

หนังสือส่งเสริมการอ่านคณิตศาสตร์



จำนวนพิตวง

สมชายได้ว่าผลลัพท์ของคุณเป็นเท่าไร
ทั้งๆที่คุณไม่ต้องบอกอะไรผมเลยครับ

จริงๆหรือ
ไม่ได้เหรอเลย



กรมวิชาการ
กระทรวงศึกษาธิการ

ISBN 978-974-311-111-1
สำนักพิมพ์
ISBN 978-974-311-111-1

หนังสือส่งเสริมการอ่าน คณิตศาสตร์

เรื่อง

ประวัติการประดิษฐ์เครื่องคิดเลข

จำนวนพิศวง

ด้วยกรมวิชาการได้จัดทำหนังสือส่งเสริมการอ่าน เรื่อง จำนวนพิศวง สำหรับ
ระดับประถมศึกษาตอนต้นและประถมศึกษาตอนต้น และประถมศึกษาตอนต้นไว้เพื่อ
สนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน



นางอรุณี ศิลปอนันต์

อธิบดีกรมวิชาการ ปฏิบัติราชการแทน

ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์แจกครั้งที่ 1 จำนวน 50,000 เล่ม พ.ศ. 2537

ลิขสิทธิ์เป็นของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

ISBN 974-26-7726-3

สังคหศาสตร์ มรดกอันล้ำค่าของชาติ

ฉบับ

ฉบับพิมพ์แรก





ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ
เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือในโรงเรียน

ด้วยกรมวิชาการได้จัดทำหนังสือส่งเสริมการอ่าน เรื่อง จำนวนพิศวง สำหรับระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ขึ้น กระทรวงศึกษาธิการได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้หนังสือในโรงเรียนได้

ประกาศ ณ วันที่ 19 กรกฎาคม พ.ศ. 2537

(นายสุวัตร ติลปอนันต์)

รองปลัดกระทรวง ปฏิบัติราชการแทน
 ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

(นายทนต์ พงษ์ไพฑูริย์)
 อธิบดีกรมวิชาการ
 15 กรกฎาคม 2537

คำนำ

หนังสือจำนวนพิศวงนี้เป็นหนังสือเล่มหนึ่งในชุดหนังสือส่งเสริมการอ่านคณิตศาสตร์ที่กรมวิชาการจัดทำขึ้น โดยมีจุดประสงค์เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนรักวิชาคณิตศาสตร์และรักการอ่าน ซึ่งกรมวิชาการมอบให้ นางสาวเอิบบุญ สุทธิประภา เป็นผู้เขียน

จุดประสงค์เฉพาะของหนังสือเล่มนี้ คือ

1. ส่งเสริมให้นักเรียนเห็นว่าการที่จะเชื่อสิ่งใด จะต้องมีการทดลองหรือตรวจสอบเสียก่อน

2. ส่งเสริมให้ชอบการค้นคว้าหาคำตอบ และตรวจสอบผล

3. ฝึกทักษะการสังเกต การหาความสัมพันธ์และการสรุป

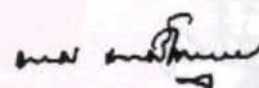
4. เสริมความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข

5. เพิ่มทักษะในการทำตามขั้นตอน การบวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็มบวก

และศูนย์

การอ่านหนังสือเล่มนี้ นักเรียนควรศึกษาลักษณะของเรื่อง และวิธีใช้ในหน้า ก และ ข ก่อน แล้วจึงอ่านหน้าถัดไปซึ่งจะมีด้วยกันจำนวน 15 เรื่อง คือ คำตอบคงที่ เกมสนุก ผลบวกประหลาด นักบวกเลขเร็ว นักทายมหัศจรรย์ ฉันทู้จำนวนที่คุณคิด เศษของการหาร นักอ่านใจ ฉันทู้จำนวนของคุณ เกมพิศวง คำตอบคืออะไร หารด้วย 8 นี้ก็แปลก หาเศษวิธีลัด และเกมประหลาด เนื้อหาแต่ละเรื่องชวนให้คิดอย่างน่าพิศวง

กรมวิชาการคาดว่าหนังสือเล่มนี้จะช่วยให้นักเรียนรัก และสนใจคณิตศาสตร์ รักการอ่าน รวมทั้งมีความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะตามที่กำหนดไว้ในจุดประสงค์เฉพาะเพิ่มขึ้นพอสมควร กรมวิชาการขอขอบคุณผู้มีส่วนร่วมในการจัดทำให้ความคิดเห็น ตลอดจนผู้ที่เกี่ยวข้องในการทดลองหนังสือ ณ ที่นี้ หากผู้อ่านพบข้อบกพร่องโปรดแจ้งให้กรมวิชาการทราบด้วย เพื่อจะได้ นำเป็นข้อมูลปรับปรุงในการพิมพ์ครั้งต่อไป



(นายพนม พงษ์พิบูลย์)

อธิบดีกรมวิชาการ

15 กรกฎาคม 2537



ขอเชิญมารู้จักหนังสือจำนวนพิเศษ และวิธีใช้



หนังสือเล่มนี้มีเรื่องทายจำนวน 15 เรื่อง ลักษณะของแต่ละเรื่อง คือ

- มีผู้ทาย กับ ผู้ตอบ
- ผู้ทายจะบอกข้อตกลงที่ผู้ตอบต้องทำ และผู้ตอบทำตาม
- เมื่อผู้ตอบทำตามข้อตกลงแล้ว ผู้ทายจะทายได้อย่างรวดเร็ว
- เชิญชวนผู้ตอบเลือกจำนวนที่ชอบมาทำตามข้อตกลงและทดลองทาย

ส่วนแรกคือข้อตกลงให้ผู้ตอบทำ และสิ่งที่ผู้ตอบทำ ดังตัวอย่าง

ก๊ิกชวนก๊ิกเล่นเกมจำนวน ก๊ิกตกลง ก๊ิกจึงบอกให้ก๊ิกทำดังนี้

1. เลือกจำนวน 1 จำนวน
2. คูณด้วย 10
3. บวกด้วย 9

1. ก๊ิกเลือก 26
2. $26 \times 10 = 260$
3. $260 + 9 = 269$

ก๊ิกเป็นผู้ทาย บอกข้อตกลง

ก๊ิกเป็นผู้ตอบ ทำตามข้อตกลง

ส่วนต่อไปจะเป็นการทายคำตอบ อาจเป็นการบรรยาย สันทนาการ หรืออาจใช้ภาพประกอบ ดังตัวอย่าง



คำตอบของฉัน คือ 269 จะก๊ิก

จำนวนที่เธอเลือก คือ 26



ส่วนต่อไปจะเป็นการบอกวิธีทาย เช่น

ก็ชมก๊วกที่ทายถูก และขอให้ก๊วกทายเพิ่ม ก๊วกก็ทายถูกอีก ก็ขอให้ก๊วกบอกวิธีทาย แต่ก๊วกบอกให้ก๊วกลองเขียนผลลัพธ์และจำนวนที่เลือกไว้ด้วยกัน อาจรู้วิธี ก๊วกจึงทำดังนี้

ผลลัพธ์	269	379	59	1489
จำนวนที่เลือก	26	37	5	148

“ฉันรู้แล้วละ **ตัดเลขโดดตัวท้ายของผลลัพธ์ก็ได้จำนวนที่เลือก**” ก๊วกร้องด้วยความตื่นเต้น

“ถูกจะ ตีใจด้วยนะที่เธอหาวิธีทายได้เอง” ก๊วกพูดให้กำลังใจ

ส่วนต่อไปจะเชิญชวนให้ทำตาม เช่น



คุณจะไม่ลองทำดูว่าจริงตามที่ก๊วกพูดหรือ
ในชีวิตจริงของคุณชอบ



คุณควรจะคิดและลองทำตามที่หนังสือบอก จะทำให้คุณสนุก ได้ความรู้เพิ่มขึ้น ได้ฝึกทักษะบวก ลบ คูณ หาร ฝึกสังเกตและหาความสัมพันธ์ของจำนวน นอกจากนี้ อาจนำไปเล่นต่อกับเพื่อน ๆ ได้อีก

คุณอาจอ่านและคิดคนเดียว หรืออ่านและคิดร่วมกับเพื่อน

ข้อตกลงทั่วไปในการเล่นเกม คือ ถ้าเขียนไว้ว่า เลือกจำนวนที่ชอบ หรือคิดจำนวน ๑ จำนวน โดยไม่มีข้อความเพิ่มเติม แสดงว่าคุณจะใช้จำนวนที่แทนด้วยตัวเลขที่หลักก็ได้



โปรดอย่าเขียนชื่อใดลงในหนังสือนี้ คัดเลข และเขียนข้อความในกระดาษอื่น และควรแยกทำเป็นเรื่อง ๆ เพื่อจะได้ตรวจทานได้สะดวก

1

คำตอบคงที่

วันและรมย์เล่นเกมทายจำนวนกัน วันบอกรับขั้นตอนและรมย์ทำ ดังนี้

1. เลือกจำนวน 1 จำนวนที่เลขโดดหลักแรก และหลักสุดท้ายไม่ซ้ำกัน
2. สลับที่เลขโดดหลักต่างๆ จากหน้าไปหลัง เป็นหลังไปหน้า
3. ลบจำนวนมากด้วยจำนวนน้อย
4. นำจำนวนที่แทนด้วยเลขโดดแต่ละหลัก ของผลลบมาบวกกัน ถ้ายังเป็นตัวเลข สองหลัก บวกจนเหลือหลักเดียว

1. รมย์เลือก 7241
2. 1427
3. $7241 - 1427 = 5814$
4. $5 + 8 + 1 + 4 = 18$
 $1 + 8 = 9$



ฉันบอกได้เลยว่า ผลลัพธ์
ของคุณคือ 9

ไม่จริงครับ คุณเก่งจังเลย
แต่ผมสงสัยว่า ทำไม
คุณทายถูก ทั้งที่ผมไม่ได้
บอกอะไรคุณเลย



“ทำดูหลาย ๆ จำนวนสิ จะรู้ว่าทำไมฉันทายถูก” วันพูดจริงจังรมย์

“ใช่โย! ผมรู้แล้วว่าทำไมคุณทายถูก ผลลัพธ์เป็น 9 ทุกครั้ง นั่นเอง” รมย์ร้อง
อย่างดีใจ หลังจากทดลองกับ 25 108 และ 3669



คุณล่ะ จะไม่ลอง
ใช้จำนวนอื่นๆ ทำดู ว่าจริง
ตามที่รมย์พูดไหม

คุณอาชวนแจ่มเล่นเกมจำนวนดังนี้ แจ่มก็ตกลง

1. เลือกจำนวน 1 จำนวน
2. คูณด้วย 20
3. บวกด้วย 27
4. คูณด้วย 50
5. ตัดเลขโดดสามตัวหลังออก

1. แจ่มเลือก 7
2. $7 \times 20 = 140$
3. $140 + 27 = 167$
4. $167 \times 50 = 8350$
5. ~~8350~~

“แจ่มได้ผลลัพธ์เท่าไรจ๊ะ”

“ได้ 8 ค่ะ คุณอา”

“จำนวนที่แจ่มเลือกไว้คือ 7 จ๊ะ”

“ใช่ค่ะ คุณอาทราบได้อย่างไรคะ”

คุณอาบอกให้แจ่มทำเพิ่มอีกสามสี่จำนวน อาจู้คำตอบ แจ่มก็ทำตาม แจ่มเลือก 1 2 และ 3 ได้ผลลัพธ์ 2 3 และ 4 ตามลำดับ



แจ่มคิดว่า หากจำนวนที่เลือกได้
ใดๆ หรือ ลบผลลัพธ์ด้วย 1



มาช่วยแจ่มตรวจสอบว่าแจ่มคิดถูก
หรือไม่ ด้วยจำนวนที่ซ่อนไว้ด้วย



3

ผลบวกประหลาด

ดาวคุยกับเดือนว่า เธอสามารถทายจำนวนของ 9 ในผลลัพธ์ของเดือนได้ ถ้าเดือนทำตามวิธีของเธอ เดือนก็ตกลง ดาวบอกดังนี้

1. เลือกจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขตั้งแต่สองหลักขึ้นไปและเลขโดดซ้ำกันทุกหลัก
2. คูณด้วย 9
3. สลับที่เลขโดดหลักต่างๆ จากหน้าไปหลัง เป็นหลังไปหน้า
4. บวกผลคูณในข้อ 2 กับจำนวนในข้อ 3

1. เดือนเลือก 222
2. $222 \times 9 = 1998$
3. 8991
4. $1998 + 8991 = 10989$



เธอใช้จำนวน
กี่แทนตัวเลขโดด
ที่หลักซ้ำ เดือน

3 หลักค่ะ



ผลลัพธ์
ของเธออยู่ 9
อยู่ 2 ตัว



เดือนสงสัยว่าทำไมดาวรู้ว่ามี 9 ก็ตัว ดาวจึงบอกให้เดือนทำเพิ่มอีกหลายๆจำนวน เดือนทำดังนี้

เลือก	11 (สองหลัก)	88 (สองหลัก)	555 (สามหลัก)	3333 (สี่หลัก)
ได้ผลลัพธ์	198	1089	10989	109989

“ฉันคิดว่า ผลลัพธ์มี 9 น้อยกว่าจำนวนหลักเลขของจำนวนที่เลือกอยู่ 1”
เดือนพูดอย่างไม่ค่อยมั่นใจนัก



ช่วยเดือนตรวจสอบว่า ที่เธอคิดไว้
ถูกต้องไหม พบอะไรที่น่าสนใจหรือไม่คะ

ชาติหวดเพื่อน ๆ ว่า เขาสามารถหาผลบวกของจำนวนที่อยู่ติดกัน 9 จำนวนได้อย่างรวดเร็ว ถ้าเขารู้จำนวนที่น้อยที่สุด

ปรีดาสนใจมาก และขอทดลองเป็นคนแรก

“ฉันจะเริ่มต้นด้วย 4” ปรีดาบอกชาติแล้ว
รีบลงมือบวกอย่างรวดเร็ว

“ผลบวกคือ 72” ชาติทาย

“เสร็จแล้วจริงๆหรือ ฉันเพิ่งบวกได้ 5 จำนวน
เอง ขอฉันคิดให้เสร็จก่อนนะ จะได้ดูว่าตรงกันไหม”
ปรีดาพูดอย่างไม่ค่อยเชื่อชาตินัก

“ตรงกันเลย เธอเก่งจริง” ปรีดาชมชาติ
หลังจากบวกเสร็จแล้ว

เพื่อนขอให้ชาติทายผลบวกของจำนวนชุดอื่น ๆ
ชาติก็ทายได้ถูกต้องอย่างรวดเร็ว เพื่อนจึงขอร้อง
ให้เขาบอกวิธีคิดหาผลบวก เขาก็ตกลง

ปรีดาทำดังนี้

จำนวนที่นำมาบวกกัน คือ 4
5 6 7 8 9 10 11 และ 12

4	+	30	+
5	+	9	+
9	+	39	+
6	+	10	+
15	+	49	+
7	+	11	+
22	+	60	+
8	+	12	+
30	-	72	



หาผลบวกของจำนวนที่อยู่ติดกัน
9 จำนวนได้ดังนี้

1. บวกจำนวนแรกด้วย 4
2. คูณผลบวกที่ได้ด้วย 9



คุณแม่ใจใหม่่ว่วมีของฝากติดมือ
ทาสสองตัว ชุดของจำนวนที่พร้อมมีครับ



กนกชวนเพื่อน ๆ เล่นทายจำนวนสองจำนวนที่พวกเขาเลือก เพื่อนตกลงและให้ทายรำภาเป็นคนแรก กนกจึงบอกกติกา ดังนี้

1. เลือกจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขสามหลัก และสองหลัก
2. คูณจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขสามหลักด้วย 20
3. บวกด้วย 40
4. คูณด้วย 5
5. บวกด้วยจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขสองหลัก
6. ลบด้วย 200

1. รำภาเลือก **124** และ **37**
2. $124 \times 20 = 2480$
3. $2480 + 40 = 2520$
4. $2520 \times 5 = 12600$
5. $12600 + 37 = 12637$
6. $12637 - 200 = 12437$



ผลลัพธ์ของกันคือ
1 2 4 3 7 ค่ะคนคะ

จำนวนที่แทนด้วย
เลขสามหลักคือ 124
จำนวนที่แทนด้วยตัวเลข
สองหลักคือ 37



รำภาแปลกใจมากที่กนกทายถูก กนกบอกให้สังเกตการทายคนอื่น อาจเห็นวิธีเอง เขาทายเพื่อน ๆ ดังนี้

ได้ผลลัพธ์ 13540 ทายว่าเลือก 135 และ 40

ได้ผลลัพธ์ 12869 ทายว่าเลือก 128 และ 69

เลขโดดสามตัวแรกบอกจำนวนสามหลัก เลขโดดที่เหลือบอกจำนวนสองหลัก
รำภาพูดค่อนข้างแน่ใจ

คุณผู้ชมรักทุกท่าน
มาร่วมสนุกกับเกมทายจำนวนที่ขอมมีค่ะ



สุพลชวนซีวินเล่นเกมจำนวน ซีวินตกลง สุพลจึงบอกขั้นตอนดังนี้

1. คิดจำนวนหนึ่งจำนวน
2. บวกด้วย 7
3. คูณด้วย 20
4. ลบด้วย 140
- 5.หารด้วย 2

1. ซีวินเลือก 38
2. $38 + 7 = 45$
3. $45 \times 20 = 900$
4. $900 - 140 = 760$
5. $760 \div 2 = 380$

“ผมคิดได้ 380” ซีวินบอก

“จำนวนที่คุณนำมาคิดก็คือ 38” สุพลเฉลย

“แปลกจัง คุณรู้ได้อย่างไร ผมจะลองจำนวนอื่น ๆ นะ” ซีวินพูด

“คราวนี้ผมได้คำตอบ 160” ซีวินบอกผลลัพธ์ของจำนวนที่สอง

“รู้แล้วละ จำนวนของคุณ คือ 16” สุพลพูด

“ผมสงสัยว่า คุณหาจำนวนที่ผมเลือกในข้อ 1 จากการหารคำตอบที่ผมบอกด้วย 10” ซีวินตั้งข้อสังเกต

“คุณทำอีกหลาย ๆ จำนวนซี จะได้ว่าข้อสงสัยของคุณถูกไหม” สุพลบอก

ช่วยผมคิดด้วยครับ
ผมจะลองที่ 9 25
64 91 และ 300



เป็นจริงกับทุกจำนวนไหม
ช่วยผมคิดที่เหลือด้วย

พีณิตมีปัญหาทายน้องๆ อยู่เรื่อย วันนี้ก็มึอีก เต้ชอบเล่นอยู่แล้วจึงทำตาม
ที่พีณิตบอก ดังนี้

1. คิดจำนวนหนึ่งจำนวนที่มากกว่า 2

2. คูณด้วย 10

3. ลบด้วย 6

4. คูณจำนวนในข้อ 1 ด้วย 3

5. ลบด้วย 8

6. ลบจำนวนในข้อ 3 ด้วยจำนวนในข้อ 5

7. หารด้วย 7

1. เต้เลือก 8

2. $8 \times 10 = 80$

3. $80 - 6 = 74$

4. $8 \times 3 = 24$

5. $24 - 8 = 16$

6. $74 - 16 = 58$

7. $58 \div 7$ ได้ 8 เศษ 2



เต้เสร็จหรือยัง
พี่ยานว่าเธอทรแล้ว
เหลือเศษ 2

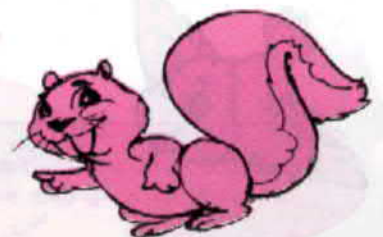
พี่ยานเพิ่งจะบอกเต้ว่า
เต้คือเต้ใหม่ ๆ พี่ยาน
ไม่รู้ว่าเต้ไว้ใจพี่ยานได้



“ไม่ยากหรอกจ้ะ น้องเต้ทำหลาย ๆ จำนวน อาจรู้ว่าทำไมพีณิตทายถูก” พีณิต
พูดชักชวนให้เต้หาเฉลยวิธีทายเอง

“ไชโย เต้รู้แล้วค่ะ เศษเป็น 2 ทุกครั้ง ไช้ใหม่มะ” เต้ร้องด้วยความดีใจ
หลังจากที่ทดลองทำกับ 7 13 24 65 และ 100

ช่วยกันเฉลยข้อมั่วด้วยว่า
เศษเป็น 2 ทุกครั้งจริงไหม



ตุ๊กชวนเพื่อนเล่นเกม เพื่อนตกลง ตุ๊กจึงขอให้พวกเขาทำดังนี้

1. เลือกจำนวนคู่ที่มากกว่า 9
2. บวกด้วยจำนวนที่น้อยกว่าจำนวน
ที่เลือกอยู่ 2
3. ลบด้วย 18
4. หาดด้วย 4
5. บวกด้วย 5

1. ต้อยเลือก 12

$$2. 12 + 10 = 22$$

$$3. 22 - 18 = 4$$

$$4. 4 \times 4 = 16$$

$$5. 16 + 5 = 21$$

“ได้ผลลัพธ์ 6 จะ” ต้อยบอกตุ๊กเมื่อทำเสร็จ

“จำนวนที่ต้อยเลือกไว้ คือ 12” ตุ๊กบอกเกือบทันทีที่ต้อยพูดจบ พอตุ๊กหายถูกใจและไ้ก็ขอให้ตุ๊กทายบ้าง



ไอ้ได้ผลลัพธ์ 75
คุณทายว่า คุณเลือกตัวเลขอะไร
คือ 150 ไอ้ได้ผลลัพธ์ 32
จำนวนที่เลือกไว้คือ 64

เก่งจังเลย เยี่ยมจริง ๆ



ต้อยพิจารณาผลลัพธ์และจำนวนที่เลือกของคนอยู่พักหนึ่งแล้วพูดว่า “หา
จำนวนที่เลือกในข้อ 1 ได้จาก คุณผลลัพธ์ในข้อ 5 ด้วย”

ช่วยกันเฉลยคำตอบสิว่า
ความผิดของต้อยอยู่ที่ไหน



9 **ฉันรู้จำนวนของคุณ**

ฟุตและชงโคตกลงจะเล่นเกมจำนวนกัน ฟุตจึงบอกวิธีเล่น ดังนี้

1. เลือกจำนวน 1 จำนวน
2. คูณด้วย 6
3. บวกผลคูณด้วย 27
4. คูณจำนวนในข้อ 1 ด้วย 3
5. บวกผลบวกในข้อ 3 ด้วยผลคูณในข้อ 4
6. หหารด้วย 9

1. ชงโคเลือก 7
2. $7 \times 6 = 42$
3. $42 + 27 = 69$
4. $7 \times 3 = 21$
5. $69 + 21 = 90$
6. $90 \div 9 = 10$



ฉันได้ผลลัพธ์ 10
ห้ะ ฟุต

จำนวนที่เธอเลือกไว้
คือ 7 ห้ะ ชงโค



ชงโคแปลกใจที่ฟุตทายถูก เธอขอให้ฟุตทายเพิ่ม ฟุตก็ทายถูกอีก เธอจึงจดผลลัพธ์ และจำนวนที่เลือกไว้ แล้วลองลบกันดู ได้ผลดังนี้

ผลลัพธ์	10	จำนวนที่เลือกไว้	7	ต่างกัน	3
ผลลัพธ์	11	จำนวนที่เลือกไว้	8	ต่างกัน	3
ผลลัพธ์	103	จำนวนที่เลือกไว้	100	ต่างกัน	3

ตรวจสอบด้วยจำนวนอื่นดู ว่าผลต่างเป็น 3
ทุกจำนวนหรือไม่ ถ้าใช่ผลลัพธ์ จะหาค่าจำนวน
ที่เลือกไว้ในข้อ 1 ได้อย่างไรครับ



“ถ้าพวกคุณทำทุกอย่างตามที่ผมบอก ผมจะทายได้ว่าพวกคุณเลือกจำนวนใดไว้”
จิตบอกนพและเพื่อนคนอื่นๆ

นพและเพื่อนตกลง และให้นพเล่นก่อน จิตจึงบอกกติกาดังนี้

1. เลือกจำนวนคือ 1 จำนวน
2. บวกด้วย 41
3. คูณด้วย 3
4. ลบด้วย 126
- 5.หารด้วย 6

1. นพเลือก 5
2. $5 + 41 = 46$
3. $46 \times 3 = 138$
4. $138 - 126 = 12$
5. $12 \div 6 = 2$



จิต ฉันได้ผลลัพธ์ 2

จำนวนที่ฉันเลือกไว้คือ 5



จิตถามเพื่อนคนอื่นๆ ว่าได้ผลลัพธ์เท่าใด เพื่อนบอกผลลัพธ์และจิตทายจำนวนที่เพื่อนๆ เลือกดังนี้

ผลลัพธ์ที่ได้	4	12	81	200
จำนวนที่เลือก	9	25	163	401

นพและเพื่อนๆ ช่วยกันคิดวิธีหาจำนวนที่เลือกจากผลลัพธ์อยู่ครู่ใหญ่ ก็ช่วยกันสรุปว่า จำนวนที่เลือก ได้จากคูณผลลัพธ์ด้วย 2 แล้วบวกด้วย 1

เมื่อถึงเวลาแห่งสรุปใหม่ สองทาสลงด้วยจำนวนที่ 2 และ 1



แก้วพูดกับน้อยว่า เขาทายคำตอบของน้อยได้ทั้งๆ ที่น้อยไม่ต้องบอกอะไร
เขาเลย น้อยขอให้แก้วทาย แก้วจึงบอกให้ทำดังนี้

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. เลือกจำนวนที่ชอบ | 1. น้อยเลือก 8 |
| 2. คูณด้วย 12 | 2. $8 \times 12 = 96$ |
| 3. บวกด้วย 108 | 3. $96 + 108 = 204$ |
| 4. หารด้วย 3 | 4. $204 \div 3 = 68$ |
| 5. ลบด้วย 16 | 5. $68 - 16 = 52$ |
| 6. หารด้วย 4 | 6. $52 \div 4 = 13$ |
| 7. ลบด้วยจำนวนในข้อ 1 | 7. $13 - 8 = 5$ |



คำตอบของอะไร
คือ 5 ไหมหนอย

ไม่ใช่ค่ะ หนูไม่เชื่อนะ



ไปลองทำอีก
สักจำนวนสิ
อาจดีกว่า
ที่หนูเชื่อนะ
รู้คำตอบ



น้อยทดลองกับ 4 21 301 และ 400 เสร็จ ก็ร้องอย่างดีใจว่า
"รู้แล้ว วิเศษจริงๆ ได้ 5 ทุกครั้ง นั่นเอง"

ลองใช้จำนวนอื่นๆ หนูคิดว่า จะได้ 5 ทุกครั้งใหม่



ประจักษ์ นำอ้อยชวนใจเล่นเกมทายจำนวน ใจตกลง นำอ้อยจึงบอกให้ใจทำดังนี้

1. เลือกจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขตั้งแต่สามหลักขึ้นไป
2. คูณจำนวนที่แทนด้วยเลขโดดในหลักร้อยด้วย 4
3. คูณจำนวนที่แทนด้วยเลขโดดในหลักสิบด้วย 2
4. บวกผลคูณในข้อ 2 และข้อ 3 เข้าด้วยกัน
5. บวกด้วยจำนวนที่แทนด้วยเลขโดดในหลักหน่วย
6. ลบจำนวนในข้อ 1 ด้วยผลบวกในข้อ 5
7. หารด้วย 8

1. ใจเลือก 2135
2. $1 \times 4 = 4$
3. $3 \times 2 = 6$
4. $4 + 6 = 10$
5. $10 + 5 = 15$
6. $2135 - 15 = 2120$
7. $2120 \div 8 = 265$

“เสร็จหรือยังจะ ใจ นำบอกได้เลยว่า หารลงตัว”

“หารลงตัวจริง ๆ ด้วยครับ ทำไมคุณนำทราบครับ”

“ใจลองทำอีกหลาย ๆ จำนวนซิจะ อาจรู้ว่าทำไมนำทายถูก”

ใจเลือก 103 760 1009 และ 5100 มาทำตามข้อ 2 ถึงข้อ 7 ก็หารด้วย 8 ลงตัว

ทุกครั้ง

ผลลัพธ์จ้ะ
จะเป็นจริงทุกจำนวนไหม



ช่วยให้เธอตรวจสอบด้วยนะ มีจำนวนอื่น ๆ ที่ช่วย



13

นี่ก็แปลก

วิจิตคุยกับสุมนว่า เขาอ่านพบการหารประหลาด จะให้สุมนลองทำดูว่าแปลกจริงหรือไม่ สุมนก็ตกลง วิจิตจึงบอกสุมนดังนี้

1. เลือกจำนวน 1 จำนวน
2. หารด้วย 9
3. นำจำนวนที่แทนด้วยเลขโดดทุกหลักของจำนวนในข้อ 1 มาบวกกัน
4. หารผลบวกด้วย 9
5. ถ้าผลบวกในข้อ 3 ยังเป็นจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขสองหลัก นำมาบวกกันจนเหลือหลักเดียว

1. สุมนเลือก 285
2. $285 \div 9$ ได้ 31 เศษ 6
3. $2 + 8 + 5 = 15$
4. $15 \div 9$ ได้ 1 เศษ 6
5. $1 + 5 = 6$

“ได้ผลบวกในข้อ 5 เท่าไรครับ” วิจิตถาม

“ได้ 6 ค่ะ” สุมนตอบ

“ผมบอกได้เลยว่า เศษจากการหารด้วย 9 ในข้อ 2 และ ข้อ 4 คือ 6 เช่นกัน”

วิจิตพูดอย่างมั่นใจ

“จริงด้วยค่ะ แปลกจังเลย” สุมนอุทานหลังจากตรวจสอบแล้ว

สงสัยจริงที่ว่า
เศษในข้อ 2 ข้อ 4
และผลบวกในข้อ 5
จะเท่ากันทุกจำนวนไหม

คุณคิดลองทำดู
พอลำบากจำนวน
ก็รีบ สุมน



สุมนลองทำจำนวนอื่น ๆ ดังนี้

1. 59

2. $59 \div 9$ ได้ 6 เศษ 5

3. $5 + 9 = 14$

4. $14 \div 9$ ได้ 1 เศษ 5

5. $1 + 4 = 5$

1. 174

2. $174 \div 9$ ได้ 19 เศษ 3

3. $1 + 7 + 4 = 12$

4. $12 \div 9$ ได้ 1 เศษ 3

5. $1 + 2 = 3$

“ได้ผลเหมือนเดิมเลยคะ วิชิต” สุมนร้องอย่างตื่นเต้น “หาเศษวิธีนี้ได้”



นักเรียนช่วยกันตรวจสอบด้วยจำนวนต่อไปนี้ซิว่า จะเป็นจริงไหม

ชุดที่ 1 11 64 258 430 782

ชุดที่ 2 18 54 108 450 999

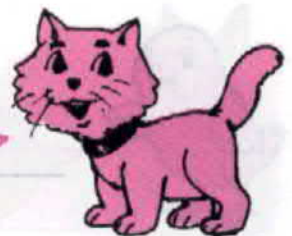
ค้นพบอะไรบ้าง ชุดที่ 1 กับชุดที่ 2 ต่างกันอย่างไร

เฉลย ชุดที่ 1 ทุกจำนวนหารด้วย 9 ไม่ลงตัว และผลบวกของหลักต่างๆ ที่เป็นตัวเลขหลักเดียว เท่ากับเศษที่หารด้วย 9

ชุดที่ 2 ทุกจำนวนหารด้วย 9 ลงตัว และผลบวกของหลักต่างๆ ที่เป็นตัวเลขหลักเดียว เท่ากับ 9



ลองตรวจสอบด้วยจำนวนอื่นๆ
น้อยนิดริมวง ได้ผลเหมือนเดิมไหม



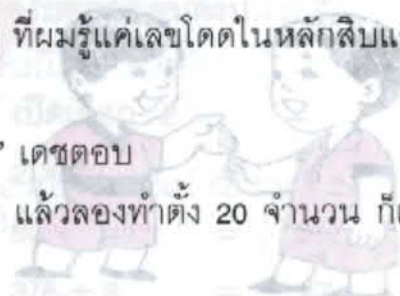
“เดช เชื่อไหม ผมสามารถบอกได้ว่า จำนวนที่แทนด้วยตัวเลขตั้งแต่สามหลักขึ้นไปหารด้วย 4 แล้วเหลือเศษเท่าใด ทั้งๆ ที่ผมรู้แค่เลขโดดในหลักสิบและหลักหน่วยเท่านั้น” พจน์พูดกับเดชด้วยท่าทางซึ้งซึ้ง

“ผมไม่เชื่อหรอก คุณจะทำได้อย่างไรกัน” เดชตอบ

“ผมทำได้จริงๆ นะ ผมเพิ่งอ่านพบวิธีคิด แล้วลองทำตั้ง 20 จำนวน ก็เป็นจริงทุกจำนวนเลย” พจน์ยืนยัน

“เอา ลองดูก็ได้” เดชตอบตกลง

เดชเลือก 257 แล้วบอกพจน์ว่า จำนวนของเขามี 5 ในหลักสิบ มี 7 ในหลักหน่วย จากนั้นก็ลงมือหาร 257 ด้วย 4 ดังนี้



64
4 $\overline{)257}$
<u>24</u>
17
<u>16</u>
<u>1</u>

“เสร็จหรือยังครับ รับรองว่าหารแล้วเหลือเศษ 1” พจน์กล่าวอย่างมั่นใจ

“คุณทายได้ถูกต้อง เก่งจริงๆ” เดชชมพจน์

จากนั้นเดชหาร 174 และ 619 ด้วย 4 ได้เศษ 2 และ 3 ตามลำดับ แล้วให้พจน์บอกเศษ พจน์ก็บอกถูก เดชรำพึงว่า

“น่าสนใจจริงๆ หาเศษวิธีลัดได้ด้วย”

เดชอยากรู้ว่าจะเป็นจริงกับจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขมากกว่า 3 หลักหรือไม่ จึงให้พจน์ทายจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขสี่หลัก ห้าหลัก และหกหลัก พจน์ก็ทายถูกอีกเช่นเคย

15

เกมประหลาด

นกชวนเปิดเล่นเกมจำนวน เปิดตกลง นกจึงบอกวิธีเล่นดังนี้

1. เลือกจำนวนที่ชอบ
2. คูณด้วย 40
3. บวกด้วย 296
4. หาวด้วย 8
5. ลบด้วย 33
6. คูณด้วย 2

1. เปิดเลือก 2
2. $2 \times 40 = 80$
3. $80 + 296 = 376$
4. $376 + 8 = 384$
5. $384 - 33 = 351$
6. $351 \times 2 = 702$



ฉันได้ผลลัพธ์ 28
จ๊ะ นก

เธอเลือก 2
ใช่ไหมจ๊ะ เบ๊ต



นกทายถูก เปิดจึงให้นกทายเพิ่มอีก 4 จำนวน

“ฉันคิดได้ 78 48 908 และ 358” เปิดบอกผลลัพธ์

“จำนวนที่เธอเลือกคือ 7 4 90 และ 35” นกทาย

“ถูกจ้ะ เธอเก่งจังเลย ทีนี้ฉันขอลองใช้จำนวนที่มีค่ามาก ๆ หน่อยนะ” เปิดพูด

“ได้เลยจ้ะ จะใช้จำนวนที่แทนด้วยตัวเลขที่หลักก็ได้ทั้งนั้น” นกตอบอย่างเชื่อมั่น

“เอาละ ฉันได้ผลลัพธ์ 6018 และ 12008 จ๊ะ นก”

“จำนวนที่เธอเลือก คือ 601 และ 1200 แน่แน่นอนจ้ะ”

“ยอดไปเลย ถูกอีกแล้ว เอ๊ะ! ฉันชักสงสัยว่า เธอจะหาจำนวนที่ฉันเลือกด้วยการตัดเลขโดดตัวหลังของผลลัพธ์”

“ถูกต้องจะเปิด เธอช่างสังเกตดี”

“ขบใจจะที่ขม ฉันจะทำให้คล่อง จะได้ไปหายคนอื่น”

“เธออาจดัดแปลงเกมก็ได้นะจะเปิด สนใจไหม”

“สนใจจะนัก ทำอย่างไรจะ”

“เธอดูซิ ถ้าเปลี่ยนจำนวนในข้อ 5 จาก 33 เป็น 35 จะหายโดยวิธีเดิมได้ไหม”

นกกาม

เปิดเปลี่ยน 33 ในข้อ 5 เป็น 35 และเลือก 1 มาทำตามข้อตกลงดังนี้

1. เลือก 1 =

2. $1 \times 40 = 40$

3. $40 + 296 = 336$

4. $336 \div 8 = 42$

5. $42 - 35 = 7$

6. $7 \times 2 = 14$

“ถ้าฉันตัดเลขโดดตัวท้ายของ 14 ออก ก็จะได้ 1 ที่ฉันเลือก ดังนั้นจึงหายด้วยวิธีเดิมได้” เปิดบอกนก

“ใช่จะ เธออาจใช้ 33 หรือ 34 หรือ 35 หรือ 36 หรือ 37 ในข้อ 5 โดยใช้วิธีหายแบบเดิมได้” นกอธิบาย

“ฉันจะตัดข้อ 5 ทั้งเลยได้ไหมจะ” เปิดถามด้วยความสงสัย

“ได้จะ แต่ต้องเปลี่ยนวิธีหาย ฉันจะเขียนให้ดู” นกตอบ

1. ตัดเลขโดดตัวท้ายของผลลัพธ์ออก
2. ลบจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขที่เหลือด้วย 7

ช่วยกันทดสอบวิธีนี้จะว่า
เกมนี้จะเป็นจริงกับทุกจำนวนไหม



มารู้จักความหมายของศัพท์

จำนวนคู่ คือจำนวนเต็มที่หารด้วย 2 ลงตัว เช่น 4 18

จำนวนคี่ คือจำนวนเต็มที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัว เช่น 5 23

จำนวนที่อยู่ติดกัน คือจำนวนที่มากหรือน้อยกว่ากันอยู่ 1 เช่น

2 และ 3 เป็นจำนวนที่อยู่ติดกัน เพราะ 3 มากกว่า 2 อยู่ 1 และ 2 น้อยกว่า 3 อยู่ 1

7, 8 และ 9 เป็นจำนวนที่อยู่ติดกันสามจำนวน เพราะ 8 มากกว่า 7 อยู่ 1 และ 9 มากกว่า 8 อยู่ 1

ผลต่าง คือส่วนที่มากกว่าหรือน้อยกว่ากันของจำนวนสองจำนวน เช่น
4 และ 7 7 มากกว่า 4 อยู่ 3 และ 4 น้อยกว่า 7 อยู่ 3 เราเรียกว่า ผลต่างของ 4 และ 7 คือ 3

19 และ 11 19 มากกว่า 11 อยู่ 8 และ 11 น้อยกว่า 19 อยู่ 8 เราเรียกว่า ผลต่างของ 19 และ 11 คือ 8

เลขโดดหรือตัวเลขโดด คือสัญลักษณ์เบื้องต้นที่ใช้ในการเขียนตัวเลขแสดงจำนวน ในระบบตัวเลขฮินดูอารบิกซึ่งเป็นระบบฐานสิบ มี 10 ตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 และ 0

ตัวเลข คือสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงจำนวน ในระบบตัวเลขฮินดูอารบิก ใช้เลขโดดตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป เช่น



- มีส้ม 5 ผล

5 เป็นตัวเลขหลักเดียว ใช้เลขโดด 1 ตัว อยู่ในหลักหน่วย

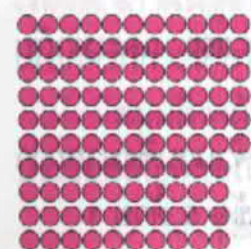


- มีสี่เหลี่ยม 14 รูป

14 เป็นตัวเลขสองหลัก ใช้เลขโดด 2 ตัว



1 อยู่ในหลักสิบ และ 4 อยู่ในหลักหน่วย



- มีวงกลม 106 วง

106 เป็นตัวเลขสามหลัก ใช้เลขโดด 3 ตัว

1 อยู่ในหลักร้อย 0 อยู่ในหลักสิบ และ 6 อยู่ในหลักหน่วย

ที่มาของวิธีทาย

ในการเล่นเกมทายจำนวน ผู้ทายสามารถทายคำตอบ จำนวนที่เลือก หรือสิ่งต่างๆ เกี่ยวกับจำนวนที่เลือก หรือผลลัพธ์ได้ เพราะมีการกำหนดขั้นตอนของเกมแต่ละเกมโดยใช้สมบัติต่างๆ ของจำนวนเต็มบวกและศูนย์ สมบัติเฉพาะของจำนวนบางจำนวน และแนวการทายคำตอบที่สามารถพิสูจน์ได้ ดังนี้

เรื่องที่ 1 คำตอบคงที่ ใช้สมบัติเกี่ยวกับการหารด้วย 9 สองประการ จากขั้นตอนการเล่น จะเกิดผลดังนี้

1. เลือกจำนวน 1 จำนวน ที่เลขโดดหลักแรกและหลักสุดท้ายไม่ซ้ำกัน สมมติผู้ตอบเลือก Δ
2. สลับที่เลขโดดหลักต่างๆ จากหน้าไปหลัง เป็นหลังไปหน้า สมมติเป็น \circ
3. ลบจำนวนมากด้วยจำนวนน้อย สมมติผลต่างคือ \heartsuit จะหาร \heartsuit ด้วย 9 ลงตัว (เป็นสมบัติของการหารด้วย 9)
4. นำจำนวนที่แทนด้วยเลขโดดแต่ละหลักของผลลบมาบวกกัน ถ้ายังเป็นตัวเลขสองหลัก บวกจนเหลือหลักเดียว สมมติได้ \square แล้ว \square จะเท่ากับ 9 เสมอ เพราะ \heartsuit หารด้วย 9 ลงตัว (เป็นสมบัติเฉพาะซึ่งเราสามารถพิสูจน์ได้)

เรื่องที่ 2 เกมสนุก ใช้หลักการเปลี่ยนตำแหน่งของเลขโดดในหลักต่างๆ ของจำนวนที่เลือกด้วยการคูณด้วย 1,000 ซึ่งทำให้ตัวเลขแทนผลคูณมี 0 ต่อท้ายตัวเลขเดิม 3 ตัว ทำให้เลขโดดเปลี่ยนตำแหน่ง เช่น เลขโดดในหลักหน่วยของจำนวนที่เลือก จะอยู่ในหลักพันของผลคูณ

จากขั้นตอนการเล่น จะเกิดผลดังนี้

1. เลือกจำนวน 1 จำนวน สมมติผู้ตอบเลือก Δ
2. คูณด้วย 20 จะได้ 20Δ
3. บวกด้วย 27 จะได้ $20\Delta + 27$
4. คูณด้วย 50 จะได้ $50(20\Delta + 27)$ ซึ่งเท่ากับ $1,000\Delta + 1,350$ และเท่ากับ $1,000(\Delta + 1) + 350$
5. ตัดเลขโดดสามตัวหลังออก ก็คือตัด 350 จะได้ตัวเลขที่แทนจำนวนซึ่งมากกว่าจำนวนที่เลือกอยู่ 1 จึงต้องทายจำนวนที่เลือกด้วยการลบจำนวนในข้อ 5 ด้วย 1

เขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงขั้นตอนที่ผู้ตอบต้องทำถึงข้อ 4 เมื่อให้ \circ แทนผลลัพธ์ได้ดังนี้ $\circ = (20\Delta + 27) \times 50$

เรื่องที่ 3 ผลบวกประหลาด ใช้สมบัติเฉพาะของผลลัพธ์ที่ได้ตามขั้นตอนที่กำหนด คือ

1. ถ้าเลขโดดในแต่ละหลักเป็น 2 ถึง 9 ผลลัพธ์จะเริ่มต้นด้วย 1 แล้วตามด้วย 0 และมีเลขโดดในหลักสิบเป็น 8 เลขโดดในหลักที่เหลือเป็น 9
2. ถ้าเลขโดดในทุกหลักเป็น 1 ผลลัพธ์จะเริ่มต้นด้วย 1 และลงท้ายด้วย 8 เลขโดดในหลักที่เหลือเป็น 9
3. จำนวนของเลขโดด 9 ในผลลัพธ์จะน้อยกว่าจำนวนหลักของจำนวนเริ่มต้น (จำนวนที่เลือก) อยู่ 1

เรื่องที่ 4 นักบวกเลขเร็ว

สมมติจำนวนที่น้อยที่สุดที่ผู้ตอบเลือก คือ Δ จำนวนอีก 8 จำนวน คือ $\Delta + 1, \Delta + 2, \Delta + 3, \Delta + 4, \Delta + 5, \Delta + 6, \Delta + 7,$ และ $\Delta + 8$

หาค่าของ $\Delta + (\Delta + 1) + (\Delta + 2) + (\Delta + 3) + (\Delta + 4) + (\Delta + 5) + (\Delta + 6) + (\Delta + 7) + (\Delta + 8)$ ซึ่งอาจหาได้ด้วยวิธีต่างๆ หลายวิธีจะได้ $9\Delta + 36$ หรือ $9(\Delta + 4) + 36 = 9\Delta + 36$

เรื่องที่ 5 นักทายมหัศจรรย์ ใช้หลักการเปลี่ยนตำแหน่งของเลขโดดคล้ายๆ กับ

เรื่องที่ 2 สมมติให้ Δ และ \circ เป็นจำนวนที่แทนด้วยตัวเลขสามหลัก และสองหลัก ที่ผู้ตอบเลือก ตามลำดับ และ Δ คือ ผลลัพธ์ เมื่อทำตามขั้นตอนครบทุกข้อทำนองเดียวกับที่แสดงไว้ในเรื่องที่ 2 จะได้ผลลัพธ์ $100\Delta + \circ$ และเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงขั้นตอนที่ผู้ตอบต้องทำได้ดังนี้

$$\Delta = \{(20\Delta + 40) \times 5 + \circ\} - 200 + \{85t - (14 + \Delta)c\} = \circ$$

เรื่องที่ 6 ฉันทรู้จำนวนที่คุณคิด ใช้แนวความคิดว่า ต้องการที่จะทายจำนวนที่ผู้ตอบเลือกจากการหารผลลัพธ์ด้วย 10 จึงต้องคูณจำนวนที่เลือกด้วย 10 สมมติว่าผู้ตอบเลือก Δ และได้ผลลัพธ์ \circ จะได้ $\circ = 10\Delta$ และเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์แสดงขั้นตอนที่ผู้ตอบต้องทำได้ดังนี้

$$\circ = \{20(\Delta + 7) - 140\} \div 2 + \{8t - c + (80t + \Delta 8t)\} = \circ$$

เรื่องที่ 7 เศษของการหาร ใช้แนวความคิดว่า ต้องการให้ได้จำนวนที่หารด้วย 7 แล้วเหลือเศษ 2 เสมอ ไม่ว่าจะใช้จำนวนใดมาดำเนินการตามขั้นตอน จึงต้องคูณจำนวนที่เลือกด้วย 7 และบวกด้วย 2 ก่อนที่จะหารด้วย 7

สมมติผู้ตอบเลือก Δ และ \circ แทนผลลัพธ์ เขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงขั้นตอนที่ผู้ตอบต้องทำได้ดังนี้ $\circ = \{(10\Delta - 6) - (3\Delta - 8)\} \div 7$

เรื่องที่ 8 นักทายใจ มีแนวความคิดว่า ต้องการทายจำนวนที่เลือกไว้จากการคูณผลลัพธ์ด้วย 2 จึงต้องทำให้ผลลัพธ์เป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนที่ผู้ตอบเลือกไว้

สมมติผู้ตอบเลือก Δ และ \circ คือ ผลลัพธ์ จะได้ $\circ = \Delta \div 2$ (แต่เนื่องจาก Δ เป็นจำนวนคู่จึงเขียนได้ในรูป $2X$ ดังนั้น $\circ = 2X \div 2$ ซึ่งหารลงตัว) และเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงขั้นตอนที่ผู้ตอบต้องทำได้ดังนี้

$$\circ = [(\Delta + (\Delta - 2) - 18) \div 4] + 5$$

เรื่องที่ 9 จินรู้จำนวนของคุณ มีแนวความคิดว่า ต้องการหาจำนวนที่เลือกจากการลบผลลัพธ์ด้วย 3 จึงต้องทำให้ผลลัพธ์มากกว่าจำนวนที่ผู้ตอบเลือกอยู่ 3

สมมติผู้ตอบเลือก Δ และ \circ คือ ผลลัพธ์ จะได้ $\circ = \Delta + 3$ และเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงขั้นตอนที่ผู้ตอบต้องทำได้ดังนี้ $\circ = (6\Delta + 27 + 3\Delta) \div 9$

เรื่องที่ 10 เกมพิศวง มีแนวความคิดว่า ต้องการหาจำนวนที่เลือกจากการคูณผลลัพธ์ด้วย 2 แล้วบวกด้วย 1 จึงต้องทำให้ผลลัพธ์มีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของผลต่างของจำนวนที่เลือก และ 1

สมมติผู้ตอบเลือก Δ และ \circ คือ ผลลัพธ์ จะได้ $\circ = (\Delta - 1) \div 2$ (แต่เนื่องจาก Δ เป็นจำนวนคี่ เขียนได้ในรูป $2X + 1$ ดังนั้น $\circ = (2X + 1 - 1) \div 2$ จึงเป็นจำนวนเต็ม) และเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงขั้นตอนที่ผู้ตอบต้องทำได้ดังนี้

$$\circ = \{3(\Delta + 41) - 126\} \div 6$$

เรื่องที่ 11 คำตอบคืออะไร มีแนวความคิดว่า ต้องการให้ผลลัพธ์เป็นจำนวนคงที่ จึงต้องเพิ่มจำนวนคงที่เข้าไปและลบด้วยจำนวนที่ผู้ตอบเลือก

สมมติผู้ตอบเลือก Δ และ \circ คือ ผลลัพธ์ จะได้ $\circ = 5$ และเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงขั้นตอนที่ผู้ตอบต้องทำได้ดังนี้

$$\circ = [(\Delta + 108) \div 3 - 16] \div 4 - \Delta$$

เรื่องที่ 12 ทหารด้วย 8 มีแนวความคิดว่า ต้องการให้ผลลัพธ์หารด้วย 8 ลงตัว จึงใช้คุณสมบัติที่ว่า เมื่อนำจำนวนสองจำนวนที่หารด้วย 8 แล้วได้เศษเท่ากันมาหาผลต่าง ผลต่างที่ได้จะหารด้วย 8 ลงตัว และจำนวนที่มีเศษเท่ากับจำนวนที่เลือกอย่างแน่นอน ก็คือจำนวนที่ได้จากการทำตามขั้นตอนข้อที่ 2-5 ของเกมนี้

เรื่องที่ 13 นี้ก็แปลก มีแนวความคิดว่า ต้องการให้ผู้อ่านทราบว่ วิธีหาเศษของการหารด้วย 9 ทำได้หลายวิธีดังที่แสดงไว้ ดังนั้น เมื่อผู้ตอบบอกผลที่ได้ในข้อ 5 ผู้ทายจึงทายเศษของการหารด้วย 9 ในข้อ 2 และ 4 ได้

เรื่องที่ 14 หาเศษวิธีลัด เป็นการหาเศษจากการหารด้วย 4 ด้วยวิธีลัด ซึ่งต้องรู้หลักสิบและหลักหน่วยของจำนวนที่เป็นตัวตั้ง ดังนั้น เมื่อผู้ตอบบอกหลักสิบและหลักหน่วยแก่ผู้ทาย ผู้ทายจึงหาเศษได้อย่างเร็ว ไม่ว่าจำนวนที่เลือกจะแทนด้วยตัวเลขกี่หลัก

เรื่องที่ 15 เกมประหลาด มีแนวความคิดว่า ต้องการให้ทายจำนวนที่ผู้ตอบเลือกจากการหารผลลัพธ์ ด้วย 10 โดยไม่คำนึงถึงเศษ หรือตัดเลขโดดตัวท้ายของผลลัพธ์ ออก จึงใช้หลักการเปลี่ยนหลักของเลขโดดในตัวเลขแทนจำนวนที่ผู้ตอบเลือกจากการคูณด้วย 10

สมมติผู้ตอบเลือก Δ และ \circ คือ ผลลัพธ์ จะได้ $\circ = 10\Delta + X$ (เมื่อ X เป็นจำนวนน้อยกว่า 10) และเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงขั้นตอนที่ผู้ตอบต้องทำได้ดังนี้ $\circ = [(40\Delta + 296) \div 8] - 33 \times 2$



