าหากมี ค. มาช่วยอีกผู้หนึ่ง จะเก็บข้าวนาแปลงนั้นเสร็จใน 77 ชั่วโมง อยากรทราบว่ามีค่าจ้าง ค. ผู้เดียวจะเก็บข้าวเสร็จในกี่ชั่วโมง
3. ก.เขียนประกาศนียบัตรได้ 150 แผ่นใน 30 ชั่วโมง ก. กับ ข. ช่วยกันเขียนประกาศนียบัตร 280 แผ่น แล้วใน 35 ชั่วโมง ถ้าให้ ข. เขียน 200 แผ่นจะเสร็จในกี่ชั่วโมง
4. ก.ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 3 ชั่วโมง ข. ทำเสร็จใน 4 ชั่วโมง และ ค. ทำเสร็จใน 6 ชั่วโมง ถ้า ก.ข.ค. ช่วยกันทำงานนี้จะเสร็จในกี่ชั่วโมง
5. ก.ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 20 วัน ข. ทำเสร็จใน 12 วัน ครั้งแรก ก.ข. ร่วมกันทำงานนี้ 6 วัน แล้วให้ ค. ผู้เดียวทำต่อไปอีก 2 วัน ก็แล้ว ถ้าให้ ค. ทำงานนี้คนเดียวจะเสร็จในกี่วัน
6. ก.ข. ทำงานอย่างหนึ่งจะเสร็จใน 30 วัน เมื่อเขาได้ทำงานนี้มาด้วยกัน 11 วัน ข. หายไปเสีย ก. ต้องทำต่อไปตามลำพังจนเสร็จใน 38 วันต่อมา ถ้าให้ ก. หรือ ข. ทำงานนี้จะเสร็จในกี่วัน
7. ก.ข. ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 7 วัน และถ้า ข. ทำคนเดียวงานนี้จะเสร็จใน 13 วัน เมื่อ ก.ข. ร่วมกันทำงานมาได้ 3 วัน ข. ก็หายเสีย ปล่อยให้ ก. ทำงานนั้นต่อไปจนเสร็จ อยากรทราบว่ามีค่าจ้าง ก. ต้องทำงานต่อไปอีกกี่วัน

8. ท่อน้ำสองท่อเมื่อเปิดพร้อมกัน น้ำจะไหลลงเต็มโอ่งในเวลา 8 นาที
แต่ถ้าเปิดท่อเดียวจะเสียเวลาถึง 24 นาที อยากทราบว่าถ้าเปิด
ท่ออีกท่อหนึ่งตามลำพัง จะเป็นเวลานานเท่าใด น้ำจึงจะลงเต็มโอ่ง
9. ก. ข. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน $9\frac{3}{5}$ ชั่วโมง และ ค. ทำงานนั้น
ตามลำพังจะแล้วใน 48 ชั่วโมง แต่ ก. สามารถทำงานได้เท่ากับ
ข. และ ค. ร่วมกัน อยากทราบว่า ข. ทำงานนั้นตามลำพังจะเสร็จ
เมื่อไร
10. ก. ข. ค. และ ง. ทำงานอย่างหนึ่งตามลำพัง จะแล้วในเวลา 20,
25, 30 และ 35 นาที ถ้าทั้งสี่คนร่วมกันทำงานนี้ กี่นาทีจึง
จะเสร็จ
11. ชายผู้หนึ่งกับภรรยาของเขา ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่ง แล้วใน 7 วัน
ถ้าชายผู้นั้นทำงานไปตามลำพังจะแล้วใน 10 วัน อยากทราบว่า
ภรรยาของเขาจะทำงานนั้นตามลำพังแล้วในกี่วัน
12. ก. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 6 วัน ข. ทำงานนั้นแล้วใน 8 วัน
ก. ข. ได้ร่วมกันทำงานนั้นมาแต่ต้น พอครึ่งวันก็สาม ข. หยุดงาน
ก. จะทำงานต่อไปอีกนานเท่าไรจึงจะแล้ว
13. ก. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 6 วัน ถ้ามี ข. มาช่วยกันทำงานทั้ง
แต่ต้น จะแล้วใน $4\frac{1}{2}$ วัน อยากทราบว่าถ้าให้ ข. ทำงานแต่ลำพัง
กี่วันจึงแล้ว

14. ถังน้ำใบหนึ่งมีท่อไขน้ำลงสองท่อ ท่อแรกไขน้ำลงเต็มถังในเวลา 12 นาที ท่อที่สองไขน้ำลงเต็มถังในเวลา 18 นาที เมื่อเปิดสองท่อพร้อม ๆ กัน น้ำไหลลงเต็มถังในเวลา 36 นาที จงแสดงให้เห็นว่าถังใบนี้รั่ว และคิดดูว่านานเท่าไร น้ำจะรั่วออกหมดถัง
15. ก. ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 4 ชั่วโมง ข. ทำเสร็จใน 5 ชั่วโมง และถ้า ก. ข. ค. ช่วยกันทำงานนั้นจะเสร็จใน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง อยากทราบว่าลำพัง ค. ผู้เดียวจะทำงานนั้นกี่ชั่วโมงจึงแล้ว
16. ก. ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 6.25 วัน ซึ่ง ข. ทำงานนั้นจะเสร็จใน 8.3 วัน ถ้า ก. ข. ช่วยกันทำงานนั้น กี่วันจึงแล้ว (ตอบเป็นเศษส่วน)
17. ถ้าชาย 3 คนกับหญิง 5 คนช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 22 วัน สมมติว่าชายคนหนึ่งทำงานได้เท่ากับหญิงสองคน อยากทราบว่าหญิง 22 คนจะทำงานนั้นกี่วันแล้ว
18. ถังน้ำใบหนึ่งมีท่อไขน้ำลงถึง 2 ท่อ ท่อแรกเปิดแล้วน้ำจะลงเต็มถังในเวลา 40 นาที ท่อที่สองเปิดตามลำพังน้ำไหลลงเต็มถังในเวลา 1 ชั่วโมง ทั้งกันถึงมีท่อปล่อยน้ำออก ถังน้ำเต็มถึงจะปล่อยน้ำออกหมดในเวลา 50 นาที ขณะที่ถังว่างเปล่าอยู่ เปิดท่อทั้งสามพร้อม ๆ กัน เมื่อใดน้ำจึงจะเต็มถึง

19. ช่างไม้พวกหนึ่งสร้างบ้านเสร็จไปได้ครึ่งหนึ่งในเวลา 24 วัน นายงานจึงส่งช่างไม้อีก 16 คนไปสมทบ และทำงานที่ค้างอยู่เสร็จใน 16 วันต่อมา ถ้าต้องจ้างช่างไม้คนละ 18 บาทต่อ 1 วัน อยากทราบว่า จะต้องจ่ายเงินค่าแรงงานเท่าไร
20. ก. ข. ค. ร่วมกันทำงานซึ่งจะเสร็จตามสัญญาใน 60 วัน เมื่อทำไปได้ 10 วัน ก. หายคหัก ข. ค. ทำงานต่อไปอีก 20 วัน ข. หายคหักอีกคนหนึ่ง แล้ว ค. ทำงานต่อไปแต่ผู้เดียว เพิ่มเวลาทำงานอีก $\frac{1}{3}$ ทุก ๆ วันต่อมา เป็นเวลา 96 วันก็เสร็จ ถ้า ค. ทำงานตามอัตราแรกมาเรื่อย ๆ แต่ผู้เดียว เขาก็จะทำได้สำเร็จในเวลา 222 วัน อยากทราบว่า ข. จะทำงานนั้นตามลำพังแล้วในกี่วัน
21. บ่อน้ำแห่งหนึ่ง มีน้ำอยู่ 750 แกลลอน ใช้สับโยก 2 เครื่อง ซึ่งสับแรกสูบน้ำออกได้นาทีละ 20 แกลลอน สับเครื่องที่สองสูบน้ำออกได้นาทีละ 30 แกลลอน ถ้าน้ำมีกาน้ำ ๆ จะซึมเข้าเต็มบ่อในเวลา 30 นาที ครั้งแรกใช้สับพร้อมกัน 15 นาที แล้วสับเครื่องที่สองหยุดเสีย 10 นาที แล้วช่วยกันสูบน้ำต่อไปจนบ่อแห้ง อยากทราบว่าสับเครื่องแรกต้องทำงานอยู่กี่นาที
22. ถังน้ำประปามีท่อสูบน้ำลงถึงท่อหนึ่ง ซึ่งน้ำจะลงเต็มถังในเวลา 28 ชั่วโมง ถังนี้ยังมีท่อจ่ายน้ำส่วอื่น แต่ละท่อจะจ่ายน้ำตามลำพังหมดถังในเวลา 10, 12, 15 และ 21 ชั่วโมงตามลำดับ ถ้าน้ำอยู่เต็มถังแล้วเปิดท่อทั้งห้าพร้อมกัน เมื่อใดน้ำจึงจะหมดถัง

23. ก. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 12 วัน ข.ค. ทำการนั้นจะแล้วใน 8 วัน ก.ค. จะทำงานนั้นแล้วใน 9 วัน อยากรายว่าให้ ข. ทำงานนั้นตามลำดับ กี่วันจึงจะแล้ว
24. ก.ข.ค. ช่วยกันเกี่ยวข้าวในนาแปลงหนึ่งแล้วใน 18 วัน ข.ค.ง. จะทำแล้วใน 20 วัน ก.ค.ง. จะทำแล้วใน 24 วัน และ ก.ข.ง. จะทำแล้วใน 27 วัน อยากรายว่า ก.ข.ค.ง. จะช่วยกันเกี่ยวข้าวเสร็จในเวลากี่วัน
25. ถังน้ำใบหนึ่งมีท่อใสน้ำเข้าดังสองท่อ ท่อแรกน้ำลงเต็มถึงใน 12 ชั่วโมง ท่อที่สองน้ำลงเต็มถึงใน 15 ชั่วโมง ที่กันถังมีท่อปล่อยน้ำทิ้ง ซึ่งจะใสน้ำออกหมดใน 18 ชั่วโมง เมื่อเปิดท่อทั้งสามอยู่ 2 ชั่วโมง แล้วปิดท่อปล่อยน้ำเสีย จะเป็นเวลานานเท่าไรน้ำจึงจะเต็มถึง
26. ก.ข.ค. ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 3 วัน ซึ่ง ก. ทำตามลำดับแล้วใน 5 วัน และ ข. ทำตามลำดับจะแล้วใน 12 วัน อยากรายว่า ค. ทำงานนั้นตามลำดับกี่วันแล้ว
27. ชายคนหนึ่งทำการอย่างหนึ่งจะแล้วใน 3 วัน หญิงคนหนึ่งจะทำงานนั้นแล้วใน 4 วัน และเด็กคนหนึ่งจะทำงานนั้นแล้วใน 6 วัน ถ้าชาย 1 หญิง 1 เด็ก 2 คน ทำงานนั้น 1 วัน จะยังเหลืองานที่ยังไม่ได้ทำเป็นเศษส่วนเท่าไร

28. ถ้าผู้ใหญ่ 3 คนกับเด็ก 5 คนทำการอย่างหนึ่งแล้วใน 17 วัน และผู้ใหญ่ 5 คนกับเด็ก 3 คนทำงานนั้นแล้วใน 15 วัน จงเปรียบเทียบอัตราส่วนของการทำงานของผู้ใหญ่กับเด็ก
29. ถังน้ำใบหนึ่งมีท่อใสน้ำเข้าถึงสองท่อ ท่อที่หนึ่งใสน้ำเข้าเต็มถึงใน 10 นาที ท่อที่สองใสน้ำเข้าเต็มถึงใน 12 นาที ท่อสำหรับปล่อยน้ำกันถึง เมื่อใสน้ำจะไหลออกนาทีละ 5 แกลลอน ครั้งแรกไม่มีน้ำเลย เมื่อเปิดท่อทั้งสามพร้อมกัน น้ำเข้าเต็มถึงใน $7\frac{1}{2}$ นาที ถังใบนี้จุน้ำเท่าไร
30. ก.ข. ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 24 ชั่วโมง ก.ค. ช่วยกันทำแล้วใน 30 ชั่วโมง ข.ค. ช่วยกันทำแล้วใน 40 ชั่วโมง อยากทราบว่าถ้า ก.ข. และ ค. ทำงานนี้ตามลำพังกี่ชั่วโมงแล้ว
31. ถังสำหรับเก็บน้ำมีท่อระบายน้ำสามท่อ ถ้าเปิดท่อทั้งสามน้ำหมดถึงใน 3 ชั่วโมง ถ้าเปิดท่อแรกท่อเดียว 6 ชั่วโมงน้ำหมดถึง และเปิดท่อที่สองท่อเดียว 9 ชั่วโมง น้ำหมดถึง อยากทราบว่าถ้าเปิดท่อทั้งสามท่อเดียว กี่ชั่วโมงน้ำจึงจะหมดถึง
32. ชาย 3 คนกับหญิง 6 คนทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน $1\frac{5}{7}$ วัน และชาย 4 คน หญิง 9 คน ทำงานอย่างนั้นแล้วใน $1\frac{1}{5}$ วัน ถ้าจะให้ชาย 1 คน หรือหญิง 1 คน ทำงานนั้นคนเดียวจะแล้ว

33. ผู้ใหญ่ 8 คนกับเด็ก 5 คนเที่ยวข้าว 29 ไร่แล้วใน 3 วัน ผู้ใหญ่ 6 คนกับเด็ก 7 คนเที่ยวข้าว 50 ไร่แล้วใน 6 วัน ถ้าจะให้ผู้ใหญ่ 3 คนกับเด็ก 6 คนเที่ยวข้าว 15 ไร่ จะแล้วในเวลากี่วัน
34. ก.ข.ค. ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 10 วัน ก.ข. ทำงานนั้นแล้วใน 15 วัน ข.ค. ทำงานนั้นแล้วใน 25 วัน ถ้า ก.ข.ค. ช่วยกันทำงาน 4 วันแล้ว ก. เลิกงานไป ข.ค. ทำงานต่อไปอีก 5 วัน ข. เลิกงานไปอีก ค. ทำงานนั้นต่อไปอีกกี่วันจึงแล้ว
35. ในเวลา 4 ชั่วโมง ก. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วไป $\frac{2}{3}$ และในเวลา 1 ชั่วโมง ข. ทำงานที่เหลืออยู่นั้น $\frac{3}{4}$ แล้ว ค. มาทำงานที่ค้างอยู่เสร็จใน 20 นาที ถ้า ก.ข.ค. ร่วมกันทำงานนั้นแต่แรก กี่ชั่วโมงจึงจะแล้ว
36. ท่อน้ำ 3 ท่อ ก.ข. และ ค. ท่อ ก. ใส่น้ำออกมาได้ 1 ลูกบาศก์นิ้วใน 1 วินาที ท่อ ข. ใส่น้ำออกมาได้ 1 ลูกบาศก์ฟุตใน 1 นาที ท่อ ค. ใส่น้ำออกมาได้ 1 ลูกบาศก์หลาใน 1 ชั่วโมง ถ้าเปิดท่อทั้งสามพร้อมๆ กัน นานเท่าไรจึงจะได้ น้ำ 1069 ลูกบาศก์นิ้ว
37. ก. ทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 6 วัน ข. ทำงานแล้วใน 8 วัน และ ค. ทำงานนั้นแล้วใน 12 วัน ข. กับ ค. ทำงานร่วมกันไปได้ 2 วัน ค. หยกและ ก. เข้าแทนต่อไป อยากทราบว่า ก. กับ ข. ทำงานต่อมาอีกกี่วัน

38. กรรมกร 7 คนทำสัญญาจ้างขนหินกองหนึ่งให้เสร็จใน 5 วัน ทำงานวันละ 8 ชั่วโมง พอทำได้ 2 วัน กรรมกร 2 คนลาป่วย กรรมกรที่เหลือต้องทำงานให้เสร็จตามกำหนดเดิม ดังนั้นพวกที่เหลือจะต้องทำงานวันละกี่ชั่วโมง
39. ก.ข. ทำงานอย่างหนึ่ง $2\frac{8}{11}$ วันแล้ว ก.ค. ทำงานนั้น $2\frac{11}{12}$ วันแล้ว ข.ค. ทำงานนั้น $3\frac{3}{13}$ วันแล้ว อยากทราบว่าถ้า ก.ข. และ ค. ทำงานนั้นโดยลำพัง กี่วันจึงจะแล้ว
40. ถังใบหนึ่งมีท่อส่ท่อ ท่อที่หนึ่งและท่อที่สองเปิดน้ำเข้าเต็มถึงใน 20 นาทีและ 45 นาทีตามลำดับ ท่อที่สามและท่อที่สี่เปิดน้ำจะไหลออกหมดในเวลา 18 นาทีและ 40 นาทีตามลำดับ ถ้าหากว่าน้ำอยู่ครึ่งถังแล้ว เปิดท่อทั้งสองพร้อมกัน จะเป็นเวลานานเท่าไรน้ำจึงจะหมดถึง

บทที่ 6

การวิ่งแข่งชน, ต่อแต้มและล่ายน้ำ

(Races, games of skill and streams problems)

การเคลื่อนที่ในวิชาเลขคณิตหมายถึง การเคลื่อนไหวของคน การไหลของกระแส น้ำ การเล่นของรถ การเดินของเข็มนาฬิกาไปตามทางซึ่งเป็นเส้นตรงหรือรอบวงกลม การเคลื่อนที่สัมพันธ์กันสามสิ่งคือ ระยะทางที่เคลื่อนไป เวลาที่เสียไปในการเคลื่อนที่ และความเร็วหรืออัตราเร็ว เช่น เด็กคนหนึ่งออกจากบ้านไปโรงเรียนตามทางยาว 1200 เมตร เสียเวลาเกิน 15 นาที 1200 เมตรเป็นระยะทาง 15 นาทีเป็นเวลา ส่วนความเร็วหรืออัตราเร็วคือ $\frac{1200}{15}$ หรือ 80 เมตรต่อ 1 นาที

อัตราเร็วหรือความเร็วของคนหรือวัตถุ หมายถึงระยะทางที่คนหรือวัตถุเคลื่อนไปเป็นการสม่ำเสมอในหน่วยเวลาหน่วยหนึ่ง

หน่วยเวลาที่ใช้กันแพร่หลายมี 2 อย่าง คือ

(ก) ชั่วโมงละ.....กิโลเมตร (ข) นาทีละ.....เมตร

ถ้ารู้ระยะทางและรู้เวลา เราจะหาอัตราเร็วได้โดยทำเวลาให้เป็นหน่วยเวลาที่ต้องการ แล้วเขาไปหารระยะทาง ถ้ารู้ความเร็วต่อหน่วยเวลาอย่างหนึ่ง เราจะหาอัตราเร็วต่อหน่วยเวลาอีกอย่างหนึ่งได้โดยทำหน่วยเวลาที่กำหนดเป็นหน่วยเวลาที่ต้องการ แล้วเขาไปคูณหรือหารระยะทางที่กำหนด

การวิ่งแข่งขัน คือการวิ่งในระยะทางที่กำหนดเช่น 80 เมตร, 100 เมตร, 200 เมตร, 400 เมตร, 800 เมตร, 1000 เมตร ฯลฯ เมื่อผู้ใดถึงหลักชัยก่อน จะเป็นผู้ชนะการแข่งขันนั้น

การต่อเติม แต่การแข่งขันมักมีการต่อสู้กัน โดยใช้วิธีแข่งขันผลเท่าเสียก่อนว่าจะแพ้กันเท่าไร เมื่อถึงคราวแข่งขัน ก็ต่อสู้ให้ชนะหน้าเป็นระยะทางที่จะต่อสู้ หรือให้วิ่งออกไปก่อนชั่วคราวระยะหนึ่ง การต่อเติมนี้มักใช้ในการแข่งขันประเภทลู่ และกีฬาในร่ม เช่น ยิงธนู, เทนนิส, ว่ายน้ำ, บิลเลียด, กอล์ฟ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1 ในการวิ่งแข่งขันวิ่งเร็วระยะทาง 100 เมตร ก. ชนะ ข. 4 เมตร ข. ชนะ ค. 2 เมตร ขยายทราบว่า ก. กับ ค. วิ่งแข่งกัน ก. จะชนะ ค. กี่เมตร

วิธีทำ

ก. วิ่งได้ทาง 100 เมตร	ข. วิ่งได้ทาง 96	เมตร
ข. " " 100 "	ค. " " 98	"
ข. " " 96 "	ค. " " $\frac{98 \times 96}{100}$	"
	= 94.08	"
∴ ก. จะชนะ ค. 100-94.08	= 5.92	"

ตอบ 5.92 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 ในการแข่งขันวิ่งเร็วระยะทาง 100 เมตร ก. ต่อ

ให้ ข. 4 เมตร แต่ ก. แพ้ ข. 1 เมตร และในการแข่งขันระยะทาง 100 เมตรนี้ ก. ต้องให้ ค. 7 เมตร แต่ ค. ชนะ ก. 1 เมตร ถ้า ข. ค. วิ่งแข่งกันในระยะทาง 800 เมตร ข. ต้องทำให้ ค. เท่าไรจึงจะถึงหลักชนะพร้อมกัน

วิธีทำ

(1) ก. วิ่ง 100 เมตร ข. วิ่ง 96 เมตร

แต่ ก. แพ้ ข. 1 เมตร

∴ ก. วิ่ง 99 เมตร ข. วิ่ง 96 เมตร

ก. ∴ 1 ∴ ข. ∴ $\frac{96}{99} = \frac{32}{33}$ เมตร

(2) ก. วิ่ง 100 เมตร ค. วิ่ง 93 เมตร

แต่ ค. แพ้ ก. 1 เมตร

∴ ก. วิ่ง 100 เมตร ค. วิ่ง 92 เมตร

ก. ∴ 1 ∴ ค. ∴ $\frac{92}{100} = \frac{23}{25}$ เมตร

(3) ∴ ข. วิ่งได้ $\frac{32}{33}$ เมตร ค. วิ่งได้ $\frac{23}{25}$ เมตร

ข. ∴ 1 ∴ ค. ∴ $\frac{23}{25} \times \frac{33}{32} = \frac{759}{800}$ เมตร

∴ ข. วิ่ง 800 เมตร ค. วิ่งได้ $\frac{759}{800} \times 800 = 759$ เมตร

ดังนั้น ข. ต้องทำให้ ค. $800 - 759 = 41$ เมตร

ตอบ 41 เมตร

หมายเหตุ การวิ่งแข่งในลู่วิ่ง 100 เมตรนั้น หมายความว่าเมื่อ

ก. ผู้ถึงหลักชนแรกก่อน ข. ผู้ที่มาข้างหลังยังอยู่ห่างหลักชนะอีก 4 เมตร
ถ้าหากมีการต่อสู้เพื่อให้ถึงหลักชนะพร้อมกันก่อนออกวิ่ง ข. ต้องอยู่หน้า
ก. 4 เมตร หมายความว่า ข. จะวิ่ง 96 เมตรเท่านั้น.

โดยทำนองเดียวกัน การวิ่งแข่งในลู่วิ่ง 800 เมตรนั้น เมื่อวิ่งแข่ง
จริง ๆ ข. วิ่งได้ 800 เมตร ค. วิ่งได้ 759 เมตร แพ้กันอยู่ 41 เมตร
ถ้าต้องการให้ ข. ค. ถึงหลักชนะพร้อม ๆ กัน ค. ต้องอยู่หน้า ข. 41
เมตรก่อนออกวิ่ง จึงจะวิ่งถึงหลักชนะพร้อมกัน.

ตัวอย่างที่ 3 ในการเล่นกีฬาอย่างหนึ่ง ก. ทำคะแนนได้ 70
เมื่อ ข. ทำได้ 60 คะแนน และ ข. ทำคะแนนได้ 10 ค. ทำได้ 11 และ
ง. ทำคะแนนได้ 23 เมื่อ ค. ทำได้ 22 ในการแข่งขันเอาคะแนน 420
ก. จะชนะ ง. กีคะแนน.

วิธีทำ

$$\begin{array}{llll}
 \text{ก. เล่นได้ 70 คะแนน} & \text{ข. เล่นได้} & & 60 \text{ คะแนน} \\
 \therefore \text{ก. ,, 420 ,,} & \text{ข. ,,} & \frac{60 \times 420}{70} = 360 & \text{,,} \\
 \text{ข. เล่นได้ 10 คะแนน} & \text{ค. เล่นได้} & & 11 \text{ คะแนน} \\
 \therefore \text{ข. ,, 360 ,,} & \text{ค. ,,} & \frac{11 \times 360}{10} = 396 & \text{,,} \\
 \text{ค. เล่นได้ 22 คะแนน} & \text{ง. เล่นได้} & & 23 \text{ คะแนน} \\
 \therefore \text{ค. ,, 396 ,,} & \text{ง. ,,} & \frac{2 \times 396}{22} = 414 & \text{,,}
 \end{array}$$

ดังนั้นในการเล่นระหว่าง ก. กับ ง. ก. จะชนะ

$$420 - 414 \text{ កន្លែង} = 6 \text{ កន្លែង}$$

ตอบ 6 พิษณุพน

2. การเล่นเกมโยนลูกครึ่งหนึ่ง ก. ได้ 70 แท้ม ค. ได้ 100 แท้ม และ
ก. ได้ 60 แท้ม เมื่อ ข. ได้ 70 แท้มเสมอ ถ้าเล่นเกมยาว 600
แท้ม ค. จะต้องทำให้ ข. ก็แท้ม
3. ในการวิ่งทนทาง 1 ไมล์ ก. ต่อให้ ข. ออกหน้า 49 หลา แต่
กลับแพ้ ข. 20 หลา อยากทราบว่า ก. ควรต่อให้ ข. เท่าไรจึงจะ
ถึงหลักชนะพร้อมกัน
4. การแข่งขันในลู่วิ่ง 100 เมตร ก. ต่อให้ ข. 5 เมตร ต่อให้ ค. 6
เมตร ถ้า ข.ค. มาวิ่งแข่งกันในลู่วิ่งนี้ ข. ต่อให้ ค. 1 เมตร ใคร
จะชนะ
5. การเล่นเกมโยนลูกเล่นเกม 100 ก. ต่อให้ ข. 10 แท้ม และต่อให้
ค. 15 แท้ม ถ้า ข.ค. มาเล่นเกม 200 จะชนะกี่แท้ม
6. การเล่นเกมโยนลูกเล่นเกม 50 ก. ต่อให้ ข. 15 แท้ม และในเกมเล่นเกม
80 ก. ต่อให้ ค. 32 แท้ม ถ้า ข. กับ ค. เล่นเกม 70 ข. ต้องต่อ
ให้ ค. เท่าไร
7. ในการวิ่งแข่งลู่วิ่ง 100 หลา ปรากฏว่า ก. อยู่หลังผู้ชนะ 5 หลา
และ ข. อยู่หลังผู้ชนะ 10 หลา ถ้า ก. กับ ข. วิ่งแข่งในลู่วิ่งเดียวกัน
นี้ จะต้องต่อให้ ข. เท่าไร

8. ในการวิ่งแข่งลู่ 200 เมตร ก. ชนะ ข. 12 เมตร และเมื่อ ข. ก. แข่งกันใหม่ ข. ชนะ ค. 8 เมตร ถ้า ก. ค. วิ่งแข่งในลู่อย่าง ก. จะชนะ ค. เท่าไร
9. ในการวิ่งทวนทาง 1 ไมล์ ก. ให้ ข. ออกวิ่งก่อน 20 วินาที และเมื่อ ข. ค. แข่งกัน ข. ชนะ ค. 80 หลา ถ้า ก. วิ่งระยะทาง 1 ไมล์ใน 5 นาที อยากทราบว่า ค. จะวิ่งกี่นาทีในระยะทางเดียวกัน
10. ในการวิ่งแข่งในลู่ 100 หลา ก. ทำให้ออก 3 หลา แต่แพ้ ข. 4 ฟุต ถ้า ก. ทำให้ออก 3 หลา และชนะ ข. 1 ฟุต จะต้องแข่งกันในลูกระยะเท่าไร
11. ในการวิ่งแข่งลู่ 100 เมตร ก. ชนะ ข. 1 เมตร และ ข. ชนะ ค. 1 เมตร อยากทราบว่า ก. จะชนะ ค. เท่าไรในลูเดียวกัน
12. ก. ข. ค. เข้าแข่งขันวิ่งเร็วลู่ 440 เมตร ก. ทำให้ออก 100 เมตร และทำให้ออก ค. 15 เมตร แต่ ข. กลับชนะ ก. และ ค. 5 เมตร ดังนั้น ก. ควรทำให้ออก ค. เท่าไร แล้วจึงชนะ 5 เมตร
13. ก. ข. ค. เข้าแข่งขันวิ่งทวนลู่ 1 ไมล์ ก. ชนะ ข. 32 หลา และชนะ ค. 48 หลา อยากทราบว่าในลู่ 1080 หลา ข. จะชนะ ค. เท่าไร
14. ก. วิ่งไต่ทาง 1 ไมล์ในเวลา 4 นาที 33 วินาที และ ข. วิ่งในเวลา 4 นาที 40 วินาที อยากทราบว่า ก. จะทำให้ออก ข. ไต่เท่าไร จึงจะมาถึงหลักชัยพร้อม ๆ กัน

15. ก.ข.ค. วิ่งแข่งในลู่วิ่ง 100 เมตร ก. ทำให้อ. ออกหน้า 4 เมตร
ให้ ค. ออกหน้า 6 เมตร คนทั้งสามถึงหลักชนะพร้อมกัน ถ้าให้
ข. แข่งกับ ค. ในลู่วิ่ง ข. ควรจะทำให้อ. ทำอะไรจึงจะถึงหลักชนะ
พร้อมกัน
16. การแข่งขันวิ่งเร็วในลู่วิ่ง 100 เมตร ก. ชนะ ข. 5 เมตร และการ
แข่งขันวิ่งเร็วในลู่วิ่ง 200 เมตร ข. ชนะ ค. 10 เมตร ขยายทราบบ
ว่าในลู่วิ่ง 400 เมตร ก. จะชนะ ค. กี่เมตร
17. การแข่งขันวิ่งเร็วในลู่วิ่ง 100 เมตร ก. วิ่ง 10 วินาที ข. วิ่ง $10\frac{1}{4}$
วินาที ถ้าให้ ข. ออกหน้า 8 เมตร ข. จะชนะ ก. กี่วินาที
18. ในการเล่นบิลเลียดเกม 50 ก. ทำให้อ. 10 แต้ม และถ้า ข. เล่น
กับ ค. ข. ทำให้อ. 10 แต้มเหมือนกัน ขยายทราบบว่าการเล่น
เกม 50 ก. จะทำให้อ. ได้กี่แต้ม
19. การแข่งขันวิ่งเร็วในลู่วิ่ง 100 เมตร ก. ทำให้อ. 10 เมตร และ
ทำให้อ. 15 เมตร ขยายทราบบว่าถ้า ข.ค. วิ่งในลู่วิ่ง 300 เมตร
ข. จะทำให้อ. ได้กี่เมตร
20. ก. เดินได้ชั่วโมงละ 4 ไมล์ ข. เดินได้ชั่วโมงละ $4\frac{1}{2}$ ไมล์ ถ้าจะ
เดินไปในระยะทาง 1350 หลา ข. ต้องทำให้อ. ออกหน้าเท่าไร
จึงจะถึงจุดหมายพร้อมกัน

21. ก.ข. วิ่งเร็วแข่งขันในระยะ $\frac{1}{2}$ ไมล์ ก. วิ่งได้ 10 หลา ข. จะวิ่งได้ 11 หลาเสมอ อยากทราบว่า ข. ต้องทำอะไร ก. ก็หลาจึงจะถึงหลักชนะพร้อมกัน
22. ก.ข. และ ค. เข้าแข่งขันวิ่งทนทาง 1 กิโลเมตร ก. ชนะ ข. 20 เมตร และชนะ ค. 35 เมตร ถ้า ข.ค. เข้าแข่งขันวิ่งทนทาง 1960 เมตร ข. จะชนะ ค. กี่เมตร
23. ในการแข่งขันวิ่งทนทางหนึ่งไมล์ ก. ทำได้ ข. 35 หลา ส่วน ข. อาจทำได้ ค. ได้ 44 หลา อยากทราบว่า ก. จะทำได้ ค. ได้กี่หลาในลู่อีกด้วย
24. ก.ข. แข่งขันวิ่งทนในทางสองไมล์ แต่ ข. แพ้ ถ้าหากว่า ข. เร่งฝีเท้าอีก $\frac{1}{3}$ ก็ชนะ ก. ได้ 22 หลา จงเปรียบเทียบอัตราส่วนการวิ่งของคนทั้งสอง
25. การแข่งขันวิ่งเร็วในลู่อัน 200 เมตร ก. ชนะ ข. 20 เมตร และการแข่งขันวิ่งเร็วในลู่อัน 250 เมตร ข. ชนะ ค. 10 เมตร อยากทราบว่าถ้า ก. กับ ค. วิ่งแข่งกันในลู่อัน 100 เมตร ก. จะชนะ ค. เท่าไร

โจทย์เกี่ยวกับสายน้ำ

(Problems connected with Streams.)

อัตราเร็วของคนหรือยานพาหนะทางน้ำ ได้รับผลกระทบจากอัตราเร็วของสายน้ำที่พัดพาไป หรือโต้ต้านไว้ ถ้าพวกเคลื่อนที่ไปตามสายน้ำก็จะไปได้เร็วขึ้น แต่ถ้าไปทวนสายน้ำก็จะช้าลง

สมมติว่าชายผู้หนึ่งแจวเรือไปในคลองน้ำนิ่งได้ชั่วโมงละ 5 กิโลเมตร ถ้าหากเขาแจวไปในคลองที่สายน้ำพัดมากด้วยอัตราเร็วชั่วโมงละ 1 กิโลเมตรแล้ว เขาจะแจวไปได้ 5 กิโลเมตร แต่จะถูกสายน้ำพัดกลับ 1 กิโลเมตร ซึ่งภายในเวลา 1 ชั่วโมงเขาจะแจวไปได้ $5-1=4$ กิโลเมตร ถ้าชายผู้หนึ่งแจวเรือตามน้ำ ทุก ๆ ระยะ 5 กิโลเมตร สายน้ำจะช่วยพัดไปอีก 1 กิโลเมตร เพราะฉะนั้นในเวลา 1 ชั่วโมง เขาแจวเรือไป $5+1=6$ กิโลเมตร

∴ อัตราเร็วตามสายน้ำ = อัตราเร็วในน้ำนิ่ง + อัตราเร็วของสายน้ำ

∴ อัตราเร็วทวนสายน้ำ = อัตราเร็วในน้ำนิ่ง - อัตราเร็วของสายน้ำ

อัตราเร็วของสายน้ำ = $\frac{\text{อัตราเร็วตามสายน้ำ} - \text{อัตราเร็วทวนสายน้ำ}}{2}$

ตัวอย่างที่ 1 ชายผู้หนึ่งแจวเรือไปได้ 8 กิโลเมตร ในขณะน้ำนิ่ง เสียเวลา 40 นาที ถ้าเขาแจวไปตามน้ำในระยะทางเท่ากันนี้ จะเสียเวลา 30 นาที อยากรทราบว่ถ้าเขาแจวทวนน้ำในระยะทาง 8 กิโลเมตร จะต้องเสียเวลานานเท่าไร

วิธีทำ

แจวเรือในน้ำนิ่ง 40 นาที ไปได้ทาง 8 กม.

„ „ 30 „ „ $\frac{30 \times 8}{40} = 6$ „

∴ สายน้ำไหล $8 - 6 = 2$ กม. ในเวลา 30 นาที

∴ แกวเรือทวนน้ำ 30 นาที ไปได้ $6 - 2 = 4$ กม.

ทาง 4 กม. ต้องแกวทวนน้ำเช่นเวลา 30 นาที

∴ „ 8 „ „ „ „ „ 60 „

ตอบ 1 ชั่วโมง

ตัวอย่างที่ 2 ชายผู้หนึ่งพายเรือทวนสายน้ำเป็นระยะทาง $\frac{1}{2}$ ไมล์
เสียเวลา 8 นาที แล้วพายตามสายน้ำกลับมากลั้เดิมเสียเวลา 6 นาที
ถ้าเขาพายเรือขณะทวนน้ำในกระแสน้ำ จะเสียเวลานานเท่าไร

วิธีทำ

$$\text{ความเร็วของเรือขณะทวนน้ำ} = \frac{\frac{1}{2}}{8} = \frac{1}{16} \text{ ไมล์ต่อ 1 นาที}$$

$$\text{ความเร็วของเรือขณะตามน้ำ} = \frac{\frac{1}{2}}{6} = \frac{1}{12} \text{ ไมล์ต่อ 1 นาที}$$

$$\text{ความเร็วของเรือในน้ำนิ่ง} - \text{ความเร็วของสายน้ำ} = \frac{1}{16} \text{ ไมล์ต่อ 1 นาที}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } \text{ความเร็วของเรือในน้ำนิ่ง} + \text{ความเร็วของสายน้ำ} \\ = \frac{1}{12} \text{ ไมล์ต่อ 1 นาที} \end{aligned}$$

(เอาหลักใน 2 ข้อนี้มารวมกัน)

$$2 \times \text{ความเร็วของเรือในน้ำนิ่ง} = \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{12} \right) = \frac{7}{48} \text{ ไมล์ต่อ 1 นาที}$$

$$\therefore \text{ความเร็วของเรือในน้ำนิ่ง} = \frac{7}{96} \text{ ไมล์ต่อ 1 นาที}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เวลาที่คนเรือจะพายไปใน } \frac{1}{2} \text{ ไมล์} &= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{ความเร็ว}} \\
 &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{96}{7}} \text{ นาที} \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{96}{7} = 6\frac{6}{7} \text{ นาที}
 \end{aligned}$$

ตอบ $6\frac{6}{7}$ นาที

ตัวอย่างที่ 3 ชายผู้หนึ่งกระเชียงเรือได้ชั่วโมงละ 9 กิโลเมตร ขณะนั้น และเมื่อเขากระเชียงทวนสายน้ำเสียเวลา 3 เท่าเมื่อกระเชียงตามสายน้ำในระยะทางเท่ากัน จงหาอัตราความเร็วของสายน้ำ

วิธีทำ

- (1) อัตราเร็วกระเชียงตามน้ำ = อัตราเร็วในน้ำนิ่ง + อัตราเร็วของสายน้ำ
 (2) อัตราเร็วกระเชียงทวนน้ำ = อัตราเร็วในน้ำนิ่ง - อัตราเร็วของสายน้ำ

โจทย์กำหนดว่า อัตราทวนน้ำ = $\frac{1}{3}$ อัตราตามน้ำ

$$\begin{aligned}
 \therefore 3 (9 \text{ กม.} - \text{อัตราสายน้ำ}) &= 9 \text{ กม.} + \text{อัตราเร็วของสายน้ำ} \\
 \therefore 9 \text{ กม.} + \text{อัตราเร็วของสายน้ำ} &= 27 \text{ กม.} - 3 \text{ อัตราเร็วของสายน้ำ} \\
 4 \text{ อัตราเร็วของสายน้ำ} &= 18 \text{ กม.} \\
 \therefore \text{อัตราเร็วของสายน้ำ} &= \frac{18}{4} = 4\frac{1}{2} \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง}
 \end{aligned}$$

ตอบ $4\frac{1}{2}$ ไมล์ต่อชั่วโมง

แบบฝึกหัดที่ 7

1. ชายคนหนึ่งแฉกเรือล่องตามสายน้ำในอัตรา 1 ไมล์ต่อ 6 นาที และแฉกทวนสายน้ำในอัตรา 6 ไมล์ต่อ 1 ชั่วโมง จงหาอัตราการใช้ของสายน้ำเป็นไมล์ต่อชั่วโมง
2. ชายคนหนึ่งพายเรือทวนสายน้ำไป $8\frac{3}{4}$ ไมล์ เป็นเวลา $2\frac{1}{3}$ ชั่วโมง สายน้ำพัดมาด้วยความเร็ว $1\frac{1}{4}$ ไมล์ต่อชั่วโมง ถ้าเขาพายเรือกลับที่เดิมจะเสียเวลานานเท่าไร
3. ผู้พายคนหนึ่งพายเรือตามสายน้ำไปยังที่แห่งหนึ่งใน 45 นาที แล้วพายเรือทวนสายน้ำกลับที่เดิมใน 50 นาที จงเปรียบเทียบอัตราความเร็วของสายน้ำและผู้พาย
4. คนแฉกเรือจ้างแฉกไปได้ 4 กิโลเมตรในน้ำนิ่งในเวลา 20 นาที และแฉกตามสายน้ำในระยะนี้ในเวลา 16 นาที อยากทราบว่าถ้าเขาแฉกทวนน้ำกลับที่เดิม จะเสียเวลานานเท่าไร
5. ถ้าพายเรือตามสายน้ำในระยะทาง $\frac{3}{4}$ ไมล์ จะเสียเวลา 8 นาที ถ้าหากพายเรือในน้ำนิ่งตามระยะทางนี้ จะเสียเวลา 18 นาที อยากทราบว่าสายน้ำไหลมาด้วยความเร็วชั่วโมงละเท่าไร
6. ผู้พายพายเรือในน้ำนิ่งระยะทาง 3 กิโลเมตรในเวลา 16 นาที และพายทวนสายน้ำในระยะทางนี้ได้ในเวลา 20 นาที ถ้าเขาพายตามสายน้ำจะเสียเวลาเท่าไร

7. กลาสีคนหนึ่งกักรวิ่งเข้บงในน้ำน้งไปไต้ 2 กิโโลเมตร ในเวลา 12 นาที ถ้าเขากักรวิ่งเข้บงทวนน้ำน้งไปในระบะทางน้ํ จะเสีบเวลา 18 นาที ขยากทรวยว่าเขาจะเสีบเวลานานเท่ไร เมื่อกักรวิ่งเข้บงกลับกมาที่เคิมตามสายน้ำน
8. ชายผู้หนึ่งแจวเรือทวนสายน้ำนระบะทาง 3 ไมล์ ในเวลา 21 นาที ถ้าน้ำน้งเขาเคยแจวในเวลา 17 นาทีเท่ำน้ํ ขยากทรวยว่าเขาแจวตามสายน้ำนในระบะเท่าเคิมจะเสีบเวลานานเท่ไร
9. ชายผู้หนึ่งพายเรือตามสายน้ำนในระบะ 3 ไมล์ เสีบเวลา 15 นาที และในน้ำน้ง เขาพายในระบะน้ํเสีบเวลา 18 นาที ถ้าเขาพายเรือทวนน้ำน้งไปในระบะน้ํ จะเสีบเวลาเท่ไร
10. ผู้พายพายเรือไปตามสายน้ำนระบะทาง 2 กิโโลเมตร ในเวลา 16 นาที แล้วเขาพายทวนสายน้ำนกลับกมาที่เคิมเสีบเวลา 21 นาที ถ้าเขาพายเรือในน้ำน้งตามระบะทางน้ํ เขาจะเสีบเวลาเท่ไร
11. ลูกเสีบคนหนึ่ง กักรวิ่งเรือล่องไปตาม สายน้ำนในแม่น้ำระบะทาง 3 กิโโลเมตร เสีบเวลา 18 นาที เมื่อกักรลบกักรวิ่งเข้บงทวนน้ำนมาที่เคิม ปรากฏว่าเสีบเวลา 24 นาที จงหาอัตราเร็วของสายน้ำนที่ไหลมา
12. คน แจวเรือจ้างแจวเรือไปตาม แม่น้ำน ซึ่งสายน้ำนพัคมา ช่วโมงละ 3 กิโโลเมตร เขาแจวทวนสายน้ำนไปในระบะทาง 7 กิโโลเมตร ค้องเสีบเวลา 2 ช่วโมง ขยากทรวยว่าเขาจะแจวเรือไปในระบะทาง 13 กิโโลเมตรเมื่อน้ำน้ง จะค้องเสีบเวลาเท่ไร

13. ชายผู้หนึ่งแจวเรือไปในน้ำนิ่ง $1\frac{1}{2}$ ไมล์ แล้วแจวกลับที่เดิมใน 1 ชั่วโมง ถ้าเขาไปสายน้ำไหลมีความเร็ว $1\frac{1}{2}$ ไมล์ต่อชั่วโมงไปทางเดียวกับเรือใช้เวลา 30 นาที น้ำก็เอ่อ (นิ่ง) เขาจะเสียเวลาแจวขึ้น - ล่องนานเท่าไร
14. ฉันทพายเรือในน้ำนิ่งได้ชั่วโมงละ $4\frac{1}{2}$ ไมล์ วันหนึ่งฉันทพายเรือทวนสายน้ำไปในแนวตรงขึงที่แห่งหนึ่ง แล้วกลับมากตามสายน้ำ ถึงท่าอีกแห่งหนึ่งก่อนจะถึงที่เดิม 2 ไมล์ เสียเวลาพาย 2 ชั่วโมง 10 นาที ถ้าสายน้ำไหลด้วยความเร็ว $1\frac{1}{2}$ ไมล์ต่อชั่วโมง อยากทราบว่าฉันทพายเรือทวนสายน้ำไปไกลเท่าไร
15. ในแม่น้ำมีท่าสามท่า คือ ก. ข. ค. ขยู่ระหว่างกึ่งกลางคนแจวเรือไปจาก ก. ถึง ข. และกลับสู่ที่เดิม เสียเวลา $5\frac{1}{2}$ ชั่วโมง และแจวจากท่า ก. ไปถึงท่า ค. เสียเวลา 7 ชั่วโมง อยากทราบว่าถ้าแจวจากท่า ค. มาถึงท่า ก. จะเสียเวลาเท่าไร

โจทย์เกี่ยวกับรถไฟ

(Problems on Trains)

ปัญหาที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของรถไฟนั้น แปรลด ๔ การแข่งขัน, สายนำและการต่อแท้ม เพราะในเรื่องรถไฟ เราต้องคำนึงถึงความยาวของรถไฟทั้งขบวน ความยาวของตัวสถานี และความเร็วสัมพัทธ์ เมื่อรถไฟแล่นตามกันหรือสวนกัน เป็นต้น

การทำโจทย์เกี่ยวกับรถไฟ ควรจะเขียนผังประกอบ เพื่อจะได้เห็นแจ่มแจ้งในเรื่องต่อไปนี้

1. เมื่อรถไฟแล่นผ่านจุดใดจุดหนึ่ง เช่น คนหรือเสา เค้ากับรถไฟ ต้องแล่นผ่านไปให้หมดช่วงขบวนรถไฟ
2. เมื่อรถไฟแล่นผ่านสถานี รถไฟต้องแล่นเป็นระยะทางเท่ากับ ความยาวของขบวนรถไฟรวมกับความยาวของตัวสถานี
3. เมื่อรถไฟสวนกัน รถไฟต้องแล่นเป็นระยะทางเท่ากับ ผลรวมของความยาวของขบวนรถไฟทั้งสอง แต่ความเร็วสัมพัทธ์เท่ากับผลบวกของอัตราเร็วของรถไฟทั้งสองขบวน
4. เมื่อรถไฟแล่นตามกัน รถไฟต้องแล่นเป็นระยะทางเท่ากับ ผลรวมของความยาวของขบวนรถไฟทั้งสอง แต่ความเร็วสัมพัทธ์เท่ากับผลต่างของความเร็วของรถไฟทั้งสองขบวน

5. สูตรในการหาเวลาการเคลื่อนที่เกี่ยวกับรถไฟ

$$\text{เวลาที่รถไฟผ่าน} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{ความเร็วสัมพัทธ์}}$$

$$\therefore \text{ความเร็วสัมพัทธ์} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$$

$$\text{และ, ระยะทาง} = \text{ความเร็วสัมพัทธ์} \times \text{เวลา}$$

โจทย์เกี่ยวกับรถไฟ ถ้ากล่าวถึงความเร็วเป็นไมล์ต่อชั่วโมงแล้ว เราควรแปลงเป็นฟุตต่อวินาที เพราะเหตุว่าความยาวของขบวนรถไฟก็ ความยาวของสถานีก็ บอมนัดกันเป็นฟุตเป็นหลัก

หลักในการแปลงมีดังนี้

$$\begin{aligned} 60 \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง} &= 60 \times 1760 \times 3 \text{ ฟุตต่อชั่วโมง} \\ &= \frac{60 \times 1760 \times 3}{60 \times 60} \text{ ฟุตต่อวินาที} \\ &= 88 \text{ ฟุตต่อวินาที} \end{aligned}$$

เมื่อทราบว่า 60 ไมล์ต่อชั่วโมง เท่ากับ 88 ฟุตต่อวินาที เราจะแปลงความเร็วในอัตราอื่น ๆ ลงมาได้โดยง่าย

$$\begin{aligned} \text{เช่น } 45 \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง} &= \frac{3}{4} \text{ ของ } 60 \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง} \\ &= \frac{3}{4} \text{ ของ } 88 \text{ ฟุตต่อวินาที} \\ &= 66 \text{ ฟุตต่อวินาที} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 40 \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง} &= 40 \times \frac{88}{60} \text{ ฟุตต่อวินาที} \\
 &= 58 \frac{2}{3} \text{ ฟุตต่อวินาที} \\
 30 \text{ ไมล์ต่อชั่วโมง} &= 30 \times \frac{88}{60} \text{ ฟุตต่อวินาที} \\
 &= 44 \text{ ฟุตต่อวินาที}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 รถไฟขบวนหนึ่งยาว 88 หลา แล่นมาด้วยความเร็วชั่วโมงละ 45 ไมล์ รถไฟขบวนนี้จะผ่านพื้นเสาโทรเลขคันหนึ่งไปหมดชั่ววงรถในเวลาเท่าไร

วิธีทำ



$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็ว 45 ไมล์ต่อชั่วโมง} &= 66 \text{ ฟุตต่อวินาที} \\
 \text{ระยะทางที่รถไฟต้องแล่น} &= 88 \text{ หลา} \\
 &= 264 \text{ ฟุต}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เวลา} &= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{ความเร็ว}} \\
 &= \frac{264}{66} \text{ วินาที} \\
 &= 4 \text{ วินาที}
 \end{aligned}$$

ตอบ 4 วินาที

ตัวอย่างที่ 2 รถไฟขบวน ก. ยาว 50 หลา แล่นไปด้วยความเร็วชั่วโม่งละ 45 ไมล์ รถไฟขบวน ข. ยาว 60 หลา แล่นมาด้วยความเร็วชั่วโม่งละ 30 ไมล์ ถ้ารถไฟทั้งสองขบวนแล่นสวนกันในทางขนาน อยากทราบว่า จะผ่านพ้นกันหมดช่วงรถในเวลาเท่าไร



รูปที่ 1

รูปที่ 2

ในรูปที่ 1 หัวรถจักรทั้งสองชนกัน แสดงว่าเป็นตอนเริ่มที่จะผ่านกัน

ในรูปที่ 2 ท้ายรถทั้งสองขบวนกำลังจะแยกกันไป ระยะทางที่หัว

$$\text{รถจักรห่างกัน} = (60+50) \text{ หลา} = 110 \text{ หลา} = 330 \text{ ฟุต}$$

$$\text{ความเร็ว 45 ไมล์ต่อชั่วโมง} = 66 \text{ ฟุต ต่อ 1 วินาที}$$

$$,, \quad 30 \quad ,, \quad ,, = 44 \quad ,, \quad ,, \quad ,,$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ความเร็วสัมพัทธ์} &= \text{ความเร็วของรถไฟขบวน ก.} \\ &+ \text{ความเร็วของรถไฟขบวน ข.} \\ &= 66 + 44 = 110 \text{ ฟุตต่อวินาที} \end{aligned}$$

$$\text{เวลา} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{ความเร็วสัมพัทธ์}}$$

$$= \frac{330}{110} \text{ วินาที}$$

$$= 3 \text{ วินาที}$$

ตอบ 3 วินาที

ตัวอย่างที่ 3 รถไฟขบวน ก. ยาว 50 หลา แล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละ 45 ไมล์ต่อชั่วโมง แล่นไปในรางขนานตามรถไฟขบวน ข. ยาว 60 หลา แล่นไปด้วยความเร็ว 30 ไมล์ต่อชั่วโมง ขยายทราบบว่าเป็นเวลานานเท่าไรรถขบวน ก. จึงจะผ่านรถขบวน ข.

วิธีทำ



ในรูปที่ 1. หัวรถจักรขบวน ก. จ่อท้ายขบวนรถไฟ ข. แสดงว่าเป็นตอนที่เริ่มจะผ่านไป

ในรูปที่ 2. หัวรถจักรขบวน ข. จ่อท้ายรถไฟ ก. แสดงว่ารถไฟขบวน ก. ได้ผ่านพ้นรถไฟขบวน ข. ไปแล้ว

ในรูปที่ 1. รถขบวน ก. อยู่หลังรถขบวน ข. 60 หลา และในรูปที่ 2 หัวรถจักรขบวน ก. เลบหน้าขบวน ข. ไปอีก 50 หลา

เพราะฉะนั้นรถไฟขบวน ก. จะต้องแล่นไปในระยะทาง $60 + 50$ หลา

$$= 110 \text{ หลา}$$

$$= 330 \text{ ฟุต}$$

ความเร็วของรถไฟขบวน ก. 66 ฟุตต่อ 1 วินาที

„ „ „ ข. 44 ฟุตต่อ 1 วินาที

∴ ใน 1 วินาที รถไฟขบวน ก. แล่นตามมาได้เพียง $66 - 44$ ฟุต

$$= 22 \text{ ฟุต}$$

นั่นคือความเร็วสัมพัทธ์

$$= 22 \text{ ฟุตต่อ 1 วินาที}$$

∴ เวลา

$$= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{ความเร็วสัมพัทธ์}}$$

∴ เวลา

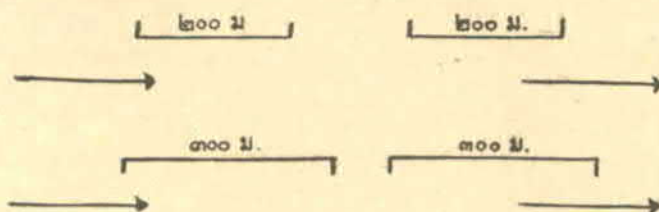
$$= \frac{330}{22} \text{ วินาที}$$

$$= 15 \text{ „}$$

ตอบ 15 วินาที

ตัวอย่างที่ 4 รถไฟขบวนหนึ่งแล่นผ่านพื้นสถานียาว 200 เมตร ในเวลา 10 วินาที และด้วยความเร็วเท่าเดิม แล่นผ่านพื้นสถานีอีกแห่งหนึ่งยาว 300 เมตร ในเวลา 14 วินาที อยากทราบว่ารถไฟขบวนนี้ยาวเท่าไร และแล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละเท่าไร

วิธีทำ



(1) รถเล่นได้ระยะทางสถานีแรกยาว 200 ม. + ความยาวของขบวน
รถไฟ เสียเวลาเล่น 10 วินาที

(2) รถเล่นได้ระยะทางสถานีหลังยาว 300 ม. + ความยาวของขบวน
รถไฟ เสียเวลาเล่น 14 วินาที

(2)-(1) ∴ รถไฟเล่น 100 ม. ในเวลา 4 วินาที

$$\begin{aligned} \therefore \text{.. ..} 1 \text{ ชั่วโมงได้ทาง } & \frac{100 \times 60 \times 60}{4 \times 1000} \text{ กม.} \\ & = 90 \text{ กม.} \end{aligned}$$

∴ รถไฟเล่นด้วยความเร็วชั่วโมงละ 90 กม.

-- (1)

ในเวลา 4 วินาทีรถไฟเล่นไปได้ทาง 100 ม.

$$\begin{aligned} \therefore \text{ในเวลา 10} & \frac{100 \times 10}{4} \text{ ..} \\ & = 250 \text{ ..} \end{aligned}$$

แต่สถานียาว 200 ม.

∴ ขบวนรถไฟยาว $250 - 200 = 50$ เมตร

$$\underline{\underline{\text{ตอบ}}} \begin{cases} 90 \text{ กม. ต่อชั่วโมง} \\ 50 \text{ เมตร} \end{cases}$$

ตัวอย่างที่ 5 รถไฟขบวนหนึ่งยาว 88 หลา แล่นผ่านชายคนหนึ่ง กำลังเดินไปข้างหน้าขบวนรถไฟด้วยความเร็วชั่วโมงละ 4 ไมล์ รถไฟผ่านพ้นชายผู้นี้ใน 10 วินาที แล้วผ่านหญิงคนหนึ่งกำลังเดินไปข้างหน้าขบวนรถไฟเหมือนกัน และรถไฟแล่นผ่านพ้นไปในเวลา 9 วินาที ขยาก็ทราบว่าหญิงคนนั้นเดินได้ชั่วโมงละกี่ไมล์.

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{รถไฟยาว 88 หลา} &= \frac{1}{20} \text{ ไมล์} \\
 \text{ชายเดินใน 10 วินาทีได้} &= \frac{4 \times 10}{60 \times 60} \text{ ,,} \\
 &= \frac{1}{90} \text{ ,,} \\
 \therefore \text{ใน 10 วินาทีรถไฟแล่นไป} &= \frac{1}{20} + \frac{1}{90} \text{ ,,} \\
 &= \frac{11}{180} \text{ ,,} \\
 \therefore \text{ใน 1 ชั่วโมงรถไฟแล่น} &= \frac{11}{180} \times \frac{60 \times 60}{10} \text{ ,,} \\
 &= 22 \text{ ,,} \\
 \text{ใน 9 วินาทีรถไฟแล่นได้} &= \frac{11}{180} \times \frac{9}{10} \text{ ,,} \\
 &= \frac{11}{200} \text{ ,,} \\
 \text{รถไฟยาว} &= \frac{1}{20} \text{ ,,} \\
 \therefore \text{หญิงเดิน 9 วินาทีไปได้ไกล} &= \frac{11}{200} - \frac{1}{20} \text{ ,,} \\
 &= \frac{1}{200} \text{ ,,} \\
 \therefore \text{,, 1 ชั่วโมง ,,} &= \frac{1 \times 60 \times 60}{200 \times 9} \text{ ,,} \\
 &= 2 \text{ ,,}
 \end{aligned}$$

ตอบ 2 ไมล์

แบบฝึกหัดที่ 8

1. จงหาอัตราความเร็วเป็น ฟุต ต่อ วินาที

15 ไมล์ต่อชั่วโมง

20 ไมล์ต่อชั่วโมง

25 ไมล์ต่อชั่วโมง

45 ไมล์ต่อชั่วโมง

2. จงหาอัตราความเร็วเป็น เมตร ต่อ วินาที

20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

25 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

30 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

54 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

3. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 120 เมตร แล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละ 72 กิโลเมตร จะเป็นเวลานานเท่าไร รถไฟขบวนนี้จึงจะผ่านพื้นเสาโทรเลขคันหนึ่ง

4. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 150 เมตร แล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละ 54 กิโลเมตร จะเป็นเวลานานเท่าไร รถไฟขบวนนี้จึงจะผ่านพื้นเสาโทรเลขคันหนึ่ง

5. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 500 ฟุต แล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละ 30 ไมล์ ผ่านรถไฟอีกขบวนหนึ่งยาว 800 ฟุต ซึ่งจอดอยู่ในรางหลัก
 อยากรายว่ารถไฟขบวนนี้จะผ่านพ้นรถขบวนที่จอดอยู่ในเวลาเท่าไร
6. รถไฟสองขบวนยาว 66 หลา และ 110 หลาตามลำดับ กำลังแล่น
 สวนกัน รถไฟขบวนแรกแล่นมาด้วยความเร็วชั่วโมงละ 30 ไมล์
 รถไฟขบวนหลังมีความเร็วชั่วโมงละ 45 ไมล์ รถไฟทั้งสองขบวนนี้
 จะผ่านพ้นกันในเวลานานเท่าไร
7. รถไฟสองขบวนแล่นเข้าหากันด้วยความเร็วชั่วโมงละ 72 กิโลเมตร
 และ 60 กิโลเมตรตามลำดับ และมาพบกัน (ตัวรถจักรต่อกัน)
 ในเวลา 15 นาที อยากรายว่าก่อนแล่นเข้ามา รถไฟสองขบวนอยู่
 ห่างกันเท่าไร
8. รถไฟสองขบวนแล่นเข้าหากันด้วยความเร็วชั่วโมงละ 60 ไมล์ และ
 45 ไมล์ ถ้ารถไฟทั้งสองขบวนพบกันในเวลา 12 นาที อยากราย
 ว่าเดิมอยู่ห่างกันเท่าไร
9. ชายผู้หนึ่งยืนที่ขาลาสดานี้ สังเกตว่ารถไฟขบวนหนึ่งแล่นผ่านตัว
 เขาไปในเวลา $4\frac{1}{2}$ วินาที และทราบว่ารถไฟแล่นไปด้วยความเร็ว
 40 ไมล์ต่อหนึ่งชั่วโมง อยากรายว่าขบวนรถไฟนั้นยาวเท่าไร

10. ผู้โดยสารรถไฟขบวนชวณรต ซึ่งแล่นด้วยความเร็วชั่วโมงละ 30 ไมล์ เห็นรถไฟอีกขบวนหนึ่งยาว 88 หลา แล่นตามมาในรางขนานด้วยความเร็วชั่วโมงละ 45 ไมล์ อยากทราบว่าจะเป็นเวลานานเท่าไร ขบวนรถไฟที่ตามมาจะผ่านพ้นเขาไป
11. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 90 เมตร แล่นผ่านชายผู้หนึ่งกำลังเดินขนานไปทางเดียวกับรถไฟ และผ่านเขาไปในเวลา 9 วินาที ชายผู้นั้นเดินได้ชั่วโมงละ 6 กิโลเมตร แล้วรถไฟขบวนนั้นแล่นไปผ่านชายอีกคนหนึ่ง กำลังวิ่งไปทางเดียวกับรถไฟ รถไฟผ่านเขาในเวลา 12 วินาที อยากทราบว่าเขาวิ่งได้ชั่วโมงละเท่าไร
12. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 100 เมตร แล่นผ่านชายผู้หนึ่ง กำลังเดินขนานไปทางเดียวกับรถไฟ และผ่านเขาไปในเวลา 8 วินาที ชายผู้นั้นเดินได้ชั่วโมงละ 4 กิโลเมตร แล้วรถไฟขบวนนั้นแล่นผ่านชายอีกคนหนึ่ง กำลังวิ่งไปทางเดียวกับรถไฟ และรถไฟผ่านเขาไปในเวลา 10 วินาที อยากทราบว่าชายคนที่สองวิ่งได้ชั่วโมงละกี่กิโลเมตร
13. ในขณะเดียวกันรถไฟสองขบวนแล่นเข้าหากัน ด้วยความเร็วชั่วโมงละ 55 กิโลเมตร และ 45 กิโลเมตรตามลำดับ ถ้ารถไฟทั้งสองขบวนพบกันในเวลา 30 นาที อยากทราบว่าเกิรถไฟทั้งสองขบวนอยู่ห่างกันเท่าไร

14. ก. เดินได้ชั่วโม่งละ 5 กิโลเมตร ข. เดินได้ชั่วโม่งละ 6 กิโลเมตร
ถ้า ก.ข. อยู่ห่างกัน 22 กิโลเมตร และเดินเข้าหากันจะเป็นเวลานาน
เท่าไร จึงจะพบกัน และเมื่อพบกันนั้น เขาห่างจากที่เดิมเท่าไร
15. รถไฟโดยสารขบวนหนึ่งแล่นด้วยความเร็วชั่วโม่งละ 72 กิโลเมตร
แล่นตามรถสินค้าอีกขบวนหนึ่งในรางขนาน ซึ่งไปด้วยความเร็ว
ชั่วโม่งละ 54 กิโลเมตร รถโดยสารผ่านพ้นรถสินค้าใน 24 วินาที
ถ้าวรถสินค้ายาว $1\frac{1}{2}$ เท่าของรถโดยสาร อยากทราบว่ารถไฟโดย
สารจะแล่นผ่านสถานีที่ยาว 164 เมตรไปในเวลาเท่าไร
16. รถไฟสำหรับโดยสารขบวนหนึ่ง แล่นด้วยอัตราเร็วชั่วโม่งละ 45
กิโลเมตร แล่นตามรถสินค้าขบวนหนึ่งยาว $1\frac{1}{2}$ เท่าของรถโดยสาร
รถสินค้าแล่นด้วยความเร็วชั่วโม่งละ 27 กิโลเมตร รถโดยสาร
ผ่านพ้นรถสินค้าใน 30 วินาที อยากทราบว่ารถโดยสารจะแล่น
ผ่านสถานียาว 200 เมตรพ้นไปในเวลาเท่าไร
17. ชายผู้หนึ่งยืนอยู่ที่ขาสถานีรถไฟ สังเกตว่าขบวนรถไฟแล่นผ่าน
พ้นตัวเขาไปใน 7 วินาที แล้วผ่านสถานียาว 396 เมตรใน 25
วินาที รถไฟขบวนนี้ยาวเท่าไร และแล่นไปด้วยความเร็วชั่วโม่ง
ละกี่กิโลเมตร

18. รถไฟสองขบวนยาว 170 เมตร และ 150 เมตร แล่นสวนทางกัน ด้วยความเร็วชั่วโมงละ 30 กิโลเมตร และ 24 กิโลเมตร ทามลำคัย เมื่อรถไฟสวนทางกันแล้ว จะเห็นเวลาอีกนานเท่าไร ขบวนรถไฟ จึงอยู่ห่างกัน 1 กิโลเมตร
19. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 176 ฟุต แล่นด้วยความเร็วชั่วโมงละ 45 ไมล์ แล่นได้ตามรางขนานไปผ่านรถขบวนข้างหน้า ซึ่งแล่นด้วยความเร็วชั่วโมงละ 30 ไมล์ และผ่านพ้นในเวลา 15 วินาที จงหาความยาวของขบวนรถไฟที่ออกหน้า
20. เมือง ก. และเมือง ข. อยู่ห่างกัน 432 กิโลเมตร รถไฟขบวนหนึ่งออกจาก ก. เมื่อ 7 น. แล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละ 72 กิโลเมตร และในเวลาเดียวกัน รถไฟอีกขบวนหนึ่งออกจาก ข. ด้วยความเร็วชั่วโมงละ 36 กิโลเมตร รถไฟทั้งสองขบวนจะแล่นมาพบกันเมื่อไร
21. รถไฟขบวนหนึ่งแล่นออกจากสถานีด้วยความเร็วชั่วโมงละ 24 ไมล์ ไปถึงที่หมายช้าไป 10 นาที แต่ถ้าแล่นมาด้วยความเร็วชั่วโมงละ 30 ไมล์ ก็จะถึงสถานีเร็วไป 1 นาที จงหาระยะทางที่รถไฟผ่านมานั้น
22. เสาโทรเลขที่ปักขนานข้างทางรถไฟกันหนึ่ง คู่ห่างกัน 58 หลา ผู้โดยสารในรถไฟขบวนหนึ่ง ซึ่งแล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละ

48 ไมล์ คอยนับอยู่ 1 นาที ขยายทราบว่าผู้โดยสารนั้นนับเสา
โทรเลขได้กี่ต้น

23. เสาโทรเลขขั้วข้างทางรถไฟมีระยะห่างกัน 58 หลา ผู้โดยสารรถไฟ
คนหนึ่งนับดูเห็นว่าในเวลา 2 นาทีจะผ่านเสาไป 37 ต้น ขยาย
ทราบว่ารถไฟแล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละเท่าไร

24. รถไฟขบวนหนึ่งแล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละ $16\frac{4}{5}$ ไมล์ ในระยะ
ทางจากสถานีหนึ่งถึงอีกสถานีหนึ่ง เป็นเวลา $4\frac{7}{12}$ ชั่วโมง ถ้ารถ
ไฟอีกขบวนหนึ่งแล่นระหว่างสองสถานีนี้นั้น ด้วยความเร็วชั่วโมงละ
 $20\frac{5}{8}$ ไมล์ จะเสียเวลาเท่าไร

25. ความเร็วของรถไฟกับเกวียนอยู่ในอัตราส่วน 7:2 ถ้ารถไฟแล่น
ด้วยความเร็วชั่วโมงละ 42 กิโลเมตร ขยายทราบว่าถ้าไปโดย
เกวียนระยะทาง 342 กิโลเมตร จะเสียเวลาเท่าไร

26. รถไฟสองขบวนยาว 160 ฟุต, 170 ฟุต แล่นสวนทางกันมาด้วย
ความเร็ว 25 ไมล์ต่อชั่วโมงและ 20 ไมล์ต่อชั่วโมงตามลำดับ ขยาย
ทราบว่าขบวนรถไฟทั้งสองจะผ่านพ้นกันนานเท่าไร

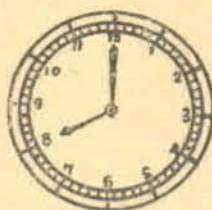
27. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 60 หลา แล่นมาด้วยความเร็วชั่วโมงละ 45
ไมล์ แล่นผ่านพ้นสถานีแห่งหนึ่งในเวลา $9\frac{6}{11}$ วินาที จงหาความ
ยาวของตัวสถานี

28. ขบวนแถวสองกองพัน ๆ แรกยาว 170 หลา เคลื่อนพลเดินมาด้วยความเร็วชั่วโมงละ 4 ไมล์ กองพันที่สองยาว 150 หลา กำลังเดินสวนทางกับกองพันแรกด้วยความเร็วชั่วโมงละ $3\frac{1}{2}$ ไมล์ อยากทราบว่าเมื่อหัวแถวของกองพันพบกันแล้ว อีกเป็นเวลานานสักเท่าไร หางแถวของขบวนแถวทั้งสองจะอยู่ห่างกัน 1000 หลา
29. รถไฟขบวนหนึ่งแล่นผ่านพันสถานียาว 220 หลา ในเวลา 10 วินาที และด้วยความเร็วเท่าเดิม แล่นผ่านพันสถานียาว 330 หลา ในเวลา 14 วินาที อยากทราบว่ารถไฟขบวนนั้นยาวเท่าไร และแล่นไปด้วยความเร็วชั่วโมงละกี่ไมล์
30. ชายผู้หนึ่งยืนอยู่ที่ศาลาสถานีรถไฟยาว 88 หลา เมื่อสังเกตเห็นขบวนรถไฟผ่านพันสถานีไปใช้เวลา 21 นาที และผ่านตัวเขาในเวลา 9 วินาที อยากทราบว่ารถไฟขบวนนั้นยาวเท่าไร และแล่นมาด้วยความเร็วชั่วโมงละกี่ไมล์

บทที่ 8

โจทย์เกี่ยวกับนาฬิกา

(Problems on Clocks)



หน้าเข็มนาฬิกาแบ่งเป็นช่องใหญ่ ๆ 12 ช่อง ช่องหนึ่ง ๆ แสดงว่าเป็นระยะของชั่วโมงหนึ่ง ซึ่งโดยมากมีเลขไทย เลขอารบิกหรือเลขโรมันเขียนบอกไว้ ในระหว่างช่องชั่วโมงยังแบ่งเป็นช่องเล็ก ๆ 5 ช่องเท่า ๆ กัน รวมทั้งหน้าเข็มนาก็มี 60 ช่อง เรียกว่าช่องนาที ตรงแกนกลางมีเข็มสองอัน ๆ หนึ่งสำหรับบอกชั่วโมง เข็มยาวสำหรับบอกนาที เข็มทั้งสองนั้นคงหมุนได้รอบตัวตรงแกนกลาง (นาฬิกาข้อมือไม่มีเข็มนาทีด้วย) เมื่อเรามาพิจารณาถึงการเดินของเข็มนาฬิกาทั้งสองเข็มนั้นแล้ว จะเห็นว่าลักษณะคล้ายกับคนสองคนวิ่งแข่งกันในลู่เป็นวงกลม

ข้อสังเกตต่อไปก็คือ เข็มยาวของนาฬิกาจะหมุนไปเร็วกว่าเข็มนั้นเสมอ เมื่อเข็มยาวหมุนไปได้หนึ่งรอบ หรือ 60 นาที เข็มสั้นจะหมุนไปได้ 5 ช่อง หรือ 5 นาที

เข็มยาวหมุนไป 60 นาที เข็มสั้นหมุนไป 5 นาที

∴ ∴ ∴ 12 ∴ ∴ ∴ 1 ∴

∴ เข็มยาวหมุนเร็วกว่าเข็มสั้น 11 นาที เมื่อเข็มยาวหมุน 12 นาที

∴ เข็มยาวหมุนเร็วกว่าเข็มสั้น 1 นาที เมื่อเข็มยาวหมุน $\frac{12}{11}$ นาที

การทำโจทย์ที่เกี่ยวกับนาฬิกาต่อไปนี้ ย่อมจะต้องใช้การเทียบส่วนทั้งได้แสดงมาแล้วนั้นเป็นเกณฑ์

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเวลาที่เข็มนาฬิกา (ก) ดังได้ลากแก่กัน

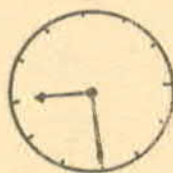
(ข) ซ้อนกัน ในระหว่าง 3 กับ 4 นาฬิกา

วิธีทำ

(ก) เมื่อ 3 นาฬิกา เข็มยาวอยู่หลังเข็มสั้น 15 นาที

∴ เข็มยาวจะต้องขยับหน้าเข็มสั้นไปอีก 15 นาที จึงจะเข็มนาฬิกาแก่กัน

∴ เข็มยาวจะต้องหมุนมากกว่าเข็มสั้น 30 นาที



เข็มยาวเดินเร็วกว่าเข็มสั้น 1 นาที เมื่อเข็มยาวเดิน $\frac{12}{11}$ นาที

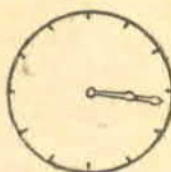
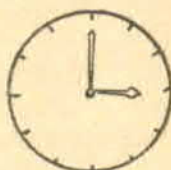
∴ เข็มยาวเดินเร็วกว่าเข็มสั้น 30 นาที เมื่อเข็มยาวเดิน

$$\frac{12}{11} \times 30 \text{ นาที} = 32 \frac{8}{11} \text{ นาที}$$

นั่นคือ, เข็มทั้งสองเข็มนาฬิกาแก่กัน เวลา 3 น. $32 \frac{8}{11}$ นาที

ตอบ 3 น. $32 \frac{8}{11}$ นาที

- (จ) เมื่อ 3 นาฬิกา เข็มยาวอยู่หลังเข็มสั้น 15 นาที ถ้าเข็มสั้นไม่หมุน เข็มยาวจะไปซ้อนเข็มสั้นในเวลา 15 นาที



แต่เข็มสั้นหมุนไปด้วย

เข็มยาวเดินเร็วกว่าเข็มสั้น 1 นาที เมื่อเข็มยาวเดิน $\frac{12}{11}$ นาที

∴ เข็มยาวเดินเร็วกว่าเข็มสั้น 15 นาที

เมื่อเข็มยาวเดิน

$$\frac{12}{11} \times 15 \text{ นาที} = 16 \frac{4}{11} \text{ นาที}$$

∴ เข็มนาฬิกาซ้อนกันเวลา 3 นาฬิกา $16 \frac{4}{11}$ นาที

ตอบ 3 น. $16 \frac{4}{11}$ นาที

ตัวอย่างที่ 2 ในระหว่างเวลา 9 นาฬิกาดัง 10 นาฬิกา เข็มยาวกับเข็มสั้นจะอยู่ตรงข้าม (เป็นเส้นตรงเดียวกัน) เมื่อใด

วิธีทำ

เมื่อ 9 น. เข็มยาวอยู่ตรงหน้าเข็มสั้น 15 นาที ถ้าเข็มสั้นไม่หมุน เข็มยาวหมุนไป 15 นาที จะอยู่ตรงข้ามกับเข็มสั้น



เข็มยาวหมุนมากกว่าเข็มสั้น 11 นาที เมื่อเข็มยาวหมุน 12 นาที

$$\begin{aligned} \therefore \text{เข็มยาวหมุนมากกว่าเข็มสั้น 15 นาที} & \quad \text{เมื่อเข็มยาวหมุน} \\ & \quad \frac{12}{11} \times 15 \text{ นาที} \\ & = 16\frac{4}{11} \text{ ,,} \end{aligned}$$

$\therefore$ เวลา 9 น. $16\frac{4}{11}$ นาที เข็มทั้งสองจะอยู่
ตรงกันข้าม



ตอบ 9 น. $16\frac{4}{11}$ นาที

ตัวอย่างที่ 3 นาฬิกาเรือนหนึ่งเดินเร็วสม่ำเสมอ เมื่อเวลา 15
นาฬิกาในวันจันทร์ คนตั้งนาฬิกาเรือนนี้ให้ช้าไป 1 นาที 40 วินาที ใน
วันจันทร์ต่อมาเวลา 23 นาฬิกา นาฬิกาเรือนนั้นเดินเร็วไป 2 นาที ชยภา
ทราบนานาฬิกาเรือนนั้นเดินตรงกัยเวลาจริงเมื่อไร

วิธีทำ

ตั้งแต่วันจันทร์ 15 น. ถึงวันจันทร์ต่อมาเวลา 23 น. เป็นเวลา
1 สัปดาห์ก็ 8 ชั่วโมง $= 176$ ชั่วโมง

$\therefore$ ใน 176 ชั่วโมง นาฬิกาเดินเร็วไป $100 + 120 \text{ วินาที} = 220 \text{ วินาที}$

$\therefore$ ใน 8 ชั่วโมงเดินเร็วไป $\frac{220}{176} \times 8 = 10$ วินาที

„ 80 „ „ 100 „

ดังนั้น นาฬิกาจะบอกเวลาจริงเมื่อได้เดินเร็วไป 100 วินาที

นับตั้งแต่วันที่เวลา 15 น. ของวันจันทร์

80 ชั่วโมง = 3 วัน 8 ชั่วโมง

และ 3 วัน 8 ชั่วโมงนับจากวันจันทร์นั้นมาคือ

วันพฤหัสบดี เวลา 23 นาฬิกา

ตอบ วันพฤหัสบดี เวลา 23 น.

ตัวอย่างที่ 4 นาฬิกาเรือนหนึ่งซึ่งตั้งตรงในตอนเที่ยงบอกเวลา 21.10 น. ในเมื่อเวลาจริงเป็น 22.00 น. ในวันนั้น จงหาเวลาจริงในค่ำวันนั้น เมื่อนาฬิกาเรือนนั้นบอกเวลา 23.00 น.

ตั้งแต่ 12.00 น. ถึง 22.00 น. เป็นเวลา 10 ชั่วโมง

ตั้งแต่ 12.00 น. ถึง 21.10 น. เป็นเวลา 9 ชั่วโมง 10 นาที

ตั้งแต่ 12.00 น. ถึง 23.00 น. เป็นเวลา 11 ชั่วโมง

เมื่อนาฬิกาบอกเวลา 9 ชั่วโมง 10 นาที เวลาจริงเป็น 10 ชั่วโมง

$$\therefore \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad 1 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \frac{10}{9\frac{1}{6}} \quad \text{,,}$$

$$\therefore \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad 11 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \frac{10 \times 11}{9\frac{1}{6}} \quad \text{,,}$$

$$= 12 \quad \text{,,}$$

เวลาจริงจึงเป็น 12 ชั่วโมงหลังจากเที่ยง คือ 24.00 น.

ตอบ 24.00 น.

ตัวอย่างที่ 5 นาฬิกาเรือนหนึ่งเดินช้าชั่วโมงละ 5 วินาที ได้ตั้งให้ตรงเวลาเมื่อเที่ยงวันอาทิตย์ (ก) เมื่อเที่ยงวันจันทร์นาฬิกาเรือนนั้นจะเป็นเวลาเท่าไร (ข) เมื่อนาฬิกาเรือนนั้นบอกเวลาเที่ยงในวันจันทร์นั้นเอง เวลาที่ถูกต้องจะเป็นเวลาเท่าไร (ค) เมื่อไรนาฬิกาเรือนนั้นจึงจะเดินตรงกับเวลาที่ถูกต้องกับเวลาจริงเป็นครั้งแรก

วิธีทำ

$$(ก) \text{ นาฬิกาจะเดินช้าถึงเที่ยงวันจันทร์ } 24 \times 5 \text{ วินาที} \\ = 2 \text{ นาที}$$

$$\therefore \text{ นาฬิกาเรือนนั้นบอกเวลา 11 นาฬิกา 58 นาที}$$

$$(ข) \text{ ใน 1 วัน มี } 60 \times 24 \text{ นาที} = 1440 \text{ นาที}$$

$$\therefore \text{ นาฬิกาเดิน 1 วัน เป็นเวลา } 1438 \text{ ,,}$$

$$\text{นาฬิกาเดิน 1438 นาที เวลาจริง 1440 ,,}$$

$$\therefore \text{ ,, 1440 ,, ,, } \frac{1440 \times 1440}{1438} \text{ ,,} \\ = 1442 \frac{2}{719} \text{ ,,}$$

$$\text{เวลาที่ถูกต้องขึ้นหน้านาฬิกาเรือนนั้นไป } 2 \frac{2}{719} \text{ ,,}$$

$$\text{นั่นคือเป็นเวลาเที่ยงกับ } 2 \frac{2}{719} \text{ ,,}$$

$$(ค) \text{ นาฬิกาเรือนนี้จะเดินตรงกับเวลาจริง เมื่อได้เดินช้าไป} \\ \text{ชั่วโมงเวลา 12 ชั่วโมงเต็ม ๆ}$$

ใน 1 ชั่วโมง นาฬิกาเดินช้า 5 วินาที

$$\begin{aligned} \text{,, } 12 \quad \text{,, } \text{,, } \text{,, } 5 \times 12 \quad \text{,,} \\ = 1 \text{ นาที} \end{aligned}$$

∴ นาฬิกาเรือนนี้เดินช้า 1 นาทีใน 12 ชั่วโมง

∴ นาฬิกาเรือนนี้เดินช้า 12×60 นาทีใน $12 \times 12 \times 60$ ชั่วโมง
 $= 360$ วัน

$$\text{ตอบ } \left\{ \begin{array}{l} 11 \text{ น. } 58 \text{ นาที} \\ \text{เที่ยง } 2\frac{2}{19} \text{ นาที} \\ 360 \text{ วัน ต่อมา} \end{array} \right.$$

แบบฝึกหัด 9

1. จงหาเวลาระหว่าง 5.00 น. และ 6.00 น. ในเมื่อเข็มยาวทั้งฉาก
กับเข็มสั้น
2. จงหาเวลาระหว่าง 10.00 น. และ 11.00 น. ในเมื่อเข็มยาวทั้งฉาก
กับเข็มสั้น
3. จงหาเวลาระหว่าง 3.00 น. และ 4.00 น. ในเมื่อเข็มยาวตรงข้าม
กับเข็มสั้น
4. เมื่อเข็มยาวอยู่ตรงข้ามกับเข็มสั้น ในระหว่างเวลา 11.00 น. และ
12.00 น. จะเป็นเวลาเท่าไร

5. จงหาเวลาในระหว่าง 15.00 น. และ 16.00 น. เมื่อมุมของเส้น
นาฬิกาเท่ากับหนึ่งในสามของมุมฉาก
6. เมื่อเข็มยาวกับเข็มสั้นในระหว่าง 7.00 น. และ 8.00 น. จะเป็นเวลา
เท่าไร
7. เมื่อเข็มยาวกับเข็มสั้นในระหว่าง 18.00 น. และ 19.00 น. จะเป็น
เวลาเท่าไร

จงหาเวลาเมื่อเข็มทั้งสองของนาฬิกา (ก) ทับกัน (ข) ตั้ง
ฉากแก่กันและกัน (ค) อยู่ตรงกันข้าม (ง) อยู่ห่างกันชั่วระยะ
เวลา 20 นาที ตามกำหนดในระหว่างเวลาดังต่อไปนี้ :-

8. เวลาระหว่าง 1 นาฬิกา กับ 2 นาฬิกา
9. เวลาระหว่าง 2 นาฬิกา กับ 3 นาฬิกา
10. เวลาระหว่าง 4 นาฬิกา กับ 5 นาฬิกา
11. เวลาระหว่าง 5 นาฬิกา กับ 6 นาฬิกา
12. เวลาระหว่าง 6 นาฬิกา กับ 7 นาฬิกา
13. เวลาระหว่าง 7 นาฬิกา กับ 8 นาฬิกา
14. เวลาระหว่าง 8 นาฬิกา กับ 9 นาฬิกา
15. เวลาระหว่าง 9 นาฬิกา กับ 10 นาฬิกา
16. เวลาระหว่าง 10 นาฬิกา กับ 11 นาฬิกา
17. เวลาระหว่าง 11 นาฬิกา กับ 12 นาฬิกา

18. จงหาเวลาในระหว่าง 3 นาฬิกา กับ 4 นาฬิกา เมื่อเข็มทั้งสองอยู่ห่างกัน 25 นาที
19. จงหาเวลาในระหว่าง 9 นาฬิกา กับ 10 นาฬิกา เมื่อเข็มทั้งสองอยู่ห่างกัน $15\frac{2}{3}$ นาที
20. นาฬิกาเรือนหนึ่งเดินเร็วไป 45 วินาที ทุก ๆ 12 ชั่วโมง ถ้าตั้งตรงเวลาจริงเมื่อ 15 น. ในวันศุกร์ พอถึงวันจันทร์เวลา 9 น. นาฬิกาเรือนนี้จะบอกเวลาเท่าไร
21. นาฬิกาเรือนหนึ่งเดินเร็วไป 5 วินาที ทุก ๆ 3 นาที ถ้าตั้งไว้ให้ตรงกับเวลาจริงเมื่อ 6 น. อยากทราบว่าในตอนบ่ายวันนั้น นาฬิกาเรือนนี้จะบอกเวลา 15.15 น. จะเป็นเวลาที่ถูกต้องเท่าไร
22. นาฬิกาเรือนหนึ่งตั้งให้ตรงเวลาจริงเมื่อเที่ยงวันจันทร์ นาฬิกาเรือนนี้เดินช้า 192 วินาทีใน 10 ชั่วโมง วันพฤหัสบดีที่ต่อมานาฬิกาจะบอกเวลา 14 น. 36 นาที จะเป็นเวลาที่ถูกต้องเท่าไร
23. ในวันหนึ่ง ๆ เข็มยาวจะผ่านเข็มสั้นไปกี่ครั้ง
24. นาฬิกาเรือนหนึ่งเดินเร็วไปชั่วโมงละ 5 วินาที ถ้าตั้งให้ตรงเวลาจริงเมื่อตอนเที่ยงวัน ถ้านาฬิกาจะบอกเวลาเที่ยงวันในวันต่อมา เวลาที่ถูกต้องจะเป็นเวลาอะไร
25. นาฬิกาเรือนหนึ่งใน 12 ชั่วโมงจะเดินเร็วไป 45 วินาทีเสมอ เมื่อวันศุกร์ถ้าตั้งให้ตรงกับเวลาที่ถูกต้องเวลา 21 น. อยากทราบว่าเวลา 15 น. ในวันจันทร์ต่อมา นาฬิกาเรือนนี้จะบอกเวลาเท่าไร

26. ถ้าทั้งนาฬิกาสามเรือนตรงกัน แต่เรือนแรกเดินเร็ว 4 นาที เรือนที่สองเดินเร็ว 2 นาที และเรือนที่สามเดินช้า 5 นาที ในเวลาหนึ่งสัปดาห์ อยากทราบว่าจะเป็นเวลาอีกนานเท่าใดนาฬิกาทั้งสามเรือนจึงจะบอกเวลาตรงกันใหม่
27. ถ้าทั้งนาฬิกาเรือนหนึ่งให้ตรงเมื่อเวลา 9 น. พอเวลา 10 น. นาฬิกาเรือนนั้นบอกเวลา 10.04 น. นาฬิกาเรือนนี้คงเดินเร็วสม่ำเสมอต่อไปจนชั่ววันนั้น เมื่อนาฬิกาเรือนนั้นบอกเวลา 17 น. อยากทราบว่าเวลาที่ถูกต้องเป็นเวลาเท่าไร
28. ถ้าทั้งนาฬิกาเรือนหนึ่งให้ตรงกับเวลาจริง เมื่อตอนเที่ยงวัน (12น.) ครั้นนาฬิกาเรือนนั้นบอกเวลา 12.33 น. นาฬิกาอีกเรือนหนึ่งซึ่งเดินเที่ยง ปรากฏว่าเข็มสั้นและเข็มนาฬิกาอยู่ตรงกันข้าม อยากทราบว่านาฬิกาเรือนที่คงไว้เดินช้าหรือเร็วไปชั่วโมงละเท่าไร
29. ฉันท้องนาฬิกาข้อมือของฉันให้ตรงกับเวลาจริงเมื่อเที่ยง แต่เมื่อถึงเวลา 19.00 น. นาฬิกาข้อมือฉันบอกเวลา 18.50 น. เท่านั้น จงหาเวลาจริงเมื่อนาฬิกาบอกเวลา 19.00 น.
30. นาฬิกาเรือนหนึ่งเดินเร็วไป 1 นาที 15 วินาที ใน 24 ชั่วโมง อีกเรือนหนึ่งเดินช้าไป 1 นาที 15 วินาที ในเวลาเท่ากัน เจ้าของตั้งนาฬิกาทั้งสองในเวลาเที่ยงของวันที่ 17 พฤษภาคม ให้ตรงกับเวลาจริง จงหาว่านาฬิกาสองเรือนนี้จะแสดงเวลาแตกต่างกัน 45 นาที ในวันที่เท่าใด เวลาอะไร

31. นาฬิกาข้อมือของฉันเดินเร็วไป 4 นาทีใน 24 ชั่วโมง ส่วนนาฬิกาปลุกเดินช้าไป 2 นาทีใน 36 ชั่วโมง ฉันตั้งนาฬิกาให้ตรงทั้งสองเรือนเมื่อ 12.00 น. จงหาเวลาจริงในเมื่อนาฬิกาข้อมือเดินเร็วกว่านาฬิกาปลุก 15 นาที
32. นาฬิกาเรือนหนึ่งเดินตรงเวลาจริงเมื่อ 6.00 น. ของวันอาทิตย์ แต่เดินเร็วไป 24 นาที เมื่อถึงเวลาที่ขงในวันอังคาร จงหาว่าเวลาจริงเป็นเวลาเท่าไร
33. นาฬิกาเรือนหนึ่งเดินเร็วไป 5 วินาทีใน 3 นาที ถูกตั้งให้ตรงเวลาจริงเมื่อ 6.00 น. จงหาเวลาจริงในเมื่อนาฬิกาเรือนนั้นบอกเวลา 15.15 น. ในวันเดียวกัน
34. ถ้าตั้งนาฬิกาไว้ ให้ตรงเวลาจริง เมื่อคอนเคาเรพ ของชาติเวลา 8 น. ครึ่งถึงเวลาเพล (11.00 น.) นาฬิกาเรือนนั้นเดินช้าหน้าไป 5 นาที ถ้าหากว่าเวลาจริงในวันนั้น 15 น. อยากทราบว่านาฬิกาเรือนนั้นบอกเวลาเท่าไร
35. นาฬิกาสองเรือน ๑ แรกเดินเร็ว 5 นาทีต่อชั่วโมง เรือนที่สองเดินช้าไป 5 นาทีต่อชั่วโมง เมื่อตั้งนาฬิกาทั้งสองเรือนให้ตรงกันเวลาเที่ยงวัน อยากทราบว่าอีกนานเท่าใด นาฬิกาทั้งสองเรือนนี้จึงจะบอกเวลาตรงกันเป็นครั้งที่สอง
36. ชั่วโมงเวลา 24 ชั่วโมง เข็มยาวกับเข็มสั้นจะเป็นมุมฉากแก่กัน

๕ ๕
กค.ร.ง.

37. นาฬิกาสองเรือน ๆ ที่หนึ่งเดินเร็ววันละ 3 นาที เรือนที่สองเดินช้าวันละ 2 นาที ถ้าทั้งนาฬิกาทั้งสองเรือนตรงเวลาจริงเมื่อเที่ยงวันวันอาทิตย์ ในวันอาทิตย์ต่อมานาฬิกาเรือนที่สองบอกเวลา 23.45 น. อยากทราบว่านาฬิกาเรือนที่หนึ่งบอกเวลาเท่าไร



บทที่ ๙

ดอกเบี้ยทบต้น

(Compound Interest)

การคิดดอกเบี้ยจากเงินกู้ยืมมีสองอย่าง คือ คิดอย่างดอกเบี้ย
ชั้นเดียวและดอกเบี้ยทบต้น

เมื่อผู้ให้กู้ยืมเงินตกลงกันว่า ผู้กู้จะต้องนำดอกเบี้ยมาให้เจ้า
ของเงินเป็นงวด ๆ เมื่อถึงกำหนด การกู้เงินชนิดนี้เรียกว่าการกู้ โดยคิด
ดอกเบี้ยชั้นเดียว

แต่ถ้าตกลงกันว่าผู้กู้ ไม่ต้องนำดอกเบี้ยมาส่งเป็นงวด ๆ แต่ให้นำ
ดอกเบี้ยทบเข้ากับเงินกู้ โดยถือว่าเป็นเงินกู้เพิ่มเติม การกู้เงินชนิดนี้
เรียกว่าการกู้ โดยคิดดอกเบี้ยทบต้น

ข้อแตกต่างกันระหว่างดอกเบี้ยชั้นเดียวกับดอกเบี้ยทบต้น จึงอยู่ที่
จำนวนเงินต้น ในการคิดดอกเบี้ยชั้นเดียว เงินต้นคงที่อยู่เสมอไม่ว่าผู้
เทือนกับ แต่ในการคิดดอกเบี้ยทบต้นเงินต้นจะเพิ่มขึ้นทุก ๆ งวด

การคิดดอกเบี้ยเป็นงวด ๆ ละเท่าอนั้น ต้องแล้วแต่จะตกลงกัน
เอกชนทั่วไปมักคิดดอกเบี้ยทบต้นปีละครั้ง ธนาคารขอสินเชื่อของรัฐบาล
ก็คิดดอกเบี้ยทบต้นให้แก่ผู้ฝากปีละครั้ง แต่ธนาคารทั่วไปมักคิดดอกเบี้ย

ทยกันให้แก่ผู้ฝาก หรือคิกจากผู้กู้ วงละหกเดือน เช่นในวันที่ 30 มิถุนายน
วงหนึ่ง และวันที่ 31 ธันวาคม อีกวงหนึ่ง

ในการคำนวณดอกเบี้ยมีหลักการว่า เราจะต้องการเงินรวมทุก ๆ วง
ทำการทยคอกเบี้ยเข้ากับเงินต้น เงินรวมของวงเก่าจะกลายเป็นเงินต้น
ของวงใหม่ต่อไป และอัตราดอกเบี้ยก็ต้องทำให้เป็นอัตราค่าของวงใน
กรณีคอกเบี้ยปีละ 2 ครั้งขึ้นไป

จำนวนเงินที่จะคอกเบี้ยกันนั้น ธนาคารออมสินของรัฐบาลและ
ธนาคารธรรมดาของเอกชนในประเทศไทย ถือหลักอย่างเดียวกันว่า
เฉพาะเงินฝากที่เป็นบาทเท่านั้นให้คอกเบี้ย ถ้าเป็นเศษของบาทคือเป็น
จำนวนสตางค์แล้ว ไม่คอกเบี้ยให้ เช่นมีเงินฝากในธนาคาร 28543.57
บาท จะได้คอกเบี้ยเฉพาะเงิน 28543 บาท ส่วนเงินอีก 57 สตางค์นั้นไม่
คอกเบี้ยให้ เพราะเห็นว่าจะคิดให้ก็ไม่ได้ไม่สมควร เช่นธนาคารให้
คอกเบี้ยร้อยละ 1 ก็จะได้เพียงครึ่งสตางค์เท่านั้น เสียเวลาคิดเปล่า ๆ
แต่ถ้าใจหยาบของเงินกู้หรือเงินฝากเป็นเงินต่างประเทศ เช่นเงินอังกฤษ ให้
คอกเบี้ยแก่เศษของเงินหน่วยใหญ่ด้วย การปกติให้คิดเศษเงินได้คอก
เบี้ย 4 ตำแหน่ง

วิธีหาเงินรวมและดอกเบี้ย

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเงินรวมและดอกเบี้ยของเงินต้น 100 บาท
ซึ่งให้กู้เป็นเวลา 2 ปี โดยคอกเบี้ยทยกัน อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 10 ทย

คอกเบี้ย 10% ค่ำบ $= \frac{10}{100}$ หรือ $\frac{1}{10}$ ของเงินต้น

1000.00 บาท = เงินต้นในขั้นแรก

100.00 = คอกเบี้ย ..

1100.00 = เงินต้นในขั้นที่สอง

110.00 = คอกเบี้ย ..

1210.00 บาท = เงินรวมเมื่อสิ้นขั้นที่สอง

∴ ได้คอกเบี้ย 1210 บาท - 1000 บาท = 210 บาท

ตอบ { เงินรวม 1210 บาท
คอกเบี้ย 210 บาท

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคอกเบี้ยทบต้นของเงิน 3675 บาท ชั่วเวลา
2 ปี คอกเบี้ยรายคอก 5 และครึ่งปีคอกคอกเบี้ยครึ่งหนึ่ง

คอกเบี้ย 5% ค่ำบ $= \frac{5}{100}$ หรือ $\frac{1}{20}$ ของเงินต้น

∴ คอกเบี้ย 5% ค่ำครึ่งปี $= \frac{5}{200}$ หรือ $\frac{1}{40}$ ของเงินต้น

3675 บาท = เงินต้นในขั้นหนึ่ง

91.875 = ค.บ. เมื่อสิ้นครึ่งปีหนึ่ง

3766.875 = เงินต้นกลางขั้นหนึ่ง

94.172 = ค.บ. ปลายขั้นหนึ่ง

3861.047 = เงินต้นในขั้นที่สอง

96.526 = ค.บ. กลางขั้นที่สอง

$$\begin{array}{rcl}
 3957.573 & = & \text{เงินต้นในกลางปีที่สอง} \\
 \underline{98.939} & = & \text{ค.บ. ในปลายปีที่สอง} \\
 4056.512 & = & \text{เงินรวมในปลายปีที่สอง} \\
 \underline{3675.} & = & \text{เงินต้นในปีแรก} \\
 \underline{381.512} & = & \text{ค.บ. ทบต้นเวลา 2 ปี}
 \end{array}$$

ตอบ 381.51 บาท

หรือ เงินต้น 100 บาท ในเวลา 1 ปี ได้ดอกเบี้ย 5 บาท

.. .. 1 $\frac{1}{2}$ 025 ..

3675 บาท = เงินต้นปีที่ 1

.025

91.875 = ค.บ. กลางปีที่ 1

3675

3766.875 = เงินต้นกลางทปี 1

.025

94.172 = ค.บ. ปลายปีที่ 1

3766.875

$$\begin{array}{rcl}
 3861.047 & = & \text{เงินต้นปีที่ 2} \\
 \underline{\quad .025 \quad} & & \\
 96.526 & = & \text{ค.บ. กลางปีที่ 2} \\
 3861.047 & & \\
 \underline{\quad \quad \quad} & & \\
 3957.573 & = & \text{เงินต้นกลางปีที่ 2} \\
 \underline{\quad .025 \quad} & & \\
 98.939 & = & \text{ค.บ. ปลายปีที่ 2} \\
 3957.573 & & \\
 \underline{\quad \quad \quad} & & \\
 4056.512 & = & \text{รวมเงินปลายปีที่ 2} \\
 3675. & & \\
 \underline{\quad \quad \quad} & & \\
 381.512 & = & \text{ค.บ. ทั้งหมด} \\
 \underline{\quad \quad \quad} & & \\
 \text{ตอบ} \quad \text{คอกเบี้ย} \quad 381.51 \quad \text{บาท} & &
 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาเงินรวมของเงินต้น 789 ปอนด์ 17 ชิลลิง
6 เพนนี ระยะเวลา 3 ปี คิดคอกเบี้ยทบต้นอัตราคอกเบี้ย $4\frac{1}{4}\%$

วิธีทำ

$$\text{คอกเบี้ย } 4\frac{1}{4}\% = \frac{1}{100} \text{ ของเงินต้น} + \frac{1}{400} \text{ ของเงินต้น}$$

$$\text{เงิน 789 ปอนด์ 17 ชิลลิง 6 เพนนี} = 789.875 \text{ ปอนด์}$$

	ปอนด์		
	789.875		= ท. บก 1
คชกเบย $\frac{4}{100}$	31.5950	0	} = ท.บ. บก 1
คชกเบย $\frac{1}{400}$	1.9746	875	
	823.4446	875	= ท. บก 2
คชกเบย $\frac{4}{100}$	32.9377	87500	} = ท.บ. บก 2
คชกเบย $\frac{1}{400}$	2.0586	1171875	
	858.4410	8671875	= ท. บก 3
คชกเบย $\frac{4}{100}$	34.3376	4346875	} = ท.บ. บก 3
คชกเบย $\frac{1}{400}$	2.1461	02716796875	
	894.9248		= เงินรวม
	20		
	18.4960	ชิลลิง	
	12		
	5.952	пенні	

ตอบ 894 ปอนด์ 18 ชิลลิง 6 пенні

สูตรสำหรับหาดอกเบยทบต้น

สมมติให้

ต. บาท เป็นเงิน ต้น

ร. „ เป็นเงิน รวม

อ. เป็น ชั้รราคอกเบย

ป. เป็นจำนวนปี

เงินต้น 1 บาท ในเวลา 1 ปี ได้คอกเบย $\frac{อ.}{100}$ บาท

∴ „ 1 „ „ 1 „ ได้เงินรวม $1 + \frac{อ.}{100}$ „

„ ต. „ „ 1 „ „ ต. $(1 + \frac{อ.}{100})$ „

ถ้า $(1 + \frac{อ.}{100}) = บ.$

ดังนั้น เงินต้น ต. บาทในเวลา 1 ปี ได้เงินรวม ต.บ. บาท

„ ต. „ „ 2 „ „ ต.บ. $\times$ บ. = ต.บ.² บาท

„ ต. „ „ 3 „ „ ต.บ.² $\times$ บ. = ต.บ.³ บาท

„ ต. „ „ 4 „ „ ต.บ.³ $\times$ บ. = ต.บ.⁴ บาท

∴ เงินต้น ต. บาทในเวลา ป ปี ได้เงินรวม = ต.บ.^ป บาท

∴ เงินรวม ร. บาท ในเวลา ป ปี จึงเขียนเป็นสูตรดังนี้

$$ร. = ต.บ.^ป$$

$$= ต. \left(1 + \frac{อ.}{100}\right)^ป$$

$$\text{คอกเบย} = \text{เงินรวม} - \text{เงินต้น}$$

$$= \text{ต.บ.}^{\frac{1}{2}} - \text{ต.}$$

$$= \text{ต.} (\text{บ.}^{\frac{1}{2}} - 1)$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาเงินรวมของเงินต้น 1000 บาท เวลา 2 ปี

อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5

วิธีทำ

$$\therefore \text{ร.} = \text{ต.บ.}^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \text{ร.} = 1000 \times 1.05^2 \text{ บาท}$$

$$= 1102.5 \text{ ,}$$

ตอบ 1102.50 บาท

แบบฝึกหัดที่ 10

จงหาเงินรวม คิดดอกเบี้ยทบต้นของเงินตามกำหนดต่อไปนี้

- | | | |
|-----------------------|-----------|-----------------------|
| 1. เงินต้น 100 บาท | เวลา 2 ปี | อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5 |
| 2. เงินต้น 100 บาท | เวลา 3 ปี | อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5 |
| 3. เงินต้น 3680 บาท | เวลา 3 ปี | อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4 |
| 4. เงินต้น 2500 บาท | เวลา 2 ปี | อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4 |
| 5. เงินต้น 472.90 บาท | เวลา 3 ปี | อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 3 |
| 6. เงินต้น 2150 ปอนด์ | เวลา 3 ปี | อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5 |
| 7. เงินต้น 1000 ปอนด์ | เวลา 3 ปี | อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5 |

8. เงินต้น 4500 ปอนด์ เวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ยร้อยละ $4\frac{1}{2}$
9. เงินต้น 520 ปอนด์ 16 ชิลลิง 8 เพนนี เวลา $1\frac{1}{2}$ ปี อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4 คิคคอกเบี้ยทุก ๆ ครั้งปี
10. เงินต้น 3255 ปอนด์ 4 ชิลลิง 2 เพนนี เวลา $1\frac{1}{2}$ ปี อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 8 คิคคอกเบี้ยทุก ๆ ครั้งปี
11. ฉันให้เขา^๑เงินไป 3250 บาท เป็นเวลา $1\frac{1}{2}$ ปี คิคคอกเบี้ยทบต้น ในอัตราร้อยละ 5 คิคเขา^๑คอกเบี้ยทุก ๆ ครั้งปี เมื่อครบกำหนดฉันได้เงินรวมเท่าไร
12. ฉันเอาเงิน 1640 บาทฝากธนาคารไว้ 2 ปี ซึ่งได้คอกเบี้ยร้อยละ 5 พอสิ้นปีที่ 2 จะได้เงินรวมเท่าไร
13. เมื่อ พ.ศ. 2471 พลเมืองของอำเภอหนึ่งในจังหวัดนั้น มี 35,740 คน พลเมืองได้เพิ่มขึ้นทุกกระยะ 10 ปี ในอัตราร้อยละ 20 ขยายทราบว่าใน พ.ศ. 2491 พลเมืองในอำเภอนั้นมีกี่คน
14. นักเรียนคนหนึ่งนำเงิน 500 บาทไปฝากธนาคารไว้ 2 ปี ธนาคารคิคคอกเบี้ยให้ร้อยละ 5 ขยายทราบว่าเขาจะได้คอกเบี้ยเท่าไรในปลายปีที่สองนั้น
15. สมาชิกสหกรณ์^๑เงินสมาคมมาลงทุน 2000 บาท ชั่วเวลา 2 ปี สมาคมคิคคอกเบี้ยทบต้นร้อยละ 3 พอครบกำหนดเวลา สมาชิกจะต้องส่งเงินคืนเท่าไร

16. ฉันทฝากเงินไว้ในธนาคาร 3680 บาท ชั่วเวลา 3 ปี ได้ดอกเบี้ยร้อยละ 4 ในปลายปีที่สามฉันจะเป็นเจ้าหนี้ธนาคารเท่าไร
17. ให้เขากู้เงินไป 1800 บาท เวลา 3 ปี คิดดอกเบี้ยทบต้นในอัตราร้อยละ 5 จะได้เงินรวมเท่าไร
18. จงหาผลต่างของดอกเบี้ยเชิงเดียว และดอกเบี้ยทบต้นของเงินต้น 635.60 บาท ชั่วเวลา 4 ปี คิดดอกเบี้ยร้อยละ 3
19. จงหาผลต่างของดอกเบี้ยเชิงเดียว และดอกเบี้ยทบต้นของเงินต้น 1562.50 บาท ชั่วเวลา 3 ปี คิดดอกเบี้ยร้อยละ 4
20. ฉันทฝากเงิน 8125 บาท ไว้ธนาคารเป็นเวลา 4 ปี ได้ดอกเบี้ยร้อยละ 4 ในปลายปีที่สี่ฉันจะได้ดอกเบี้ยทั้งสิ้นเท่าไร



วิธีหาเงินต้น

ถ้าโจทย์กำหนดเงินรวม, เวลาและอัตราดอกเบี้ย เราหาค่าเงินต้นได้ วิธีทำได้โดยเทียบอย่างวิธีหาคอชงเงินเชิงเดียว เช่นคิดเงิน 1 บาท หรือ 100 บาท ชั่วเวลา และอัตราที่กำหนด และจะใช้สูตรหรือไม่ก็ได้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเงินต้นชั่วเวลา 2 ปี คิดดอกเบี้ยร้อยละ 4 ได้เงินรวม 304.20 บาท

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{เงินรวมของเงินต้น 1 บาท} &= (1.04)^2 \text{ บาท} \\ &= 1.0816 \text{ ,,}\end{aligned}$$

$$\text{เมื่อเงินรวมได้ 1.0816 บาท เงินต้น}=1 \text{ ,,}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ ,, } 304.20 \text{ ,, } \text{ ,, } &= \frac{304.20}{1.0816} \text{ ,,} \\ &= 281.25 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ตอบ 281.25 บาท

หรือทำตามสูตร

$$\therefore \text{ร.} = \text{ต.ป.ป}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ต.} &= \frac{304.2}{(1.04)^2} \text{ บาท} \\ &= 281.25 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ตอบ 281.25 บาท

ตัวอย่างที่ 2 ผลต่างระหว่างดอกเบี้ยเชิงเดียวกับดอกเบี้ยทบต้น
ช่วงเวลา 2 ปี คัดดอกเบี้ยในอัตราร้อยละ 4 เป็นเงิน 5.60 บาท จงหา
เงินต้น

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{เงินรวมของเงินต้น 1 บาท เวลา 2 ปี คัดดอกเบี้ยทบต้น} \\ &= 1.04 \times 1.04 = 1.0816 \text{ บาท}\end{aligned}$$

∴ คอก ^๕ เบย ^๕ ทบ ^๕ ค ^๕ นจากเงิน ^๕ ค ^๕ น 1 บาท	= .0816 บาท
คอก ^๕ เบย ^๕ เจ ^๕ ง ^๕ ค ^๕ บ ^๕ ว ^๕ จากเงิน ^๕ ค ^๕ น 1 บาท	= .08 „
∴ ผล ^๕ ค ^๕ ง ^๕ ของคอก ^๕ เบย ^๕ เงิน ^๕ ค ^๕ น 1 „	= .0016 „
เม ^๕ ิ ^๕ ค ^๕ อก ^๕ เบย ^๕ ค ^๕ ง ^๕ ก ^๕ น .0016 บาท เงิน ^๕ ค ^๕ น	= 1 „
∴ „ „ 5.60 „ „	= $\frac{5.60}{.0016}$ „
	= $\frac{560}{.16}$ „
	= 3500 „

ตอบ 3500 บาท

แบบฝึกหัดที่ 11

จงหาเงินต้นตามกำหนดต่อไปนี้

1. เงินรวม 441 บาท เวลา 2 ปี อัตราคอก^๕เบย^๕ 5%
2. เงินรวม 264.60 บาท เวลา 2 ปี อัตราคอก^๕เบย^๕ 5%
3. เงินรวม 463.05 บาท เวลา 3 ปี อัตราคอก^๕เบย^๕ 5%
4. เงินรวม 1352 บาท เวลา 2 ปี อัตราคอก^๕เบย^๕ 4%
5. เงินรวม 3969 บาท เวลา 2 ปี อัตราคอก^๕เบย^๕ 5%
6. เงินรวม 605 บาท เวลา 2 ปี อัตราคอก^๕เบย^๕ 10%
7. เงินรวม 1452 บาท เวลา 2 ปี อัตราคอก^๕เบย^๕ 10%

8. เงินรวม 2205 บาท เวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 5%
9. ได้ดอกเบี้ย 304.50 บาทในเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ยทบต้นร้อยละ 3 ต่อปี
10. ได้ดอกเบี้ย 816 บาทในเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ยทบต้นร้อยละ 4 ต่อปี
11. เงินรวม 21218 บาท เวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 3%
12. เงินรวม 495 บาท เวลา 3 ปี อัตราดอกเบี้ย 2%
13. เงินรวม 1690 บาท เวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 4%
14. เงินรวม 518.25 บาท เวลา 3 ปี อัตราดอกเบี้ย 4%
15. เงินรวม 1462.35 บาท เวลา 4 ปี อัตราดอกเบี้ย 4%
16. ฉันท้นำเงินไปฝากธนาคารจำนวนหนึ่ง ชั่วเวลา 2 ปี คิดดอกเบี้ยร้อยละ 4 แต่ได้ดอกเบี้ยทุก ๆ ครึ่งปี ไม่ครบ 2 ปีแล้วธนาคารแจ้งมาว่า ฉันทยังเป็นเจ้าหน้อย 1750 บาท ฉันทนำเงินไปฝากไว้เท่าไร
17. ฉันทให้เขากู้เงินไปจำนวนหนึ่ง ชั่วเวลา 2 ปี เขาได้ดอกเบี้ยร้อยละ 5 และเขาส่งเงินให้รวม 1808.10 บาท เขาเป็นหนี้ฉันทอยู่เท่าไร
18. ผลต่างระหว่างดอกเบี้ยเชิงเดียว กับดอกเบี้ยทบต้นของเงินจำนวนหนึ่ง ชั่วเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5 เท่ากับ 60 สตางค์ จงหาเงินต้น

19. ผลต่างระหว่างดอกเบี้ยเชิงเดียว กับดอกเบี้ยทบต้นของเงินจำนวนหนึ่ง ชั่วเวลา 3 ปี คีคิถรรวร้อยละ 4 เท่ากับ 15.20 บาท จงหาเงินจำนวนนั้น
20. ผลต่างระหว่างดอกเบี้ยเชิงเดียว กับดอกเบี้ยทบต้นของเงินจำนวนหนึ่ง ชั่วเวลา 3 ปี คีคิถรรวดอกเบี้ยร้อยละ 5 เท่ากับ 38.15 บาท จงหาเงินต้น

วิธีหาอัตราดอกเบี้ยและเวลา

ตัวอย่างที่ 1 จงหาอัตราดอกเบี้ยของเงินต้น 8000 บาท ซึ่งให้เขา₁ไปเป็นเวลา 3 ปี ได้เงินรวม 9261 บาท

วิธีทำ

ตามสูตร

$$F = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

$$\text{ดังนั้น } 9261 = 8000 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$$

$$\left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 = \frac{9261}{8000}$$

$$\therefore \left(1 + \frac{r}{100}\right) = \sqrt[3]{\frac{9261}{8000}} = \frac{21}{20} = 1 + \frac{1}{20}$$

$$= 1 + \frac{5}{100}$$

$$\therefore \frac{\text{อ.}}{100} = \frac{5}{100}$$

$$\therefore \text{อ.} = 5\%$$

ตอบ อัตราดอกเบี้ย 5%

ตัวอย่างที่ 2 ฉันทให้เขา^๕กู้เงินไป 2000 บาท คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 5 พอถึงกำหนดเขาส่งเงินมาใช้รวม 2260.15 บาท ขยาคทราบว่าเขา^๕กู้เงินฉันทไปนานเท่าไร

วิธีทำ

ดอกเบี้ย	๕	บาท
เงิน 1 บาท	ใน 1 ปี	ได้ดอกเบี้ย $\frac{1}{20}$ บาท
$\frac{1}{20}$ 2000	บาท	= เงินต้นข ^๕ ย 1
100		= ดอกเบี้ยข ^๕ ย 1
2100		= เงินต้นข ^๕ ย 2
$\frac{1}{20}$ 105		= ดอกเบี้ยข ^๕ ย 2
2205		= เงินต้นข ^๕ ย 3
$\frac{1}{20}$ 110.25		= ดอกเบี้ยข ^๕ ย 3
2315.25 บาท		= เงินรวมข ^๕ ย 3

แต่ได้เงินรวมมากกว่าเงินต้นข^๕ย 3

$$= 2260.15 - 2205 \text{ บาท}$$

$$= 55.15 \quad \text{,,}$$

เงินทุน 100 บาท ได้ดอกเบี้ย 5 บาท ในเวลา 1 ปี

$$\therefore \text{,, } 2205 \text{ ,, ,, } 1 \text{ ,, ,, } \frac{1 \times 100}{5 \times 2205} \quad \text{,,}$$

$$= \frac{4}{441} \quad \text{,,}$$

$$\therefore \text{เงิน } 2205 \text{ ,, ,, } 55.15 \text{ ,, ,, } \frac{4 \times 55.15}{441} \quad \text{,,}$$

$$= \frac{1}{2} \quad \text{,,}$$

$$\therefore \text{เวลาที่เงิน} = 2 + \frac{1}{2} \text{ ปี} \quad \text{,,}$$

$$\underline{\underline{\text{ตอบ } 2\frac{1}{2} \text{ ปี}}}$$

ตัวอย่างที่ 3 เงินต้น 1600 ปอนด์ คิดดอกเบี้ย $2\frac{1}{2}\%$ ได้เงิน
รวม 1723 ปอนด์ 6 เพนนี จงหาเวลาที่คิดดอกเบี้ย

วิธีทำ

$$1723 \frac{1}{40} \text{ ปอนด์} = 1600 \text{ ปอนด์} \left(1 + \frac{2\frac{1}{2}}{100} \text{ ปี}\right)$$

$$= 1600 \left(\frac{41}{40}\right)^{\text{ปี}}$$

$$\therefore \left(\frac{41}{40}\right)^{\text{ปี}} = \frac{1723 \frac{1}{40}}{1600} = \frac{68921}{64000}$$

(ขั้นต่อไปทดลองคูณ $\frac{41}{40}$ คว้า ถ้าสิ่งไหนเท่าไรจึงจะคูณกันได้

$$\frac{68921}{64000}$$

ถ้าสังเกตส่วนจะเห็นว่า

เมื่อลงทุน 40 ด้วยตนเอง 3 ครั้งจะได้ 64000 และเป็นผล
 ลัพธ์ที่ถูกต้อง จึงลงทุน 41³ ก็ได้ 68921 พอดี)
 $\therefore$ เวลาที่ต้องการ = 3 ปี
ตอบ 3 ปี

แบบฝึกหัดที่ 12

จงหาอัตราดอกเบี้ยตามกำหนดต่อไปนี้

1. เงินต้น 2500 บาท ในเวลา 2 ปี ได้เงินรวม 2652.25 บาท
2. เงินต้น 2800 บาท ในเวลา 2 ปี ได้เงินรวม 2887 บาท
3. เงินต้น 5000 บาท ในเวลา 2 ปี ได้เงินรวม 5408 บาท
4. เงินต้น 312 บาท ในเวลา 3 ปี ได้เงินรวม 340.95 บาท
5. เงินต้น 250 บาท ในเวลา 3 ปี ได้เงินรวม 275.95 บาท

จงหาเวลาที่คิดดอกเบี้ยตามกำหนดต่อไปนี้

6. เงินต้น 350 บาท อัตราดอกเบี้ย 2% ได้เงินรวม 378.56 บาท
 7. เงินต้น 1000 บาท อัตราดอกเบี้ย 3% ได้เงินรวม 1040.40 บาท
 8. เงินต้น 2000 บาท อัตราดอกเบี้ย 5% ได้เงินรวม 2315.25 บาท
 9. เงินต้น 8000 บาท อัตราดอกเบี้ย $2\frac{1}{2}\%$ ได้เงินรวม 8615.15 บาท
 10. เงินต้น 1250 ปอนด์ อัตราดอกเบี้ย 5% ได้เงินรวม 1447 ปอนด์
- 7 $\frac{1}{2}$ เป็นอัน

11. ฉันท้นำเงิน 390,625 ปอนด์ไปฝากธนาคาร ธนาคารให้อัตราดอกเบี้ย 4% และได้ออกเช็คมา 66,351 ปอนด์ ฉันทฝากเงินไว้นานเท่าไร
12. ถ้าเขาเงิน 50 ปอนด์ให้กู้ไปชั่วเวลา 3 ปี ได้เงินรวม 76 ปอนด์ $10\frac{1}{2}$ เป็นนี้ จงหาอัตราดอกเบี้ย
13. ทัน^{4/5} นฉันทมีเงินอยู่ในธนาคาร 3000 บาท ซึ่งตามอัตราดอกเบี้ยเดิมอีก 2 ปีฉันทจะมีเงิน 3244.90 บาท ธนาคารคิดดอกเบี้ยให้ในอัตราเท่าไร
14. เงินต้น 819 ปอนด์ 4 ชิลลิง คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ $6\frac{1}{4}$ จะได้เงินรวม 1044 ปอนด์ 3 เป็นนี้ อยากทราบว่าคิดดอกเบี้ยกันกี่ปี
15. จงหาอัตราดอกเบี้ยของเงินต้น 2000 บาท ซึ่งฝากธนาคารไว้เป็นเวลา 2 ปี ได้เงินรวม 2121.80 บาท

บทที่ 10

หุ้น

(Shares)

ในการประกอบกิจการเพื่อหากำไรซึ่งใช้ทุนน้อย เช่นตั้งร้านค้าขาย ลำพังคน ๆ เดียวหรือคนสองสามคนก็อาจหาทุนมาลงได้ ในกรณีที่ออกทุนคนเดียว การงานนั้นก็เป็นของผู้ถือหุ้นคนเดียว และกำไรหรือขาดทุนก็ตกเป็นของผู้ถือหุ้นทั้งหมด ในกรณีที่คนสองสามคนลงทุนร่วมกัน การร่วมทุนนี้เรียกว่าการเข้าหุ้นส่วน แต่ละคนได้ชื่อว่าผู้เป็นหุ้นส่วนหรือหุ้นส่วน และต่างก็มีสิทธิได้แบ่งกำไรตามส่วนของจำนวนเงินที่ลงทุน ถ้าขาดทุนก็ขาดทุนกันตามส่วนของตนที่ลงเหมือนกัน

ในการประกอบกิจการใหญ่โต ซึ่งต้องใช้เงินทุนเป็นจำนวนหลายแสนหลายล้านบาท เช่นตั้งธนาคาร ทำเหมืองแร่ ทำป่าไม้ ตั้งโรงไฟฟ้า หรือจัดการเดินเรือในทะเล จำเป็นต้องอาศัยคนจำนวนมากช่วยกันออกทุนจึงจะมีทุนพอทำเนืองงาน การดำเนินกิจการโดยอาศัยทุนของคนจำนวนมากได้ชื่อว่า การตั้งบริษัท

การตั้งบริษัท

สมมติว่านายคำ กับพ่อคำ ที่คุ้นเคยกับนายคำ สองสามคนปรึกษากันว่า การทำเหมืองแร่ก็อยู่ในสมัยปัจจุบันนี้มีหวังจะได้กำไรมาก แต่การทำเหมืองแร่ก็ลงทุนมากใหญ่ต้องมี เรือขุด หรือรถขุด หรืออุปกรณ์อื่น ๆ ซึ่งมีราคาแพง จะต้องลงทุนกันถึงสองล้านบาทจึงจะพอ ลำพังนายคำ

กับผู้คุ้นเคยชอบพอกันสองสามคนไม่มีทุนพอ จำเป็นต้องชักชวนประชาชนให้มาเข้าหุ้นด้วย คือต้องตั้งบริษัทขึ้น แต่จะออกประกาศชักชวนประชาชนให้เข้าหุ้นโดยไม่ได้รับอนุญาตจากรัฐบาลหาได้ไม่ รัฐบาลออกกฎหมายบังคับไว้ว่า ก่อนจะออกประกาศชักชวน ให้ผู้เริ่มก่อการ 7 คนเข้าชื่อกันทำหนังสือบริคณส์สนธิ ไปจดทะเบียนที่หอทะเบียนในจังหวัดที่เห็นที่ตั้งของสำนักงานบริษัท หนังสือบริคณส์สนธิให้บอกชื่อบริษัท ที่ตั้งของสำนักงานของบริษัท วัตถุประสงค์และขอจำนวนเงินทุนทั้งหมด พร้อมทั้งบอกว่าจะแบ่งออกเป็นหุ้นมีมูลค่ากำหนดหุ้นละเท่าไร

สมมติว่า นายคำ กับพรรคพวก จดทะเบียน หนังสือ บริคณส์สนธิ ได้แล้ว ต่อไปก็ทำการโฆษณาชวนคนให้เข้าชื่อซื้อหุ้นของบริษัทโดยยังไม่ต้องชำระเงิน เมื่อมีคนเข้าชื่อซื้อหุ้นทั้งหมดแล้ว ก็กับบรรดาผู้เข้าชื่อซื้อหุ้นมาประชุมกันตั้งกรรมการดำเนินงานของบริษัท และตั้งข้อบังคับต่าง ๆ ของบริษัท การประชุมครั้งนี้เรียกว่าประชุมใหญ่ของบริษัท เมื่อประชุมกันเรียบร้อยแล้ว กรรมการของบริษัทก็จัดการเรียกเงินค่าหุ้นจากผู้เข้าชื่อซื้อหุ้นทุกคน จะเรียกเงินเต็มมูลค่าของหุ้นที่เคี้ยว หรือจะเรียกเพียงส่วนหนึ่งซึ่งไม่น้อยกว่าร้อยละ 25 ก็ได้ เมื่อมีผู้ชำระเงินค่าเข้าหุ้นเรียบร้อยแล้ว ก็ไปขอจดทะเบียนบริษัท ณ หอทะเบียน เจ้าพนักงานจะออกใบสำคัญการจดทะเบียนให้ไว้เป็นหลักฐาน

ผู้ถือหุ้นทุกคนจะได้ใบหุ้นหนึ่งฉบับ แสดงจำนวนหุ้นและมูลค่า
ของแต่ละหุ้นที่ชำระไปแล้ว ผู้มีใบหุ้นไว้ในครอบครองไม่มีสิทธิถอนเงิน
คืนจากบริษัท ถ้าอยากได้เงินสดขายให้ผู้อื่น ในเรื่องข้อหุ้นขายหุ้นใน
ประเทศไทย มีศัพท์ที่ควรเข้าใจให้ชัดเจนอยู่ห้าคำ คือ

ทุนเรือนหุ้น (share capital) คือทุนทั้งหมดของบริษัท ซึ่ง
แบ่งออกเป็นหุ้นอันมีมูลค่าเท่ากันทุกหุ้น

หุ้น (share) คือส่วนหนึ่งของทุนเรือนหุ้น ซึ่งมีมูลค่าเท่ากัน
ทุก ๆ ส่วน จะเป็น 50 บาท, 60 บาท, 80 บาท, 100 บาท, 500 บาท
หรือ 1000 บาท ก็ได้

ผู้ถือหุ้น (share holders) คือผู้ที่มีหุ้นของบริษัทไว้ในครอบครอง

เงินปันผล (dividend) คือส่วนกำไรของบริษัทที่แบ่งปันให้แก่
ผู้ถือหุ้น ตามธรรมดามุ่งกันมีสองครั้ง คือเมื่อสิ้นปีก็คณณัฐว่ากำไร
เท่าใด แล้วหักเก็บไว้เป็นทุนสำรองเสียส่วนหนึ่ง กำไรส่วนที่เหลือจึง
เอามาแบ่งปันกันในระหว่างผู้ถือหุ้นตามส่วนของจำนวนหุ้น จำนวนเงิน
ที่แบ่งปันกันนั้นคือเงินปันผล

อัตราเงินปันผล คืออัตราเงินที่จ่ายเป็นเงินปันผลให้แก่หุ้นอันมี
มูลค่า 100 บาท เช่น หุ้น 50 บาท ได้เงินปันผล 2 บาท เทียบส่วน
แล้วจะเป็นหุ้น 100 บาท ได้เงินปันผล 4 บาท เรียกว่าผู้ถือหุ้นได้เงิน
ปันผลร้อยละ 4 อัตราเงินปันผลจึงเท่ากับ 4 %

อุทาหรณ์ บริษัทเดินเรือบริษัทหนึ่งมีทุน 200000 บาท ทุนนี้แบ่ง
ออกเป็น 2000 หุ้น หุ้นละร้อยบาท เมื่อดำเนินการงานมาได้ปีหนึ่ง มี
กำไร 32000 บาท กรรมการบริษัทตกลงให้เก็บไว้เป็นทุนสำรอง 12000
บาท เงินที่เหลือให้เป็นเงินปันผล

ตามตัวอย่างนี้ ทุนเรือนหุ้นของบริษัทมี 200000 บาท แบ่งออก
เป็น 2000 หุ้น ดังนั้นหุ้นหนึ่ง ๆ จะมีมูลค่า $\frac{200000}{2000}$ บาท คือ 100 บาท

บริษัทมีกำไร 32000 บาท หักไว้เป็นทุนสำรอง 12000 บาท
ดังนั้น เงินปันผลจะเท่ากับ 32000 บาท - 12000 บาท คือ 20000 บาท

หุ้นหนึ่ง ๆ จะได้รับเงินปันผล $\frac{20000}{2000}$ บาท คือ 10 บาท

เงิน 100 บาท - ได้เงินปันผล 10 บาท แสดงว่าได้เงินปันผลใน
อัตราร้อยละ 10 ของมูลค่าหุ้น

การถือหุ้นและซื้อขายหุ้น

การถือหุ้นต้องถือเต็มหุ้น และจะถือหุ้นเป็นจำนวนเท่าไร ๆ ก็ได้
อนึ่งผู้ถือหุ้น จะขอถอนหุ้น ของตน จากบริษัท ในขณะที่บริษัท ยังคงดำเนิน
กิจการอยู่ไม่ได้ เพราะเหตุว่าจะทำให้ฐานะของบริษัทไม่อยู่ในเสถียรภาพ
ผู้ถือหุ้นมีสิทธิโอน, ขาย, แลกเปลี่ยนให้แก่ผู้ใดก็ได้ การโอน
จะต้องแจ้งให้บริษัททราบเป็นลายลักษณ์อักษร เพื่อลงทะเบียนและ
จำหน่ายออกจากทะเบียน โดยความเห็นชอบของคณะกรรมการอำนาจ

การ ระเบียบข้อบังคับว่าด้วยวิธีปฏิบัติกลลขจนสิทธิและหน้าที่ของผู้ถือหุ้น
 ข้อมมีอยู่ในข้อบังคับของบริษัททุกแห่ง

อุทาหรณ์ ก. ช้อหุ้นของบริษัทหนึ่งไว้ 12 หุ้น ๆ ละ 25 บาท ต่อ
 มา ก. ขายหุ้นทั้งหมดให้ ข. หุ้นละ 30 บาท ก. คงได้กำไรไป 60 บาท
 ส่วน ข. เข้าถือสิทธิของ ก. ที่มีอยู่เดิม คือคิดดอกเบี้ยจากหุ้นทั้งหมด
 ราคา 300 บาทถ้วน

ราคาหุ้นที่ช้อจากบริษัทครั้งแรก เรียกว่า “หุ้นเดิม” หรือ
 “ราคาหุ้นเดิม” ส่วนราคาหุ้นที่ช้อขายกันในท้องตลาด เรียกว่า “ราคา
 หุ้นท้องตลาด” หรือ “ราคาหุ้นเสนอขาย”

ถ้าหากบริษัทที่เพิ่งเริ่มก่อตั้งด้วยทุน สมมติว่า 500,000 บาท
 คณะกรรมการอำนวยการเห็นว่าผู้มีรืองหุ้นครบแล้ว และบริษัทต้องการ
 เงินในเบื้องต้นเพียง 400,000 บาทก่อน ก็เรียกเงินจากผู้ถือหุ้น ๆ ละ 20
 บาท เป็นจำนวน 20,000 หุ้น หุ้นยังส่งไม่ครบ อาจเรียกขอให้ส่งใน
 ภายหลัง เมื่อมีความจำเป็นต้องขยายกิจการตามแผนการ สำหรับเงิน
 นั้นผลคงคิดจากหุ้นละ 20 บาท หรือ “ลงทุนเท่าไร คิดให้เท่านั้น”

ตัวอย่างที่ 1 ชายผู้หนึ่งเอาเงิน 1000 บาท ไปซื้อหุ้นร้านสหกรณ์
 โภคภัณฑ์กรุงเทพ ราคาหุ้นละ 25 บาท เมื่อราคาหุ้นในท้องตลาดมี
 ราคาถึงหุ้นละ 30 บาท เขาขายหุ้นไปทั้งหมดได้กำไรเท่าไร

วิธีทำ

$$\text{จำนวนหุ้นที่ซื้อไว้} = 1000 \div 25 = 40 \text{ หุ้น}$$

$$\text{ขายหุ้นไปได้กำไรหุ้นละ} \quad 5 \text{ บาท}$$

$$\therefore \text{เขาได้กำไรทั้งสิ้น } (40 \times 5) \text{ บาท} = 200 \text{ บาท}$$

ตอบ 200 บาท

ตัวอย่างที่ 2 หุ้นของบริษัทหุ้นละ 5 บาท มีผู้เสนอขายหุ้นละ 6 บาท ชายผู้หนึ่งมีเงินอยู่ 300 บาท เขาจะซื้อได้กี่หุ้น

วิธีทำ

$$\text{ราคาหุ้นเสนอขาย} \quad 6 \quad \text{บาท}$$

$$\therefore \text{จำนวนหุ้นที่ซื้อ} = 300 \div 6 = 50 \text{ หุ้น}$$

ตอบ 50 หุ้น

หมายเหตุ ในการคิดจำนวนหุ้น ไม่ได้คิดราคาหุ้นเดิมหุ้นละ 5 บาทด้วยเลย แต่ในการคิดเงินปันผลบริษัทจะคิดให้จากราคาหุ้นเดิม

ตัวอย่างที่ 3 ก. เป็นผู้ถือหุ้นเริ่มแรกของบริษัทการค้าแห่งหนึ่ง 200 หุ้น ราคาหุ้นละ 5 บาท ซึ่งบริษัทเรียกหุ้นเพียงหุ้นละ 4 บาท และคิดผลประโยชน์ให้ 10% ต่อปี ข. ซื้อไปจาก ก. ราคาหุ้นละ 7 บาท จึงคิดเงินที่ ก. และ ข. ลงทุนซื้อหุ้น และ ข. จะได้รับผลประโยชน์ร้อยละเท่าไรของเงินทุนของเขา

วิธีทำ

$$(1) \text{ ก. ลงทุนซื้อหุ้น } 200 \text{ หุ้น} \quad \text{เป็นเงิน } 200 \times 4 \text{ บาท}$$

$$= 800 \quad \text{,,}$$

$$(2) \text{ ข. ลงทุนซื้อหุ้น } 200 \text{ หุ้น} \quad \text{เป็นเงิน } 200 \times 7 \text{ บาท}$$

$$= 1400 \quad \text{,,}$$

$$(3) \text{ บริษัทคิดปันผลให้ } 10\% \text{ ในเงินทุน } 800 \quad \text{,,}$$

$$\therefore \text{ บริษัทปันผลให้ } \frac{800 \times 10}{100} \text{ บาท} = 80 \quad \text{,,}$$

$$\text{ข. ลงทุน } 1400 \text{ บาท} \quad \text{ได้รับเงินปันผล } 80 \quad \text{,,}$$

$$\therefore \quad \text{,, } 100 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \frac{100 \times 80}{1400} \quad \text{,,}$$

$$= 5\frac{5}{7} \quad \text{,,}$$

ตอบ

ก. ลงทุน 800 บาท

ข. ลงทุน 1400 บาท

ข. ได้รับประโยชน์ $5\frac{5}{7}\%$

แบบฝึกหัดที่ 13

1. หุ้นเดิมของบริษัทนำอัทธมราคาหุ้นละ 10 บาท มีผู้เสนอขายในท้องตลาดหุ้นละ 10 บาท 50 สลากก็ หุ้นเดิม 50 หุ้นเป็นเงินเท่าไร และถ้าซื้อหุ้นตามราคาเสนอขายจะสิ้นเงินเท่าไร

2. หุ้นเดิมของบริษัทเกินรต หุ้นหนึ่ง 50 บาท มีผู้เสนอขายหุ้นละ 60.50 บาท ถ้าซื้อ 25 หุ้นจะสิ้นเงินเท่าไร
3. หุ้นของบริษัทการประมงแห่งหนึ่ง ราคา 100 บาท มีผู้เสนอขายเพียงหุ้นละ 75 บาท ถ้าซื้อ 50 หุ้น จะสิ้นเงินเท่าไร
4. หุ้นของบริษัทแห่งหนึ่งราคา 50 บาท มีผู้เสนอขาย 55.50 บาท ถ้าซื้อ 100 หุ้นจะสิ้นเงินเท่าไร
5. ชายผู้หนึ่งมีหุ้นอยู่ในบริษัทแห่งหนึ่ง 50 หุ้น แล้วขายไปหุ้นละ 60 บาท ได้กำไร 250 บาท อยากทราบว่าเขาซื้อหุ้นไว้ราคาหุ้นละเท่าไร
6. หุ้นของบริษัทแห่งหนึ่งราคาหุ้นละ 25 บาท ราคาหุ้นต้องตลาด 27 บาท ถ้าซื้อหุ้นสิ้นเงิน 1620 บาท อยากทราบว่าซื้อได้กี่หุ้น และราคาเดิมของหุ้นทั้งหมดเป็นเท่าไร
7. บริษัทแห่งหนึ่งมีทุนทรัพย์ 48,000 บาท และสัญญาจ่ายเงินปันผลร้อยละ 6 ของเงินทุนนี้ หุ้นหนึ่งราคา 30 บาท ถ้ามีหุ้นอยู่ 20 หุ้น จะได้รับเงินส่วนแบ่งเท่าไร
8. หุ้นเดิมของบริษัทแห่งหนึ่งราคาหุ้นละ 10 บาท มีผู้เสนอขายเพียง 7.50 บาท ถ้าซื้อ 25 หุ้นจะสิ้นเงินเท่าไร
9. หุ้นเดิมของบริษัทแห่งหนึ่งราคาหุ้นละ 10 บาท ราคาหุ้นต้องตลาดหุ้นละ 11.25 บาท ถ้าซื้อ 150 หุ้น จะสิ้นเงินเท่าไร
10. หุ้นบริษัทแห่งหนึ่งราคาหุ้นละ 20 บาท ราคาหุ้นต้องตลาดหุ้นละ 34.50 บาท ถ้าซื้อไว้ 100 หุ้น จะสิ้นเงินเท่าไร และจะได้รับเงิน

ขึ้นผลเท่าไร บริษัทคิดให้ครั้งแรกว่า $3\frac{1}{2}\%$ ต่อปี และปลายปี $5\frac{1}{2}\%$ ต่อปี

11. หุ้นบริษัทแห่งหนึ่งราคาหุ้นละ 20 บาท แต่เรียกหุ้นเพียง 6 บาท ราคาที่องค์การลดหุ้นละ 10.75 บาท ถ้าจะซื้อหุ้นเป็นเงิน 660 บาท และเสียค่านายหน้าหุ้นละ 0.25 บาท ดังนั้นจะซื้อหุ้นได้กี่หุ้น
12. คนซื้อหุ้นบริษัทแห่งหนึ่งรวม 10 หุ้น ๆ เดิมราคา 20 บาท คนซื้อราคาที่ยังคงลดหุ้นละ 27.50 บาท เมื่อได้แบ่งปันผลกำไร 15 % แล้ว คนขายหุ้นไปราคาหุ้นละ 37.50 บาท คนได้กำไรทั้งสิ้นเท่าไร
13. หุ้นบริษัทราคาหุ้นละ 5 บาท เสนอขายหุ้นละ $3\frac{15}{16}$ บาท บริษัทจ่ายเงินปันผล 4 % ต่อปี อยากทราบว่าถ้าลงทุนซื้อหุ้นบริษัทนี้ จะได้กำไรร้อยละเท่าไรต่อปี
14. ชายผู้หนึ่งลงทุนซื้อหุ้นบริษัทที่มีกลั่นสุราเป็นเงิน 1024 บาท หุ้นบริษัทราคาหุ้นเดิม 10 บาท เขาซื้อจากที่ยังคงลดราคา 16 บาท และจ่ายเงินปันผล 5 % ต่อปี (1) จงหารายได้ประจำปี และ (2) เขามีรายได้เป็นร้อยละเท่าไรของทุนที่ซื้อหุ้น
15. หุ้นเดิมของบริษัทแห่งหนึ่งราคาหุ้นละ 5 บาท จ่ายเงินปันผล $7\frac{1}{2}\%$ ต่อปี ราคาที่ยังคงลดหุ้นละ 8 บาท ผู้ที่ลงทุนซื้อหุ้นนี้จะมีรายได้เป็นร้อยละเท่าไรของเงินลงทุน
16. ชายผู้หนึ่งซื้อหุ้นบริษัทแห่งหนึ่งราคาหุ้นละ 25 บาท ซึ่งหุ้นเดิมราคา 20 บาท ชายผู้นี้มีรายได้เป็นร้อยละ 3 ของเงินลงทุนของเขา อยาก

ทราบว่าบริษัทจ่ายเงินปันผลร้อยละเท่าไร และถ้าเขามีหุ้นอยู่ 30 หุ้น จะได้รับเงินปันผลเท่าไร

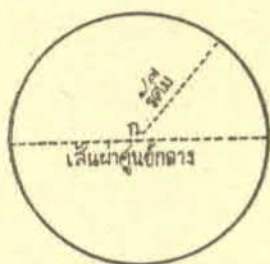
17. ผู้ถือหุ้นบริษัทแห่งหนึ่งเป็นจำนวน 100 หุ้น หุ้นเดิมราคาหุ้นละ 10 บาท เมื่อราคาหุ้นต้องตลาดราคา 8 บาท เขาขายหุ้นบริษัทนั้นไปหมด แล้วซื้อหุ้นบริษัทแห่งใหม่ราคาเดิมหุ้นละ 5 บาท จ่ายเงินปันผล 3 % ต่อปี อยากทราบว่าเขาซื้อหุ้นใหม่ได้กี่หุ้น และมีรายได้เท่าไร
18. ก. ถือหุ้นของบริษัทแห่งหนึ่งไว้เป็นราคา 1000 บาท ซึ่งบริษัทจ่ายเงินปันผล 6 % ต่อปี ข. ลงทุน 1000 บาท ซื้อหุ้นบริษัทอีกแห่งหนึ่ง หุ้นเดิมหุ้นละ 100 บาท แต่เขาซื้อจากต้องตลาดราคาหุ้นละ 125 บาท บริษัทจ่ายเงินปันผล 8 % ต่อปี อยากทราบว่า ข. มีรายได้มากกว่า ก. เท่าไร
19. ถ้าบุคคลผู้หนึ่งขายหุ้นไปราคาหุ้นละ 180 บาท รวม 50 หุ้น ซึ่งราคาเดิมหุ้นละ 100 บาท และได้เงินปันผล 8 % ต่อปี แล้วเขาเงินไปลงทุนซื้อหุ้นใหม่ราคาหุ้นเดิมหุ้นละ 50 บาท แต่ราคาต้องตลาด 30 บาท และจ่ายเงินปันผล 3 % ต่อปี จงหาผลต่างของรายได้ทั้งสองราย
20. หุ้นเดิมของบริษัทแห่งหนึ่งราคาหุ้นละ 10 บาท ราคาต้องตลาด 9.50 บาท ฉันลงทุนซื้อหุ้นบริษัทนั้นไว้ 2090 บาท และบริษัทจ่ายเงินปันผลให้หุ้นละ 0.25 บาท พอได้รับเงินปันผลครั้งแรกแล้ว ฉันขายไปหุ้นละ 9 บาท อยากทราบว่าฉันได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร

บทที่ 11

๕ ๘

การหาพื้นที่ของวงกลม

(Area of Circles)



ก = จุดศูนย์กลาง

(1) วงกลม คือรูปแบนราบที่ล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง เรียกว่า เส้นรอบวง

ถ้า ก. เป็นจุดกึ่งกลางของวงกลมวงหนึ่ง จากจุด ก. ไปถึงเส้นรอบวง จะมีระยะเท่ากันทุกทิศทุกทาง เส้นเหล่านี้เรียกว่าเส้นรัศมี

(2) เส้นรัศมี คือเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางไปถึงเส้นรอบวงกลมขนาดเท่ากัน ย่อมมีเส้นรัศมีเท่ากันด้วย

(3) เส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลม คือเส้นตรงที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางไปจรดเส้นรอบวงทั้งสองข้าง เส้นรัศมีเท่ากับครึ่งหนึ่งของเส้นผ่าศูนย์กลาง

(4) รูปครึ่งวงกลม คือรูปที่ล้อมรอบด้วยเส้นผ่าศูนย์กลางและส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งเส้นผ่าศูนย์กลางตัดไป

อัตราส่วนต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับวงกลม

อัตราส่วนระหว่างเส้นรอบวง กับเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลมวงเดียวกัน ย่อมมีค่าคงตัว และใช้อักษรภาษากรี π (พาย) แทนค่านี้

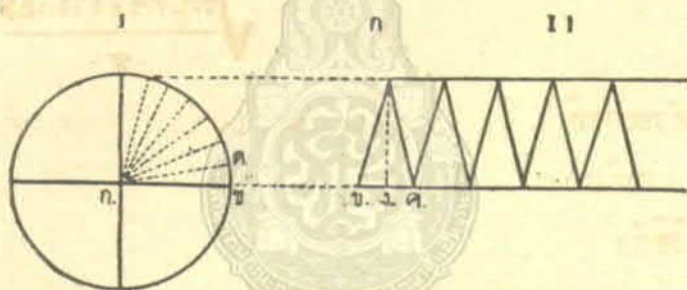
อัตราส่วนนี้ มีค่าประมาณ $\frac{22}{7}$, $\frac{355}{113}$ และ 3.1416 แต่ $\frac{355}{113}$ เป็นค่าที่ประมาณใกล้เคียงอย่างที่สุด อย่างไรก็ตาม เรานิยมใช้ 3.1416 มากกว่าอัตราส่วนอื่น ๆ

ถ้า ร. = เส้นรัศมี, 2 ร. = เส้นผ่าศูนย์กลาง

$$\frac{\text{เส้นรอบวง}}{\text{เส้นผ่าศูนย์กลาง}} = \pi = \frac{22}{7} = 3.1416$$

$$\therefore \text{เส้นรอบวง} = 2\pi \text{ ร.}$$

การหาพื้นที่ของวงกลม



ถ้าเราแบ่งวงกลมเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน ด้วยเส้นรัศมี จะเกิดสามเหลี่ยมเล็ก ๆ และถ้ายังแบ่งให้เล็กที่สุด พื้นของสามเหลี่ยมที่เป็นเส้นโค้งสันจนกลายเป็นเส้นตรง รูปที่ 1

ถ้าเราก็นำสามเหลี่ยมจากศูนย์กลางไปพอกติดกับเส้นรอบวง (ไม่ให้ขาด) จะเกิดสามเหลี่ยมเล็ก ๆ เรียงราย ดังรูป II พื้นของสามเหลี่ยมทั้งหมดยาวเท่ากับเส้นรอบวง และส่วนสูงของสามเหลี่ยมเท่ากับรัศมีของวงกลม

$$\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \times \text{ขก.} \times \text{ถง.}$$

$$\text{พื้นที่ของสามเหลี่ยมทั้งหมด} = \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบวง} \times \text{ถง.}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r.$$

$$= \pi r^2$$

$$\text{ดังนั้น} \quad r^2 = \frac{\text{พื้นที่ของวงกลม}}{\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{\text{พื้นที่ของวงกลม}}{\pi}}$$

ตัวอย่างที่ 1

รัศมี 0.9 เซนติเมตร

วิธีทำ

$$\text{พื้นที่} = \pi r^2$$

$$= 3.1416 \times .9^2 \text{ ซม.}^2$$

$$= 2.55 \text{ ซม.}^2$$

$$\text{เส้นรอบวง} = 2\pi r.$$

$$= 2 \times 3.1416 \times .9 \text{ ซม.}$$

$$= 5.66 \text{ ซม.}$$

$$\text{ตอบ} \left\{ \begin{array}{l} \text{พื้นที่ } 2.55 \text{ ซม.}^2 \\ \text{เส้นรอบวง } 5.66 \text{ ซม.} \end{array} \right.$$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้าจักรยานคันหนึ่ง วัฏเส้นผ่าศูนย์กลางได้ 28 นิ้ว ถ้าล้อรถหมุนไปตามพินถนน 720 รอบ จะไปได้ไกลเท่าไร

วิธีทำ เส้นรอบวง $= 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$$

$$= 88$$

$\therefore$ ถ้าล้อรถหมุน 720 รอบ ได้ไกล 720×88 นิ้ว

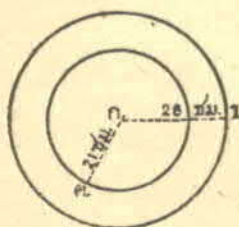
$$= \frac{720 \times 88}{1760 \times 3 \times 12}$$

$$= 1$$

ตอบ 1 ไมล์

ตัวอย่างที่ 3 ทองแดงแผ่นหนึ่งเป็นรูปวงแหวน รัศมีของวงนอกยาว 28 เซนติเมตร รัศมีของวงในสั้นกว่ารัศมีวงนอก 7 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ของวงแหวนทองแดง

วิธีทำ



พื้นที่ของวงแหวน

$$= \text{พื้นที่วงกลมใหญ่} - \text{พื้นที่วงกลมเล็ก}$$

$$= \pi r_1^2 - \pi r_2^2$$

$$= \pi (r_1^2 - r_2^2)$$

$$= \pi (r_1 + r_2) (r_1 - r_2)$$

$$\therefore \text{พื้นที่ของวงแหวน} = \frac{22}{7} \times 49 \times 7 \text{ ซม.}^2$$

$$= 1078 \text{ ,,}$$

$$\underline{\underline{\text{ตอบ } 1078 \text{ ซม.}^2}}$$

คำอธิบาย การหาพื้นที่วงแหวนให้หาพื้นที่วงกลมเล็ก หักออกจากพื้นที่วงกลมใหญ่ ก็จะได้อัตราพื้นที่ตามต้องการ

r_1 คือรัศมีภายนอก r_2 คือรัศมีภายใน

แบบฝึกหัดที่ 14

1. จงหาเส้นรอบวงของวงกลม ซึ่งกำหนดรัศมีให้ดังต่อไปนี้:-

- | | |
|------------------|------------------------|
| (ก) 21 เซนติเมตร | (ง) 1 ฟุต 9 นิ้ว |
| (ข) 2 เส้น 9 วา | (จ) 4 หลา 2 ฟุต |
| (ค) 154 เมตร | (ฉ) 4 หลา 1 ฟุต 5 นิ้ว |

2. จงหารัศมีของวงกลม ซึ่งกำหนดเส้นรอบวงให้ดังต่อไปนี้:-

- | | |
|-------------------|------------|
| (ก) 220 เซนติเมตร | (ง) 5 ฟุต |
| (ข) 48 เส้น 8 วา | (จ) 27 หลา |
| (ค) 1056 เมตร | (ฉ) 1 ไมล์ |

3. จงหารัศมีของวงกลม ซึ่งกำหนดพื้นที่ของวงกลมให้ดังต่อไปนี้:-

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| (ก) 616 ซม.^2 | (ข) 9 ตารางคืบ 90 ตารางนิ้ว |
| (ค) 55.44 ม.^2 | (ง) $531\frac{1}{7}$ ตารางฟุต |

4. วงเวียนใหญ่แห่งหนึ่งรัศมี 100 หลา ต้องการปลูกต้นไม้ตามขอบ
รอบวงเวียนนี้ให้ห่างกันคันละ 4 หลา จะต้องเอาต้นไม้มาปลูกลง
กี่ต้น
5. วงล้อรถจักรยานคันหนึ่งวัดเส้นผ่าศูนย์กลางได้ 84 เซนติเมตร ถ้า
ล้อหมุนไปได้ 1500 รอบ จะเป็นระยะทางที่รถคันนี้แล่นไปไกลเท่าไร
6. ล้อรถจักรยานไฟคันหนึ่ง วัดเส้นผ่าศูนย์กลางได้ 1.4 เมตร มีกำลัง
หมุนได้นาทีละ 250 รอบ อยากทราบว่ารถจักรยานนี้จะแล่นไปได้
ชั่วโมงละเท่าไร
7. ลวดเส้นหนึ่งขดเป็นวงกลมแล้ว วัดรัศมีได้ยาว 42 เซนติเมตร ถ้า
เอาลวดนี้ทำขอบสี่เหลี่ยมจัตุรัส ด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านหนึ่ง
ยาวเท่าไร
8. ถ้าลูกล้อรถจักรยานคันหนึ่ง หมุนไป 560 รอบ จะไปได้ระยะทาง
1 ไมล์พอดี จงหารัศมีของวงล้อรถจักรยาน
9. จงหาพื้นที่ของวงแหวน ซึ่งวัดรัศมีถึงขอบนอก 21 เซนติเมตร รัศมี
ของวงในสั้นกว่ารัศมีวงนอก 7 เซนติเมตร
10. เหล็กแผ่นหนึ่งเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละเมตร ถ้าตัดทำแผ่น
กลมให้เส้นผ่าศูนย์กลางยาว 98 เซนติเมตร จะต้องทิ้งเศษไปเป็น
พื้นที่เท่าไร
11. สระน้ำพวงกลม วัดเส้นผ่าศูนย์กลางได้ 14 เมตร ถ้าทำทางเดิน
รอบนอกขอบสระนี้ กว้าง 1 เมตร 54 เซนติเมตร เสียค่าจ้างทำ
การวางเมตรละ 50 บาท จะสิ้นเงินเท่าไร

12. สรรถลมหั่งหนึ่ง ชกจากพนทคิน 346 $\frac{1}{2}$ ตารางหลา ถ้าจะทำรั้วไม้ ไม้ล้อมสรในราคาหลาละ 5.40 บาท จะสันเงินเท่าไร
13. พนทของวงกลมสองวงต่างกัน 808.5 ตารางเซนติเมตร ถ้าเส้นผ่า ศูนย์กลางวงกลมใหญ่ยาว 35 เซนติเมตร จงหารัศมีของวงกลม วงเล็ก
14. เส้นรอบโลกซึ่งสำรวจแล้วยาว 25,000 ไมล์ จงหาเส้นผ่าศูนย์กลาง ของโลก (ทอยเศษส่วนของไมล์ด้วย)
15. สนามเด็กเล่นเป็นวงกลม มีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 215 เมตร ต้อง การล้อมด้วยรั้วไม้ ราคาเมตรละ 3.50 บาท จะสันเงินเท่าไร
16. ถ้าลัษฏจักรรถไฟมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 7 ฟุต และหมุนไปไ้ 145 รอบในเวลา 1 นาที จงหาความเร็วของรถไฟเป็นไมล์ต่อ 1 ชั่วโมง
17. จงหาพนทของแผ่นสังกะสีเป็นวงแหวน รัศมีภายใน 7 เซนติเมตร และรัศมีถึงขอบนอก 13 เซนติเมตร
18. เข็มบอกนาทีกของนาฬิกาตั้งเรือนหนึ่งยาว 21 เซนติเมตร จงหาพน ทที่เข็มนเคลื่อนผ่านไป ตั้งแต่เวลา 8 น.ถึงเวลา 8.20 น.
19. รถม้าบรรทุกคนหนึ่งมีสี่ล้อ ล้อหน้ารัศมีวงล้อยาว 1 ฟุต 2 นิ้ว ล้อ หลังรัศมียาว 1 ฟุต 9 นิ้ว แล่นไปในระยะทาง 3 ไมล์ อยากทราบ ว่าล้อหน้าจะหมุนมากกว่าล้อหลังกี่รอบ
20. จงหาระยะทางรอบสวนสาธารณะแห่งหนึ่งซึ่งเป็นวงกลม มีพนท เท่ากับพนทของสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 2420 หลา กว้าง 1280 หลา (ทอยเป็นไมล์)

สมุดลงนาม

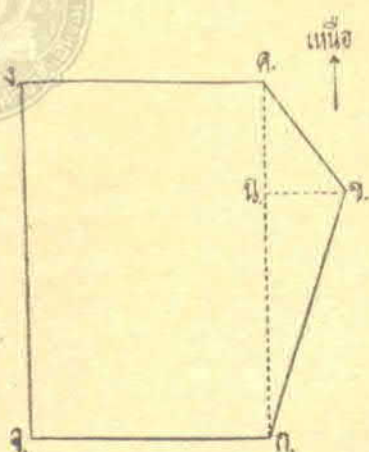
(Field Book)

ผู้สำรวจที่ดินเพื่อทำโฉนดและตราจอง ทำถนน ทางรถไฟ การ
ชลประทาน ตลอดจนการยุทธศาสตร์ ใช้ “สมุดลงนาม” สำหรับบอก
เส้นทางและการเบี่ยงเบนของมุมต่างๆ ลงในสมุดบันทึก เพื่อจะได้คำนวณ
พื้นที่ และทำแผนที่ได้ถูกต้อง

การสำรวจซึ่งสำรวจจากแนวยืน ทั้งแต่ทิศใต้สู่ทิศเหนือ เช่น:-

ถึง ค.	ถึง ค.
	เส้น
ถึง ง. 5	7
	5
ถึง ง. 5	0
	จาก ก.

ถึง ข. 1 เส้น



วิธีทำ

• เขียนผังตามสมุคสนามค้ำนซ้าย ใช้มาตราส่วน 10 เมตร

= 1 เซนติเมตร

รูป กขคจด. เป็นรูปหลายเหลี่ยมและอาจแบ่งได้เป็นสองพวก
พวกแรกคือสามเหลี่ยมรวม 4 รูป และสี่เหลี่ยมคระเปะเหลี่ยม
รวม 2 รูป

ดังนั้น

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยม กขค.} = \frac{1}{2} \text{ กข.} \times \text{คข.} = \frac{1}{2} \times 10 \times 15 = 75 \text{ ซม.}$$

$$\text{,, ,, คขช.} = \frac{1}{2} \text{ กข.} \times \text{ชช.} = \frac{1}{2} \times 18 \times 20 = 180 \text{ ,,}$$

$$\text{,, ,, จงค.} = \frac{1}{2} \text{ จค.} \times \text{งค.} = \frac{1}{2} \times 18 \times 16 = 144 \text{ ,,}$$

$$\text{,, ,, คจค.} = \frac{1}{2} \text{ จค.} \times \text{คค.} = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36 \text{ ,,}$$

$$\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมคระเปะเหลี่ยม คชคจ.} = \frac{1}{2} \times 33 \times 30 = 495 \text{ ,,}$$

$$\text{,, ,, ขคคช.} = \frac{1}{2} \times 32 \times 32 = 512 \text{ ,,}$$

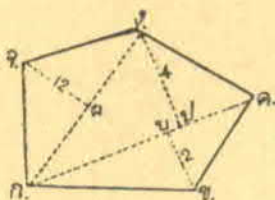
$$\text{รวมทั้งสิ้นพื้นที่รูป กขคจด.} = 1442 \text{ ,,}$$

ตอบ พื้นที่ 1442 ตารางเมตร

แบบฝึกหัดที่ 15

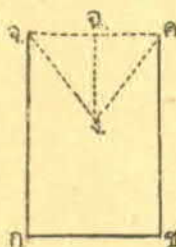
1. จงเขียนรูปเท่าของจริง ตามที่กำหนดไว้ แล้วหาพื้นที่

(I)



คค. = 6 ซม. กง. = 5 ซม.

(II)

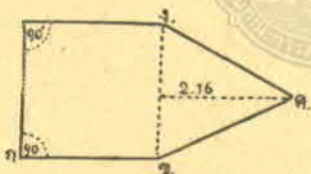


กข. = 2.5 ซม.

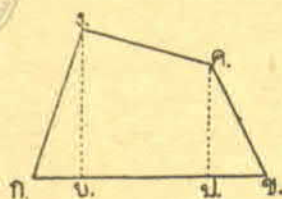
ขค. = 4 ซม.

งฉ. = 1.5 ซม.

(III)



(IV)



รูปด้านทั้งหมดเท่ากัน

ยาวด้านละ $2\frac{1}{2}$ นิ้ว

งย. = 2.5" ปค. = 2"

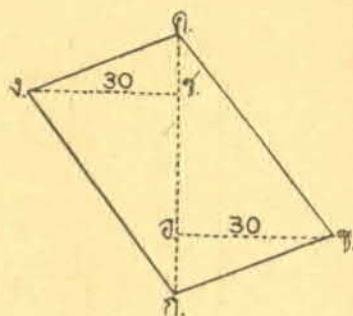
กย. = $1\frac{1}{4}$ " ขย. = $2\frac{3}{4}$ " ปข. = $1\frac{3}{4}$ "

2. จงหาพื้นที่ของผืนของที่ดินแปลงหนึ่ง ซึ่งได้สำรวจมาแล้ว ให้เลือกใช้มาตราส่วนที่เหมาะสม

ถึง ง. 30

ถึง ค.
๖๖
50
40
10
จาก ก.

ถึง ข. 30

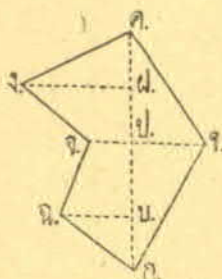


3. จงหาพื้นที่ของรูป ก. ข. ค. ง. จ. ฉ. จากการสำรวจที่ดินแปลงหนึ่ง
เขียนผังให้ถูกต้อง และให้ใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร เท่า 20 เมตร

ถึง ง. 80
ถึง จ. 40
ถึง ฉ. 60

ถึง ค.
เมตร
180
150
120
50
จาก ก.

ถึง ข. 50



4. จงเขียนผัง แล้วหาพื้นที่ของที่ดินแปลงหนึ่ง ซึ่งได้สำรวจแล้ว ใช้
มาตราส่วน 1 เซนติเมตร ต่อ 10 เมตร

	ถึง จ.
	เมตร
	170
ถึง ข. 80	150
	90
	60
	จาก ก.

5. จงเขียนผัง แล้วหาพื้นที่ของที่ดินแปลงหนึ่ง ซึ่งสำรวจแล้ว ใช้
มาตราส่วน 1 เซนติเมตร ต่อ 20 เมตร

	ถึง จ.
	เมตร
	204
ถึง จ. 94	198
	122
ถึง ค. 64	117
ถึง ข. 14	88
	63
	จาก ก.

6. จงเขียนผัง แล้วหาพื้นที่ของนาแห่งหนึ่ง ซึ่งสำรวจแล้ว ใช้
มาตราส่วน 1 เซนติเมตร เท่า 100 เมตร

	ถึง จ.
	เมตร
	1200 ถึง จ. 150
ถึง ค. 260	1120
ถึง ช. 300	960
	940 ถึง ค. 400
ถึง ช. 760	760
	200 ถึง ช. 30
	จาก ก.

การหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

(Volumes of Rectangular solids)

ลูกบาศก์ คือ เทหวัตถุที่มีหน้าราบ เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่ากันทั้งหกหน้า

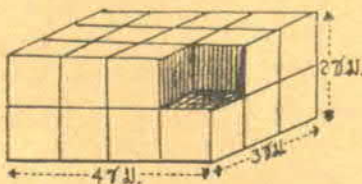
หน่วยลูกบาศก์ คือ ลูกบาศก์ที่มีด้านยาวด้านละหนึ่งหน่วย ความยาว (เช่น นิ้ว, ฟุต, เซนติเมตร, เมตร ฯลฯ)

ปริมาตร ของเทหวัตถุ หมายถึงความจุที่เทหวัตถุอาจมีหน่วยลูกบาศก์บรรจุอยู่ได้จำนวนหนึ่ง หรือกล่าวเพียงปริมาตรคือความจุ

ของแข็งทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก คือ เทหวัตถุที่มีหน้าราบเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้ง 6 หน้า หน้าที่อยู่ตรงข้ามมีพื้นที่เท่ากัน เช่น ก้อนอิฐ แผ่นกระเบื้อง ซองบุหรี่ กลไกไม้ขีดไฟ ดับไม้และด้ายโลหะ เป็นต้น

มิติที่ใช้วัดปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากคือ กว้าง, ยาว, สูง หรือหนา

การหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยม



สมมติว่ามีของแข็งทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ยาว 4 ซม. กว้าง 3 ซม. และสูง 2 ซม. ถ้าเลื่อยออกเป็นลูกบาศก์ ยาวด้านละ 1 ซม. ตามผังจะได้ 24 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ลูกบาศก์เล็ก ๆ นี้อยู่เรียงซ้อนกันอยู่สองชั้น ๆ หนึ่งมี $3 \times 4 \times 1$ ลูกบาศก์เซนติเมตร สองชั้นมี $3 \times 4 \times 2$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

$$= 24 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$\therefore \text{ปริมาตร} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง}$$

$$\text{กว้าง} = \frac{\text{ปริมาตร}}{\text{ยาว} \times \text{สูง}}$$

$$\text{ยาว} = \frac{\text{ปริมาตร}}{\text{กว้าง} \times \text{สูง}}$$

$$\text{สูง} = \frac{\text{ปริมาตร}}{\text{กว้าง} \times \text{ยาว}} = \frac{\text{ปริมาตร}}{\text{พื้นที่ของฐาน}}$$

(เนื่องจากปริมาตรเท่ากับผลคูณของ 3 มิติ คือ กว้าง ยาว สูง หรือหนา และผลลัพธ์เป็นลูกบาศก์ ซึ่งนิยมใช้เขียนเป็นกำลังที่ 3 แสดงว่าเป็นลูกบาศก์หน่วยนั้น ๆ)

$$\text{ซม.}^3 = \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$\text{ม.}^3 = \text{ลูกบาศก์เมตร}$$

$$\text{น.}^3 = \text{ลูกบาศก์นิ้ว}$$

$$\text{ฟ.}^3 = \text{ลูกบาศก์ฟุต.})$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาน้ำหนักของก้อนหินทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก -
กว้าง 0.75 เมตร ยาว 1.20 เมตร สูง 0.50 เมตร หิน 1 ลบ. เทชีเมตร
หนัก 2.64 กิโลกรัม

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{ปริมาตร} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง} \\ &= 7.5 \times 12 \times 5 \quad \text{คม.}^3 \\ &= 450 \quad \text{,,}\end{aligned}$$

$$\text{หิน 1 คม.}^3 \quad \text{หนัก} \quad 2.64 \quad \text{กก.}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{,, 450 ,,} & \quad \text{,, } 2.64 \times 450 \quad \text{,,} \\ &= 1188 \quad \text{,,}\end{aligned}$$

ตอบ 1188 กิโลกรัม

ตัวอย่างที่ 2 หอถังสี่เหลี่ยมห้องหนึ่งมีอากาศ 3240 ฟ.³ ถ้า
ห้องนั้นยาว 18 ฟุต กว้าง 15 ฟุต ห้องนั้นสูงเท่าไร

วิธีทำ

$$\therefore \text{ปริมาตร} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง}$$

$$\therefore \text{สูง} = \frac{\text{ปริมาตร}}{\text{กว้าง} \times \text{ยาว}}$$

$$= \frac{3240}{18 \times 15} \quad \text{ฟุต}$$

$$= 12 \quad \text{ฟุต}$$

ตอบ ห้องสูง 12 ฟุต

ตัวอย่างที่ 3 จงหาปริมาตรของไม้ที่ทำหีบหนา $\frac{1}{3}$ นิ้ว ถ้าขี้ผึ้งหีบ วัตรอยนอก ยาว $9\frac{2}{3}$ นิ้ว กว้าง 9 นิ้ว สูง $7\frac{1}{3}$ นิ้ว

วิธีทำ

$$\text{ปริมาตรของหีบ (วัตรภายนอก)} = 9\frac{2}{3} \times 9 \times 7\frac{1}{3} \text{ น.}^3$$

$$,, ,, \text{ (วัตรภายใน)} = 9 \times 8\frac{1}{3} \times 6\frac{2}{3} \text{ น.}^3$$

$$\therefore \text{ปริมาตรของไม้} = \text{ปริมาตรของหีบ (วัตรภายนอก)} - \text{ปริมาตรของหีบ (วัตรภายใน) น.}^3$$

$$= (9\frac{2}{3} \times 9 \times 7\frac{1}{3}) - (9 \times 8\frac{1}{3} \times 6\frac{2}{3}) \text{ น.}^3$$

$$= (\frac{29}{3} \times \frac{9}{1} \times \frac{22}{3}) - (\frac{9}{1} \times \frac{25}{3} \times \frac{20}{3}) ,,$$

$$= 638 - 500 \text{ น.}^3$$

$$= 138 \text{ น.}^3$$

$$\underline{\underline{\text{ตอบ ปริมาตรของไม้} = 138 \text{ น.}^3}}$$

แบบฝึกหัดที่ 16

จงหาปริมาตรของเทววัตถุทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งกำหนดความยาว กว้าง และหนา หรือสูงให้ตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. 75 เซนติเมตร, 24 เซนติเมตร, 35 เซนติเมตร
2. 82 เซนติเมตร, 46 เซนติเมตร, 17 เซนติเมตร

3. 8 เมตร, 5.2 เมตร, 2.25 เมตร
 4. 10 ฟุต, 5 ฟุต, 3 ฟุต 6 นิ้ว
 5. 9 ฟุต, 6 ฟุต 6 นิ้ว, 3 ฟุต 3 นิ้ว
-
6. จงหาปริมาตรของไม้ท่อนหนึ่ง ยาว 10 เมตร กว้าง .5 เมตร และหนา .05 เมตร
 7. จงหาน้ำหนักของน้ำในถังซีเมนต์สี่เหลี่ยม ยาว 10 เมตร กว้าง 4 เมตร ลึก 2 เมตร (ปริมาตรของน้ำ 1 ซม.³ = 1 กรัม)
 8. อิฐแผ่นหนึ่งยาว 9 นิ้ว กว้าง $4\frac{1}{2}$ นิ้ว และหนา 3 นิ้ว ถ้าใช้อิฐชนิดนี้ก่อกำแพงยาว 20 หลา สูง 8 ฟุต และหนา $12\frac{1}{2}$ นิ้ว จะต้องใช้อิฐกี่แผ่น (ไม่ต้องคิดถึงปูนและทราย)
 9. จงหาปริมาตรของก้อนหินทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ยาว 2 ฟุต 8 นิ้ว กว้าง 1 ฟุต 7 นิ้ว และสูง 1 ฟุต 3 นิ้ว
 10. หีบไม้ใบหนึ่งมีฝายึดทำด้วยไม้หนา $\frac{1}{2}$ นิ้ว วัชข้างนอกยาว 18 นิ้ว กว้าง 15 นิ้ว และสูง 10 นิ้ว จงหาความจุของหีบและปริมาตรของไม้ที่ทำหีบ
 11. หีบไม้ใบหนึ่งมีฝายึดทำด้วยไม้หนา $\frac{3}{4}$ นิ้ว วัชข้างนอกยาว 3 ฟุต กว้าง 2 ฟุต และสูง 1 ฟุต $5\frac{1}{2}$ นิ้ว จงหาความจุของหีบ และปริมาตรของไม้ที่ทำหีบ

12. ทุ่งหาพบนกตามผิวของลูกยางกักอันหนึ่ง มีบ้านยาวด้านละ 1 ฟุต 3 นิ้ว
13. เทหวัตถุทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีพื้นที่ของฐานเท่ากับพื้นที่ของสามเหลี่ยมซึ่งมีด้านยาว 13, 14, 15 เซนติเมตร ตามลำดับ ถ้าเทหวัตถุนี้มีปริมาตร 1008 ลูกบาศก์เซนติเมตร ทุ่งหาส่วนสูงของเทหวัตถุ
14. วันหนึ่งฝนตกวัดได้ 3.45 เซนติเมตร ทุ่งหาน้ำหนักของน้ำฝนที่ตกลงบนพื้นที่ 1 ตารางกิโลเมตร
15. ห้องสี่เหลี่ยมห้องหนึ่ง มีอากาศ 4428 ลูกบาศก์ฟุต ถ้าห้องนี้ยาว 20 ฟุต 6 นิ้ว และกว้าง 18 ฟุต ทุ่งหาส่วนสูงของห้องนี้
16. ถ้าซุสระยะนำสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 12 หลา เอาดินขึ้นมา 336 ลูกบาศก์หลา อยากทราบว่าสระน้ำลึกเท่าไร
17. ดินน้ำมันกักอันหนึ่งเป็นลูกบาศก์ ยาวด้านละ 18 เซนติเมตร ถ้าตัดออกเป็นลูกบาศก์เล็ก ๆ ขนาดยาวด้านละ 3 เซนติเมตร จะได้กักอัน
18. กำแพงคอนกรีตสูง 11 ฟุต ยาว 20 ฟุต และหนา 1 ฟุต ก่อด้วยอิฐนัยทั้งปูนพอกแล้วยาว 11 นิ้ว กว้าง 5 นิ้ว หนา 6 นิ้ว จะต้องใช้อิฐกี่แผ่น

19. ถ้าสูบน้ำออกจากที่เก็บน้ำสเหลยม มุมฉากไป $2762\frac{1}{2}$ ลูกบาศก์ฟุต แล้ว น้ำจะตกลงไปกว่าระดับเดิม 30 นิ้ว ถ้าที่เก็บน้ำกว้าง 19 ฟุต 6 นิ้ว จงหาความยาวของที่เก็บน้ำ
20. เขาเหล็ก 1 ลูกบาศก์เมตร ทำเป็นแท่งยาว 16 เมตร พินฉิวหน้า ตกเป็นสเหลยมจัตุรัส แล้วตัดออกเป็นก้อนลูกบาศก์ทั้งสิ้น อยากทราบว่าได้เหล็กลูกบาศก์กี่ก้อน



การหาปริมาตรของไม้และคิณน้ำหนัของไม้

(Volumes and Weights of Wood)

การหาปริมาตรของเทหวัดถูทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น เราหาได้
โดยเอามิติทั้งสามคูณกัน คือ กว้าง $\times$ ยาว $\times$ สูงหรือหนา ไม้ที่แปรรูป
แล้ว ทั้งแก่เสาตลอดจนเครื่องล่าง เครื่องบน และเครื่องเรือน ใช้ไม้
ที่มีสัณฐานเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งสิ้น (กูไม้รอก, ไม้คัง, ไม้พิน,
ไม้ฝา, ไม้จันทัน, คร่าว, รั้ว, ไม้ทำคู้เคียง)

ทั้งนี้โดยราณมา ไทยเราใช้ "บก" เป็นมาตรฐานการชอขาย
ไม้แปรรูป เป็นไม้ยาว 16 วา กว้าง 24 นิ้ว และหนา 1 นิ้ว ซึ่งแต่เดิม
ก่อกเขาจำนวนไม้ ที่ผู้เลอขายทำการเลอขาย ด้วยเครื่องจักรบนมาสำหรับเลอขาย
ครั้งหนึ่ง ๆ นั้นเอง การคิณน้ำหนัไม้ตามวิธีนี้ใช้ได้ก็ เพราะคิณกันถึง
ปริมาตรอยู่แล้ว แต่ยังไม่สะดวก เพราะไม่ได้หน่วยมาตรฐาน คือหนึ่ง
บกเท่ากับไม้ 23 ลูกบาศก์คอก

ปัจจุบันนี้, การชอขายไม้แปรรูปคิณราคาตามจำนวนปริมาตร
หน่วยของการชอขายใช้ลูกบาศก์ฟุต หรือลูกบาศก์เมตร ซึ่งเทียบกัน
ได้ดังนี้

$$1 \text{ บก. นิ้ว} = 16.386176 \text{ ลบ. ซม.}$$

$$1 \text{ ลบ. ฟุต} = 28.3153 \text{ ลบ. ซม.}$$

$$1 \text{ ลบ หล้า} = .7645 \quad \text{ลบ. ม.}$$

$$\text{และ} \quad 1 \text{ ลบ. ม.} = 35.32 \quad \text{ลบ. ฟุต}$$

นอกจากการชอขายกันเป็นปริมาตรแล้ว ยังใช้วิธีคณน้ำหนัก
ถ้าต้องการปริมาตรมาก ๆ เช่นต่างประเทศสั่งซื้อเป็นจำนวนตัน

การคณน้ำหนักของไม้ นั้น ใช้เทียบกับความหนาแน่นของน้ำ ซึ่ง
มีปริมาตรเท่ากัน

เช่น น้ำ 1 ลบ. ซม.	มีน้ำหนักเท่ากับ	1 กรัม
„ 1 ลิตร	„ „	1000 กรัม
„ 1 ลบ. ฟุต	„ „	1000 ชอนซ์
	=	62.5 ปอนด์

ไม้ชนิดต่าง ๆ มีความหนาแน่นไม่เท่ากัน แต่ผู้ทำการค้าและ
เจ้าหน้าที่ป่าไม้อย่อมต้องทราบอัตราความหนาแน่นของไม้ชนิดต่าง ๆ เพื่อ
คณน้ำหนักภายหลังที่ไถ่หาปริมาตรแล้ว หรือไม่ก็ใช้วิธีซึ่งที่เกี่ยว

ไม้กอร์ก 1 ลบ. ซม.	มีน้ำหนักเท่ากับ	.24—.25 กรัม
ไม้ไช้ค 1 ลบ. ซม.	„ „	.82—.85 กรัม
ไม้สัก 1 ลบ. ซม.	„ „	.66—.88 กรัม

ตัวอย่างที่ 1 ไม้พืน 100 แผ่น ๆ หนึ่งกว้าง 1 ฟุต ยาว 30 ฟุต
หนา 1 นิ้ว เป็นไม้กลุยกาคักฟุต

วิธีทำ

$$\text{ปริมาตรของไม้ 1 แผ่น} = 1 \times 30 \times \frac{1}{12} \text{ ฟ.}^3$$

$$\therefore \text{ปริมาตรของไม้ 100 แผ่น} = \frac{30 \times 100}{12} \text{ ฟ.}^3$$

$$= 250 \quad ,$$

$$\underline{\underline{\text{ตอบ } 250 \text{ ลูกบาศก์ฟุต}}}$$

ตัวอย่างที่ 2 เส้ไม้เต็งรังสีเหลือง ยาว 8 เมตร พืนผิวหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านละ 15 เซนติเมตร ถ้าซื้อเส้เข้ามา 12 ต้น ราคาลูกบาศก์เมตรละ 450 บาท จะสิ้นเงินเท่าไร

วิธีทำ

$$\text{ปริมาตรของเส้ต้นหนึ่ง} = 8 \times .15 \times .15 \quad \text{ม.}^3$$

$$= 8 \times .0225 \quad ,$$

$$\text{ปริมาตรของเส้ 12 ต้น} = 12 \times 8 \times .0225 \quad ,$$

$$= 2.16 \quad ,$$

$$\therefore \text{ราคาเส้ 12 ต้น} = 450 \times 2.16 \quad \text{บาท}$$

$$= 972 \quad ,$$

$$\underline{\underline{\text{ตอบ } 972 \text{ บาท}}}$$

ตัวอย่างที่ 3 ไม้สัก 1 ลูกขาศึกเมตร หนัก 740 กิโลกรัม ๗
 หาน้ำหนักของขงไม้สักที่เล็บบ่กขักแล้ว ยาว 10 เมตร พนผิวหน้าคัก
 เป็นสี่เหลื่ยมมุมฉาก ยาว 75 เซนติเมตร กว้าง 50 เซนติเมตร

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตร} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{หนา} \\ \text{หรือ} &= \text{พนผิวหน้าคัก} \times \text{ความยาว} \\ &= .75 \times .5 \times 10 \text{ ม.}^3 \\ &= 3.75 \text{ ม.}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{น้ำหนักของไม้} &= 3.75 \times 740 \text{ กก.} \\ &= 2775 \text{ ,,} \\ &= 2 \text{ เมตริกตัน } 775 \text{ ,,} \end{aligned}$$

ตอบ 2 ตัน 775 กิโลกรัม

แบบฝึกหัดที่ 17

1. ไม้สำหรับข่พน 100 แผ่น กว้าง 6 นิ้ว ยาว 6 หลา หนา 1 นิ้ว เป็น
ไม้กลุ่กขาศึกฟุ่ก
2. ไม้ฝ่า 40 แผ่น กว้าง 6 นิ้ว ยาว 12 ฟุ่ก หนา $\frac{1}{2}$ นิ้ว เป็นไม้กลุ่ก
ขาศึกฟุ่ก
3. ไม้สักทรงสี่เหลื่ยม ฐานยาว 5 ฟุ่ก 3 นิ้ว กว้าง 2 ฟุ่ก 4 นิ้ว สูง 1
ฟุ่ก 2 นิ้ว ราคาขาศึกฟุ่กละ 42 บาท ๗ หาราคาไม้

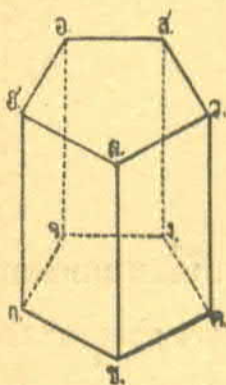
4. ถาสีขาวร้อนไม่หลังหนึ่ง ต้องใช้ไม้ 9.5 ลูกบาศก์เมตร ถ้าไม้
ราคาลูกบาศก์ฟุตละ 10 บาท จงหาราคาไม้สำหรับสร้างบ้านหลังนี้
5. เสื่อไม้สี่เหลี่ยม 25 คัน ยาวคันละ 6 เมตร พื้นผิวหน้าตกเป็นสี่
เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 12 เซนติเมตร ถ้าไม้ 1 ลูกบาศก์เมตร
หนัก 880 กิโลกรัม เสื่อทั้งหมดหนักเท่าไร
6. ห้องสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 5 เมตร สูง 4 เมตร ใช้ไม้กั้นทั้ง
สี่ด้าน สิ้นไม้หนัก 704 กิโลกรัม ถ้าไม้ 1 ลูกบาศก์เมตรหนัก 880
กรัม อยากทราบว่าใช้ไม้หนาเท่าไร
7. ไม้พื้น 100 แผ่น ๆ หนึ่งกว้าง 30 เซนติเมตร ยาว 8 เมตร และ
หนา 2.5 เซนติเมตร จะน้ำหนักเท่าไร ถ้าไม้ 1 ลูกบาศก์เมตร
หนัก 850 กิโลกรัม
8. องค์การอุตสาหกรรมป่าไม้ ทำสัญญาส่งไม้สักไปต่างประเทศแห่ง
หนึ่ง เป็นไม้ 80 เมตรกตัน ถ้าไม้ 1 ลูกบาศก์เมตร หนัก 20
กิโลกรัม อยากทราบว่าไม้ที่สัญญาจะส่งกี่ลูกบาศก์เมตร
9. หีบไม้ทรงสี่เหลี่ยมใบหนึ่ง วัดรอบนอกยาว 18 นิ้ว กว้าง 10 นิ้ว
สูง 6 นิ้ว ไม้หนา $\frac{1}{2}$ นิ้ว เมื่อซั้งคหีบเปล่าหนัก 15 ปอนด์ และ
เมื่อเขาทรายใส่น้ำเต็มหีบพอดีหนัก 100 ปอนด์ จงเปรียบเทียบว่า
น้ำหนักของไม้กับทรายเมื่อมีปริมาตรเท่ากัน จะเป็นอัตราส่วน
อย่างไร

10. เรือนไม้หลังหนึ่งใช้ไม้ในการปลูกสร้าง 11.5 ลูกบาศก์เมตร ราคา
ไม้ยางลูกบาศก์ฟุตละ 15 บาท ถ้าใช้ไม้สักราคาลูกบาศก์ฟุตละ 42
บาท ขอยกทราบว่าราคาไม้สำหรับปลูกสร้างแพงกว่ากันเท่าไร
11. ไม้สัก 1 ลูกบาศก์ฟุตหนัก 45 ปอนด์ น้ำ 1 ลูกบาศก์ฟุตหนัก
62.5 ปอนด์ และเหล็ก 1 ลูกบาศก์ฟุตหนัก 7.492 เท่าของน้ำ
ขอยกทราบว่าถ้าไม้แผ่นหนึ่งหนา 4 นิ้ว เหล็กแผ่นเท่ากัน จะมีส่ว
หนาเท่าไร จึงจะมีน้ำหนักเท่ากับไม้



การหาพื้นที่และปริมาตรของปริซึม

(Area and Volume of Prisms)



ปริซึม คือ ของแข็งซึ่งมีพื้นผิวหน้าราย,
พื้นที่ของยอดและฐานของปริซึมขนานกันและเท่า
กัน พื้นผิวหน้าในแนวนั้นเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ส่วนยอดและฐานของปริซึมจะเป็นสามเหลี่ยม
สี่เหลี่ยม หรือหลายเหลี่ยมก็ได้

ปริซึมตรง ปริซึมทแยง หมายถึง ปริซึมที่เส้นขอบทั้งใต้ฉากกับฐาน
และยอด

ในการเรียนต่อไปนี้จะกล่าวเฉพาะแต่ปริซึมตรงอย่างเดียว ส่วน
ปริซึมที่เส้นขอบไม่ตั้งฉากกับฐาน เรียกว่า ปริซึมเอียง

การหาพื้นที่ตามผิวปริซึม ให้ ก ข กง. เป็นฐานของปริซึม และ
ฮ ลว สอ. เป็นพื้นผิวของยอดปริซึม

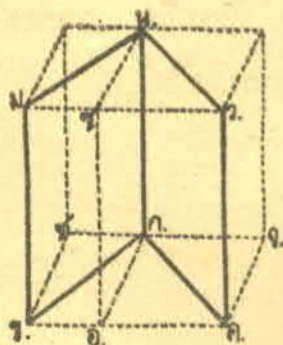
ถ้าเอากระดากมาพันรอบขอบนอกของปริซึมให้พอดีแล้ว จะเห็น
รอบสี่เหลี่ยมมุมฉาก 5 รูปติดต่อกัน

$$\therefore \text{พนผิวก้านข้าง} = \text{ส่วนสูง} \times \text{เส้นขอบฐานปริซึม}$$

และพนผิวน้ำตกของปริซึมนี่ 2 หน้า

$$\therefore \text{พนทตามผิวของปริซึม} = \text{พนผิวก้านข้าง} + \text{พนผิวน้ำตกทั้ง 2 หน้า}$$

การหาปริมาตรของปริซึม เพราะว่าพนผิวของหน้าปริซึมด้านทั้ง ๒ เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก และพนทหน้าตัดทั้งฐานและยอดเท่ากัน การหาปริมาตรก็ทำได้โดยเอาพนทฐานคูณด้วยส่วนสูง



$$\text{ปริมาตร} = \text{พนทฐาน} \times \text{สูง}$$

การหาปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยม
สมมติปริซึมสามเหลี่ยมตั้งอยู่บนฐาน
สามเหลี่ยม กขค. มีส่วนสูง “ส.”

บนฐานสามเหลี่ยม กขค. เขียนฐาน
สี่เหลี่ยมค้านขนาน ขคจข. แล้วทำสี่เหลี่ยม

กัน ลากเส้น กน. แล้วลากเส้น กอ. ขนานกับ คจ.

เขียนระนาบ กอชน. แบ่งปริซึมสามเหลี่ยมออกเป็นสองส่วน
จะเห็นได้ว่า

$$\text{ปริซึมบนฐาน กขค.} = \frac{1}{2} \text{สี่เหลี่ยมค้าน} \text{บนฐาน ขคจข.}$$

$$\therefore \text{ปริซึมบนฐาน กขค.} = \frac{1}{2} \text{สี่เหลี่ยมค้าน} \text{บนฐาน กอขค.}$$

$$\therefore \text{ปริซึมบนฐาน กขค.} = \frac{1}{2} \text{สี่เหลี่ยมค้าน} \text{บนฐาน กอจข.}$$

ตัวอย่างที่ 1 ฐานของแก้วปริซึมสามเหลี่ยมเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านที่ประกอบเป็นมุมฉากยาว 15 เซนติเมตร และ 8 เซนติเมตร ส่วนสูง 12 เซนติเมตร จงหาปริมาตรและพื้นที่ด้านข้างของปริซึม

วิธีทำ

$$\text{พื้นที่ฐาน} = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 \text{ ซม.}^2$$

$$= 60 \quad ,,$$

$$\text{ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= 60 \times 12 \text{ ซม.}$$

$$= 720 \quad ,,$$

$$\text{พื้นที่ผิวปริซึม} = \text{เส้นรอบฐาน} \times \text{ส่วนสูง}$$

$$= (8 + 15 + 17) \times 12 \text{ ซม.}^2$$

$$= 40 \times 12 \text{ ซม.}^2$$

$$= 480 \quad ,,$$

ตอบ ปริมาตร 720 ซม.³ พื้นที่ด้านข้าง 480 ซม.²

หมายเหตุ การคิดเลขควรคิดในใจให้มากยิ่งกว่าจะทำโดยยืดยาว
เช่น ด้านตรงกลางของสามเหลี่ยม = $\sqrt{15^2 + 8^2} = 17$

ถ้ามีความชำนาญพอเพียงแล้ว ควรใช้วิธีทำอย่างรวบรัด

โดยตลอด

ตัวอย่างที่ 2 ปริซึมทรงตันหนึ่งตั้งอยู่บนฐานสามเหลี่ยม ขาว
 1 ฟุต 9 นิ้ว, 1 ฟุต 8 นิ้ว, 1 ฟุต 1 นิ้วตามลำดับ ถ้าปริซึมสามเหลี่ยม
 สูง 8 ฟุต จงหาพื้นที่ตามผิวหน้าทุกหน้า และหาปริมาตรของปริซึม
 วิธีทำ

ด้านฐานของปริซึมสามเหลี่ยม กอ ก. = 21 นิ้ว, ข. =
 20 นิ้ว, ค. = 13 นิ้ว

$\therefore$ เส้นขอบฐานปริซึม = 54 นิ้ว = 4.5 ฟุต

$$(1) \text{ พื้นที่ผิวปริซึมด้านข้าง} = \text{เส้นขอบฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= 4.5 \times 8 = 36 \text{ ฟ.}^2$$

$$\text{พื้นที่ของฐานปริซึม} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{27 \times 6 \times 7 \times 14} \text{ น.}^2$$

$$= 126 \text{ น.}^2$$

$$= \frac{7}{8} \text{ ฟ.}^2$$

$$\text{พื้นที่ของฐานและขอบ} = \frac{7}{4} \text{ ,,}$$

$$\therefore \text{ พื้นที่ตามผิวของปริซึม} = 36 + \frac{7}{4} \text{ ฟ.}^2$$

$$= 37\frac{3}{4} \text{ ,,}$$

$$(2) \text{ ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ส่วนสูง}$$

$$= \left(\frac{7}{8} \times 8\right) \text{ ฟ.}^3 = 7 \text{ ฟ.}^3$$

$$\text{ตอบ} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{พื้นที่ตามผิว} = 37\frac{3}{4} \text{ ฟ.}^2 \\ \text{ปริมาตร} = 7 \text{ ฟ.}^3 \end{array} \right.$$

ตัวอย่างที่ 3 แก้วปริซึมแท่งหนึ่งมีฐานและยอดเป็นสี่เหลี่ยม
 ทราบเป็เหลี่ยม ด้านคู่ขนานยาว 17 เซนติเมตร และ 13 เซนติเมตร และ
 เส้นตั้งฉากระหว่างด้านคู่ขนาน 8 เซนติเมตร ถ้าปริซึมมีปริมาตร 3600
 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหาส่วนสูง

วิธีทำ

$$\therefore \text{ปริมาตร} = \frac{1}{2} \times \text{พื้นที่ของฐาน} \times \text{ส่วนสูง}$$

$$\therefore 3600 = \frac{1}{2} \times 30 \times 8 \times \text{ส่วนสูง}$$

$$\text{ส่วนสูง} = \frac{3600 \times 2}{30 \times 8} \text{ เซนติเมตร}$$

$$= 30 \text{ เซนติเมตร}$$

ตอบ 30 เซนติเมตร

แบบฝึกหัดที่ 18

1. จงหาปริมาตรของปริซึมสูง 4 เซนติเมตร พื้นที่ของฐาน 12 ตาราง
 เซนติเมตร
2. จงหาส่วนสูงของปริซึมแก้วแท่งหนึ่ง ซึ่งมีปริมาตร 180 ลูกบาศก์
 เซนติเมตร และพื้นที่ของฐานเท่ากับ 15 ตารางเซนติเมตร
3. ปริซึมแก้วสามเหลี่ยมแท่งหนึ่ง มีด้านที่ฐานยาว 10, 8, 6 เซนติ-
 เมตรตามลำดับ ถ้าปริซึมสูง 25 เซนติเมตร จงหาปริมาตรของ
 แท่งแก้ว

4. ปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยมแท่งหนึ่งเท่ากับ 720 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้าฐานเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านประกอบมุมฉากยาว 15 เซนติเมตรและ 8 เซนติเมตร จงหาส่วนสูงของปริซึมนี้
5. ปริซึมแก้วฐานเป็นสามเหลี่ยมยาวด้านละ 17, 10, 9 เซนติเมตรตามลำดับ และส่วนสูง 10 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวรอบนอกทั้งหมด และหาปริมาตรของปริซึมนี้
6. ปริซึมหินฐานหกเหลี่ยมด้านเท่า ยาวด้านละ 5 นิ้ว ถ้าพื้นผิวตั้งทั้งหกหน้ามีพื้นที่เท่ากับ 13 ตารางฟุต 108 ตารางนิ้ว จงหาส่วนสูงของปริซึมนี้
7. ถังน้ำใบหนึ่งเป็นรูปปริซึม มีฐานเป็นหกเหลี่ยมด้านเท่า ยาวด้านละ 1 ฟุต 2 นิ้ว และสูง 3 ฟุต 6 นิ้ว จงหาพื้นที่ตามผิวด้านตั้งของถังนี้
8. ปริซึมแก้วสามเหลี่ยมสูง 12 เซนติเมตร มีฐานเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ยาว 7, 24 และ 25 เซนติเมตรตามลำดับ จงหาพื้นที่ของผิวทุกหน้า และหาปริมาตรของปริซึมนี้ด้วย
9. ปริซึมสามเหลี่ยมทำด้วยทองเหลือง มีขนาดสูง 16 นิ้ว ฐานฐานยาว 3 นิ้ว, 4 นิ้วและ 5 นิ้วตามลำดับ ถ้าเขาไปจ้างเขาชุบทอง คิดค่าจ้างตารางนิ้วละ 30 สตางค์ จะต้องเสียค่าจ้างเท่าไร
10. ปริซึมสามเหลี่ยมสูง 15 เซนติเมตร ฐานฐานยาว 9, 10 และ 17 เซนติเมตรตามลำดับ จงหาปริมาตรของปริซึมนี้

11. เสาแปดเหลี่ยมค้ำยันเท่ากันหนึ่ง กว้างค้ำยันละ 8 นิ้ว สูง 10 ฟุต ถ้า
ข้างเขาทาสีรอบเสาในอัตราตารางฟุตละ 30 สตางค์ จะเสียค่าจ้าง
เท่าไร
12. ถ้าขุดดินจากพื้นที่เป็นสี่เหลี่ยมคางหมูเป๊ะๆ มีค้ำยันค้ำชันยาว 6 ฟุต
2 นิ้ว และ 7 ฟุต 4 นิ้ว และเส้นตั้งฉากระหว่างค้ำชันยาว 4 ฟุต
ลึกลงไป 13 ฟุต จะได้ดินขึ้นมากี่ลูกบาศก์ฟุต
13. เจรหาน้ำหนักของปริซึมสามเหลี่ยม ทำด้วยเงินตัน สูง 5 นิ้ว ค้ำ
ฐานยาว 2.6 นิ้ว, 2.5 นิ้ว และ 1.7 นิ้ว คำนวณค่า คำนวณให้เงิน
1 ลูกบาศก์นิ้วหนัก 6.08 ออนซ์ (16 ออนซ์ = 1 ปอนด์)
14. เสาสะพานคอนกรีตเป็นรูปปริซึมสามเหลี่ยม สูง 12 ฟุต พื้นที่หน้า
ตัดของเสาเป็นรูปสามเหลี่ยมค้ำยัน ยาวค้ำยันละ 3 ฟุต 6 นิ้ว จ
หาปริมาตรของเสาคอนกรีตนั้น
15. เสาโบลัดเป็นรูป 8 เหลี่ยมค้ำยันเท่า ยาวค้ำยันละ 20 เซนติเมตร สูง
10 เมตร จหาปริมาตรของเสา

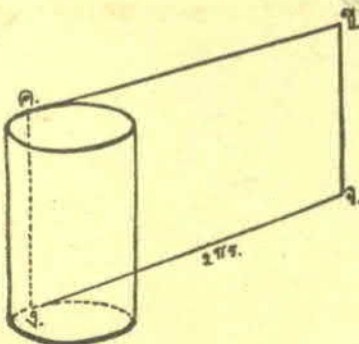
การหาพื้นที่และปริมาตรของเทหวัตถุ ทรงกระบอก

(Area and Volume of Cylinders)



เทหวัตถุทรงกระบอกตัน คือ ของแข็งที่มีรูป
ลักษณะคล้ายกระบอกไม้ เกิดจากสี่เหลี่ยมมุมฉาก
หมุนรอบแกนไปรอบหนึ่ง ตามแนวตั้งฐานและยอดของ
รูปทรงกระบอกเป็นวงกลม

สมมติ ก ข ค. เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ให้ ก ข. เป็น
เส้นแกน ให้ ค. หมุนขึ้นไปโดยรอบ ก็จะได้เห็นเป็นทรงกระบอกขึ้น
การหาพื้นที่ของผิวตามส่วนโค้งของกระบอก



ลองตัดกระดาษเอามาพันโดยรอบ
ส่วนโค้งของเทหวัตถุทรงกระบอก ให้
ขนาดกระดาษยัดส่วนโค้งทั้งหมดพอดี
แล้วคลี่กระดาษออก จะเห็นว่า เป็นสี่
เหลี่ยมมุมฉาก มีส่วนสูงเท่ากับส่วนสูง
ของกระบอก และฐานเท่ากับเส้นรอบ
วงของกระบอก

$$\text{พื้นที่ของสี่เหลี่ยม} = \text{ยาว} \times \text{กว้าง}$$

$$= 2\pi r \times s.$$

$$\text{นั่นคือ พื้นที่ผิวกระบอกตามส่วนโค้ง} = 2\pi r \cdot s.$$

$$(r = \text{รัศมีของวงกลมที่ฐาน} \quad s = \text{ส่วนสูงของกระบอก})$$

การหาปริมาตรของเทหวัตถุทรงกระบอก

$$\therefore \text{ปริมาตร} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง}$$

$$= \text{พื้นที่ของฐาน} \times \text{สูง}$$

$$\therefore \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \text{พื้นที่ของฐานของกระบอก} \times \text{สูง}$$

$$= \pi r^2 s.$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ตามผิวโค้งและปริมาตรของเสาคอนกรีต
ทรงกลมตันสูง 8 เมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 0.84 เมตร

วิธีทำ

$$\text{ส่วนสูง } s = 8 \text{ ม.} \quad r = 0.42 \text{ ม.}$$

$$(1) \text{พื้นที่ตามผิวโค้ง} = 2\pi r \cdot s.$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.42 \times 8 \text{ ม.}^2$$

$$= 21.12 \text{ ม.}^2$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ ปริมาตร} &= \pi r^2 h. \\
 &= \frac{22}{7} \times .42 \times .42 \times 8 \text{ M.}^3 \\
 &= 4.4352 \text{ M.}^3
 \end{aligned}$$

$$\text{ตอบ } \left\{ \begin{array}{ll} \text{พื้นที่ตามผิว} & 21.12 \text{ ตารางเมตร} \\ \text{ปริมาตร} & 4.44 \text{ ลูกบาศก์เมตร} \end{array} \right.$$

ตัวอย่างที่ 2 ท่อเหล็กกลมกลวงท่อนหนึ่งยาว 18 เมตร รัศมีเส้นผ่าศูนย์กลางถึงขอบนอก 5.4 เซนติเมตร ถ้าเหล็กหนา .4 เซนติเมตร จงหาน้ำหนักของท่อเหล็กท่อนนี้ กำหนดให้ค่าความถ่วงจำเพาะของเหล็กเท่ากับ 7.79 และ $\pi = 3.1416$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรทั้งหมด} &= \pi r_1^2 h. \\
 &= \pi (2.7)^2 \times 1800 \quad \text{ซม.}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของส่วนที่กลวง} &= \pi r_2^2 h \\
 &= \pi 2.3^2 \times 1800 \quad \text{ซม.}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{ปริมาตรของเหล็ก} &= \pi 2.7^2 \times 1800 - \pi 2.3^2 \times 1800 \quad \text{ซม.}^3 \\
 &= \pi 1800 (2.7^2 - 2.3^2) ,, \\
 &= 3.1416 \times 1800 \times 2 ,,
 \end{aligned}$$

เหล็ก 1 ซม.³หนัก 7.79 กรัม

$$\therefore 3.1416 \times 1800 \times 2 \text{ ซม.}^3 \text{หนัก} \frac{3.1416 \times 3600 \times 7.79}{1000} \text{ กก.}$$

หนัก 88.1

”

ตอบ 88.1 กิโลกรัม (ประมาณ)

แบบฝึกหัด 19

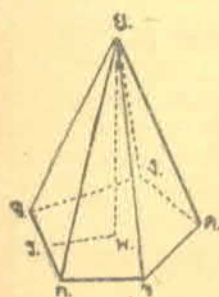
1. รางพาหนะล้อไค้และปริมาตรของทรงกระบอก ซึ่งมีส่วนสูง 8 เซนติเมตร เส้นผ่าศูนย์กลางยาว 6 เซนติเมตร
2. รางพาหนะของเสากลม เส้นผ่าศูนย์กลาง 12 เซนติเมตร และสูง 6 เมตร
3. แก้วกลมใบหนึ่งมีรัศมีฐาน 5 เซนติเมตร สูง 14 เซนติเมตร รางพาหนะตามผิวโค้งของแก้ว
4. ทองเหลืองทรงกลมตัน มีรัศมีผิวหน้าตัด 3.5 ตารางเซนติเมตร และปริมาตรเท่ากับ 308 ลูกบาศก์เซนติเมตร รางพาหนะส่วนสูง
5. รางพาหนะสูงของวัตถุทรงกระบอก ซึ่งมีปริมาตร 24 ลูกบาศก์ฟุต 1296 ลูกบาศก์นิ้ว และมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 1 ฟุต
6. รางพาหนะของวัตถุทรงกระบอกยาว 14 นิ้ว วัตถุทรงกระบอกนี้มีปริมาตรเท่ากับลูกบาศก์ ซึ่งมีเส้นขอบยาวด้านละ 11 นิ้ว

7. ถังน้ำซีเมนต์ทรงกระบอก รัศมีภายในสูง 8 ฟุต น้ำ 5 $\frac{1}{2}$ ตัน จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางภายในถัง (น้ำ 1 ลูกบาศก์ฟุตหนัก 1000 ขอนซ์)
8. เสาคอนกรีตกลมตันคันหนึ่ง หนัก 8 ตัน 560 ปอนด์ สูง 2 หลา 2 ฟุต 9 นิ้ว ถ้าหินอ่อน 1 ลูกบาศก์ฟุตหนัก 168 ปอนด์ จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของเสาคอนกรีต
9. ลูกกลิ้งเหล็กวัดเส้นผ่าศูนย์กลางถึงขอบนอก ยาว 5 $\frac{1}{2}$ ฟุต ถ้าลูกกลิ้งหน้ากว้าง 3 $\frac{1}{2}$ ฟุต ทำด้วยเหล็กหนา 1 นิ้ว จงหาปริมาตรของเหล็กที่ใช้ทำลูกกลิ้ง
10. จงหาปริมาตรและพื้นที่ทั้งหมดของผิวกระบอกกลวงหนา 2 นิ้ว รัศมีรอบนอก 22 นิ้ว สูง 25 นิ้ว
11. โลหะทรงกระบอกกลวง วัดเส้นผ่าศูนย์กลางภายนอก 12 นิ้ว เส้นผ่าศูนย์กลางภายใน 8 นิ้ว สูง 12 นิ้ว จงหาพื้นที่ตามผิวของโลหะทรงกระบอก
12. ถังน้ำมันกลมใบหนึ่งสูง 1 ฟุต 6 นิ้ว เส้นผ่าศูนย์กลางยาว 10 นิ้ว ถังน้ำมัน 1 แกลลอน มีปริมาตรความจุเท่ากับ 275 ลูกบาศก์นิ้ว อยากทราบว่าถังใบนี้จุน้ำมันกี่แกลลอน
13. ลวดทองแดงมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 2 มิลลิเมตร ถ้าเอามาพันให้รอบ บั๊ตติวโค้งของกระบอกถนวนยาว 12 เซนติเมตร เส้นผ่าศูนย์กลาง 10 เซนติเมตร จะต้องใช้ลวดยาวเท่าไร

การหาพื้นที่และปริมาตรของพีระมิด

และกรวย

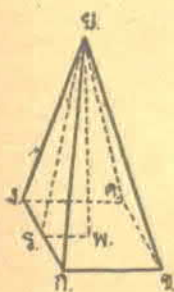
(Area and Volume of Pyramids and Cones.)



ก) พีระมิด คือเทวัตถุแข็ง ซึ่งมีพื้นผิวหน้า
ราบทุกหน้า ๆ หนึ่งเป็นฐาน ฐานจะเป็นรูปสี่เหลี่ยม
ก็ได้ พื้นผิวอื่น ๆ เป็นสามเหลี่ยมเฉียงแล รวมกัน
ทำทุก ๆ หนึ่ง เรียกว่ายอดกรวย

แผนภาพข้างซ้ายนี้ เป็นพีระมิดบนฐานห้าเหลี่ยม
กชคจ. มีจุดรวมที่ขคย. และพื้นผิวหน้าเป็นสามเหลี่ยม กขย., ขคย.,
คจย., งจย. และ กจย. รวม 5 รูป ขคย. เป็นเส้นตั้งฉากกับฐานของกรวย

การหาพื้นที่ตามผิวรอบนอกของพีระมิด



การหาพื้นที่ตามผิวค้ำข้าง ก็คือหาพื้นที่ของ

สามเหลี่ยมทุก ๆ หน้ารวมกัน

$$\text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม กขย.} = \frac{1}{2} \text{ กข.} \times \text{ขค.}$$

เมื่อพีระมิดเป็นพีระมิดทรง พนทตามผิวทุก ๆ หน้าย่อม
เท่ากัน

$$\therefore \text{พื้นที่ผิวของกรวย} = \frac{1}{2} (\text{ผลบวกของด้านฐาน}) \times \text{ส่วนสูง} \\ \text{ด้านเอน}$$

การหาปริมาตรของพีระมิด

ถ้าเราเอาวัตถุที่ตัดหรือเฉือนออกได้ง่าย ๆ เช่น หยวกกล้วย
ขิง กินน้ำมัน ขึ้นเป็นทรงสี่เหลี่ยมคี่น แล้วเฉือนออกให้เป็นกรวย
ตั้งบนฐานเท่า ๆ กัน จะเฉือนออกได้ 3 รูป แสดงว่าปริมาตรของกรวย
เป็น $\frac{1}{3}$ ของรูปทรงสี่เหลี่ยมคี่น (ดูเรขาคณิตของฮอลล์และสกีเวน หน้า
398-400)

$$\text{ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \text{พื้นที่ของฐาน} \times \text{ส่วนสูง}$$

ตัวอย่าง พีระมิดตั้งอยู่บนฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีด้านยาวด้านละ
16 เซนติเมตร และสูง 15 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ของผิวด้านเอน และ
ปริมาตรของพีระมิดนี้

วิธีทำ

(ดูแผนภาพข้างต้น)

$$\text{พย.} = 15 \text{ ซม.} \quad \text{กข.} = \text{กง.} = 16 \text{ ซม.}$$

$$\text{พร.} = \frac{1}{2} \text{กข.} = 8 \text{ ซม.}$$

รูปสามเหลี่ยมคี่น ยพร. เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{ยร.}^2 = 15^2 + 8^2$$

$$\text{ยร.} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17 \text{ ซม.}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{พื้นที่สามเหลี่ยม กงย.} &= \frac{1}{2} \times \text{กง.} \times \text{ยว.} \\
 &= \frac{1}{2} \times 16 \times 17 \text{ ซม.}^2 \\
 &= 136 \quad ,,
 \end{aligned}$$

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยม 4 รูป} = 544 \quad ,,$$

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของปิระมิด} &= \frac{1}{3} (\text{พื้นที่ของฐาน}) \times \text{สูง} \\
 &= \frac{1}{3} \times 16^2 \times 15 \text{ ซม.}^3 \\
 &= 1280 \quad ,,
 \end{aligned}$$

ตอบ

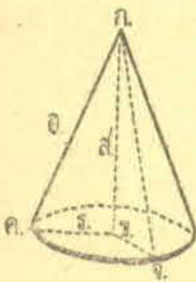
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{พื้นที่ผิวปิระมิด} \quad 544 \text{ ซม.}^2 \\ \text{ปริมาตร} \quad 1280 \text{ ซม.}^3 \end{array} \right.$$

แบบฝึกหัดที่ 20

1. จงหาปริมาตรของปิระมิดที่ตั้งอยู่บนฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก ยาว 11 เซนติเมตร กว้าง 7 เซนติเมตร และสูง 12 เซนติเมตร
2. จงหาปริมาตรของปิระมิดสูง 10 เซนติเมตร กรวยบนตั้งอยู่บนฐานสามเหลี่ยม มีด้านทั้งสามยาว 13 เซนติเมตร 14 เซนติเมตร 15 เซนติเมตร ตามลำดับ
3. ปิระมิดอันหนึ่งตั้งบนฐานจัตุรัส ยาวด้านละ 8 นิ้ว ถ้ากรวยบนสูง 9 นิ้ว จงหาเส้นตั้งฉากบนผิวหน้าสามเหลี่ยมและด้านเอน (ขอบของสามเหลี่ยมเอน)

4. จงหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปิระมิด ซึ่งมีฐานและส่วนสูงเท่ากัน ลูกบาศก์ขนาดยาวด้านละ 10 เซนติเมตร
5. ปิระมิดทรงรูปหนึ่งตั้งอยู่บนฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งยาว 24 เซนติเมตร กว้าง 18 เซนติเมตร ถ้าด้านเอียงยาว 17 เซนติเมตร จงหาส่วนสูงและปริมาตรของปิระมิด
6. ปิระมิดทรงรูปหนึ่งตั้งอยู่บนสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งยาว 2 ฟุต 8 นิ้ว และกว้าง 10 นิ้ว ถ้ากรวยสูง 1 ฟุต จงหาพื้นที่ตามผิวด้านเอียงของกรวย
7. จงหาปริมาตรของไม้ปิระมิดตามกำหนดดังนี้
(ก) ฐานเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 6 นิ้ว และส่วนสูง 7 นิ้ว
(ข) ฐานเป็นสามเหลี่ยม ยาว 4 ฟุต 3 นิ้ว, 3 ฟุต 1 นิ้ว, และ 1 ฟุต 8 นิ้ว และส่วนสูง 1 ฟุต
8. จงหาส่วนสูงของโลหะปิระมิดตามกำหนดดังนี้:-
(ก) ปริมาตรเท่ากับ 128 ลูกบาศก์นิ้ว มีฐานเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ยาว 8 นิ้ว กว้าง 4 นิ้ว
(ข) ปริมาตรเท่ากับ 90 ลูกบาศก์นิ้ว มีฐานเป็นสามเหลี่ยม ยาว 5, 12, 13 นิ้ว
9. จงหาพื้นที่ผิวของด้านเอียงกับปริมาตรของปิระมิด สูง 21 เซนติเมตร มีฐานเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 40 เซนติเมตร

10. พีระมิดรูปหนึ่ง ตั้งอยู่บนฐานหกเหลี่ยมด้านเท่า ยาวด้านละ 6 เซนติเมตร มีปริมาตรเท่ากับ 270 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหา ส่วนสูงของพีระมิดนี้



ข) รูปกรวยทรง คือของแข็งที่มีรูปลักษณะ คล้ายฝ่ามือ เกิดจากสามเหลี่ยมมุมฉากหมุนรอบแกน ไปรอบหนึ่งตามแนวนอน มุมของสามเหลี่ยมที่ประชิด แกนนอนเป็นมุมฉาก

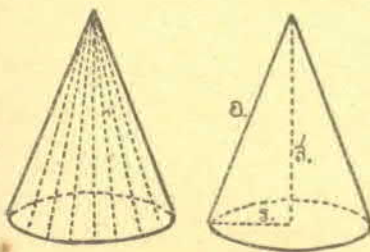
สมมติสามเหลี่ยม กขค. เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ถ้าเอา กข. เป็นแกน แล้วให้สามเหลี่ยมหมุนไปตามแกน กข. หนึ่งรอบ จะเกิดกรวยทรงขึ้น

กค. และ กจ. เป็นก้านเอียงของกรวย

กข. เป็นส่วนสูง เรียบกะย่อ ๆ ว่า “ส.”

ขค. เป็นรัศมีของฐานวงกลม เรียบกะย่อ ๆ ว่า “ร.”

การหาพื้นที่ของกรวย



สมมติว่าพีระมิดตั้งบนฐานรูปหลาย เหลี่ยมด้านเท่า ถ้าฐานฐานมีด้านมากจน กลายเป็นวงกลมแล้ว พื้นที่ผิวกรวยก็จะ เท่ากับพื้นที่ผิวของพีระมิด ดังที่ได้กล่าว

มาแล้ว

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ผิวของก้านเอนของกรวย} &= \frac{1}{2} \text{ เส้นรอบวงกลม} \times \text{ก้านเอน} \\
 &= \frac{1}{2} \times 2\pi \text{ ร.อ.} \\
 &= \pi \text{ ร.อ.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ผิวรอยนอกกรวย (รวมฐานกรวย)} &= \pi \text{ ร.อ.} + \pi \text{ ร.}^2 \\
 &= \pi \text{ ร.} (\text{อ.} + \text{ร.})
 \end{aligned}$$

การหาปริมาตรของกรวย

โดยทำนองเดียวกัน การหาปริมาตรของกรวย ก็เท่ากับการหาปริมาตรของพีระมิด คือ เท่ากับ $\frac{1}{3}$ ของปริมาตรของปริซึมบนฐานเดียวกัน

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของกรวย} &= \frac{1}{3} \text{ พื้นที่ของฐาน} \times \text{ส่วนสูง} \\
 &= \frac{1}{3} \pi \text{ ร.}^2 \times \text{ส.} \\
 &= \frac{1}{3} \pi \text{ ร.}^2 \text{ ส.}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ผิวก้านเอนและปริมาตรของกรวย ซึ่งรัศมี

ของฐานยาว 35 เซนติเมตร และสูง 12 เซนติเมตร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 (1) \text{ พื้นที่ผิวก้านเอนของกรวย} &= \text{ร.อ.} \\
 \text{ร.} &= 35 \text{ ซม.} \\
 \text{อ.} &= \sqrt{35^2 + 12^2} \text{ ,,} \\
 &= 37 \text{ ,,}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ผิวด้านเอน} = \frac{22}{7} \times 35 \times 37 \text{ ซม.}^2$$

$$= 4070 \quad ,,$$

(2) ปริมาตรของกรวย

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 \text{ ส.}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 35^2 \times 12 \text{ ซม.}^3$$

$$= 15400 \quad ,,$$

$$\text{ตอบ} \left\{ \begin{array}{l} \text{พื้นที่ผิวด้านเอน} \quad 4070 \text{ ซม.}^2 \\ \text{ปริมาตร} \quad 15400 \text{ ซม.}^3 \end{array} \right.$$

แบบฝึกหัดที่ 21

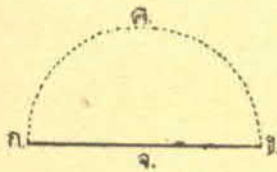
1. จงหาพื้นที่ผิวตามส่วนโค้ง และฐานของกรวยทรง ซึ่งรัศมีฐานยาว 6 เซนติเมตร และด้านเอนยาว 10 เซนติเมตร
2. จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีด้านยาว 4 เซนติเมตร
3. จงหาพื้นที่รอยนอกของกรวย สูง 40 เซนติเมตร และรัศมีของฐาน 9 เซนติเมตร
4. จงหาปริมาตรของกรวย ซึ่งมีด้านเฉียงยาว 5.1 เซนติเมตร และส่วนสูง 4.5 เซนติเมตร
5. จงหาพื้นที่ผิวตามส่วนโค้งของกรวย ซึ่งรัศมีของฐานยาว 5 นิ้ว และด้านเอนยาว 1 ฟุต 9 นิ้ว

6. จงหาปริมาตรของกรวย ตามกำหนดต่อไปนี้
 - (ก) ร. = 7 นิ้ว ส. = 1 ฟุต
 - (ข) ส. = 2 ฟุต อ. = 2 ฟุต 1 นิ้ว
7. กระโjoinผ้าใบเป็นรูปกรวยตรง สูง 16 ฟุต และเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 24 ฟุต ถ้าผ้าใบราคาตารางฟุตละ 7 บาท จงหาราคาของกระjoin
8. ฝาชีลวกเป็นรูปกรวย มีคานเขนยาว 30 เซนติเมตร และพื้นที่ของฐานเท่ากับ $\frac{3}{5}$ ของพื้นที่ผิวตามส่วนโค้ง อยากทราบว่าฝาชีมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวเท่าไร
9. กระjoinผ้าใบเป็นรูปกรวยตรง สูง 6 เมตร เมื่อกางแล้วปรากฏว่ามีปริมาตรภายในเท่ากับ $100\frac{4}{7}$ ลูกบาศก์เมตร จงหาเส้นผ่านศูนย์กลางของกระjoin
10. ตะกั่วหนัก 30.25 กิโลกรัม เอาไปหลอมทำลูกตั้งรูปกรวยตรง ให้รัศมีฐานและส่วนสูงยาว 5 เซนติเมตร จะหลอมได้กี่ลูก กำหนดให้ตะกั่ว 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรหนัก 11 กรัม

บทที่ 18

การหาพื้นที่และปริมาตรของเทหวัตถุทรงกลม

(Area and Volume of Spheres.)



เทหวัตถุทรงกลม ได้แก่ของแข็ง
ที่มีรูปลักษณะกลม เกิดจากครึ่งวงกลมหมุน
รอบแกนกลางไปรอบหนึ่ง

สมมติ กขค. เป็นรูปครึ่งวงกลม ถ้าเขาเส้นผ่าศูนย์กลาง กข.
เป็นแกน (อยู่ก้น) แล้วหมุนส่วนโค้งไปหนึ่งรอบ จะเกิดทรงกลมขึ้น
ทุกตัว ๆ บนส่วนโค้งจะมีระยะทางถึงจุดศูนย์กลางเท่ากันทั้งสิ้น

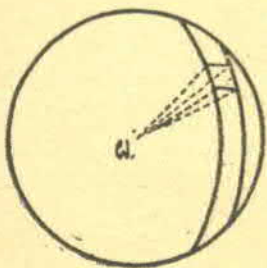
การหาพื้นที่บนผิวของทรงกลม

การหาพื้นที่บนผิวของทรงกลม เกี่ยวกับตรีโกณมิติ (ดูการ
พิสูจน์ในหนังสือเรขาคณิตของชอลต์ และสกีเวน หน้า 428, 430)

สูตรสำหรับหาพื้นที่ผิวทรงกลมมีดังนี้ :-

$$\text{พื้นที่ของผิวทรงกลม} = 4 \pi r^2$$

การหาปริมาตรของเทหวัตถุทรงกลม



พื้นที่ตามผิวของเทหวัตถุทรงกลม อาจ

แบ่งออกเป็นส่วนเล็ก ๆ เท่า ๆ กัน ตามความ
ต้องการได้ รูปเล็ก ๆ อย่างในรูปซ้ายมือ คือ
ปิระมิด และปิระมิดเหล่านี้ก็คั่นกันทั้งหมด

$$\text{ปริมาตรของปริมาตร} = \frac{1}{3} (\text{พื้นที่ฐานของกรวย}) \times \text{รัศมี}$$

$$\text{แต่พื้นที่ผิวทรงกลม} = 4 \pi r^2$$

$$\therefore \text{ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{1}{3} \times 4 \pi r^2 \times r.$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3$$

ตัวอย่างที่ 1 แก้วทรงกลมก้อนหนึ่ง มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 7 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของลูกแก้ว

วิธีทำ

$$\begin{aligned} (1) \text{ พื้นที่} &= 4 \pi r^2 \\ &= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ ซม.}^2 \\ &= 154 \text{ ซม.}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ ปริมาตร} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ ซม.}^3 \\ &= 179\frac{2}{3} \text{ ซม.}^3 \end{aligned}$$

$$\text{ตอบ } \left\{ \begin{array}{l} \text{พื้นที่ผิว } 154 \text{ ตาราง ซม.} \\ \text{ปริมาตร } 179.67 \text{ ลบ. ซม.} \end{array} \right.$$

ตัวอย่างที่ 2 ลูกตุ้มเหล็กทรงกลม เส้นผ่าศูนย์กลาง 6 นิ้ว เอาหย่อนลงในถังทรงกระบอก เส้นผ่าศูนย์กลาง 1 ฟุต ถึงน้ำน้อยมาก แล้ว ขยายทราวยว่าเมื่อเอาลูกตุ้มหย่อนลงไป ระดับของน้ำในถังจะสูงขึ้นกว่าเดิมเท่าไร

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{ปริมาตรของลูกเหล็ก} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \pi \times 3 \times 3 \times 3 \text{ น.}^3 \\ &= 36 \pi \text{ น.}^3\end{aligned}$$

ลูกตุ้มเหล็กจะขยับน้ำให้สูงขึ้นเท่าปริมาตรตัวเอง

$$\therefore \text{ปริมาตรของน้ำที่สูงขึ้น} = \pi r^2 \text{ ส.}$$

$$= 36 \pi \times \text{ส่วนสูง}$$

$$\therefore 36 \pi \times \text{ส่วนสูง} = 36 \pi$$

$$\therefore \text{ส่วนสูง} = 1 \text{ นิ้ว}$$

$$\text{ตอบ } 1 \text{ นิ้ว}$$

แบบฝึกหัด 22

1. จงหาพื้นที่ผิวส่วนโค้ง และปริมาตรของเทววัตถุทรงกลมซึ่งมีรัศมี

(ก) 2.4 เซนติเมตร

(ข) 10.5 เซนติเมตร

(ค) 2.1 นิ้ว

(ง) 1 ฟุต 9 นิ้ว

2. จงหารัศมีของทรงกลม ซึ่งมีพื้นที่ผิวส่วนโค้ง

(ก) 1385.44 ตารางเซนติเมตร

(ข) 17 ตารางฟุต 16 ตารางนิ้ว

3. วัดอุตรทรงกลมมีพื้นที่ผิวตามส่วนโค้งเท่ากับพื้นที่ของวงกลมราบ ซึ่ง
มีเส้นรัศมียาว 2.8 เซนติเมตร อยากทราบว่ารัศมีของวัดอุตรทรงกลม
ยาวเท่าไร
4. โลหะทรงกระบอกสูง 45 เซนติเมตร เส้นผ่าศูนย์กลาง 4 เซนติ-
เมตร ถ้าหลอมเอาไปทำโลหะทรงกลมตัน ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง
ยาว 6 เซนติเมตร จะหลอมได้กี่ลูก
5. โลหะทรงกลมตันลูกหนึ่ง มีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 6 เซนติเมตร ถ้า
เอาไปหลอมทำเป็นกระบอกกลวง ให้รัศมีภายในยาว 4 เซนติเมตร
และกระบอกยาว 10 เซนติเมตร โลหะทรงกระบอกจะมีความหนา
เท่าไร
6. วัดอุตรทรงกลมกลวง ทั่วด้วยโลหะหนา 1 เซนติเมตร วัดเส้นผ่าศูนย์กลาง
ถึงขอบนอกยาว 12 เซนติเมตร จงหาปริมาตรของโลหะที่ทำ
วัดอุตรทรงกลมนี้
7. โลหะทรงกลมตัน มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 4 นิ้ว หนัก 9 ปอนด์ ถ้าเอา
โลหะอย่างนี้ทำทรงกลมกลวง หนา 2 นิ้ว และวัดเส้นผ่าศูนย์กลาง
ภายนอกได้ยาว 1 ฟุต 8 นิ้ว จะหนักเท่าไร
8. ลูกตะกั่วทรงกลมตันมีรัศมี 4 มิลลิเมตร มีจำนวน 50,000 ลูก จะมี
น้ำหนักเท่าไร ถ้าตะกั่ว 1 ลูกยาว 1 เซนติเมตรหนัก 11.35 กรัม

9. ตะกั่วกลมเป็นแผ่นหนา 3 นิ้ว เส้นผ่าศูนย์กลาง 12 นิ้ว ถ้าเอามา
หลอมทำลูกปืนลม ให้มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.1 นิ้ว จะหลอมได้กี่ลูก
10. เขาโลหะทรงกลมตัน เส้นผ่าศูนย์กลางยาว 14 นิ้ว หย่อนลงใน
อ่างแก้วทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีน้ำอยู่มากพอแล้ว ถ้าอ่างแก้ว
มีฐานยาว 49 นิ้ว และกว้าง $14\frac{2}{3}$ นิ้ว อยากทราบว่าน้ำในอ่างจะขึ้น
มาสูงกว่าระดับเดิมเท่าไร
11. ตะกั่วทรงกลมตันสามลูก มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 นิ้ว, 4 นิ้ว, 5 นิ้ว
ตามลำดับ ถ้าหลอมตะกั่วทั้งสามลูกแล้ว ทำลูกทรงกลมตันลูก
เดียวด้วยตะกั่วนี้ ลูกกลมใหม่จะมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางยาวเท่าไร
12. ตะกั่วทรงกลมตันลูกหนึ่ง มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 นิ้ว ถ้าหลอม
ตะกั่วนี้แล้วหล่อลูกทรงกลมตันใหม่ 3 ลูก ให้ลูกแรกมีขนาดเส้น
ผ่าศูนย์กลาง $1\frac{1}{2}$ นิ้ว ลูกที่สองมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 2 นิ้ว ตะกั่ว
ที่เหลือหลอมเป็นลูกกลมลูกที่สาม จะมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางยาว
เท่าไร

แบบสอบข้อเขียน

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\frac{4\frac{2}{13} \times 2\frac{1}{19} \times 3\frac{1}{6}}{19\frac{2}{7} - 5\frac{2}{5} \times 3\frac{3}{14}}$$

2. ก. และ ข. วิ่งแข่งกันในกลุ่ม 100 หลา ก. ชนะ ข. 20 หลา ข. และ ค. วิ่งแข่งกันในกลุ่ม 100 หลา ข. ชนะ ค. 5 หลา อยากทราบว่า ถ้าให้ ก. และ ค. วิ่งแข่งกันในกลุ่ม 200 หลา ก. จะชนะ ค. กี่หลา
3. ก. ข. และ ค. เข้าที่เลี้ยงสัตว์แห่งหนึ่ง ก. นำแกะมาเลี้ยง 500 ตัว ในเวลา 4 เดือน ข. นำแกะมาเลี้ยง 600 ตัวในเวลา 3 เดือน ค. นำแกะมาเลี้ยง 1200 ตัวในเวลา 2 เดือน เลี้ยงค่าเช่า 279 บาท คนไหนควรจะออกค่าเช่าเท่าไร
4. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 88 หลา แล่นทันชายคนหนึ่งซึ่งกำลังเดินไปด้วยความเร็วชั่วโม่งละ 4 ไมล์ และผ่านพ้นชายคนนั้นในเวลา 10 วินาที ต่อมาแล่นทันชายอีกคนหนึ่ง และผ่านพ้นเขาไปในเวลา 9 วินาที อยากทราบว่าชายคนนั้นเดินเร็วชั่วโม่งละกี่ไมล์
5. ถังใบหนึ่งมีท่อสองท่อ ก. และ ข. ถ้าเปิดท่อ ก. น้ำจะไหลเข้าเต็มถังใน 25 นาที และเปิดท่อ ข. น้ำจะไหลเต็มถังใน 30 นาที ถ้าเปิดท่อทั้งสองให้ไหลเข้าพร้อมกัน เมื่อไรจะถังก็งักท่อ ข. เพื่อจะให้น้ำเต็มถังใน 15 นาทีพอดี

6. สนามกลมแห่งหนึ่ง มีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 98 เมตร ถ้าจะขึงลวดหนามล้อมรอบจะสิ้นเงินเท่าไร ค่าลวดหนามราคาเมตรละ 1 บาท

-2-

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ และตอบทศนิยม 3 ตำแหน่ง

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$$

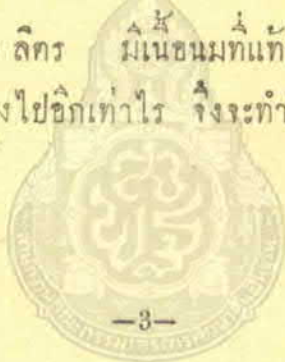
$$2 + \frac{1}{3}$$

$$4 + \frac{1}{3}$$

$$2 - \frac{1}{5}$$

2. ต้นทุนของอย่างหนึ่งเป็นเงิน 114 บาท 60 สตางค์ จะต้องมีกำไรขายเท่าไร เพื่อว่าเมื่อลดราคาให้แก่ผู้ซื้อ 10% แล้ว คงมีกำไร 20%
3. ในโรงเรียนหนึ่งมีเด็กอยู่ 572 คน 0.25 ของเด็กเหล่านั้นได้ค่าอาหารวันละ 0.571428 ของพวกแรก เด็กที่เหลือได้ค่าอาหารวันละ 75 สตางค์ ในวันหนึ่ง ๆ โรงเรียนต้องจ่ายค่าอาหารเป็นเงินเท่าไร

4. เรือกลไฟลำหนึ่งโคนหินโสโครก ชนอยู่ห่างฝั่งทะเล 600 ไมล์
น้ำไหลเข้าเรือ $6\frac{1}{2}$ ตันในเวลา 20 นาที ถ้าน้ำไหลเข้าเรือถึง 60
ตัน เรือจะจมพอดี แต่เรือมีสยน้ำซึ่งสยน้ำออกได้ 70 ตันต่อ 4
ชั่วโมง พอเรือเข้าถึงฝั่งก็จมพอดี ดังนั้นเรือแล่นเข้าฝั่งด้วยความ
เร็วชั่วโมงละเท่าไร
5. สนามหญ้าสี่เหลี่ยมมุมฉากแห่งหนึ่ง มีส่วนยาวเป็นสองเท่าของ
ส่วนกว้าง และวัดโดยรอบได้ 80 เมตร จงหาพื้นที่ของสนาม
6. นมจำนวนหนึ่ง 100 ลิตร มีเนยนมที่แท้อยู่ 70% นอกนั้นมีน้ำปน
จะต้องผสมนมแท้ลงไปอีกเท่าไร จึงจะทำให้เนยนมมีส่วนผสมเป็นนม
แท้ 80%



-3-

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\frac{1\frac{1}{4} - \frac{5}{12}}{1\frac{1}{4} + \frac{5}{12}} + 1\frac{1}{5} \text{ ของ } \frac{9 \times 5}{14 \times 3} - \frac{11\frac{1}{4}}{15}$$

2. ก. ทำงาน $\frac{2}{5}$ ของงานอย่างหนึ่ง แล้วใน 4 ชั่วโมง ข. ทำ $\frac{3}{4}$ ของ
งานที่เหลือ แล้วใน 1 ชั่วโมง ค. ทำงานที่เหลือจาก ก. และ ข.
อีกทีหนึ่งแล้วเสร็จใน 20 นาที ถ้า ก.ข. และ ค. ช่วยกันทำงาน
พร้อมกันแต่แรก จะแล้วในเวลาเท่าไร

3. คอกเขยชนิกบทันของเงินจำนวนหนึ่งฝากไว้ 3 ปี คิกคอกเขย $4\frac{1}{4}\%$ ต่อปี เป็นเงิน 100 บาท เงินที่ฝากไว้ทั้งหมดเท่าไร
4. วัตถุทรงกระบอก ก. และ ข. มีความสูงเป็น 3 : 2 และรัศมีของ $\frac{3}{4}$ วัตถุ $\frac{1}{2}$ เป็น 4 : 5 จงหาอัตราส่วนระหว่างปริมาตรของวัตถุ ก. และ ข.
5. น้ำปลาชนิดหนึ่งไหลละ 13 บาท อีกชนิดหนึ่งไหลละ 15.50 บาท ถ้าผสมน้ำปลาชนิดแรก 10 ไห กับน้ำปลาชนิดหลัง 4 ไห แล้วขายไป ไหลละ 16 บาท จะได้กำไรร้อยละเท่าไร
6. ตั้งแต่ 14 น. ถึง 15 น. เข็มทั้งสองของนาฬิกาจะอยู่ห่างกัน 20 ช่อง นาฬิกา เมื่อเวลาอะไรบ้าง

-4-

1. เงินต้น 3000 บาท คอกเขยร้อยละ 3 ต่อปี ให้ไปเป็นเวลา $2\frac{1}{2}$ ปี ถ้าคิกคอกเขยทบต้น จะได้คอกเขยมากกว่าคอกเขยเชิงเดียวเท่าไร
2. ที่ดินแปลงหนึ่งมีพื้นที่ 1500 ตารางเมตร ก.ข.ค. ร่วมกันเช่าปลูกพืชล้มลุก ก. เข้า 600 ตารางเมตรใช้เวลา 8 เดือน ข. เข้า 400 ตารางเมตรใช้เวลา 6 เดือน พืชส่วนที่เหลือ ค. เข้าตลอดเวลา 12 เดือน ถ้าเจ้าของที่ดินคิดค่าเช่าที่ดินแปลงนี้ละ 242 บาท ก.ข. และ ค. ควรจะเสียค่าเช่าตามส่วนของเวลาและพื้นที่ คนละเท่าไร

3. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 176 ฟุต แล่นด้วยความเร็วชั่วโมงละ 45 ไมล์
แล่นไปทันรถไฟอีกขบวนหนึ่งและผ่านพ้นไปได้ในเวลา $\frac{1}{4}$ นาที อยาก
ทราบว่ารถไฟขบวนหนึ่งยาวเท่าไร
4. ฉันทิจักรยานตามทางด้วยความเร็วสม่ำเสมอวินาทีละ 5 เมตร เมื่อ
ไปรอบวงเวียนแห่งหนึ่ง สิ้นเวลา $2\frac{1}{3}$ นาที อยากทราบว่าวงเวียน
นี้มีพื้นที่ตารางเมตร (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)
5. ขบวนรถไฟขบวนหนึ่งยาว 95 เมตร ใช้ฉัจักรชั่วโมงละ 60 กิโลเมตร
แล่นสวนทางกับรถไฟอีกขบวนหนึ่งซึ่งยาว 130 กิโลเมตร ใช้ฉัจักร
ชั่วโมงละ 45 กิโลเมตร รถไฟสองขบวนจะผ่านพ้นกันไปในเวลา
เท่าไร
6. ก. ขายรถจักรยานคันหนึ่งให้ ข. ได้กำไร 5% ข. ขายต่อให้ ค.
เป็นเงิน 510 บาท ได้กำไร 2% เค็ม ก. ซื้อจักรยานคันนั้นมาราคา
เท่าไร

1. $\frac{1}{3}$ ของเงินจำนวนหนึ่งจะเลี้ยงครอบครัวหนึ่งได้ 15 วัน $\frac{3}{5}$ ของเงิน
จำนวนนั้นจะเลี้ยงครอบครัวนั้นได้กี่วัน
2. เหวียญสลัง, สทางค์สีย, สทางค์ห้า รวมกันสามคนเป็นเงิน 810

บาท ถ้าอัตราส่วนจำนวนของเหรียญเป็น 4:5:6 จงหาจำนวนเหรียญทั้งสามชนิดว่ามีอย่างละกี่อัน

3. โรงเรียนราษฎร์แห่งหนึ่งส่งข้อนักเรียนเข้าสอบไล่ชั้นมัธยมปีที่ 6 จำนวนหนึ่ง ในเวลาสอบไม่ได้เข้าสอบ 4 % นักเรียนที่เข้าสอบจริงสอบไล่ได้ 75 % นักเรียนสอบตกมี 18 คน โรงเรียนส่งข้อนักเรียนเข้าสอบไล่กี่คน
4. ในการวิ่งแข่งลู่วิ่ง 400 เมตร ก. ต้องใช้ 30 เมตร แต่แพ้ 20 เมตร เขาควรจะต้องให้กันอย่างไร จึงจะถึงหลักชนะพร้อมกัน
5. แดงต่อเรือลำหนึ่งขายให้ดำ ได้กำไร 25 % ดำขายให้เขียวไปอีกต่อหนึ่งขาดทุน 15 % ถ้าเขียวขายต่อเรือลำอื่นได้ 340 บาท แดงลงทุนต่อเรือเท่าไร
6. เงินต้น 700 บาท ให้กู้ไป 2 ปี ได้ดอกเบี้ยรวมทั้งสิ้น 60 บาท ขยายทราบว่าอัตราดอกเบี้ยร้อยละเท่าไร คิดดอกเบี้ยเชิงเดียว

1. ขายส้มเขียวหวาน 280 ผล ให้แก่ ก. ข. และ ค. ตามอัตราส่วน $\frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{7}{15}$ ถ้าราคาส้มผลละ 15 สตางค์ ก. ข. และ ค. จะต้องจ่ายเงินซื้อส้มคนละเท่าไร

2. เรือยนต์ลำหนึ่งแล่นไปในระยะทาง 80 เส้น ขณะแล่นไปตามน้ำ
สิ้นเวลา 16 นาที และเมื่อแล่นทวนขึ้นมาในระยะทางนั้น สิ้นเวลา
20 นาที ถ้าแล่นไปในน้ำนิ่งจะสิ้นเวลาเท่าไร
3. จะต้องใช้ส่วนผสมอย่างไร จึงจะให้กำแฟกิโลกรัมละ 7.50 บาท
8 บาท และ 9.50 บาท มีราคาผสมกิโลกรัมละ 9 บาท
4. เงิน 750 บาท ให้กู้เป็นเวลา $1\frac{1}{2}$ ปี คิดดอกเบี้ยทบต้นร้อยละ 3 ต่อปี
ชำระดอกเบี้ยครึ่งปีต่อครึ่ง จะได้เงินรวมเท่าไร
5. เงิน 1000 ปอนด์แบ่งให้กู้ดังนี้ 200 ปอนด์ให้กู้คิดดอกเบี้ยร้อยละ
3 ต่อปี 400 ปอนด์คิดดอกเบี้ยร้อยละ $3\frac{1}{2}$ 250 ปอนด์คิดดอกเบี้ย
ร้อยละ 5 ส่วนเงินที่เหลือจะคิดดอกเบี้ยร้อยละเท่าไร จึงจะให้ราย
ได้ของดอกเบี้ยเป็นร้อยละ 3 ปอนด์ 17 ชิลลิง
6. จะต้องใช้ผ้ากัตาตารางฟุต เพื่อทำกระโjoinกรวย ซึ่งมีส่วนสูงเอนเอียง
10 ฟุต และเส้นผ่าศูนย์กลางของปากกระjoinยาว 14 ฟุต (กำหนด
ให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

1. เวลาอะไรระหว่าง 15 น. ถึง 16 น. เข็มชั่วโมงกับเข็มนาฬิกา
ก) ทับกัน ข) ก่อเป็นเส้นตรงเดียวกัน

2. ลงทุน 34244 บาทซื้อพันธบัตรบริษัทขนส่งแห่งหนึ่งเมื่อราคา 107 พันธบัตรมีราคาสูงขึ้นอีก 9 บาท ก็ขายไปทั้งหมด อยากทราบว่าได้เงินสดจากการขายพันธบัตรนี้รวมทั้งสิ้นเท่าไร
3. ใบชาค่าราคาปอนด์ละ 1 ชิลลิง 2 เพนนี และใบชาเขียวราคาปอนด์ละ 1 ชิลลิง 10 เพนนี เมื่อผสมกันแล้วขายไปปอนด์ละ 1 ชิลลิง 5 เพนนี คงมีกำไร $6\frac{1}{4}\%$ อยากทราบว่ากำไรจะตั้งผลสมตามอัตราส่วนเท่าไร
4. ฉันให้เขาจ่ายเงินไปจำนวนหนึ่ง เป็นเวลา 2 ปี โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นร้อยละ 4 เมื่อครบกำหนดกลูกหนี้นำเงินทั้งต้นและดอกเบี้ยมาส่ง 919.36 บาท จงหาเงินต้น
5. ถังน้ำสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่ง มีฝายัดหนา $\frac{5}{8}$ นิ้ว วัตรอบนอกได้ส่วนยาว 3 ฟุต 6 นิ้ว กว้าง 2 ฟุต 9 นิ้ว สูง 2 ฟุต 3 นิ้ว อยากทราบว่าถังใบนี้บรรจุน้ำกี่แกลลอน ถังน้ำหนึ่งลูกบาศก์ฟุตหนัก 1000 ชอนซ์ และ 160 ชอนซ์หนักเท่ากับหนึ่งแกลลอน
6. ชั่งกันหนึ่ง เมื่อเลื่อยเบ็ดยกออกแล้ว จะมีปริมาตรเท่าไร ถ้าได้ไม้เป็นท่อนหน้าสี่เหลี่ยมจัตุรัส กว้างด้านละ 50 ซม. และยาว 6 เมตร ถ้าไม้ชนิดนี้มีความหนาแน่น 0.75 ตันต่อ 1 ลูกบาศก์เมตร ไม้ท่อนนี้หนักเท่าไร

1. ในระยะทางแข่ง 1 ไมล์ ถ้า ก. ต้องใช้ 290 หลา ข. จะกลับชนะ ก. คิดเป็นระยะทาง .045 ไมล์ ถ้าออกวิ่งจากที่เดียวกันโดยไม่คำนึงต่อให้ ก. จะชนะ ข. ก็หลา
2. พ่อค้าผู้หนึ่งซื้อเหล้ามา 30 ลิตร ราคา 150 บาท เขาเขาน้ำเติมลงไป แล้วขายไปลิตรละ 4.50 บาท ได้กำไร 20% ขยาดทราบว่าเขาเติมน้ำลงไปเท่าไร
3. นาฬิกาสองเรือนทำให้ตรงเมื่อเวลาเที่ยงวันที่ 1 เมษายน เรือนหนึ่งเดินเร็วไป 8 วินาที และอีกเรือนหนึ่งเดินช้าไป 7 วินาทีต่อ 12 ชั่วโมง จะเป็นเวลาจริงในวันใด และเวลาเท่าไร เมื่อนาฬิกาที่เดินเร็วเดินไปหน้าอีกเรือนหนึ่งเป็นเวลา 5 นาทีในครั้งแรก
4. สามเหลี่ยม มุม ก. มีพื้นที่ 22 ตารางนิ้ว มี ก. เป็นมุมยอด ข.ค. เป็นฐาน ถ้า ก. ข. ยาว 5 นิ้ว และกำหนดให้เส้นตั้งฉากซึ่งลากจากมุมยอด ก. มายังฐานตัดฐานห่างจาก ข. 3 นิ้ว ขยาดทราบว่าฐานของสามเหลี่ยมมีขนาดเท่าไร
5. ชายคนหนึ่งซื้อหุ้นมา 100 หุ้น ๆ เดิมหุ้นละ 50 บาท แต่เรียกหุ้นเพียง 15 บาท และราคาซื้อถามท้องตลาดหุ้นละ 25 บาท ได้รับเงินปันผลปีละ 10% ดังนั้นเขาจะได้เงินปันผลเท่าไร และคิดเป็นร้อยละเท่าไรของเงินทุนที่เขาลงทุนไปนั้น

๖. คนชื่อนาฬิกาซื้อมามีมา 4 เรือน แล้วขายไปทั้งหมดเป็นเงิน 3600 บาท เมื่อมาคิดดูปรากฏว่ามีกำไรเรือนละ $\frac{2}{5}$ ของต้นทุน นาฬิกา ๓ เรือน ขอบอกทราบว่าคนชื่อนาฬิกาซื้อเรือนละเท่าไร

-9-

1. จงหาผลสำเร็จ

$$\frac{4\frac{1}{3} - 1\frac{1}{12}}{6\frac{2}{3} + 4\frac{7}{12}} - \frac{2.1 - 1.94}{0.93 + 0.87}$$

2. สามคนเข้าหุ้นกันค้าขาย คนหนึ่งลงทุน $\frac{1}{3}$ ของทุนทั้งหมด ในเวลา $\frac{1}{4}$ ของเวลาทั้งหมด คนที่สองลงทุน $\frac{1}{4}$ ของทุนทั้งหมดในเวลาเพียงครึ่งหนึ่งของเวลาทั้งหมด คนที่สามลงทุนเป็นของคนที่สามลงทุนตลอดเวลา ถ้าสิ้นปีกำไร 219,000 บาท เขาจะได้อะไรแบ่งกันคนละเท่าไร

3. ชายคนหนึ่งกู้เงินนำไป 12,000 บาท เสียดอกเบี้ยทบต้นให้ 5% พอสิ้นปีเขานำเงินมาชำระให้ 3,000 บาททุกปี เมื่อสิ้นปีที่ ๕ เขายังคงเป็นหนี้เงินอยู่อีกเท่าไร

4. แดงกับดำอยู่ห่างกัน 15 กิโลเมตร วันหนึ่งแดงออกเดินมาหาดำ ด้วยความเร็วชั่วโม่งละ 4 กิโลเมตร ในขณะที่เดินกันนั้น ดำก็ ออกเดินทางไปหาแดง แต่พอดำออกเดินไปได้ 6 กิโลเมตรก็พบ แดงพอดี อยากทราบว่าดำเดินได้เร็วชั่วโม่งละเท่าไร
5. ถังใบหนึ่งมีสุรากับน้ำผสมกันอยู่ 50 ลิตร เป็นสุราเสีย 70 % ถ้า จะให้มีสุราอยู่ในส่วนผสมเพิ่มขึ้นเป็น 75 % จะต้องเติมสุราลงไป อีกกี่ลิตร
6. นาฬิกาสองเรือน ๗ หนึ่งเดินเร็วไปวันละ 8 วินาที อีกเรือนหนึ่งเดิน ช้าไปวันละ 7 วินาที ถ้าตั้งนาฬิกาสองเรือนนี้พร้อมกันเมื่อเที่ยง วันที่ 1 มีนาคม จะเป็นเวลาจริงเท่าไร เมื่อนาฬิกาทั้งสองเรือนนี้ บอกเวลาต่างกัน $2\frac{1}{2}$ นาที

-10-

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\frac{5\frac{1}{7} + 3\frac{1}{9}}{7\frac{11}{12} - 1\frac{1}{4} \text{ ของ } 1\frac{8}{21}} \times \frac{0.85 - 0.85}{0.04}$$

2. เงินต้น 8000 บาท ฝากธนาคารไว้อย่างดอกเบี้ยทบต้น 3 ปี ได้เงิน รวม 9261 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ย

3. งานอย่างหนึ่งชาย 3 คนกับเด็ก 4 คนทำแล้วใน 6 วัน ชาย 3 คนกับเด็ก 8 คนทำแล้วใน 8 วัน และหญิง 4 คนกับเด็ก 8 คนทำงานแล้วใน 5 วัน ถ้าว่าหญิงคนเดียวจะทำงานนี้แล้วในกี่วัน
4. รถไฟขบวนหนึ่งออกจากกรุงเทพ ฯ เวลา 15 นาฬิกา และถึงลพบุรี เวลา 18 นาฬิกา รถไฟขบวนที่สองออกจากลพบุรีเวลา 13.30 นาฬิกา และถึงกรุงเทพ ฯ เวลา 18 นาฬิกา รถไฟสองขบวนนี้จะพบกันเมื่อเวลาเท่าใด (ความเร็วของรถไฟทั้งสองขบวนคงที่)
5. พ่อค้าผู้หนึ่งผสมเหล้า 50 ลิตร ราคา 900 บาท ด้วยน้ำเปล่าซึ่งไม่ต้องซื้อ เมื่อผสมแล้วเขาขายเหล้าผสมไปลิตรละ $16\frac{1}{2}$ บาท ก็ได้กำไร 10 % ของทุน อยากทราบว่าเหล้าผสมนี้มีน้ำปนอยู่ร้อยละเท่าไร
6. พื้นที่ผิวโค้งของเทวทิศทรงกระบอกรูปหนึ่ง เท่ากับ 2640 ตารางนิ้ว และปริมาตรเท่ากับ 26400 ลูกบาศก์ นิ้ว จงหาพื้นที่ผิวโค้งของกรวย ซึ่งมีฐานและส่วนสูงเท่ากับฐานและส่วนสูงของทรงกระบอกนั้น

-11-

1. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

$$\frac{0.09 \times .285742}{0.012987 \div 0.499950}$$

2. กรรมกรพวกหนึ่งทำงานไป 24 วัน ปรากฏว่างานนั้นแล้วครึ่งหนึ่ง จึงได้เพิ่มกรรมกรสมทบอีก 16 คน งานนั้นแล้วเสร็จใน 16 วันต่อมา ถ้ากรรมกรคนหนึ่งได้รับค่าจ้างวันละ 5.50 บาท จะต้องเสียค่าจ้างทั้งสิ้นเท่าไร
3. ซอกาแฟมาราคากิโลกรัมละ 5.40 บาท และชนิดเลวราคากิโลกรัมละ 4.20 บาท เมื่อผสมกันแล้วขายไปราคากิโลกรัมละ 5.20 บาท คงได้กำไร 4% จงหาอัตราส่วนการผสม
4. จงคำนวณพื้นที่ลากตามคานเฮน และหาปริมาตรของหินบรีมิกสูง 21 เมตร ตั้งอยู่บนพื้นฐานราบสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านละ 40 เมตร
5. หีบรูปลูกบาศก์วางภายในยาวด้านละ 6 ฟุต 3 นิ้ว บรรจุลูกกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางลูกละ 7 นิ้วเต็มพอดี จงหาปริมาตรของท่้างภายในหีบนั้น ($\pi = \frac{22}{7}$)
6. ก. ชอรรถยนต์ราคา 20,000 บาทด้วยเงินสด ส่วน ข. ชอรรถยนต์อย่างเดียวกันด้วยเงินเชื่อ กำหนดชำระในเวลา 2 ปีเป็นเงิน 22,500 บาท ถ้าคิดผลประโยชน์ของเงิน 4% ต่อแบบอย่างคอกเบบเชิงเดียว อยากทราบว่าผู้ใดซื้อแพงกว่ากันเป็นเงินเท่าไร

-12-

1. จงหาค่าของเลขต่อไปนี้ ทอมบทนิยามสามตำแหน่ง

$$(ก) \sqrt{25} - \sqrt{125}$$

$$(ข) \sqrt{\frac{34567}{89721}}$$

2. เหล็กทรงกลมตันลูกหนึ่งหนัก $932\frac{3}{7}$ กรัม ถ้าความถ่วงจำเพาะของเหล็กเท่ากับ 8.25 จงหารัศมีของวัตถุนี้
3. รถไฟสองขบวนยาว 92 เมตร และ 84 เมตรตามลำดับ แล่นไปตามรางขนานด้วยความเร็วสม่ำเสมอ ถ้ารถทั้งสองขบวนแล่นสวนทางกันจะผ่านพ้นไปในเวลา $4\frac{1}{2}$ วินาที ถ้าหากแล่นตามกันจะแล่นผ่านพ้นไปในเวลา 15 วินาที จงหาความเร็วของรถไฟทั้งสองขบวนนั้น
4. จงหาอัตราดอกเบี้ยของเงินต้น 2000 บาท ให้อยู่ไปเป็นเวลา 2 ปี ได้เงินรวม 2121 บาท 80 สตางค์
5. เด็กสี่คนหวนหา $12\frac{1}{2}$ ลิตร ไปเทลงถังทรงสี่เหลี่ยมยาว 2.5 เมตร กว้าง .77 เมตร และลึก .87 เมตร ถ้าเด็กทุกคนเท 11 ถึงระดับน้ำยังต่ำกว่าปากถังลงไปอีกเท่าไร
6. ถ้าชาย 9 คนกับหญิง 6 คน ทำการอย่างหนึ่งแล้วใน 2 วัน และชาย 2 คนกับหญิง 5 คนทำการนั้นแล้วใน 6 วัน อยากทราบว่าชาย 5 คนกับหญิง 7 คนทำการนั้นกี่วันจึงจะแล้ว

1. จงหาเงินรวมของเงินต้น 5,000 บาท เวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ย 5 % ต่อปี

5. นายดำวิ่งในลู่ 1 ไมล์สิ้นเวลา $7\frac{1}{2}$ นาที นายแดงวิ่งในลู่ $7\frac{1}{2}$ ไมล์
ในเวลา 1 ชั่วโมง ถ้าเขาวิ่งแข่งกัน คนชนะถึงหลักชัยใน 6 นาที
คนแพ้จะอยู่ล้าหลังเท่าไร
6. พ่อค้าซื้อสุรามาชวกละ 5 บาท แล้วเขานำไปล่าไม่ต้องซื้อเติมลง
ไป ขายชวกละ 4.50 บาท มีกำไร 2% อยากทราบว่าเขาผสมน้ำ
ลงไปเป็นอัตราส่วนเท่าไร

-14-

1. จงคูณ 1.23456 ด้วย .154
2. จงหาผลบวกอย่างประมาณของ 12.85438 กับ 7.69546 โดยคิด
ทศนิยมเพียง 2 ตำแหน่ง
3. แม่ค้าผู้หนึ่งซื้อมะเขือร้อยละ 2.50 บาท แล้วขาย 8 ผลต่อ 25 สตางค์
จะมีกำไรร้อยละเท่าไร
4. ชายผู้หนึ่งซื้อหุ้นบริษัทไฟฟ้าไทยจำกัดในราคา 140 รวม 35 หุ้น
เขาจะได้เงินปันผลเท่าไรในกรณีที่บริษัทจ่ายเงินปันผลร้อยละ $12\frac{1}{2}$
5. จงทำ 38%, 124% , $2\frac{1}{4}\%$ และ $12\frac{5}{8}\%$ เป็นทศนิยม
6. $\frac{2}{5}$ ของอายุชายผู้หนึ่งเท่ากับ $12\frac{1}{5}$ ปี $\frac{5}{6}$ ของอายุของเขาจะเป็นเท่าไร

-15-

1. จงหาราคาที่ดิน 13 ไร่ 2 งาน 80 ตารางวา ซึ่งเจ้าของขายไว้ละ
280 บาท

2. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 85 เมตร แล่นผ่านสถานีรถไฟยาว 27 เมตร
ในเวลา 14 วินาที จงหาความเร็วของรถไฟ
3. จงหาอัตราดอกเบี้ยทบต้นของเงิน 10000 บาท ซึ่งได้ดอกเบี้ย 816
บาทในเวลา 2 ปี
4. $.108\bar{3}\bar{2} + .\bar{2}6\bar{4} + 5.64$ เป็นเท่าไร
5. จะเป็นเวลาอะไรในระหว่าง 8.00 น. กับ 9.00 น. ที่เข็มสั้นกับเข็ม
ยาวทับกัน
6. จงหาร 463.81536 ด้วย 381.635 ทิ้งการคำนวณอย่างประมาณ มี
ทศนิยม 3 ตำแหน่ง

-16-

1. จงหารากที่สองของ 2634.22483009
2. จงหาพื้นที่ของสนามวงกลมแห่งหนึ่ง ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว
16.4 เมตร
3. จงคูณ 13 วัน 11 ชั่วโมง 8 นาที 6 วินาที ด้วย 251
4. 7.25 ของ 45.24 บาท มากกว่าร้อยละ $\frac{7}{8}$ ของ 113.60 บาทเท่าไร
5. กระดาษสอยไถ่มี 800 กระดาษ สมศรีสอยได้ 535 กระดาษ เขาจะ
ไถ่ร้อยละเท่าไร
6. กระบี่ของนโมใบหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 1.5 เซนติเมตร และสูง 1.9
เซนติเมตร จะรุนมีกี่ลิตร ในเมื่อปริมาตร 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรมี
ความจุ 1 ลิตร

-17-

1. ใน พ.ศ. 2481 รัฐบาลมีรายได้อัน 118,223,206 บาท จำนวนประชากรในปณัมีประมาณ 15,266,000 คน ึ่งหารรายได้อันลัโดยจากประชากร 1 คน
2. ในการผสมคอนกรีตทำพื้นโรงอาหารซึ่งใช้ซีเมนต์, ทรายและหินย่อยผสมกัน 1 : 2 : 3 $\frac{1}{2}$ ถ้าฉนใช้หินย่อย 28 ลูกบาศก์เดซิเมตร จะต้องใช้ซีเมนต์และทรายอย่างละกัลูกบาศก์เดซิเมตร
3. คำ, แคงและชาวเข้าหุันกันออกร้านขายของในงานวัดแห่งหนึ่ง ซึ่งมีงาน 5 วัน โดยออกเงินคนละ 250 บาท เมื่องานผ่านไปได้อัน 2 วัน คำเพิ่มทุนอีก 150 บาท ส่วนแคงและชาวเพิ่มทุนคนละ 100 บาท ถ้าเขาได้อันไร 480 บาท เขาจะแบ่งอันไรกันอย่างไร
4. ทัวแทนขายสินค้ำได้อันเงิน 10,000 บาท เขาได้อันค้ำาเห็นจรัยละ 2 $\frac{1}{2}$ และคักค้ำารักษาสินค้ำ 120 บาท ค้ำาขนส่ง 50 บาท เจ้าของสินค้ำจรัยได้อันเงินเท่าไร
5. สัปรปลกบาศก์กอนหนึ่งมีปริมาตร 512 ซม.³ ึ่งหาส่วนยาวของสัปรปลกบาศก์กอน
6. ทักันรูปสี่เหลียมมุมฉากแปลงหนึ่ง มีค้ำันยาวยาว 3 เท่าของค้ำันกว้างและมีพื้นที่ 4 ไร่ 2 งาน ึ่งหาค้ำันกว้าง, ค้ำันยาว และค้ำันทะแยงของทแปลงนั

1. ถ้าผู้ใหญ่ 1 คน ผู้หญิง 1 คน และเด็ก 1 คนทำงานอย่างหนึ่งแล้ว
ใน 3, 4 และ 6 วันตามลำดับ จงหางานที่ยังเหลือในเมื่อผู้ใหญ่ 1
คน, ผู้หญิง 1 คน และเด็ก 2 คน ช่วยกันทำงานนั้นเป็นเวลา 1 วัน
2. ในการวิ่งแข่งทาง 400 เมตร คำต่อให้แก่ง 80 เมตร แต่เขาแพ้แก่ง
50 เมตร เขาควรต่อให้แก่งเท่าไรจึงจะถึงหลักชัยพร้อมกัน
3. ดินขายที่กินแปลงหนึ่งเป็นเงิน 32000 บาท และได้กำไร 60% ถ้าดิน
ขายเพียง 21500 บาท จะได้กำไรหรือขาดทุนร้อยละเท่าไร
4. ถ้าผ้าขาว 1 หลา ราคา 18 บาท ผ้า 16 เมตร ราคาเท่าไร (1 หลา
= 90 เซนติเมตร)
5. ชายผู้หนึ่งคำนวณอายุเป็นวันได้ 19374 วัน จงหาอายุของเขาเป็นปี
เดือนและวัน โดยถือว่า 1 ปี = 365 วัน และ 1 เดือนมี 30 วัน
6. หญิงผู้หนึ่งซื้อไข่เป็ดในราคา 5 ฟองต่อ 1.60 บาท แล้วขายไปใน
ราคา 3 ฟองต่อ 1 บาท จะได้กำไรร้อยละเท่าไร

1. ตามสถิติ พ.ศ. 2480 จำนวนคนเกิดทั่วประเทศไทยมีชาย 266671 คน
หญิง 243235 คน จงหาอัตราส่วนของคนเกิดชายและหญิงในกรณี
หญิงเกิด 100 คน

2. ตามสถิติ พ.ศ. 2480 จำนวนคนตายทั่วประเทศมีชาย 134279 คน หญิง 117184 คน คนตายที่เป็นหญิงมีจำนวนร้อยละเท่าไรของจำนวนคนตายทั่วประเทศ

3. จงหาค่าของ
$$\frac{3\frac{2}{3} - 5\frac{1}{4} \div 3\frac{1}{2} + 4\frac{5}{6}}{3\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2} \times 4\frac{5}{6}}$$

4. น้ำขนาด 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรมีน้ำหนัก 1 กรัม จงหาน้ำหนักของน้ำที่อยู่ในกระป๋องรูปทรงกระบอกซึ่งสูง 1.6 เดซิเมตร และมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.2 เดซิเมตร

5. ขี้มน้ำมันใบหนึ่งสูง 34 เซนติเมตร ก้นขี้มน้ำมันกว้างและยาว 23.5 เซนติเมตรเท่ากัน และมีน้ำมันอยู่เพียงครึ่งขี้บ จงหาว่ามีน้ำมันในขี้บกี่ลิตร ถ้าปริมาตร 1 ลูกบาศก์เดซิเมตรมีความจุ 1 ลิตร

6. พ่อค้าผู้หนึ่งเขาประกันสินค้าราคา 48000 บาทเป็นเวลา 3 ปี โดยเสียเบี้ยประกันในอัตรา 1.35 บาทต่อ 100 บาทใน 1 ปี เขาจะต้องเสียเบี้ยประกันทั้งหมดเท่าไร

—20—

1. ทัวแทนผู้หนึ่งซึ่งได้คำช่วยการ 5% ในการซื้อครั้งใดไว้บอกเอาเงินค่าใช้จ่ายทั้งหมดจากตัวการ 8500 บาท จงหาค่าซื้อของ

2. พ่อค้าผู้หนึ่งซื้อนาหอมซึ่งขายหน้าร้านชวกละ 15 บาท โดยได้ส่วนลด 20 % แล้วเขาขายชวกละ 18 บาท จะได้กำไรร้อยละเท่าไร
3. จงหารากที่สองของ (ก) $\frac{121}{144}$ (ข) 173056
4. จงหาผลบวกประมาณของ 3.061473, .8152649, .334918 และ 1.9536 ด้วยการทศนิยมเพียง 2 ตำแหน่ง
5. ถ้าเงินอินทีย 15.15 รูปี แลกเงินไทยได้ 100 บาท เงิน 100 รูปี จะแลกเงินไทยได้เท่าไร
6. จงคูณ .10735 ด้วย .351

-21-

1. ที่นาแห่งหนึ่งมีพื้นที่ 453 ไร่ 2 งาน 40 ตารางวา มีคน 27 คน เข้าหักร้างไถ่กันซื้อที่แปลงนี้ เขาจะได้แบ่งที่นาคนละเท่าไร และถ้าที่ดินมีราคาไร่ละ 150 บาท จะต้องจ่ายเงินคนละเท่าไร
2. จงหารากที่สามของ 13824
3. จงหาเลขจำนวนน้อยที่สุดที่เป็นผลคูณร่วมของ $1\frac{104}{121}$, $22\frac{11}{49}$ และ $1\frac{9}{16}$
4. จงหาค่าของ $(\frac{3}{4} \text{ ของ } \frac{2}{3} + 5\frac{1}{2})$ ของ $(6\frac{7}{8} + \frac{1}{4} \text{ ของ } \frac{9}{10})$
5. ฉันให้เขาเงิน 550 บาท เป็นเวลา 8 เดือน จะต้องเรียกดอกเบี้ยร้อยละเท่าไรต่อปี จึงจะได้เงินทั้งต้นและดอกเบี้ย 600 บาท
6. ห้องเรียนห้องหนึ่งมีคานกว้างเท่ากับ $\frac{2}{3}$ ของคานยาว และมีพื้นที่ 96 ตารางเมตร จงหาคานกว้างและคานยาวของห้องนี้

-22-

1. ยิงข้าวยิงหนึ่งกว้าง 3 เมตร สูง 3.5 เมตร ยาว 9 เมตร มีข้าวเปลือกบรรจุเต็ม จงหาปริมาณข้าวเปลือกเป็นเกวียนและสัด โดยถือว่าข้าว 1 ลูกบาศก์เมตรบรรจุเต็มเกวียนหรือ 1000 สัด
2. จงหารากที่สองของ .32635 ท้องการทศนิยม 4 ตำแหน่ง
3. ชายผู้หนึ่งซื้อเสื่อเหลี่ยม 50 ตัน แต่ละตันยาว 8 เมตร กว้างและหนา 20 เซนติเมตร จงหา (ก) ปริมาตรของเสื่อ (ข) ราคาเสื่อในอัตรา 1 ลูกบาศก์เมตรต่อ 920 บาท
4. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม กขค. ซึ่งมีด้าน กข. ยาว 7 เซนติเมตร ขค. ยาว 8 เซนติเมตร และ กค. ยาว 10 เซนติเมตร (คิดทศนิยม 2 ตำแหน่ง)
5. พ่อค้าผู้หนึ่งเอาข้าวเปลือกเกวียนละ 800 บาทปนกับข้าวเปลือกเกวียนละ 720 บาท แล้วขายไปในราคาเกวียนละ 740 บาทโดยมีกำไรคงเดิม จงหาอัตราส่วนของข้าวเปลือกที่ปนกัน
6. รถไฟขบวนหนึ่งออกจากขบวนประเทศเวลา 9.30 น. มาถึงสถานีกรุงเทพ ฯ ซึ่งห่างกัน 255 กิโลเมตรเมื่อเวลา 17.10 น. จงหาความเร็วของรถขบวน

-23-

1. จงคูณ 158 กิโลเมตร 2 เฮกโตเมตร 4 เดคาเมตร 6 เมตร 5 เซนติเมตร ด้วย 12.75

2. จงหาหน้าหนักของไม้กระดาน 10 แผ่น ซึ่งแต่ละแผ่นยาว 5 เมตร กว้าง 20 เซนติเมตรหนา 2.5 เซนติเมตร ไม้ชนิดนี้ 1 ลูกบาศก์เดซิเมตรหนัก 7 กิโลกรัม
3. จงทำ 5.25 บาทเป็นทศนิยม, เศษส่วนและอัตราส่วนร้อยละของ 20 บาท
4. จงหา ห.ร.ม. ของ 176400, 10500 และ 2520
5. จงหาเส้นผ่าศูนย์กลางของสนามวงกลมซึ่งมีพื้นที่ 220 ตารางเมตร
6. นักเรียนในชั้นหนึ่งมี 27 คน คิดอายุเฉลี่ยได้คนละ 15.78 ปี ถ้ามีนักเรียนเข้าใหม่ 3 คน อายุเฉลี่ยของนักเรียนจึงลดลงเหลือ 15.64 ปี จงหาอายุเฉลี่ยของนักเรียนใหม่

-24-

1. นายหน้าผู้หนึ่งได้ค่านายหน้าในอัตราเดียวกัน 3 ครั้งรวมเป็นเงิน 1450 บาท ครั้งแรกได้จากการขายที่ดินราคา 8400 บาท ครั้งที่สองได้จากการขายบ้านราคา 5600 บาท และครั้งที่สามได้จากการขายรถยนต์ราคา 15000 บาท จงหาว่าเขาได้ค่านายหน้าร้อยละเท่าไร
2. จงหาปริมาตรและน้ำหนักลูกเหล็กซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 8 เซนติเมตร เหล็กที่หล่อลูกบอลนี้ 1 ลูกบาศก์เดซิเมตรหนัก 7.5 กิโลกรัม
3. ชายผู้หนึ่งเดินเร็วชั่วโมงละ 6 กิโลเมตร มีรถไฟขบวนหนึ่งซึ่งยาว 100 เมตร แล่นทันเขาแล้วผ่านเขาไปในเวลา 15 วินาที จงหาความเร็วของรถไฟ

4. ที่ดินแปลงหนึ่งมีพื้นที่ 14 ไร่ 1 งาน 90 ตารางวา เจ้าของขายในราคาไร่ละ 450 บาท จงหาราคาที่ดินแปลงนี้
5. $5.3542 - 3.710652$ จะเหลือเท่าไร
6. จงหาจำนวนเงินต่อไปนี้
- (ก) .125 ของ 9.70 บาท (ข) 3.75 ของ 13.45 บาท
- (ค) 1.2575 ของ 15 บาท

—25—

1. จงแปลงเศษส่วนต่อไปนี้เป็นอัตราส่วนร้อยละ และทศนิยม
- $$\frac{3}{5}, \frac{17}{20}, \frac{7}{125}, \frac{1}{5}, 1\frac{7}{8}$$
2. ชายผู้หนึ่งมีกำไร 25% ในการขายสมุดเล่มละ 75 สตางค์ ถ้าเขาขายเล่มละ 90 สตางค์ จะมีกำไรร้อยละเท่าไร
3. จงหาค่าโดยประมาณหยาบๆ และค่าจริงของผ้า $12\frac{3}{4}$ เมตร ราคาเมตรละ $18\frac{1}{4}$ บาท
4. ถ้าคำและแดงช่วยกันชุ่ยข้อ งานจะเสร็จใน 6 วัน แดงและขาวทำงานจะเสร็จใน 8 วัน ขาวและดำทำงานจะเสร็จใน 9 วัน จงหาว่าถ้าให้แต่ละคนทำงานนั้น จะชุ่ยข้อแล้วเมื่อใด
5. ทนายความผู้หนึ่งนำเงินที่ทวงจากลูกหนี้มอมยให้ลูกความของตนเป็นจำนวน 1300 บาท หลังจากหักค่าข่วยการ 20% ออกแล้ว จงหาว่าเขาเก็บเงินจากลูกหนี้ได้เท่าไร และเขาหักไว้เท่าไร

6. $41 \div [2 + \{ \frac{1}{2} - (\frac{5}{8} \text{ ของ } \frac{4}{15}) \}]$ มีค่าเท่าไร

—26—

1. ทหารรักษาค่านจำนวนหนึ่งมี 4200 คน ได้รับเสบียงสำหรับพอกิน 15 สัปดาห์ในอัตราคนละ 36 เคาการัม ต่อวัน จะต้องลดทหารออกจากค่านเท่าไร จึงจะมีเสบียงพอกินไป 27 สัปดาห์ ในอัตราคนละ 28 เคาการัม ต่อวัน
2. นาฬิกาแขวนเรือนหนึ่งเดินเร็วไป 10 นาที ใน 12 ชั่วโมง ส่วนนาฬิกาพกเดินช้าไป 6 นาที ใน 8 ชั่วโมง ฉะนั้นนาฬิกาทั้งสองเรือนให้ตรงเวลาจริงในขณะเที่ยงพร้อมกัน จงหาเวลาจริงในเมื่อนาฬิกาแขวนเดินเร็วกว่านาฬิกาพก 35 นาที
3. ถ้าคำและแดงช่วยกันลอกท้องร้องสวน งานจะแล้วใน 6 วัน เมื่อช่วยกันทำงานได้ 2 วัน ถ้ามีอุระอย่างอื่น แดงจึงทำต่อไปคนเดียวเป็นเวลาอีก 6 วัน ก็ทำเสร็จเรียบร้อย งานนี้ถ้าให้แดงทำคนเดียวตั้งแต่แรก จะแล้วในเวลาเท่าไร
4. จงหาร .05450 ด้วย 6.5
5. สี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งกว้าง 8 วา ยาว 13 วา จงหาพื้นที่และแยะ
6. จงหาร 6635 กล. 5 คคกล. 7 ล. 2 คล. 5 ชล. ด้วย 1225

—27—

1. จงหาว่าเข็มนาฬิกาทิ้งฉากกันเวลาเท่าไร ในระหว่าง 20 น. และ 21 น.

2. จงหาผลบวกอย่างประมาณของ 7.567594 และ 2.93567 โดยคิดทศนิยมเพียง 3 ตำแหน่ง
3. จงหาค่าอย่างประมาณของกำลังสองของ 2.3456 กม. โดยคิดทศนิยมเพียง 2 ตำแหน่ง
4. จงหาพื้นที่ทุกด้านของรูปปริซึมสามเหลี่ยมซึ่งสูง 3 เซนติเมตร และด้านของฐานยาว 2 เซนติเมตร, 2.5 เซนติเมตร และ 3 เซนติเมตร
5. ชายผู้หนึ่งประกันบ้านของตนซึ่งมีราคา 64000 บาท ไว้กับบริษัทรับประกันภัยแห่งหนึ่ง เพียงร้อยละ 80 ของราคาเป็นเวลา 4 ปี โดยเสียเบี้ยประกันในอัตราร้อยละ $2\frac{1}{2}$ ต่อปี เขาจะต้องเสียเบี้ยประกันปีละเท่าไร
6. ทวิแทนผู้หนึ่งขายสุรา 5 หีบ ๆ ละ 2500 บาท จงหาอัตราค่า佣การของเขา ถ้าเขาสมทบเงินให้ทวิการเพียง 11875 บาท

-28-

1. พ่อค้าผู้หนึ่งซื้อหมวกซึ่งมีกำไร 4 บาท ขายโดยได้กำไร 18 บาท โดยได้กำไร 20% ในฐานที่ซื้อจำนวนมาก ถ้าเขาขายหมวกโดยได้กำไร 20 บาท จะได้กำไรโดยละเท่าไร
2. จงหาราคาของต่อไปนี้โดยวิธีลัด
 - (ก) ผ้า $15\frac{4}{5}$ เมตร ๆ ละ 26.50 บาท
 - (ข) สมุด $12\frac{3}{4}$ โหล ๆ ละ 7.75 บาท

3. ทางการเงินต้นซึ่งกลายเป็นเงินรวม 7260 บาทในเวลา 2 ปี อัตราดอกเบี้ยทบต้นร้อยละ 10 ต่อปี
4. เรือลำหนึ่งแล่นจากกรุงเทพฯ ถึงสิงคโปร์ระยะทาง 1500 กม. โดยเสียเวลา 40 ชั่วโมง จงหาความเร็วของเรือลำนี้เป็น (ก) กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ (ข) เมตรต่อวินาที
5. จงคูณ 26 เกวียน 1 บัน 8 สัก 5 ทะนาน ด้วย 2358
6. จำนวนประชากรของจังหวัดหนึ่งมี 482800 คน ในปี 2492 และในปีนั้นมีคนเกิด 5099 คน คนตาย 2514 คน จงหาว่า (ก) จำนวนคนเกิดเป็นร้อยละเท่าไรของประชากร และ (ข) จำนวนคนตายเป็นร้อยละเท่าไรของประชากร

-29-

1. จงเขียนผัง และหาพื้นที่ของที่ดินแปลงหนึ่งโดยอาศัย รายการ ในสมุดสนามทางขวามือ

ถึง ง. 120

ถึง จ. 120

เมตร
ถึง ค.
300
250
150
100
จาก ก.

ถึง ข. 100

2. พ่อค้าผู้หนึ่งซื้อของอย่างกและอย่างเลวรวม 20 บาท เป็นเงิน 1344 บาท นุ่นอย่างกมีราคาขายละ 75 บาท ส่วนนุ่นอย่างเลวราคาขายละ 62 บาท จงหาว่าเขาซื้อของอย่างไหนเป็นจำนวนเท่าไร
3. การคิดจำนวนไม้กระดานเป็นลูกบาศก์มี 2 อย่าง ทางราชการนิยมวิธีคิดเป็นลูกบาศก์เมตร แต่ร้านขายไม้มักคิดเป็นลูกบาศก์ฟุต ถ้าจะทำลูกบาศก์เมตรเป็นลูกบาศก์ฟุต ให้เอา 35.314 คูณ จงหาว่าไม้กระดาน 20 แผ่น แต่ละแผ่นยาว 6 เมตร กว้าง 25 เซนติเมตรหนา 2.5 เซนติเมตร เป็นลูกบาศก์ฟุต และถ้าราคาลูกบาศก์ฟุตละ 20 บาท จะเป็นราคาไม้เท่าไร
4. จงหาตัวประกอบปฐมของ (ก) 51840 (ข) 285175
5. จงแปลงทศนิยมต่อไปนี้เป็นเศษส่วน และอัตราส่วนร้อยละ
 .05, .2, 1.3, .625, .63875, .1275
6. คำและแดงเข้าหุ้นกันทำการค้าขาย โดย ออกเงิน คนละ 5000 บาท เมื่อทำการค้าได้ 4 เดือน คำเพิ่มทุน 3000 บาท ส่วนแดงเพิ่มทุน 5000 บาท และมีชาวมาเข้าหุ้นอีกคนหนึ่ง โดยนำทุนมาลง 12000 บาท ถ้าสิ้นปีกำไร 8400 บาท เขาจะแบ่งกำไรกันอย่างไร

1. จงหาปริมาตรของวัตถุรูปทรงกลม ซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางยาว 49 เซนติเมตร
2. หญิงผู้หนึ่งพายเรือทวนน้ำเร็วชั่วโม่งละ 4 กิโลเมตร พายตามน้ำเร็วชั่วโม่งละ 10 กิโลเมตร จงหาอัตราการแล่น
3. จงหาดอกเบี้ยของเงินต้น 8400 บาท ซึ่งฝากธนาคาร 2 ปี โดยได้ดอกเบี้ย 1% และธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นงวดละ 6 เดือน
4. 12 ของเงินจำนวนหนึ่งเท่ากับ 5 บาท 82 สตางค์ 1.75 ของเงินจำนวนนั้นจะมีค่าเท่าไร
5. จงหาค่าของ
$$\frac{1}{4} \div \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{3}{2 - \frac{5}{8}}}$$
6. จงหาว่า 2 เกวียน 20 สัต เป็น (ก) เศษส่วน และ (ข) ทศนิยมเท่าไรของ 10 เกวียน 1 ปี 30 สัต

1. จงหาค่าของ (ก) $13\frac{39}{50} - 8\frac{74}{75}$
(ข) $5\frac{1}{5} - 2\frac{5}{6} - 3\frac{3}{10} + 3\frac{1}{12} + 8\frac{1}{15} - 3\frac{7}{30}$
2. เงินจำนวนเท่าไรได้ดอกเบี้ย 27 บาท โดยให้ก็เป็นเวลา 3 เดือน และคิดดอกเบี้ยชั้นเดียวร้อยละ 15 ต่อปี

3. คำและแดงซึ่งอยู่ห่างกัน 15 กิโลเมตร เดินเข้าหากัน ถ้าเดินเร็ว
ชั่วโมงละ 6.5 กิโลเมตร ส่วนแดงเดินเร็วชั่วโมงละ 5.5 กิโลเมตร
เขาจะพบกันที่ไหนและเมื่อใด
4. จงหารากที่สองของ (ก) $\frac{3}{5}$ (ข) $\frac{6}{7}$ โดยเอาทศนิยม 4 ตำแหน่ง
5. จงหาคำล้งสามของ 3.356
6. นักเรียนผู้หนึ่งสอบเลขคณิตได้ 36 คะแนนจากคะแนนเต็ม 60 และ
สอบเรขาคณิตได้ 49 คะแนนจากคะแนนเต็ม 80 จงหาว่าเขาสอบ
วิชาไหนได้ดีกว่า และดีกว่ากันร้อยละเท่าไร

1. ถ้าซื้อให้แดง 10 หลา และซื้อให้ขาว 15 หลาในทางวิ่ง 100 หลา
แดงจะซื้อให้ขาวกี่หลาในทาง 150 หลา
2. โรงงานทำน้ำตาลของรัฐบาลซื้ออ้อย 77892 ตัน และผลิตน้ำตาล
ทรายได้ 5255 ตันใน พ.ศ. 2481 จงหาว่าการผลิตน้ำตาล 100
ตันต้องใช้อ้อยเท่าใด
3. เหล็กก้อนหนึ่งหนัก 58.342 กิโลกรัม จงหาน้ำหนักอย่างประมาณ
เป็นปอนด์ โดยใช้อัตรา 1 กก. = 2.20462 ปอนด์ (ต้องการทศ
นิยม 2 ตำแหน่ง)

4. จงหารากที่สองของ 3.5 จนได้ทศนิยม 5 ตำแหน่ง
5. จงหาปริมาตรของเสากลม 30 ต้น แต่ละต้นยาว 8 เมตร และวัดเส้นผ่าศูนย์กลางได้ 15 เซนติเมตร
6. ถ้าคน 8 คนทำนาได้ 4 ไร่ โดยทำงานวันละ 4 ชั่วโมง คนกี่คนจะทำนาได้ 25 ไร่ โดยทำงานวันละ 10 ชั่วโมง

-33-

1. $28.3\dot{2} + 7.4\dot{3}0\dot{8} - 32.2\dot{2}48\dot{5}$ เป็นเท่าไร
2. จงหาค่าอย่างประมาณของ $\frac{2}{1.53642}$ จนได้ทศนิยม 5 ตำแหน่ง
3. ราคาปลาทุ้มขนาดใหญ่ในกรุงเทพฯ ขยับลง 130 บาท เมื่อส่งไปขายที่ฮ่องกง ทางตลาดฮ่องกงราคาขายขาดลง 48 คอลลา จงหาว่าราคาปลาทุ้มในตลาดฮ่องกงแพงกว่าราคาที่กรุงเทพฯ เท่ากี่บาท ถ้าอัตราแลกเปลี่ยนขณะนั้นกำหนดค่า 100 บาทเท่ากับ 28.70 คอลลา
4. ในทางแข่ง 100 เมตร คำต่อให้แกวได้ 9 เมตร และต่อให้ชาวได้ 10 เมตร แกวจะต่อให้ชาวได้กี่เมตรในทางแข่ง 380 เมตร
5. พ่อค้าผู้หนึ่งประกันสินค้าไว้กับบริษัทรับประกันอัคคีภัยเป็นเงิน 75000 บาท เขาเสียเบี้ยประกันปี 3 ปี รวมเป็นเงิน 2700 บาท จงหาอัตราเบี้ยประกัน

6. จงหาดอกเบี้ยของเงิน 4600 บาท ใ้ที่ 3 ปี โดยใ้ดอกเบี้ยทบต้น
ร้อยละ 10

-34-

1. จงหาเงินต้นซึ่งกลายเป็เงินรวม £650 เมื่อสนับทหนึ่ง และ £676
เมื่อสนับทสอง
2. จงหาค่าของ $\sqrt{1.009} - \sqrt{0.091}$ ใ้ถูกต้องเพียงทศนิยมตำแหน่ง
ทสี่
3. น้ำ 1 ลิตรหนัก 1 กิโลกรัม และน้ำเชื่อม 1 ลิตรหนัก 1.340 กิโล
กรัม ถ้าเอาน้ำกับน้ำเชื่อมผสมกันใ้ได้น้ำหนัก 1.270 กิโลกรัม
ต่อ 1 ลิตร จงหาปริมาณของน้ำและน้ำเชื่อมแต่ละอย่างในน้ำ
เชื่อมเจือน้ำ 1 ลิตร
4. พ่อค้าผู้หนึ่งซื้อสินค้ามาจำนวนหนึ่ง เขาขาย $\frac{1}{3}$ ของสินค้าใ้กำไร
ร้อยละ 14 ขาย $\frac{3}{5}$ ของสินค้าใ้กำไรร้อยละ 17 $\frac{1}{2}$ และขายจำนวน
ที่เหลือใ้กำไรร้อยละ 20 จงหากำไรทั้งหมดเป็นอัตราส่วนร้อยละ
5. ในการวิ่งแข่งระหว่างม้า, แอง และขาว ในทางที่กำหนด ค่าชนะ
แอง 15 หลา และชนะขาว 29 หลา เมื่อแองและขาววิ่งแข่งกัน
ข้างในทางนั้น แองชนะขาว 15 หลา จงหาระยะทางที่วิ่งแข่ง
6. กำหนดเวลาเดินรถของกรมรถไฟ มีดังนี้

ระยะไกลจากกรุงเทพเป็น กม.	รถด่วน	นาฬิกา
ราชบุรี	117	ออกจากราชบุรี 12.48
เพชรบุรี	167	ถึงเพชรบุรี 13.56
ประจวบคีรีขันธ์	318	ออกจากเพชรบุรี 14.16
		ถึงประจวบคีรีขันธ์ 18.43

จงหาฉักรของรถไฟ (ก) ตอนออกจากราชบุรีไปยังเพชรบุรี

และ (ข) ตอนออกจากเพชรบุรีถึงประจวบคีรีขันธ์

-35-

- เจ้าของร้านแห่งหนึ่งเอน้ำส้ม ราคา ลิตรละ 5.50 บาทรวม 8 ลิตร
ปนกับน้ำส้มราคา ลิตรละ 6 บาทรวม 4 ลิตร เขาจะต้องขายน้ำส้ม
ผสม ลิตรละเท่าไร จึงจะกำไรมากกว่าราคาเฉลี่ย ลิตรละ 1.50
บาท

- จงทำเศษซ้อนต่อไปนี้ เป็นเศษส่วนอย่างง่าย

$$\frac{3\frac{7}{11} + 2\frac{5}{8}}{3\frac{7}{11} \times 2\frac{5}{8}} \times \frac{3\frac{7}{11} \div 2\frac{5}{8}}{3\frac{7}{11} \text{ ของ } 2\frac{5}{8}}$$

- คำ, แดง และขาวเข้าหุ้นกันเข้าที่ดินแปลงหนึ่งสำหรับเลี้ยงหมู คำ
เลี้ยงหมู 126 ตัวเป็นเวลา 3 เดือน แดงเลี้ยง 162 ตัวเป็นเวลา 5
เดือน และขาวเลี้ยง 72 ตัวในเวลา 12 เดือน เขาจะเสียค่าเช่าที่ดิน
อย่างไร ถ้าเจ้าของที่ดินคิดค่าเช่าปีละ 570 บาท

4. รถไฟโดยสารและรถไฟสินค้า แล่นออกจากปลายทางทั้งสองเข้าหากันบนทางยาว 120 กิโลเมตร และแล่นมาพบกันตรงกึ่งกลาง รถสินค้าออกก่อน 1 ชั่วโมง และแล่นเร็ว $\frac{2}{3}$ ของความเร็วของรถโดยสาร จงหาความเร็วของรถไฟทั้งสองนี้
5. ถ้าคำ, แกง และชาวช่วยกันชุกกินถมที่แห่งหนึ่ง งานจะแล้วใน 18 วัน แกง, ชาว และเชียวช่วยกันทำงานนี้จะแล้วใน 20 วัน ชาว, เชียว และคำทำแล้วใน 24 วัน เชียว, คำ และแกงทำแล้วใน 27 วัน จงหาว่างานชุกกินจะแล้วในกี่วัน ถ้าทั้งสี่คนช่วยกันทำ
6. เจ้าของเรือเช่าเรือราคา 156,000 บาทไปประกัน โดยที่ราคาเพียง $\frac{3}{4}$ ของราคา และเสียค่าประกันร้อยละ $2\frac{1}{2}$ นอกจากนั้นยังได้เอาสินค้าในเรือราคา 25,920 บาทไปประกันด้วย โดยที่ราคาเพียง $\frac{2}{3}$ ของราคา และเสียเบี้ยประกันร้อยละ $3\frac{1}{2}$ จงหาเบี้ยประกันทั้งหมด

ข้อสอบไล่ชั้นมัธยมปีที่ 6

ของกระทรวงศึกษาธิการ

พ.ศ. 2491

1. ถังน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใบหนึ่ง มีส่วนกว้างเป็นสองเท่าของส่วนสูง และส่วนยาวเป็นห้าเท่าของส่วนสูง น้ำได้ $6\frac{1}{8}$ ตัน จงหาส่วนกว้างยาวและสูงเป็นฟุตของถังใบนี้ ถ้าน้ำ 1 ลบ. ฟุตหนัก $62\frac{1}{2}$ ปอนด์ (1 ตันเท่ากับ 2240 ปอนด์)
2. ก.ข. เข้าหุ้นกันค้าขาย เมื่อแบ่งกำไรกัน ก. ได้ 5% ของต้นทุนที่เขา ลง และ ข. ได้ 4% ของต้นทุนของเขา ปรากฏว่าเขาได้กำไรคนละเท่า ๆ กัน ถ้าต้นทุนทั้งหมดเป็น 225000 บาท เขาได้ส่วนแบ่งกำไรคนละเท่าไร
3. รถไฟขบวนหนึ่งแล่นผ่านพันคนยืนอยู่ได้ใน 4 วินาที และแล่นผ่านพันชานชาลาซึ่งยาว 132 หลาได้ใน 9 วินาที รถแล่นชั่วโมงละกี่ไมล์
4. เงินจำนวนหนึ่งฝากไว้ 3 ปี อัตราดอกเบี้ย 5 % ถ้าคิดดอกเบี้ยทบต้นและดอกเบี้ยคงต้น จะได้ต่างกัน 366 บาท จงหาเงินจำนวนนั้น

5. ในการทำงานอย่างหนึ่ง ก. มีความสามารถทำได้เท่ากับ ข. และ ค. ช่วยกัน ถ้า ก. และ ข. ช่วยกันจะทำงานนั้นสำเร็จใน 9 ชั่วโมง 36 นาที และถ้า ค. ทำคนเดียวก็จะสำเร็จใน 48 ชั่วโมง ถ้าให้ ข. ทำคนเดียวกี่ชั่วโมงจึงจะสำเร็จ
6. พ่อค้าซื้อสุรามาจากดีตรละ 25 บาท เขาเขาน้ำผสมลงไป แล้วขายดีตรละ 22 บาท 50 สตางค์ ก็กำไร 20 % ในส่วนผสมหนึ่ง ลิตรมีน้ำอยู่เท่าไร

พ.ศ. 2492

1. ในระยะทางแข่ง 440 เมตร ก. ต้องต่อให้ ข. 20 เมตร และต่อให้ ค. 41 เมตร หรือจะต่อให้ ค. 20 เมตรเท่ากับต่อให้ ข. ก็ได้ แต่จะต้องให้ ค. ออกวิ่งก่อน 3 วินาที จึงจะถึงหลักชัยพร้อมกันทั้ง 3 คน ถ้า ข. ต้องวิ่งตลอดทาง 440 เมตร จะสิ้นเวลาเท่าไร
2. พ่อค้าผู้หนึ่งเขาน้ำตาลทรายชนิดราคา กิโลกรัมละ 5.50 บาท ผสมกับอีกชนิดหนึ่งราคา กิโลกรัมละ 4.10 บาท เขาจะต้องผสมกันเป็นอัตราส่วนอย่างไร จึงจะขายน้ำตาลทรายที่ผสมแล้ว กิโลกรัมละ 5.40 บาท และให้กำไร 20 %
3. งานอย่างหนึ่ง ก. ทำไปได้ 20 วัน สิ้นงานไป $\frac{4}{15}$ ของงาน เขาเรียก ข. เข้ามาช่วย เขาทั้งสองช่วยกันทำงานที่เหลือแล้วในอีก 22 วัน ถ้าจะให้ ข. ทำงานนี้แต่ลำพังคนเดียวแต่ต้น จะแล้วในวัน

4. ให้เขาถูเงินไป 3750 บาท ดอกเบี้ยร้อยละ 4 ต่อปี ในเวลา $2\frac{1}{2}$ ปี จะได้ออกใบยืมอย่างทยักันมากกว่าอย่างคงกันเท่าไร
5. กระโม่รูปกรวยกลมกระโม่หนึ่ง มีส่วนสูงตั้งฉาก 6 ฟุต และเส้นผ่าศูนย์กลางของปากกระโม่ 16 ฟุต จะใช้ผ้าใบขนาดกว้าง 30 นิ้ว ราคาหลาละ 12 บาททำกระโม่หลังนี้ จะสิ้นเงินค่าผ้าใบเท่าไร
6. จงเขียนแผนผังของพื้นที่แห่งหนึ่งซึ่งได้สำรวจแล้ว ถึงรายการต่อไปนี้ ใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร ต่อ 100 เมตร และคำนวณหาพื้นที่ด้วย

เมตร		
ถึง ข.		
	600	
ถึง จ. 150	550	ถึง ง. 160
ถึง ฉ. 90	400	
	250	ถึง ค. 120
ถึง ช. 180	100	
จาก ก.		

พ.ศ. 2493

1. จงทำให้สำเร็จ

$$\frac{\frac{1}{3} \text{ ของ } 2.178}{\frac{2\frac{1}{3}}{5}} - \frac{\frac{5}{6} \text{ ของ } 0.8682}{\frac{2}{5\frac{5}{8}}} + \frac{\frac{15}{16}}{\frac{5}{47}}$$

2. พ่อค้าผู้หนึ่งกำหนดราคาขายของเกินกว่าราคาทุนไว้ 30 % เสมอ แต่เมื่อขายจริงก็ลดให้ 10 % ของราคาที่ยกขาย ถ้าเขาขายของสิ่งหนึ่งไปได้เงิน 175.50 บาท ทุนเดิมของของสิ่งนั้นเท่าไร
3. ในระหว่างเวลา 16.00 น. ถึง 17.00 น. เวลาเท่าไรบ้างที่เข็มนาฬิกาจะตั้งใกล้ฉากกัน
4. จงหารากกำลังที่สองของ 1015.6969
5. ก. กับ ข. ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 12 วัน เมื่อช่วยกันทำไปได้ 2 วัน มี ค. ซึ่งทำงานได้เร็วเท่ากับ ก. มาช่วย ต่อมาอีก $6\frac{1}{4}$ วันงานนั้นก็เสร็จ อยากทราบว่าถ้า ข. ทำงานนั้นคนเดียว กี่วันจะแล้ว
6. ชายคนหนึ่งกู้เงินเข้ามา 7500 บาท เสียดอกเบี้ย 8 % ต่อปีอย่างคอกทบกัน ทุก ๆ ครึ่งปีเขาใช้เงินคืนผู้ให้กู้ไป 2500 บาท เมื่อสิ้นเวลา 4 ปีแล้ว เขายังเป็นหนี้อยู่อีกเท่าไร
7. ชายผู้หนึ่งแจวเรือไปในน้ำนิ่งในระยะเวลา $1\frac{1}{2}$ ไมล์ แล้วแจวกลับที่เดิมสิ้นเวลา 1 ชั่วโมง ถ้าเขาแจวไปและกลับในระยะเวลาเดียวกัน แต่ตอนเขาไปเขาแจวตามน้ำ ซึ่งมีกำลังไหลชั่วโมงละ $1\frac{1}{2}$ ไมล์ อยู่ชั่วเวลา 30 นาที ต่อจากนั้นน้ำก็เอ่อ (นิ่ง) ตลอดทั้งเขาไปและกลับ เขาจะเสียเวลาทั้งสิ้นเท่าไร
8. จงหาปริมาตรของท่อนเหล็กกลวงยาว 28 ฟุต มีเส้นผ่าศูนย์กลางภายนอกยาว 4 ฟุตหนา 1 นิ้ว (ขอจะให้ใกล้ทศนิยมตำแหน่งที่สอง)

1. จงทำให้สำเร็จ

$$\frac{1\frac{1}{4} - \frac{5}{12}}{1\frac{1}{4} + \frac{5}{12}} + 1.16 \text{ ของ } 1\frac{1}{14} - \frac{11\frac{1}{4}}{15}$$

2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีด้านยาว 12.32 เมตรและด้านกว้าง 6.93 เมตร จงหาด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. ก.และข. ช่วยกันทำงานอย่างหนึ่งแล้วใน 30 วัน เมื่อทำไปได้ 11 วัน ข. ลาเรียกตัวไปใช้ทำงานอย่างอื่นเสีย ก. ทำต่อไปคนเดียว งานนั้นจึงแล้วเสร็จใน 38 วัน ถ้า ก. และ ข. ทำงานร่วมกัน จะแล้วในกี่วัน
4. ต้นทุนของของอย่างหนึ่งเป็นเงิน 114 บาท 60 สตางค์ จะต้องขึ้นราคาขายเท่าไร เมื่อลดให้ผู้ซื้อ 10% แล้วยังมีกำไร 20%
5. ดอกเบี้ยทบต้นของเงินจำนวนหนึ่งในเวลา 3 ปี อัตราดอกเบี้ย 4% ต่อปี มากกว่า ดอกเบี้ยคงต้นในเวลาและ อัตราดอกเบี้ย เท่ากันอยู่ 15 บาท 20 สตางค์ จงหาเงินจำนวนนั้น
6. ก. และ ข. เข้าหุ้นกันทำการค้าขาย ก. ลงทุน 5000 บาท ข. ลงทุน 4500 บาท พอสิ้นเดือนที่ 4 ก. ถอนทุนออกเสียครึ่งหนึ่ง และสิ้นเดือนที่ 6 ข. เพิ่มทุนอีก $\frac{1}{3}$ ของทุนของเขา สิ้นปีมีกำไร 4120 บาท เขาควรแบ่งกำไรกันคนละเท่าไร

7. นายดำวิ่งระยะทาง 1 ไมล์ ในเวลา $7\frac{1}{2}$ นาที นายแดงวิ่งระยะทาง $7\frac{1}{2}$ ไมล์ ในเวลา 1 ชั่วโมง ถ้าเขาวิ่งแข่งกัน คนชนะถึงหลักชัยใน 6 นาที คนแพ้จะอยู่ล้าหลังเท่าไร
8. พ่อค้าคนหนึ่งซื้อสุรามาชวกละ 5 บาท เขาเอาน้ำผสมลงไปแล้วขายไปชวกละ 4.50 บาท มีกำไร 20% ขยาดทราบว่าเขาสมน้ำลงไปเป็นอัตราส่วนเท่าไร

ข้อสอบไล่ชั้นมัธยมปีที่ 6

พ.ศ. 2495

ของโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย

- ผลต่างระหว่างดอกเบี้ยเชิงเดียวกับดอกเบี้ยทบต้นของเงินจำนวนหนึ่ง
ช่วงเวลา 3 ปี คิดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4 เท่ากับเงิน 15.20 บาท
จงหาเงินจำนวนนั้น
- ในสนามยาว 100 เมตร ก. วิ่งชนะ ข. 5 เมตร ในสนามยาว 200
เมตร ข. วิ่งชนะ ค. 10 เมตร ในสนามยาว 400 เมตร ก. วิ่งชนะ ค.
เท่าไร สมมติว่าต่างคนต่างมีฝีเท้าคงเดิมไม่ว่าจะวิ่งในระยะใด

3. ชาธรรมการราคาปอนด์ละ 1 ซิลลิง 2 เพนนี และชาคิราราคาปอนด์ละ 1 ซิลลิง 10 เพนนี เมื่อผสมกันแล้วขายปอนด์ละ 1 ซิลลิง 5 เพนนี คงมีกำไร $6\frac{1}{4}\%$ อยากทราบว่าในการผสม จะต้องผสมตามอัตราส่วนเท่าไร
4. รถไฟขบวนหนึ่งยาว 88 หลา แล่นทันชายคนหนึ่งซึ่งเดินเร็ว 4 ไมล์ต่อชั่วโมงตามทางขนานกับทางรถไฟ และแล่นผ่านพื้นชายผู้นั้นจนสุดขบวนสิ้นเวลา 20 วินาที ภายหลังแล่นไปทันชายอีกคนหนึ่ง และผ่านสุดขบวนในเวลา 9 วินาที อยากทราบว่าชายคนที่สองเดินในอัตราเร็วชั่วโมงละกี่ไมล์
5. ฉันทันเดินเรือไปตามน้ำในกระยะทาง 80 ไมล์ เสียเวลา 16 นาที และเมื่อแล่นเรือทวนน้ำขึ้นมาในกระยะทางเท่าเดิม เสียเวลา 20 นาที ถ้าแล่นเรือในน้ำนิ่งจะสิ้นเวลาเท่าไร
6. ที่ร้านยังเข้าในงานฉลองรัฐธรรมนูญ ก. ยิงถูกเป้า 2 ที่ในเมื่อยิง 3 นัด ข. ยิงถูกเป้า 3 ที่ในเมื่อยิง 4 นัด และ ค. ยิงถูกเป้า 4 ที่ในเมื่อยิง 5 นัด ถ้าคนทั้งสามยิงขึ้นจำนวนครั้งเท่ากันและถูกเป้า 931 ครั้ง จงหาว่า ก.ข.ค. ยิงถูกเป้าคนละกี่นัด และเขาทั้งสามยิงขึ้นทั้งหมดกี่นัด (ห้ามใช้วิธีพีชคณิต)
7. กระโjoinผ้าใบเป็นรูปกรวยทรงสูง 16 ฟุต และเส้นผ่าศูนย์กลางของฐานยาว 24 ฟุต ถ้าผ้าใบราคาตารางฟุตละ 7 บาท จงหาราคาของกระjoinนี้

ของโรงเรียนวัดสุทธิวราราม

1. จงทำให้สำเร็จ

$$3 + \frac{1\frac{3}{8} + 1\frac{11}{12}}{2\frac{11}{15} - 1\frac{9}{20}} \text{ ของ } 4\frac{1}{12} \text{ ของ } 3\frac{3}{7}$$

2. นาย ก. ถ้ายนาย ข. อยู่ห่างกัน 15 กิโลเมตร วันหนึ่งนาย ก. ออกเดินมาหานาย ข. ด้วยความเร็วชั่วโมงละ 3 กิโลเมตร ในขณะที่เดียวกันนั้นนาย ข. ก็ออกเดินไปหานาย ก. เมื่อนาย ข. เดินได้ 6 กิโลเมตร ก็พบนาย ก. พอดี ขยาดทราบว่านาย ข. เดินได้ชั่วโมงละเท่าไร

3. ถังใบหนึ่งมีสุรากับน้ำผสมกันอยู่ 50 ลิตร เป็นสุราเสีย 70 % ถ้าจะให้มิสุราอยู่ในส่วนผสมเพิ่มขึ้นเป็น 75 % จะต้องเติมสุราลงไปกี่ลิตร

4. ก.ข.และค. ก่อกำแพงตึกจำนวนหนึ่งแล้วเสร็จใน 16, 20, 24 วันตามลำดับ ถ้าถามว่าถ้าให้ ก.ข. และ ค. ช่วยกันก่อกำแพงอย่างนั้นให้ยาวเป็น 2 เท่า โดย ค. ช่วยทำวันละครึ่งวันเท่านั้น ก็วันจึงจะแล้ว

5. เวลาอะไรระหว่าง 14.00 น. ถึง 15.00 น. เข็มชั่วโมงกับเข็มนาฬิกาจะ :- ก. ทั้งฉากกัน ข. อยู่ตรงข้ามกัน

6. จงเขียนแผนผัง แล้วหาพื้นที่ของที่ดินแปลงหนึ่ง ซึ่งสำรวจแล้ว ใต้
มาตราส่วน 1 เซนติเมตร ต่อ 50 เมตร

๔ เป็นเมตร		
$\overset{A}{\text{ถึง}} G = 100$	B = 550	$\overset{A}{\text{ถึง}} F = 150$
$\overset{A}{\text{ถึง}} E = 50$	M = 500	
	L = 400	
$\overset{A}{\text{ถึง}} D = 150$	K = 250	$\overset{A}{\text{ถึง}} C = 100$
	H = 100	
จาก A		





องค์การนิเทศกรรม

พิมพ์ที่โรงพิมพ์ธรรม

นายกำจร ธรรมกิจ

๖ สิงหาคม ๒๕๕๖