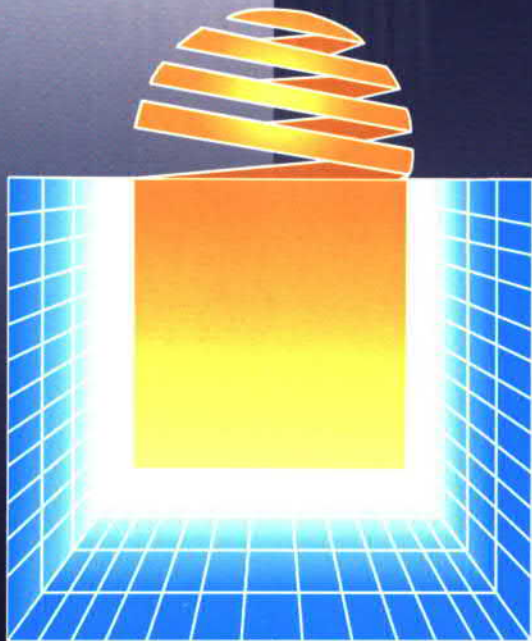


หนังสืออ่านเพิ่มเติม วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง

ทรงสามมิติ



ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น



กระทรวงศึกษาธิการ

19/5
หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์

ทรงสามมิติ

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์

ทรงสามมิติ

พิมพ์แจกครั้งที่ 1 พ.ศ. 2541

จำนวนพิมพ์ 15,000 เล่ม

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

ISBN : 974 - 268 - 5541



511.13 กรมวิชาการ.

ก-ท หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ

กระทรวงศึกษาธิการ.

54 หน้า; 21 เซนติเมตร

ISBN : 974 - 268 - 5541

1. คณิตศาสตร์ - อ่านเพิ่มเติม - ระดับมัธยมศึกษา.

2. ชื่อเรื่อง.



ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ
เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือในโรงเรียน

ด้วยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้จัดทำหนังสืออ่านเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เรื่อง ทรงสามมิติ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ขึ้น กระทรวงศึกษาธิการพิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้หนังสือนี้ในโรงเรียนได้

ประกาศ ณ วันที่ 10 กันยายน พ.ศ. 2540

(นายพนม พงษ์ไพบูลย์)

รองปลัดกระทรวง ปฏิบัติราชการแทน
ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

ด้วยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้จัดทำหนังสืออ่านเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เรื่อง ทรงสามมิติ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ขึ้น เนื้อหาในหนังสือส่วนใหญ่จะเกี่ยวกับการสร้างรูปทรงสามมิติอย่างง่าย การพิจารณามิติต่างๆ ของทรงสามมิตินั้น ตลอดจนการหาความสัมพันธ์ของมิติต่างๆ นักเรียนควรได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ตามที่ได้เสนอไว้ในหนังสือ ซึ่งจะช่วยให้มีมุมมองในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปทรงสามมิติมากยิ่งขึ้น

กรมวิชาการหวังว่า หนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ในการวางพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับทรงสามมิติต่างๆ ไป เพื่อความเข้าใจและความสามารถในการจินตนาการเกี่ยวกับทรงสามมิติที่ซับซ้อนขึ้นไปได้ และขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนบุคคลและหน่วยงานอื่นที่มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดทำไว้ ณ โอกาสนี้



(นายสงบ ลักษณะ)

อธิบดีกรมวิชาการ

5 กันยายน 2540

คำชี้แจง

หนังสืออ่านเพิ่มเติมเรื่องทรงสามมิติเล่มนี้ เหมาะสำหรับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและผู้สนใจทั่วไป เนื้อหาส่วนใหญ่เกี่ยวกับการสร้างรูปทรงสามมิติอย่างง่าย การพิจารณามิติต่างๆ ของทรงสามมิตินั้น ตลอดจนการหาความสัมพันธ์ของมิติต่างๆ จึงนับได้ว่าเป็นการวางพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับทรงสามมิติต่างๆ ไป เพื่อความเข้าใจและความสามารถในการจินตนาการเกี่ยวกับทรงสามมิติที่ซับซ้อนขึ้นไป

เพื่อให้การศึกษาหนังสือเล่มนี้ได้ผล ผู้ศึกษาควรได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ตามที่ได้เสนอแนะไว้ และควรนำความรู้ที่ได้ไปใช้ประติษฐานศิลปะต่างๆ ตามที่โอกาสจะอำนวย

หากผู้อ่านมีปัญหาในการอ่านเนื้อหา การตอบคำถามหรือการทำตามคำสั่ง ก็อาจถามครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคยในเรื่องนี้หรือถามข้อสงสัยไปที่ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท. ก็ได้

คณะกรรมการฯ ผู้จัดทำหนังสือ ได้พยายามจัดทำให้ดีที่สุด อย่างไรก็ตาม อาจมีข้อบกพร่องอยู่บ้าง หากผู้อ่านท่านใดมีข้อเสนอแนะเพื่อการปรับปรุงแก้ไข ขอได้โปรดส่งข้อคิดเห็นไปที่ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท. 924 สุขุมวิท กทม. 10110 จักเป็นพระคุณยิ่ง

คณะกรรมการจัดทำหนังสืออ่านเพิ่มเติม

วิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

สารบัญ

บทที่ 1	ทรงสามมิติ	1
บทที่ 2	ปริซึม	24
บทที่ 3	พีระมิด	30
ภาคผนวก	เฉลยคำถามและแบบฝึกหัด	43



บทที่ 1

ทรงสามมิติ

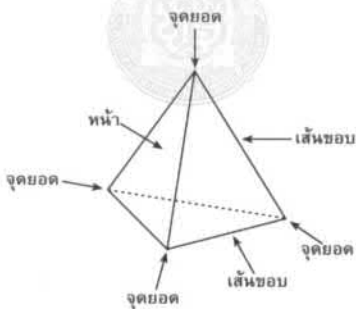
ทรงสามมิติมีความหมายอย่างเดียวกับรูปทรงที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว วัตถุหรือสิ่งของที่เป็นของแข็งเป็นตัวอย่างของทรงสามมิติ นักเรียนทุกคนคุ้นเคยและอยู่ท่ามกลางทรงสามมิติตลอดเวลา อุปกรณ์ที่มีลักษณะเป็นทรงสามมิติซึ่งให้ความสนุกสนานและความเพลิดเพลินแก่นักเรียน ได้แก่ เครื่องดนตรีและเครื่องกีฬาต่างๆ ข้างล่างนี้เป็นตัวอย่างของสิ่งของที่มีลักษณะเป็นทรงสามมิติที่น่าสนใจ



ทรงสามมิติรอบตัวเราประกอบด้วยทรงสามมิติที่เกิดขึ้นโดยธรรมชาติ เช่น ต้นไม้ ก้อนหิน และภูเขา และทรงสามมิติที่มนุษย์เราสร้างขึ้นมา เช่น อาคาร บ้านเรือน โต๊ะ เก้าอี้ บ้างก็มีรูปร่างเป็นระเบียบ บ้างก็มีรูปร่างไม่เป็นระเบียบ ในที่นี้จะกล่าวถึงทรงหลายหน้าซึ่งเป็นทรงสามมิติที่น่าสนใจและมีความสัมพันธ์กับรูปเรขาคณิตที่นักเรียนคุ้นเคย

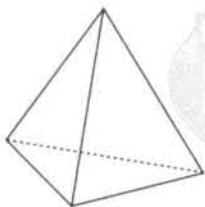
ทรงหลายหน้าปรกติ

ทรงหลายหน้าในวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ทรงสามมิติที่เกิดจากการปิดล้อมด้วยรูปเหลี่ยมทางเรขาคณิตอย่างน้อยสี่รูป เช่น ทรงสี่หน้า มีลักษณะดังนี้

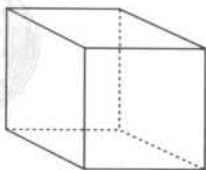


นักเรียนจะสังเกตเห็นว่า ทรงสี่หน้าข้างต้นประกอบด้วยหน้า 4 หน้า ที่แต่ละหน้าเป็นรูปเหลี่ยม เส้นขอบ 6 เส้น ที่แต่ละเส้นขอบเป็นส่วนของเส้นตรงและจุดยอด 4 จุด

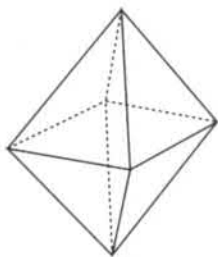
ในกรณีที่ทรงหลายหน้านั้นมีหน้าทุกหน้าเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าชนิดเดียวกันที่มีขนาดเท่ากัน และเส้นขอบที่มาพบกันที่จุดยอดแต่ละจุดมีจำนวนเท่ากัน เรียกว่า ทรงหลายหน้าปกติ (regular polyhedron) นักคณิตศาสตร์ได้แสดงให้เห็นจริงแล้วว่าทรงหลายหน้าปกติมีด้วยกันห้าชนิดด้วยกันดังนี้



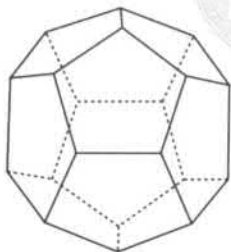
ทรงสี่หน้าปกติ
(regular tetrahedron)



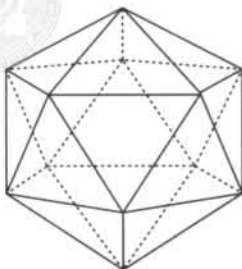
ทรงหกหน้าปกติ
(regular hexahedron)



ทรงแปดหน้าปกติ
(regular octahedron)



ทรงสิบสองหน้าปกติ
(regular dodecahedron)



ทรงยี่สิบหน้าปกติ
(regular icosahedron)

ประวัติความเป็นมาของทรงหลายหน้าปรกติทั้งห้าชนิดนี้ไม่มีผู้บันทึกไว้ แต่พบว่ามีผู้กล่าวถึงทรงสามมิติปรกติ (regular solids) ในหนังสือเอลิเมนต์ส (Elements) เล่มที่ 13 ของยูคลิด (Euclid) บันทึกว่าสำนักพีทาโกเรียน (Pythagorean school) เป็นผู้พบสมบัติทางคณิตศาสตร์ของทรงหลายหน้าปรกติ 3 แบบ คือ ทรงสี่หน้าปรกติ ทรงหกหน้าปรกติ และทรงสิบสองหน้าปรกติ ส่วนทรงแปดหน้าปรกติและทรงยี่สิบหน้าปรกตินั้น อีเทตุส (Theaetetus) เป็นผู้พบสมบัติทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม เพลโต (Plato) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับรายละเอียดและการสร้างทรงสามมิติครบทั้งห้าชนิด

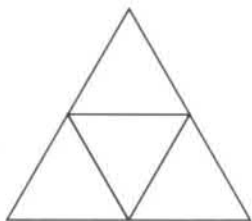
ดังนั้นบางแห่งจึงเรียกทรงสามมิติทั้งห้าชนิดนี้ว่า **ทรงสามมิติของเพลโต (Platonic solids)** ชาวกรีกโบราณเชื่อว่าทรงสามมิติทั้งห้าชนิดมีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบต่างๆ ของจักรวาล คือ ทรงสี่หน้าปรกติ ทรงหกหน้าปรกติ ทรงแปดหน้าปรกติ ทรงยี่สิบหน้าปรกติ และทรงสิบสองหน้าปรกติ สัมพันธ์กับ ไฟ ดิน ลม น้ำ และจักรวาล ตามลำดับ

การสร้างทรงหลายหน้าปรกติ

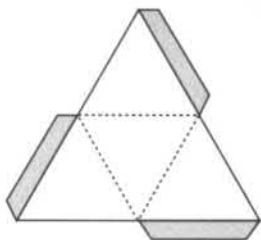
ให้นักเรียนสร้างทรงหลายหน้าปรกติโดยใช้กระดาษที่มีความหนาพอสมควร ดังต่อไปนี้

1. ทรงสี่หน้าปรกติ

สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าให้มีขนาดพอสมควร ลากเส้นต่อจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมดังรูป ก แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาบต่อออกไป (ส่วนที่แรเงา) ดังรูป ข

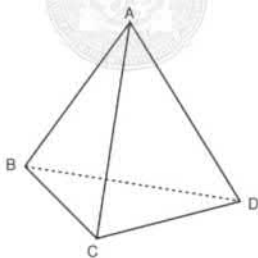


รูป ก



รูป ข

ตัดรูป ข ตามรอยเส้นทึบ หักตามรอยเส้นประแล้วติดกาให้
ส่วนที่ใช้สำหรับติดกาอยู่ด้านใน เมื่อประกอบเสร็จแล้ว ก็จะได้ทรง
สี่หน้าปรกติที่มีลักษณะดังรูป

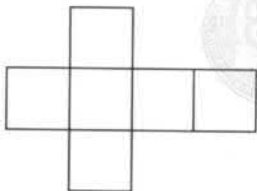


เมื่อนักเรียนสำรวจทรงสี่หน้าปกติที่ได้ นักเรียนจะพบว่าทรงสี่หน้าปกติ ABCD ข้างต้นประกอบด้วย

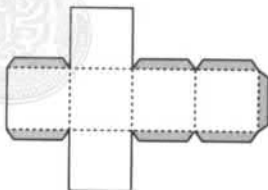
- 1) จุดยอด 4 จุด คือ จุด A, B, C, และ D แต่ละจุดมีเส้นขอบมาพบกัน 3 เส้น
- 2) เส้นขอบ 6 เส้น คือ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AD}$, $\overline{DB}$ และ $\overline{CD}$
- 3) หน้า 4 หน้าคือ $\triangle ABC$, $\triangle BCD$, $\triangle CDA$ และ $\triangle DAB$

2. ทรงหกหน้าปกติหรือลูกบาศก์

สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาดเท่ากัน 6 รูป ดังรูป ก แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาบ ดังรูป ข

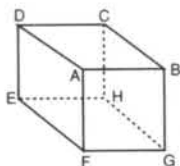


รูป ก



รูป ข

ตัดรูป ข ตามรอยเส้นทึบ พับตามรอยเส้นประ แล้วติดกาบ เมื่อประกอบเสร็จแล้ว จะได้ทรงหกหน้าปกติที่มีลักษณะดังรูป

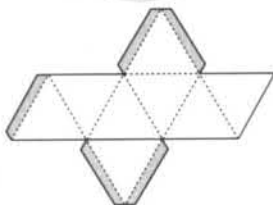


ให้นักเรียนสำรวจทรงหกหน้าปกติ ABCDEFGH แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

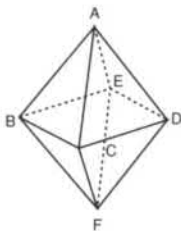
- 1) มีจุดยอดกี่จุด จุดใดบ้าง แต่ละจุดมีเส้นขอบมาพบกันกี่เส้น
- 2) มีเส้นขอบกี่เส้น เส้นขอบใดบ้าง
- 3) มีหน้ากี่หน้า หน้าใดบ้าง และแต่ละหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

3. ทรงแปดหน้าปกติ

สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีขนาดเท่ากัน 8 รูป แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาวดังรูป



ตัดตามรอยเส้นทึบ พับตามรอยเส้นประแล้วติดกาว
เมื่อประกอบเสร็จจะได้ทรงแปดหน้าปกติที่มีลักษณะดังรูป

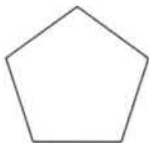


ให้นักเรียนสำรวจทรงแปดหน้าปกติ ABCDEF แล้วตอบ
คำถามต่อไปนี้

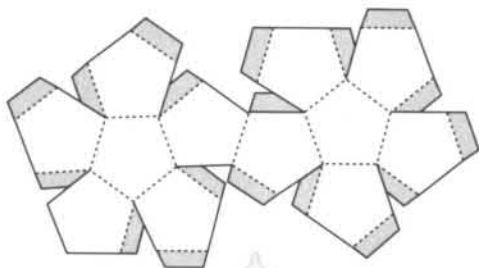
- 1) มีจุดยอดกี่จุด แต่ละจุดมีเส้นขอบมาพบกันกี่เส้น
- 2) มีเส้นขอบกี่เส้น
- 3) มีหน้ากี่หน้า แต่ละหน้าเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใด

4. ทรงสิบสองหน้าปกติ

ใช้กระดาษลอกลายลอกรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าตามรูป ก
จำนวน 12 รูป โดยเขียนต่อกันและสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาวยให้ได้
ดังรูป ข

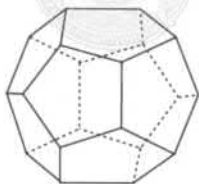


รูป ก



รูป ข

ตัดตามรอยเส้นทึบ พับตามรอยเส้นประแล้วติดกาว เมื่อประกอบเสร็จจะได้ทรงสิบสองหน้าที่มีลักษณะดังรูป

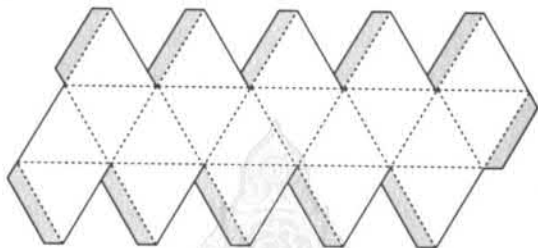


ให้นักเรียนสำรวจทรงสิบสองหน้าปรกติที่ได้แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

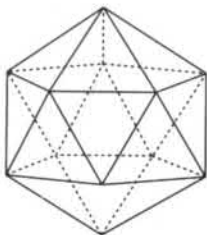
- 1) มีจุดยอดกี่จุด แต่ละจุดมีเส้นขอบมาพบกันกี่เส้น
- 2) มีเส้นขอบกี่เส้น
- 3) มีหน้ากี่หน้า แต่ละหน้าเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใด

5. ทรงยี่สิบหน้าปรกติ

สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีขนาดเท่ากัน 20 รูป แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาวดังรูป



ตัดตามรอยเส้นทึบ หักตามรอยเส้นประแล้วติดกาว เมื่อประกอบเสร็จจะได้ทรงยี่สิบหน้าที่มีลักษณะดังรูป



ให้นักเรียนสำรวจทรงยี่สิบหน้าปรกติที่ได้แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) มีจุดยอดกี่จุด แต่ละจุดมีเส้นขอบมาพบกันกี่เส้น
- 2) มีเส้นขอบกี่เส้น
- 3) มีหน้ากี่หน้า แต่ละหน้าเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใด

เมื่อนักเรียนพิจารณาทรงหลายหน้าปรกติทั้งห้าชนิด จะพบว่าทรงหลายหน้าปรกติแต่ละชนิดนอกจากจะมีหน้าทุกหน้าเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าชนิดเดียวกันที่มีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นขอบที่มาพบกันที่จุดยอดแต่ละจุดจะมีจำนวนเท่ากันด้วย

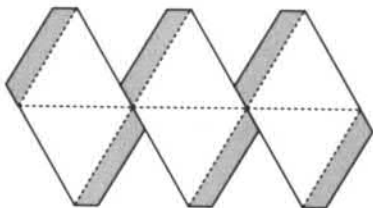
ดังนั้น เมื่อกล่าวถึงทรงหลายหน้าปรกติ จะหมายถึงทรงสามมิติที่ประกอบด้วยลักษณะสองประการดังนี้

1. หน้าทุกหน้าเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าชนิดเดียวกันที่มีขนาดเท่ากัน
2. เส้นขอบที่มาพบกันที่จุดยอดแต่ละจุดมีจำนวนเท่ากัน

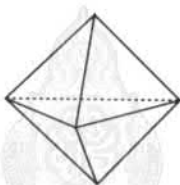
ถ้าทรงหลายหน้าใดขาดลักษณะดังกล่าวข้อหนึ่งข้อใดเพียงข้อเดียว ทรงหลายหน้านั้นก็จะไม่ใช่ทรงหลายหน้าปรกติ

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของทรงหลายหน้าที่ไม่ใช่ทรงหลายหน้าปรกติ

1. สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีขนาดเท่ากัน 6 รูป แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาว เมื่อประกอบเสร็จแล้วจะได้ทรงหลายหน้า ดังรูป



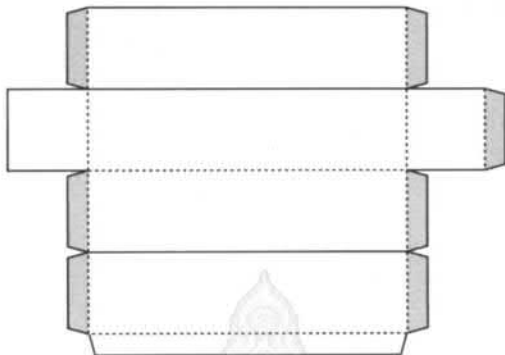
แบบก่อนประกอบเป็นทรงหลายหน้า



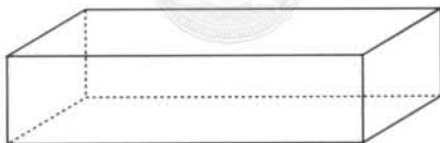
ทรงหลายหน้าเมื่อประกอบเสร็จแล้ว

ทรงหลายหน้าข้างต้นไม่ใช่ทรงหลายหน้าปกติ เพราะถึงแม้ว่า จะมีหน้าทุกหน้าเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าชนิดเดียวกันที่มีขนาดเท่ากัน แต่เส้นขอบที่มาพบกันที่จุดยอดแต่ละจุดมีจำนวนไม่เท่ากัน

2. สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 6 รูป แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับ ติดกาวเมื่อประกอบเสร็จแล้วจะได้ทรงหลายหน้า ดังรูป



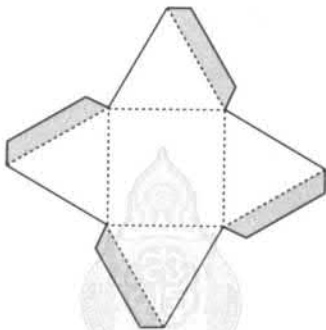
แบบก่อนประกอบเป็นทรงหลายหน้า



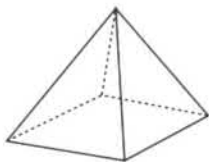
ทรงหลายหน้าเมื่อประกอบเสร็จแล้ว

ทรงหลายหน้าข้างต้นไม่ใช่ทรงหลายหน้าปกติ เพราะถึงแม้ว่าเส้นขอบที่มาพบกันที่จุดยอดแต่ละจุดจะมีจำนวนเท่ากัน แต่หน้าทุกหน้าไม่เป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าชนิดเดียวกัน

3. สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีขนาดเท่ากัน 4 รูป และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 รูป แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาบ เมื่อประกอบเสร็จแล้ว จะได้ทรงหลายหน้า ดังรูป



แบบก่อนประกอบเป็นทรงหลายหน้า

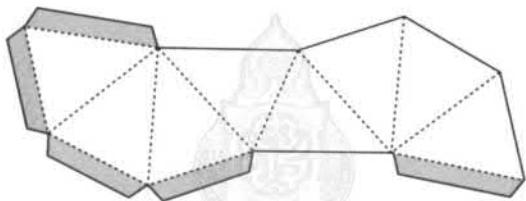


ทรงหลายหน้าเมื่อประกอบเสร็จแล้ว

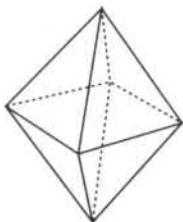
ทรงหลายหน้าข้างต้นไม่ใช่ทรงหลายหน้าปกติ เพราะนอกจากหน้าทุกหน้าจะไม่ใช่รูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าชนิดเดียวกันแล้ว เส้นขอบที่มาพบกันที่จุดยอดแต่ละจุดยังมีจำนวนไม่เท่ากันอีกด้วย

ให้นักเรียนพิจารณาว่า เพราะเหตุใดทรงหลายหน้าต่อไปนี้ไม่ใช่ทรงหลายหน้าปกติ

1) สร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีขนาดเท่ากัน 8 รูป แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาบ เมื่อประกอบเสร็จแล้วจะได้ทรงหลายหน้า ดังรูป

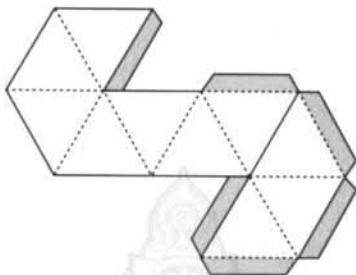


แบบก่อนประกอบเป็นทรงหลายหน้า

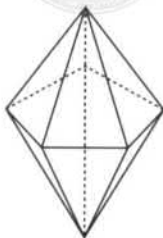


ทรงหลายหน้าเมื่อประกอบเสร็จแล้ว

2) สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีขนาดเท่ากัน 10 รูป แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาบ เมื่อประกอบเสร็จแล้วจะได้ทรงหลายหน้า ดังรูป

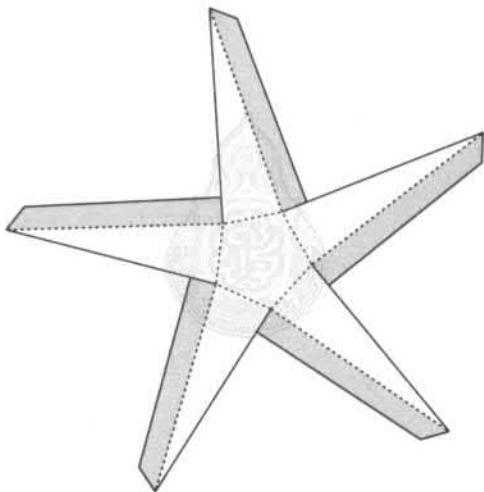


แบบก่อนประกอบเป็นทรงหลายหน้า

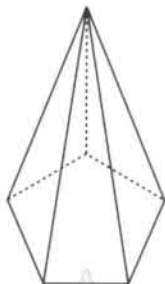


ทรงหลายหน้าเมื่อประกอบเสร็จแล้ว

3) สร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีขนาดเท่ากัน 5 รูป และรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 1 รูป แล้วสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาว เมื่อประกอบเสร็จแล้วจะได้ทรงหลายหน้า ดังรูป



แบบประกอบเป็นทรงหลายหน้า

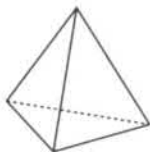


ทรงหลายหน้าเมื่อประกอบเสร็จแล้ว

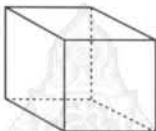


แบบฝึกหัดที่ 1

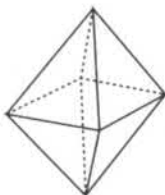
1. ให้นักเรียนพิจารณาทรงหลายหน้าปกติทั้งห้าชนิดแล้วบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนของส่วนประกอบของทรงหลายหน้าปกติลงในตารางที่กำหนดให้



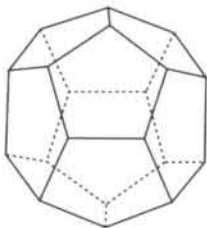
ทรงสี่หน้าปกติ



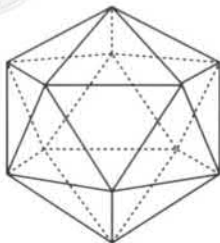
ทรงหกหน้าปกติ



ทรงแปดหน้าปกติ



ทรงสิบสองหน้าปกติ

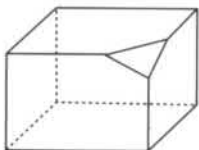


ทรงยี่สิบหน้าปกติ

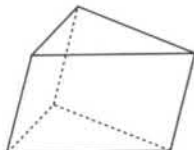
ทรงหลายหน้าปรกติ	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)	$(V+F)-E$
ทรงสี่หน้าปรกติ				
ทรงหกหน้าปรกติ				
ทรงแปดหน้าปรกติ				
ทรงสิบสองหน้าปรกติ				
ทรงยี่สิบหน้าปรกติ				

นักเรียนคิดว่า ค่าของ $(V + F) - E$ จากตารางที่บันทึกข้อมูลแล้ว เท่ากันทุกค่าหรือไม่ และมีค่าเท่าไร

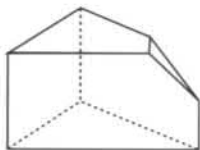
2. จากทรงหลายหน้าที่มีอยู่สามารถสร้างทรงหลายหน้าใหม่ได้ โดยการตัดบางส่วนของทรงหลายหน้าเดิมออก รูปต่อไปนี้เป็ทรงหลายหน้าที่เกิดจากการตัดบางส่วนของแท่งไม้ทรงหกหน้า



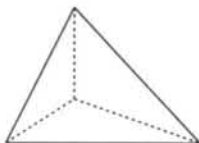
รูป ก



รูป ข



รูป ค



รูป ง

จงเติมตารางให้สมบูรณ์

ทรงหลายหน้า	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)	$(V+F)-E$
รูป ก				
รูป ข				
รูป ค				
รูป ง				

นักเรียนคิดว่า ค่าของ $(V + F) - E$ จากตารางที่บันทึกข้อมูลแล้วเท่ากันทุกค่าหรือไม่ และมีค่าเท่าไร

ผลที่ได้ในข้อ 1 และ ข้อ 2 เป็นไปตามสูตรของออยเลอร์ที่กล่าวว่า $(V + F) - E = 2$

เมื่อ V แทนจำนวนจุดยอด F แทนจำนวนหน้า และ E แทนจำนวนเส้นขอบของทรงหลายหน้า

สูตรนี้ เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler) ชาวสวิสเซอร์แลนด์เป็นผู้ทำการพิสูจน์ เพื่อใช้กับทรงหลายหน้าที่เรียกว่า ทรงหลายหน้าของออยเลอร์ ซึ่งได้แก่ทรงหลายหน้าที่เมื่อลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดสองจุดใดๆ ของทรงหลายหน้าแล้ว ส่วนของเส้นตรงจะอยู่ในทรงหลายหน้านั้น สูตรของออยเลอร์นี้เป็นที่รู้จักกันมาก่อนหน้าที่ออยเลอร์ได้ทำการพิสูจน์ มีการคาดคะเนกันว่า อาร์คิมิดีส (Archimedes) ชาวกรีกโบราณน่าจะรู้จักสูตรนี้มาก่อน และเป็นที่ทราบแน่นอนว่า เรอเน เดส์การ์ตส์ (Rene Descartes) ชาวฝรั่งเศสเป็นผู้ที่รู้จักสูตรนี้เป็นอย่างดี

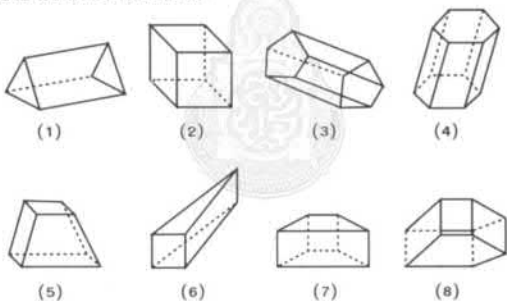
3. ให้นักเรียนใช้สูตรของออยเลอร์ข้างต้นเติมตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

ทรงหลายหน้า	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)
a	9		14
b	6	5	
c		7	15
d	20		30

บทที่ 2

ปริซึม

ลักษณะทั่วไปของปริซึม เป็นทรงหลายหน้าที่มีหน้าสองหน้าขนานกันและหน้าทั้งสองนี้เป็นรูปเหลี่ยมชนิดเดียวกันและมีขนาดเท่ากัน เรียกหน้าทั้งสองนี้ว่า ฐานของปริซึม และเรียกหน้าอื่นๆ ว่า ด้านข้างของปริซึม ด้านข้างแต่ละด้านจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ทรงหลายหน้าต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของปริซึม



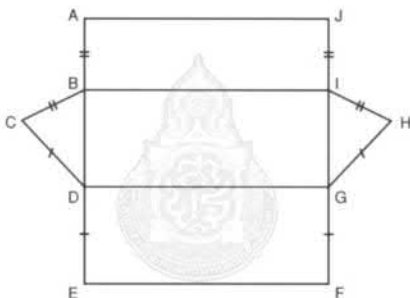
การเรียกชื่อปริซึมจะเรียกตามรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานของปริซึม เช่น ปริซึมในรูป (1) เรียกว่าปริซึมสามเหลี่ยม ปริซึมในรูป (2) เรียกว่าปริซึมสี่เหลี่ยม เป็นต้น

ในกรณีที่มีปริซึมมีด้านข้างทุกด้าน เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า ปริซึมตรง

การสร้างปริซึม

ให้นักเรียนสร้างปริซึมต่อไปนี้โดยใช้กระดาษที่มีความหนาพอสมควร นักเรียนอาจจะขยายขนาดให้โตกว่าแบบที่กำหนดให้ก็ได้

1. ปริซึมสามเหลี่ยม



รูปสามเหลี่ยมที่เป็นฐานจะให้ป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า หรือรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว หรือรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่าก็ได้ สิ่งสำคัญความสัมพันธ์ของด้านต่างๆ จะต้องเป็นไปตามแบบที่กำหนดให้ คือ $AB = BC = JI = IH$ และ $CD = DE = FG = GH$ ในการสร้างให้นักเรียนสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาวยึดไว้ด้วย เมื่อนักเรียนสร้างเสร็จติดกาวยเรียบร้อยแล้ว จะได้ปริซึมที่มีลักษณะดังนี้

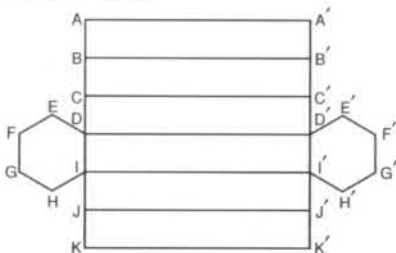


ให้นักเรียนสำรวจปริซึมที่ได้ นักเรียนจะพบว่าปริซึมดังกล่าวประกอบด้วย

1. จุดยอด 6 จุด คือ A, B, D, I, J และ G
2. เส้นขอบ 9 เส้น คือ $\overline{AB}$, $\overline{BD}$, $\overline{DA}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JG}$, $\overline{GI}$, $\overline{AJ}$, $\overline{BI}$ และ $\overline{DG}$
3. หน้า 5 หน้า คือ $\triangle ABD$, $\triangle IJG$, $\square ABIJ$, $\square ADGJ$ และ $\square BDGI$

ในกรณีที่ดินข้างตั้งฉากกับฐาน เรียกเส้นขอบที่ตั้งฉากกับฐานว่า ส่วนสูงของปริซึม หรือ ความยาวของปริซึม

2. ปริซึมหกเหลี่ยม



รูปหกเหลี่ยมที่เป็นฐานทั้งสองรูปจะเป็นรูปหกเหลี่ยมชนิดใดก็ได้ แต่เมื่อนำมาซ้อนกันแล้วจะทับกันสนิท และ $CD = DE$, $BC = EF$, $AB = FG$, $IJ = IH$ และ $JK = HG$ ในทำนองเดียวกัน $C'D' = D'E'$, $B'C' = E'F'$, $A'B' = F'G'$, $I'J' = I'H'$ และ $J'K' = H'G'$ เช่นเดียวกับการสร้างปริซึมสามเหลี่ยม นักเรียนจะต้องสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาวยึดไว้ด้วย เมื่อสร้างเสร็จและติดกาวยึดเรียบร้อยแล้วก็ได้ปริซึมหกเหลี่ยมที่มีลักษณะดังนี้

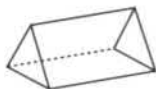


ให้นักเรียนสำรวจปริซึมหกเหลี่ยมที่ได้แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

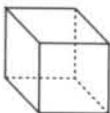
1. ปริซึมหกเหลี่ยมที่ได้ มีจุดยอดกี่จุด
2. ปริซึมหกเหลี่ยมที่ได้ มีเส้นขอบกี่เส้น
3. ปริซึมหกเหลี่ยมที่ได้ มีหน้ากี่หน้า

ให้นักเรียนสร้างปริซึมห้าเหลี่ยมด้านเท่า มีด้านของฐานยาวด้านละ 5 เซนติเมตร และปริซึมยาว 15 เซนติเมตร

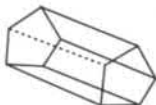
ให้นักเรียนพิจารณาปริซึมข้างล่างนี้ แล้วทำกิจกรรมต่อไปนี้



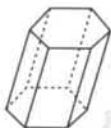
(1)



(2)



(3)



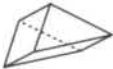
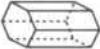
(4)



(5)

1. ลอกรูปปริซึมข้างบนนี้แล้วแรเงาหน้าที่เป็นฐานของปริซึมแต่ละรูป
2. บอกชนิดของรูปสี่เหลี่ยมที่เป็นฐานของปริซึมแต่ละรูป
3. บอกชนิดของรูปสี่เหลี่ยมที่เป็นหน้าอื่นๆที่ไม่ใช่ฐานของปริซึม
4. ฐานของปริซึมเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใดได้บ้าง

5. จงเติมตัวเลขลงในตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ และตอบคำถาม

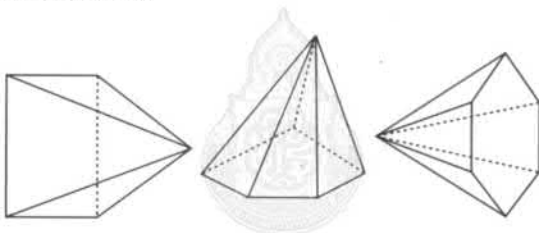
	ปริซึม	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)
	สามเหลี่ยม	6	5	9
	สี่เหลี่ยม			
	ห้าเหลี่ยม			
	หกเหลี่ยม			
	เจ็ดเหลี่ยม			

- (1) ปริซึมสิบเหลี่ยม จะมีหน้ากี่หน้า
- (2) ปริซึมสิบสองเหลี่ยม จะมีจุดยอดกี่จุด
- (3) ปริซึมสิบสามเหลี่ยม จะมีเส้นขอบกี่เส้น
- (4) ปริซึมนยี่สิบเหลี่ยม จะมีหน้ากี่หน้า จุดยอดกี่จุด และเส้นขอบกี่เส้น
- (5) ความสัมพันธ์ของจำนวนหน้า จำนวนจุดยอดและจำนวนเส้นขอบเป็นไปตามสูตรของออยเลอร์หรือไม่

บทที่ 3

พีระมิด

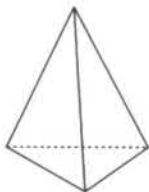
ลักษณะทั่วไปของพีระมิดเป็นทรงหลายหน้าที่มีหน้าหนึ่งเป็นฐาน มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐานนั้น และหน้าอื่นๆ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น ทรงหลายหน้าต่อไปนี้ เป็นตัวอย่างของพีระมิด



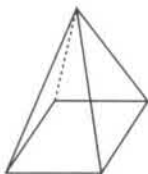
(1)

(2)

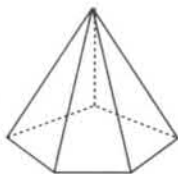
(3)



(4)



(5)



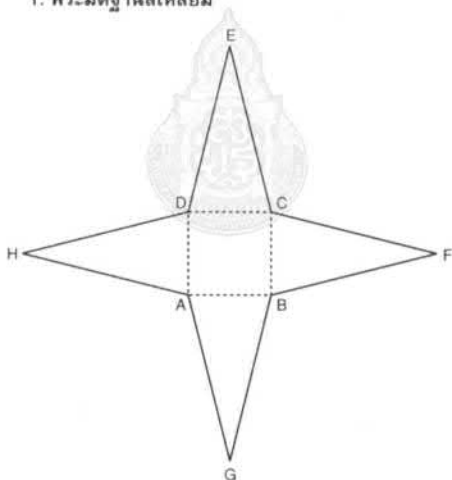
(6)

นิยามเรียกชื่อพีระมิตตามลักษณะของฐาน เช่น พีระมิตฐานสามเหลี่ยม พีระมิตฐานสี่เหลี่ยม พีระมิตฐานหกเหลี่ยมด้านเท่า เป็นต้น

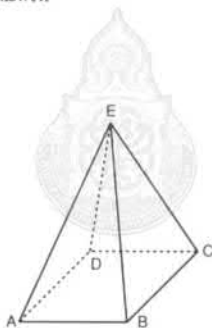
การสร้างพีระมิต

ให้นักเรียนใช้กระดาษที่มีความหนาพอสมควรสร้างพีระมิตต่อไปนี้
นักเรียนอาจจะขยายขนาดให้โตกว่าแบบที่กำหนดไว้ในตัวอย่างก็ได้

1. พีระมิตฐานสี่เหลี่ยม



พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมอาจมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดก็ได้ ข้อสำคัญรูปสามเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างของพีระมิดมีความสูงพอสมควร และความยาวของด้านจะต้องสัมพันธ์กันดังนี้ $AH = AG$, $BG = BF$, $CF = CE$ และ $DE = DH$ จากความสัมพันธ์ข้างต้นจะเห็นว่า ด้านข้างของพีระมิดไม่จำเป็นจะต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แต่อาจเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดก็ได้ที่มีด้านต่างๆ สัมพันธ์กันดังกล่าว เมื่อนักเรียนสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาาเพิ่มเติมและประกอบเรียบร้อยแล้วจะได้พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมที่มีลักษณะดังนี้

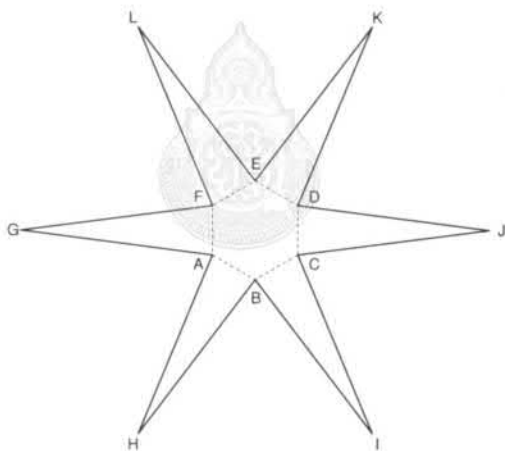


ให้นักเรียนสำรวจพีระมิดที่ได้ นักเรียนจะพบว่าพีระมิดดังกล่าวประกอบด้วย

1. จุดยอด 5 จุด คือ A, B, C, D และ E

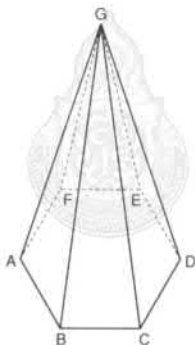
2. เส้นขอบ 8 เส้น คือ AB, BC, CD, DA AE, BE, CE และ DE
3. หน้า 5 หน้า คือ $\square$ ABCD, $\triangle$ ABE, $\triangle$ BCE, $\triangle$ CDE
 และ $\triangle$ DAE

2. พีระมิดฐานหกเหลี่ยม



เช่นเดียวกับพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม พีระมิดฐานหกเหลี่ยมจะมีฐานเป็นรูปหกเหลี่ยมชนิดใดก็ได้ที่ด้านข้างมีความสูงพอสมควรและความยาวของด้านสัมพันธ์กันดังนี้ $AG = AH$, $BH = BI$, $CI = CJ$, $DJ = DK$, $EK = EL$ และ $FL = FG$

เมื่อนักเรียนสร้างส่วนที่ใช้สำหรับติดกาวยเพิ่มเติมและติดกาวยเรียบร้อยแล้วจะได้พีระมิดที่มีลักษณะดังนี้

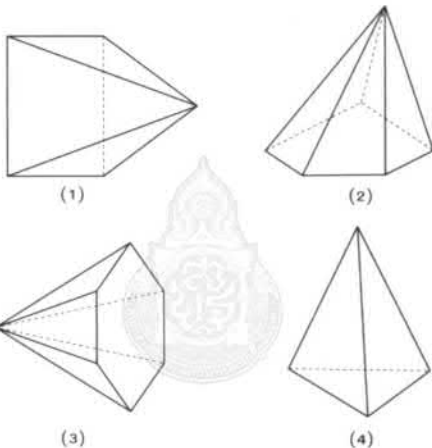


ให้นักเรียนสำรวจพีระมิดฐานหกเหลี่ยมที่ได้แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) มีจุดยอดกี่จุด
- (2) มีเส้นขอบกี่เส้น
- (3) มีหน้ากี่หน้า

ให้นักเรียนสร้างพีระมิตฐานห้าเหลี่ยม ที่มีฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยมชนิดใดก็ได้และมีด้านข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ให้นักเรียนพิจารณาพีระมิตที่กำหนดให้แล้วทำกิจกรรมต่อไปนี้



1. ลอกรูปพีระมิตข้างบนนี้ แล้วแรเงาหน้าที่เป็นฐานของพีระมิตแต่ละรูป
2. บอกชนิดของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานของพีระมิตแต่ละรูป
3. บอกชนิดของรูปเหลี่ยมที่เป็นหน้าอื่นๆที่ไม่ใช่ฐานของพีระมิต
4. ฐานของพีระมิตเป็นรูปเหลี่ยมชนิดใดบ้าง
5. จงเติมตัวเลขลงในตารางให้สมบูรณ์แล้วตอบคำถาม



พีระมิต	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)
ฐานสามเหลี่ยม	4	4	6
ฐานสี่เหลี่ยม			
ฐานห้าเหลี่ยม			
ฐานหกเหลี่ยม			
ฐานเจ็ดเหลี่ยม			

- (1) พีระมิตฐานสิบเหลี่ยม จะมีหน้ากี่หน้า
- (2) พีระมิตฐานสิบสองเหลี่ยม จะมีจุดยอดกี่จุด
- (3) พีระมิตฐานสิบสี่เหลี่ยม จะมีเส้นขอบกี่เส้น
- (4) พีระมิตฐานยี่สิบเหลี่ยม จะมีหน้ากี่หน้า จุดยอดกี่จุด และเส้นขอบกี่เส้น
- (5) ความสัมพันธ์ของจำนวนหน้า จำนวนจุดยอดและจำนวนเส้นขอบเป็นไปตามสูตรของออยเลอร์หรือไม่

ในสมัยโบราณ ชาวอียิปต์ได้สร้างพีระมิดขนาดใหญ่ เพื่อเป็นที่เก็บพระศพของกษัตริย์หรือศพของบุคคลสำคัญ พีระมิดของชาวอียิปต์เป็นที่ยอมรับกันว่าเป็นสิ่งมหัศจรรย์ยุคโบราณสิ่งหนึ่งในสิ่งมหัศจรรย์ยุคโบราณเจ็ดสิ่ง ซึ่งในบรรดาสิ่งมหัศจรรย์เหล่านั้น พีระมิดเป็นสิ่งมหัศจรรย์ที่เก่าแก่ที่สุด

ในประเทศอียิปต์มีพีระมิดเป็นจำนวนมาก แต่พีระมิดที่สำคัญและมีชื่อเสียงที่สุดมีชื่อเรียกว่า มหาพีระมิด (The Great Pyramid) ซึ่งเป็นพีระมิดที่สร้างขึ้นเพื่อเก็บพระศพของ ฟาโรห์กูฟู (Pharaoh Khufu) มหาพีระมิดนี้เป็นพีระมิดลูกแรกของชาวอียิปต์และเป็นสิ่งก่อสร้างที่ใหญ่ที่สุดสิ่งหนึ่งของโลก ซึ่งในหนังสือ Life Science Library : The Engineer กล่าวว่าพีระมิดลูกนี้มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละประมาณ 230.4 เมตร (755 ฟุต 9 นิ้ว) ครอบคลุมพื้นที่ประมาณ 33 ไร่ มีความสูงเท่ากับตึก 40 ชั้นโดยประมาณ พีระมิดนี้สร้างด้วยหินประมาณ 2,250,000 ก้อนเรียงกันเป็นชั้นๆ 206 ชั้น หินแต่ละก้อนมีน้ำหนักโดยเฉลี่ยมากกว่า 2 เมตริกตัน และมีหินบางก้อนหนักถึง 13.5 เมตริกตัน

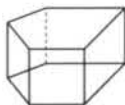
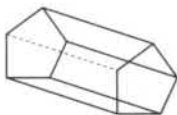
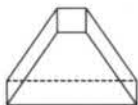
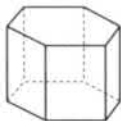
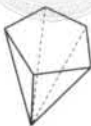
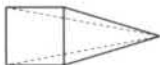
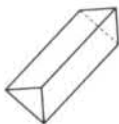
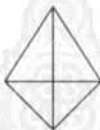
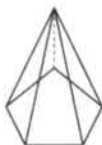
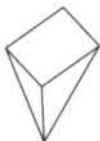
พีระมิดในประเทศอียิปต์มีสองแบบ คือ พีระมิดแบบขั้นบันได (step pyramid) และพีระมิดแท้ (true pyramid) โดยทั่วไปพีระมิดแท้จะมีด้านข้างทำมุมกับฐานเป็นมุมขนาด 52 องศา มหาพีระมิดซึ่งเป็นพีระมิดลูกแรกของอียิปต์เป็นพีระมิดแบบขั้นบันได ถูกสร้างขึ้นในราชวงศ์ที่สามคือ ประมาณ 2660 ปีก่อนคริสต์ศักราช ส่วนพีระมิดแท่นั้นมีการสร้างกันภายหลังโดยเริ่มมีการสร้างกันในราชวงศ์ที่สี่คือประมาณ 2600 ปีก่อนคริสต์ศักราช และกษัตริย์ของอียิปต์ได้มีการสร้างพีระมิดแท้ต่อกันมาอีกประมาณ 1000 ปี ปัจจุบันมีพีระมิดประมาณ 30 ลูกใน

ประเทศอียิปต์ที่ยังหลงเหลืออยู่ให้ชนรุ่นหลังได้ชมกัน ซึ่งส่วนใหญ่จะอยู่ในสภาพที่ชำรุดทรุดโทรม เป็นที่น่าสังเกตว่าพีระมิดเหล่านี้ไม่มีพีระมิดใดเลยที่เหมือนกันไม่ว่าจะเป็นพีระมิดแบบขั้นบันได หรือพีระมิดแท้ คือจะแตกต่างกันทั้งขนาดและการออกแบบภายในของพีระมิด

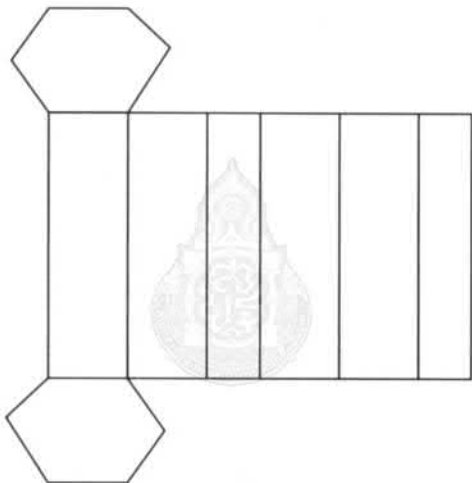


แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงบอกชื่อของทรงหลายหน้าต่อไปนี้ ว่าเป็นแปริซึมหรือพีระมิตชนิดใด

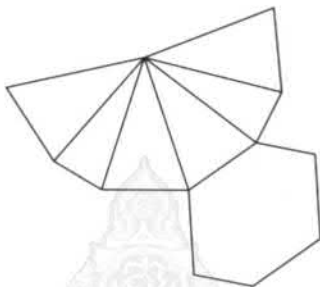


2. จงขยายแบบข้างล่างนี้ แล้วใช้รูปแบบที่ขยายแล้วสร้างปริซึม
นักเรียนจะได้ปริซึมชนิดใด



3. จงเขียนแบบเพื่อใช้ในการสร้างปริซึมที่มีฐานเป็นรูปต่อไปนี้
- (1) รูปสามเหลี่ยมชนิดใดก็ได้
 - (2) รูปสี่เหลี่ยมชนิดใดก็ได้
 - (3) รูปห้าเหลี่ยมชนิดใดก็ได้

4. จงขยายแบบข้างล่างนี้ แล้วใช้รูปแบบที่ขยายแล้วสร้างพีระมิด
นักเรียนจะได้พีระมิดชนิดใด



5. จงเขียนรูปแบบซึ่งใช้ในการสร้างพีระมิดที่มีฐานต่อไปนี้
- (1) ฐานสามเหลี่ยม
 - (2) ฐานสี่เหลี่ยม
 - (3) ฐานห้าเหลี่ยม

ภาคผนวก



เฉลยคำถาม

หน้า 9

- มีจุดยอด 8 จุด คือ จุด A, B, C, D, E, F, G และ H
- มีเส้นขอบ 12 เส้น คือ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FD}$, $\overline{EH}$, $\overline{HB}$, $\overline{HG}$, $\overline{FG}$ และ $\overline{GC}$
- มีหน้า 6 หน้า คือ

☐ ABCD, ☐ CDFG, ☐ FGHE, ☐ HEAB,
☐ ADFE และ ☐ BCGH

แต่ละหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

หน้า 11

- มีจุดยอด 6 จุด แต่ละจุดมีเส้นขอบมาพบกัน 4 เส้น
- มีเส้นขอบ 12 เส้น
- มีหน้า 8 หน้า แต่ละหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

หน้า 13

- มีจุดยอด 20 จุด แต่ละจุดมีเส้นขอบมาพบกัน 3 เส้น
- มีเส้นขอบ 30 เส้น
- มีหน้า 12 หน้า แต่ละหน้าเป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า

หน้า 15

- 1) มีจุดยอด 12 จุด แต่ละจุดมีเส้นขอบมาพบกัน 5 เส้น
- 2) มีเส้นขอบ 30 เส้น
- 3) มีหน้า 20 หน้า แต่ละหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

หน้า 20

- 1) ไม่ใช่ทรงหลายหน้าปกติ เพราะขาดลักษณะข้อที่ 1 คือ หน้าทุกหน้าไม่ใช่รูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

หน้า 21-22

- 2) ไม่ใช่ทรงหลายหน้าปกติ เพราะขาดลักษณะข้อที่ 2 คือ เส้นขอบที่มาพบกันที่จุดยอดแต่ละจุดมีจำนวนไม่เท่ากัน
- 3) ไม่ใช่ทรงหลายหน้าปกติ เพราะขาดลักษณะทั้งสองข้อ คือ หน้าทุกหน้าไม่ใช่รูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าชนิดเดียวกันและเส้นขอบที่มาพบกันที่จุดยอดแต่ละจุดมีจำนวนไม่เท่ากัน

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1.

ทรงหลายหน้าปรกติ	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)	$(V+F)-E$
ทรงสี่หน้าปรกติ	4	4	6	2
ทรงหกหน้าปรกติ	8	6	12	2
ทรงแปดหน้าปรกติ	6	8	12	2
ทรงสิบสองหน้าปรกติ	20	12	30	2
ทรงยี่สิบหน้าปรกติ	12	20	20	2

จากตาราง ค่าของ $(V + F) - E$ เท่ากับ 2 ทุกค่า

2.

ทรงหลายหน้า	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)	$(V+F)-E$
รูป ก	10	7	15	2
รูป ข	6	5	9	2
รูป ค	8	6	12	2
รูป ง	4	4	6	2

จากตาราง ค่าของ $(V + F) - E$ เท่ากับ 2 ทุกค่า

2.

ทรงหลายหน้า	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)
a	9	7	14
b	6	5	9
c	10	7	15
d	20	12	30



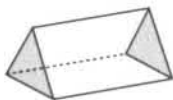
เฉลยคำถาม

หน้า 33

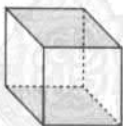
1. มีจุดยอด 12 จุด
2. มีเส้นขอบ 18 เส้น
3. มีหน้า 8 หน้า

หน้า 34

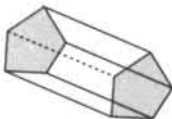
1



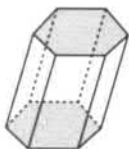
(1)



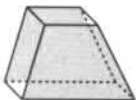
(2)



(3)



(4)



(5)

2. (1) รูปสามเหลี่ยม
(2) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
(3) รูปห้าเหลี่ยม
(4) รูปหกเหลี่ยม
(5) รูปสี่เหลี่ยมคางหมู
3. สำหรับ (1), (2), (3) และ (5) เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ส่วน
(4) เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
4. เป็นรูปเหลี่ยมชนิดใดก็ได้
- 5.

ปริซึม	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)
สามเหลี่ยม	6	5	9
สี่เหลี่ยม	8	6	12
ห้าเหลี่ยม	10	7	15
หกเหลี่ยม	12	8	18
เจ็ดเหลี่ยม	14	9	21

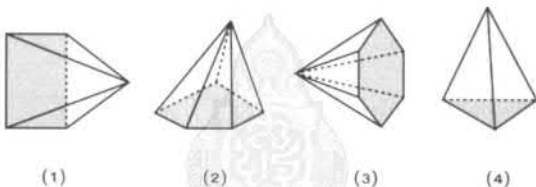
หน้า 36

- (1) 12 หน้า (2) 24 จุด (3) 39 เส้น
(4) 22 หน้า 40 จุด 60 เส้น (5) เป็นไปตามสูตรของ
ออยเลอร์ คือ $(V + F) - E = 2$

หน้า 41

- (1) 7 จุด
- (2) 12 เส้น
- (3) 7 หน้า

1.



หมายเหตุ สำหรับ (4) อาจใช้หน้าอื่นเป็นฐานของพีระมิดก็ได้

- 2. (1) รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก (2) รูปห้าเหลี่ยม
- (3) รูปหกเหลี่ยม (4) รูปสามเหลี่ยม
- 3. รูปสามเหลี่ยม
- 4. เป็นรูปเหลี่ยมชนิดใดก็ได้

5.

พีระมิด	จำนวน จุดยอด (V)	จำนวน หน้า (F)	จำนวน เส้นขอบ (E)
ฐานสามเหลี่ยม	4	4	6
ฐานสี่เหลี่ยม	5	5	8
ฐานห้าเหลี่ยม	6	6	10
ฐานหกเหลี่ยม	7	7	12
ฐานเจ็ดเหลี่ยม	8	8	14

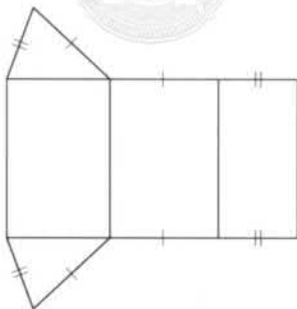
หน้า 44

- (1) 11 หน้า (2) 13 จุด (3) 28 เส้น
 (4) 21 หน้า 21 จุด 40 เส้น
 (5) เป็นไปตามสูตรของออยเลอร์ คือ $(V + F) - E = 2$

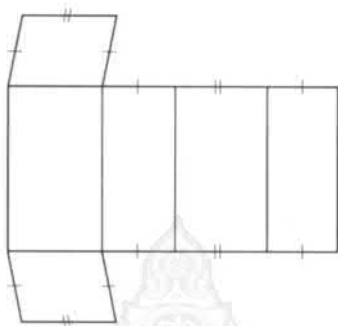
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2

1.

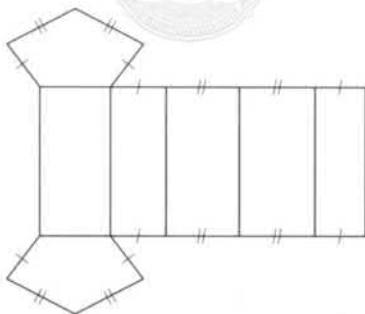
(1) ปริซึมสี่เหลี่ยม	(2) พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม
(3) พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม	(4) ปริซึมสิบเหลี่ยม
(5) พีระมิดฐานสามเหลี่ยม	(6) ปริซึมสามเหลี่ยม
(7) พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม	(8) พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม
(9) ปริซึมหกเหลี่ยม	(10) ปริซึมห้าเหลี่ยม
(11) ปริซึมห้าเหลี่ยม	(12) ปริซึมสี่เหลี่ยมคางหมู
2. ปริซึมที่ได้เป็นปริซึมหกเหลี่ยม
3. ตัวอย่างคำตอบ
 - (1) ปริซึมสามเหลี่ยม



(2) ปริซึมสี่เหลี่ยม



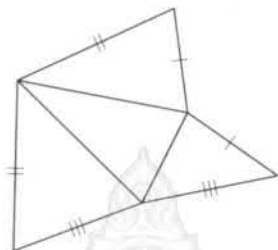
(3) ปริซึมห้าเหลี่ยม



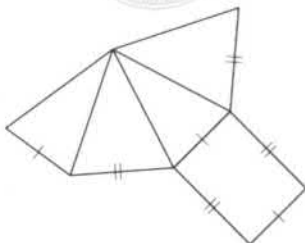
4. พิระมิดที่ได้เป็นพิระมิดฐานหกเหลี่ยม

5. ตัวอย่างคำตอบ

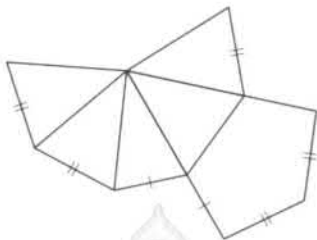
(1) พิระมิดฐานสามเหลี่ยม



(2) พิระมิดฐานสี่เหลี่ยม



(3) พิระมิดฐานห้าเหลี่ยม



**คณะกรรมการจัดทำหนังสืออ่านเพิ่มเติมคณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษา
เรื่อง ทรงแสมมิติ**

- | | |
|------------------------------|---|
| 1. นายสมพล เล็กสกุล | มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร |
| 2. นางปิยรัตน์ จาตุรีนบุตร | สถาบันราชภัฏสวนดุสิต |
| 3. นางสาวฉัตรวิไล เพ็ญสุภา | มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ |
| 4. นางสาววิไล สิริสุทธิรัตน์ | มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร |
| 5. นางสาวอรุณี นาคชาติ | โรงเรียนราชดำริ |
| 6. นายศักดิ์ชัย บุญมี | โรงเรียนสตรีศรีนครินทร์บุรีรัมย์ |
| 7. นางฐิติพร สุขธีระ | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 8. นางสาวจาวรรณ แสงทอง | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |
| 9. นางสาวรจนา วัฒนานันท์ | สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี |

คณะบรรณาธิการ

นายสมพล เล็กสกุล
นางปิยรัตน์ จาตุรีนบุตร
นางสาวเจษฎา กิตติสุนทร

ภาพประกอบ

ฝ่ายเทคโนโลยีทางการศึกษา
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ปก

นางศรารัตน์ ลิ้มไพบูลย์



