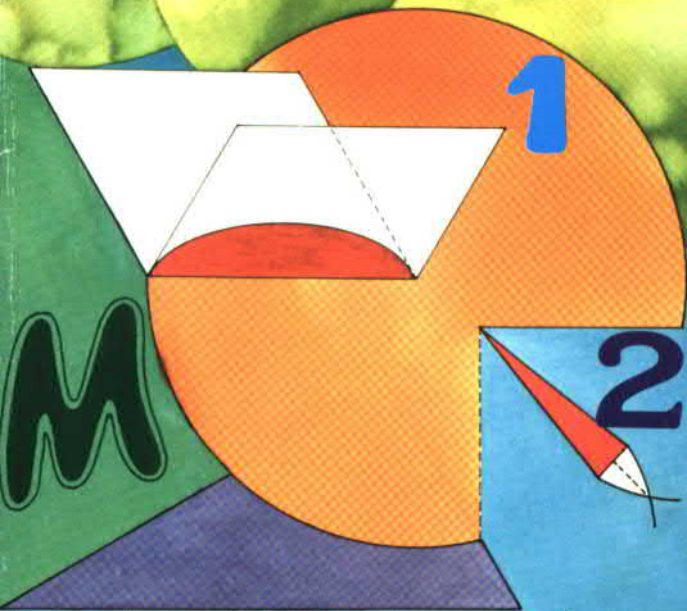


หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์

คณิตคิดด้วยภาพ



ระดับประถมศึกษา และ มัธยมศึกษาตอนต้น
กรมวิชาการ

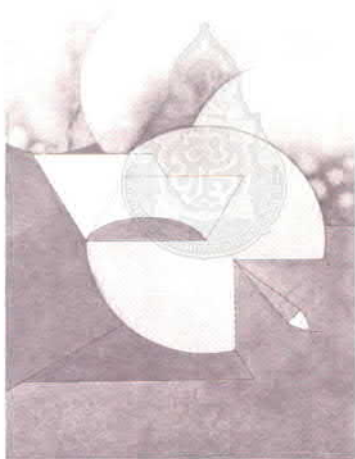


กระทรวงศึกษาธิการ

หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์

คณิตคิดด้วยภาพ

ระดับประถมศึกษาปีที่ ๔ - ๖ และระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



กรมวิชาการ

กระทรวงศึกษาธิการ

หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์

คณิตคิดด้วยภาพ

พิมพ์แจกครั้งที่ ๑ พ.ศ. ๒๕๓๙

จำนวนพิมพ์ ๕๐,๐๐๐ เล่ม

ลิขสิทธิ์ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

ISBN 974-268-1325





ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ
เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือในโรงเรียน

ด้วยกรมวิชาการได้จัดทำหนังสืออ่านเพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง คณิตคิดด้วยภาพ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ ๕-๖ และระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กระทรวงศึกษาธิการพิจารณาแล้วอนุญาตให้ใช้หนังสือนี้ในโรงเรียนได้

ประกาศ ณ วันที่ ๑๙ มีนาคม พ.ศ. ๒๕๓๙

(นายกมล ภูประเสริฐ)

รองปลัดกระทรวง ปฏิบัติราชการแทน
ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ คณิตคิดด้วยภาพ เล่มนี้จัดทำขึ้นสำหรับให้นักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ ๕-๖ และระดับมัธยมศึกษาตอนต้นใช้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต การแบ่งรูปเรขาคณิตให้ได้รูปที่เท่ากัน หรือการนำรูปมาประกอบเป็นรูปเหลี่ยมที่ต้องการโดยใช้วิธีการหมุนภาพหรือย้ายภาพทำให้สามารถวัดหรือคำนวณได้ง่ายขึ้น มีมุมมองในการแก้ปัญหาได้กว้างขวางขึ้น สนุกสนานเพลิดเพลิน นอกจากนี้ยังช่วยฝึกทักษะการสังเกต ทำให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตแบบต่างๆ มากขึ้น ก่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์

กรมวิชาการหวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจวิชาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ขอขอบคุณคณะกรรมการทุกท่านที่มีส่วนร่วมในการจัดทำไว้ ณ ที่นี้

สม อ. ๑๒๗

(นางกษมา วรวรรณ ณ อยุธยา)

อธิบดีกรมวิชาการ

๑๕ มีนาคม ๒๕๓๔

สารบัญ

	หน้า
คำแนะนำการใช้หนังสือ	
บทที่ ๑ พื้นที่	๑
ชุดรูปหลายเหลี่ยม	๑
ชุดครึ่งวงกลม	๔
ชุดวงกลม	๑๖
บทที่ ๒ การแบ่งรูป	๒๔
ภาคผนวก เฉลยแบบฝึก	๒๔
เฉลยบทที่ ๑	๓๐
เฉลยบทที่ ๒	๕๓



คำแนะนำการใช้หนังสือเรียน

หนังสือ “คณิตคิดด้วยภาพ” เล่มนี้ เนื้อหาประกอบด้วย
แบบฝึกทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ๒ ส่วนคือ

ส่วนที่ ๑ แบบฝึกทักษะเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูป
เรขาคณิตแบบต่าง ๆ ดังนี้

๑. รูปหลายเหลี่ยม
๒. รูปครึ่งวงกลม
๓. รูปวงกลม

ส่วนที่ ๒ แบบฝึกทักษะเกี่ยวกับการแบ่งรูปให้ได้รูปตาม
ที่ต้องการ

วิธีทำแบบฝึกทักษะ

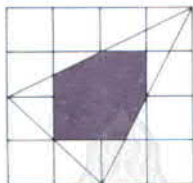
๑. ให้นักเรียนอ่านโจทย์
๒. พิจารณารูปที่โจทย์กำหนดให้ว่าเป็นรูปเรขาคณิต
ชนิดใด สามารถคำนวณได้จากสูตรที่นักเรียนทราบมาแล้วหรือไม่
๓. ให้นักเรียนลองย้ายหรือหมุนเพื่อให้เกิดรูปสามเหลี่ยม
สี่เหลี่ยม วงกลมหรือครึ่งวงกลมที่สามารถคำนวณหาพื้นที่ได้

บทที่ ๑

พื้นที่

๑. ชุดรูปหลายเหลี่ยมให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูปต่อไปนี้

๑.



ถ้ารูป [จ] * เล็กแต่ละรูปมีพื้นที่ ๑ ตารางหน่วย
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่าใด

๒.



จากรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าใด

- [จ] * สัญลักษณ์นี้แทนคำว่า สีเหลี่ยมจัตุรัส ในกรณีที่อักษรเปลี่ยนเป็น ผ ข ป หรือ ว จะหมายถึง สีเหลี่ยมผืนผ้า สีเหลี่ยมด้านขนาน สีเหลี่ยมขนมเบี่ยงกบุน และสีเหลี่ยมรูปว่าวตามลำดับ

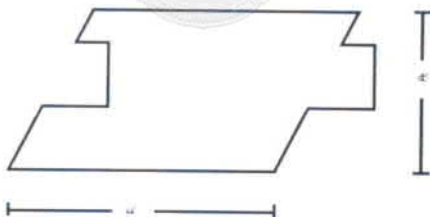
๒๖

๓.



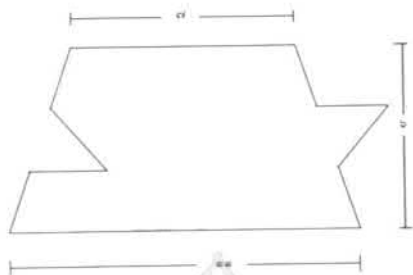
จากรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าใด

๔.



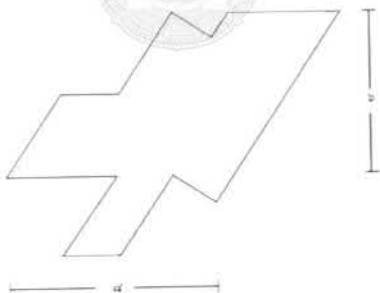
รูปนี้มีพื้นที่เท่าใด

๕.



รูปนี้มีพื้นที่เท่าใด

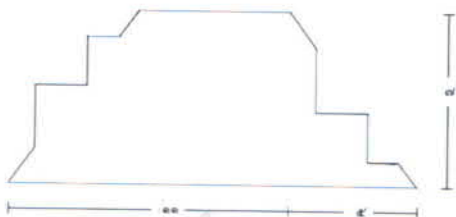
๖.



รูปนี้มีพื้นที่เท่าใด

๕

๗.



รูปนี้มีพื้นที่เท่าใด

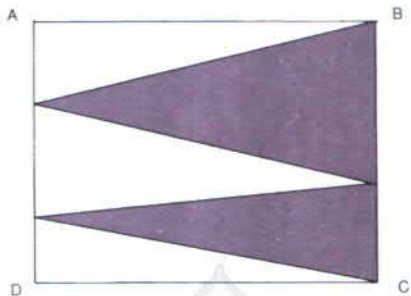
๘.



ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ ๑๖ ตารางหน่วย

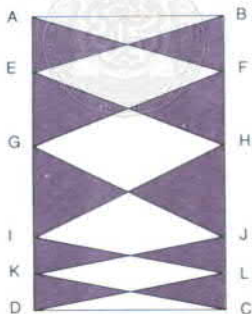
$BF = \frac{3}{4} BC$ และ $AE = \frac{3}{4} AD$ พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าใด

๙.



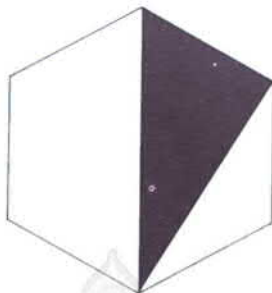
ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ ๔ ตารางหน่วย พื้นที่
ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าใด

๑๐.



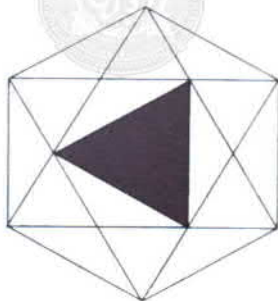
ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ ๓๒ ตารางหน่วย และ
 $AE = BF$, $EG = FH$, $GI = HJ$, $IK = JL$ และ $KD = LC$
พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าใด

๑๑.



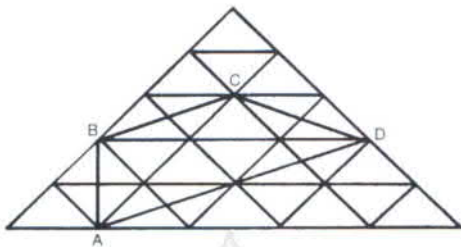
รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ามีพื้นที่ ๖ ตารางหน่วย ส่วนที่
แรเงามีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

๑๒.



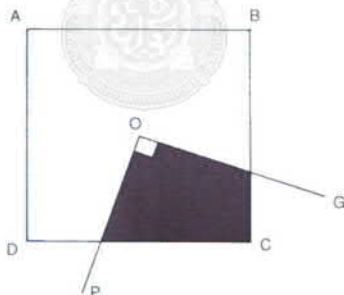
รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ามีพื้นที่ ๖ ตารางหน่วย ส่วนที่
แรเงามีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

๑๓.



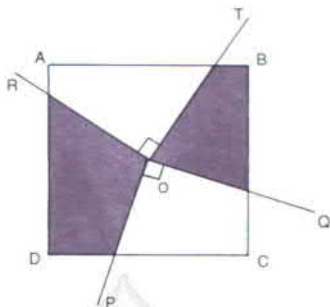
รูปสามเหลี่ยมเล็กๆ แต่ละรูปมีพื้นที่ ๑ ตารางหน่วย รูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

๑๔.



ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ ๔ ตารางหน่วย O เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD และมุม POQ เป็นมุมฉาก พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าใด

๑๕.

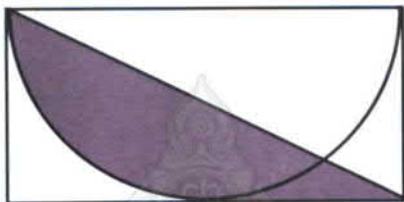


ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ ๔ ตารางหน่วย O เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มุม POQ และมุม ROT เป็นมุมฉาก พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าใด

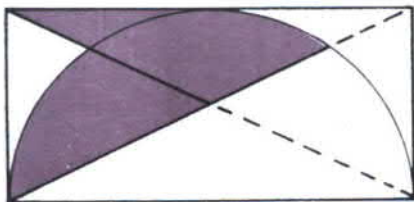
๒. ชุดเครื่องวงกลม

สำหรับข้อ ๑ - ๖ กำหนดให้เครื่องวงกลมพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย
บรรจุอยู่ในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าใด

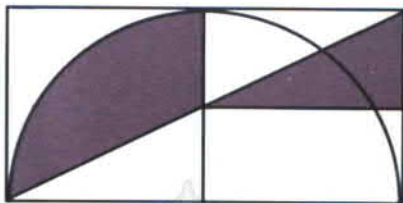
๑.



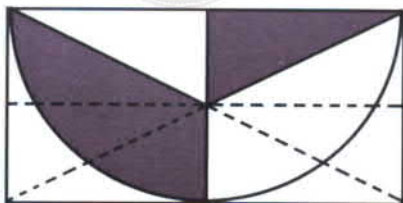
๒.



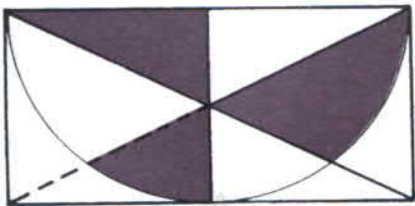
୩.



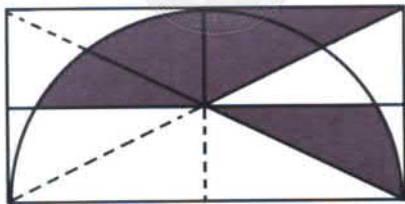
୧.



२.

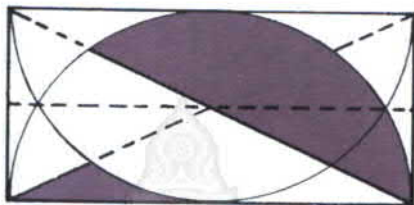


३.

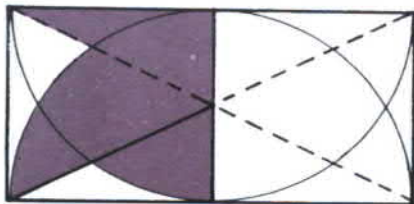


สำหรับข้อ ๗ - ๑๔ กำหนดให้ครึ่งวงกลม ๒ รูป บรรจบอยู่ภายในสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยครึ่งวงกลมแต่ละรูปมีพื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับเท่าใด

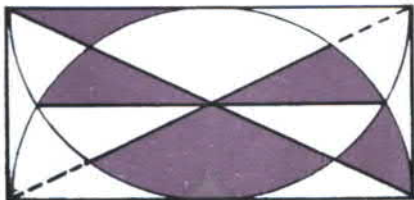
๗.



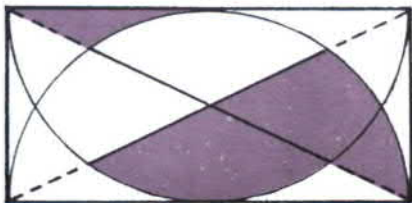
๘.



୧୧.

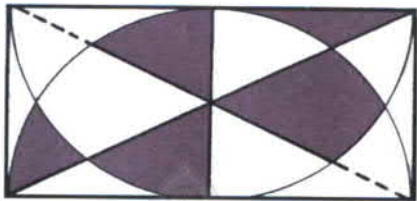


୧୦.

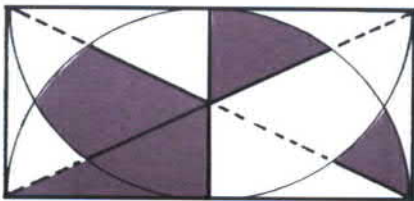


୧୧.

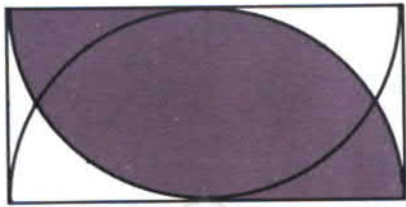
୧୧.



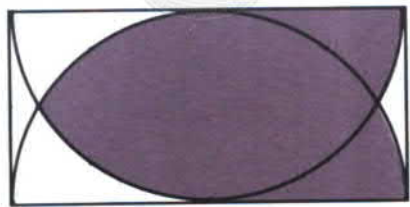
୧୧.



৯৭.



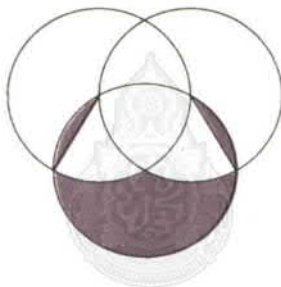
৯৮.



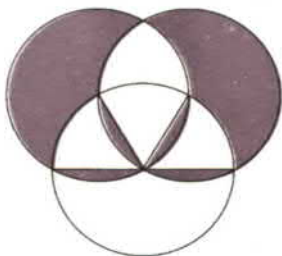
ก. ชุดวงกลม

สำหรับข้อ ๑ - ๖ กำหนดให้ วงกลม ๓ วง แต่ละวงมีพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย วงกลมทั้งสามตัดกันโดยที่เส้นรอบวงกลมแต่ละวงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมอื่นอีก ๒ วง ดังรูป ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เป็นเท่าใด

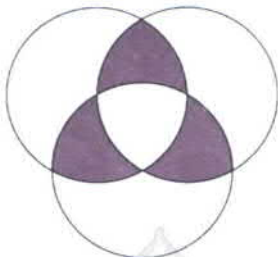
๑.



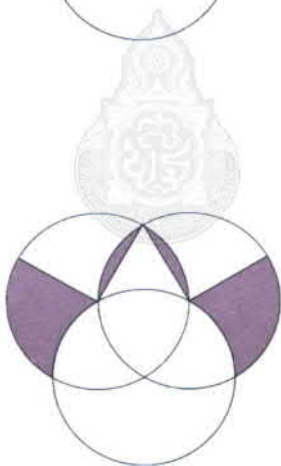
๒.

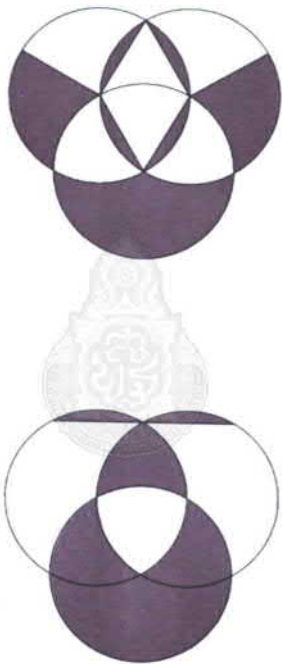


୩.



୪.



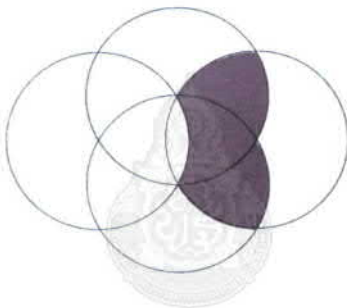


५

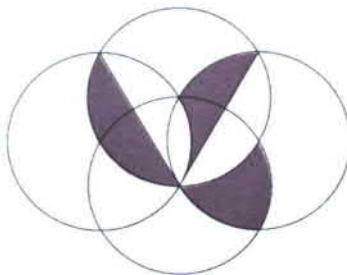
६

สำหรับข้อ ๗ - ๑๒ กำหนดให้วงกลม ๔ วง แต่ละวงมีพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย วงกลมคู่หนึ่งมีเส้นรอบวงผ่านจุดศูนย์กลางซึ่งกันและกัน วงกลมอีกคู่หนึ่งมีจุดตัดกันของวงกลมคู่แรกเป็นจุดศูนย์กลางดังรูป ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่าใด

๗.

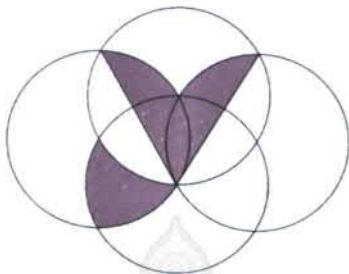


๘.

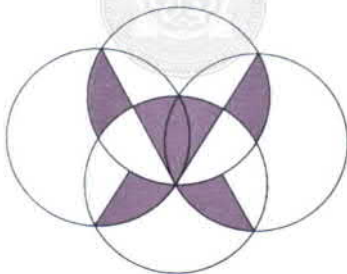


୧୦

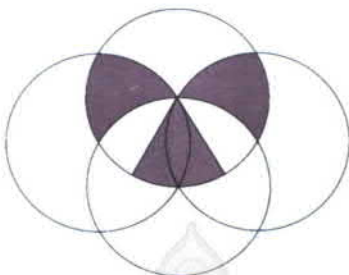
୧୧



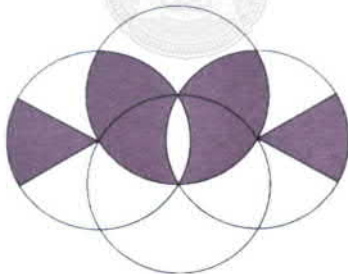
୧୨



100.



101.



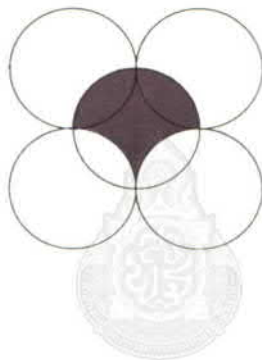
๑๓. วงกลม ๔ วง แต่ละวงมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว ๔ หน่วย วงกลมที่อยู่ตรงข้ามกันสัมผัสกัน ดังรูป และมีจุดสัมผัสร่วมกัน ถ้าลากเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัสจะได้เส้นสัมผัส ๒ เส้น ตั้งฉากกัน ส่วนที่แรเงาดังรูปมีพื้นที่เท่าใด



๑๔. วงกลม ๔ วง แต่ละวงมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว ๒ หน่วย วงกลมแต่ละวงสัมผัสกับวงกลมอีก ๒ วง วงกลมทั้ง ๔ วง ห่างจากจุด O เป็นระยะทางเท่ากัน ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่าใด



๑๕. วงกลม ๕ วง แต่ละวงมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว ๒ หน่วย
วงกลมวงกลางมีเส้นรอบวงผ่านจุดสัมผัส ๔ จุดของ
วงกลมทั้ง ๔ ดังรูป ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่าใด

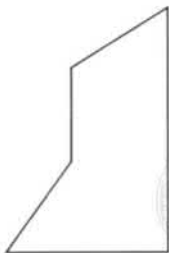


บทที่ ๒

การแบ่งรูป

๑. จงแบ่งรูปเหล่านี้ออกเป็นรูปเล็ก ๒ รูป ให้มีรูปร่างเหมือนกันและพื้นที่เท่ากัน

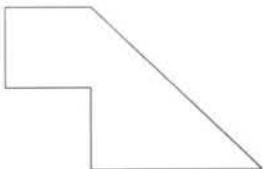
๑)



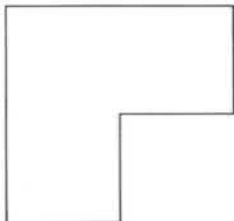
๒)



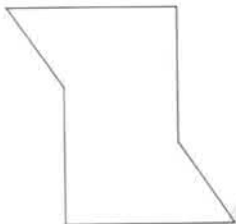
๓)



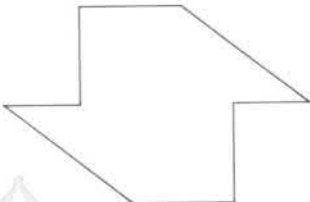
๔)



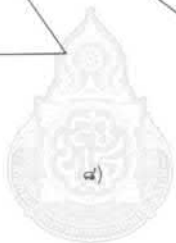
၁)



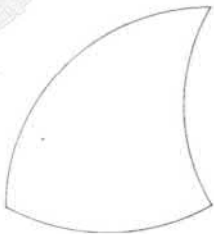
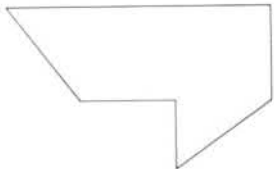
၂)



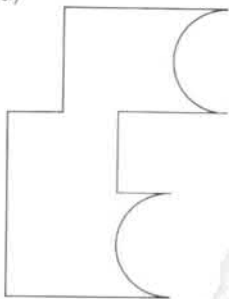
၃)



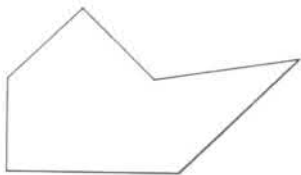
၄)



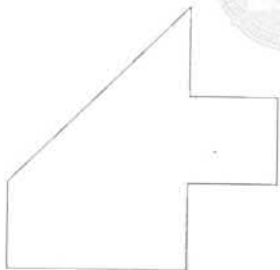
୧)



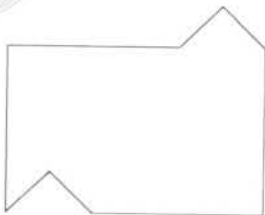
୧୦)



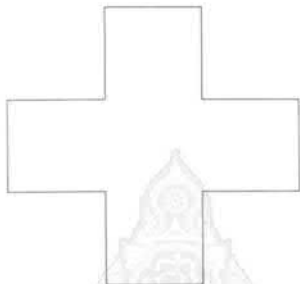
୧୧)



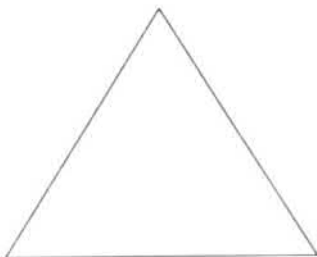
୧୨)



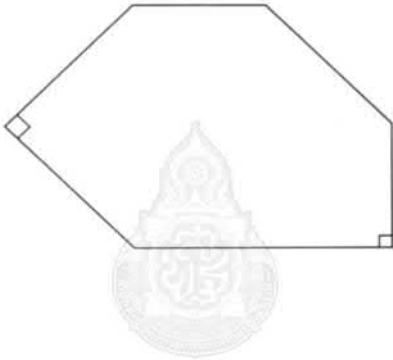
๒. จงแบ่งรูปกากบาทออกเป็นรูปเล็ก ๔ รูป (ไม่จำเป็นต้องคล้ายกันหรือเท่ากัน) แล้วนำรูปเล็กทั้ง ๔ นั้นมาประกอบกันให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



๓. จงแบ่งรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าออกเป็นรูปเล็ก ๔ รูป (ไม่จำเป็นต้องคล้ายกันหรือเท่ากัน) แล้วนำรูปเล็กทั้ง ๔ นั้น มาประกอบกันให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



๔. จงแบ่งรูปห้าเหลี่ยมด้านไม่เท่ารูปนี้ออกเป็นรูปเหลี่ยมเล็กๆ ๕ รูป (ไม่จำเป็นต้องคล้ายกันหรือเท่ากัน) แล้วนำรูปเล็กทั้ง ๕ นั้น มาประกอบให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



ภาคผนวก
เฉลยแบบฝึก

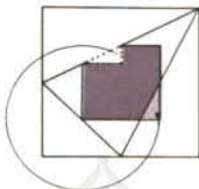


เฉลยบทที่ ๑

พื้นที่

๑. ชุดรูปหลายเหลี่ยม

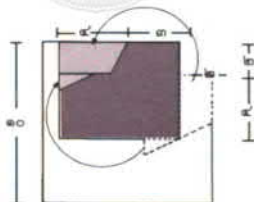
๑.



นำรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปบนมาต่อรูปสี่เหลี่ยมคางหมูจะได้รูปที่
ต่อเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด ๑ ตารางหน่วย และส่วนที่นำรูป
สามเหลี่ยมออกไป จะเหลือเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด ๐.๕
ตารางหน่วย

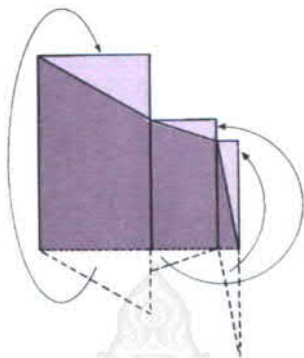
ดังนั้นพื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับ $๒ + ๑ + ๐.๕ = ๓.๕$ ตารางหน่วย

๒.

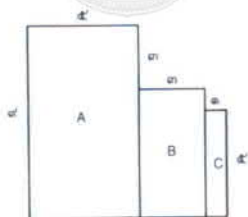


นำรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปล่างมาต่อส่วนด้านซ้ายของรูปและนำ
รูปสี่เหลี่ยมคางหมูมาต่อด้านบนซ้ายรูป จะเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด
 $๖ \times ๗ = ๔๒$ ตารางหน่วย

๓.



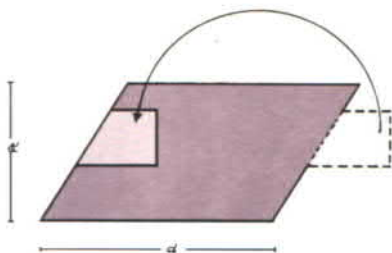
นำรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั้งสามไปต่อดังรูป จะได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า A, B และ C ดังรูป



$$\text{พื้นที่ที่แรเงาเท่ากับ } (4 \times 5) + (3 \times 6) + (1 \times 5) = 64$$

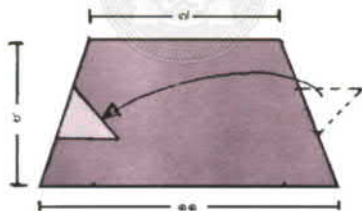
ตารางหน่วย

๔.



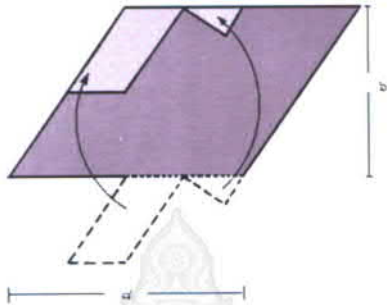
นำรูปสี่เหลี่ยมคางหมูทางด้านขวาไปต่อช่องว่าง ดังรูป จะได้รูปใหม่ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ฐานยาว ๔ หน่วย สูง ๕ หน่วย
 ดังนั้นรูปนี้มีพื้นที่ $๔ \times ๕ = ๒๐$ ตารางหน่วย

๕.



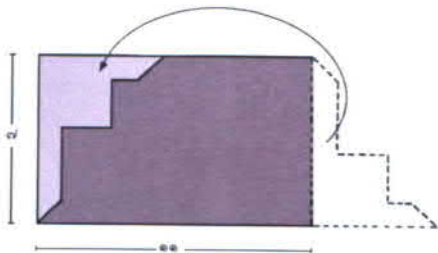
นำรูปสามเหลี่ยมที่ยื่นออกมาไปต่อตรงส่วนเว้าที่เป็นรูปสามเหลี่ยม เมื่อต่อแล้วจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู เท่ากับ $\frac{๑}{๒} \times (\text{ผลบวกความยาวของด้านคู่ขนาน}) \times \text{สูง}$
 ดังนั้นรูปนี้มีพื้นที่ $\frac{๑}{๒} \times (๗ + ๑๑) \times ๖ = ๕๔$ ตารางหน่วย

๖.



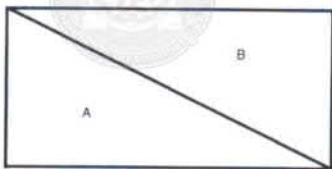
นำรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสามเหลี่ยมด้านล่างไปต่อด้านบนซ้าย
 ดังรูป จะได้รูปใหม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ฐานยาว ๘ หน่วย
 สูง ๖ หน่วย
 ดังนั้นรูปนี้มีพื้นที่ $๘ \times ๖ = ๔๘$ ตารางหน่วย

๗.



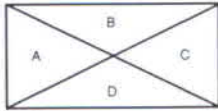
นำรูปหลายเหลี่ยมทางด้านขวาไปต่อทางด้านซ้ายดังรูป จะได้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด $๗ \times ๑๑ = ๗๗$ ตารางหน่วย

แนวคิดสำหรับข้อ ๘-๑๐



เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ย่อมแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากัน

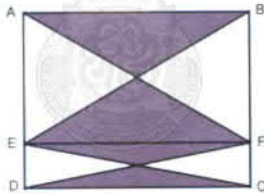
จากรูป รูปสามเหลี่ยม A มีพื้นที่เท่ากับรูปสามเหลี่ยม B นอกจากนี้พื้นที่รูปสามเหลี่ยม A เป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่



เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองเส้นย่อมแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสี่รูปที่มีพื้นที่เท่ากัน

จากรูป รูปสามเหลี่ยม A, B, C และ D ต่างก็มีพื้นที่เท่ากัน นอกจากพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม A เป็นหนึ่งในสี่ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และผลบวกของพื้นที่รูป A กับ C เท่ากับ ผลบวกของพื้นที่รูป B กับ D และเท่ากับครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่

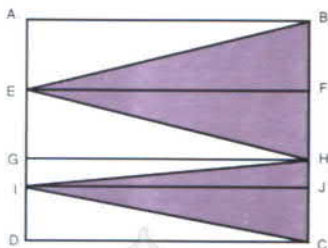
๘.



ลากส่วนของเส้นตรง EF จะได้ ABFE และ EFCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มี AF และ BE เป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABFE มี EC และ DF เป็นเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า EFCD

$$\begin{aligned}
 \text{จึงได้พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \frac{๑}{๒} \text{ พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า ABFE} + \frac{๑}{๒} \text{ พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า EFCD} \\
 &= \frac{๑}{๒} \text{ พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD} \\
 &= \frac{๑}{๒} \times ๑๖ \\
 &= ๘ \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

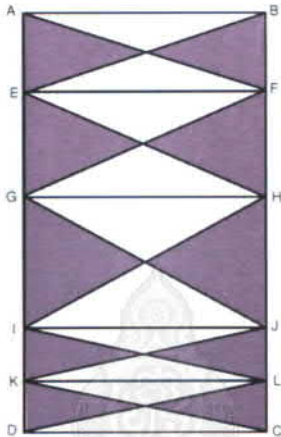
๔.



ลากส่วนของเส้นตรง EF และ GH และ IJ ให้ตั้งฉากกับ BC จะทำให้สรุปได้ว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีส่วนที่แรเงาบรรจุอยู่

$$\begin{aligned}
 \text{จึงได้พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \frac{๑}{๒} \times \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า } ABCD \\
 &= \frac{๑}{๒} \times ๔ \\
 &= ๒ \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

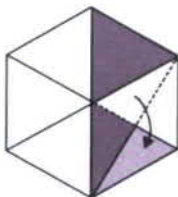
๑๐.



ลากส่วนของเส้นตรง EF, GH, IJ และ KL จะพบว่าส่วนที่แรเงาที่อยู่ในส่วนที่เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตัดกันจะมีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$\begin{aligned}
 \text{จึงได้ส่วนที่แรเงาทั้งหมดมีพื้นที่} &= \frac{1}{2} \times \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า } ABCD \\
 &= \frac{1}{2} \times ๓๒ \\
 &= ๑๖ \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

๑๑.



ย้ายส่วนที่แรเงาดังภาพจะได้รูปสามเหลี่ยมส่วนที่แรเงาสองรูปแต่ละรูปมีพื้นที่เป็นหนึ่งในหกของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \frac{2}{6} \times \text{พื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า} \\
 &= \frac{2}{3} \times 6 \\
 &= 2 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

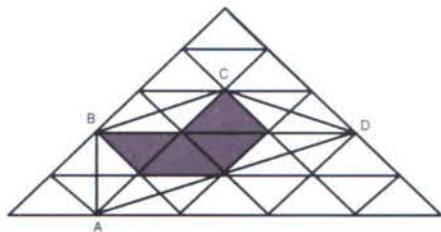
๑๒.



ลากส่วนของเส้นตรงจากมุมยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมที่แรเงาไปยังจุดศูนย์กลางวงกลมที่ล้อมรอบรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่า จะมีรูปสามเหลี่ยม ๓ รูป แต่ละรูปจะมีพื้นที่เป็น ๑ ใน ๑๘ ของพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่า

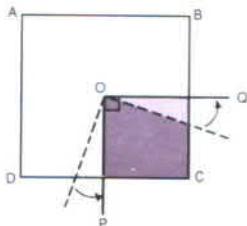
$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \frac{3}{18} \times \text{พื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า} \\
 &= \frac{1}{6} \times 6 \\
 &= 1 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

๑๓.



ภายในรูปสี่เหลี่ยม ABCD ส่วนที่แรเงานั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมพื้นที่ ๓ ตารางหน่วย ๔ รูป ส่วนที่เหลือถ้าสังเกตให้ดีจะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแต่ละรูปจะประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยมพื้นที่ ๓ ตารางหน่วย ๒ รูป ดังนั้นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่รูปสามเหลี่ยมเล็กบรรจุอยู่จึงมีพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย รูปสามเหลี่ยมจึงมีพื้นที่ ๓ ตารางหน่วย รูปสามเหลี่ยมที่ไม่ได้แรเงาและอยู่ภายในรูปสี่เหลี่ยม ABCD มี ๕ รูป แต่ละรูปมีพื้นที่ ๓ ตารางหน่วย รวมพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม ABCD = ๕ + ๔ = ๙ ตารางหน่วย

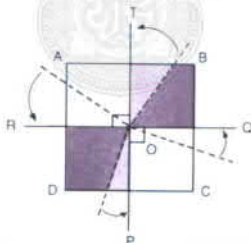
๑๔.



หมุนมุมฉาก POQ ให้ OQ ตั้งฉากกับ BC จะพบว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่ากับหนึ่งในสี่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \frac{1}{4} \times \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} \\ &= \frac{1}{4} \times ๔ \\ &= ๑ \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

๑๕.



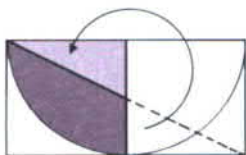
หมุนมุมฉาก POQ และ ROT ดังรูปจะเห็นได้ว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \frac{1}{2} \times \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} \\ &= \frac{1}{2} \times ๔ \\ &= ๒ \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

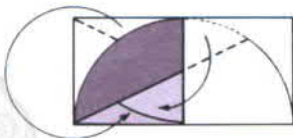
๒. ชุดเครื่องวงกลม

ข้อ ๑ - ๑๒ ข่ายรูปตามลูกศรชี้จะได้รูปที่เป็นรูปหนึ่งในสี่ของวงกลม
ส่วนที่แรเงาจึงมีพื้นที่ $\frac{1}{4} \times ๔ = ๑$ ตารางหน่วย

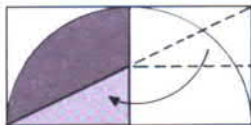
๑.



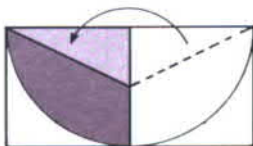
๒.



๓.



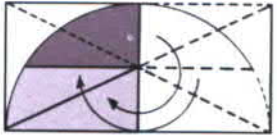
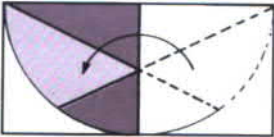
๔.



10

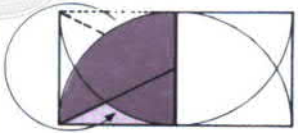
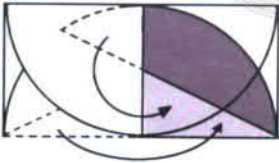
11

12



13

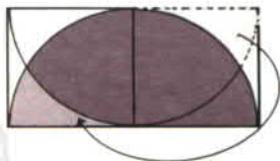
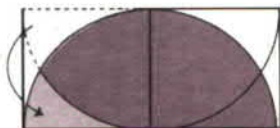
14



ข้อ ๑๓ - ๑๔ ย้ายรูปตามลูกศรซึ่งจะได้รูปที่เป็นรูปครึ่งวงกลม ซึ่งมีพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย

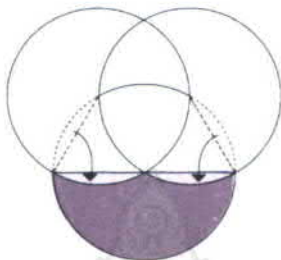
๑๓.

๑๔.



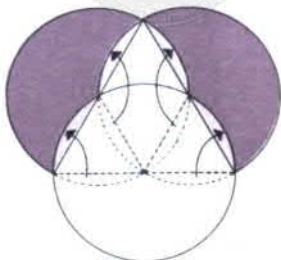
๓. ชุดวงกลม

๑.



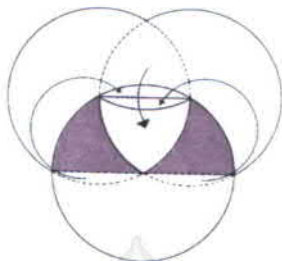
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๑ ตารางหน่วย

๒.



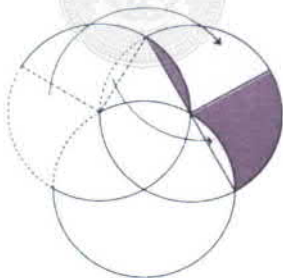
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย

๓.



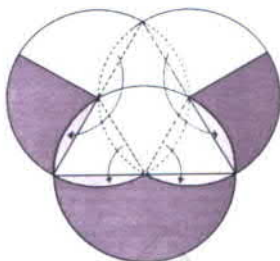
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๑ ตารางหน่วย

๔.



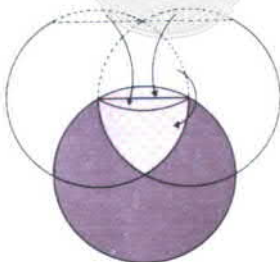
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๑ ตารางหน่วย

๕.



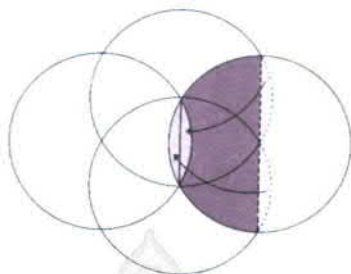
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย

๖.



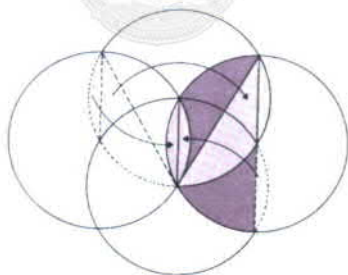
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย

๗.



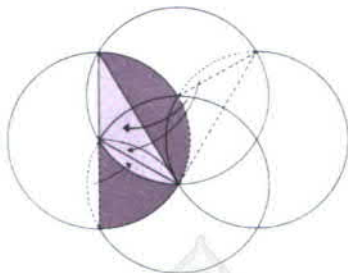
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๑ ตารางหน่วย

๘.



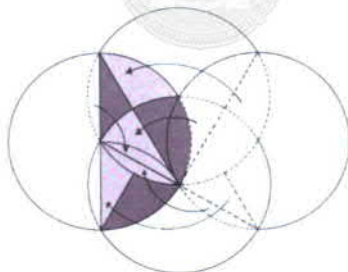
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๑ ตารางหน่วย

๙.



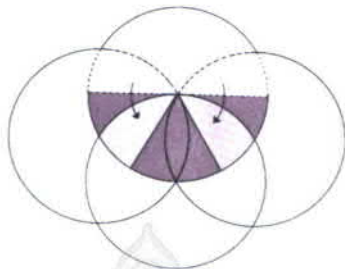
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย

๑๐.



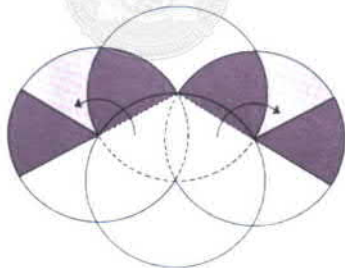
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๑ ตารางหน่วย

๑๑.



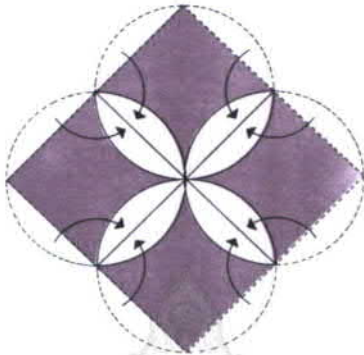
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๑ ตารางหน่วย

๑๒.



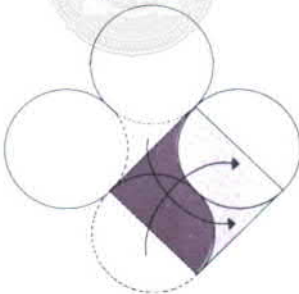
ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ ๒ ตารางหน่วย

๑๓.



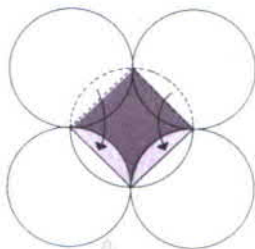
เมื่อแปลงรูปแล้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีเส้นทแยงมุมยาว ๘ หน่วย จึงมีพื้นที่ $๒ \times ๘ \times ๘ = ๓๒$ ตารางหน่วย

๑๔.



เมื่อแปลงรูปแล้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาว ด้านละ ๒ หน่วย จึงมีพื้นที่ $๒ \times ๒ = ๔$ ตารางหน่วย

๑๕.

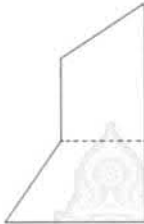


เมื่อแปลงรูปแล้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเส้นทแยงมุมยาว
 ๒ หน่วย จึงมีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ตารางหน่วย



เฉลยบทที่ ๒ การแบ่งรูป

- ๑) จงแบ่งรูปเหล่านี้ออกเป็นรูปเล็ก ๒ รูป ให้มีรูปร่างเหมือนกันและพื้นที่เท่ากัน



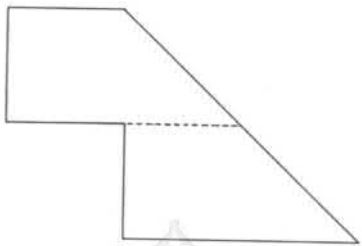
๒)



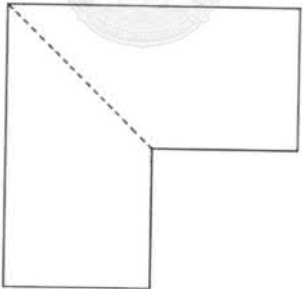
เนื่องจากรูปนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจึงมีจุดตัดของเส้นทแยงมุมเป็นจุดสมมาตร เมื่อลากส่วนของเส้นตรงให้ผ่านจุดตัดของเส้นทแยงมุม ของรูป ก็จะแบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าออกเป็น ๒ ส่วนเท่ากันได้หลายแบบ

४४

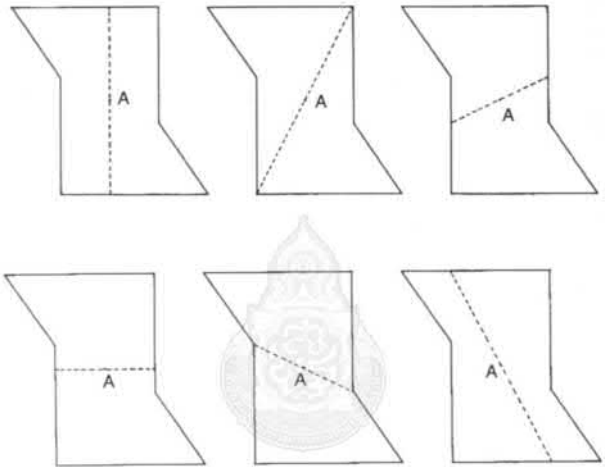
म)



क)



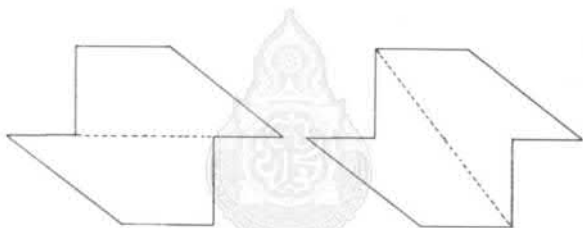
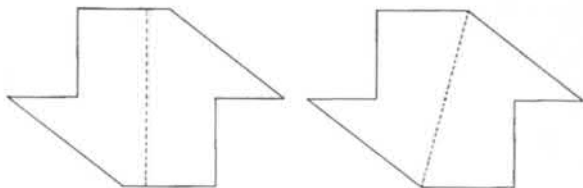
๕)



เนื่องจากรูปนี้เป็นรูปที่สมมาตรเทียบกับจุด A เมื่อลากส่วนของเส้นตรงให้ผ่านจุด A ก็จะได้แบ่งรูปออกเป็นรูปเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

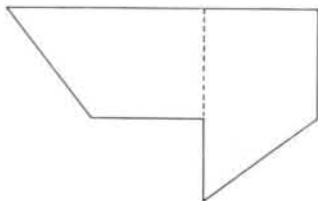
๕๖

๖)

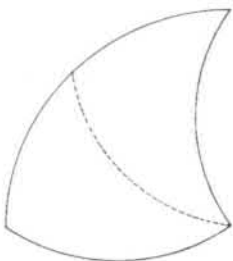


แบ่งได้หลายแบบเหตุผลทำนองเดียวกับข้อ ๕

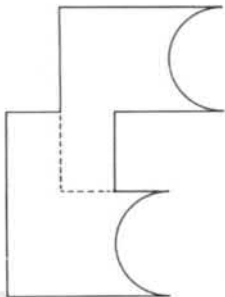
๗)



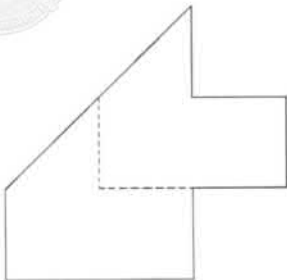
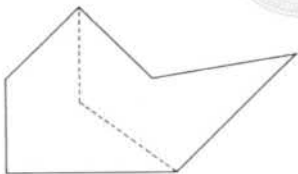
୩)

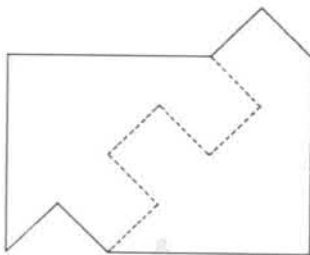


୪)

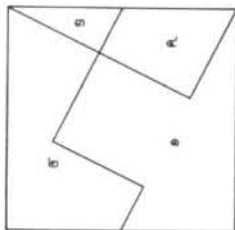
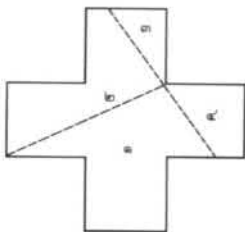


୫)

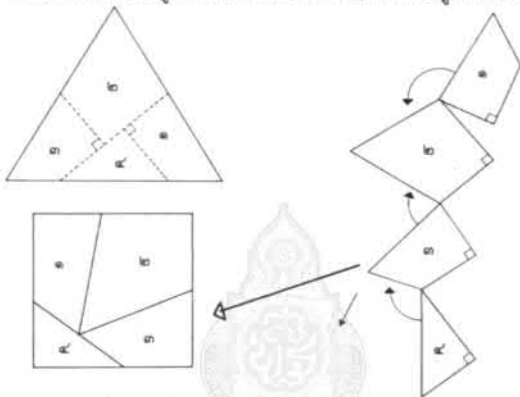




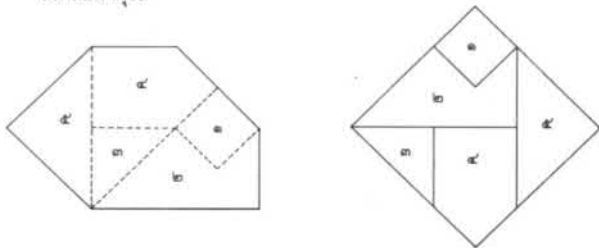
๒. แบ่งรูปกากบาทออกเป็นรูปเล็ก ๔ รูป (ไม่จำเป็นต้องคล้ายกันหรือเท่ากัน)
แล้วนำรูปเล็กทั้ง ๔ นั้นมาประกอบให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



๓. แบ่งรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าออกเป็นรูปเล็ก ๔ รูป (ไม่จำเป็นต้องคล้ายกันหรือเท่ากัน) แล้วนำรูปเล็กทั้ง ๔ นั้นมาประกอบกันให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



๔. แบ่งรูปห้าเหลี่ยมด้านไม่เท่าออกเป็นรูปเหลี่ยมเล็กๆ ๕ รูป (ไม่จำเป็นต้องคล้ายกันหรือเท่ากัน) แล้วนำรูปเล็กทั้ง ๕ นั้นมาประกอบกันให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



คณะผู้จัดทำ

นางจารุณี สุตะบุตร	ที่ปรึกษา
ผู้อำนวยการศูนย์พัฒนาหนังสือ	ที่ปรึกษา
นางสาวเอิบบุญ สุทธิประภา	ประธานกรรมการ
นายประสาธ สอ้านวงศ์	รองประธานกรรมการ
นางฉัฏฐ์ กาญจนพิทักษ์	กรรมการ
นายกมล เอกไทยเจริญ	กรรมการ
นายศักดิ์ดา บุญโต	กรรมการ
นางสาวจงดี วงศ์พรภักดี	กรรมการ
นายทรงวิทย์ สุวรรณธาดา	กรรมการ
นางมาลินี ผลไธการ	กรรมการ
นางสาววิณา อัครธรรม	กรรมการและเลขานุการ

ผู้เขียน

นายศักดิ์ดา บุญโต

ผู้ตรวจขึ้นสุดท้าย

นายประสาธ สอ้านวงศ์

บรรณาธิการ

นางสาววิณา อัครธรรม



