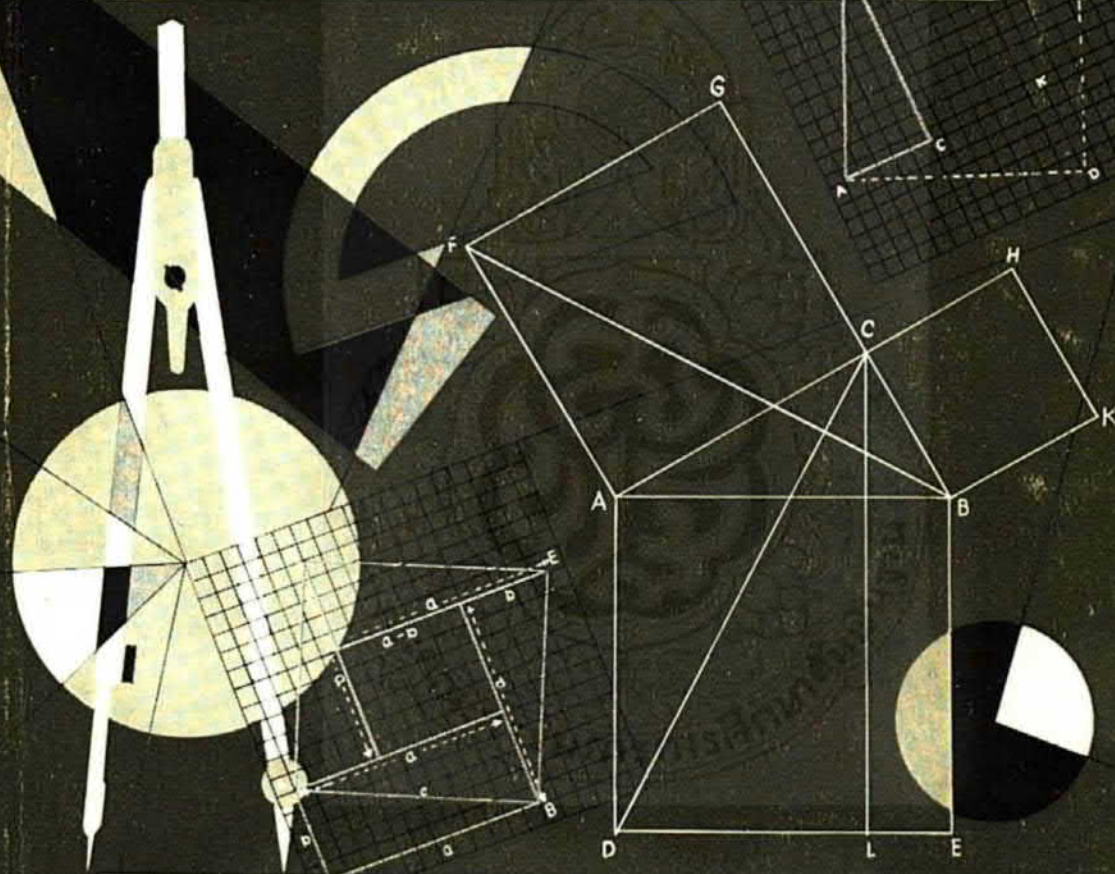




คู่มือครู ปรีโยคมัธยมศึกษาตอนต้น วิชาคณิตศาสตร์



เฉลยแบบฝึกหัดเรขาคณิต
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ ๑

ของ กระทรวงศึกษาธิการ

๐๗

513



คู่มือครูประโยคมัธยมศึกษาตอนต้น

วิชาคณิตศาสตร์

เฉลยแบบฝึกหัดเรขาคณิต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ (ม.ศ. ๑)

ของ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์ครั้งที่สอง ๑,๐๐๐ เล่ม

พ.ศ. ๒๕๑๒

ปกกระดาษราคาเล่มละ ๗.๕๐ บาท

(ห้ามขายเกินกว่าราคาที่กำหนดไว้)

จัดพิมพ์โดยองค์การค้ำของคุรุสภา
พิมพ์ที่ โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

๕๒ ถนนลาดพร้าว บางกะปิ พระนคร

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

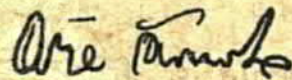
ก ๐๕๕๑๘

๕๕๕๕

ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือคู่มือครู

ด้วยกรมวิชาการได้จัดทำหนังสือคู่มือครูเฉลยแบบฝึกหัดแบบเรียน
คณิตศาสตร์วิชาเรขาคณิต สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ขึ้น กระทรวง
ศึกษาธิการได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้เป็นคู่มือครูได้

ประกาศ ณ วันที่ ๕ มกราคม ๒๕๐๑



ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ



คำนำ

ตามที่กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตรประโยคมัธยมศึกษา
ตอนต้น และเริ่มใช้หลักสูตรใหม่ในปีการศึกษา ๒๕๐๕ กรมวิชาการ
จึงได้จัดทำแบบเรียนวิชาต่าง ๆ ขึ้น เพื่อให้เป็นไปตามหลักสูตรใหม่
ดังกล่าว สำหรับวิชาคณิตศาสตร์ กรมวิชาการเห็นว่าควรจัดทำคู่มือครู
แจกแบบฝึกหัดแบบเรียนคณิตศาสตร์ขึ้นด้วย จึงได้ขออนุมัติกระทรวง
ศึกษาธิการให้นางสกลวย โรจนสโรช เป็นผู้จัดทำ และมอบหมายให้นาย
ระบิล สัตสุพรรณ เป็นผู้ตรวจ หวังว่าหนังสือนี้คงจะเป็นประโยชน์แก่
ครูผู้สอนวิชานี้ตามสมควร



กรมวิชาการ

สารบัญ

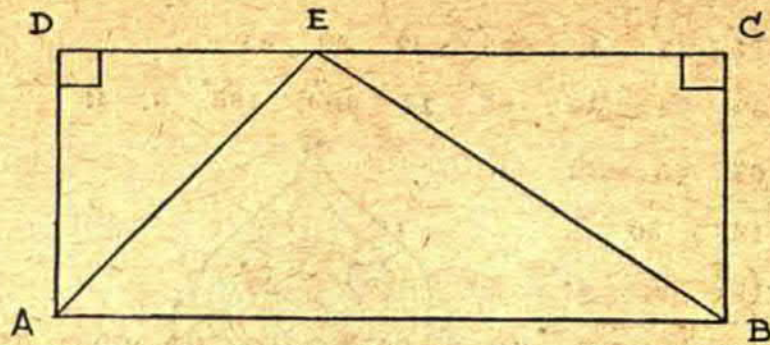
	หน้า
แบบฝึกหัดชุดที่ 1	๑
แบบฝึกหัดชุดที่ 2	๒
แบบฝึกหัดชุดที่ 3	๔
แบบฝึกหัดชุดที่ 4	๑๒
แบบฝึกหัดชุดที่ 5	๑๔
แบบฝึกหัดชุดที่ 6	๑๗
แบบฝึกหัดชุดที่ 7	๒๑
แบบฝึกหัดชุดที่ 8	๓๐
แบบฝึกหัดชุดที่ 9	๓๔
แบบฝึกหัดชุดที่ 10	๓๗
โจทย์ระคน	๔๒
แบบฝึกหัดชุดที่ 11	๕๑
แบบฝึกหัดชุดที่ 12	๕๗
แบบฝึกหัดชุดที่ 13	๖๒
แบบฝึกหัดชุดที่ 14	๖๔
แบบฝึกหัดโจทย์ระคนชุดที่ 15	๘๓
แบบฝึกหัดชุดที่ 16	๘๖
แบบฝึกหัดชุดที่ 17	๑๐๔
แบบฝึกหัดชุดที่ 18	๑๑๑
แบบฝึกหัดชุดที่ 19	๑๑๓
แบบฝึกหัดบททวนชุดที่ 20	๑๑๖

แบบฝึกหัดชุดที่ 1

หน้า 8

1. $71^{\circ} 25'; 80^{\circ}; 45^{\circ}; 42^{\circ} 39' 35''$
2. $89^{\circ} 22'; 70^{\circ}; 87^{\circ} 14' 30''; 196^{\circ} 8' 48''$
3. $67^{\circ} 30'; 22^{\circ} 30'$
4. $160^{\circ}; 20^{\circ}$
5. (ก) $60^{\circ}, 45^{\circ}, 80^{\circ}$ (ข) 80°
6. ก. มุมซ้าย เพราะโตกว่า 90° แต่เล็กกว่า 180°
 ข. มุมแหลม เพราะเล็กกว่า 90°
 ค. มุมซ้าย เพราะโตกว่า 90° แต่เล็กกว่า 180°
 ง. มุมแหลม เพราะเล็กกว่า 90°
 จ. มุมกลับ เพราะโตกว่า 180°
 ฉ. มุมแหลม เพราะเล็กกว่า 90°
 ช. มุมตรง เพราะเท่ากับมุม 180°
 ญ. มุมฉาก เพราะเท่ากับมุม 90°
7. $60^{\circ}; 90^{\circ}; 120^{\circ}; 240^{\circ}; 360^{\circ}$
8. $45^{\circ}; 195^{\circ}; 360^{\circ}; 60^{\circ}; 22^{\circ} 30'$

1.

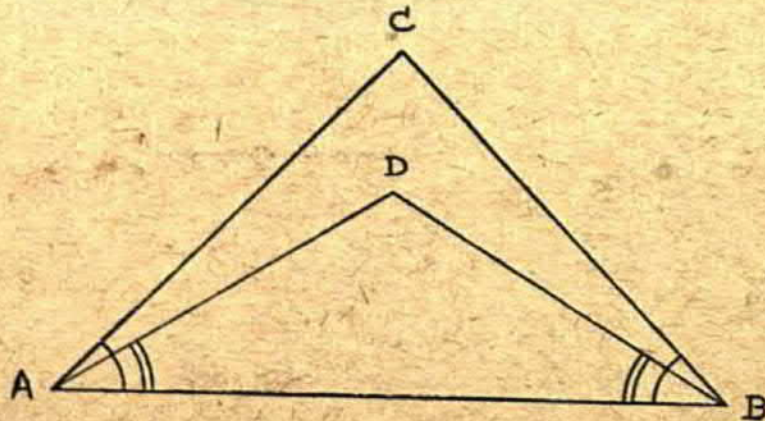


1. $\therefore AD \perp DE$
2. $BC \perp CE$
3. D เป็น $\angle$
4. C เป็น $\angle$
5. $\hat{D} + \hat{C} = 2 \angle$

6. $\hat{D}$ และ $\hat{C}$ เป็นมุมประกอบ $2 \angle$ ซี่งกันและกัน

1. กำหนดให้
2. กำหนดให้
3. $AD \perp DE$ ที่ D
4. $BC \perp CE$ ที่ E
5. แต่ละมุมต่างก็เท่ากับ $1 \angle$ รวมกันได้ $2 \angle$
6. จากข้อ 5

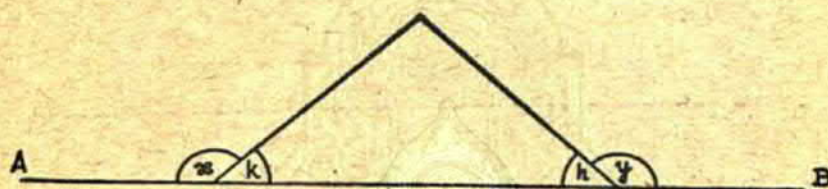
2.



1. $\angle CAB = \angle CBA$
2. $\angle DAB = \angle DBA$
3. $\angle CAB - \angle DAB = \angle CBA - \angle DBA$
4. $\angle CAD = \angle CBD$

1. กำหนดให้
2. กำหนดให้
3. จากข้อ 1 - ข้อ 2
4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

8.



1. $\angle x + k = 180^\circ$
2. $\angle y + h = 180^\circ$
3. $\angle x + k = \angle y + h$
4. $k = h$
5. $x = y$

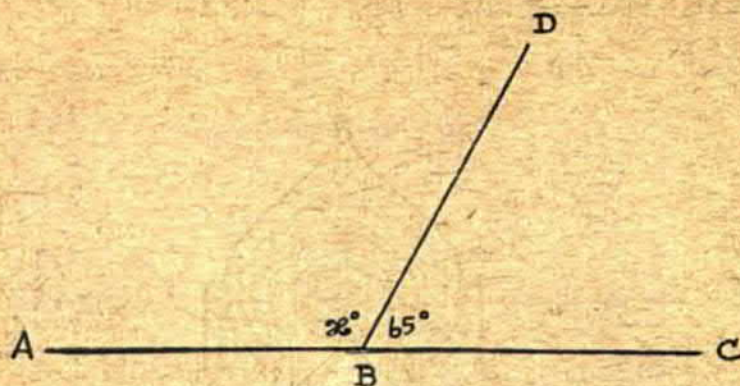
1. เป็นมุมตรง
2. เป็นมุมตรง
3. จากข้อ 1 = ข้อ 2
4. กำหนดให้
5. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

๔

แบบฝึกหัดที่ 3

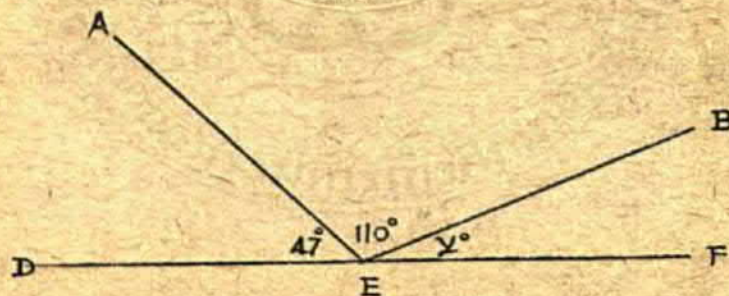
หน้า 18

1.



- | | |
|---|---|
| 1. $\angle ABD + \angle DBC = x^\circ + 65^\circ = 180^\circ$ | 1. เป็นมุมตรง |
| 2. $x^\circ = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ | 2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน |

2. ให้ AE และ BE พยกับ DEF ที่จุด E



- | | |
|--|---|
| 1. $\angle DEA + \angle AEB + \angle BEF = 180^\circ$ | 1. เป็นมุมตรง |
| 2. $47^\circ + 110^\circ + y^\circ = 180^\circ$ | 2. แทนค่าในข้อ 1 |
| 3. $y^\circ = 180^\circ - 110^\circ - 47^\circ = 23^\circ$ | 3. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน |



๖

รูป 2

1. $x^\circ + 5x^\circ + 80^\circ = 180^\circ$

2. $6x^\circ = 180^\circ - 80^\circ$

3. $x^\circ = 25^\circ$

1. เป็นมุมตรง

2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

3. สิ่งเท่ากันหาร ด้วย สิ่ง เท่า กัน เหลือเท่ากัน

รูป 3

1. $x^\circ + 5x^\circ = 180^\circ$

2. $x^\circ = 80^\circ$

1. เป็นมุมตรง

2. สิ่ง เท่า กัน หาร ด้วย สิ่ง เท่า กัน เหลือเท่ากัน

รูป 4

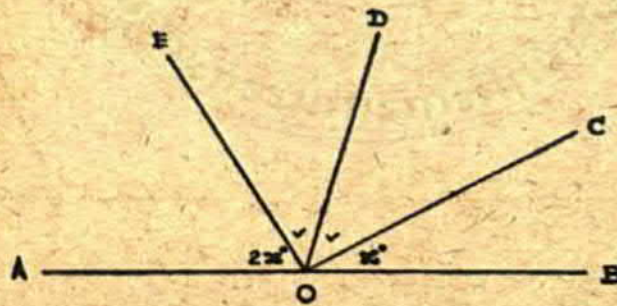
1. $3x^\circ + 66^\circ = 180^\circ$

2. $x^\circ = 88^\circ$

1. เป็นมุมตรง

2. สิ่งเท่ากันลบและหาร ด้วย สิ่งเท่ากัน เหลือเท่ากัน

๖.



1. $\angle AOE + \angle BOC = 2x^\circ + x^\circ = 90^\circ$

2. $x^\circ = 80^\circ$

1. กำหนดให้

2. สิ่งเท่ากันหาร ด้วย สิ่ง เท่า กัน เหลือเท่ากัน

$$3. \angle AOE + \angle BOC + \angle EOD + \angle DOC = 180^\circ$$

$$4. 90^\circ + \angle EOD + \angle DOC = 180^\circ$$

$$5. \angle EOD + \angle DOC = 90^\circ$$

$$6. \angle EOD = \angle DOC$$

$$7. \angle EOD = \angle DOC = 45^\circ$$

3. เป็นมุมตรง

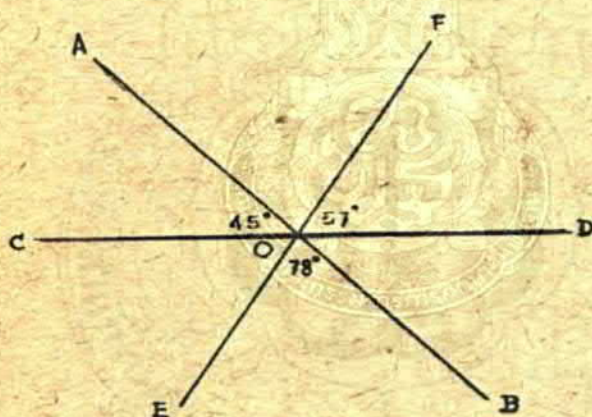
4. แทนค่าข้อ 1 ในข้อ 3

5. จาก 4 เราได้ 90° ลบออกทั้งสองข้าง
สิ่งเท่ากันจึงเหลือเท่ากัน

6. OD แบ่งครึ่ง $\angle EOC$ ตามกำหนดให้

7. ครึ่งหนึ่งของสิ่งเท่ากัน คือ 90° หาร
เท่ากัน

6.



$$1. \angle COA + \angle AOF + \angle FOD = 180^\circ$$

$$2. 45^\circ + \angle AOF + 57^\circ = 180^\circ$$

$$3. \angle AOF = 78^\circ$$

$$4. 45^\circ + \angle COE + 78^\circ = 180^\circ$$

$$5. \angle COE = 57^\circ$$

1. เป็นมุมตรง

2. แทนค่าในข้อ 1

3. เราได้ $45^\circ + 57^\circ$ ลบออกทั้งสองข้าง
สิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

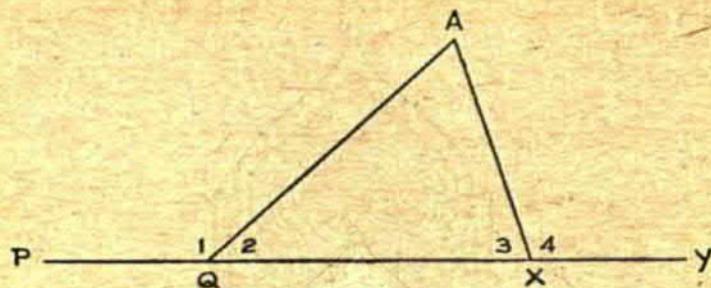
4. เป็นมุมตรง

5. เราได้ $45^\circ + 78^\circ$ ลบออกทั้งสองข้าง
สิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

๘

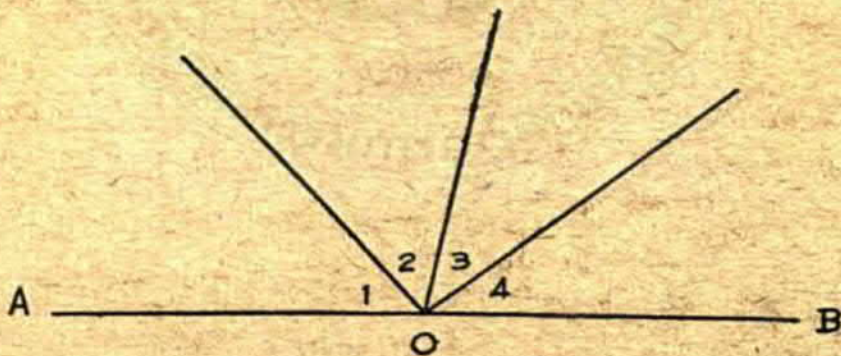
6. $78^\circ + \angle BOD + 57^\circ = 180^\circ$	6. เป็นมุมตรง
7. $\angle BOD = 45^\circ$	7. เอา $78^\circ + 57^\circ$ ลบออกทั้งสองข้าง สิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

7.

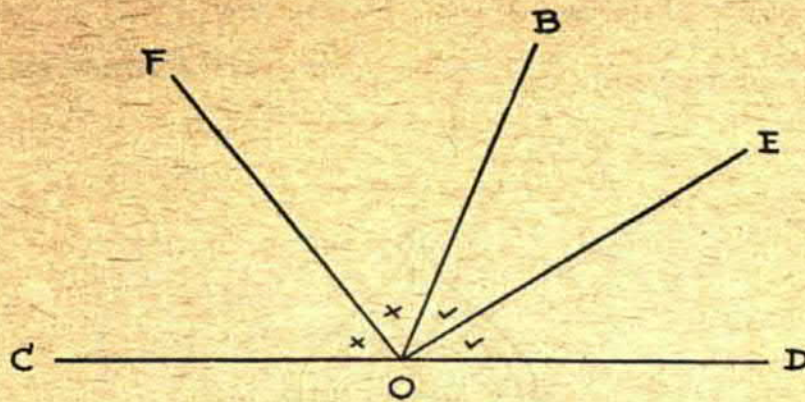


ก. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ เพราะว่า เป็นมุมตรง
 ข. $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$,, เป็นมุมตรง
 ค. $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$,, ค่าเท่ากันสิ่งเท่ากัน

8.



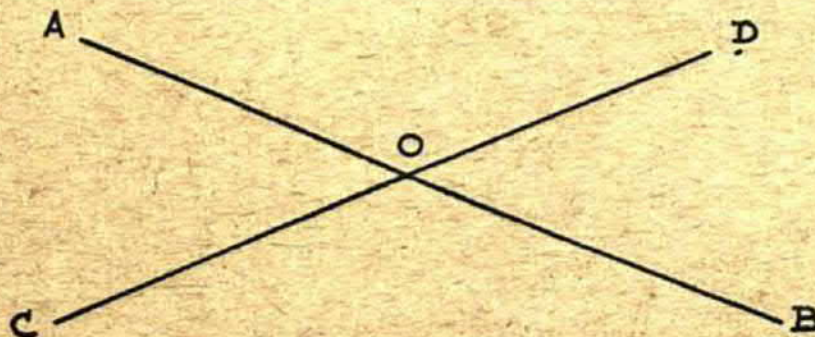
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle AOB$ ส่วนย่อยบวกกัน = ส่วนใหญ่
 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ เท่ากับมุมตรง



1. $\angle BOE = \angle EOD$
2. $\angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOD$
3. $\angle BOF = \angle FOC$
4. $\angle BOF = \frac{1}{2} \angle BOC$
5. $\angle BOE + \angle BOF = \frac{1}{2} (\angle BOD + \angle BOC)$
6. $\angle BOD + \angle BOC = 180^\circ$
7. $\angle BOE + \angle BOF = 90^\circ$
8. $\angle BOE + \angle BOF = \angle EOF = 90^\circ$

1. OE แบ่งครึ่ง $\angle BOD$
2. จากข้อ 1
3. OF แบ่งครึ่ง $\angle BOC$
4. จากข้อ 3
5. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันได้เท่ากัน
6. เป็นมุมตรง
7. ครึ่งหนึ่งของมุมตรง
8. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

10. ให้ AB ตัดกับ OD ที่จุด O

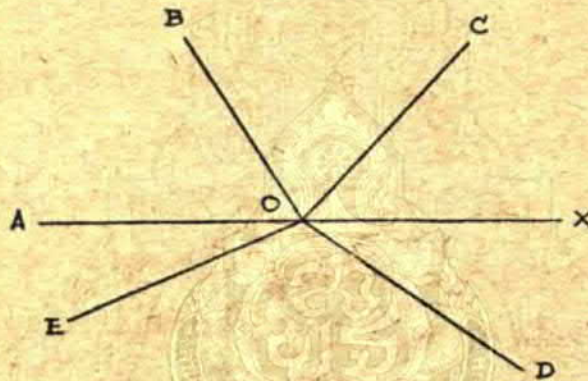


๑๐

$$\begin{aligned} 1. \quad \angle AOD + \angle DOB &= 180^\circ \\ 2. \quad \angle AOC + \angle COB &= 180^\circ \\ 3. \quad \angle AOD + \angle DOB + \angle AOC + \angle COB \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

1. เป็นมุมตรง
2. เป็นมุมตรง
3. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

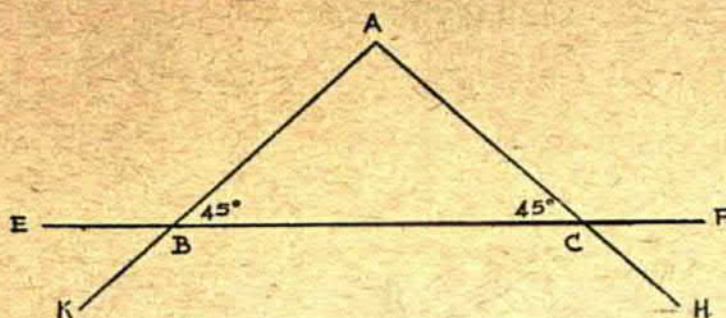
11. ท่อ AO เลขออกไปถึงทุก X



$$\begin{aligned} 1. \quad \angle AOB + \angle BOC + \angle COX &= 180^\circ \\ 2. \quad \angle AOE + \angle EOD + \angle DOX &= 180^\circ \\ 3. \quad \angle COX + \angle DOX &= \angle COD \\ 4. \quad \angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOE \\ &+ \angle EOA = 4 \times 90^\circ \end{aligned}$$

1. เป็นมุมตรง
2. เป็นมุมตรง
3. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่
4. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

12.



$$1. \angle ACB + \angle ACF = 45^\circ + \angle ACF \\ = 180^\circ$$

$$2. \angle ACF = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$3. \angle ABC + \angle ABE = 45^\circ + \angle ABE \\ = 180^\circ$$

$$4. \angle ABE = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$5. \angle ACF + \angle FCH = 135^\circ + \angle FCH \\ = 180^\circ$$

$$6. \angle FCH = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$7. \angle ABE + \angle EBK = 135^\circ + \angle EBK \\ = 180^\circ$$

$$8. \angle EBK = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

1. เป็นมุมตรง

2. ตั้งเท่ากันลบตั้งเท่ากันเหลือเท่ากัน

3. เป็นมุมตรง

4. ตั้งเท่ากันลบตั้งเท่ากันเหลือเท่ากัน

5. เป็นมุมตรง

6. ตั้งเท่ากันลบตั้งเท่ากันเหลือเท่ากัน

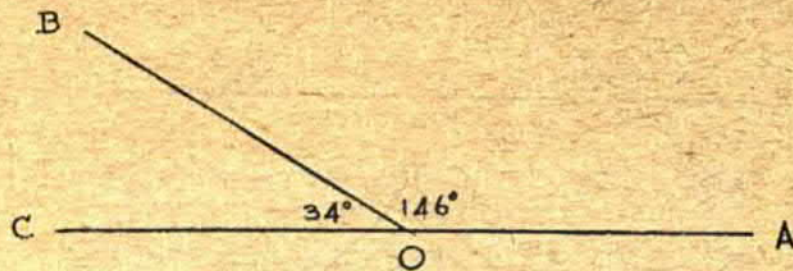
7. เป็นมุมตรง

8. ตั้งเท่ากันลบตั้งเท่ากันเหลือเท่ากัน

แบบฝึกหัดชุดที่ 4

หน้า 21

1.



$$1. \angle AOB + \angle BOC = 146^\circ + 34^\circ \\ = 180^\circ$$

2. AO และ OC เป็นเส้นตรง
เดียวกัน

1. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

2. มุมประชิดรวมกัน = 2|๒

2.



$$1. \angle XQR + \angle RQY = 2|๒$$

$$2. \angle PQX = \angle RQY$$

$$3. \angle PQX + \angle XQR = 2|๒$$

4. RQ และ PQ เป็นเส้นตรง
เดียวกัน

1. เป็นมุมตรง

2. กำหนดให้

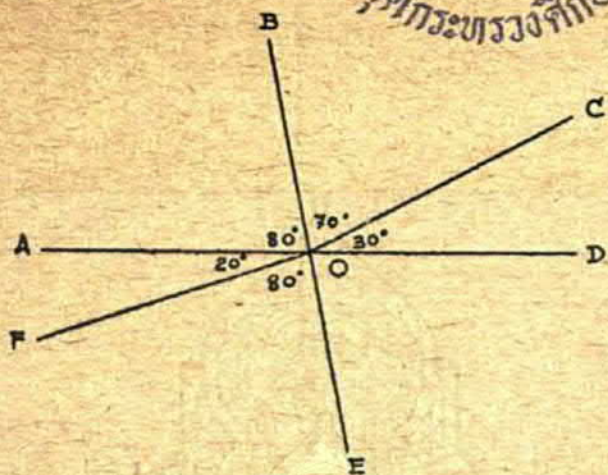
3. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้

4. มุมประชิดรวมกันได้ 2|๒

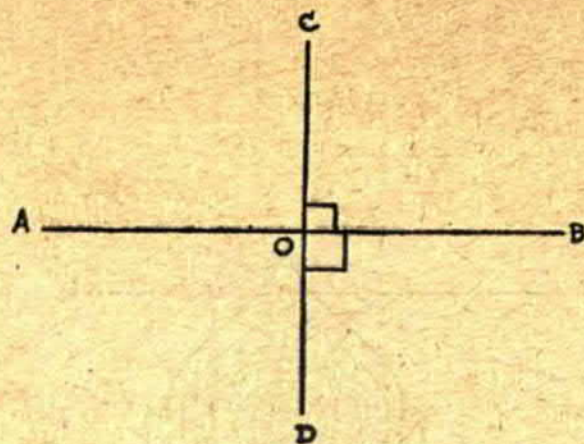
8.



๑๓



- | | |
|--|--|
| 1. $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 80^\circ + 70^\circ + 80^\circ = 180^\circ$ | 1. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่ |
| 2. AO และ OD เป็นเส้นตรง
เดียวกัน | 2. มุมประชิดรวมกันได้ 2 ไร่ จาก
ข้อ 1 |
| 3. $\angle EOF = \angle AOB = 80^\circ$ | 3. กำหนดให้ |
| 4. $\angle AOB + \angle EOF + \angle DOF = 80^\circ + 80^\circ + 20^\circ = 180^\circ$ | 4. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่ |
| 5. BO และ OE เป็นเส้นตรง
เดียวกัน | 5. มุมประชิดรวมกันได้ 2 ไร่ จาก
ข้อ 4 |



$$1. \angle COB = 1 \text{ ไร่}$$

$$2. \angle DOB = 1 \text{ ไร่}$$

$$3. \angle COB + \angle DOB = 2 \text{ ไร่}$$

4. CO และ OD เป็นเส้นตรง
เดียวกัน

$$1. CO \perp AB \text{ ที่จุด } O$$

$$2. DO \perp AB \text{ ที่จุด } O$$

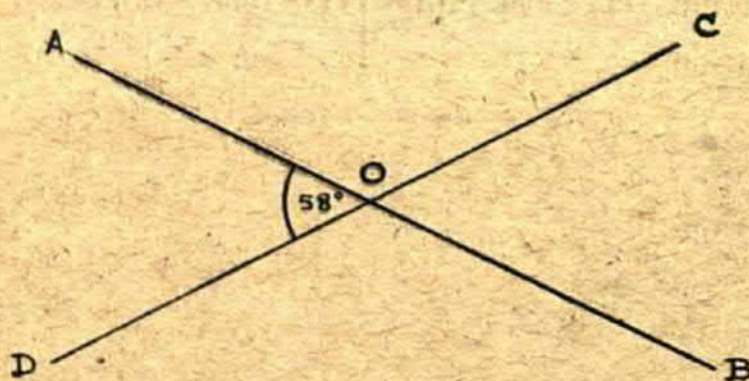
3. จากข้อ 1 + ข้อ 2

4. มุมประชิดรวมกัน = 2 ไร่ จาก
ข้อ 3

แบบฝึกหัดที่ 5

หน้า 28

1.



$$1. \angle AOC + \angle AOD = \angle AOC + 58^\circ = 180^\circ$$

$$2. \angle AOC = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

$$3. \angle AOD = \angle COB = 58^\circ$$

$$4. \angle AOC = \angle DOB = 122^\circ$$

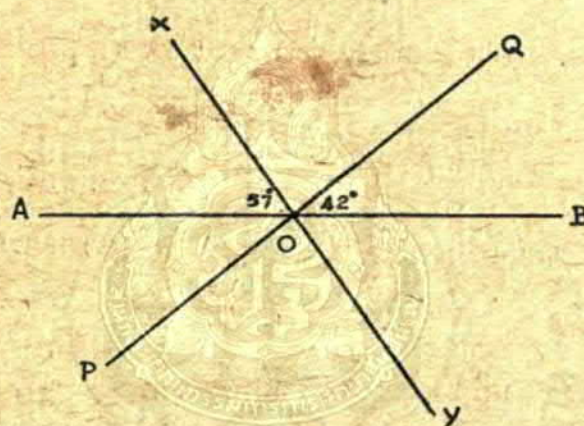
1. เป็นมุมตรง

2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

3. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรงตัดกัน

4. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรงตัดกัน

2.



$$1. \angle AOX + \angle XOQ + \angle QOB = 57^\circ + \angle XOQ + 42^\circ = 180^\circ$$

$$2. \angle XOQ = 180^\circ - 57^\circ - 42^\circ = 81^\circ$$

$$3. \angle POY = \angle XOQ = 81^\circ$$

$$4. \angle AOP = \angle QOB = 42^\circ$$

$$5. \angle YOB = \angle AOX = 57^\circ$$

1. เป็นมุมตรง

2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งที่เท่ากันเหลือเท่ากัน

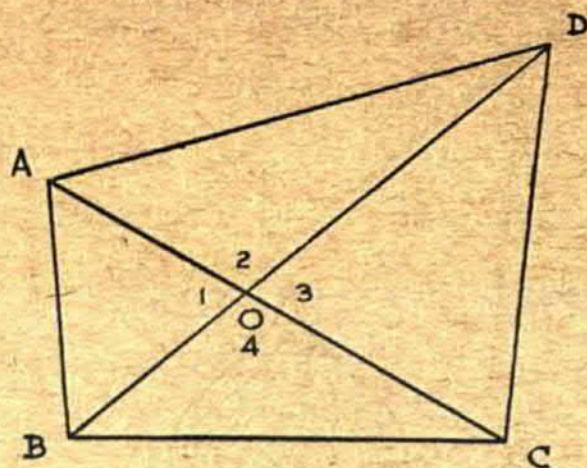
3. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรงตัดกัน

4. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรงตัดกัน

5. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรงตัดกัน

๑๖

8.



ก. ถ้า $\angle 2 = 105^\circ$; $\angle 4 = 105^\circ$

ข. $\angle 3 = 75^\circ$

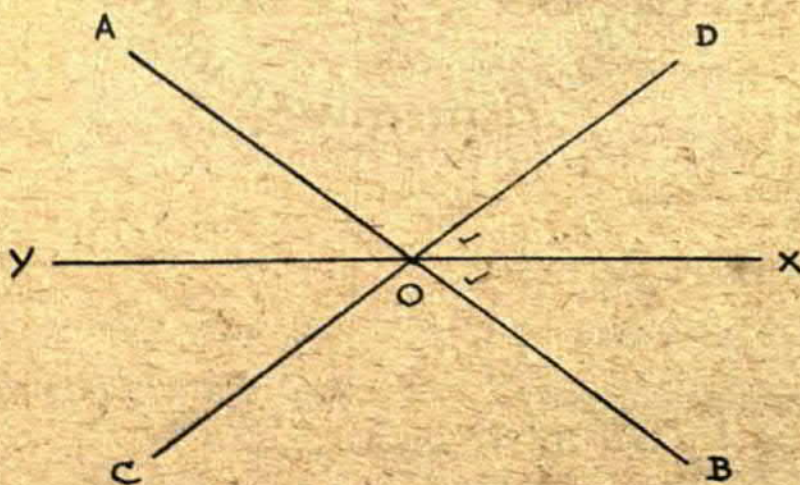
ค. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$

เพราะเป็นมุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง
ตัดกัน

เพราะเป็นมุมประกอบ $\angle 2$ ของ $\angle 4$

เพราะเท่ากับ $\angle 2$ เท่าของมุมตรง

4. ให้ AB และ CD เป็นเส้นตรง 2 เส้นตัดกันที่จุด O XO เป็นเส้นแบ่งครึ่ง $\angle DOB$;
ต่อ XO ไปถึง Y



$$1. \angle DOX = \angle XOY$$

$$2. \angle YOC = \angle DOX$$

$$3. \angle YOA = \angle XOY$$

$$4. \angle YOC = \angle YOA$$

5. YO แบ่งครึ่ง $\angle AOC$ ด้วย

1. OX แบ่งครึ่ง $\angle DOB$

2. มุมตรงข้ามเกิดจาก XY ตัดกับ OD

3. มุมตรงข้ามเกิดจาก XY ตัดกับ AB

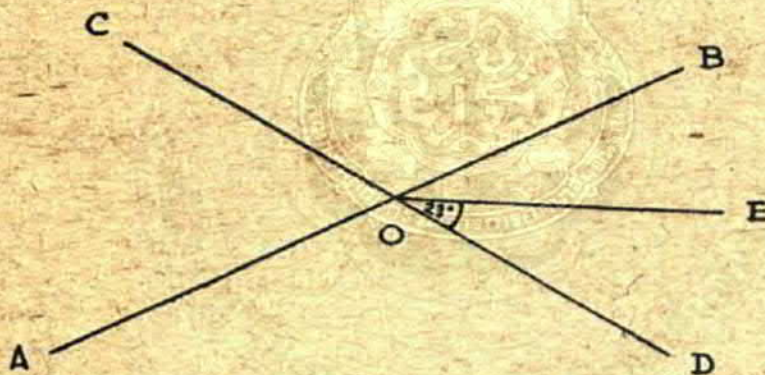
4. ต่างเท่ากับมุมที่เท่ากัน

5. จากข้อ 4

แบบฝึกหัดชุดที่ 6

หน้า 24

1.



$$1. \angle BOE = \angle EOD$$

$$2. \angle EOD = 28^\circ = \angle BOE$$

$$3. \angle EOD + \angle BOE = \angle BOD = 46^\circ$$

$$4. \angle COB + \angle BOD = 180^\circ$$

$$5. \angle COB = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$$

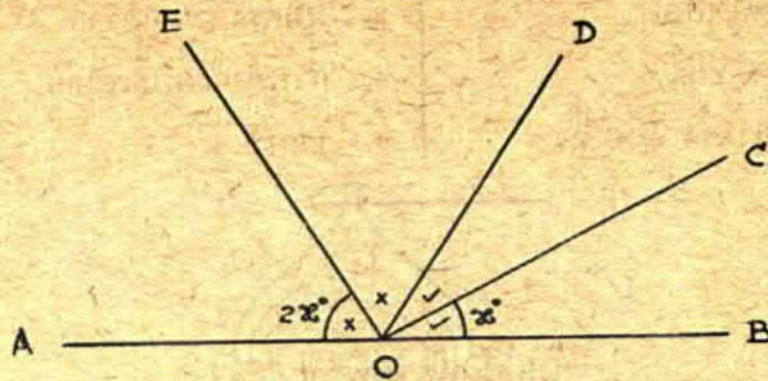
1. กำหนดให้

2. จากกำหนดให้ และจากข้อ 1

3. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

4. เป็นมุมตรง

5. จากข้อ 4 - ข้อ 3



$$1. \angle BOC = \angle COD = x^\circ$$

$$2. \angle DOE = \angle EOA = 2x^\circ$$

$$3. \angle COD + \angle DOE = \angle BOC + \angle EOA \\ = x^\circ + 2x^\circ$$

$$4. \angle COD + \angle DOE + \angle BOC + \angle EOA \\ = 180^\circ$$

$$5. \angle BOC + \angle EOA = 3x^\circ = 90^\circ$$

$$6. x^\circ = 30^\circ$$

1. CO แบ่งครึ่ง $\angle BOD$ และกำหนดให้

2. EO แบ่งครึ่ง $\angle AOD$ และกำหนดให้

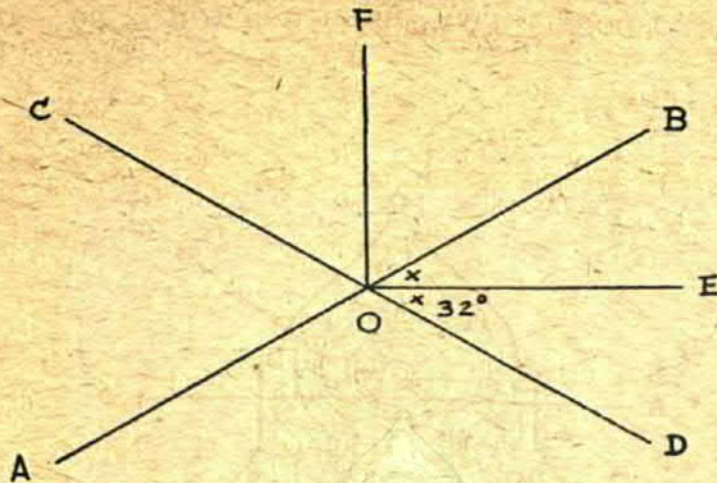
3. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันได้เท่ากัน

4. เป็นมุมตรง

5. ครึ่งหนึ่งของสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

6. สิ่งเท่ากัน หาค้วย สิ่งเท่ากัน ย่อมเท่ากัน

8.



$$1. \angle DOE + \angle EOF + \angle FOC = 32^\circ + 90^\circ + \angle FOC = 180^\circ$$

$$2. \angle FOC = 180^\circ - 32^\circ - 90^\circ = 58^\circ$$

$$3. \angle DOE = \angle EOB = 32^\circ$$

$$4. \angle FOE - \angle EOB = \angle FOB = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$$

$$5. \angle FOC = \angle FOB$$

$$6. OF \text{ แบ่งครึ่ง } \angle BOC$$

1. เป็นมุมตรง

2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

3. OE แบ่งครึ่ง $\angle BOD$

4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

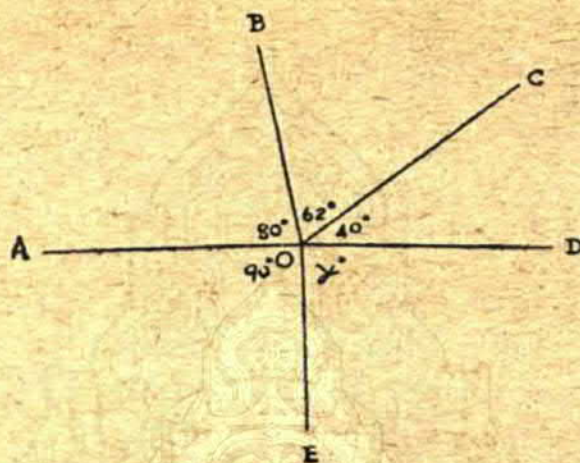
$$5. \text{ ข้อ 2} = \text{ข้อ 4} = 58^\circ$$

6. จากข้อ 5

๒๐

4.

ให้ AO, BO, CO, DO และ EO พยกันที่จุด O มี $\angle AOE = 90^\circ$; $\angle AOB = 80^\circ$
 $\angle BOC = 62^\circ$; $\angle COD = 40^\circ$



$$1. \angle AOE + \angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOE = 360^\circ$$

$$2. 90^\circ + 80^\circ + 62^\circ + 40^\circ + y^\circ = 360^\circ$$

$$3. y^\circ = 360^\circ - 272^\circ = 88^\circ$$

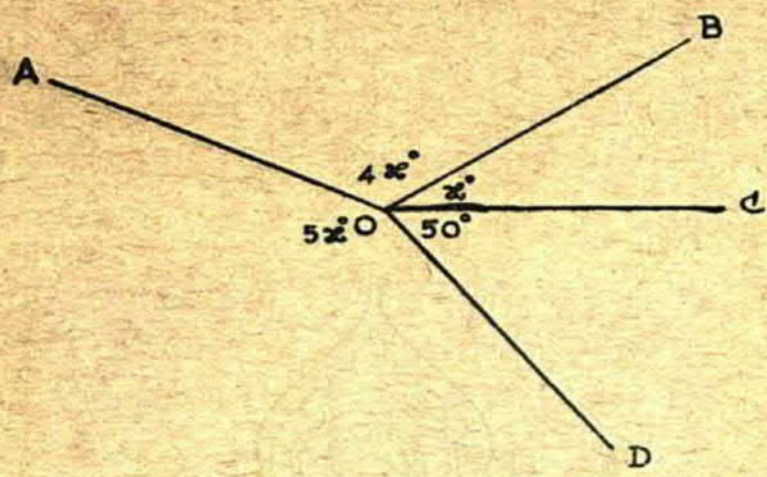
1. มุมรอบจุด O เป็น 4 [ข]

2. แทนค่าในข้อ 1

3. จากข้อ 2 สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

5.

ให้ AO, BO, CO, DO เป็นเส้นตรง 4 เส้นพยกันที่จุด O ทำให้ $\angle AOD = 5x^\circ$;
 $\angle AOB = 4x^\circ$; $\angle BOC = x^\circ$; $\angle COD = 50^\circ$



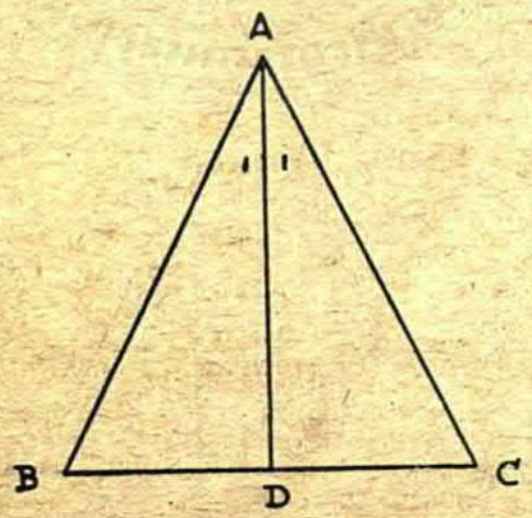
1. $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA = 360^\circ$
2. $4x^\circ + x^\circ + 50^\circ + 5x^\circ = 360^\circ$
3. $10x^\circ = 360^\circ - 50^\circ = 310^\circ$
4. $x^\circ = 31^\circ$

1. มุมรอบจุด O เป็น 4 ข
2. แทนค่าในข้อ 1
3. จากข้อ 2 สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากัน
ข้อมเท่ากัน
4. จากข้อ 3 สิ่งเท่ากันหารด้วยสิ่งเท่า
กัน ข้อมเท่ากัน

แบบฝึกหัดชุดที่ 7

หน้า 29

1.

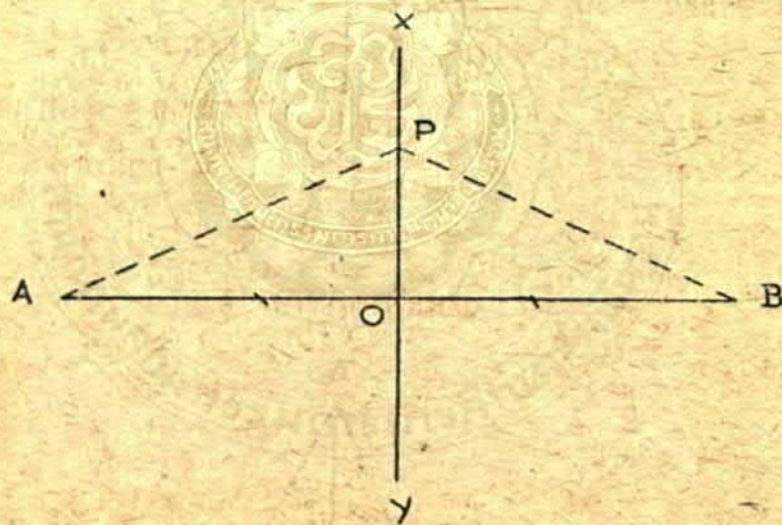


๒๒

1. $AB = AC$
2. $\angle BAD = \angle ACD$
3. $\triangle ABD = \triangle ACD$ ทุกประการ
4. $\therefore BD = DC \dots\dots\dots(1)$
5. $\angle ABD = \angle ACD \dots\dots\dots(2)$
6. $\angle ADB + \angle ADC = 2\angle$
7. $\angle ADB = \angle ADC$
8. $\angle ADB = \angle ADC = 1\angle$
9. $AD \perp BC \dots\dots\dots(3)$

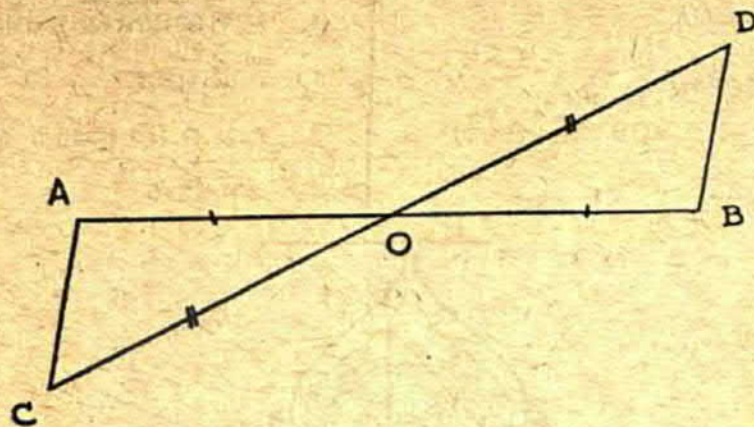
1. กำหนดให้
2. DA แบ่งครึ่ง $\angle BAC$
3. ค.ม.ค. (จากข้อ 1, ข้อ 2 และ AD ก้านร่วม)
4. จากข้อ 3
5. จากข้อ 3
6. เป็นมุมตรง
7. จากข้อ 3
8. ครึ่งของสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน
9. จากข้อ 3

2.



1. $AO = OB$
2. $\angle POA = \angle POB = \angle$
3. $\triangle POA = \triangle POB$ ทุกประการ
4. $\therefore PA = PB$

1. กำหนดให้
2. $XY \perp AB$ ที่ O
3. ค.ม.ค. จากข้อ 1 ข้อ 2 และ PO ก้านร่วม
4. จากข้อ 3



1. $AO = BO; CO = DO$

2. $\angle AOC = \angle BOD$

3. $\triangle AOC = \triangle BOD$ ทุกประการ

4. $AC = BD$

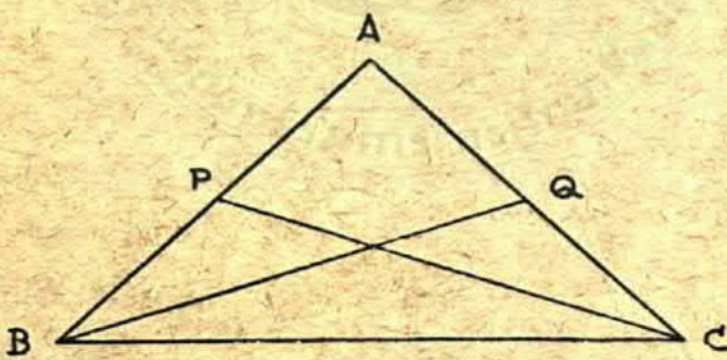
1. กำหนดให้

2. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน

3. ค.ม.ค. (จากข้อ 1 และข้อ 2)

4. จากข้อ 3

4.



1. $BP = PA = \frac{AB}{2}$

2. $CQ = AQ = \frac{AC}{2}$

3. $AB = AC$

1. P เป็นจุดกึ่งกลาง AB

2. Q „ AC

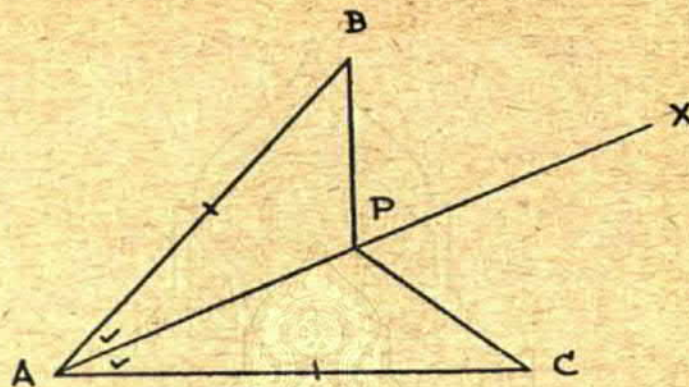
3. กำหนดให้

๒๔

4. $\therefore PA = QA$
5. $\angle PAC = \angle BAQ$
6. $\triangle APC = \triangle AQB$ ทุกประการ
7. $PC = QB$

4. ค้างเท่ากันสิ่งเท่ากัน
5. เป็นมุมร่วม
6. ค.ม.ค. (จากข้อ 8 ข้อ 5 และ ข้อ 4)
7. จากข้อ 6

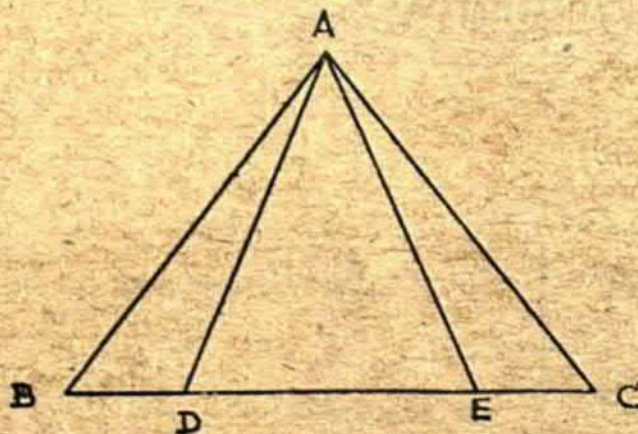
5.



1. $AB = AC$
2. $\angle BAP = \angle CAP$
3. $\triangle BAP = \triangle CAP$ ทุกประการ
4. $BP = CP$

1. กำหนดให้
2. AP แบ่งครึ่ง $\angle BAC$
3. ค.ม.ค. (จากข้อ 1, ข้อ 2 และ AP ร่วมกัน)
4. จากข้อ 3

6.

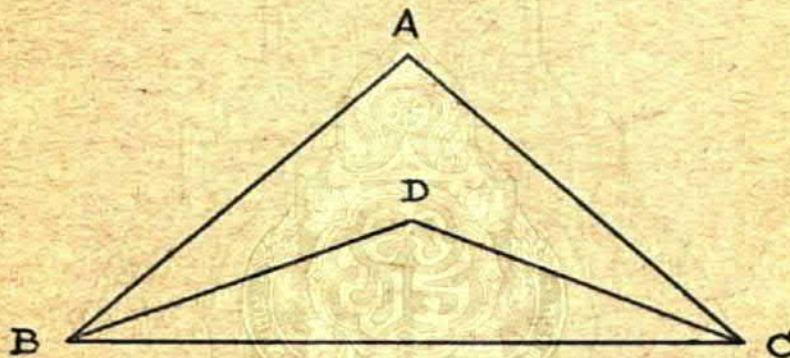


ใน $\triangle ABC$; $AB = AC$; $BD = EC$
(โจทย์กำหนด)

- $\therefore ABC$ เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว
- $\therefore \angle ABD = \angle ACE$ เพราะ ABC เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว
- $\therefore \triangle ABD$ และ $\triangle ACE$ เท่ากันทุกประการ (ค.ม.ค.)

$\therefore AD=AE$ เพราะ $\triangle ABD = \triangle ACE$ ทุกประการ
 $\therefore \triangle ADE$ เป็น $\triangle$ หน้าที่ เพราะมีด้านเท่ากันสองด้าน

7. ให้ ABC เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง มี $AB=AC$
 DB เป็นเส้นแบ่งครึ่ง $\angle B$
 CD เป็นเส้นแบ่งครึ่ง $\angle C$ พบกันที่ D

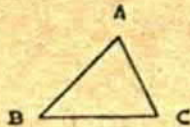


1. $AB=AC$
2. $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่
3. $\angle ABC = \angle ACB$
4. $\angle DBC = \angle DBA = \frac{\angle B}{2}$
5. $\angle DCB = \angle DCA = \frac{\angle C}{2}$
6. $\angle DBC = \angle DCB$
7. $\triangle DBC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่

1. กำหนดให้
2. นิยามของ $\triangle$ หน้าที่ จากข้อ 1
3. " " "
4. BD แบ่งครึ่ง $\angle B$
5. CD " $\angle C$
6. ครึ่งของมุมที่เท่ากันย่อมเท่ากัน
7. นิยามของ $\triangle$ หน้าที่ จากข้อ 6

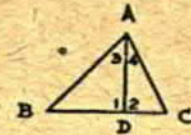
๒๖

8.



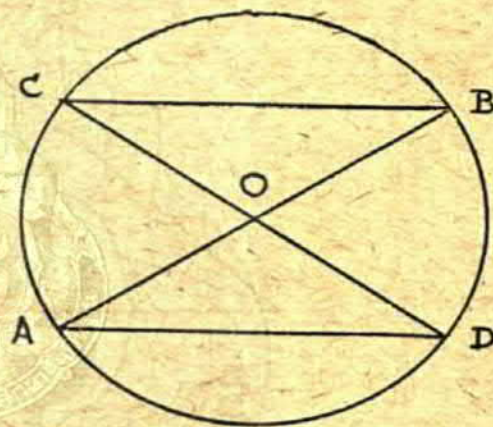
ด้าน	มุม	ด้าน
AB	$\hat{BAC}$	AC
BC	$\hat{BCA}$	AC
AB	$\hat{ABC}$	BC

ด้าน	มุม	ด้าน
BD	$\hat{1}$	DA
AD	$\hat{2}$	DC
AB	$\hat{3}$	AD

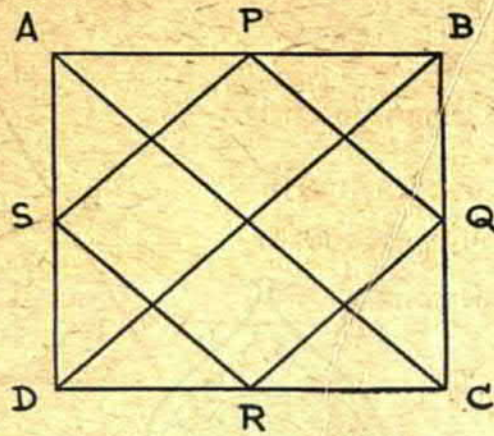


9. $\triangle AOD$; $\triangle COB$ เท่ากันทุกประการ

- $\therefore$ {
- ก. $OA=OC$ เพราะเป็นรัศมี $\odot$ เดียวกัน
 - ข. $OD=OB$ เพราะเป็นรัศมี $\odot$ เดียวกัน
 - ค. $\hat{AOD}=\hat{COB}$ เพราะเป็นมุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน



10.

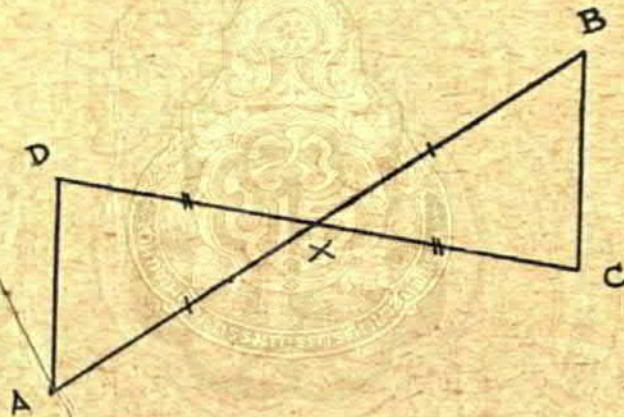
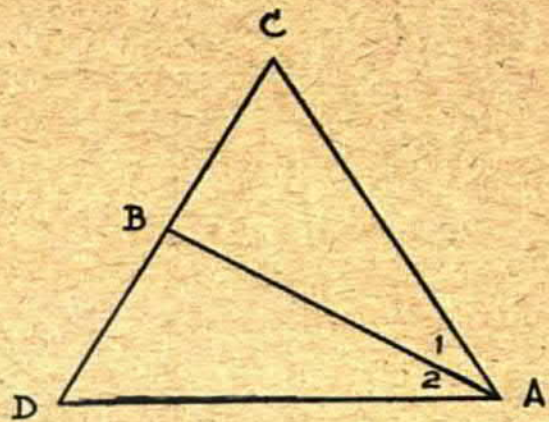


1. $PB = \frac{AB}{2}$
2. $CR = \frac{CD}{2}$
3. $AB = CD$
4. $PB = CR$
5. $BQ = QC$
6. $\angle PBQ = \angle QCR = 1^{\circ}$
7. $\triangle PBQ = \triangle QCR$
ทุกประการ
8. $\therefore PQ = QR$
9. $PQ = QR = RS = SP$
..... (ก)
10. $\triangle ABC = \triangle BCD$
ทุกประการ
11. $AC = BD$ (ข)

1. P เป็นจุดกึ่งกลาง AB
2. R เป็นจุดกึ่งกลาง DC
3. ด้านของ $\square$ ABCD
4. ต่างเป็นครึ่งหนึ่งของสิ่งที่เท่ากัน
5. Q เป็นจุดกึ่งกลางของ BC
6. มุมของ $\square$ เป็นมุมฉาก
7. ค.ม.ค. จาก ข้อ 4 ข้อ 6 และ ข้อ 5
8. จากข้อ 7
9. พิสูจน์ทำนองเดียวกับข้อ 1 ถึงข้อ 8
10. ค.ม.ค. จากข้อ 8 ข้อ 6 และ BC ด้านร่วม
11. จากข้อ 10

11. $\triangle ABC$; $\triangle ADB$ เท่ากันทุกประการ

$$\therefore \begin{cases} \text{ก. } AC = AD & \text{เพราะกำหนดให้} \\ \text{ข. } \hat{1} = \hat{2} & \text{เพราะกำหนดให้} \\ \text{ค. } AB = AB & \text{เพราะเป็นด้านร่วม} \end{cases}$$



12. ให้ AB ตัดกับ CD ที่ X มี $AX = XB$; $CX = XD$

ต่อ AD , CB

1. $AX = XB$; $CX = XD$

2. $\hat{AXD} = \hat{CXB}$

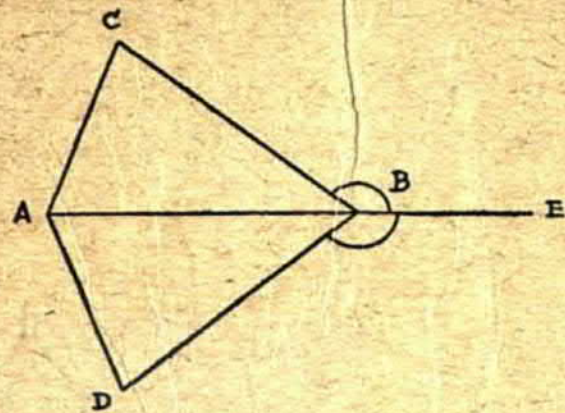
3. $\triangle AXD = \triangle CXB$ ทุกประการ

1. กำหนดให้

2. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้น
ตัดกัน

3. ค.ม.ค. จากข้อ 1 และข้อ 2

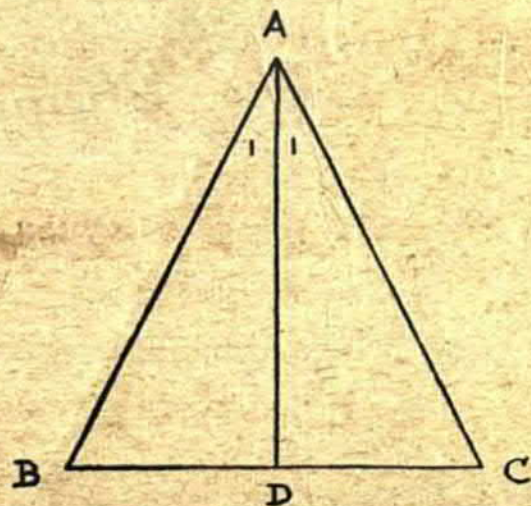
13. ให้ B เป็นจุดกึ่งกลางบนเส้นตรง AE
 $\angle EBC = \angle EBD$ และเป็นมุมฉาก
 $BC = BD$



1. $\angle ABC + \angle EBC = 2 \text{ ๙๐}$
2. $\angle ABD + \angle EBD = 2 \text{ ๙๐}$
3. $\angle EBC = \angle EBD$
4. $\angle ABC = \angle ABD$
5. $BC = BD$
6. $\triangle ABC = \triangle ABD$ ทุกประการ
7. $\angle ACB = \angle ADB$; $\angle BAC = \angle BAD$

1. เป็นมุมตรง
2. เป็นมุมตรง
3. กำหนดให้
4. ต่างเท่ากับสิ่งที่เท่ากัน
5. กำหนดให้
6. ค.ม.ค. จากข้อ 5, ข้อ 4 และ AB ด้านร่วม
7. จากข้อ 6

14. ให้ ABC เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง ซึ่งมี
 $AB = AC$ ลากเส้น AD แบ่งครึ่ง
 $\angle BAC$ ซึ่งเป็นมุมยอด ลงไปพบ
 ฐาน BC ที่จุด D



1. $AB = AC$

2. $\hat{B}AD = \hat{D}AC$

3. $\triangle BAD = \triangle ADC$ ทุกประการ

4. $\hat{A}BC = \hat{A}CB$ และ $\triangle ABC$
เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

1. กำหนดให้

2. AD แบ่งครึ่ง $\hat{B}AC$ 3. ก.ม.ค. จากข้อ 1, ข้อ 2 และ
 AD คำนวณ

4. จากข้อ 3

แบบฝึกหัดชุดที่ 8

หน้า 34

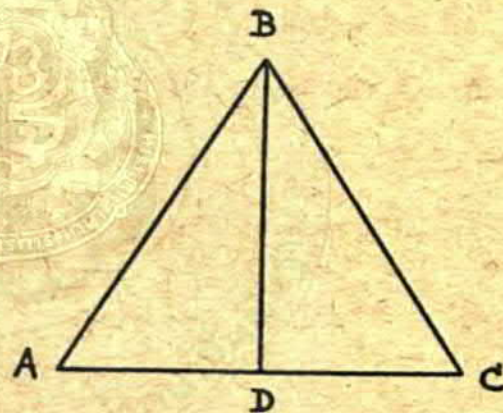
1. ABC เป็น $\triangle$ ด้านเท่า $\therefore \triangle$ ด้านเท่าเป็น $\triangle$ หน้าจั่วได้

เพราะ

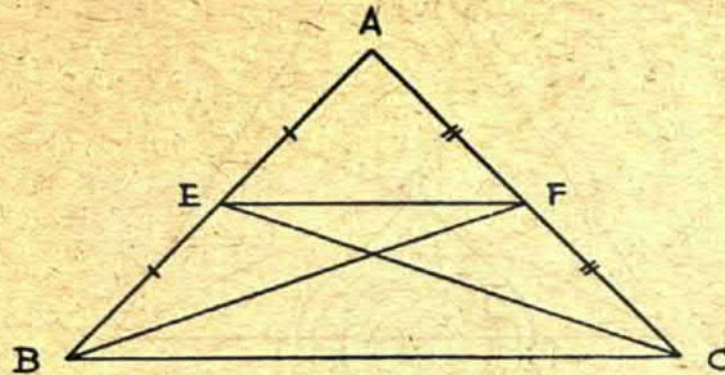
ก. ด้านเท่ากัน 2 ด้านคือ $AB = BC$ ข. มุมฐาน 2 มุม เท่ากันคือ
 $\hat{B}AC = \hat{B}CA$ ค. เมื่อ BD แบ่งครึ่ง $\hat{B}$ ทำให้

$\triangle ABD = \triangle DBC$ ทุกประการ

$$\therefore \begin{cases} 1. AB = BC \text{ (ด้านเท่าของ } \triangle \text{ หน้าจั่ว)} \\ 2. \hat{A}BD = \hat{D}BC \text{ (BD แบ่งครึ่ง } \hat{A}BC) \\ 3. BD \text{ เป็นด้านร่วม} \end{cases}$$

ง. ด้านฐานถูกแบ่งเป็นสองส่วนเท่ากัน คือ $AD = DC$ 

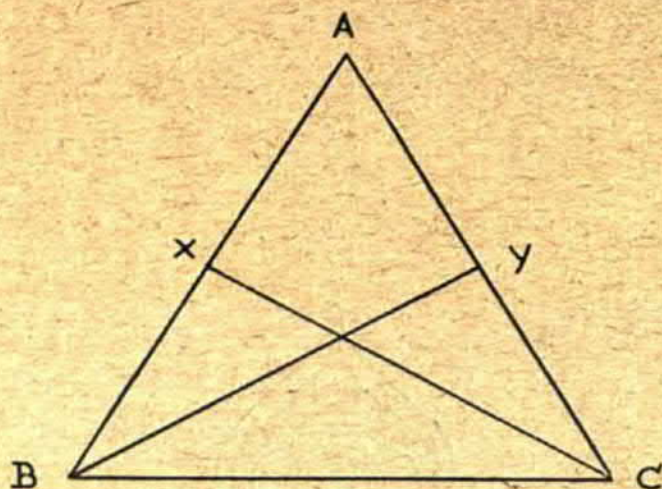
๒. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่ $AB = AC$; E แบ่งครึ่ง AB ; F แบ่งครึ่ง AC ;



1. $BE = EA = \frac{AB}{2}$
2. $CF = FA = \frac{AC}{2}$
3. $AB = AC$
4. $BE = CF \dots\dots (ก)$
5. $AE = AF$ และ $\triangle AEF$ เป็น $\triangle$ หน้าที่
6. $\angle AEF = \angle AFE$
7. $\angle AEF + \angle BEF = 2\angle$
8. $\angle AFE + \angle CFE = 2\angle$
9. $\angle BEF = \angle CFE \dots\dots (ข)$
10. $\triangle BEF = \triangle CFE$
ทุกประการ $\dots\dots (ค)$

1. E แบ่งครึ่ง AB
2. F แบ่งครึ่ง AC
3. กำหนดให้
4. ท่างเท่ากับครึ่งของด้านที่เท่ากัน
5. จากข้อ 4 ท่างเท่ากับสิ่งเท่ากัน
6. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าที่ จากข้อ 5
7. เป็นมุมตรง
8. เป็นมุมตรง
9. สิ่งเท่ากันโดยสิ่งที่เท่ากันเหลือเท่ากัน
10. ก.ม.ค. จากข้อ 4 ข้อ 9 และ EF กันร่วม

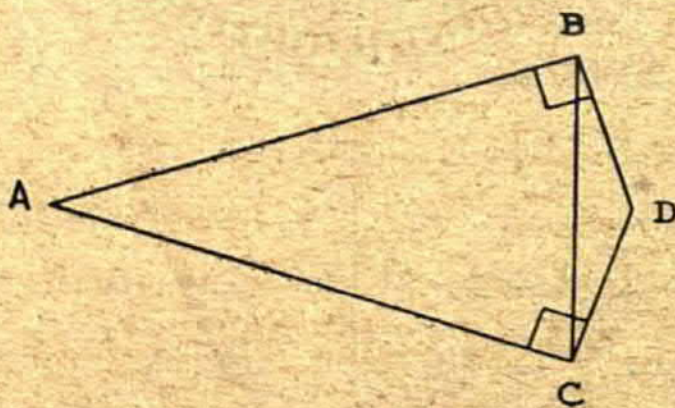
8.



1. $AB = BC = AC$
2. $XB = \frac{AB}{2}$
3. $YC = \frac{AC}{2}$
4. $XB = YC$
5. $\angle ABC = \angle ACB$
6. $\triangle XBC \cong \triangle YCB$
7. $OX = BY$

1. กำหนดให้
2. X แบ่งครึ่ง AB
3. Y แบ่งครึ่ง AC
4. ข้างเท่ากับครึ่งหนึ่งของสิ่งที่เท่ากัน
5. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าไว้เท่ากัน
6. ก.ม.ค. ข้อ 4, ข้อ 5 และ BC
ด้านร่วม
7. จากข้อ 6

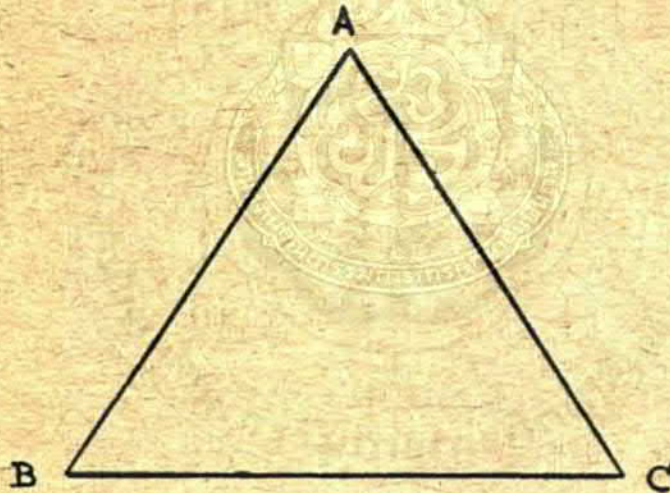
4.



1. $AB = AC$
2. $\hat{A}BC = \hat{A}CB$
3. $\hat{A}BD = \hat{A}CD = 1 \text{ R}$
4. $\hat{A}BD - \hat{A}BC = \hat{A}DC$
 $= \hat{A}CD - \hat{A}CB = \hat{A}DB$
5. DBC เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

1. ด้านเท่าของ $\triangle$ หน้าจั่ว
2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าจั่วเท่ากัน
3. กำหนดให้
4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งที่เท่ากันเหลือเท่ากัน
5. จากข้อ 4 และนิยามของ $\triangle$ หน้าจั่ว

5.

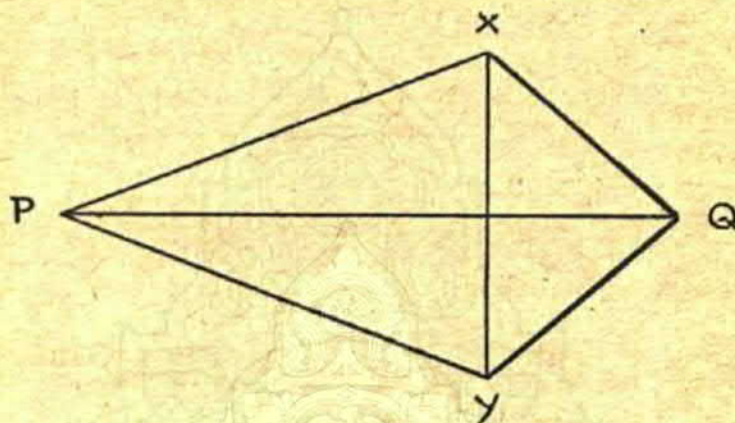
ให้ ABC เป็น $\triangle$ ด้านเท่า

1. $AB = BC = CA$
2. $\hat{A}BC = \hat{A}CB$
3. $\hat{A}BC = \hat{B}AC$
4. $\hat{A}BC = \hat{A}CB = \hat{B}AC$

1. กำหนดให้
2. ABC เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว มุมที่ฐานเท่ากัน
3. CBA เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว มุมที่ฐานเท่ากัน
4. ต่างเท่ากับสิ่งเดียวกัน

หน้า 36

1.



1. $PX = PY$

2. $QX = QY$

3. $\triangle PXQ = \triangle PYQ$

ทุกประการ

4. $\angle XPQ = \angle YPQ ; \angle XQP = \angle YQP$

5. นนคช PQ แบ่งครึ่ง $\angle XPY$

และ $\angle QY$

1. ด้านเท่าของ $\triangle$ หน้าจั่ว PXY

2. ด้านเท่าของ $\triangle$ หน้าจั่ว QXY

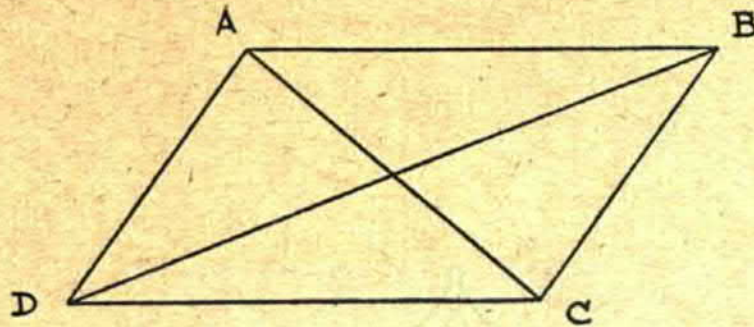
3. ก.ก.ก. จากข้อ 1, ข้อ 2 และ PQ ด้านร่วม

4. จากข้อ 3

5. จากข้อ 4

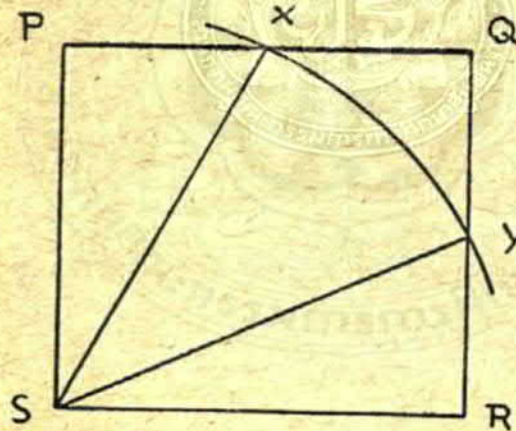
2. ให้ ABCD เป็น $\square$ มี $AB = CD ; BC = AD ; AC$ และ BD เป็นเส้น

ทแยงมุม



- | | |
|--|-----------------------------------|
| 1. $AB = CD ; BC = AD$ | 1. กำหนดให้ |
| 2. $\triangle ABD = \triangle BDC$ ทุกประการ | 2. ก.ค.ก. จากข้อ 1 และ BD กันร่วม |
| 3. $\triangle ABC = \triangle ADC$ ทุกประการ | 3. ก.ค.ก. จากข้อ 1 และ AC กันร่วม |

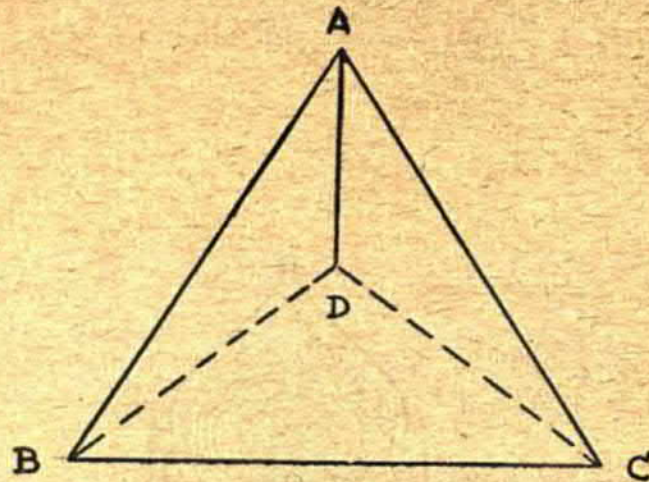
8.



- | | |
|--|--|
| 1. $PS = SR$ | 1. ด้านของ $\square$ ย่อมเท่ากัน |
| 2. $PX = RY$ | 2. กำหนดให้ |
| 3. $SX = SY$ | 3. ห่างจาก S เท่ากันโดยระยะวัดที่มีของ $\odot$ |
| 4. $\triangle PSX = \triangle SYR$ ทุกประการ | 4. ก.ค.ก. จากข้อ 1, ข้อ 2 และ ข้อ 3 |

๓๖

4.



1. $AB = AC$

2. $DB = DC$

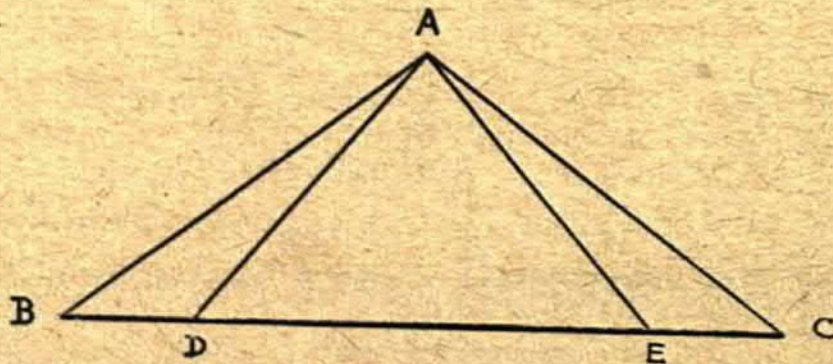
3. $\triangle ABD = \triangle ACD$ ทุก
ประการ

1. ด้านของ $\triangle$ ด้านเท่า

2. D ห่างจาก B และ C เท่ากัน
(กำหนดให้)

3. ก.ก.ก. จากข้อ 1, ข้อ 2 และ AD
ด้านร่วม

๕. ให้ ADE เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว ต่อ DE ออกไปอีก 2 ข้าง ให้ $DB = EC$
และ ABC เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว



1. $AD = AE$

2. $AB = AC$

3. $BD = EC$

4. $\triangle ABD = \triangle AEC$ ทุก

ประการ

1. ด้านเท่าของ $\triangle$ หน้าหัว ADE2. ด้านเท่าของ $\triangle$ หน้าหัว ABC

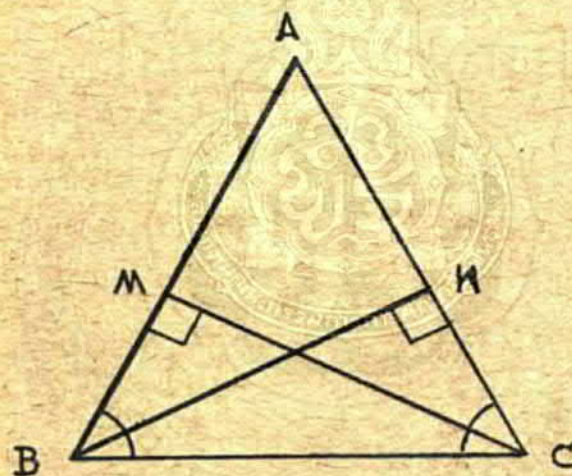
3. กำหนดให้

4. ก.ก.ค. ข้อ 1, ข้อ 2 และ ข้อ 3

แบบฝึกหัดชุดที่ 10

หน้า 38

1.



1. $AB = AC$

2. $\angle ABC = \angle ACB$

3. $\angle BMC = \angle BKC = 90^\circ$

4. $\triangle BMC = \triangle BKC$ ทุก

ประการ

5. $CM = BK$

1. กำหนดให้

2. มุมฐานของ $\triangle$ หน้าหัว3. $BK \perp AC$ และ $CM \perp AB$

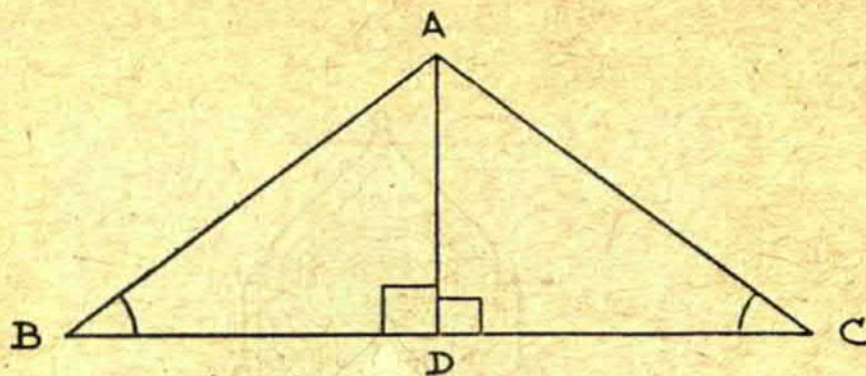
4. ม.ค.ม. จากข้อ 2, BC ด้านร่วม และ ข้อ 3

5. จากข้อ 4

๓๘

๒. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ ม $\hat{B} = \hat{C}$

ลากเส้นจาก $A \perp BC$ ที่ D



1. $\hat{B} = \hat{C}$

2. $\hat{ADB} = \hat{ADC} = 90^\circ$

3. $\triangle ADB = \triangle ADC$ ทุก
ประการ

4. $\therefore AB = AC$ และ $\triangle ABC$
เป็น $\triangle$ หน้าที่

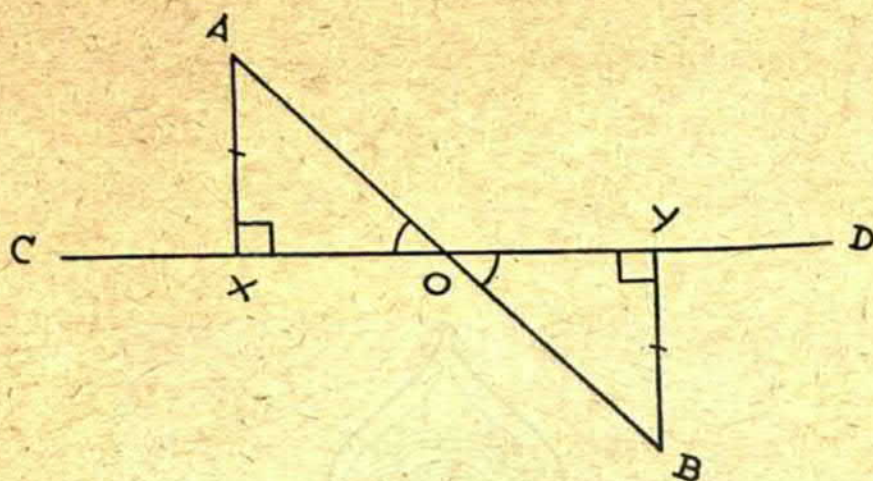
1. กำหนดให้

2. $AD \perp BC$ ที่ D

3. ม.ก.ม. จากข้อ 1; AD ด้านร่วม
และข้อ 2

4. จากข้อ 3 และนิยามของ $\triangle$
หน้า

๓. ให้ AB และ CD เป็นเส้นตรง ๒ เส้นตัดกันที่ O ลาก $AX \perp CD$ ที่ X และ
 $BY \perp CD$ ที่ Y ทำให้ $AX = BY$



1. $AX = BY$
2. $\angle AOX = \angle BOY$

3. $\angle AYO = \angle BOX = 1$ ๒

4. $\triangle AOX = \triangle BOY$ ทุกประการ

5. $AO = BO$; O เป็นจุดกึ่งกลาง AB

1. กำหนดให้

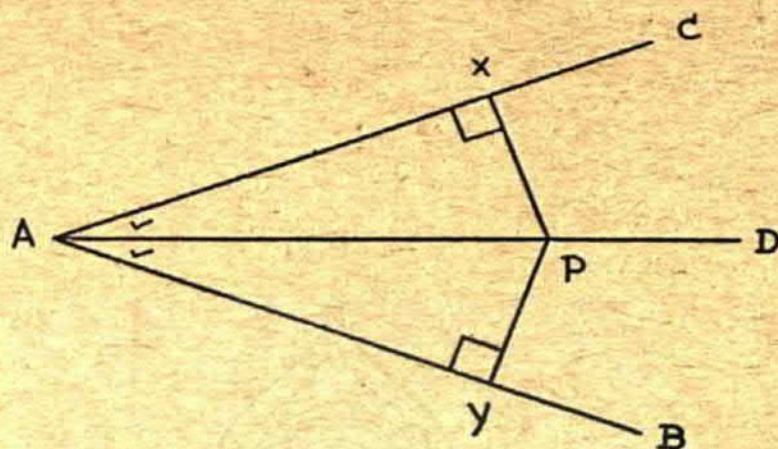
2. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน

3. กำหนดให้

4. ม.ค.ม. จากข้อ 2; ข้อ 1 และข้อ 3

5. จากข้อ 4

4. ให้ $\angle CAB$ เป็นมุม ๆ หนึ่ง มี AD เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุม P เป็นจุดบน AD ลากเส้น $PX \perp AC$ ที่ X และ $PY \perp AB$ ที่ Y



$$1. \angle AYP = \angle AXP = 90^\circ$$

$$2. \angle YAP = \angle XAP$$

$$3. \triangle AYP = \triangle AXP$$

ทุกประการ

$$4. PY = PX$$

1. กำหนดให้

2. PA แบ่งครึ่ง $\angle BAC$

3. ม.ท.ม. จากข้อ 1; AP คำนวณ
และข้อ 2

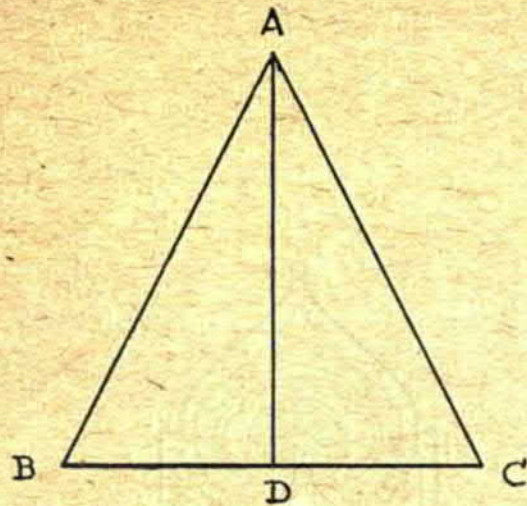
4. จากข้อ 3

๕. (1) ABC เป็น $\triangle$ หนึ่ง

$$\therefore \begin{cases} \text{ก. } \angle BAD = \angle DAC & (\text{กำหนดให้}) \\ \text{ข. } \angle ADB = \angle ADC & (= 90^\circ) \\ \text{ค. } AD \text{ เป็นเส้นร่วม} \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD = \triangle ACD \text{ ทุกประการ (ม.ท.ม.)}$$

$$\therefore AB = AC$$



(๒) ABC เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

$$\therefore \begin{cases} \text{ก. } BD = DC & (\text{กำหนดให้}) \\ \text{ข. } \angle ADB = \angle ADC & (= 1 \text{ ฏ.}) \\ \text{ค. } AD \text{ ใช้กันร่วม} \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD = \triangle ACD \text{ ทุกประการ (ค.ม.ก.)}$$

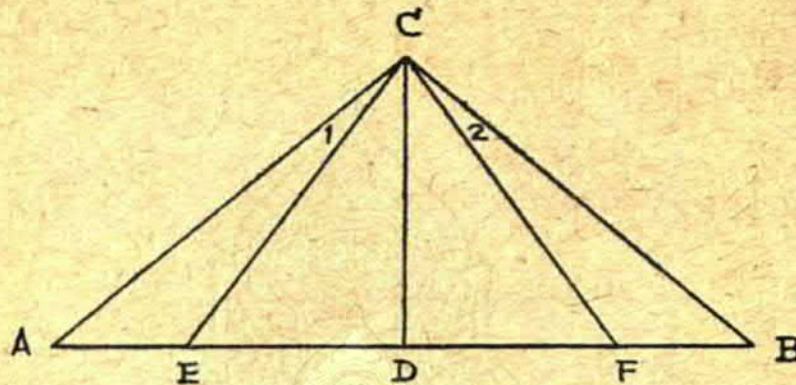
$$\therefore AB = AC$$

(๑) ABC เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว เพราะ เส้นที่ลากจากมุมยอดของ $\triangle$ หน้าจั่ว แบ่งครึ่งมุมยอด ขัอมแบ่งครึ่งฐาน และ $\triangle ABC$ มี AD แบ่งครึ่ง $\angle BAC$ และลากมาแบ่งครึ่งฐาน BC ทำให้ $BD = DC$

แบบฝึกหัดโจทย์ระคน รูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการ

หน้า 40

1.



- | | |
|--|--|
| 1. $AC = BC$ | 1. กำหนดให้ |
| 2. $\hat{CDA} = \hat{CDB} = 1$ ๑ | 2. $CD \perp AB$ |
| 3. $\triangle CDA = \triangle CDB$ ทุกประการ | 3. ก.ค.ก. จากข้อ 1, ข้อ 2 และ CD
กั้นร่วม |
| 4. $AD = DB$ | 4. จากข้อ 3 |
| 5. $AE = FB$ | 5. กำหนดให้ |
| 6. $\therefore ED = DF$ | 6. ข้อ 4 — ข้อ 5 |

2. (รูปจากข้อ 1)

- | | |
|--|--|
| 1. $AE = BF; ED = DF$ | 1. กำหนดให้ |
| 2. $AE + ED = BF + DF$ | 2. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันได้เท่ากัน |
| 3. $AD = DB$ | 3. จากข้อ 2 |
| 4. $AC = BC$ | 4. กำหนดให้ |
| 5. $\triangle ACD = \triangle CDB$ ทุกประการ | 5. ก.ค.ก. จากข้อ 1; ข้อ 4 และ CD
กั้นร่วม |

- | | |
|---|------------------------------|
| 6. $\hat{ADC} = \hat{CDB}$ | 6. จากข้อ 5 |
| 7. $\hat{ADC} + \hat{CDB} = 2 \mid \underline{a}$ | 7. เป็นมุมตรง |
| 8. $\hat{ADC} = \hat{CDB} = 1 \mid \underline{a}$
นนคณ $CD \perp AB$ | 8. กาง = ครึ่งหนึ่งของมุมตรง |

8. (รูปจากข้อ 1)

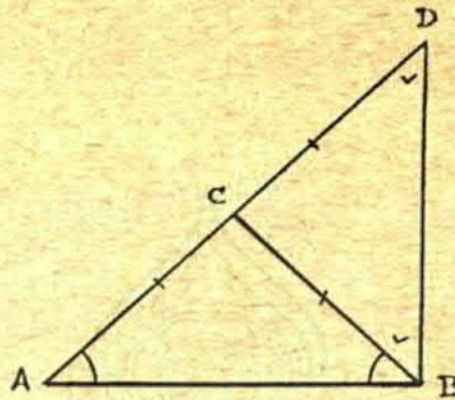
- | | |
|--|--|
| 1. $AC = BC$ | 1. กำหนดให้ |
| 2. $\hat{CAB} = \hat{CBA}$ | 2. มุมฐานของ $\triangle$ หน้า $\hat{A} ABC$ |
| 3. $\hat{1} = \hat{2}$ | 3. กำหนดให้ |
| 4. $\triangle ACE = \triangle CBF$ ทุกประการ | 4. ม.ก.ม. จากข้อ 2, ข้อ 1 และข้อ 3 |
| 5. $CE = CF$ และ CEF เป็น $\triangle$ หน้า $\hat{A}$ | 5. จากข้อ 4 และนิยามของ $\triangle$ หน้า $\hat{A}$ |

4. (รูปจากข้อ 1)

- | | |
|--|--|
| 1. $CE = CF; AE = BF$ | 1. กำหนดให้ |
| 2. $\hat{GEF} = \hat{CFE}$ | 2. มุมฐานของ $\triangle$ หน้า $\hat{A} CEF$ |
| 3. $\hat{GEF} + \hat{CEA} = \hat{CFE} + \hat{CFB}$
$= 2 \mid \underline{a}$ | 3. กาง = มุมตรง |
| 4. $\hat{CEA} = \hat{CFB}$ | 4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากัน เหลือเท่ากัน |
| 5. $\triangle ACE = \triangle CBF$ ทุกประการ | 5. ก.ม.ก. จากข้อ 1, ข้อ 4 |
| 6. $AC = BC$ และ ABC เป็น $\triangle$ หน้า $\hat{A}$ | 6. จากข้อ 5 และนิยามของ $\triangle$ หน้า $\hat{A}$ |

๔๔

5.



1. $AC = CB$

2. $\angle CAB = \angle CBA$

3. $CB = CD$

4. $\angle CBD = \angle CDB$

5. $\angle CAB + \angle CDB = \angle CBA + \angle CBD$
 $= \angle ABD$

1. กำหนดให้

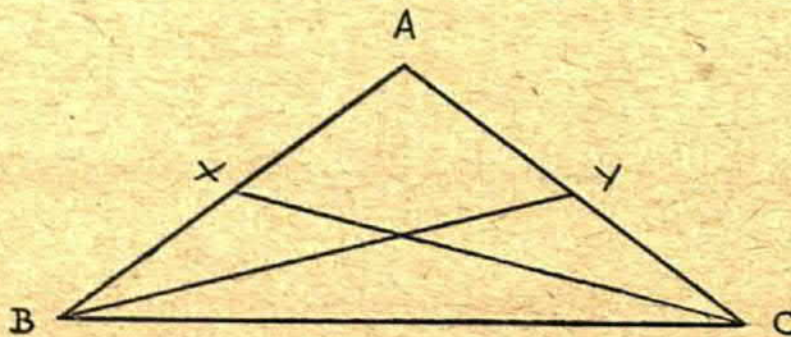
2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าจั่ว ABC

3. กำหนดให้

4. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าจั่ว CBD

5. สิ่งเท่ากันบวกกับสิ่งเท่ากัน บ่อม
 เท่ากัน

6.



ให้ ABC เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว มี $AB = AC$

ลากมัธยฐานจาก B แบ่งครึ่ง AC ที่ Y

ลากมัธยฐานจาก C แบ่งครึ่ง AB ที่ X

1. $BX = \frac{AB}{2}$

2. $CY = \frac{AC}{2}$

3. $AB = AC$

4. $BX = CY$

5. $\angle ABC = \angle ACB$

6. $\triangle BXC = \triangle CYC$ ทุกประการ

7. $BY = CX$

1. มัธยฐานแบ่งครึ่ง AB

2. มัธยฐานแบ่งครึ่ง AC

3. กำหนดให้

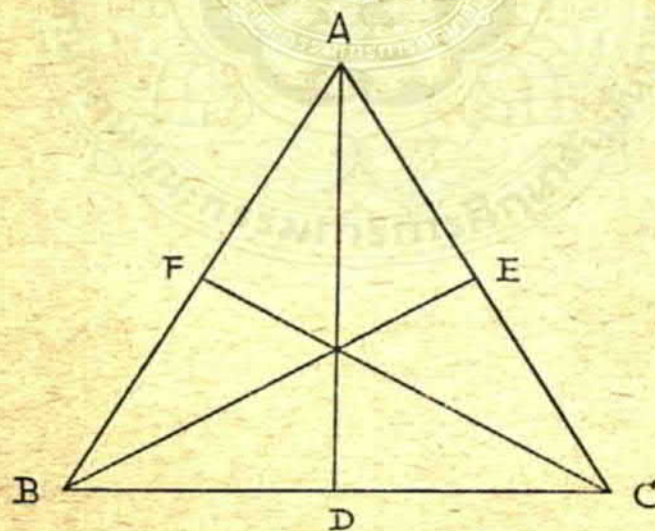
4. ครึ่งของสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

5. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าจั่ว ABC

6. ค.ม.ค. จากข้อ 4, ข้อ 5 และ BC ด้านร่วม

7. จากข้อ 6

7.



ให้ ABC เป็น $\triangle$ ด้านเท่า

D, E, F เป็นจุดกึ่งกลางของ BC, CA และ AB ลาก AD, BE, CF

๔๖

$$1. AB = BC = AC$$

$$2. BD = DC = \frac{BC}{2}$$

$$3. CE = EA = \frac{AC}{2}$$

$$4. DC = CE$$

$$5. \triangle BCE = \triangle ACD \text{ ทุกประการ}$$

$$6. BE = AD$$

$$7. \triangle BCF = \triangle ABD \text{ ทุกประการ}$$

$$8. CF = AD$$

$$9. BE = AD = CF$$

1. ด้านของ $\triangle$ ด้านเท่า

2. ด้านเป็นครึ่งของ BC

3. ด้านเป็นครึ่งของ AC

4. ด้านเป็นครึ่งของด้านที่เท่ากัน

5. ค.ม.ท. ข้อ 1 $\triangle BCA$ เป็นมุมร่วม และข้อ 4

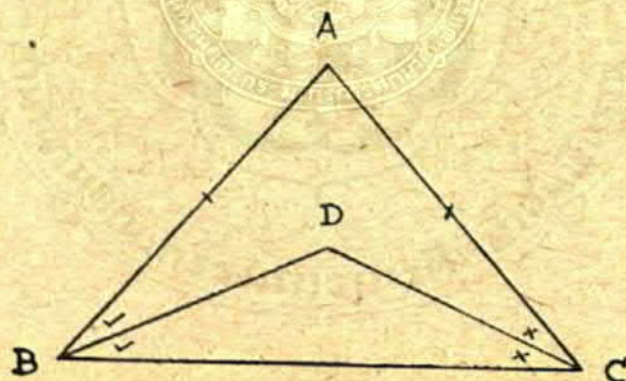
6. จากข้อ 5

7. ทำนองเดียวกันกับ ข้อ 1 ถึงข้อ 6

8. จากข้อ 7

9. จากข้อ 6 = ข้อ 8

8.



$$1. AB = AC$$

$$2. \angle ABC = \angle ACB$$

$$3. \angle DBC = \frac{\angle ABC}{2}$$

$$4. \angle DCB = \frac{\angle ACB}{2}$$

1. กำหนดให้

2. มุมฐานของ $\triangle$ หน้า $\triangle ABC$

3. BD แบ่งครึ่ง $\angle ABC$

4. CD แบ่งครึ่ง $\angle ACB$

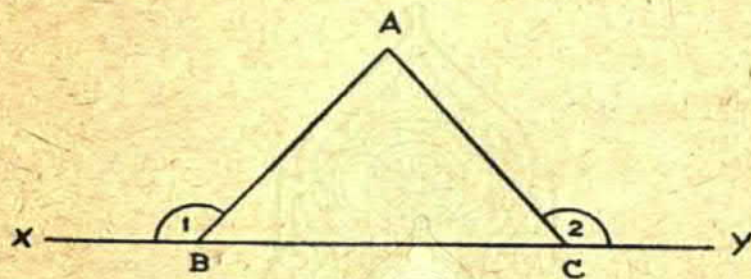
$$5. \angle DBC = \angle DCB$$

6. $\triangle DBC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่

5. ท่างเป็นครึ่งของมุมที่เท่ากัน

6. ข้อ 5 และคุณสมบัติของ $\triangle$ หน้าที่

9.



$$1. \angle 1 + \angle ABC = \angle 2 + \angle ACB$$

$$2. \angle 1 = \angle 2 = 180^\circ$$

$$3. \angle ABC = \angle ACB$$

4. $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่

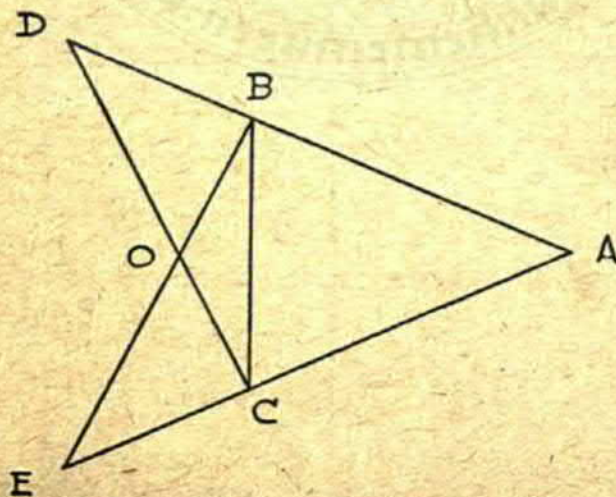
1. ท่างเท่ากัน 2 | ๒

2. กำหนดให้

3. สิ่งเท่ากันโดยสิ่งเท่ากัน เหลือ
เท่ากัน

4. ข้อ 5 และคุณสมบัติของ $\triangle$ หน้าที่

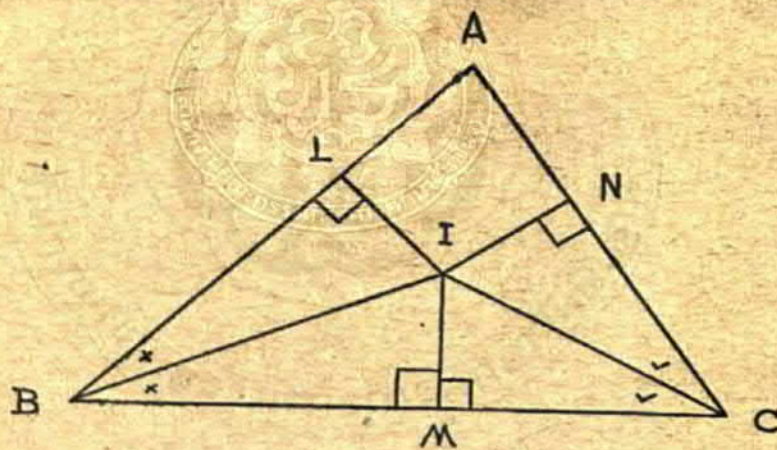
10.



ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ มี $\hat{A} = \hat{C}$ ท่อ AB ผ่าน B ไปที่ D ท่อ AC ผ่าน C ไปที่ E ทำให้ $BD = CE$

- | | |
|--|---|
| 1. $\hat{ABC} = \hat{ACB}$ | 1. กำหนดให้ |
| 2. $\hat{DBC} + \hat{ABC} = \hat{ECB} + \hat{ACB}$
$= 2\text{ ฏ}$ | 2. เป็นมุมตรง |
| 3. $\hat{DBC} = \hat{ECB}$ | 3. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน |
| 4. $BD = CE$ | 4. กำหนดให้ |
| 5. $\triangle BDC = \triangle ECB$ ทุกประการ | 5. ค.ม.ค. จากข้อ 4; ข้อ 3 และ BC ร่วม |
| 6. $DC = BE$ | 6. จากข้อ 5 |

11.



- | | |
|--|---------------------------------------|
| 1. $\hat{LBI} = \hat{IBM}$ | 1. BI แบ่งครึ่ง $\hat{B}$ |
| 2. $\hat{ILB} = \hat{IMB} = 1\text{ ฏ}$ | 2. กำหนดให้ |
| 3. $\triangle ILB = \triangle IMB$ ทุกประการ | 3. ม.ค.ม. จากข้อ 1 BI ร่วม และข้อ 2 |
| 4. $IL = IM$ | 4. จากข้อ 3 |
| 5. $\hat{ICM} = \hat{ICN}$ | 5. CI แบ่งครึ่ง $\hat{C}$ |

$$6. \hat{IMC} = \hat{INC} = 1|2$$

$$7. \triangle IMC = \triangle INC \text{ ทุกประการ}$$

$$8. IM = IN$$

$$9. IM = IN = IL$$

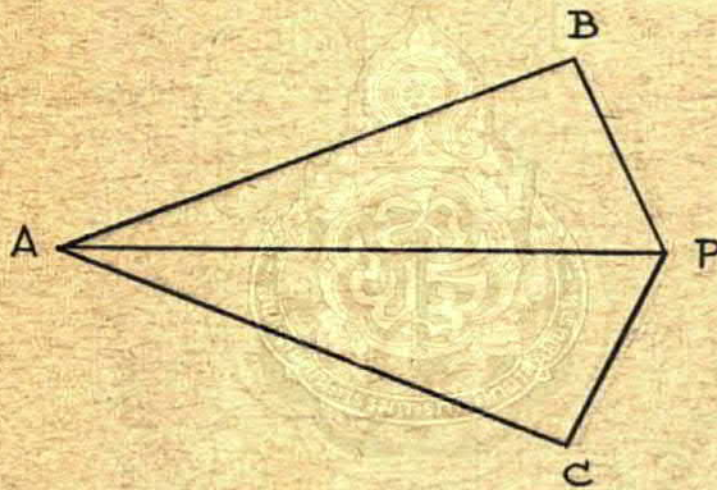
6. กำหนดให้

7. ม.ค.ม. จากข้อ 5 CI ด้านร่วม และข้อ 6

8. จากข้อ 7

9. ต่างเท่ากับสิ่งเดียวกันจากข้อ 8 และ ข้อ 7

12.



$$1. PB = PC$$

$$2. \hat{ABP} = \hat{ACP} = 1|2$$

$$3. \triangle ABP = \triangle ACP \text{ ทุกประการ}$$

$$4. \therefore \hat{BAP} = \hat{PAC} ; PA \text{ แบ่ง } \hat{BAC}$$

1. กำหนดให้

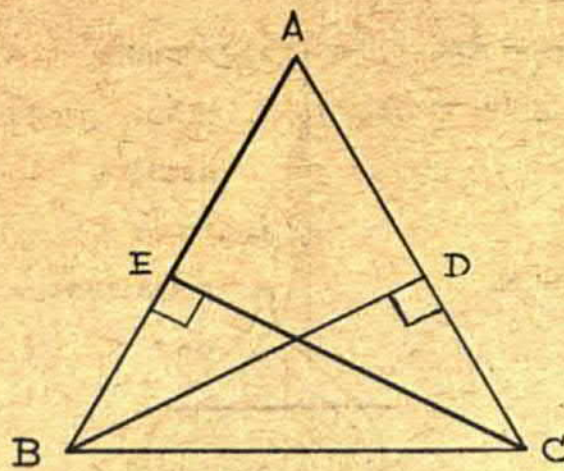
2. ระยะห่างจากจุดถึงเส้น คือเส้นที่ลากจากจุดไปตั้งฉากกับเส้นตรงนั้น

3. ค.น.ค. จากข้อ 1, ข้อ 2 และ AP ด้านร่วม

4. จากข้อ 3

๕๐

13.



1. $AB = AC$

2. $\angle ABC = \angle ACB$

3. $\angle CEB = \angle BDC$

4. $\triangle CEB = \triangle BDC$ ทุกประการ

5. $CE = BD$

1. กำหนดให้

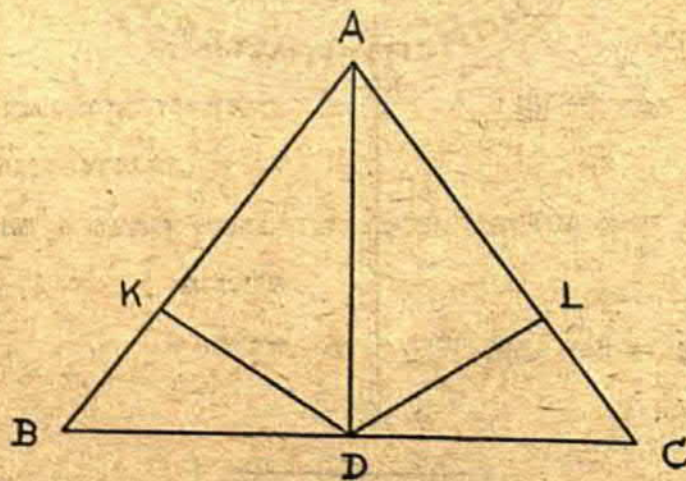
2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าจั่ว ABC

3. กำหนดให้

4. ม.ค.ม. จากข้อ 2, BC ก้านร่วม
และข้อ 3

5. จากข้อ 4

14.

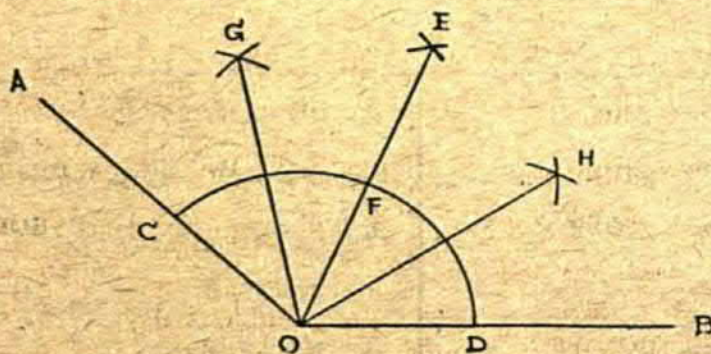


- | | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $DB = DC$ 2. $\angle DKB = \angle DCL = 1\text{ ไร่}$ 3. $DK = DL$ 4. $\triangle BDK = \triangle DCL$
ทุกประการ 5. $\therefore BK = CL \dots\dots\dots (1)$ 6. $\angle AKD = \angle ALD = 1\text{ ไร่}$ 7. $\triangle AKD = \triangle ALD$ ทุกประการ 8. $AK = AL \dots\dots\dots (2)$ 9. $AK + KB = AL + LC$ 10. $AB = AC$ และ $\triangle ABC$
เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว $\dots\dots\dots (3)$ | <ol style="list-style-type: none"> 1. D เป็นจุดกึ่งกลาง BC 2. กำหนดให้ 3. กำหนดให้ 4. ค.ณ.ค. จากข้อ 1 ; ข้อ 2 และข้อ 3 5. จากข้อ 4 6. มุมประกอบ 2 ไร่ ของ 1 ไร่
ข้อม = 1 ไร่ 7. ค.ณ.ค. จากข้อ 3, ข้อ 6 และ AD
กันร่วม 8. จากข้อ 7 9. ข้อ 5 + ข้อ 8 10. ขวักสิ่งเท่ากันเข้ากันกับ สิ่งเท่ากันได้
เท่ากัน และนิยามของ $\triangle$ หน้าจั่ว |
|---|---|

แบบฝึกหัดชุดที่ 11

หน้า 46

1.

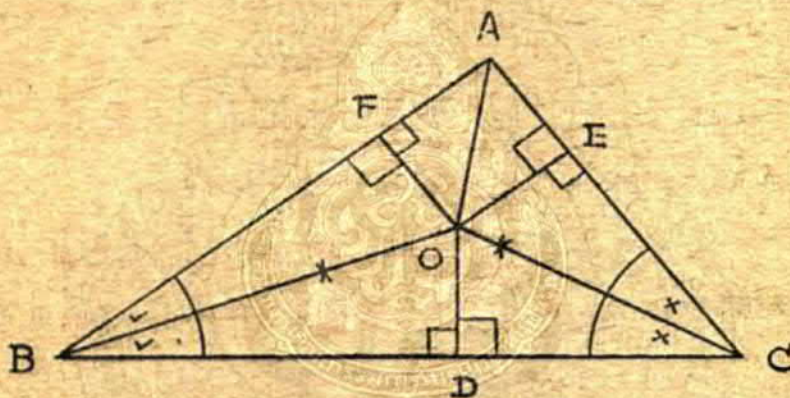


๕๒

ให้ $\triangle AOB$ เป็นมุมฉาก

สร้าง ทางวงเวียนเพื่อควาให้ O เป็นจุดศูนย์กลางเขียนส่วนโค้งตัด AO และ BO ที่ C และ D ให้ C และ D เป็นจุดศูนย์กลางเขียนส่วนโค้งตัดกันที่ E ลาก OE และตัดครึ่งมุมแรกที่ F ให้ C และ F เป็นจุดศูนย์กลางเขียนส่วนโค้งตัดกันที่ G ลาก OG ให้ F และ D เป็นจุดศูนย์กลางเขียนส่วนโค้งตัดกันที่ H ลาก OH
 $\therefore OG, OE, OH$ แบ่ง $\triangle AOB$ ออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน

2.



ให้ ABC เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง ลาก BO แบ่งครึ่ง $\angle B$ และ CO แบ่งครึ่ง $\angle C$ พบกันที่
 จุด O ทัด AO

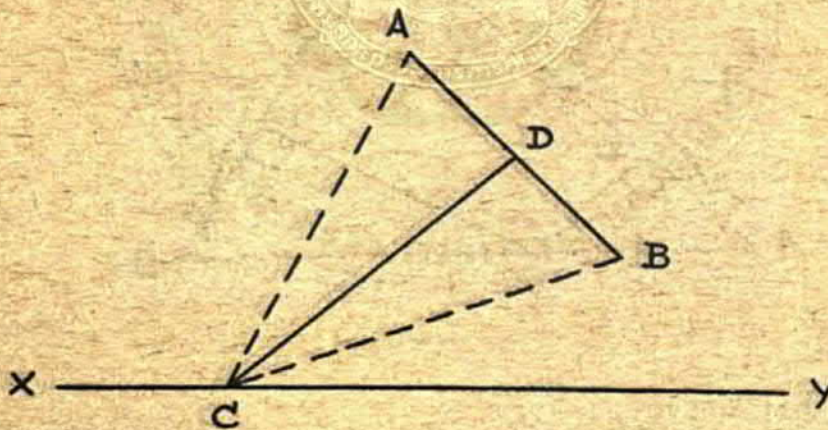
สร้างเพื่อหาพิสูจน์ จาก O ลาก $OD \perp BC$ ที่ D ; $OE \perp AC$ ที่ E ; $OF \perp AB$
 ที่ F

1. $\angle FBO = \angle DBO$
2. $\angle OFB = \angle ODB$
3. $\triangle FBO = \triangle DBO$
- ทุกประการ
4. $FO = DO$
5. $\angle DCO = \angle ECO$

1. OB แบ่งครึ่ง $\angle B$
2. ค่า = 12 ตามสร้าง
3. ม.ค.ม. จากข้อ 1 BO คำนวณ
และข้อ 2
4. จากข้อ 3
5. OC แบ่งครึ่ง $\angle C$

- | | |
|--|-----------------------------------|
| 6. $\angle ODC = \angle OEC$ | 6. ทำ = 12 ตามส่ว |
| 7. $\triangle DCO = \triangle ECO$ | 7. ม.ค.ม. จากข้อ 5, CO กันร่วม |
| ทุกประการ | และข้อ 6 |
| 8. $OE = DO$ | 8. จากข้อ 7 |
| 9. $FO = OE$ | 9. ข้อ 4 = ข้อ 8 |
| 10. $\angle AFO = \angle AEO$ | 10. ทำเป็นมุมฉากตามส่ว |
| 11. $\triangle AFO = \triangle AEO$ | 11. ค.ค.ค. จากข้อ 9 ข้อ 10 และ AO |
| ทุกประการ | กันร่วม |
| 12. $\angle FAO = \angle EAO$ | 12. จากข้อ 11 |
| 13. $\angle AOC = \angle BOC$ พยกับเส้นแบ่งครึ่ง $\angle AOB$ ที่ O ด้วย | |

8.



วิธีทำ: ลากเส้นต่อ A กับ B แบ่งครึ่ง AB ที่ D จาก D ลากเส้นตั้งฉากกับ AB ไปพย XY ที่ C
 $\therefore C$ เป็นจุดที่ห่างจาก A และ B เท่ากัน

สร้างเพื่อการพิสูจน์ ข้อ AC, BC

$$1. DA = DB$$

$$2. \angle ADC = \angle BDC$$

$$3. \triangle ADC = \triangle BDC$$

ทุกประการ

$$4. CA = CB$$

5. C เป็นจุดอยู่ในเส้น XY ห่างจาก A และ B เท่ากัน

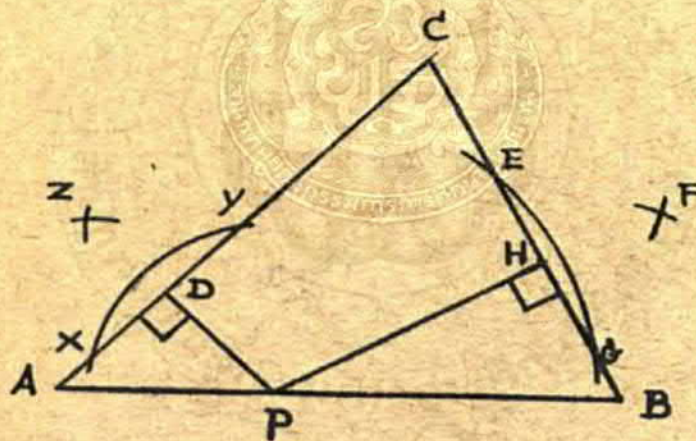
1. D เป็นจุดกึ่งกลาง AB

2. เป็น ข (สร้าง)

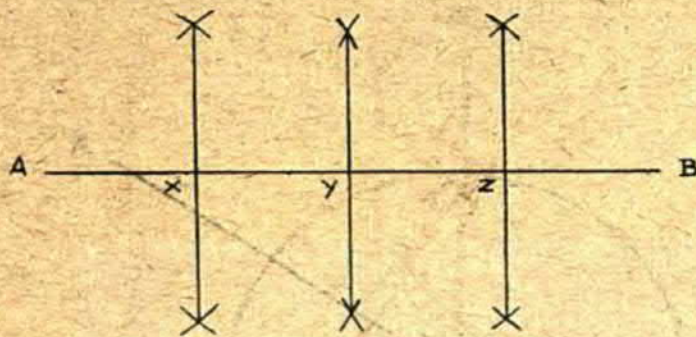
3. ก.ม.ก จากข้อ 1, ข้อ 2 และ OD
 ทำร่วม

4. จากข้อ 3

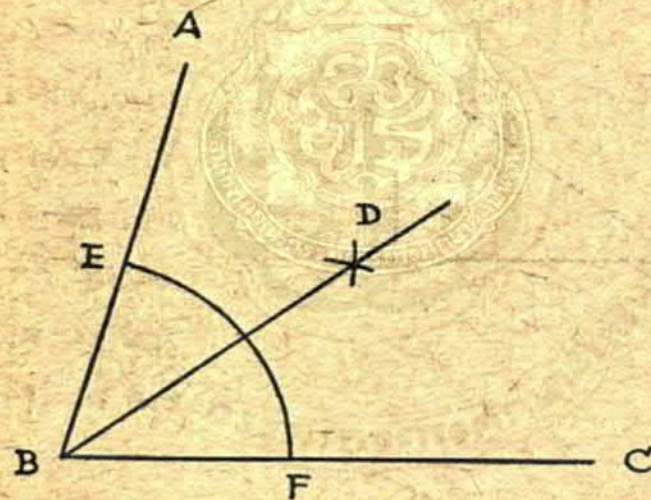
4. จาก P ลากเส้น $PD \perp AC$ ที่ D ตามบทสร้างที่ 3
 จาก P ลากเส้น $PH \perp CB$ ที่ H ตามบทสร้างที่ 3



5. ให้ AB เป็นเส้นตรงยาว 8 นิ้ว
 แบ่งครึ่ง AB ที่ Y ตามบทสร้างที่ 2
 แบ่งครึ่ง AY ที่ X
 ,, YB ที่ Z
 $\therefore AX = XY = YZ = ZB = \frac{8}{4}$ นิ้ว

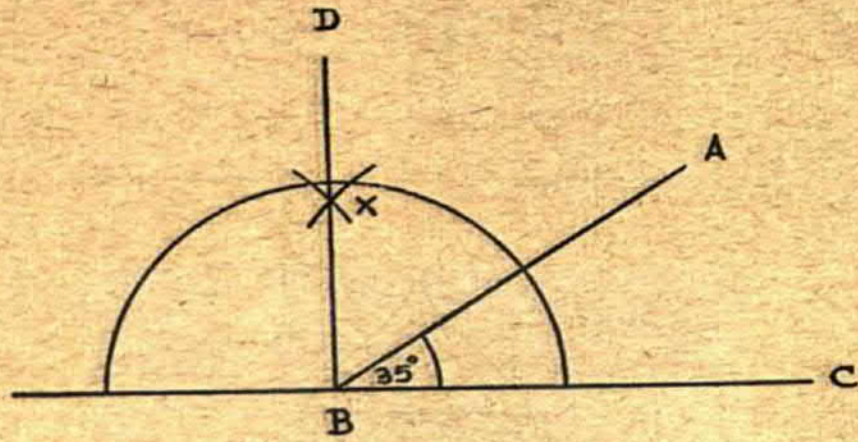


6. ให้ $\angle ABC$ เป็นมุม 75° ที่กำหนดให้
ลาก BD แบ่งครึ่ง $\angle ABC$ (ตามบทสร้างว่าด้วยการแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้)

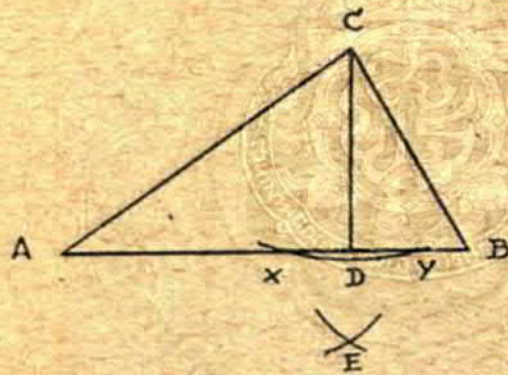


7. ให้ $\angle ABC = 85^\circ$ เป็นมุมที่กำหนดให้ ที่จุด B ลากเส้น BX ตั้งฉากกับ BC
(ตามบทสร้างว่าด้วยการสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายในเส้นตรง BC ให้ $\perp$ กับ
เส้นตรง BC นั้น)
ต่อ BX ไปถึง D
 $\therefore \angle DBA$ เป็นมุมประกอบหนึ่งมุมฉาก ของ $\angle ABC$

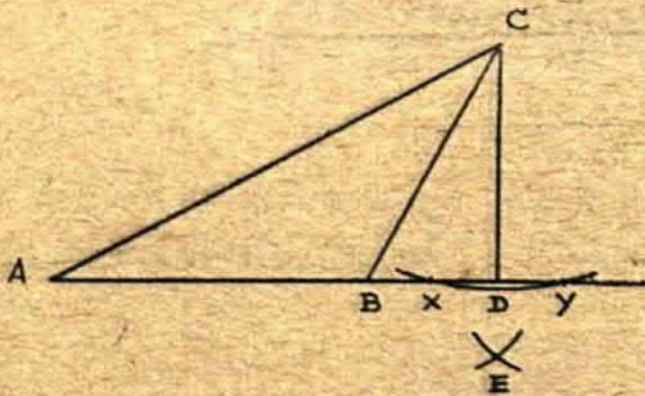
๕๖



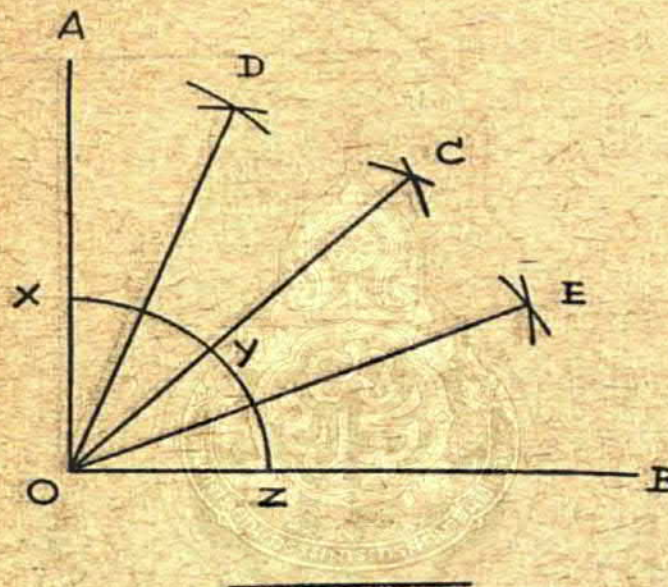
8.



ให้ C เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีพอ
สมควรตัด AB ที่จุด X และ Y
ให้ X และ Y เป็นจุดศูนย์กลาง
รัศมีพอสมควรตัดกันที่จุด E ลาก
เส้น OE ตัด AB ที่จุด D (ใน
รูปที่ 1) หรือ AB ที่จุดออกไป
ที่จุด D (ในรูปที่ 2)



9. แบ่งครึ่ง $\angle AOB$ ด้วย เส้นตรง OC ตามบทสร้างที่ 1
 " $\angle AOC$ " " OD ตามบทสร้างที่ 1
 " $\angle BOC$ " " OE ตามบทสร้างที่ 1
 $\therefore \angle AOD = \angle DOC = \angle COE = \angle EOB = 22^{\circ} 30'$



แบบฝึกหัดที่ 12

หน้า 49

1. ลากเส้นตรง AB ยาว $8\frac{1}{2}$

ใช้รูก A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาว 3 นิ้ว เขียนส่วนโค้ง

ใช้รูก B เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาว 2 นิ้ว เขียนตัดส่วนโค้งเดิมที่ O

ลากเส้น AC, BC

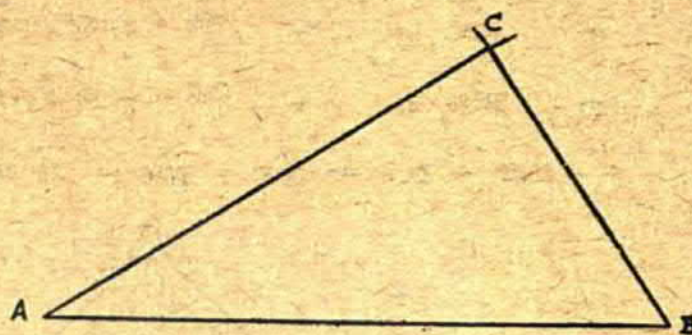
๕๘

จากการวัด

$$\hat{A} = 84\frac{1}{2}^{\circ}$$

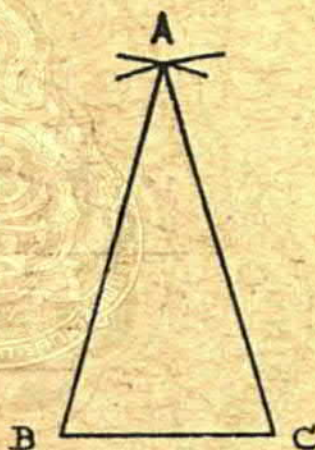
$$\hat{B} = 59^{\circ}$$

$$\hat{C} = 86\frac{1}{2}^{\circ}$$

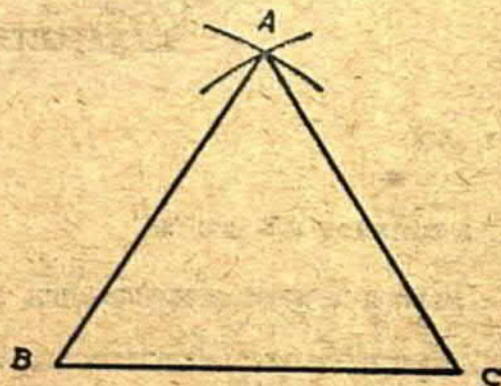


ไม่มีมุมใดเท่ากันเลย เพราะด้านทั้ง ๓ ไม่เท่ากัน

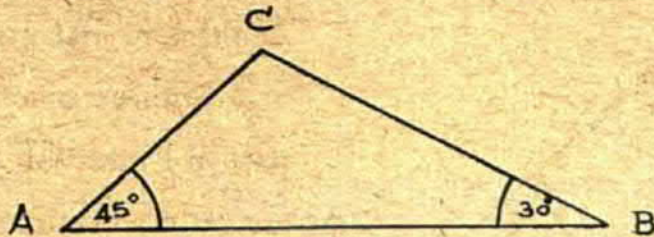
๒. ลากเส้นตรง BC ยาว ๒ ซม. ใ้ B และ C เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี ๔ ซม. เขียนส่วนโค้งของวงกลมตัดกันที่ A ลากเส้น AB, AC ABC เป็น Δ หน้าวัว ที่ต้องการ



๘. ลากเส้นตรง BC ยาว ๒ นิ้ว ใ้ B และ C เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี ๒ นิ้ว เขียนส่วนโค้งตัดกันที่ A ลากเส้น AB, AC ABC เป็น Δ มี ด้านทั้ง ๓ ยาวกันละ ๒ นิ้ว Δ รูปนี้เป็น Δ ด้านเท่า มุมทุกมุมทาง 60°

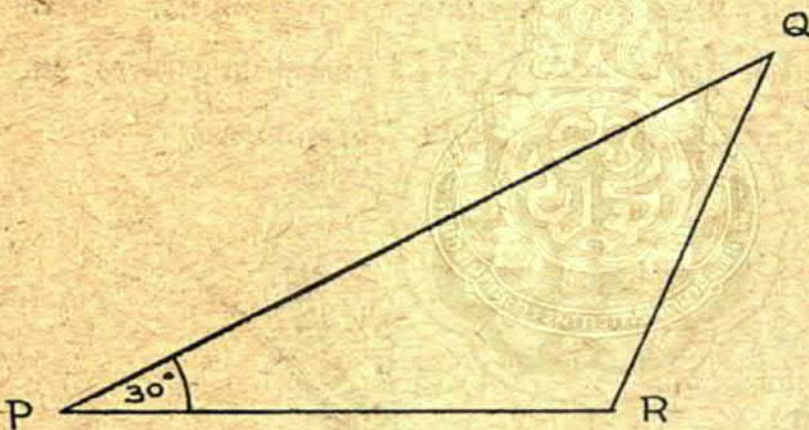


4.



ลากเส้นตรง AB ยาว 2" ใช้
 จุด A เป็นจุดศูนย์กลางสร้าง
 มุม $BAC = 45^\circ$ (โดยการใช้
 ไม้ฉาก) ใช้จุด B เป็นจุดศูนย์กลาง
 สร้างมุม $CBA = 30^\circ$
 (โดยการใช้ไม้ฉาก) ให้เส้นของมุม
 ทั้งสองตัดกันที่ C $\triangle ABC$
 เป็น $\triangle$ ที่ต้องการ

5.



ลากเส้นตรง PR ยาว
 2 นิ้ว สร้างมุม $RPQ =$
 30° ที่จุด P ของมุม
 RPQ ที่ Q ให้ PQ
 ยาว 8 นิ้ว ลากเส้น QR
 $\triangle PQR$ เป็น $\triangle$ ที่
 ต้องการ

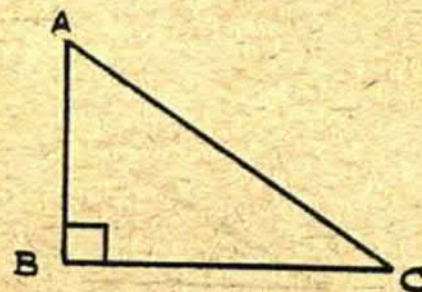
6.

ลากเส้นตรง BC ยาว 4 ซม.

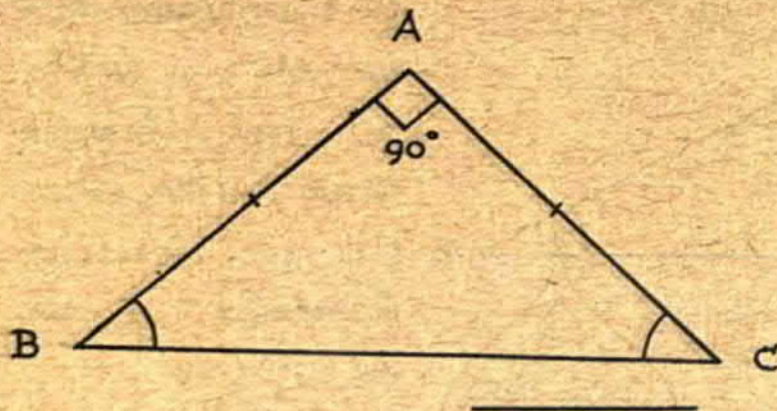
ลากเส้นตรง BA ยาว 8 ซม.

ตั้งฉากกับ BC ที่ B

ลากเส้น AC



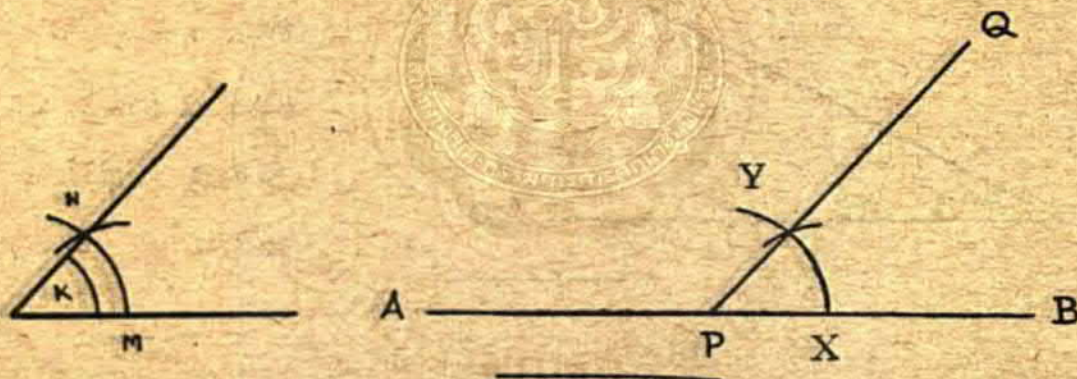
วัด AC ได้ 5 ซม.



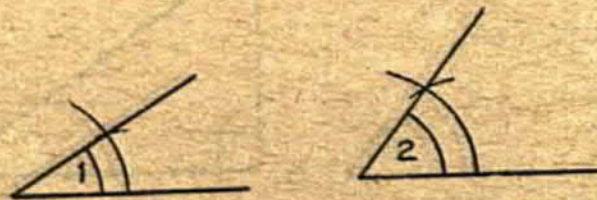
ลากเส้นตรง AB และ
เส้นตรง AC ทั้งฉากกัน
ที่ A ทัดแขนของมุม
BAC ที่ B และ C ให้ AB
และ AC ยาวเท่ากัน ลาก
เส้นตรง BC $\triangle ABC$ เป็น
 $\triangle$ ที่ต้องการ

8.

ลากเส้นตรง AB ให้อยู่ที่ P บน AB เป็นจุดศูนย์กลางวัดมุมพอสมควร ทัด AB
ที่ X และทัดแขนของมุม K ที่ M และ N ให้อยู่ที่ X เป็นจุดศูนย์กลางวัดมุม MN
ทัดส่วนโค้งที่ Y ลากเส้น PQ ผ่าน Y มุม QPB เป็นมุมที่ต้องการ

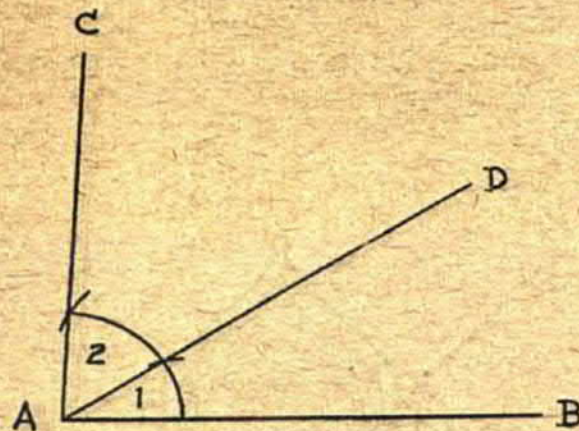


9.

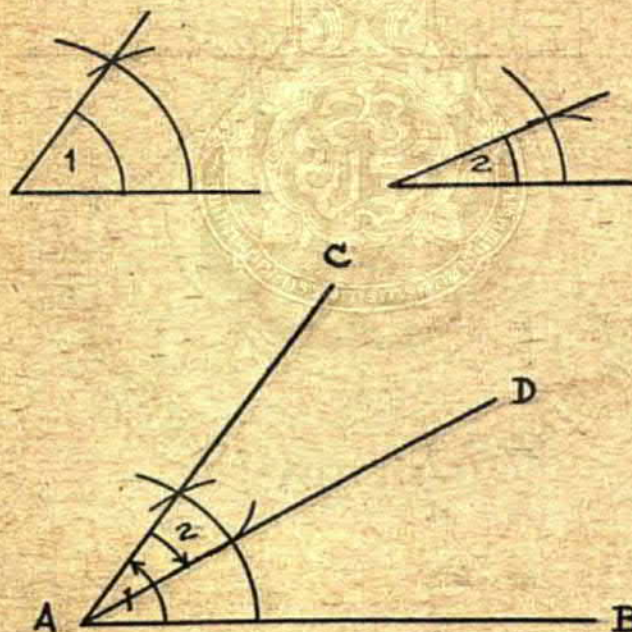


ที่ A สร้าง $\angle BAD = 1$ ตามบทสร้าง การสร้างมุมเท่ากับมุมที่กำหนดให้ และที่ A

ทำมุม $\angle DAC$ กับเส้น AD ให้เท่ากับ $\frac{1}{2}$ โดยวิธีเดียวกันได้ $\angle BAC = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ที่กำหนดให้

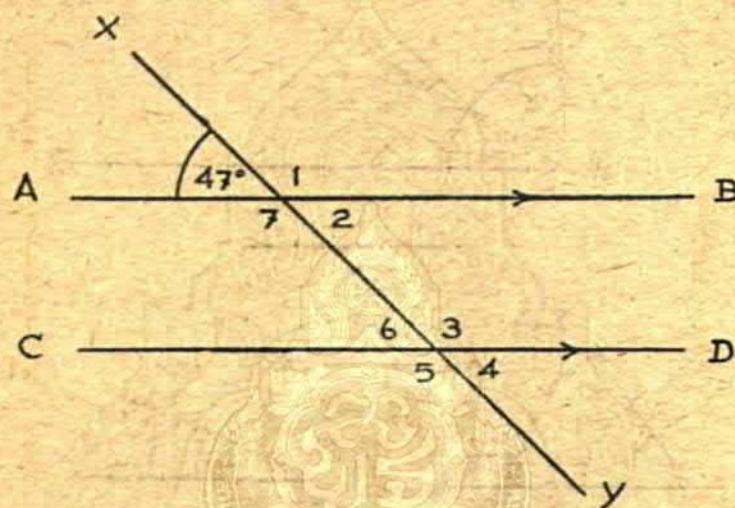


10.



ที่ A ทำมุม $\angle BAC = \frac{1}{2}$ ตามบทสร้างการสร้างมุมเท่ากับมุมที่กำหนดให้
 ที่ A ทำมุมกับเส้น AD ให้ได้ $\angle CAD = \frac{1}{2}$ ตามบทสร้าง การสร้างมุมเท่ากับ
 มุมที่กำหนดให้
 $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

1.



$$\angle 1 = 180^\circ - 47^\circ = 133^\circ$$

$$\angle 2 = 47^\circ$$

$$\angle 3 = \angle 1 = 133^\circ$$

$$\angle 4 = \angle 2 = 47^\circ$$

$$\angle 5 = \angle 3 = 133^\circ$$

$$\angle 6 = \angle 4 = 47^\circ$$

$$\angle 7 = \angle 1 = 133^\circ$$

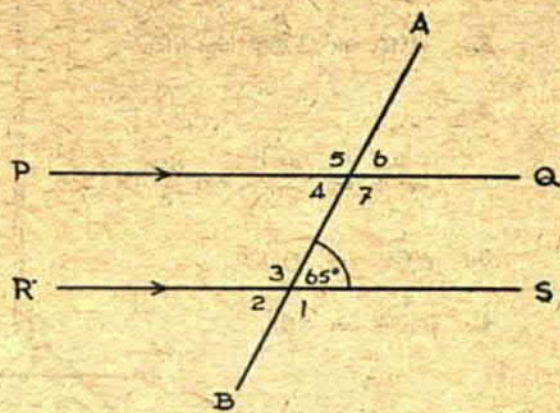
$$\angle 1 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

$$\angle 2 = 65^\circ$$

$$\angle 3 = \angle 1 = 5 = 115^\circ$$

$$\angle 4 = \angle 6 = \angle 2 = 65^\circ$$

$$\angle 7 = \angle 1 = 115^\circ$$



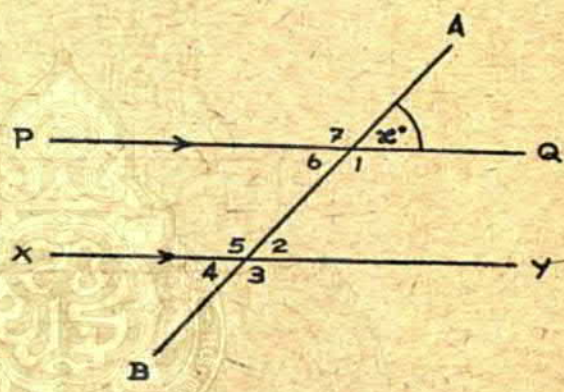
$$\angle 1 = 180^\circ - x^\circ$$

$$\angle 2 = x^\circ$$

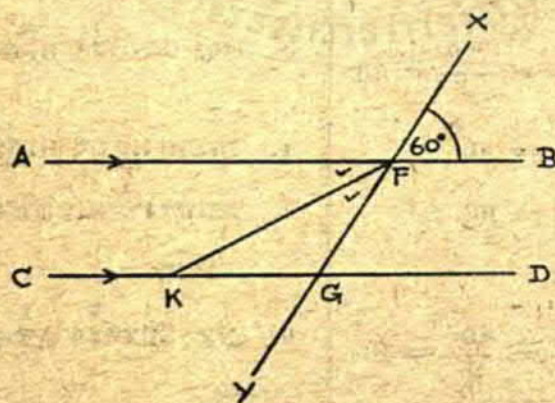
$$\angle 3 = \angle 1 = 180^\circ - x^\circ$$

$$\angle 4 = \angle 6 = \angle 2 = x^\circ$$

$$\angle 5 = \angle 7 = \angle 1 = 180^\circ - x^\circ$$



2.



๖๔

$$1. \angle AFG = \angle XFB = 60^\circ$$

$$2. \angle AFK = \frac{\angle AFG}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$3. \angle AFK = \angle PKG$$

$$4. \angle FKG = 30^\circ$$

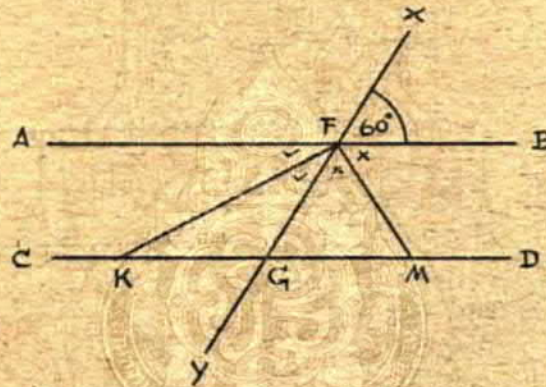
1. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้น
ตัดกัน

2. KF แบ่งครึ่ง $\angle AFG$

3. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

4. ข้อ 3 = ข้อ 2

8. ให้ $\angle BFG$ ถูกแบ่งครึ่งด้วย FM พย CD ที่ M



$$1. \angle XFB + \angle BFG = 180^\circ$$

$$2. \angle BFG = 180 - 60 = 120^\circ$$

$$3. \angle BFM = \frac{\angle BFG}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$4. \angle BFM = \angle FMK = 60^\circ$$

$$5. \angle AFG = \angle XFB = 60^\circ$$

$$6. \angle AFK = \frac{\angle AFG}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$7. \angle AFK + \angle KFM + \angle BFM = 180^\circ$$

1. เป็นมุมตรง

2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือ
เท่ากัน

3. FM แบ่งครึ่ง $\angle BFG$

4. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

5. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้น
ตัดกัน

6. FK แบ่งครึ่ง $\angle AFG$

7. เป็นมุมตรง

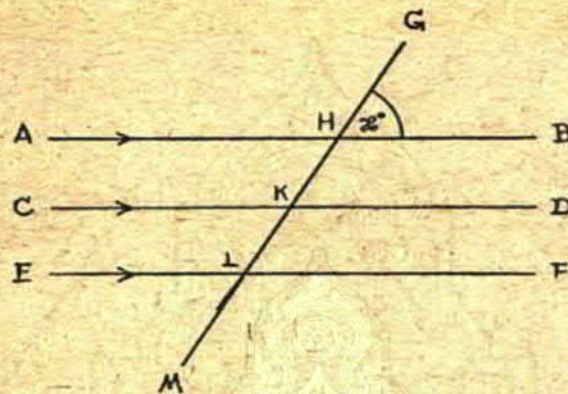
$$8. \quad 30^\circ + \hat{KFM} + 60^\circ = 180^\circ$$

$$9. \quad \therefore \hat{KFM} = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ \\ = 90^\circ$$

8. แทนค่ามุมในข้อ 7

9. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

4. $AB \parallel CD, EF \parallel CD$



$$1. \quad \hat{GHB} = \hat{AHK} = x^\circ$$

$$2. \quad \hat{AHK} = \hat{HKD} = x^\circ$$

$$3. \quad \hat{CKL} = \hat{HKD} = x^\circ$$

$$4. \quad \hat{CKL} = \hat{KLF} = x^\circ$$

$$5. \quad \hat{KLF} = \hat{ELM} = x^\circ$$

$$6. \quad \therefore \hat{AHK} = \hat{KLF}$$

$$7. \quad AB \parallel EF$$

1. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน

2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

3. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน

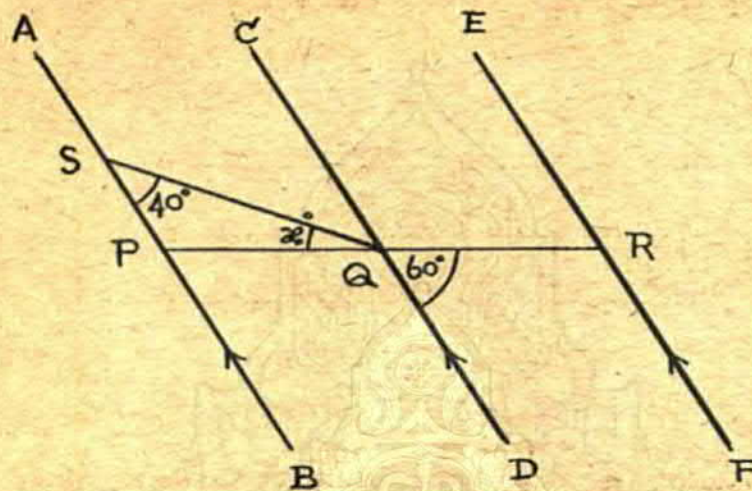
4. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

5. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน

6. ค่าเท่ากันลบมุมที่เท่ากัน

7. จากข้อ 6 มุมแย้งเกิดจากเส้น GM ตัดเส้นตรง AB และ EF เท่ากัน

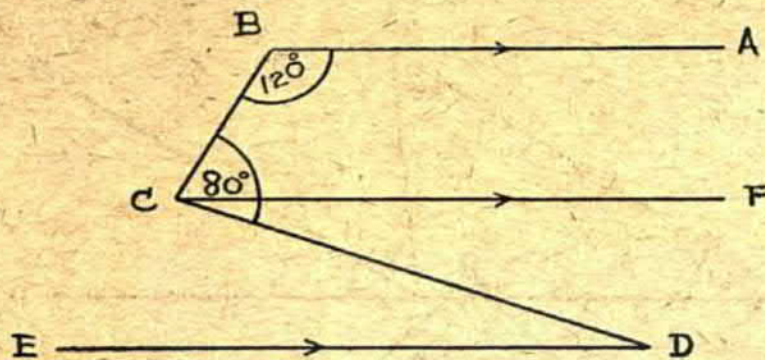
5. AB, EF ต่างขนานกับ CD มี PR เป็นเส้นตัด AB ที่ P
ตัด CD ที่ Q และตัด EF ที่ R QS ตัด AB ที่ S



1. $\angle PSQ = \angle SQC = 40^\circ$
2. $\angle SQC + \angle SQP = 40^\circ + x^\circ$
 $= \angle CQP$
3. $\angle CQP = \angle RQD = 60^\circ$
4. $40^\circ + x^\circ = 60^\circ$
5. $x = 20^\circ$

1. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
2. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่
3. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน
4. แทนค่าในข้อ 3
5. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

6. จาก C ลาก CF ให้ // BA ขาวพอสสมควร



1. $\angle ABC + \angle BCF = 180^\circ$

2. $\angle BCF = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

3. $\angle BCD = \angle BCF + \angle FCD = 80^\circ$

4. $\angle FCD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$

5. $\angle FCD = \angle CDE$

6. $\angle CDE = 20^\circ$

1. ผลบวกมุมภายในขนข้างเดียวของ
เส้นตัดเส้นขนาน = 2 ข

2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

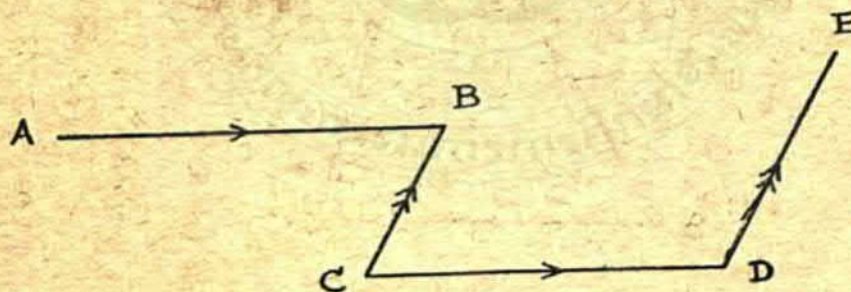
3. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

5. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

6. ข้อ 5 = ข้อ 4

7.



1. $\angle ABC = \angle BCD$

2. $\angle BCD + \angle CDE = 180^\circ$

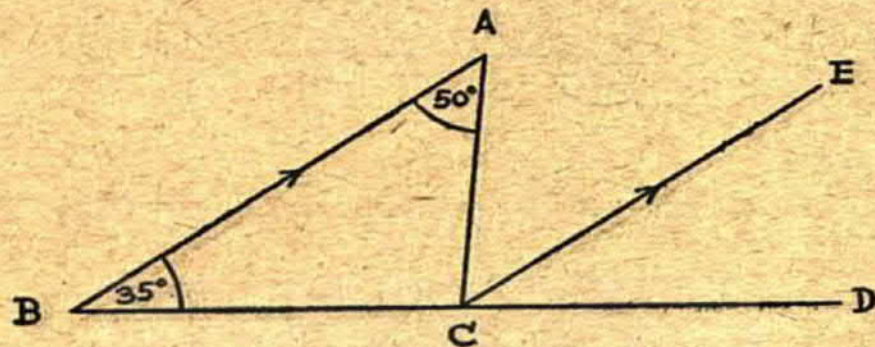
3. $\angle ABC + \angle CDE = 180^\circ$

1. มุมแย้งเกิดจากเส้น BC ตัดเส้นขนาน

2. ผลบวกมุมภายในขนข้างเดียวของเส้น
ตัดเส้นขนาน = 2 ข

3. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้

8.



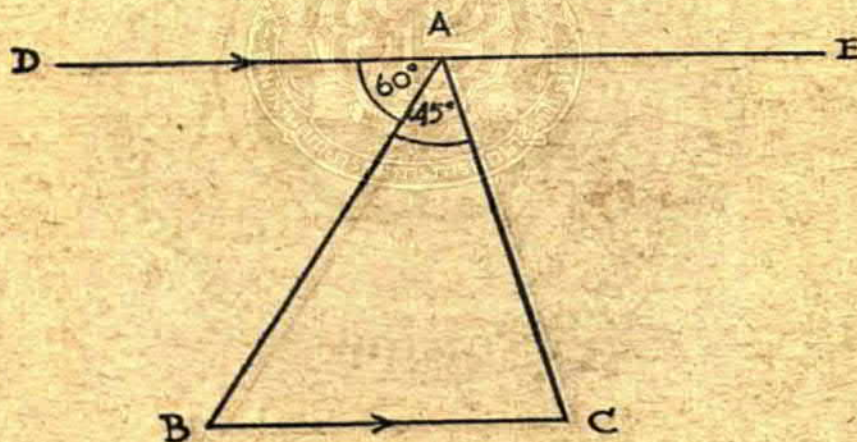
$$1. \angle ABC = \angle ECD = 35^\circ$$

$$2. \angle BAC = \angle ACE = 50^\circ$$

$$3. \angle ACE + \angle ECD = \angle ACD \\ = 50^\circ + 35^\circ = 85^\circ$$

1. มุมภายใน = มุมภายนอกบนข้าง
เดียวของเส้นตัดเส้นขนาน
2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
3. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

9.



$$1. \angle DAB = \angle ABC = 60^\circ$$

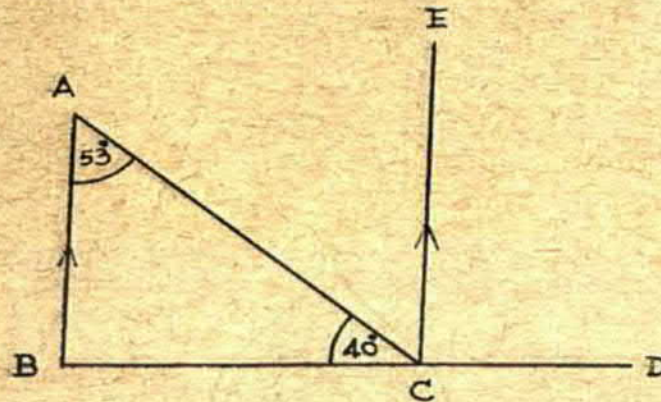
$$2. \angle DAB + \angle BAC + \angle CAE = 180^\circ$$

$$3. \angle CAE = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ \\ = 75^\circ$$

$$4. \angle BCA = \angle CAE = 75^\circ$$

1. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
2. เป็นมุมตรง
3. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
4. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

10. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ ที่ BC ไปถึง D $CE \parallel BA$



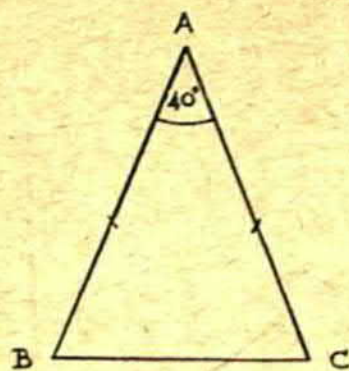
1. $\angle BAC = \angle ACE = 53^\circ$
2. $\angle BCA + \angle ACE + \angle ECD = 180^\circ$
3. $40^\circ + 53^\circ + \angle ECD = 180^\circ$
4. $\angle ECD = 180^\circ - 40^\circ - 53^\circ$
 $= 87^\circ$
5. $\angle ABC = \angle ECD$
6. $\angle ACE + \angle ECD = \angle ACD$
7. $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD$
 $= \angle ACD$

1. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
2. เป็นมุมตรง
3. แทนค่าในข้อ 2
4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
5. มุมภายใน = มุมภายนอกยื่นข้าง
เดียวของเส้นตัดเส้นขนาน
6. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่
7. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้

แบบฝึกหัดชุดที่ 14

หน้า 60

1. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่ $AB = AC$ และ $\angle BAC = 40^\circ$



$$1. AB = AC$$

$$2. \angle ABC = \angle ACB$$

$$3. \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$$

$$4. \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 40^\circ \\ = 140^\circ$$

$$5. \angle ABC = \angle ACB = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

1. กำหนดให้

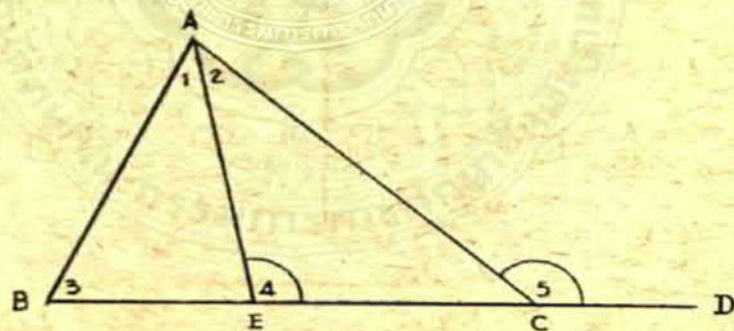
2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หนึ่งตัว

3. ผลบวกของ 3 มุมของ $\triangle = 2 \text{ ไร่}$

4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

5. ค่าเป็นครึ่งหนึ่งของผลบวกของมุมที่เท่ากัน

2. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ มี $\angle 1 = 2$; $\angle 3 = 64^\circ$; $\angle 4 = 102^\circ$



$$1. \angle 4 = 102^\circ; \angle 3 = 64^\circ$$

$$2. \angle 1 + \angle 3 = \angle 4$$

$$3. \angle 1 = \angle 4 - \angle 3 = 102^\circ - 64^\circ = 38^\circ$$

$$4. \angle 1 = \angle 2 = 38^\circ$$

1. กำหนดให้

2. มุมภายนอกของ $\triangle =$ ผลบวกของมุมภายในตรงข้าม

3. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

4. กำหนดให้

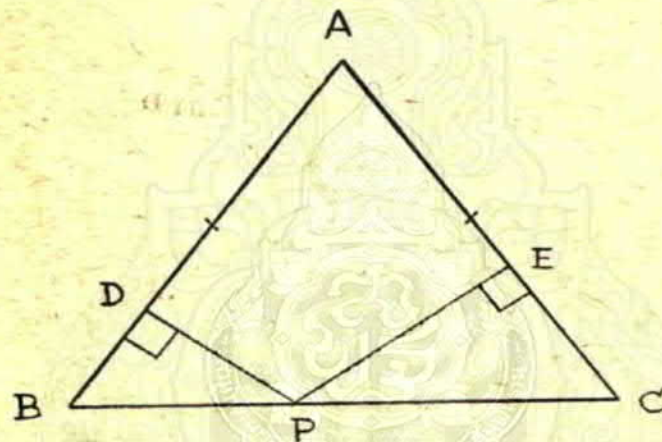
$$5. \frac{\angle}{3} + \frac{\angle}{1} + \frac{\angle}{2} = \frac{\angle}{5}$$

$$6. \therefore \frac{\angle}{5} = 64^\circ + 88^\circ + 88^\circ \\ = 140^\circ$$

5. มุมภายนอกของ $\triangle$ = ผลบวกของ
มุมภายในตรงข้าม

6. แทนค่าในข้อ 5

8. ให้ ABC เป็น $\triangle$ หนึ่ง มี $AB = AC$ P เป็นจุดใน BC $PD \perp AB$ ที่ D
 $PE \perp AC$ ที่ E



$$1. AB = AC$$

$$2. \angle ABC = \angle ACB$$

$$3. \angle PDB = \angle PEC = 90^\circ$$

$$4. \angle DBP + \angle PDB + \angle BPD = \angle ECP \\ + \angle PEC + \angle CPE$$

$$5. \angle BPD = \angle CPE$$

1. กำหนดให้

2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หนึ่ง

3. กำหนดให้

$$4. \text{ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 180^\circ$$

เสมอ

5. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

4. ให้ ABC เป็น $\triangle$ หนึ่ง มี $\angle A = 60^\circ$ และ $\angle C - \angle B = 20^\circ$

$$1. \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$2. \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$3. \hat{C} - \hat{B} = 20^\circ$$

$$4. 2\hat{C} = 140^\circ$$

$$5. \hat{C} = 70^\circ$$

$$6. \hat{B} = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$$

$$1. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง ๓ ของ } \triangle = 2 \text{ ไร่}$$

$$2. \text{ สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

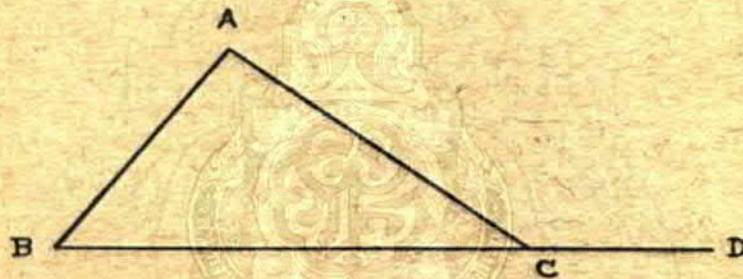
$$3. \text{ กำหนดให้ ,}$$

$$4. \text{ ข้อ ๒ + ข้อ ๓}$$

$$5. \text{ ครึ่งหนึ่งของมุมเท่ากันย่อมเท่ากัน}$$

$$6. \text{ ข้อ ๕ - ข้อ ๓}$$

๕. ให้ ABC เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง ท่อ BC ทรงออกไปถึง D



$$1. \hat{A} + \hat{B} = \hat{ACD}$$

$$2. \therefore \hat{ACD} > \hat{A} \text{ และ } \hat{ACD} > \hat{B}$$

$$1. \text{ มุมภายนอกของ } \triangle = \text{ผลบวกของมุมภายในตรงข้าม}$$

$$2. \text{ ส่วนใหญ่ย่อมใหญ่กว่าส่วนย่อย}$$

6. ให้ ABC เป็น $\triangle$ มุมฉากรูปหนึ่งซึ่งมี $\hat{B} = 1$ ไร่

$$1. \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 2 \text{ ไร่}$$

$$2. \hat{B} = 1 \text{ ไร่}$$

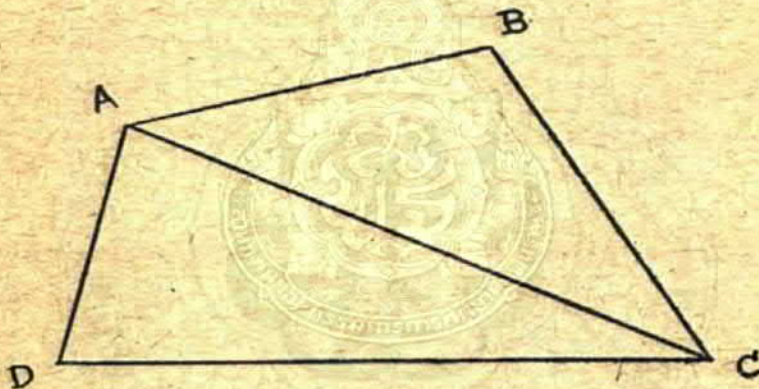
$$3. \hat{A} + \hat{C} = 2 \text{ ไร่} - \hat{B} = 1 \text{ ไร่}$$

$$1. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 2 \text{ ไร่}$$

2. กำหนดให้

3. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

7. ให้ $ABCD$ เป็น $\square$ รูปหนึ่ง
ลากเส้นทแยงมุม AC



$$1. \hat{ABC} + \hat{BAC} + \hat{BCA} = 2 \text{ ไร่}$$

$$2. \hat{ADC} + \hat{DAC} + \hat{DCA} = 2 \text{ ไร่}$$

$$3. \hat{BAC} + \hat{DAC} = \hat{A}$$

$$4. \hat{BCA} + \hat{DCA} = \hat{C}$$

$$5. \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 4 \text{ ไร่}$$

$$1. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 2 \text{ ไร่}$$

$$2. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 2 \text{ ไร่}$$

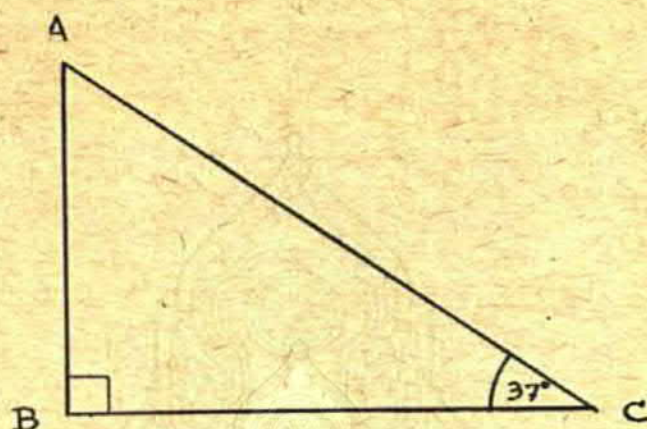
3. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

4. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

5. ข้อ 1 + ข้อ 2 ซึ่งแทนค่าด้วยข้อ 3 และข้อ 4

๗๔

8. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ มุมฉากรูปหนึ่ง
มี $\angle B = 90^\circ$ และ $\angle C = 37^\circ$



$$1. \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$2. \angle A + 90^\circ + 37^\circ = 180^\circ$$

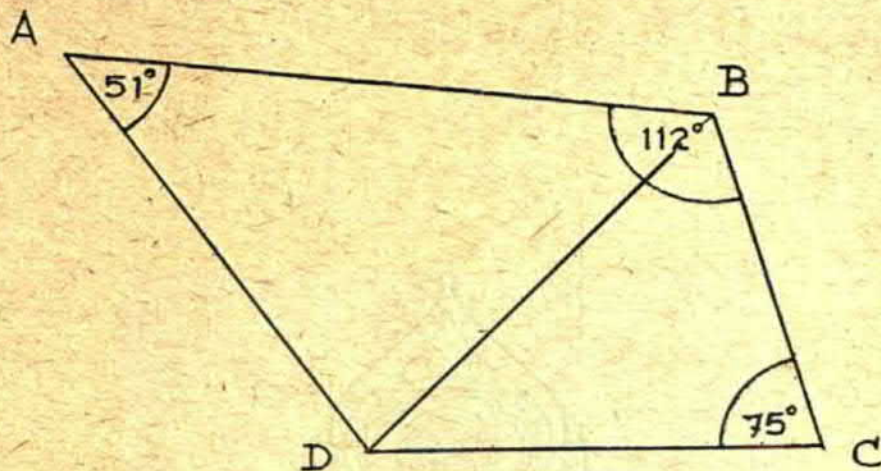
$$3. \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$1. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 180^\circ$$

$$2. \text{ แทนค่าในข้อ 1}$$

$$3. \text{ สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

9. ให้ $ABCD$ เป็น $\square$ รูปหนึ่ง มี $\angle ABC = 112^\circ$; $\angle BCD = 75^\circ$ $\angle DAB = 51^\circ$
ลากเส้น DB



$$1. \angle ADB + \angle A + \angle ABD = 180^\circ$$

$$2. \angle BDC + \angle C + \angle DEC = 180^\circ$$

$$3. \angle ADB + \angle BDC = \angle D$$

$$4. \angle ABD + \angle DEC = \angle B = 112^\circ$$

$$5. \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

$$6. \angle D = 360^\circ - \angle A - \angle B - \angle C \\ = 360^\circ - 51^\circ - 112^\circ - 75^\circ$$

$$7. \angle D = 122^\circ$$

1. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle$
= 2 ข้อ

2. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle$
= 2 ข้อ

3. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

4. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

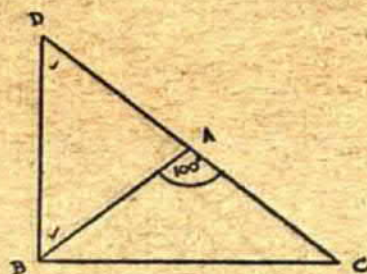
5. ข้อ 1 + ข้อ 2

6. แทนค่าในข้อ 5

7. จากข้อ 6

๗๖

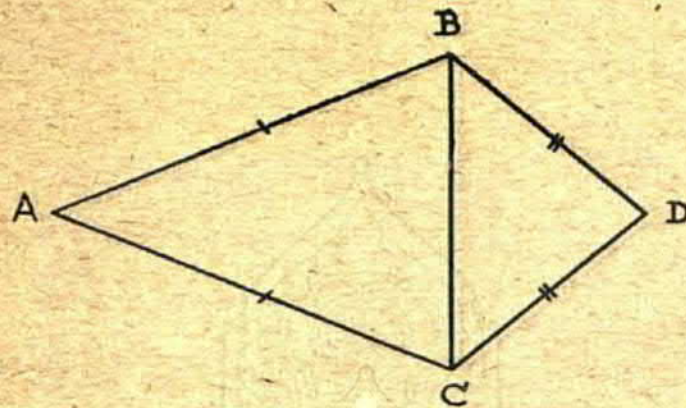
10. ให้ $\triangle BCD$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง A เป็นจุดใน DC
 $\angle BAC = 100^\circ$; $AB = AC$ และ $CA = AD$



1. $AB = AC$
2. $\angle ABC = \angle ACB$
3. $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$
4. $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 100^\circ$
 $= 80^\circ$
5. $\angle ABC = \angle ACB = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$
6. $CA = AD = AB$
7. $\angle ABD = \angle ADB$
8. $\angle ABD + \angle ADB = \angle BAC = 100^\circ$
9. $\angle ABD = \angle ADB = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$
10. $\angle DBC = \angle DBA + \angle ABC = 50^\circ + 40^\circ$
 $= 90^\circ$

1. กำหนดให้
2. มุมฐานของ $\triangle$ หน้าจั่ว
3. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle$
 $= 2 \angle$
4. สิ่งเท่ากันลบด้วยสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
5. ครึ่งหนึ่งของมุมเท่ากันย่อมเท่ากัน
6. กำหนดให้และเท่ากันกับข้อ 1
7. มุมฐานของ $\triangle$ หน้าจั่ว
8. มุมภายนอกของ $\triangle =$ ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม
9. ครึ่งหนึ่งของมุมเท่ากันย่อมเท่ากัน
10. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

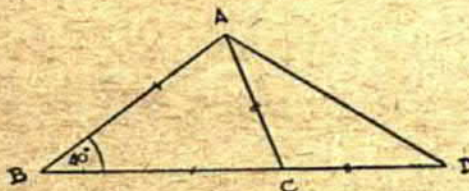
11. ให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DBC$ เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว 2 รูป อยู่บนฐานร่วม BC แต่ละข้าง



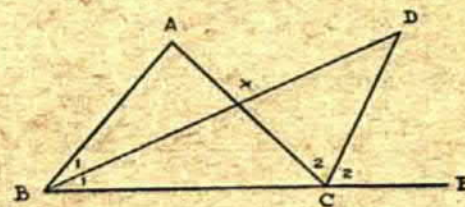
1. $AB = AC ; BD = CD$
2. $\angle ABC = \angle ACB ; \angle DBC = \angle DCB$
3. $\angle ABC + \angle DBC = \angle ACB + \angle DCB$
4. $\angle ABD = \angle ACD$

1. ด้านเท่าของ $\triangle$ หน้าจั่ว
2. มุมฐานของ $\triangle$ หน้าจั่ว
3. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน
4. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้

12.



รูป ก.



รูป ข.

ในรูป ข. ให้ $\angle ABC = 52^\circ ; \angle AXD = 106^\circ$

รูป ก

$$1. \hat{A} + \hat{BAC} + \hat{BCA} = 180^\circ$$

$$2. \hat{BAC} + \hat{BCA} = 180^\circ - 40^\circ \\ = 140^\circ$$

$$3. AB = BC$$

$$4. \hat{BAC} = \hat{BCA} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

$$5. AC = CD$$

$$6. \hat{CAD} = \hat{CDA}$$

$$7. \hat{CAD} + \hat{CDA} = \hat{BCA} = 70^\circ$$

$$8. \hat{CDA} = \hat{CAD} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

รูป ข.

$$1. \hat{ABX} = \hat{XBC} = \frac{52^\circ}{2} = 26^\circ$$

$$2. \hat{BAX} + \hat{ABX} = \hat{AXD} = 106^\circ$$

$$3. \hat{BAX} = 106^\circ - 26^\circ = 80^\circ$$

$$4. \hat{ACE} = \hat{BAX} + \hat{ABC} \\ = 80^\circ + 52^\circ = 132^\circ$$

$$5. \hat{DCE} = \hat{DCA} = \frac{\hat{ACE}}{2} = \frac{132^\circ}{2} \\ = 66^\circ$$

$$6. \hat{ACB} + \hat{ACE} = 180^\circ$$

$$7. \hat{ACB} = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$$

$$1. \text{ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle \\ = 2 \text{ ไข}$$

$$2. \text{สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

$$3. \text{กำหนดให้}$$

$$4. \text{ครึ่งหนึ่งของมุมที่เท่ากันย่อมเท่ากัน}$$

$$5. \text{กำหนดให้}$$

$$6. \text{มุมที่ฐานของ } \triangle \text{ หน้าไว้}$$

$$7. \text{มุมภายนอกของ } \triangle = \text{ผลบวกของ} \\ \text{มุมภายในที่อยู่ตรงข้าม}$$

$$8. \text{ครึ่งหนึ่งของมุมที่เท่ากันย่อมเท่ากัน}$$

$$1. DB \text{ แบ่งครึ่งมุม } B$$

$$2. \text{มุมภายนอกของ } \triangle = \text{ผลบวกของ} \\ \text{มุมภายในที่อยู่ตรงข้าม}$$

$$3. \text{สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่า} \\ \text{กัน}$$

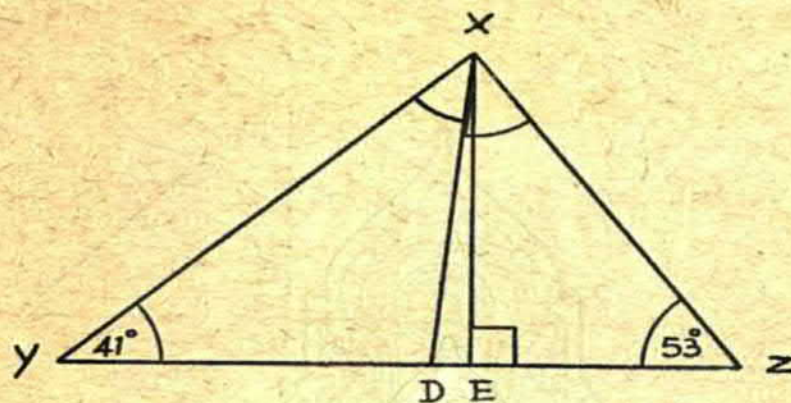
$$4. \text{มุมภายนอกของ } \triangle = \text{ผลบวก} \\ \text{ของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม}$$

$$5. DC \text{ แบ่งครึ่ง } \hat{ACE}$$

$$6. \text{เป็นมุมตรง}$$

$$7. \text{สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

18. ให้ $\triangle XYZ$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง มี $\angle Y = 41^\circ$; $\angle Z = 53^\circ$
 $XE \perp YZ$ ที่ E ; XD แบ่งครึ่ง $\angle YXZ$



$$1. \angle X + \angle Y + \angle Z = 180^\circ$$

$$2. \angle X = 180^\circ - 41^\circ - 53^\circ = 86^\circ$$

$$3. \angle YXD = \angle DXZ = \frac{\angle X}{2} = \frac{86^\circ}{2} = 43^\circ$$

$$4. \angle EXZ + \angle XEZ + \angle XZE = 180^\circ$$

$$5. \angle EXZ = 180^\circ - 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

$$6. \angle DXE = \angle DXZ - \angle EXZ \\ = 43^\circ - 37^\circ = 6^\circ$$

$$1. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle \\ = 2 \underline{๑}$$

$$2. \text{ สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

$$3. DX \text{ แบ่งครึ่ง } \angle YXZ$$

$$4. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle \\ = 2 \underline{๑}$$

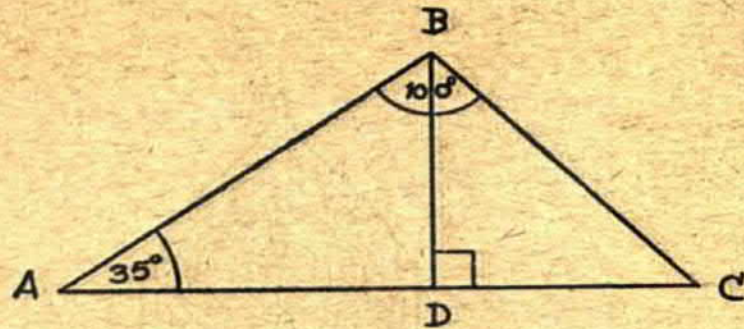
$$5. \text{ สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

$$6. \text{ สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

๘๐

14. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ มี $\angle A = 85^\circ$; $\angle B = 100^\circ$

$BD \perp AC$ ที่ D



1. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

2. $\angle C = 180^\circ - 100^\circ - 85^\circ = 45^\circ$

3. $\angle DBC + \angle C + \angle BDC = 180^\circ$

4. $\angle DBC = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ$
 $= 45^\circ$

5. $\therefore \angle C = \angle DBC$

6. $\triangle DBC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่

1. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle$
 $= 2$ ๒

2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

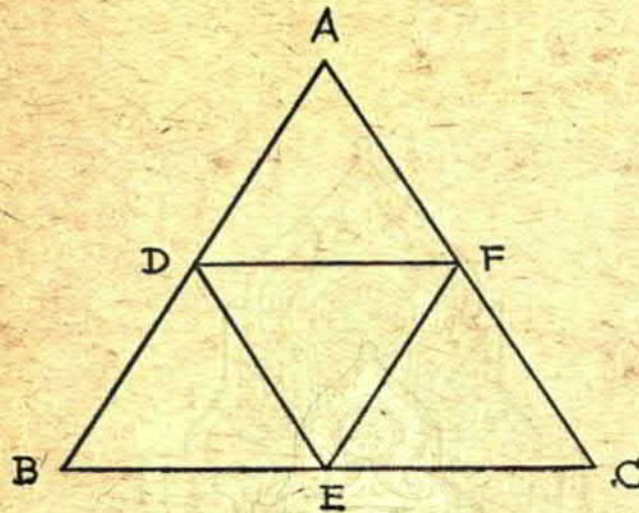
3. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle$
 $= 2$ ๒

4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

5. เท่าเท่ากับ 45°

6. จากข้อ 5 และคำจำกัดความของ $\triangle$ หน้าที่

15. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ ด้านเท่า D, E, F เป็นจุดกึ่งกลาง ด้าน AB, BC, CA ตามลำดับ
ลาก DE, EF, FD



1. $AD = DB = \frac{AB}{2}$
2. $BE = EC = \frac{BC}{2}$
3. $AF = FC = \frac{AC}{2}$
4. $AB = BC = CA$
5. $AD = DB = BE = EC$
 $= AF = FC$

6. $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$

7. $\triangle ADF = \triangle BDE$ ทุก

ประการ

8. $\therefore DF = DE \dots$

9. $\triangle ADF = \triangle EFC$ ทุก

ประการ

1. D เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AB

2. E „ „ BC

3. F „ „ AC

4. เป็นด้านของ $\triangle$ ด้านเท่า

5. ข้อ 1 = ข้อ 2 = ข้อ 3

6. มุมของ $\triangle$ ด้านเท่าย่อมเท่ากัน

7. ค.ม.ค. จากข้อ 5 และข้อ 6

8. จากข้อ 7

9. ค.ม.ค. จากข้อ 5 และข้อ 6

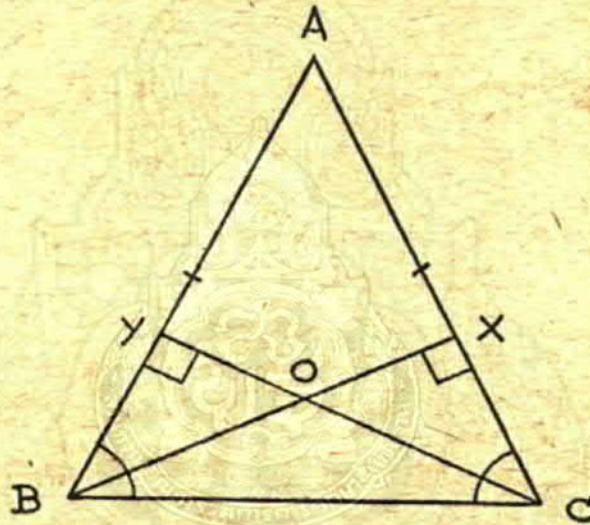
$$10. \therefore DF = EF \dots$$

$$11. DF = DE = EF \text{ และ } \triangle DEF \text{ เป็น } \triangle \text{ ก้านเท่า}$$

$$10. \text{ จากข้อ 9}$$

$$11. \text{ ข้อ 8} = \text{ข้อ 10} \text{ และนิยามของ } \triangle \text{ ก้านเท่า}$$

16. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่รูปหนึ่งมี $AB = AC$; ลาก $BX \perp AC$ ที่ x ; และ $CY \perp AB$ ที่ y ; CY ตัดกับ BX ที่ o



$$1. AB = AC$$

$$2. \angle ABC = \angle ACB \text{ หรือ } \angle YBC = \angle XCB$$

$$3. \angle BYC = \angle BXC = 1 \text{ ๒}$$

$$4. \triangle BYC = \triangle BXC \text{ ทุกประการ}$$

$$5. \angle YCB = \angle XBC$$

$$6. OC = OB \text{ และ } OBC \text{ เป็น } \triangle \text{ หน้าที่รูป}$$

$$1. \text{ กำหนดให้}$$

$$2. \text{ มุมฐานของ } \triangle \text{ หน้าที่รูป}$$

$$3. \text{ กำหนดให้}$$

$$4. \text{ ม.ค.ม. จากข้อ 2 BC ก้านร่วม และข้อ 3}$$

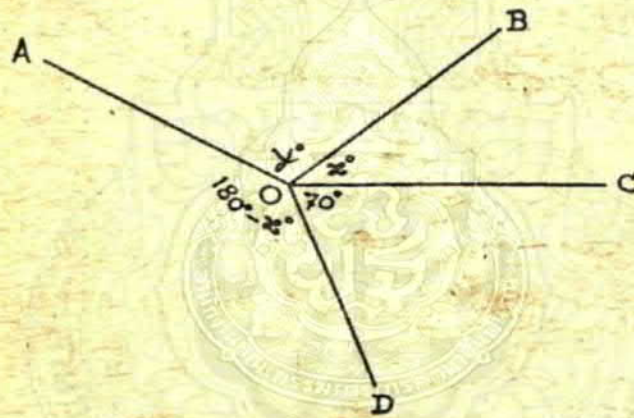
$$5. \text{ จากข้อ 4}$$

$$6. \text{ ก้านตรงข้ามมุมเท่าของ } \triangle \text{ ข้อมเท่ากัน}$$

แบบฝึกหัดระคนชุดที่ 15

หน้า 62

1. ให้ AO, BO, CO, DO เป็นเส้นตรง 4 เส้นพบกันที่จุด O ทำให้ $\angle AOB = y^\circ$; $\angle BOC = x^\circ$; $\angle COD = 70^\circ$, $\angle DOA = 180^\circ - x^\circ$



$$1. \angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA = 4 \text{ ฏ}$$

$$2. y^\circ + x^\circ + 70^\circ + 180^\circ - x^\circ = 360^\circ$$

$$3. y^\circ = 360^\circ - 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

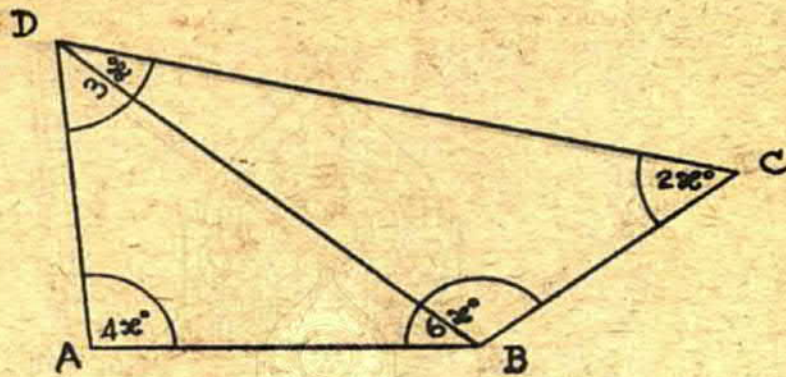
1. มุมรอบจุด O รวมกันได้ 4 ฏ

2. แทนค่ามุมในข้อ 1

3. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากัน เหลือเท่ากัน

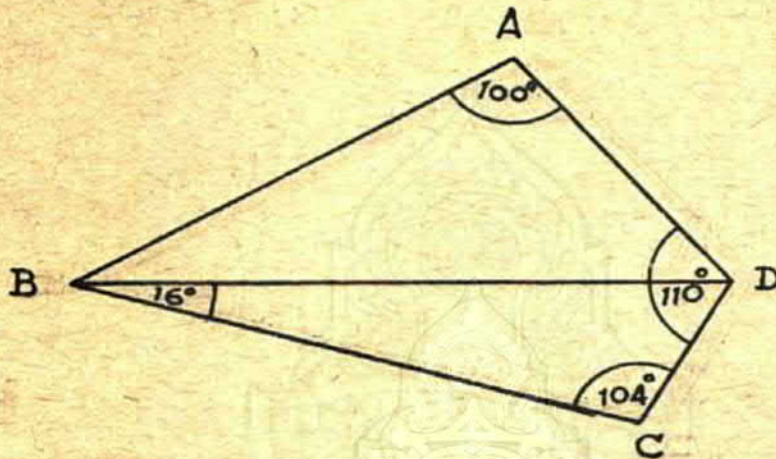
๘๔

2. ให้ ABCD เป็น □ รูปหนึ่งมี $\angle A = 4x^\circ$, $\angle B = 6x^\circ$, $\angle C = 2x^\circ$, $\angle D = 8x^\circ$ ลากเส้นทแยงมุม BD



- | | |
|--|---|
| 1. $\angle C + \angle CDB + \angle DBG = 180^\circ$ | 1. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle BCD$
= 2 ข |
| 2. $\angle A + \angle ADB + \angle ABD = 180^\circ$ | 2. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle ABD$
= 2 ข |
| 3. $\angle ADB + \angle BDC = \angle D = 8x^\circ$ | 3. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่ |
| 4. $\angle ABD + \angle DBC = \angle B = 6x^\circ$ | 4. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่ |
| 5. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4x^\circ + 6x^\circ + 2x^\circ + 8x^\circ = 15x^\circ$ | 5. สิ่งเท่ากันบวกด้วย สิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน |
| 6. $15x^\circ = 360^\circ$ | 6. ข้อ 1 + ข้อ 2 = ข้อ 5 |
| 7. $x^\circ = 24^\circ$ | 7. จากข้อ 6 |

8. ให้ $\triangle ABCD$ เป็น $\square$ ก้านไม่เท่ารูปหนึ่งมี $\angle A = 100^\circ$, $\angle D = 110^\circ$, $\angle C = 104^\circ$, $\angle DBC = 16^\circ$ มี BD เป็นเส้นทแยงมุม



$$1. \angle A + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ$$

$$2. \angle DBC + \angle C + \angle BDC = 180^\circ$$

$$3. \angle BDC = 180^\circ - 104^\circ - 16^\circ = 60^\circ$$

$$4. \angle ADB = \angle ADC - \angle BDC = 110^\circ - 60^\circ = 50^\circ \dots$$

$$5. \angle ABD = 180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 80^\circ \dots$$

$$1. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 2 \square$$

$$2. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 2 \square$$

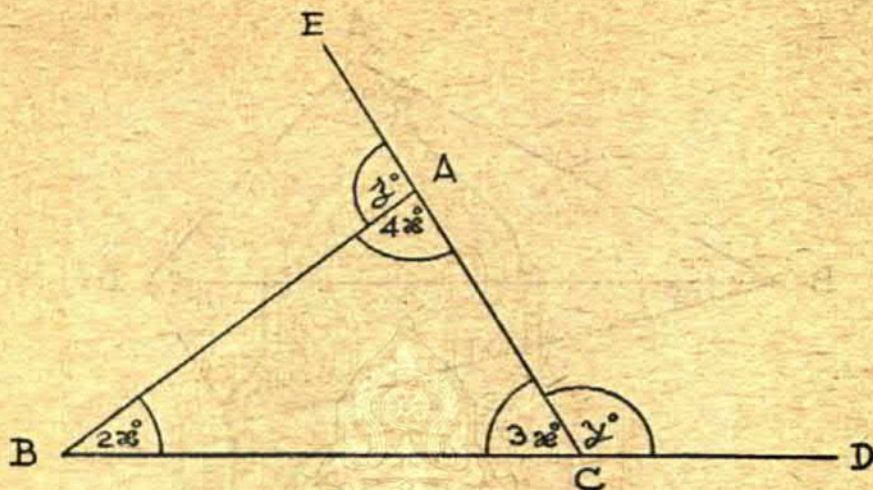
3. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

4. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

5. จากข้อ 1 สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

๘๖

4. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หนึ่งมี $\hat{A} = 4x^\circ$, $\hat{B} = 2x^\circ$, $\hat{C} = 3x^\circ$, ท่ BC ออกไปถึง D ทำให้ $\hat{ACD} = y^\circ$ ท่ CA ออกไปถึง E ทำให้ $\hat{BAE} = z^\circ$



$$1. \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$2. 4x^\circ + 2x^\circ + 3x^\circ = 9x^\circ = 180^\circ$$

$$3. x^\circ = 20^\circ$$

$$4. \hat{ACD} = \hat{A} + \hat{B} \\ = 4x^\circ + 2x^\circ = 6x^\circ = 120^\circ$$

$$5. \hat{BAE} = \hat{B} + \hat{C} \\ = 2x^\circ + 3x^\circ = 5x^\circ = 100^\circ$$

$$1. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle \\ = 2 \text{ ๒}$$

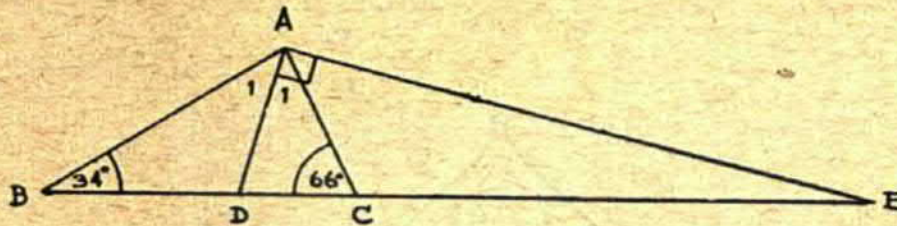
2. แทนค่ามุมในข้อ 1

3. จากข้อ 2 สิ่งเท่ากัน ทาร ทวย สิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

4. มุมภายนอกของ $\triangle$ = ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

5. มุมภายนอกของ $\triangle$ = ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

5. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ ทั่วไป AD แบ่งครึ่ง $\angle BAC$ $\angle B = 84^\circ$, $\angle C = 66^\circ$, $\angle DAE = 90^\circ$



$$1. \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$2. \angle A = 180^\circ - 84^\circ - 66^\circ \\ = 80^\circ$$

$$3. \angle BAD = \angle DAC \\ = \frac{\angle A}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

$$4. \angle DAC + \angle CAE = 90^\circ = \angle DAE$$

$$5. \angle CAE = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$6. \angle DCA = \angle CAE + \angle AEC$$

$$7. \angle AEC = 66^\circ - 50^\circ = 16^\circ$$

$$1. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle \\ = 2 \text{ ไข}$$

$$2. \text{ สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

$$3. AD \text{ แบ่งครึ่ง } \angle BAC$$

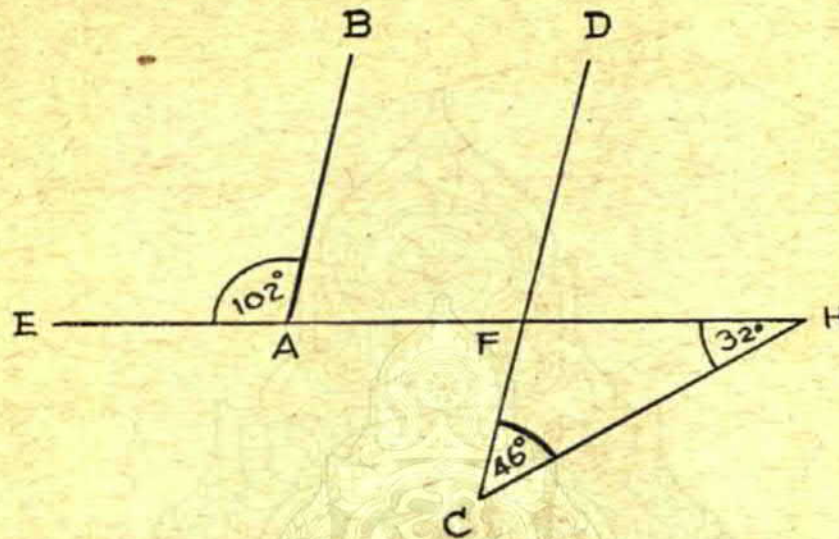
$$4. \text{ ส่วนย่อยรวมกัน} = \text{ส่วนใหญ่}$$

$$5. \text{ สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

$$6. \text{ มุมภายในของ } \triangle = \text{ผลบวกของ} \\ \text{มุมภายในที่อยู่ตรงข้าม}$$

$$7. \text{ สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

6. ให้ EH เป็นเส้นตรงเส้นหนึ่ง เส้นตรง AB พย EH ที่ A ทำให้ $\angle EAB = 102^\circ$, CD ตัด EH ที่ F และพยกับ HC ซึ่งทำมุม 32° กับ HE ที่ C โดยที่ $\angle FCH = 46^\circ$;



$$\begin{aligned} 1. \angle AFC &= \angle C + \angle H \\ &= 46^\circ + 32^\circ = 78^\circ \end{aligned}$$

$$2. \angle AFC + \angle AFD = 180^\circ$$

$$3. \angle AFD = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$$

$$4. \angle EAB = \angle AFD = 102^\circ$$

$$5. \therefore AB \parallel CD$$

1. มุมภายนอกของ $\triangle$ = ผลบวกของ
มุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

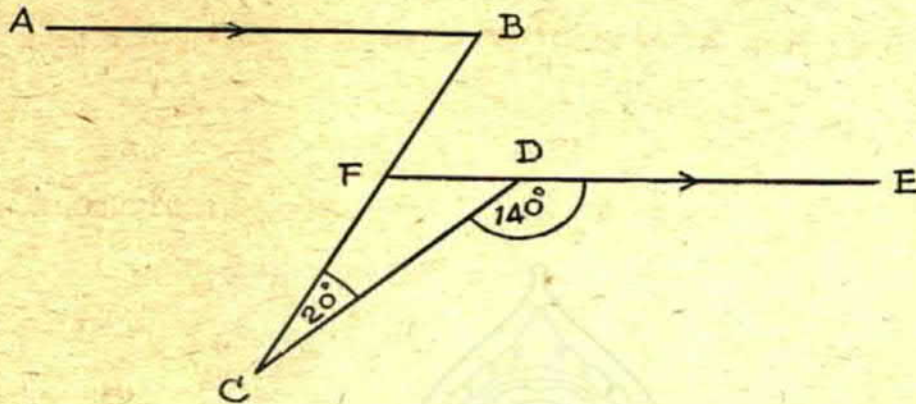
2. เป็นมุมตรง

3. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

4. ต่างเท่ากับ 102°

5. มุมภายนอก = มุมภายในข้าง
เดียวกันของเส้นตัดเส้นตรงทั้ง 2

7. ลากเส้นต่อ ED ตัด BC ที่ F AB // FE มี BC เป็นเส้นตัด



$$1. \angle CDE = \angle DCF = \angle DFC$$

$$2. \angle DFC = 140^\circ - 20^\circ = 120^\circ$$

$$3. \angle DFC + \angle DFB = 180^\circ$$

$$4. \angle DFB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$5. \angle ABC = \angle DFB = 60^\circ$$

1. มุมภายนอกของ $\triangle$ = ผลบวกของ
มุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

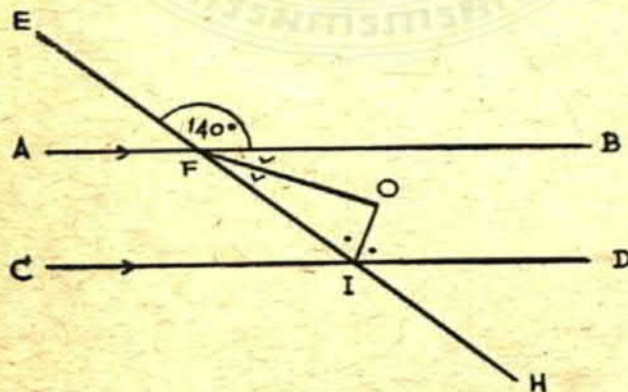
2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

3. เป็นมุมตรง

4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

5. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

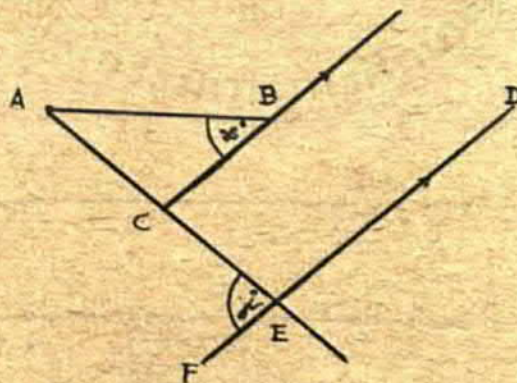
8. ให้ AB // CD มี EH ตัดขวาง AB ที่ F และตัด CD ที่ I, FO แบ่งครึ่ง $\angle BFI$, IO แบ่งครึ่ง $\angle FID$ พบกันที่ O $\angle EFB = 140^\circ$



1. $\angle EFB + \angle BFI = 180^\circ$
2. $\angle BFI = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$
3. $\angle BFO = \angle OFI = \frac{\angle BFI}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$
4. $\angle FID = \angle EFB = 140^\circ$
5. $\angle FIO = \angle OID = \frac{\angle FID}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$
6. $\angle FOI + \angle FIO + \angle OFI = 180^\circ$
7. $\angle FOI = 180^\circ - 70^\circ - 20^\circ = 90^\circ$

1. เป็นมุมตรง
2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
3. OF แบ่งครึ่ง $\angle BFI$
4. มุมภายนอก = มุมภายในขนานที่เกี่ยวข้อง
5. IO แบ่งครึ่ง $\angle FID$
6. ผลบวกของมุมทั้ง ๓ ของ $\triangle = 2$ ใด
7. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

9. ให้ $CB \parallel FD$ มี AE เป็นเส้นตัดขวาง ทำให้ $\angle FEC = y^\circ$ และ $\angle ABC = x^\circ$



$$1. \angle BCE = \angle CEF = y^\circ$$

$$2. \angle BCE = \angle CAB = \angle CBA$$

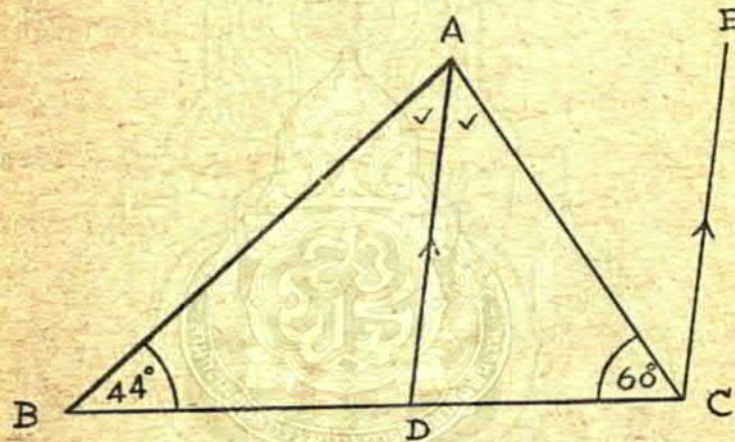
$$3. \angle CAB = \angle BCE = \angle CBA \\ = y^\circ - x^\circ$$

1. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

2. มุมภายนอก = ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

3. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

10. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง AD แบ่งครึ่ง $\angle A$ พยฐาน BC ที่ D ; $CE \parallel DA$
และ $\angle B = 44^\circ$; $\angle C = 60^\circ$



$$1. \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$2. \angle A = 180^\circ - 44^\circ - 60^\circ = 76^\circ$$

$$3. \angle BAD = \angle DAC$$

$$= \frac{\angle A}{2} = \frac{76^\circ}{2} = 38^\circ$$

$$4. \angle ACE = \angle DAC = 38^\circ$$

$$5. \angle BDA = \angle DAC + \angle ACD \\ = 38^\circ + 60^\circ = 98^\circ$$

1. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle = 2$ น

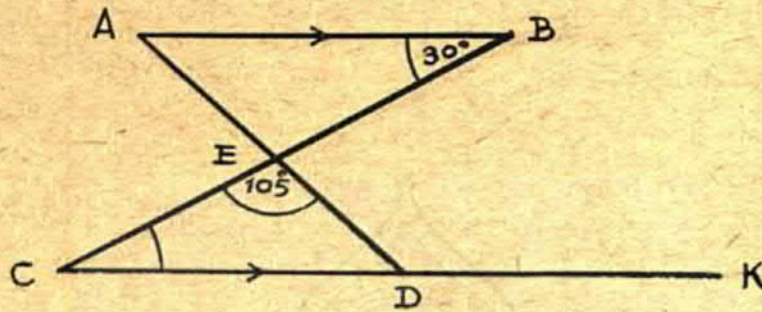
2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

3. AD แบ่งครึ่ง $\angle A$

4. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

5. มุมภายนอก = ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามของ $\triangle$

11. ให้ $AB \parallel CD$ มี AD และ CB เป็นเส้นตัด และ AD ตัดกับ CB ที่ E ทำให้ $\angle ABE = 30^\circ$ และ $\angle CED = 105^\circ$



1. $\angle DCE = \angle ABC = 30^\circ$

2. $\angle EDK = \angle CED + \angle DCE$

3. $\angle EDK = 105^\circ + 30^\circ = 135^\circ$

1. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

2. มุมภายนอกของ $\triangle =$ ผลบวกของ
มุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

3. แทนค่า $\angle CED$ จากกำหนดให้และ $\angle DCE$

จาก 1

12.

ก. 180°

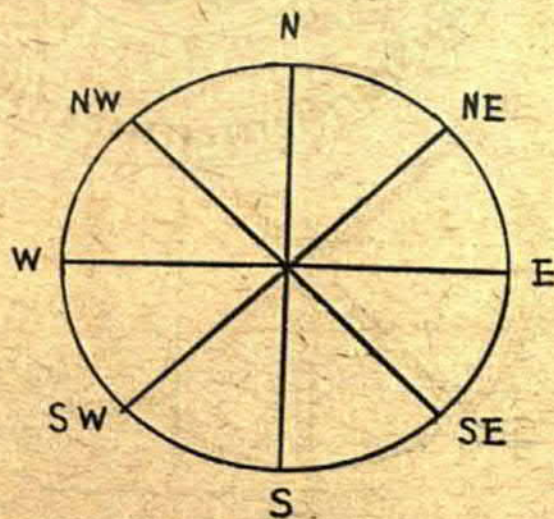
ข. 45°

ค. 135°

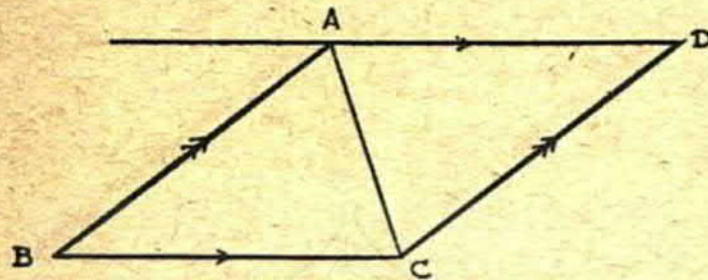
ง. 90°

จ. 90°

ฉ. 135°



18. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง มีเส้นลากจาก $C \parallel BA$ และ AD ผ่านจุด $A \parallel BC$ พยเส้นขนานเส้นแรกที่ D



1. $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$

2. $\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ$

8. $\angle ABC + \angle BCD = \angle ADC + \angle BCD$

4. $\angle ABC = \angle ADC$

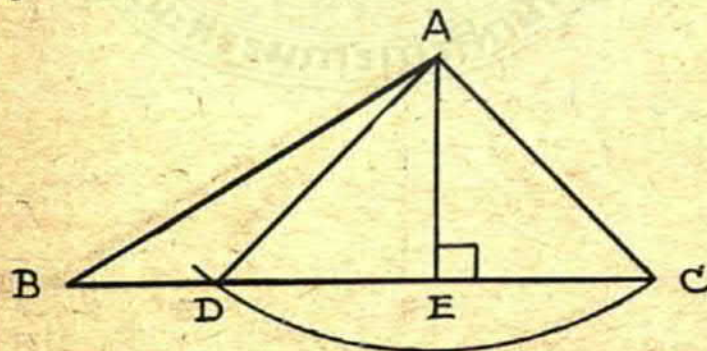
1. มุมภายในขนานข้างเดียวของเส้นตัด
เส้นขนานรวมกัน $= 2 \underline{180}$

2. มุมภายในขนานข้างเดียวของเส้นตัด
เส้นขนานรวมกัน $= 2 \underline{180}$

8. สิ่งต่างเท่ากับสิ่งเดียวกันย่อมเท่ากัน

4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

14. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง มี $AB = 4$ ซม. $AC = 3$ ซม. $AE \perp BC$
ให้ A เป็นศูนย์กลาง รัศมี AC เขียนส่วนโค้งตัด BC ที่ D



1. $AD = AC$

2. $\angle ADC = \angle ACD$

1. รัศมีวงกลมเดียวกัน

2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หนึ่ง

3. $\angle AED = \angle AEC = 1 | \text{ก}$

4. $\triangle AED = \triangle AEC$ ทุก
ประการ

5. $\angle EAD = \angle EAC$

6. $\angle EAB > \angle EAD$

7. $\angle EAB > \angle EAC$ ด้วย

8. กำหนดให้

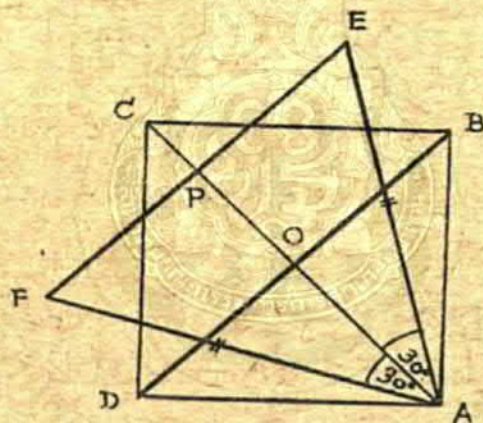
4. ม.ค.ม. จากข้อ 2 ข้อ 1 และข้อ 3

5. จากข้อ 4

6. ส่วนใหญ่ย่อมใหญ่กว่าส่วนย่อย

7. " " "

15. ให้ EF ตัด AC ที่ P และ BD ที่ Q



1. $AB = CD, CB = AD$

2. $\triangle ABC = \triangle ACD$

ทุกประการ

3. $\angle BAC = \angle CAD$

4. $AB = AD$

5. $\triangle ABO = \triangle ADO$

ทุกประการ

1. ด้านของ [จ] ย่อมเท่ากัน

2. ค.ค.ค. จากข้อ 1 และ AC
เป็นด้านร่วม

3. จากข้อ 2

4. ด้านของ [จ] ย่อมเท่ากัน

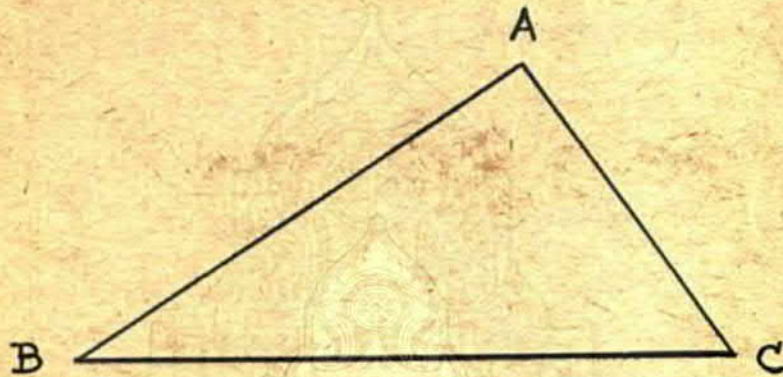
5. ค.ม.ค. จากข้อ 4, ข้อ 3 และ
OA ด้านร่วม

6. $\angle AOB = \angle AOD$
7. $\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$
8. $\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$
9. $AE = AF$
10. $\angle PAE = \angle PAF = 90^\circ$
11. $\triangle PAE = \triangle PAF$ ทุกประการ
12. $\angle EPA = \angle FPA$
13. $\angle EPA + \angle FPA = 180^\circ$
14. $\angle EPA = \angle FPA = 90^\circ$
15. $\angle EPA = \angle AOB$
16. $EF \perp BD$

6. จากข้อ 5
7. เป็นมุมตรง
8. ต่างเท่ากับครึ่งหนึ่งของ 2 | น
9. กำหนดให้
10. กำหนดให้
11. ค.ม.ท. จากข้อ 9, ข้อ 10, และ AP ร่วม
12. จากข้อ 11
13. เป็นมุมตรง
14. ต่างเท่ากับครึ่งหนึ่งของ 2 | น
15. ต่าง = 1 | น
16. มุมภายใน = มุมภายนอกชนข้าง
ภายในของเส้นตัดเส้นตรง 2 เส้น

หน้า 65

1. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หนึ่ง ซึ่งมี $\angle C$ ใหญ่กว่า $\angle B$
 ถ้า AC ไม่สั้นกว่า AB AC ก็ต้องยาวกว่า AB หรือเท่ากับ AB

ถ้า AC ยาวกว่า AB

1. $\angle ABC > \angle ACB$

2. แต่ $\angle ACB > \angle ABC$

3. $\therefore AC$ ไม่ยาวกว่า AB

ถ้า $AC = AB$

4. $\angle ABC = \angle ACB$

5. แต่ $\angle ACB > \angle ABC$

6. $\therefore AC \neq AB$

7. $\therefore AC$ ต้องสั้นกว่า AB

1. มุมตรงข้ามด้านยาวใหญ่กว่ามุมตรงข้ามด้านสั้น

2. กำหนดให้

3. เป็นไปไม่ได้

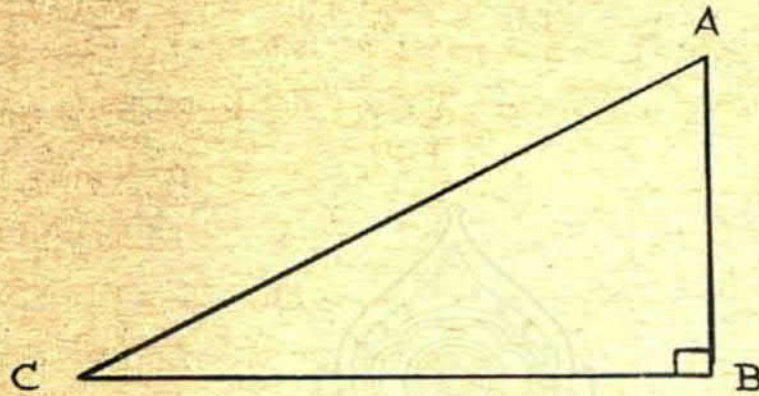
4. มุมฐานของ $\triangle$ หน้าช่วยมุมเท่ากัน

5. กำหนดให้

6. เป็นไปไม่ได้

7. เมื่อไม่ยาวกว่าไม่เท่ากันย่อมต้องสั้นกว่า

๒. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง ซึ่งมี $\hat{B} = 90^\circ$



๑. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

๒. $\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} = 90^\circ$

๓. $\hat{A}$ และ $\hat{C}$ ต่างเล็กกว่า $\hat{B}$

๔. AC ยาวกว่า BA และยาวกว่า AB

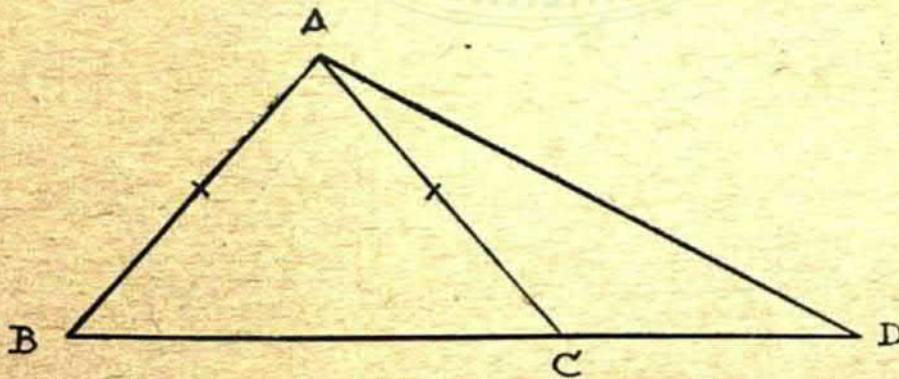
๑. ผลบวกของมุมทั้ง ๓ ของ $\triangle = 180^\circ$

๒. ต่างเท่ากับสิ่งเดียวกัน

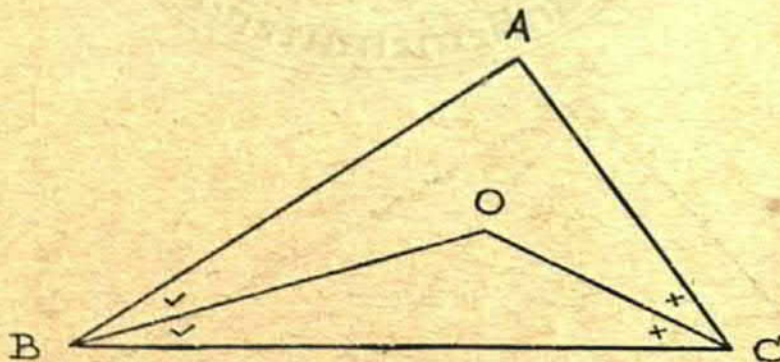
๓. ส่วนย่อยย่อมน้อยกว่าส่วนใหญ่

๔. ด้านตรงข้ามมุมใหญ่ยาวกว่าด้านตรงข้ามมุมเล็ก

๓.



- | | |
|--|--|
| 1. $AB=AC$ | 1. ด้านเท่าของ $\triangle$ หน้าหัว |
| 2. $\angle ABC = \angle ACB$ และเป็นมุมแหลม | 2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าหัว |
| 3. $\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$ | 3. เป็นมุมตรง |
| 4. $\angle ACD = 180^\circ - \angle ACB$ และเป็นมุมบาน | 4. มุมประกอบ 2 มุม ของมุมแหลม ย่อมเป็นมุมบาน |
| 5. $\angle ACD > \angle ACB$ หรือ $\angle ABC$ | 5. มุมบานย่อมใหญ่กว่ามุมแหลม |
| 6. $\angle ACB = \angle CAD + \angle CDA$ | 6. มุมภายนอกของ $\triangle =$ ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม |
| 7. $\angle ACB > \angle CDA$ | 7. ส่วนใหญ่ย่อมใหญ่กว่าส่วนย่อย |
| 8. $\angle ACD > \angle ACB > \angle CDA$ | 8. จากข้อ 5 และข้อ 7 |
| 9. $AD > AC$ | 9. ด้านตรงข้ามมุมใหญ่ยาวกว่าด้านตรงข้ามมุมเล็ก |
| 10. $AD > AB$ ด้วย | 10. สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน |



1. $AB > AC$
2. $\angle ACB > \angle ABC$

$$3. \angle OCB = \frac{\angle ACB}{2}$$

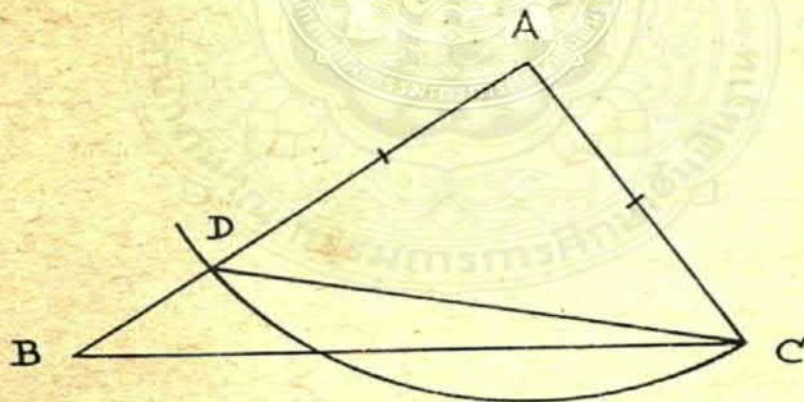
$$4. \angle OBC = \frac{\angle ABC}{2}$$

$$5. \angle OCB > \angle OBC$$

$$6. BO > OC$$

1. กำหนดให้
2. มุมตรงข้ามด้านยาวใหญ่กว่ามุมตรงข้ามด้านสั้น
3. OC แบ่งครึ่ง $\angle C$
4. OB แบ่งครึ่ง $\angle B$
5. ครึ่งหนึ่งของมุมใหญ่ย่อมใหญ่กว่าครึ่งหนึ่งของมุมเล็ก
6. ด้านตรงข้ามมุมใหญ่ยาวกว่าด้านตรงข้ามมุมเล็ก

5.



ให้ ABC เป็น $\triangle$ หนึ่ง มี $AB > AC$ ให้ A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี AC เขียนส่วนโค้งตัด AB ที่ D ต่อ CD

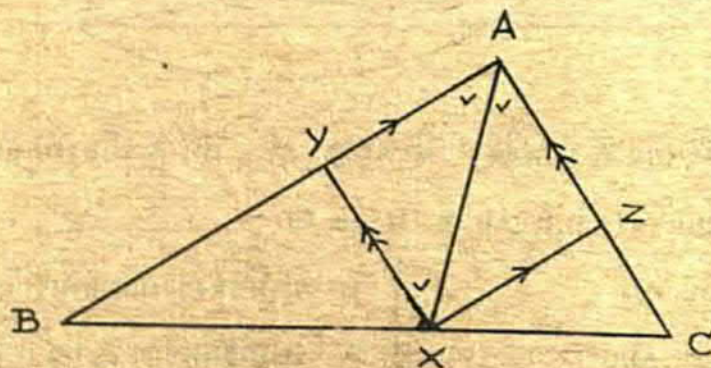
1. $AD = AC$
2. $\angle ACD = \angle ADC$

1. รัศมีของวงกลมเท่ากัน
2. มุมฐานของ $\triangle$ หนึ่ง

3. $\angle ADC = \angle DBC + \angle DCB$
4. $\therefore \angle ADC > \angle DCB$
5. $\angle BDC = \angle DAC + \angle DCA$
6. $\angle BDC > \angle DCA$ หรือ $\angle ADC$
7. $\angle BDC > \angle DCB$
8. $BC > DB$
9. $DB = AB - AD = AB - AC$
10. $BC > AB - AC$
11. ที่นั่น 8 ขาวกว่าผลต่างของ 2 ด้าน
8. มุมภายนอกของ $\triangle =$ ผลบวกมุมภายในตรงข้าม
4. ส่วนใหญ่ย่อมใหญ่กว่าส่วนย่อย
5. มุมภายนอกของ $\triangle =$ ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม
6. ส่วนใหญ่ย่อมใหญ่กว่าส่วนย่อย
7. จากข้อ 6 ใหญ่กว่าข้อ 4
8. ด้านตรงข้ามมุมใหญ่ยาวกว่าด้านตรงข้ามมุมเล็ก
9. จากการสร้าง
10. แทนค่า DB ในข้อ 8
11. จากข้อ 10

6.

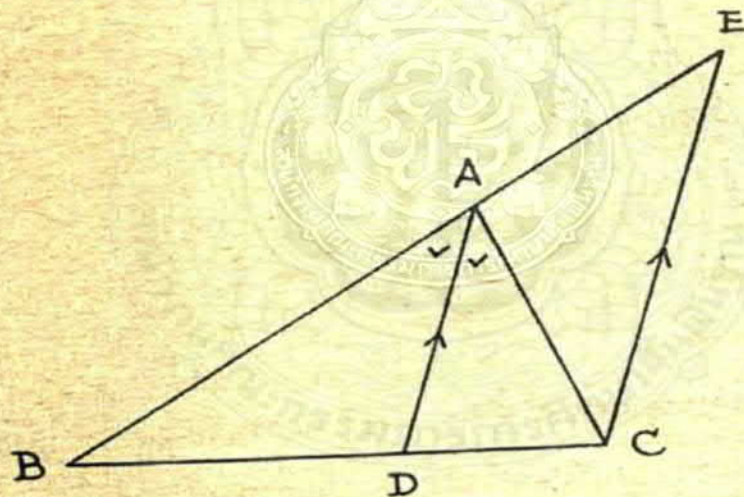
ABC เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง AX แบ่งครึ่ง $\angle A$ พบฐาน BC ที่ X
 จาก X ลาก $XY \parallel AC$ พบ AB ที่ Y
 จาก X ลาก $XZ \parallel AB$ พบ AC ที่ Z



1. $\angle BAX = \angle XAC$
2. $\angle YXA = \angle XAC = \angle BAX$
3. $\angle BXA = \angle BXY + \angle YXA$
4. $\angle BXA > \angle BAX$
5. $BA > BX$
6. $AC > CX$

1. AX แบ่งครึ่ง $\angle BAC$
2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
และข้อ 1
3. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่
4. ส่วนใหญ่ย่อมใหญ่กว่าส่วนย่อย
5. ด้านตรงข้ามมุมใหญ่ย่อมยาวกว่า
ด้านตรงข้ามมุมเล็ก
6. พิสูจน์ทำนองเดียวกันข้อ 2 ถึงข้อ 5

7.



ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หนึ่ง AD แบ่งครึ่ง $\angle A$ พบฐาน BC ที่ D
 $CE \parallel DA$ พบ BA ที่ต่อออกไปที่ E

1. $\angle DAO = \angle AOE$
2. $\angle BAD = \angle AEC$

1. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
2. มุมภายนอก = มุมภายในบนข้างเดียวกัน
ของเส้นตัดเส้นขนาน

๑๐๒

$$3. \angle BAD = \angle DAC$$

$$4. \angle ACE = \angle AEC$$

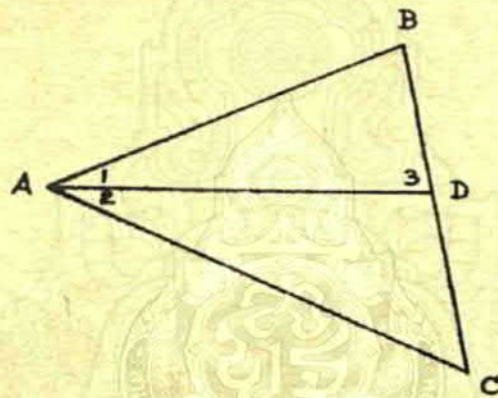
$$5. AC = AE$$

8. AD แบ่งครึ่ง $\angle A$

4. $\angle 1 = \angle 2$

5. ด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมเท่ากันของ $\triangle$ ย่อมเท่ากัน

8.



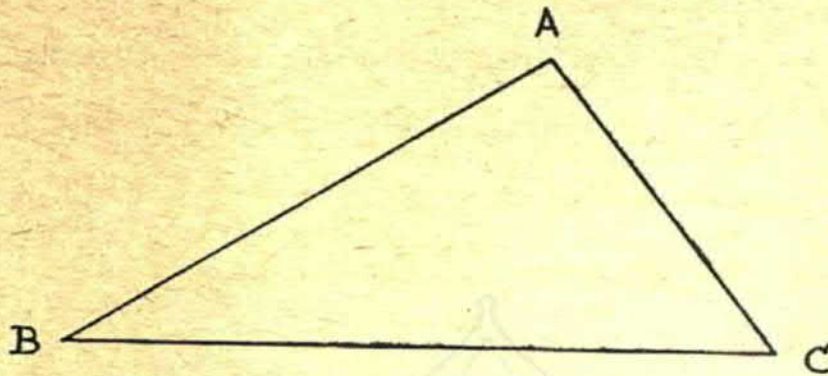
ใน $\triangle ABC$ รูปนี้ ถ้าเส้น AD แบ่งครึ่ง $\angle A$
 ก็นั้น $\angle 3 > \angle 2$

เพราะ $\angle 3$ เป็นมุมภายนอกของ $\triangle DAC$ = ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม
 $\angle 2$ เป็นมุมภายในตรงข้ามมุมเดียว เป็นส่วนย่อย ส่วนใหญ่จึงมากกว่า
 ส่วนย่อย

9.

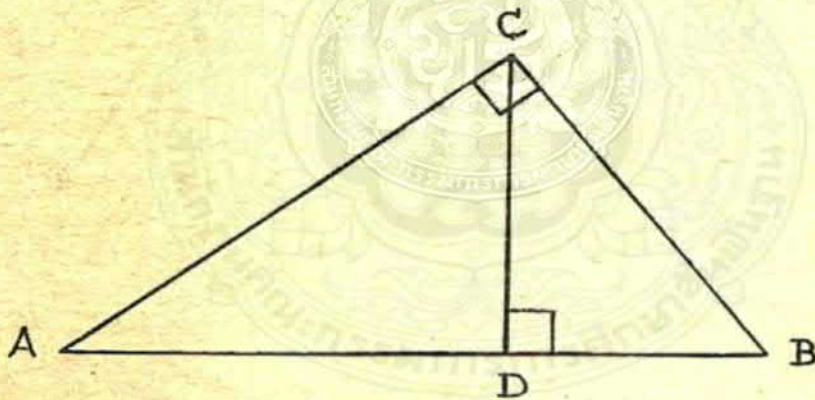
ใน $\triangle$ มุมฉาก ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวที่สุด

เพราะ เป็นด้านตรงข้ามมุมใหญ่ที่สุดของ $\triangle$



ใน $\triangle ABC$; $\hat{A} = 90^\circ$ ฉะนั้น $\hat{B}$ และ $\hat{C}$ ต้องเล็กกว่ามุมฉาก
เพราะ เป็นส่วนย่อยซึ่งต้องรวมกันจึงจะเท่ากับมุมฉาก

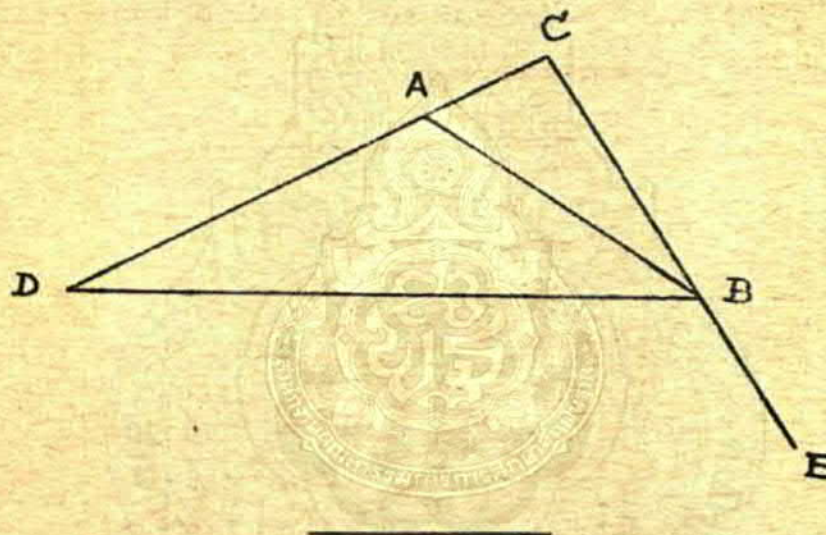
10.



มุม $\angle ACD$ ใหญ่กว่า $\angle DCB$ ทั้งในรูป $CD \perp AB$ ฉะนั้น AD ยาวกว่า DB
เพราะ $\hat{ACD} + \hat{CAD} = \hat{CDB} = 1 \text{ ๒๐}$ และ $\hat{ACD} + \hat{DCB} = 1 \text{ ๒๐}$
 $\therefore \hat{CAD} = \hat{DCB} \therefore \hat{ACD} > \hat{DCB}$ (กำหนดให้)
 $\therefore \hat{ACD} > \hat{CAD}$ ด้วย

11. ใน $\triangle$ มุมภายใน ด้านตรงข้ามมุมภายในยาวที่สุด เพราะมุมทั้งสามของ $\triangle$ ใดๆ รวมกัน $= 2\text{ ไร่}$ มุมหนึ่งเป็นมุมภายในมีค่าเกิน 1 ไร่ อีก 2 มุมรวมกันย่อม น้อยกว่า 1 ไร่ แต่ละมุมเป็นมุมแหลมด้านตรงข้ามมุมใหญ่คือมุมภายใน จึง ยาวกว่าด้านตรงข้ามมุมเล็ก คือมุมแหลมอีก 2 ด้าน

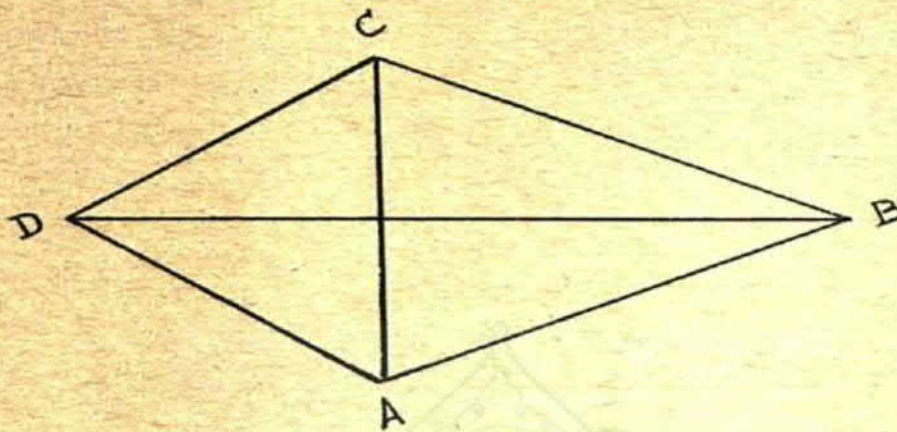
12. มุม CAB เป็นมุมภายในของรูป $\triangle ADB$
 มุม DBE เป็นมุมภายในของรูป $\triangle CDB$



แบบฝึกหัดชุดที่ 17

หน้า 68

1. $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง จงพิสูจน์ว่า $AB + BC + CD + DA > AC + BD$
 กำหนดให้ $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง มี AC และ BD เป็นเส้นทแยงมุม
 จะต้องพิสูจน์ว่า $AB + BC + CD + DA > AC + BD$



พิสูจน์

$$1. AB + BC > AC$$

$$2. AD + DC > AC$$

$$3. AD + AB > BD$$

$$4. DC + BC > BD$$

$$5. 2(AB + BC + CD + DA) > 2(AC + BD)$$

$$6. \therefore AB + BC + CD + DA > AC + BD$$

$$1. \text{ ผลบวกของ ๒ ด้านของ } \triangle ABC > \text{ ด้านที่ ๓}$$

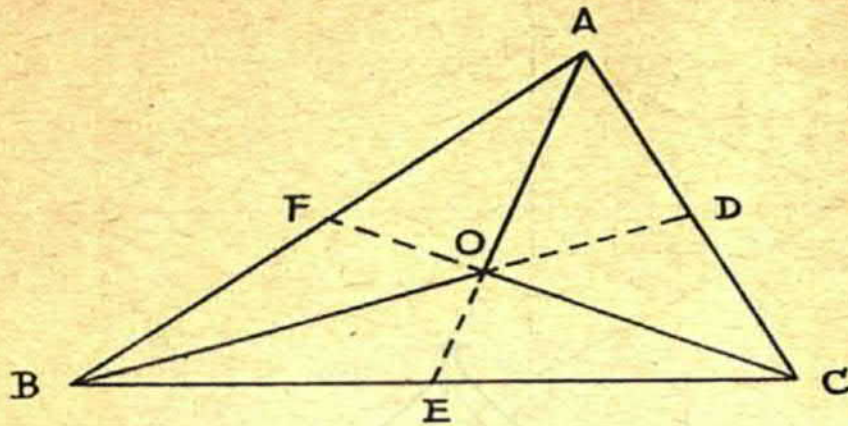
$$2. \text{ ผลบวกของ ๒ ด้านของ } \triangle ADC > \text{ ด้านที่ ๓}$$

$$3. \text{ ผลบวกของ ๒ ด้านของ } \triangle ABD > \text{ ด้านที่ ๓}$$

$$4. \text{ ผลบวกของ ๒ ด้านของ } \triangle BCD > \text{ ด้านที่ ๓}$$

$$5. \text{ ข้อ 1 + ข้อ 2 + ข้อ 3 + ข้อ 4}$$

$$6. \text{ ครึ่งหนึ่งของส่วนมากย่อมมากกว่า ครึ่งหนึ่งของส่วนน้อย}$$



ทำ BO ไปยังด้าน AC พบ AC ที่ D

1. $AB + AD > BD$
2. $AB + AD + DC > BD + DC$
3. $AB + CA > BD + DC$
4. แต่ $OD + DC > OC$
5. $\therefore BD + DC > OB + OC$
6. $\therefore AB + CA > OB + OC$
7. ในทำนองเดียวกัน ถ้าทำ
AO ไปพบ BC ที่ E
 $CA + BE > OA + OB$
8. ในทำนองเดียวกันถ้าทำ CO
ไปพบ AB ที่ F
 $BC + AF > OC + OA$

1. ผลบวกของ 2 ด้าน ของ $\triangle ABD >$
ด้านที่ 3
2. ให้ DC บวกเข้าทั้งสองข้าง ผลคง
เป็นอย่างเดิม
3. $\because AD + DC = AC$ แทน
 $AD + DC$ ด้วย AC
4. ผลบวกของ 2 ด้าน ของ $\triangle OOD >$
ด้านที่ 3
5. $(BD = OB + OD)$ ให้ OB บวก
ทั้งสองข้างผลคงเดิม
6. $BA + AC > BD + DC$ ก็ย่อมมากกว่า
 $OB + OC$ ด้วย (จาก 3)
7. เช่นเดียวกับข้อ 1—ข้อ 6
8. เช่นเดียวกับข้อ 1—ข้อ 6

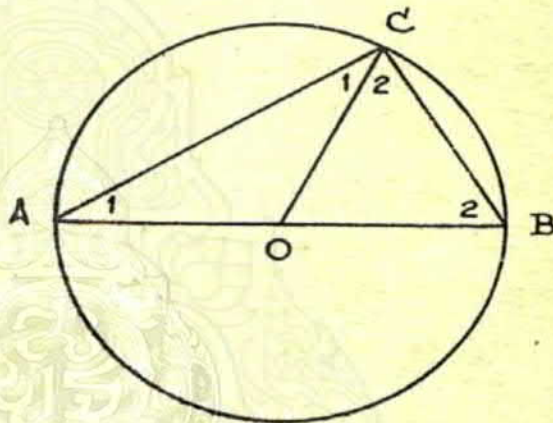
9. $2AB + 2BC + 2CA$
 $> 2OA + 2OB + 2OC$
10. $AB + BC + CA$
 $> OA + OB + OC$
11. หรือ $OA + OB + OC$
 $< AB + BC + CA$

9. ข้อ 6 + ข้อ 7 + ข้อ 8

10. ให้ 2 ทารทั้งสองข้าง

11. ผลกลับกัน

8. ให้ AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของ $\odot$
 ซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลาง C เป็น
 จุดบนเส้นรอบวง ลาก CA, CO, CB



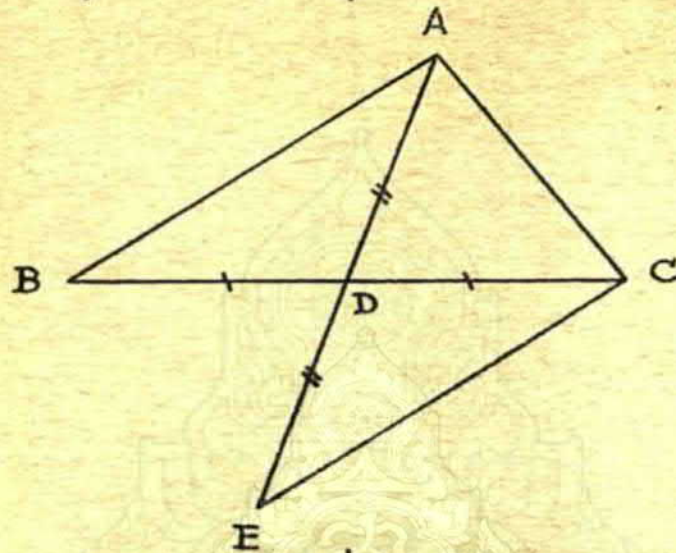
1. $OA = OB = OC$
2. $\angle OAC = \angle OCA; \angle OCB = \angle OBC$
3. $\angle OAC + \angle OBC = \angle OCA + \angle OCB$
 $= \angle ACB$
4. $\angle OAC + \angle OBC + \angle ACB = 180^\circ$
5. $\angle OAC + \angle OBC = \angle ACB$
 $= 90^\circ$
6. $\angle ACB > \angle OCB$
7. $\therefore AB > AC$

1. รัศมีวงกลมเท่ากัน
2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าจั่ว
3. สิ่งเท่ากันบวกกับสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน
4. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle$
 $= 2 \times 90$
5. ครึ่งหนึ่งของสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน
6. มุมฉากใหญ่กว่ามุมแหลม
7. ด้านตรงข้ามมุมใหญ่ย่อมยาวกว่า
 ด้านตรงข้ามมุมเล็ก

4. กำหนดให้

ABC เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง AD เป็นเส้นมัธยฐานที่ลากจากจุด

ยอด A มาแบ่งครึ่งฐาน BC

จะต้องพิสูจน์ว่า $AD < \frac{1}{2}(AB + AC)$ สร้างเพื่อการพิสูจน์ ต่อ AD มาถึงจุด E ให้ $DE = AD$ ลากเส้น CE

พิสูจน์

1. $AD = DE$

2. $BD = DC$

3. $\angle ADB = \angle CDE$

4. $\triangle ADB = \triangle CDE$ ทุกประการ

5. $AB = CE$

6. $AE < AC + CE$

7. $AE = 2AD$

8. $2AD < AC + AB$

9. $AD < \frac{1}{2}(AC + AB)$

1. สร้าง

2. เส้นมัธยฐานแบ่งครึ่งฐาน

3. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้น
ตัดกัน

4. ค.ม.ค. จากข้อ 1; ข้อ 3 และข้อ 2

5. จากข้อ 4

6. 2 ด้านของ $\triangle$ รวมกันยาวกว่าด้านที่ 3

7. สร้าง

8. แทนค่าข้อ 5 และข้อ 7 ในข้อ 6

9. ครึ่งของสิ่งหนึ่งน้อยกว่ากันยังคงน้อยกว่ากัน

๕. กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง มี $AB = AC$

AD ลากจากจุด $A \perp BC$ ที่ D ต่อเลย

ไป Y เป็นจุดใน AD ที่ต่อออกไป ลาก

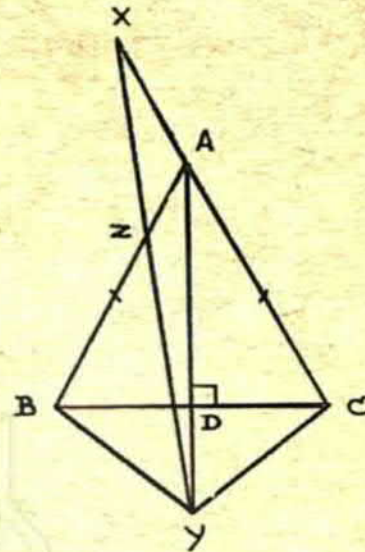
YX ตัด BA ที่ Z และตัด CA ที่

ออกไปที่ X ลาก BY

จะต้องพิสูจน์ว่า $BY + YX > AB + AX$

สร้างเพื่อการพิสูจน์ ลาก YC

พิสูจน์



1. $\angle BAY = \angle YAC$

2. $AB = AC$

3. AY เป็นเส้นร่วม

4. $\triangle BAY = \triangle YAC$ ทุกประการ

5. $BY = YC$

6. ใน $\triangle YXC$

$\therefore YC + YX > CX$

7. $CX = AC + AX$

8. $\therefore CX = AB + AX$

9. $\therefore BY + YX > AB + AX$

1. เส้นที่ลากจากมุมยอดของ $\triangle$ มา $\perp$ ฐานย่อมแบ่งครึ่งมุมยอด

2. กำหนดให้

3. จากรูป

4. ค.ม.ค. จากข้อ 2, ข้อ 1 และข้อ 3

5. จากข้อ 4

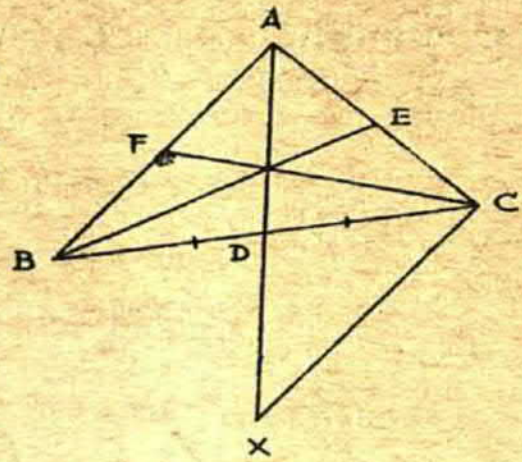
6. ผลบวกของ 2 ด้านของ $\triangle$ ยาวกว่า ด้านที่ 3

7. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

8. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้

9. แทนค่าข้อ 5 และข้อ 8 ในข้อ 6

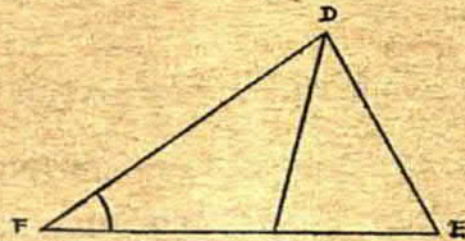
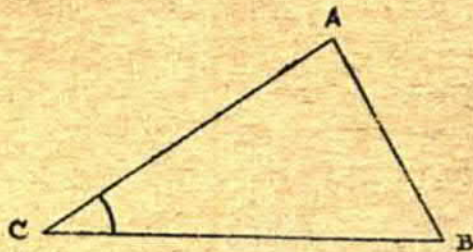
6. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง AD, BE, CF
เป็นมัธยฐาน ท่อ AD เหยียดออกไปถึง X ให้
 $DX = DA$ ลาก CX



- | | |
|--|--|
| 1. $AD = DX$ | 1. สร้าง |
| 2. $BD = DC$ | 2. AD เป็นเส้นมัธยฐานย่อมแบ่งครึ่งฐาน |
| 3. $\angle ADB = \angle CDX$ | 3. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน |
| 4. $\triangle ADB = \triangle CDX$ ทุกประการ | 4. ค.ม.ค. จากข้อ 1, ข้อ 3 และข้อ 2 |
| 5. $AB = CX$ | 5. จากข้อ 4 |
| 6. ใน $\triangle ACX : AC + CX > AX$ | 6. ผลบวกของ 2 ด้านของ $\triangle$ ยาวกว่าด้านที่ 3 |
| 7. $\therefore AC + AB > 2 AD$ | 7. แทนค่าข้อ 5, ข้อ 1 ในข้อ 6 |
| 8. $\therefore AC + AB > AD \dots (3)$ | 8. จากข้อ 7 |
| 9. $AB + BC > BE \dots (1)$ | 9. พิสูจน์ทำนองเดียวกันกับข้อ 1 ถึงข้อ 8 |
| 10. $AC + BC > CF \dots (2)$ | 10. พิสูจน์ทำนองเดียวกันกับข้อ 1 ถึงข้อ 8 |

1. Δ ทุกรูปมีมุมภายในรวมกันเป็น 180 องศา
2. Δ ทุกรูปมีมุมภายในนอกรวมกันเป็น 360 องศา
3. รูปสี่เหลี่ยมทุกรูปที่มีด้านไม่เท่ากันมีมุมภายในรวมกันเป็น 360 องศา
4. รูปห้าเหลี่ยมทุกรูปที่มีด้านไม่เท่ากันมีมุมภายในรวมกันเป็น 540 องศา
5. รูปหกเหลี่ยมทุกรูปที่มีด้านไม่เท่ากันมีมุมภายในรวมกันเป็น 720 องศา
6. รูป n เหลี่ยมทุกรูปที่มีด้านไม่เท่ากันมีมุมภายในรวมกันเป็น $90(2n - 4)$ องศา
7. รูปสี่เหลี่ยมทุกรูปที่มีด้านไม่เท่ากันมีมุมภายในนอกรวมกันเป็น 360 องศา
8. รูปห้าเหลี่ยมทุกรูปที่มีด้านไม่เท่ากันมีมุมภายในนอกรวมกันเป็น 360 องศา
9. รูปหกเหลี่ยมทุกรูปที่มีด้านไม่เท่ากันมีมุมภายในนอกรวมกันเป็น 360 องศา
10. รูป n เหลี่ยมทุกรูปที่มีด้านไม่เท่ากันมีมุมภายในนอกรวมกันเป็น 360 องศา
11. รูปหกเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่า มีมุมภายในรวมกันเป็น 720 องศา มุมภายในนอก
รวมกันเป็น 360 องศา
12. ABC เป็น Δ รูปหนึ่ง $\hat{A} = 35^\circ$; $\hat{B} = 75^\circ$; $\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 180^\circ - 35^\circ - 75^\circ = 70^\circ$ และด้าน AC ขาวทึบ
13. Δ ABC มี $\hat{A} = 60^\circ$; $\hat{B} = 60^\circ$; $\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ และ Δ รูปนี้เป็น Δ ชนิด Δ ด้านเท่า
14. Δ ABC มี $\hat{A} = 80^\circ$; $\hat{B} = 80^\circ$; $\hat{C} = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 120^\circ$ และ Δ ชนิดนี้เป็น Δ หน้าจั่ว

15. ให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เป็น $\triangle$ 2 รูป มีค่า $AC = DF : AB = DE$ $\hat{C} = \hat{F}$



ยก $\triangle DEF$ ซ้อน $\triangle ABC$ ให้จุด F ทับจุด C แขน FE ทับแขน CB แขน FD ทับแขน CA จุด D ทับจุด A

ถ้า $\hat{FDE} = \hat{CAB}$ แขน DE จะทับแขน AB

ถ้า $\hat{FDE} \neq \hat{CAB}$ แขน DE จะไม่ทับแขน AB

ถ้า $\hat{FDE} = \hat{CAB}$

1. แขน EF ทับแขน CB
2. $\hat{C} = \hat{F}$
3. แขน FD ทับแขน CA
4. $FD = CA$
5. จุด D ทับจุด A
6. $\hat{FDE} = \hat{CAB}$
7. DE ทับ AB
8. $DE = AB$
9. จุด E ทับจุด B
10. $\triangle DEF = \triangle ABC$ ทุกประการ
11. $\hat{E} = \hat{B}$

1. ยก $\triangle DEF$ ซ้อน $\triangle ABC$

2. กำหนดให้

3. จากข้อ 2

4. กำหนดให้

5. จากข้อ 4

6. กำหนดให้

7. จากข้อ 6

8. กำหนดให้

9. จากข้อ 8

10. ค.ม.ค. จากข้อ 4; ข้อ 6 และข้อ 8

11. จากข้อ 10

ถ้า $\angle FDE \neq \angle CAB$ แล้ว DE จะไม่ขนานกับ AB พยกันที่ E

1. $AB = DE = AE$

2. $\angle ABE = \angle AEB$

3. $\angle AEC + \angle AEB = 180^\circ$

4. $\angle AEC + \angle ABE = 180^\circ$

5. $\angle AEC = \angle AEF$

6. $\angle AEF + \angle ABC = 180^\circ$

1. กำหนดให้

2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ หน้าที่ 1

3. เป็นมุมตรง

4. สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน

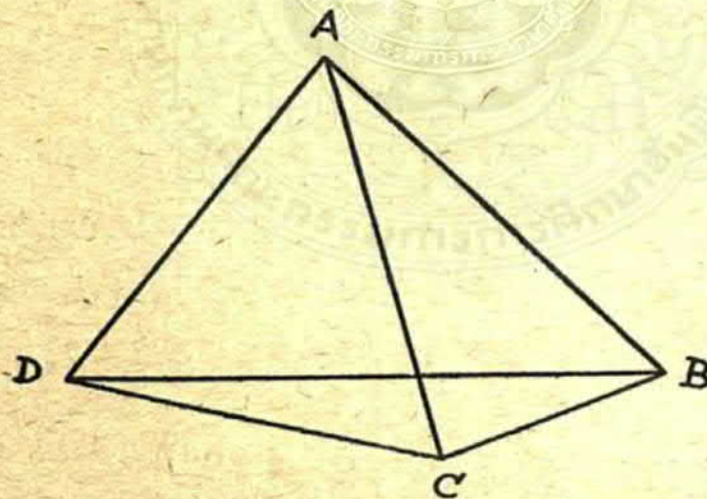
5. มุมเดียวกัน

6. แทนค่าในข้อ 4

แบบฝึกหัดชุดที่ 19

หน้า 75

1. ให้ ABCD เป็น $\square$ รูปหนึ่ง มี AC และ BD เป็นเส้นทแยงมุม



1. ใน $\triangle ABC$; $AB + BC > AC$

2. ใน $\triangle BCD$; $BC + CD > BD$

1. สองด้านรวมกันยาวกว่าด้านที่ 3

2. สองด้านรวมกันยาวกว่าด้านที่ 3

$$3. \triangle CDA; \quad CD+DA > AC$$

$$4. \triangle ADB; \quad DA+AB > BD$$

$$5. 2(AB+BC+CD+DA) >$$

$$2(AC+BD)$$

$$6. AB+BC+CD+DA > AC+BD$$

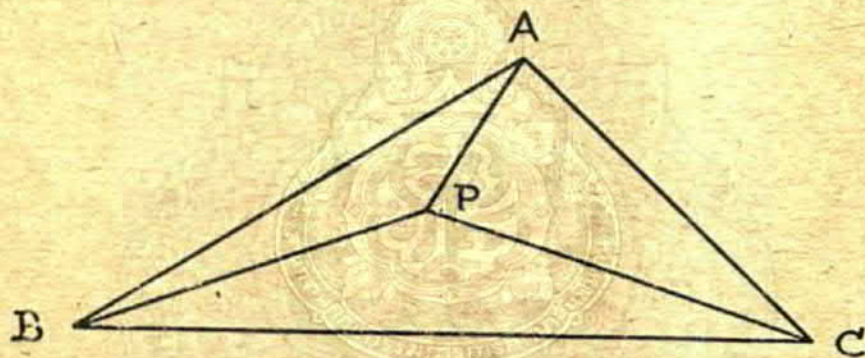
3. สองด้านรวมกันยาวกว่าด้านที่ 3

4. สองด้านรวมกันยาวกว่าด้านที่ 3

5. ข้อ 1 + ข้อ 2 + ข้อ 3 + ข้อ 4

6. ครึ่งหนึ่งของส่วนมากย่อมมากกว่า
ครึ่งหนึ่งของส่วนน้อย

2. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง ซึ่งมี P เป็นจุดภายใน ลาก PA, PB, PC



$$1. \text{ ใน } \triangle PAB; \quad PA+PB > AB$$

$$2. \text{ ใน } \triangle PBC; \quad PB+PC > BC$$

$$3. \text{ ใน } \triangle PAC; \quad PC+PA > AC$$

$$4. 2(PA+PB+PC) > AB+BC$$

$$+CA$$

$$5. PA+PB+PC > \frac{1}{2}(AB+BC$$

$$+CA)$$

1. สองด้านของ $\triangle$ รวมกันยาวกว่าด้านที่ 3

2. สองด้านของ $\triangle$ รวมกันยาวกว่าด้านที่ 3

3. สองด้านของ $\triangle$ รวมกันยาวกว่าด้านที่ 3

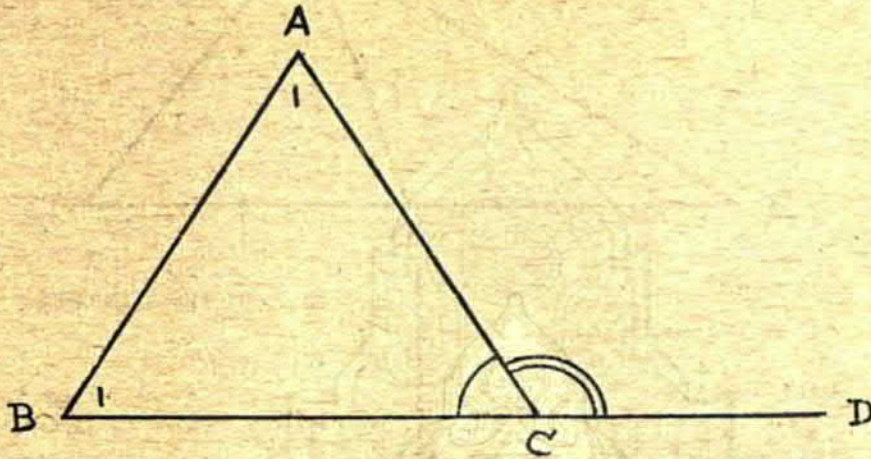
4. ข้อ 1 + ข้อ 2 + ข้อ 3

5. ครึ่งหนึ่งของส่วนมากย่อมมากกว่า
ครึ่งหนึ่งของส่วนน้อย

8. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง ที่ฐาน BC ออกไปถึง D ทำให้มุมภายนอก

$$\angle ACD = 2\angle ACB$$

$$\angle B = \angle A$$



$$1. \angle ACD + \angle ACB = 180^\circ$$

$$2. 2\angle ACB + \angle ACB = 3\angle ACB = 180^\circ$$

$$3. \angle ACB = 60^\circ$$

$$4. \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$5. \angle A = \angle B$$

$$6. 2\angle A = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$7. \angle A = \angle B = 60^\circ$$

1. เป็นมุมตรง

2. แทนค่าในข้อ 1 จากกำหนดให้

3. สิ่งเท่ากัน ทหาร ด้วย สิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

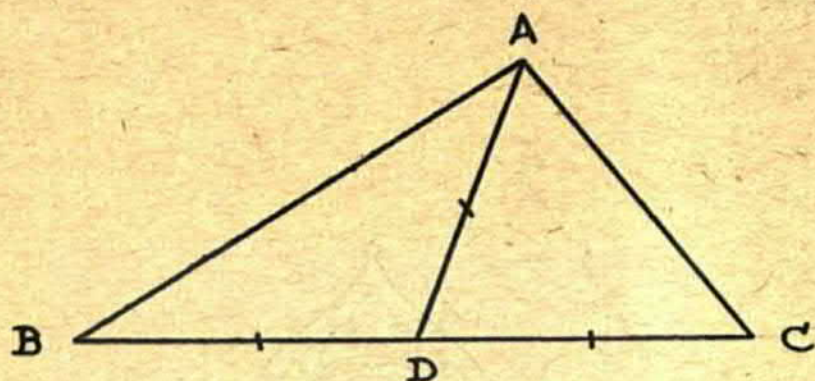
4. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle = 180^\circ$

5. กำหนดให้

6. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

7. จากข้อ 6

4. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง AD เป็นเส้นมัธยฐาน ทำให้ $BD=DC$ และ $AD=BD$



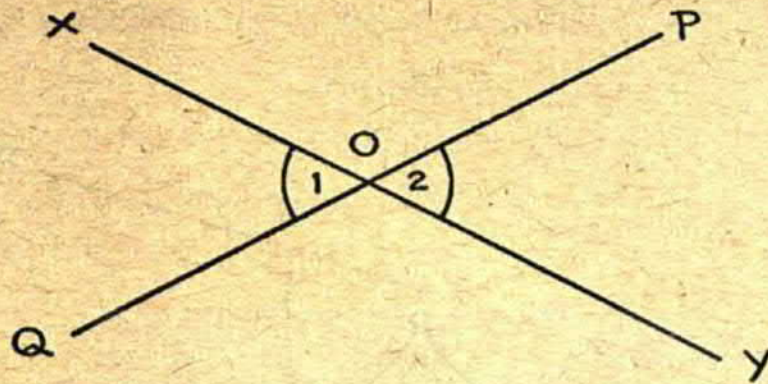
1. $BD = DC$
2. $AD = BD = DC$
3. $\angle DBA = \angle DAB$
4. $\angle DCA = \angle DAC$
5. $\angle DBA + \angle DCA = \angle DAB + \angle DAC$
6. $\angle BAC = \angle DAB + \angle DAC$
7. $\angle BAC = \angle DBA + \angle DCA$
8. $\angle BAC + \angle DBA + \angle DCA = 180^\circ$
9. $\angle BAC = \angle DBA + \angle DCA = \frac{180^\circ}{2}$
 $= 90^\circ$

1. D เป็นจุดกึ่งกลางของ BC
2. กำหนดให้
3. มุมฐานของ $\triangle$ หน้า B
4. มุมฐานของ $\triangle$ หน้า C
5. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน
6. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่
7. จากข้อ 5 และข้อ 6
8. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle = 2 \angle$
9. จากข้อ 7 แทนค่าในข้อ 8

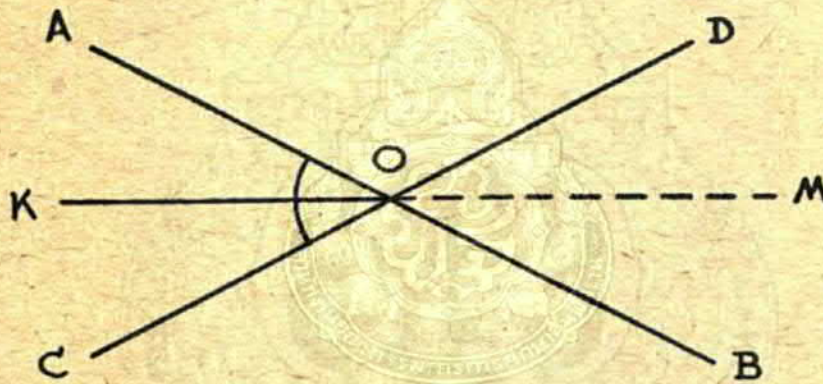
แบบฝึกหัดทบทวนชุดที่ 20

หน้า 75

1. เส้นตรง XY มีจุด O อยู่ภายในเส้น; OP และ OQ เป็นเส้นตรงอีก 2 เส้น อยู่คนละข้างของเส้น XY ทำมุม $\angle 1 = \angle 2$ ดังนั้น OP และ OQ เป็นเส้นตรงเดียวกัน เพราะ $\angle 1 + \angle XOP = \angle 2 + \angle XOP = 2 \angle$ เป็นมุมตรง



๒. AB ตัดกับ OD ที่จุด O; OK เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุม AOC ;
OM แบ่งครึ่ง $\angle BOD$



$\therefore$ OK และ OM เป็นเส้นตรงเดียวกัน

เพราะ $\angle AOC = \angle DOB$ (มุมตรงข้ามเกิดจาก ๒ เส้นตัดกัน)

และ $\angle KOA = \frac{\angle AOC}{2}$; $\angle MOD = \frac{\angle DOB}{2}$ (กำหนดให้)

$\therefore \angle KOA = \angle MOD$ (ค่าเป็นครึ่งมุมที่เท่ากัน)

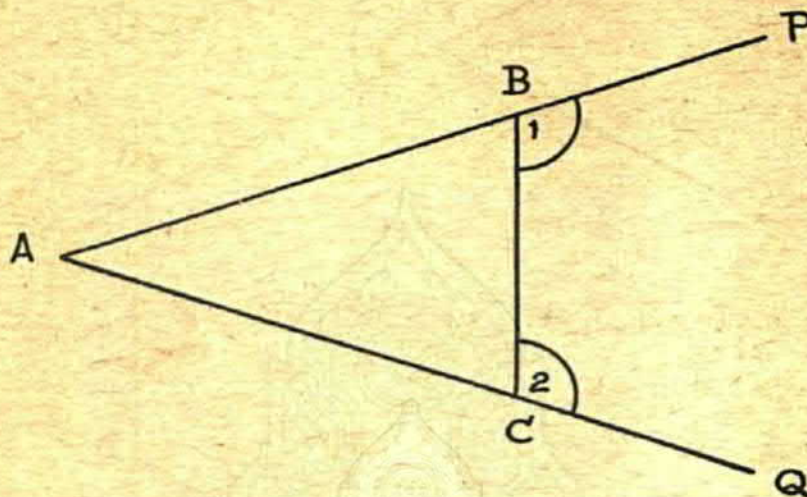
$\angle COK = \angle KOA = \angle MOD$ (ค่า = สิ่งเดียวกัน)

$\therefore \angle COK + \angle KOD = 180^\circ$ (= มุมตรง COD)

$\therefore \angle MOD + \angle KOD = 180^\circ$ (สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้)

$\therefore$ KO และ OM เป็นเส้นตรงเดียวกัน

๓. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่ มี $AB = AC$ ท่อ AB ออกไปถึง P และ AC ออกไปถึง Q เกิดมุมภายนอก $\angle PBC$ และ $\angle BCQ$



1. $AB = AC$

2. $\angle ABC = \angle ACB$

3. $\angle ABC + \angle 1 = 180^\circ$

4. $\angle ACB + \angle 2 = 180^\circ$

5. $\angle 1 = \angle 2$

1. กำหนดให้

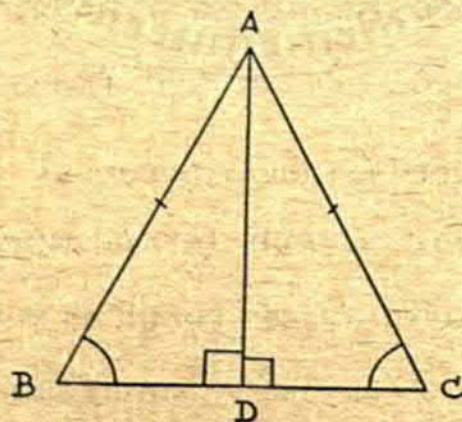
2. มุมฐานของ $\triangle$ หน้าที่

3. เป็นมุมตรง

4. เป็นมุมตรง

5. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

4. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ หน้าที่ มี $AB = AC$ ลาก $AD \perp BC$ ที่ D

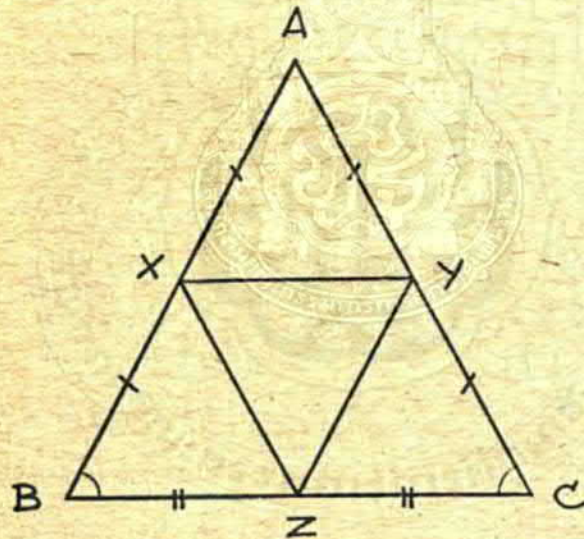


1. $AB = AC$
2. $\angle ABC = \angle ACB$
3. $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$
4. $\triangle ADB = \triangle ADC$ ทุกประการ
5. $BD = DC$

1. กำหนดให้
2. มุมฐานของ $\triangle$ หน้า $\angle A$
3. $AD \perp BC$
4. ม.ก.ม. จากข้อ 2, ข้อ 1, และ ข้อ 3
5. จากข้อ 4

6. ให้ AD เป็นแกนสมมาตร พิจารณาตามรอบ AD $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ $\angle ADB$ และ $\angle ADC$ ที่มี AD เป็นแกนสมมาตร และ $BD = DC$ $\therefore$ จุด C เท่ากับจุด B แกน AD ย่อมทับกับแกน AB ฉะนั้น $\triangle ABD$ และ $\triangle ADC$ สมมาตรกัน

5. ให้ ABC เป็น $\triangle$ หน้า $\angle A$ มี $AB = AC$; X เป็นจุดกึ่งกลาง AB ; Y เป็นจุดกึ่งกลาง AC ; Z เป็นจุดกึ่งกลาง BC



1. $AB = AC$
2. $BX = \frac{AB}{2} = AX$
3. $CY = \frac{AC}{2} = AY$
4. $BX = CY$; $AX = AY$
5. $\angle ABC = \angle ACB$
6. $BZ = CZ$

1. กำหนดให้
2. X เป็นจุดกึ่งกลาง AB
3. Y " AC
4. ครึ่งของสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน
5. มุมฐานของ $\triangle$ หน้า $\angle A$
6. Z เป็นจุดกึ่งกลาง BC

7. $\triangle BXZ = \triangle CYZ$ ทุก
ประการ

8. $XZ = ZY$

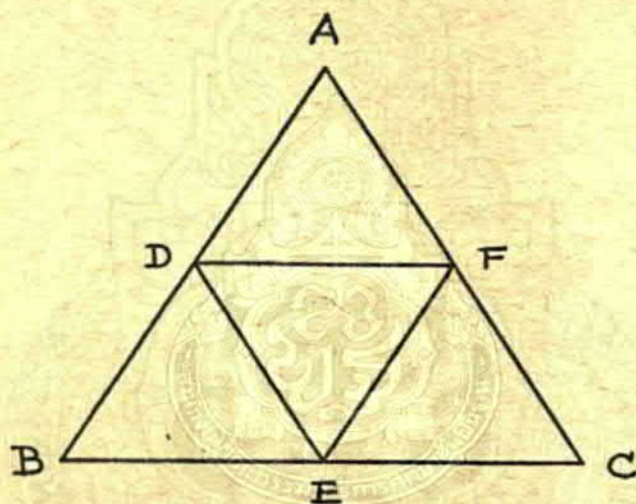
9. $AX = AY$ และ $\triangle AXY$ เป็น
 $\triangle$ หน้าจั่ว

7. ค.ม.ค. จากข้อ 4 ข้อ 5 และ ข้อ 6

8. จากข้อ 7

9. จากข้อ 4 $\triangle$ มีด้านเท่ากัน 2 ด้าน
เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

6. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ ด้านเท่า ; D, E และ F เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AB, BC และ CA ตามลำดับ ท่อ DE, EF, FD



1. $AB = BC = CA$

2. $AD = DB = \frac{AB}{2}$

3. $BE = EC = \frac{BC}{2}$

4. $CF = FA = \frac{AC}{2}$

5. $AD = AF$

6. $\triangle ADF = \triangle AFD$

7. $\angle ADF + \angle AFD + \angle DAF = 180^\circ$

8. $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$

1. ด้านของ $\triangle$ ด้านเท่า

2. D เป็นจุดกึ่งกลาง AB

3. E „ BC

4. F „ AC

5. ด้านเป็นครึ่งของสิ่งเท่ากัน

6. มุมฐานของ $\triangle$ หน้าจั่ว

7. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle = 2 \text{ ๑๒๐}$

8. „ „ = 2 ๑๒๐

$$9. \angle ABC = \angle ACB = \angle ADF = \angle AFD$$

10. $\triangle ADF$ เป็น $\triangle$ ด้านเท่า

11. $\triangle ADF = \triangle EFC$ ทุกประการ

$$12. DF = EF$$

13. $\triangle ADF = \triangle BDE$ ทุกประการ

$$14. DF = DE$$

15. $\triangle DEF$ เป็น $\triangle$ ด้านเท่า

9. หักสิ่งเท่ากัน จากสิ่งเท่ากัน เหลือเท่ากัน

10. มีมุมทั้ง 3 เท่ากัน ทุกมุมมาจากข้อ 9

11. ค.ม.ด. $AF = FC$; $\angle A = \angle C$; $AD = CE$

12. จากข้อ 11

13. ค.ม.ด. $AD = DB$; $\angle A = \angle B$, $AF = BE$

14. จากข้อ 13

15. ข้อ-12 = ข้อ 14 มีด้านเท่ากัน 3 ด้าน

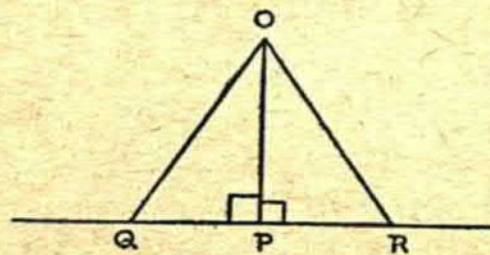
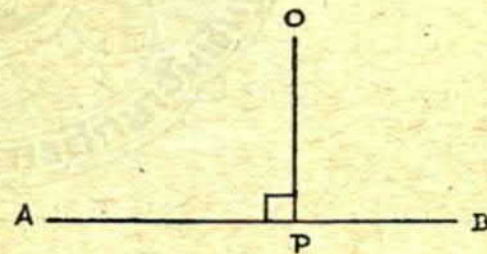
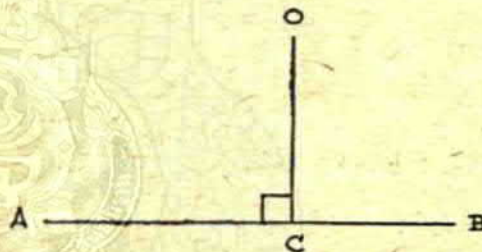
7. เหมือนข้อ 2 ของแบบฝึกหัดข้อ 11

8. จาก O ซึ่งเป็นจุดๆ หนึ่งภายนอกเส้น AB

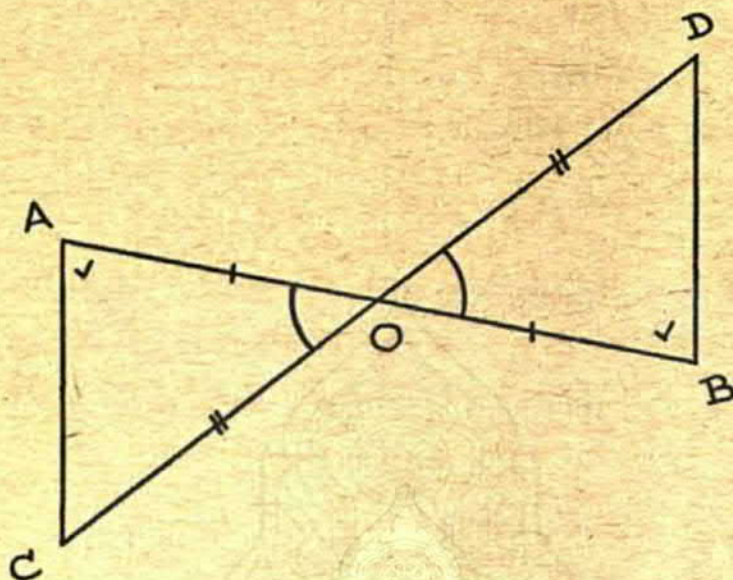
1. ถ้ามีเส้น OC ลากมายัง AB เส้น OC จะสั้นที่สุด เมื่อ OC ตั้งฉากกับ AB ที่ C

2. ถ้ามีเส้น OP ลากมาตั้งฉากกับ AB OP จะเป็นเส้นตรงที่สั้นที่สุด

3. ถ้ามี OP เป็นเส้นตั้งฉาก มี OQ กับ OR ลากมายัง AB ขาวเท่ากัน ดังนั้น $PQ = PR$ เพราะถ้าพิจารณาให้ OP เป็นแกนสมมาตร รูป $\triangle OPR$ จะสมมาตรกับ $\triangle OPQ$ ฉะนั้น $PQ = PR$ เพราะ $\triangle$ ที่สมมาตรกันย่อมเท่ากันทุกประการ



9. ให้ AB และ CD เป็นเส้นตรง 2 เส้น ตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่จุด O



1. $AO = BO ; CO = DO$

2. $\angle AOC = \angle BOD$

3. $\triangle AOC = \triangle BOD$ ทุกประการ

4. $\angle OAC = \angle OBD, AC = BD \dots\dots$

5. $AC \parallel DB \dots\dots$

1. กำหนดให้

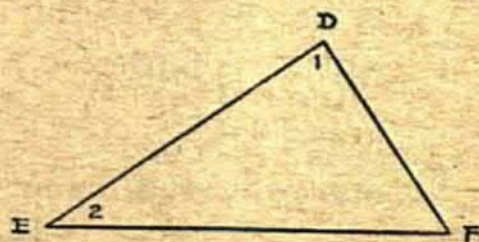
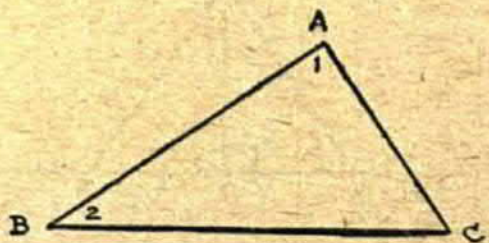
2. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้น
ตัดกัน

3. ค.ม.ค. จากข้อ 1 และข้อ 2

4. จากข้อ 3

5. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นตรงทั้ง 2
เท่ากัน

10. ให้ ABC และ DEF เป็น $\triangle$ 2 รูป มี $\angle A = \angle D$ $\angle B = \angle E$



$$1. \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$2. \hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = 180^\circ$$

$$3. \hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{E}$$

$$4. \therefore \hat{C} = \hat{F}$$

$$1. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 2 \text{ ไร่}$$

$$2. \text{ ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 2 \text{ ไร่}$$

3. กำหนดให้

4. ข้อ 1 = ข้อ 2 และสิ่งเท่ากัน
ลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

11.



ให้ ABC เป็น $\triangle$ มุมฉาก มี $\hat{A} = 1 \text{ ไร่}$ ดังนั้น $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 90^\circ$ และ $\hat{B}$ และ $\hat{C}$ ต่างก็เป็นมุมประกอบ 1 ไร่ ซึ่งกันและกัน

12 (จากรูปในข้อ 11)

ให้ ABC เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง มี $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ $\triangle$ รูปนี้มี $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$
 $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ $\triangle$ รูปนี้เป็น $\triangle$ มุมฉาก

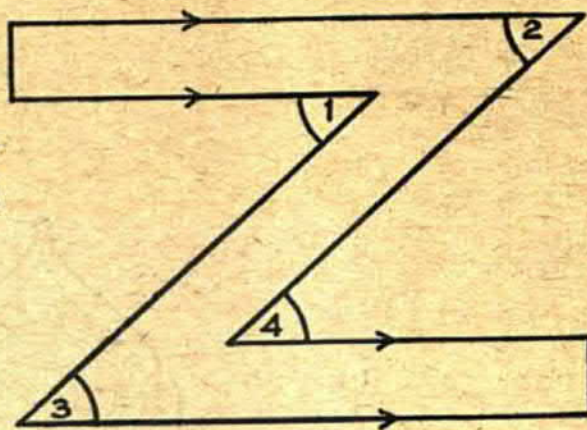
18. มุมภายในทุกมุมของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ก็ตาม ย่อมรวมกันได้ 4 มุมฉาก

14. ในรูปตัว Z มีเส้นขนานกันทั้งในภาพ ถ้าปรากฏว่ามุม 1 = 45° ดังนั้น

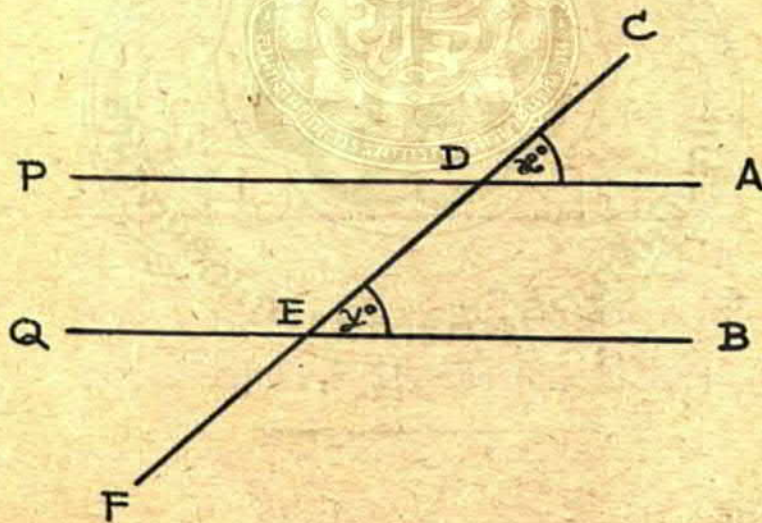
$$\text{มุม } 3 = 45^\circ$$

$$\text{มุม } 3 = 45^\circ$$

$$\text{มุม } 4 = 45^\circ$$



15. ให้ PA และ QB เป็นเส้นตรง 2 เส้น มี CF มาตัด PA ที่ D และ QB ที่ E ทำให้เกิด $\angle_x$ และ $\angle_y$ มี $\angle_x = \frac{2}{3}\angle_y$



$$\angle_x = 45^\circ$$

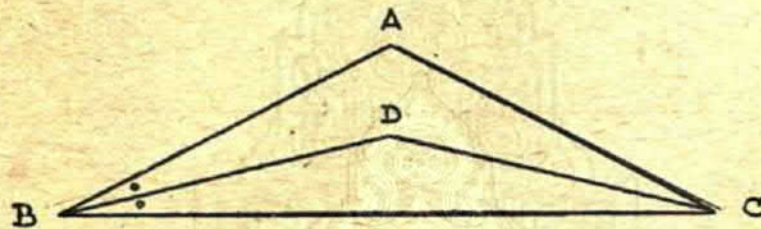
$$\angle_x = \frac{2}{3}\angle_y = 45^\circ$$

$$\therefore \angle_y = 45 \times \frac{3}{2} = 67\frac{1}{2}^\circ$$

$\therefore \frac{PA}{x} \neq \frac{QB}{y}$ เส้น PA ไม่ขนานกับ QB เพราะมุมภายในนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด PA และ QB ไม่เท่ากัน

- 16 ก. รูป $\triangle$ ที่มีเส้นมัธยฐานสองเส้นยาวเท่ากันคือ $\triangle$ หน้าที่
 ข. $\triangle$ ที่มีเส้นมัธยฐานสามเส้นยาวเท่ากันคือ $\triangle$ ด้านเท่า

17. ให้ ABC เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง มี $AB = AC$; $BD = DC$,
 $\angle ABD = \angle DBC$ และ $\angle BAC = 120^\circ$



1. $AB = AC$; $BD = DC$

2. $\angle ABC = \angle ACB$; $\angle DBC = \angle DCB$

3. $\angle BAC = 120^\circ$

4. $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

5. $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

6. $\angle ABC = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

7. $\angle ABD = \angle DBC$
 $= \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ = \angle DCB$

8. $\angle DBC + \angle BCD + \angle BDC = 180^\circ$

9. $\angle BDC = 180^\circ - 15^\circ - 15^\circ$
 $= 150^\circ$

1. กำหนดให้

2. มุมฐานของ $\triangle$ หน้าที่

3. กำหนดให้

4. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle$
 $= 210$

5. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

6. ครบหนึ่งข้อของสิ่งที่เท่ากันย่อมเท่ากัน

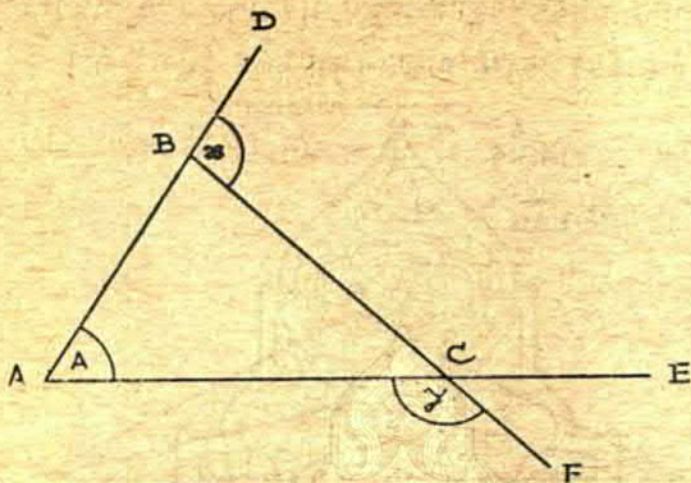
7. กำหนดให้ และจากข้อ 6

8. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle$
 $= 210$

9. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

๑๒๖

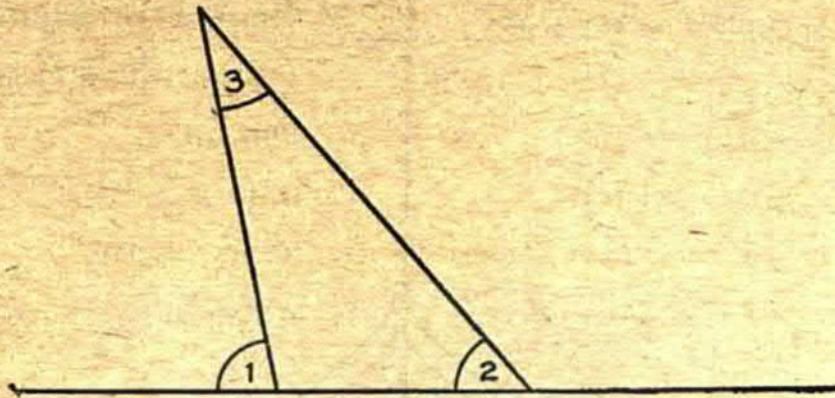
18. ให้ $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ รูปหนึ่ง ท่อ AB ออกไปถึง D
 ทำให้ $\angle DBC = x$; ท่อ BC ออกไปถึง F
 ทำให้ $\angle ACF = y$; $x + y = 240^\circ$



1. $\angle ABC + x = 180^\circ$
2. $\angle ABC = 180^\circ - x$
3. $\angle ACB + y = 180^\circ$
4. $\angle ACB = 180^\circ - y$
5. $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$
6. $\angle A = 180^\circ - 180^\circ + x$
 $- 180^\circ + y = x + y - 180^\circ$
7. $\frac{x}{x} + \frac{y}{y} = 240^\circ$
8. $\therefore \angle A = 240^\circ - 180^\circ = 60^\circ$

1. เป็นมุมตรง
2. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
3. เป็นมุมตรง
4. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
5. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ $\triangle$
 $= 240^\circ$
6. สิ่งเท่ากันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
7. กำหนดให้
8. สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน และสิ่งเท่ากัน
 ลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

19.



$$1. \hat{A}_1 = \hat{A}_2 + \hat{A}_3$$

$$2. \hat{A}_2 = 52^\circ 39'; \hat{A}_3 = 27^\circ 29'$$

$$3. \hat{A}_1 = 52^\circ 39' + 27^\circ 29' \\ = 80^\circ 8'$$

1. มุมภายในของ Δ = ผลบวกของ
มุมภายในตรงข้าม

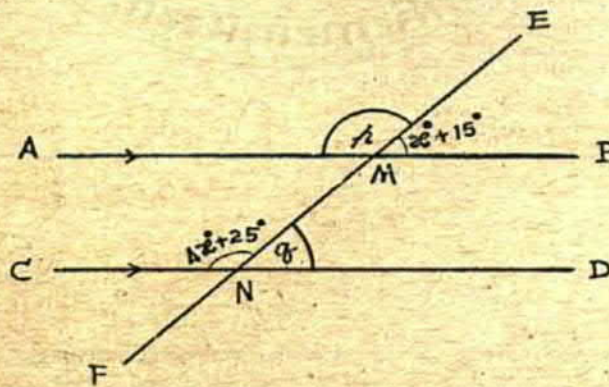
2. กำหนดให้

3. แทนค่าข้อ 2 ในข้อ 1

20. ให้ AB และ CD เป็นเส้นตรง 2 เส้น ขนานกัน

มี EF เป็นเส้นตัด AB ที่ M ตัด CD ที่ N

ทำให้ $\angle EMB = x^\circ + 15^\circ$ และ $\angle CNM = 4x^\circ + 25^\circ$



๑๒๘

1. $\hat{p} = \hat{CNM} = 4x^\circ + 25^\circ$
2. $\hat{p} + \hat{EMB} = 180^\circ$
3. $\hat{EMB} = x^\circ + 15^\circ$
4. $4x^\circ + 25^\circ + x^\circ + 15^\circ = 180^\circ$
5. $x^\circ = \frac{180^\circ - 40^\circ}{5} = 28^\circ$
6. $\hat{p} = 4 \times 28^\circ + 25^\circ = 137^\circ$
7. $\hat{q} = \hat{EMB} = x^\circ + 15^\circ$
8. $\hat{q} = 28^\circ + 15^\circ = 43^\circ$

1. มุมภายนอกเท่ากับมุมภายในบนข้าง
เดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน
2. เป็นมุมตรง
3. แทนค่าตามกำหนดให้
4. แทนค่าในข้อ 1
5. สิ่งเท่ากันลบและหารด้วยสิ่งเท่ากัน
เหลือเท่ากัน
6. แทนค่าในข้อ 1
7. กำหนดให้
8. แทนค่าในข้อ 7



85



พิมพ์ที่โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว
นายกำธร สติรกุล ผู้พิมพ์ผู้โฆษณา

๒๒ เมษายน ๒๕๑๓

พิมพ์ครั้งที่ ๑ พ.ศ. ๒๕๑๓

