

เอกสารเสริมความรู้
สาระสำคัญพื้นฐานทางคณิตศาสตร์
ระดับประถมศึกษา



เอกสาร สน.ที่ 41/2542

หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ

กระทรวงศึกษาธิการ

เอกสารเสริมความรู้
ชุดสาระสำคัญพื้นฐานทางคณิตศาสตร์
ระดับประถมศึกษา

นางสมิต ทรัพย์

คำนำ

เอกสารเสริมความรู้ สาระสำคัญพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติได้จัดทำขึ้นสำหรับศึกษานิเทศก์ ครู และผู้เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจที่ถูกต้อง สอดคล้องกันทุกพื้นฐานตามโครงสร้างหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มีความสามารถในการนิเทศและการนำความรู้ดังกล่าวไปจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ตรงตามเป้าหมายของหลักสูตร อันจะส่งผลให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีประสิทธิภาพสูงขึ้น

เอกสารเสริมความรู้สาระสำคัญพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา มี 5 พื้นฐานคือ พื้นฐานทางจำนวน พื้นฐานทางการวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต พื้นฐานทางสถิติ และพื้นฐานทางพีชคณิต แต่ละพื้นฐานนำเสนอความคิดรวบยอด และตัวอย่างที่จะขยายแนวคิดเกี่ยวกับความคิดรวบยอดแต่ละพื้นฐาน สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ ขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิ ศึกษานิเทศก์ และครูผู้สอนทุกท่านที่ให้ความคิดเห็นและแนวทางอันเป็นประโยชน์ยิ่งต่อการเสริมความคิดรวบยอดและการพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หวังว่าเอกสารชุดนี้คงเอื้อประโยชน์ต่อศึกษานิเทศก์ ครู ตลอดจนผู้เกี่ยวข้องในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การสนับสนุนของทุกท่านช่วยส่งผลให้นักเรียนมีความรู้ความสามารถ มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ตามเจตนารมณ์ของหลักสูตร และนำไปใช้ประโยชน์ได้ในชีวิตจริง

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ

คำชี้แจง

ความเป็นมา

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ ได้ดำเนินการติดตามผลการใช้หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) โดยศึกษาข้อมูลจากหลายฝ่าย ได้แก่ นักเรียน ครูผู้สอน ผู้บริหารโรงเรียน ศึกษานิเทศก์ ผลการติดตามพบว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน กลุ่มทักษะคณิตศาสตร์นั้น ครูผู้สอนส่วนใหญ่ต้องการความชัดเจน เรื่องความคิดรวบยอด หลักการและสาระสำคัญทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถพัฒนาการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดได้ตามโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติจึงดำเนินการจัดทำเอกสารเสริมความรู้ สาระสำคัญทางคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ขึ้น

การดำเนินการ

1. ยกร่างเอกสารสาระสำคัญพื้นฐานทางคณิตศาสตร์
2. คณะครูผู้สอนระดับประถมศึกษา ศึกษานิเทศก์จังหวัด และศึกษานิเทศก์อำเภอ

พิจารณาความถูกต้อง เหมาะสมของต้นฉบับ

3. ผู้ทรงคุณวุฒิ ตรวจสอบความถูกต้องของสาระสำคัญ

การจัดทำเอกสารดังกล่าว ได้นำเสนอสาระสำคัญของแต่ละพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ตามโครงสร้างของหลักสูตรที่ศึกษานิเทศก์ ครูผู้สอนและผู้เกี่ยวข้อง ควรมีความเข้าใจตรงกัน ตัวอย่างที่ยกมาประกอบ เป็นตัวอย่างที่แสดงถึงลักษณะของสาระสำคัญนั้น ๆ ไม่ใช่กิจกรรมการเรียนการสอน สาระสำคัญดังกล่าวใช้ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเป็นหลัก ซึ่งทุกท่านอาจศึกษาเพิ่มเติมได้จากแหล่งความรู้อื่น ๆ อีก

เอกสารเสริมความรู้ชุดนี้มี 5 พื้นฐาน คือ

- ☛ พื้นฐานทางจำนวน
- ☛ พื้นฐานทางการวัด
- ☛ พื้นฐานทางเรขาคณิต
- ☛ พื้นฐานทางสถิติ
- ☛ พื้นฐานทางพีชคณิต

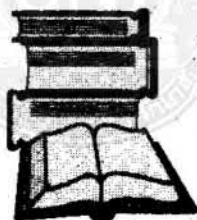
การนำไปใช้

1. เตรียมและจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามระดับชั้น
2. ศึกษา ค้นคว้า อ้างอิง ในการจัดทำสื่อ นวัตกรรมทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
3. เป็นพื้นฐานในการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม
4. เผยแพร่ แนะนำเพื่อเชื่อมโยงความเข้าใจต่อผู้เกี่ยวข้องอย่างกว้างขวาง

ข้อเสนอแนะ

โรงเรียนและหน่วยงานแต่ละระดับ ควรมีการประชุมสัมมนาผู้เกี่ยวข้อง เพื่อทำความเข้าใจเรื่องความคิดรวบยอด/หลักการและสาระสำคัญทางคณิตศาสตร์ร่วมกัน และกำหนดแนวทางปฏิบัติเพื่อให้เกิดคุณภาพต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง

คณะผู้จัดทำ



สารบัญ

	หน้า
คำนำ	
คำชี้แจง	
พื้นฐานทางจำนวน	3
จำนวนและตัวเลข	5
จำนวนและตัวเลข	5
จำนวนนับ	7
การเขียน การอ่าน และค่าประจำหลัก	10
การบวกจำนวน	17
ความหมายของการบวกจำนวน	17
การบวกจำนวนหลายหลัก	18
ศูนย์ (0) กับการบวก	21
การลบจำนวน	22
ความหมายของการลบจำนวน	22
ความสัมพันธ์ระหว่างการบวกและการลบ	25
ศูนย์ (0) กับการลบ	26
การคูณ	27
ความหมายของการคูณ	27
การคูณจำนวนหนึ่งหลักกับจำนวนหลายหลัก	29
การคูณจำนวนหลาย ๆ จำนวน	32
การคูณจำนวนนับกับพหุคูณของ 10, 100, 1000	33
การคูณด้วยศูนย์ (0)	36
การคูณด้วย 1	37
การหาร	38
ความหมายของการหาร	38
การหารลงตัวและการหารไม่ลงตัว	43
ความสัมพันธ์ระหว่างการคูณกับการหาร	45
การหารที่ตัวตั้งเป็นจำนวนที่มีหลายหลัก	46
การเฉลี่ย	49

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
สมบัติของจำนวน	50
สมบัติการสลับที่ การเปลี่ยนกลุ่ม และการแจกแจง	50
พื้นฐานทางการวัด	57
การวัดความยาว	58
การวัดความยาว ความสูง และระยะทางโดยใช้เครื่องวัดที่มีหน่วย ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน	58
การวัดความยาว ความสูง และระยะทางโดยใช้เครื่องวัด ที่มีหน่วยมาตรฐานเป็นมิลลิเมตร เซนติเมตร เมตร และกิโลเมตร	64
ความสัมพันธ์ของหน่วยความยาว ความสูง หรือระยะทาง	66
การเปรียบเทียบความยาว ความสูง และระยะทาง	68
การเลือกเครื่องวัด และหน่วยการวัดความยาว ความสูง และ ระยะทางที่เหมาะสม	73
การคะเนความยาว ความสูง และระยะทาง	75
มาตราส่วน	76
การชั่ง	77
การชั่งโดยใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน	77
การชั่งโดยใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยมาตรฐานเป็นเมตริกตัน (ตัน) กิโลกรัม กรัม ซีด	80
การเลือกเครื่องชั่งและหน่วยการชั่งที่เหมาะสม	81
ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยน้ำหนัก	85
การเปรียบเทียบน้ำหนัก	86
การคะเนน้ำหนัก	91
การตวง	92
การตวงโดยใช้เครื่องตวงที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน	92
การตวงโดยใช้เครื่องตวงที่มีหน่วยมาตรฐานเป็นลิตร ถัง ถ้วยตวง ช้อนตวง	95
การเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งที่ตวง	98
การเปรียบเทียบความจุของภาชนะ	100
ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยปริมาณหรือความจุ	103
การหาความจุของภาชนะและหน่วยการตวงเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร	104

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
การเลือกเครื่องตวงและหน่วยการตวงที่เหมาะสม	105
การกะเนปริมาณของและความจุภาชนะ	107
เวลา	108
การบอกเวลาเป็นนาฬิกา และนาที	108
การเขียนบอกเวลา	109
เงิน	110
ลักษณะและค่าของเงินเหรียญและธนบัตรชนิดต่าง ๆ	110
การเปรียบเทียบค่าของเงินเหรียญและธนบัตร และการแลกเงิน	111
การเขียนและอ่านจำนวนเงิน	113
การซื้อขายและทอนเงิน	115
การบันทึกรายรับ รายจ่าย	116
พื้นที่	118
การหาพื้นที่เป็นตารางโดยการนับตาราง	118
การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดความยาวของด้านให้	119
ทิศและแผนผัง	120
ทิศ	120
การบอกตำแหน่งโดยใช้ทิศ	121
แผนผัง การอ่าน การเขียนแผนผัง	122
พื้นฐานทางเรขาคณิต	125
จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รังสี และมุม	127
จุด ส่วนของเส้นตรง	127
จุดตัด	128
เส้นตรง	129
รังสี	130
มุม	131
รูปเรขาคณิต	140
รูปเปิด-รูปปิด	140
รูปสามเหลี่ยม	141
ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม	142
วิธีสร้างรูปสามเหลี่ยม	143

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
รูปสี่เหลี่ยม	144
ความหมาย	144
รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	145
สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	146
สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	147
รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมขนมเบี่ยงกปูน	148
สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	149
สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเบี่ยงกปูน	151
รูปสี่เหลี่ยมคางหมู	153
รูปสี่เหลี่ยมรูปร่าง	154
เส้นทแยงมุม	155
เส้นขนาน	156
เส้นขนานและการใช้สัญลักษณ์แสดงเส้นขนาน	156
มุมแย้งและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันบนเส้นตัด	157
การสร้างเส้นขนาน	158
รูปวงกลม	159
ความหมาย, ส่วนประกอบ	159
ลักษณะของรูปวงกลม	160
ความสัมพันธ์ของส่วนประกอบของรูปวงกลม	162
การสร้างวงกลม	163
รูปที่มีแกนสมมาตร	164
ทรงเรขาคณิต	165
ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	165
ทรงกลม	166
ทรงกระบอก	167
กรวย	168
ปริซึม	169
พีระมิด	170

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
พื้นฐานทางสถิติ	173
แผนภูมิรูปภาพ	175
การอ่านและการเขียนแผนภูมิรูปภาพ	175
การอ่านและการเขียนแผนภูมิแท่ง	178
ตารางแสดงข้อมูล	180
การอ่านตาราง	180
กราฟเส้น	181
การอ่านและการเขียนกราฟเส้น	181
แผนภูมิรูปวงกลม	183
การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม	183
พื้นฐานทางพีชคณิต	187
สมการและการแก้สมการ	190
ความหมายของสมการ	190
สมการที่เป็นจริง	190
สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า	191
การแก้สมการ	192
คำตอบของสมการ	193
สมบัติการเท่ากัน	194
การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก	195
การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ	196
การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ	197
การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร	198
ภาคผนวก	199
การสอนความคิดรวบยอดและหลักการ	201
บรรณานุกรม	233
คณะผู้จัดทำ	235

พื้นฐานทางจำนวน

- ☐ จำนวนและตัวเลข
- ☐ การบวกจำนวน
- ☐ การลบจำนวน
- ☐ การคูณ
- ☐ การหาร
- ☐ สมบัติของจำนวน

พื้นฐานทางจำนวน

โครงสร้างเนื้อหาคณิตศาสตร์ในพื้นฐานทางจำนวน เป็นเรื่องที่จะต้องให้หรือเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น จำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม เป็นต้น จากหลักฐานที่ปรากฏพบว่ามนุษย์เรารู้จักนับสิ่งของ โดยเริ่มใช้นิ้วมือก่อน ต่อมารู้จักใช้ก้อนดินหรือก้อนหินช่วยในการนับสิ่งของ

พิทาโกรัส เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวกรีก ได้ริเริ่มตั้งโรงเรียนสอนคณิตศาสตร์และปรัชญา พิตาโกรัสเป็นผู้สนใจเรื่องราวของจำนวนเป็นอย่างมาก เขาคิดว่าวิชาการต่าง ๆ และการทำงานอาชีพเกือบทุกชนิดของมนุษย์จะต้องมีเรื่องของจำนวนมาเกี่ยวข้องด้วยเสมอ การเรียนรู้เรื่องของจำนวนก็คือ การเรียนรู้เรื่องราวต่าง ๆ ของธรรมชาตินั่นเอง

ประมาณ 5,000 ปีมาแล้วชาวบาบิโลนและชาวอียิปต์รู้จักสัญลักษณ์แทนจำนวน รู้จักเศษส่วน รู้จักใช้ลูกคิดเพื่อการบวก ลบ คูณ หาร นำความรู้เกี่ยวกับจำนวนมาใช้ในการค้าขาย การเก็บภาษี การทำปฏิทิน และใช้มาตราเกี่ยวกับเวลา เป็นต้น

แนวคิดเกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข

จำนวน เป็นนามธรรมบอกถึงจำนวนที่เรากล่าวถึง สามารถสื่อความหมายให้ผู้อื่นทราบได้ โดยใช้สัญลักษณ์ เช่น รูปภาพ ตัวเลข ตัวหนังสือ เป็นต้น

คนสมัยโบราณใช้วิธีชั่งหรือชั่งด้วยกิงไม้ หรือใช้กิงไม้เล็ก ๆ แทนสิ่งที่จะนับแต่ละครั้ง ต่อมามีการบันทึกเรื่องราวเพื่อช่วยความจำจึงได้กำหนดสัญลักษณ์ขึ้นแทนจำนวน เช่น

รูปกิงไม้หนึ่งกิง		แทนจำนวนหนึ่ง
รูปขดเชือกหนึ่งขด		แทนจำนวนหนึ่งร้อย
รูปดอกบัวหนึ่งดอก		แทนจำนวนหนึ่งพัน

ตัวเลข เป็นสัญลักษณ์ที่เขียนแทนจำนวน ตัวเลขที่ใช้ทั่วโลกในปัจจุบัน เป็นตัวเลขฮินดูอารบิก ซึ่งชาวฮินดูเป็นผู้คิดขึ้น และชาวอาหรับเป็นผู้นำไปเผยแพร่ ตัวเลขฮินดูอารบิก ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0

สำหรับคนไทยมีตัวเลขไทยซึ่งเริ่มใช้ในสมัยพ่อขุนรามคำแหง และดัดแปลงเพิ่มเติมจนถึงปัจจุบัน ปรากฏตามหลักฐาน ได้แก่ ๑ ๒ ๓ ๔ ๕ ๖ ๗ ๘ ๙ ๐

ระบบเลขฐานต่าง ๆ

ตัวเลขฮินดูอารบิก และจำนวนในระบบฐานสิบ

ระบบการเขียนตัวเลขแทนจำนวนที่ใช้กันในปัจจุบัน เป็นระบบฐานสิบและตัวเลขที่ใช้เป็นสากล เรียกว่า ตัวเลขฮินดูอารบิก มีสัญลักษณ์ที่เขียนแทนจำนวนสิบตัว และนิยมนับเป็นหมู่หมู่ละสิบ เมื่อครบสิบในหลักใด จะทดขึ้นเป็นหนึ่งหน่วยของหลักที่ถัดไปทางซ้ายมือ ซึ่งมีชื่อตามลำดับ จากน้อยไปมาก ได้แก่ หลักหน่วย หลักสิบ หลักร้อย หลักพัน หลักหมื่น หลักแสน หลักล้าน เราอาจเขียนแผนผังของข้อตกลงในระบบฐานสิบในรูปตาราง โดยแสดงค่าประจำตำแหน่งเทียบกับหลักได้ดังนี้

ชื่อหลักและ ค่าประจำ ตำแหน่ง จำนวน	ล้าน 10^6	แสน 10^5	หมื่น 10^4	พัน 10^3	ร้อย 10^2	สิบ 10^1	หน่วย 1
32,458			3	2	4	5	8

$$32,458 = (3 \times 10^4) + (2 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (5 \times 10^1) + (8 \times 1)$$

จำนวนในระบบฐานอื่น

การนับจำนวน ไม่ได้ใช้เพียงระบบฐานสิบเท่านั้น แต่ใช้ระบบฐานอื่นด้วย เช่น ระบบฐานสี่ ระบบฐานหกสิบ เป็นต้น

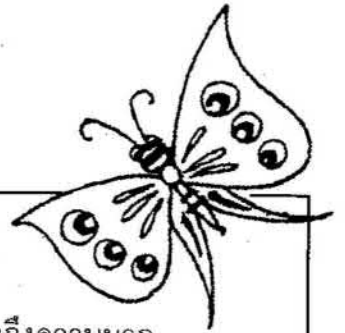
คนไทยสมัยโบราณนับเงินในระบบฐานสี่ ได้แก่

- 4 สลึง เป็น 1 บาท
- 4 บาท เป็น 1 ตำลึง

การนับเวลาดั้งแต่สมัยโบราณถึงปัจจุบัน นับเวลาในระบบฐานหกสิบ ได้แก่

- 60 วินาที เป็น 1 นาที
- 60 นาที เป็น 1 ชั่วโมง

เรื่อง จำนวนและตัวเลข
เนื้อหา จำนวนและตัวเลข



สาระสำคัญ

จำนวน หมายถึง ปริมาณของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งบอกถึงความมาก
หรือน้อย สามารถแสดงได้ด้วยตัวเลข รูปภาพ หรือ
สัญลักษณ์อื่น ๆ
ตัวเลข หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแสดงจำนวน



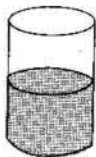
มีส้ม

จำนวนสามผล

ใช้

ตัวเลข 3

แสดงจำนวนส้มทั้งหมด



มีน้ำ

จำนวนครึ่งแก้ว

ใช้

สัญลักษณ์ $\frac{1}{2}$

แสดงจำนวนน้ำในแก้ว

1.5 เมตร



เชือกยาว

จำนวนหนึ่งเมตรครึ่ง

ใช้

สัญลักษณ์ 1.5

แสดงความยาวของเชือก



จำนวนของสิ่งใด ๆ จะไม่คำนึงถึงขนาด
รูปทรง สี น้ำหนัก ส่วนสูง ฯลฯ

จำนวน 1, 2, 3, 4, 5... เป็นสัญลักษณ์
แสดงจำนวนเต็มหน่วย

จำนวน $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$... หรือ 0.5, 1.5, 2.5,...

เป็นสัญลักษณ์แสดงจำนวนไม่เต็มหน่วย

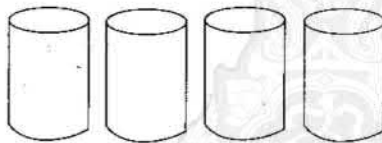
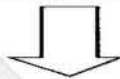
เรื่อง
เนื้อหา

จำนวนและตัวเลข
จำนวนนับ



สาระสำคัญ

-  จำนวนนับใช้บอกปริมาณของสิ่งต่าง ๆ ที่เต็มหน่วย
-  จำนวนนับจำนวนแรกคือ หนึ่ง
-  จำนวนนับที่อยู่ถัดไปจะเพิ่มทีละหนึ่ง ตามลำดับ
-  จำนวนนับที่น้อยที่สุด คือ หนึ่ง
-  ศูนย์ (0) ไม่ใช่จำนวนนับ



นับแก้วได้ 4 ใบ

4 เป็นจำนวนนับ

ตัวอย่าง



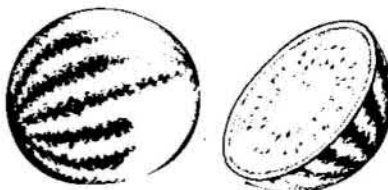
นับปลาได้ 12 ตัว

12 เป็นจำนวนนับ



นับแตงโมได้ 3 ชิ้น

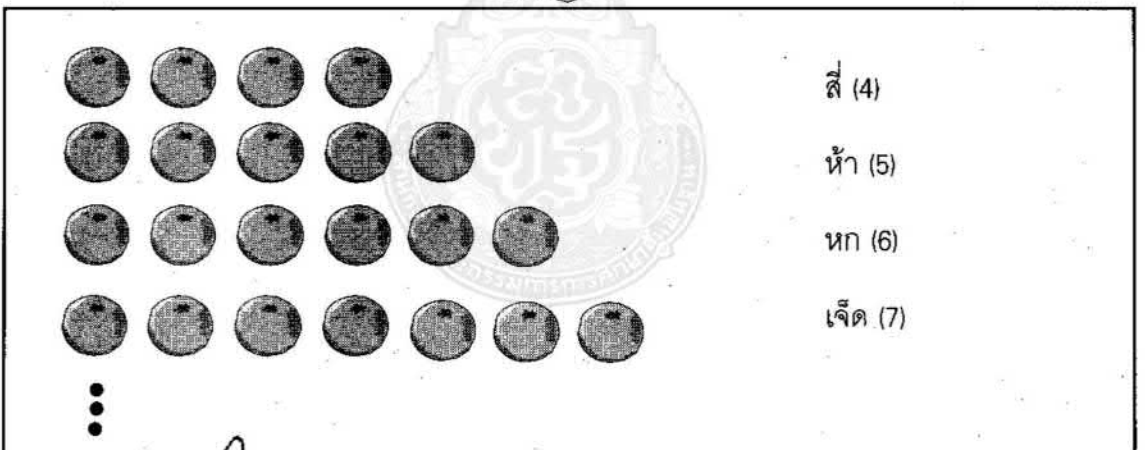
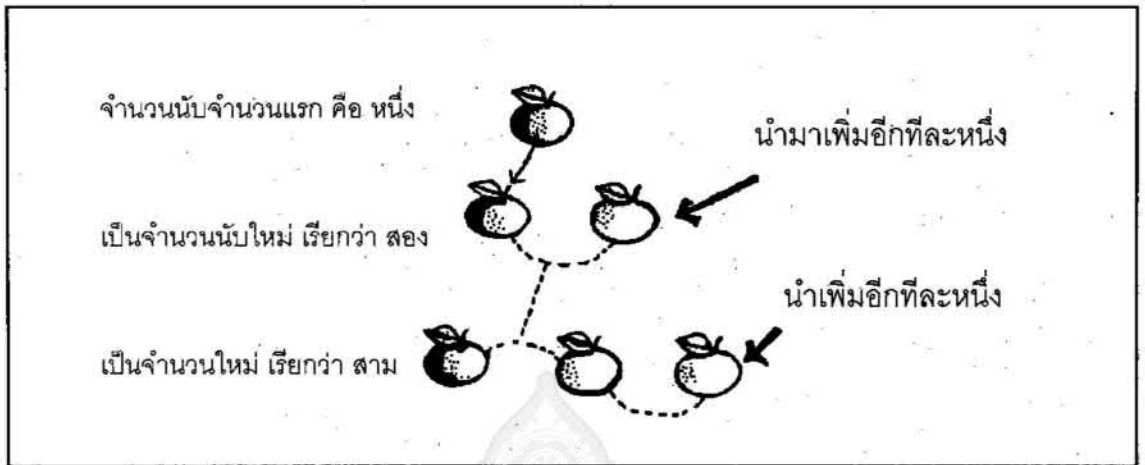
3 เป็นจำนวนนับ



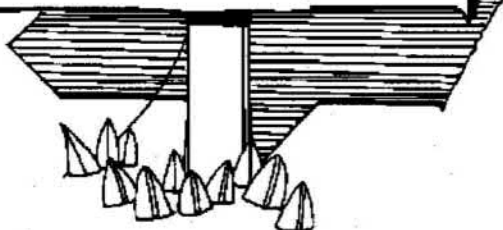
มีแตงโม หนึ่งผลครึ่ง
เขียนแทนด้วย $1\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2}$ ไม่ใช่จำนวนนับ

ตัวอย่าง 2



หนึ่งเป็นจำนวนนับจำนวนแรก และเป็น
จำนวนนับที่มีค่าน้อยที่สุด
จำนวนที่อยู่ถัดไปจะเพิ่มทีละหนึ่ง ตามลำดับ



ตัวอย่าง 3



ในตะกร้ามีมังคุดสามผล

3 เป็นจำนวนนับ



ในตะกร้ามีมังคุดหนึ่งผล

1 เป็นจำนวนนับ

1 เป็นจำนวนนับที่มีค่าน้อยที่สุด



ในตะกร้าไม่มีมังคุด

มีมังคุดจำนวนศูนย์ (0) ผล

0 ไม่ใช่จำนวนนับ

ถ้าไม่มีของอยู่เลยจะถือว่ามีจำนวนเป็น
ศูนย์ (0) และ 0 มีค่าน้อยกว่า 1



เรื่อง จำนวนและตัวเลข
เนื้อหา การเขียน การอ่าน และค่าประจำหลัก



สาระสำคัญ

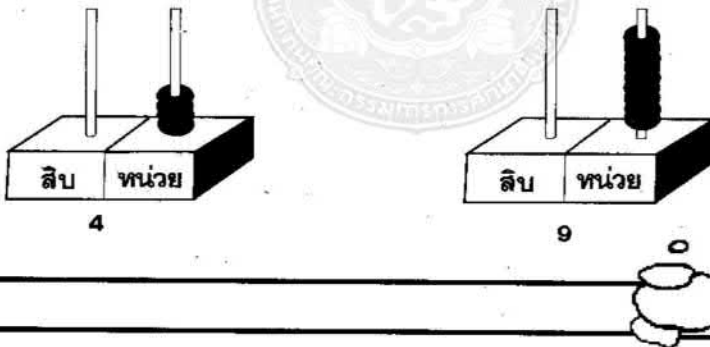
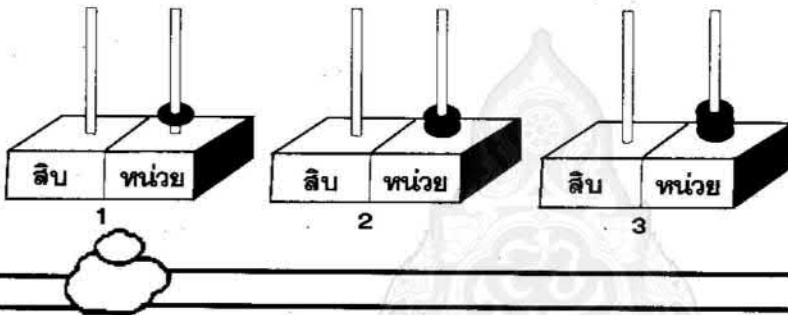
ในระบบตัวเลขฮินดูอารบิกสัญลักษณ์เบื้องต้นที่ใช้เขียนแสดงจำนวนต่าง ๆ เรียกว่า “เลขโดด” มีสิบตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

10 หน่วย	เท่ากับ	1 สิบ
10 สิบ	เท่ากับ	1 ร้อย
10 ร้อย	เท่ากับ	1 พัน
10 พัน	เท่ากับ	1 หมื่น
10 หมื่น	เท่ากับ	1 แสน
10 แสน	เท่ากับ	1 ล้าน



สาระสำคัญ

-  หลักหน่วยมีค่าประจำหลักเป็น 1
-  1-9 และ 0 เป็นตัวเลขที่มีหนึ่งหลักแสดงจำนวนที่น้อยกว่าสิบ



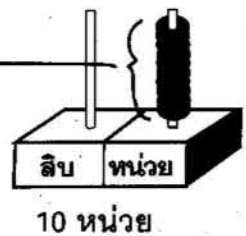
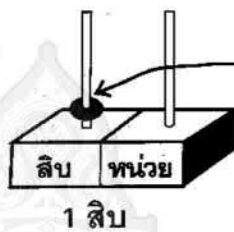
ดังนั้น : จำนวน 1-9 และ 0 เป็นจำนวนที่ไม่ครบ 10 จึงอยู่ในหลักหน่วย



สาระสำคัญ

- ค่าประจำหลักของหลักที่อยู่ทางซ้ายมือมีค่าเป็นสิบเท่าของค่าประจำหลักที่อยู่ถัดมาทางขวามือ
- หลักสิบมีค่าประจำหลักเป็น 10
- 10 ถึง 99 เป็นตัวเลขที่มีสองหลักแสดงจำนวน เลขโดดทางขวามือสุดอยู่ในหลักหน่วย เลขโดดทางซ้ายมือของหลักหน่วยอยู่ในหลักสิบ

จำนวนที่ครบ 10 ในหลักหน่วย
จึงแทนด้วย 1 สิบในหลักสิบ
ดังนั้น 10 หน่วยเท่ากับ 1 สิบ

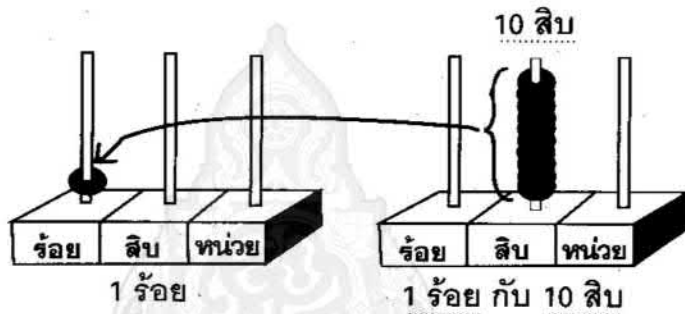
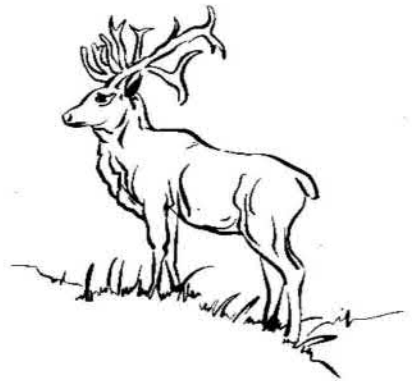


จำนวนในหลักสิบมี 4 สิบ
จำนวนในหลักหน่วยมี 6 หน่วย
ดังนั้นจำนวนทั้งหมดมี 4 สิบกับ
6 หน่วย หรือ $40 + 6 = 46$

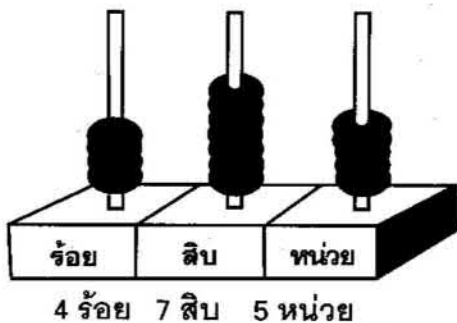
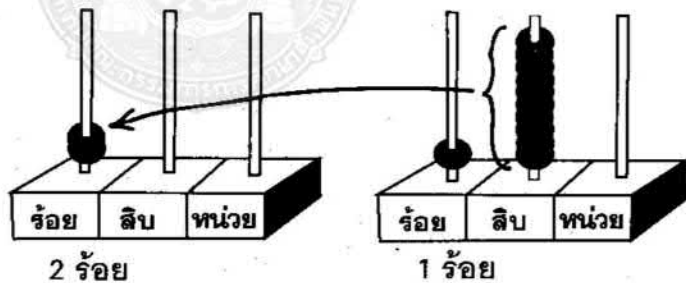


สาระสำคัญ

- หลักร้อยมีค่าประจำหลักเป็น 100
- 100-999 เป็นตัวเลขที่มีสามหลักแสดงจำนวน
เลขโดดทางซ้ายมือของหลักสิบอยู่ในหลักร้อย



จำนวนที่ครบ 10 สิบในหลักสิบ
จึงแทนด้วย 1 ร้อยในหลักร้อย
ดังนั้น 10 สิบเท่ากับ 100



จำนวนในหลักร้อยมี 4 ร้อย
จำนวนในหลักสิบมี 7 สิบ
จำนวนในหลักหน่วยมี 5 หน่วย
ดังนั้น จำนวนทั้งหมดมี 4 ร้อยกับ
7 สิบกับ 5 หน่วย หรือ

$$400 + 70 + 5 = 475$$

สรุป

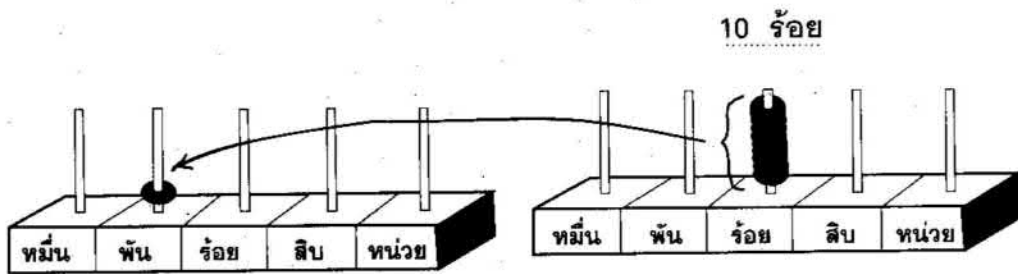
ในการเขียนตัวเลขแสดงจำนวนนั้น เลขโดดทางขวาสุดอยู่ในหลักหน่วย เลขโดดทางซ้ายของหลักหน่วยอยู่ในหลักสิบ

เลขโดดทางซ้ายของหลักสิบ	อยู่ในหลักร้อย
เลขโดดทางซ้ายของหลักร้อย	อยู่ในหลักพัน
เลขโดดทางซ้ายของหลักพัน	อยู่ในหลักหมื่น
เลขโดดทางซ้ายของหลักหมื่น	อยู่ในหลักแสน
เลขโดดทางซ้ายของหลักแสน	อยู่ในหลักล้าน

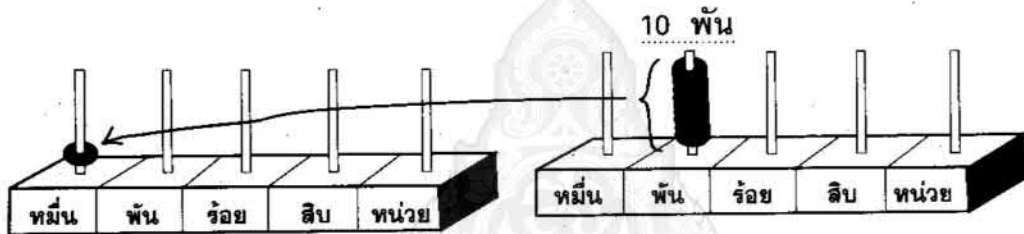
ค่าประจำหลักของหลักที่อยู่ทางซ้าย มีค่าเป็นสิบเท่าของค่าประจำหลักที่อยู่ถัดมาทางขวา เช่น

หลักหน่วย	มีค่าประจำหลักเป็น	1
หลักสิบ	มีค่าประจำหลักเป็น	10
หลักร้อย	มีค่าประจำหลักเป็น	100
หลักพัน	มีค่าประจำหลักเป็น	1,000
หลักหมื่น	มีค่าประจำหลักเป็น	10,000
หลักแสน	มีค่าประจำหลักเป็น	100,000
หลักล้าน	มีค่าประจำหลักเป็น	1,000,000





10 ร้อย เท่ากับ 1 พัน



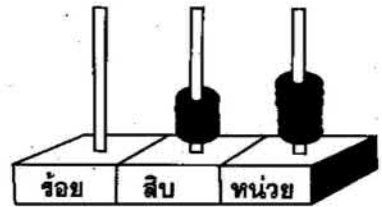
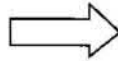
10 พัน เท่ากับ 1 หมื่น

10	หมื่น	เท่ากับ	1	แสน
10	แสน	เท่ากับ	1	ล้าน
10	ล้าน	เท่ากับ	1	สิบล้าน
10	สิบล้าน	เท่ากับ	1	ร้อยล้าน

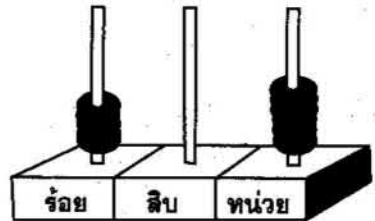
ศูนย์ (0) ใช้เขียนเพื่อยึดตำแหน่งในหลัก
ที่ไม่มีสิ่งใดให้นับ

ตัวอย่าง เปรียบเทียบ 56 กับ 506

หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย
	5	6



หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย
5	0	6



เรื่อง การบวกจำนวน
เนื้อหา ความหมายของการบวก

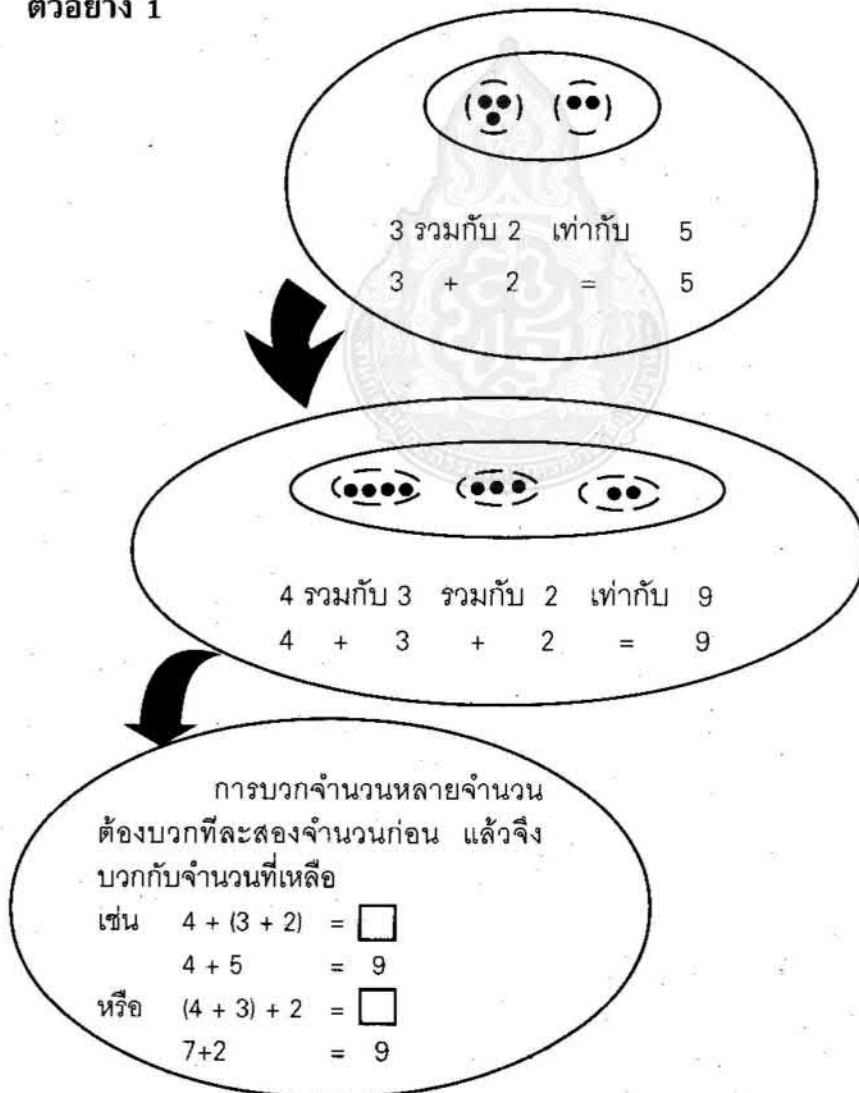
สาระสำคัญ

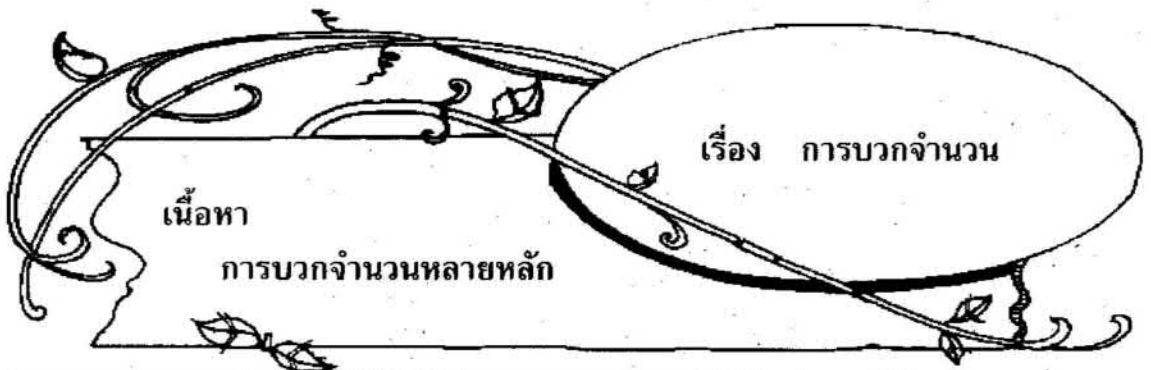
การบวก เป็นการนำจำนวนมารวมกัน จำนวนที่ได้จากการรวมกันเรียกว่า ผลบวก หรือผลรวม

เครื่องหมายบวก + เป็นสัญลักษณ์แสดงการบวกจำนวน



ตัวอย่าง 1



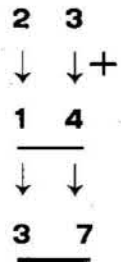
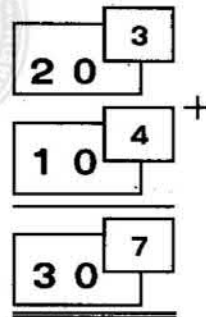
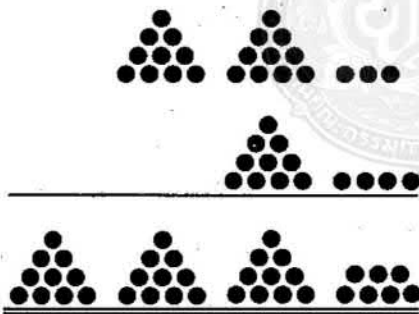


สาระสำคัญ

การบวก

- การบวกจำนวน ใช้วิธีบวก จำนวนที่อยู่ในหลักเดียวกัน เข้าด้วยกัน
- การบวกของเลขโดด มีการทดจากหลักหนึ่งไปยังอีกหลักหนึ่งที่อยู่ทางซ้าย ต่อเมื่อผลบวกของจำนวนในหลักนั้นเป็นตัวเลขสองหลัก

ตัวอย่าง $23 + 14 = \square$



หลักสิบตรงกับหลักสิบ

และ

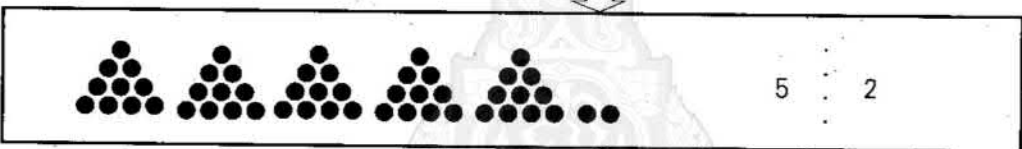
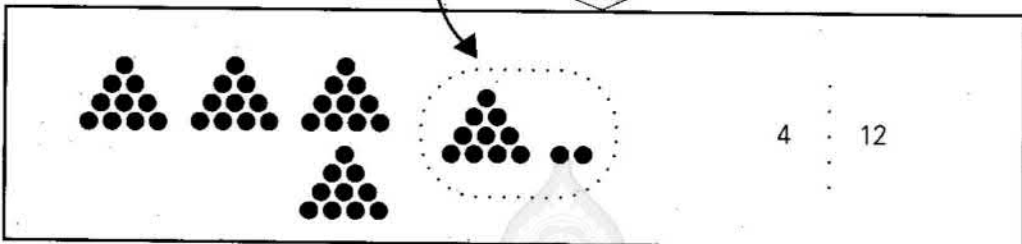
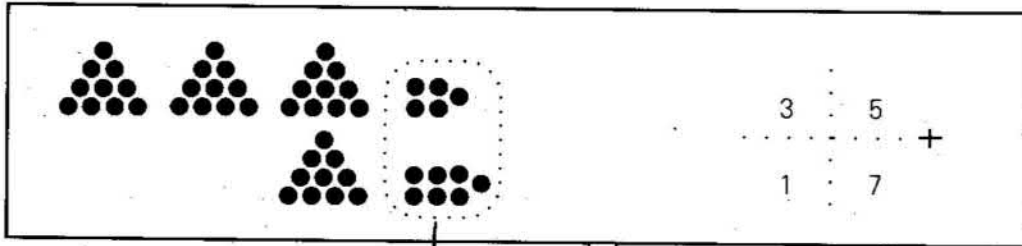
3 ในหลักสิบ มาจาก
 $20 + 10 = 30$
 30 มีค่าครบ 3 สิบ
 ดังนั้น 3 อยู่ในหลักสิบ

หลักตรงหลัก หลักหน่วย
 ตรงกับหลักหน่วย

และ

7 ในหลักหน่วย มาจาก
 $3 + 4 = 7$
 7 มีค่าไม่ครบสิบ
 ดังนั้น 7 อยู่ในหลักหน่วย

ตัวอย่าง $35 + 17 = \square$



หรือ

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 + 17 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 30 + 5 \\
 + 10 + 7 \\
 \hline
 40 + 12 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 35 \\
 + 17 \\
 \hline
 52
 \end{array}$$

5 ที่อยู่ในหลักสิบมาจาก
 $30 + 10 = 40$ บวกทดอีก 1 สิบ
 เป็น 50 ซึ่งครบ 5 สิบ
 ดังนั้น 5 ต้องอยู่ในหลักสิบ

2 ที่อยู่ในหลักหน่วยมาจาก
 $5 + 7 = 12$ มีค่าครบ 1 สิบ กับ 2
 แต่ 2 ไม่ครบสิบ ดังนั้น 2 จึงอยู่
 ในหลักหน่วย และทดไว้ 1 สิบ

ร้อย สิบ หน่วย

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 4 \quad 7 \\
 9 \quad 8 \\
 \hline
 6 \quad 4 \quad 5
 \end{array}
 +$$

6 ที่อยู่ในหลักร้อย
มาจาก 500 รวมกับ
ทด 100 เป็น 600
ซึ่งครบ 6 ร้อย
ดังนั้น 6 อยู่ใน
หลักร้อย

5 ที่อยู่ในหลักหน่วยมาจาก
 $7+8 = 15$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 10 กับ
อีก 5 แต่ 5 ไม่ครบสิบ ดังนั้น 5
อยู่ในหลักหน่วย และทดไว้ 10

4 ที่อยู่ในหลักสิบ มาจาก
 $40+90 = 130$ รวมทดอีก 10 เป็น 140
40 ครบ 4 สิบ ดังนั้น 4 อยู่ใน
หลักสิบ และทดไว้ 100

ตัวอย่าง $457 + 287 = \square$

ร้อย	สิบ	หน่วย
4	5	7
2	8	9
6	13	16
6 + ①	3 + ①	6
7	4	6

การบวกในแต่ละหลัก เมื่อหลักใดได้ผลบวก
เป็นตัวเลขสองหลัก ให้ทดไปยังหลักทางด้านซ้าย
ที่อยู่ติดกัน

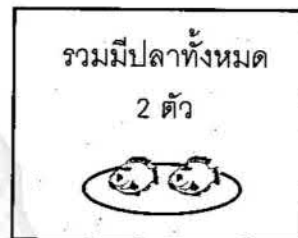
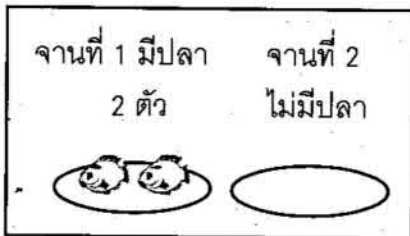
เรื่อง การบวกจำนวน
เนื้อหา ศูนย์ (0) กับการบวก



สาระสำคัญ

การบวกศูนย์ (0) กับจำนวนใด ๆ ไม่ทำให้ค่าของจำนวนนั้น ๆ เปลี่ยนแปลง

ตัวอย่าง



นั่นคือ $2 + 0 = 2$



นั่นคือ $0 + 4 = 4$

ดังนั้น

$$7 + 0 = 7$$

$$10 + 0 = 10$$

$$0 + 15 = 15$$

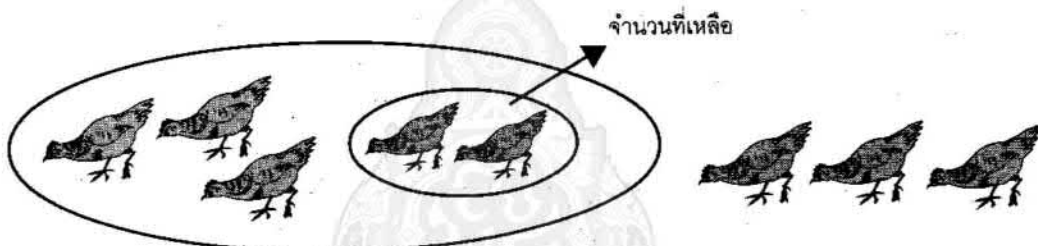


เรื่อง การลบจำนวน
เนื้อหา ความหมายการลบจำนวน

สาระสำคัญ

1. การลบเป็นการนำจำนวนหนึ่งออกจากจำนวนหนึ่งแล้วหาจำนวนที่เหลือ
2. การลบเป็นการเปรียบเทียบ จำนวนสองจำนวนว่าต่างกันเท่าใด
3. เครื่องหมาย — เป็นสัญลักษณ์แสดงการลบจำนวน

ตัวอย่าง การลบเป็นการนำจำนวนหนึ่งออกจากจำนวนหนึ่ง แล้วหาจำนวนที่เหลือ

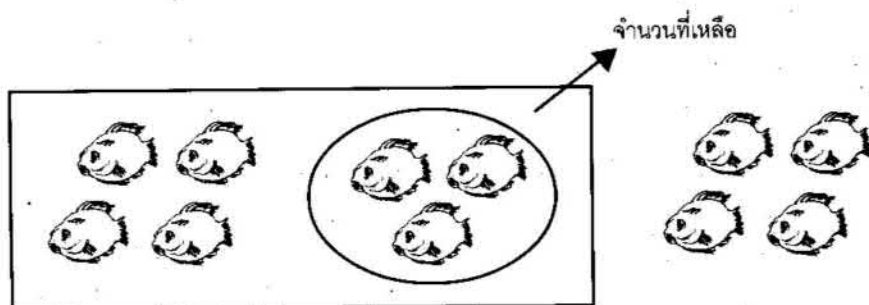


มีอยู่ 5 นำออกไป 2 นับสิ่งที่เหลือได้ 3

ดังนั้น $5 - 2 = 3$

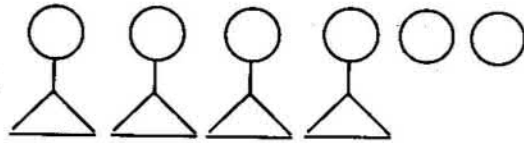
มีปลา 7 ตัว ตักออกไปขาย 3 ตัว เหลือปลา 4 ตัว

ดังนั้น $7 - 3 = 4$

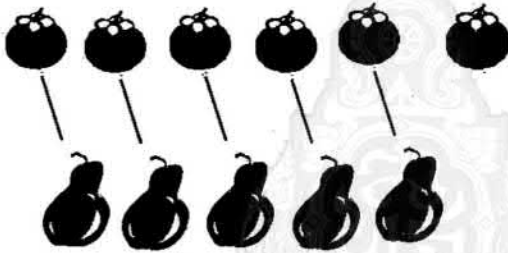


แนวคิด คิดโดยใช้วิธีนำออกไปแล้วนับส่วนที่เหลือเป็นผลลบ

ตัวอย่าง การลบเป็นการเปรียบเทียบ จำนวนสองจำนวนว่าต่างกันเท่าใด



มีรูปวงกลม 6 รูป รูปสามเหลี่ยม 4 รูป จับคู่ 1 ต่อ 1 ได้ 4 คู่ เหลือรูปวงกลม 2 รูป
ดังนั้น $6 - 4 = 2$



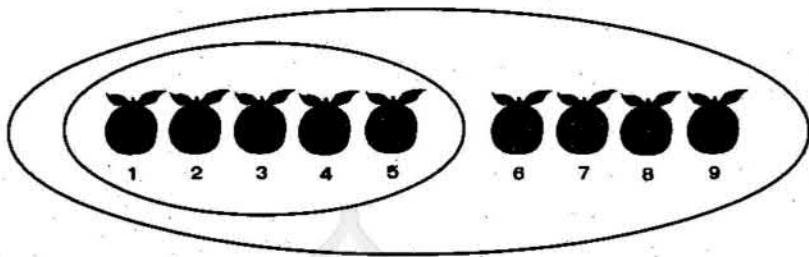
มีมังคุด 6 ผล ชมพู 5 ผล จับคู่ 1 ต่อ 1 ได้ 5 คู่ เหลือมังคุด 1 ผล
ดังนั้น $6 - 5 = 1$

แนวคิด คิดโดยวิธีจับคู่ นับส่วนที่จับคู่ไม่ได้
เป็นผลต่าง



ตัวอย่าง การหาผลลบ อาจทำได้โดยการนับต่อจากจำนวนที่มีอยู่จนถึงจำนวนที่ต้องการ
ว่ามีอีกกี่จำนวน เช่น

มีส้ม 5 ผล ต้องการส้ม 9 ผล หาเพิ่มอีกเท่าไร



การตอบคำถาม ใช้การนับเพิ่มต่อจาก 5 ไปจนถึง 9 คือ $5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$
มีส้ม 5 ผล นับต่อผลที่ 5 เป็น 6, 7, 8, 9 อีก 4 จำนวน



จำนวนที่ต้องการ คือ 9 แต่จำนวนที่มีอยู่คือ 5 ดังนั้น ยังต้องหามาเพิ่ม
อีก 4 นั่นคือ $9 - 5 = 4$

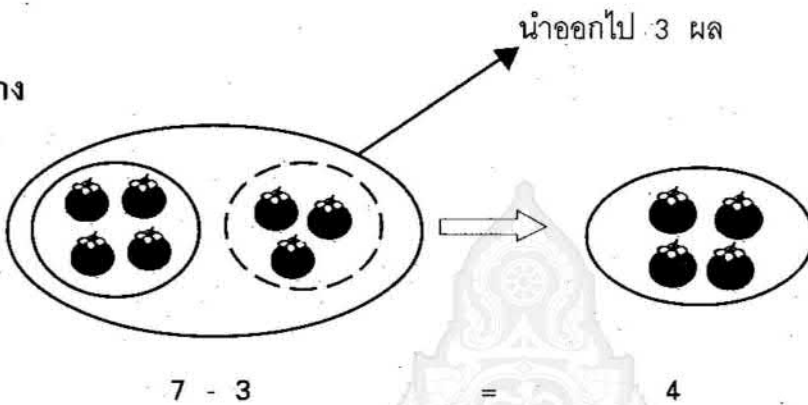


แนวคิด อาจคิดโดยวิธีนับต่อ จำนวนที่นับต่อมีกี่จำนวน เป็นผลลบ

เรื่อง การลบจำนวน
เนื้อหา ความสัมพันธ์ระหว่างการบวกและการลบ

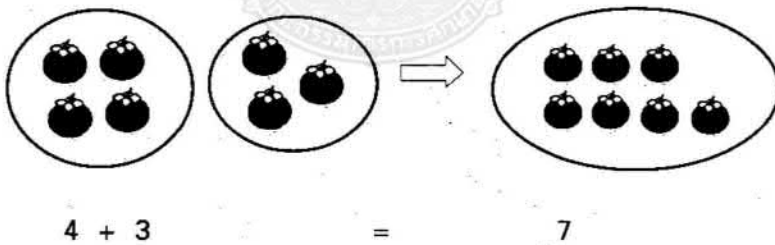
สาระสำคัญ ผลลบของจำนวนใด ๆ เมื่อบวกกับตัวลบ จะได้ผลลัพธ์เท่ากับตัวตั้ง

ตัวอย่าง



7 เป็นตัวตั้ง และ 3 เป็นตัวลบ 4 เป็นผลลบ

ดังนั้น



นั่นคือ 4 (ผลลบ) รวมกับ 3 (ตัวลบ)
มีค่าเท่ากับ 7 (ตัวตั้ง)



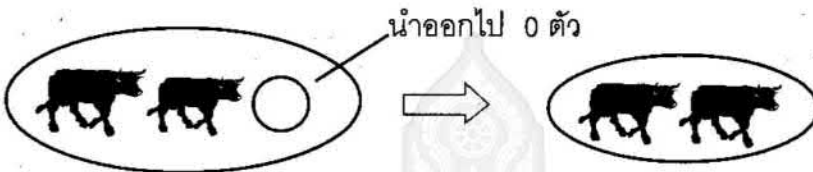
เรื่อง การลบจำนวน
เนื้อหา ศูนย์ (0) กับการลบ

สาระสำคัญ

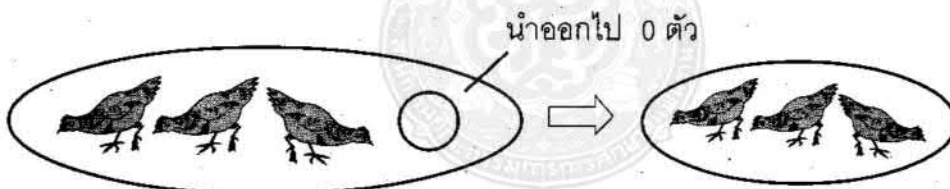
จำนวนใด ๆ ลบด้วยศูนย์ (0) ผลลบเท่ากับจำนวนนั้น

ตัวอย่าง

$$2 - 0 = 2$$



นั่นคือ $2 - 0 = 2$



นั่นคือ $3 - 0 = 3$

ดังนั้น

$$\begin{array}{rcl} 5 - 0 & = & 5 \\ 12 - 0 & = & 12 \\ 24 - 0 & = & 24 \end{array}$$



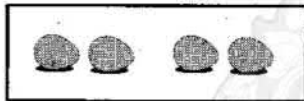
เรื่อง การคูณ
เนื้อหา ความหมายของการคูณ



สาระสำคัญ

- ✎ การบวกจำนวนที่เท่ากันหลาย ๆ จำนวน อาจแสดงได้ด้วยการคูณ จำนวนสองจำนวน คือ จำนวนครั้งของจำนวนที่นำมาบวกกัน กับจำนวนที่เท่า ๆ กันนั้น
- ✎ จำนวนที่ได้จากการคูณสองจำนวนเข้าด้วยกันเรียกว่า ผลคูณ
- ✎ เครื่องหมาย $\times$ เป็นสัญลักษณ์แสดงการคูณ
- ✎ ในการคูณจำนวนสองจำนวน เราสามารถสลับที่ตัวตั้งและตัวคูณได้เพราะผลคูณเท่ากัน

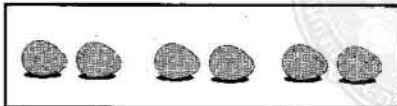
ตัวอย่าง



$$2 + 2$$

หมายถึง 2 ครั้ง ของ 2 เป็น 4

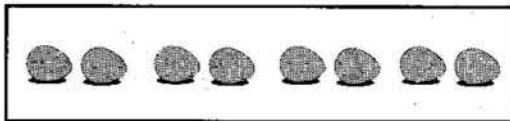
หรือ 2 เท่า ของ 2 เป็น 4



$$2 + 2 + 2$$

หมายถึง 3 ครั้ง ของ 2 เป็น 6

หรือ 3 เท่า ของ 2 เป็น 6



$$2 + 2 + 2 + 2$$

หมายถึง 4 ครั้ง ของ 2 เป็น 8

หรือ 4 เท่า ของ 2 เป็น 8

แสดงว่าการบวกจำนวนที่เท่า ๆ กันหลาย ๆ จำนวน หรือ เป็นการเพิ่มขึ้นครั้งละเท่า ๆ กัน อาจแสดงโดยวิธีการคูณ

คือ $2 \text{ เท่า ของ } 2 \rightarrow 2 \times 2 = 4$

$3 \text{ เท่า ของ } 2 \rightarrow 3 \times 2 = 6$

$4 \text{ เท่า ของ } 2 \rightarrow 4 \times 2 = 8$

ดังนั้น

$$2 + 2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$$

$$2 + 2 + 2 + 2 = 4 \times 2 = 8$$

และ จำนวน 4, 6 และ 8 เรียกว่า ผลคูณ

เครื่องหมาย $\times$ เรียกว่า เครื่องหมายคูณ

ถ้า



$$5 \text{ เท่า ของ } 2 = 5 \times 2 \\ = 10$$

และ



$$2 \text{ เท่า ของ } 5 = 2 \times 5 \\ = 10$$



ดังนั้น $5 \times 2 = 2 \times 5 = 10$
เป็นสมบัติ การสลับที่ของการคูณ

เรื่อง การคูณ
เนื้อหา การคูณจำนวนหนึ่งหลักกับจำนวนหลายหลัก

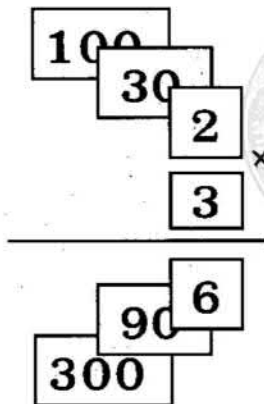
สาระสำคัญ

- การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีหลายหลักอาจนำจำนวนที่มีหนึ่งหลักมาคูณกับจำนวนที่มีหลายหลัก โดยคูณจำนวนในหลักหน่วยก่อนแล้วจึงคูณหลักถัดไปทางซ้ายตามลำดับ
- การคูณจำนวนที่มีหลายหลักกับจำนวนที่มีหลายหลัก อาจอาศัยการกระจายจำนวนหนึ่งตามค่าประจำหลัก แล้วนำจำนวนในแต่ละหลักไปคูณกับอีกจำนวนหนึ่ง จากนั้น จึงนำผลคูณที่ได้มาบวกกัน



ตัวอย่าง

$$132 \times 3 = \square$$



$$\begin{array}{r} 132 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$396$$

คูณครั้งที่ 1

6 มาจาก $3 \times 2 = 6$
ซึ่งมีค่าไม่ครบสิบ
6 จึงอยู่ในหลักหน่วย

คูณครั้งที่ 2

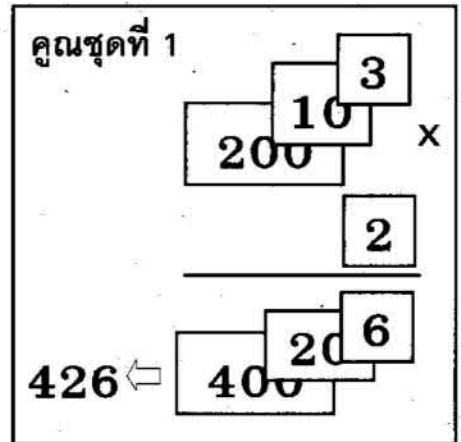
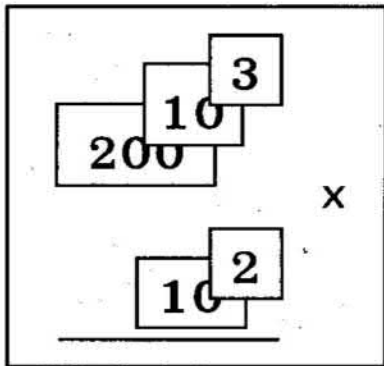
9 มาจาก $3 \times 30 = 90$
มีค่าครบ 9 สิบ
9 จึงอยู่ในหลักสิบ

คูณครั้งที่ 3

3 มาจาก 3×100 มีค่า
300 ซึ่งครบ 3 ร้อย
3 จึงอยู่ในหลักร้อย

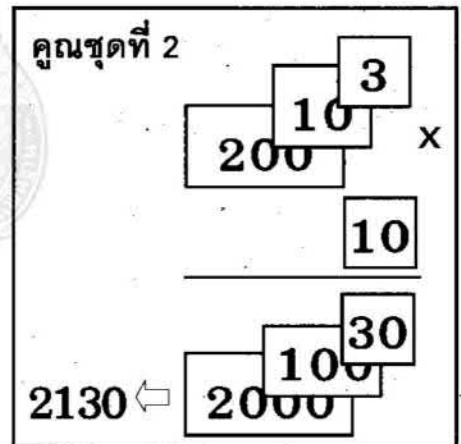
ตัวอย่าง

$$213 \times 12 = \square$$



$$\begin{array}{r} 213 \\ \times 2 \\ \hline 426 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 213 \\ \times 10 \\ \hline 2130 \end{array}$$



เอาผลบวกของการคูณชุดที่ 1 รวมกับชุดที่ 2

ได้

$$\begin{array}{r} 426 \\ + 2130 \\ \hline 2556 \end{array}$$

ตัวอย่าง

$213 \times 2 = \square$

อาจแสดงวิธีคิดได้อีกดังนี้

$$\begin{array}{r}
 213 \\
 \times 12 \\
 \hline
 426 \\
 + 2130 \\
 \hline
 2556
 \end{array}$$



เป็นการคูณ
โดยวิธีลัด

$$\begin{array}{r}
 200 + 10 + 3 \\
 \times 10 + 2 \\
 \hline
 400 + 20 + 6 \\
 + 2,000 + 100 + 30 \\
 \hline
 2,000 + 500 + 50 + 6
 \end{array}$$



เป็นการคูณ
ในรูปการกระจาย

มาจาก 2×213 มาจาก 10×213

เรื่อง การคูณ
เนื้อหา การคูณจำนวนหลาย ๆ จำนวน



สาระสำคัญ ในการคูณจำนวนหลาย ๆ จำนวน ให้คูณทีละสองจำนวนจะเป็นคู่ใดก่อนก็ได้

ตัวอย่าง

$$2 \times 3 \times 7 \times 5 = \square$$

ให้จัดคู่ทีละสองจำนวนโดยใช้วงเล็บ ดังนี้

$$\begin{aligned} 2 \times 3 \times 7 \times 5 &= (2 \times 3) \times (7 \times 5) \\ &= 6 \times 35 \\ &= 210 \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned} 2 \times 3 \times 7 \times 5 &= (2 \times 5) \times (7 \times 3) \\ &= 10 \times 21 \\ &= 210 \end{aligned}$$



แนวคิด ในการจัดคู่ทีละสองจำนวนของการคูณ ควรเลือกจัดคู่ที่สามารถคูณได้ผลคูณเป็น 10, 100, 1,000 จะเป็นการง่ายต่อการคูณคู่ถัดไป เช่น (2×5) , (5×20) , (4×25)

เรื่อง การคูณ

เนื้อหา การคูณจำนวนนับกับพหุคูณของ 10, 100, 1000

สาระสำคัญ

-  จำนวนที่เป็นพหุคูณของ 10 เป็นผลคูณของ 1, 2, 3... กับ 10
-  จำนวนที่เป็นพหุคูณของ 100 เป็นผลคูณของ 1, 2, 3... กับ 100
-  จำนวนที่เป็นพหุคูณของ 1,000 เป็นผลคูณของ 1, 2, 3... กับ 1,000
-  การคูณจำนวนใดกับพหุคูณของ 10 จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้นคูณกับ 1, 2, 3... แล้วคูณกับ 10
-  การคูณจำนวนใดกับพหุคูณของ 100 จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้นคูณกับ 1, 2, 3... แล้วคูณกับ 100
-  การคูณจำนวนใดกับพหุคูณของ 1,000 จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้นคูณกับ 1, 2, 3... แล้วคูณกับ 1,000



ตัวอย่าง พหุคูณของ 10, 100, 1000

พหุคูณของ 10

$$\begin{aligned} 10 &= 1 \times 10 \\ 20 &= 2 \times 10 \\ 30 &= 3 \times 10 \\ 40 &= 4 \times 10 \\ 50 &= 5 \times 10 \end{aligned}$$

.....
.....

พหุคูณของ 100

$$\begin{aligned} 100 &= 1 \times 100 \\ 200 &= 2 \times 100 \\ 300 &= 3 \times 100 \\ 400 &= 4 \times 100 \\ 500 &= 5 \times 100 \end{aligned}$$

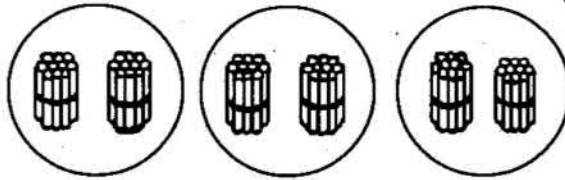
.....
.....

พหุคูณของ 1,000

$$\begin{aligned} 1000 &= 1 \times 1000 \\ 2000 &= 2 \times 1000 \\ 3000 &= 3 \times 1000 \\ 4000 &= 4 \times 1000 \\ 5000 &= 5 \times 1000 \end{aligned}$$

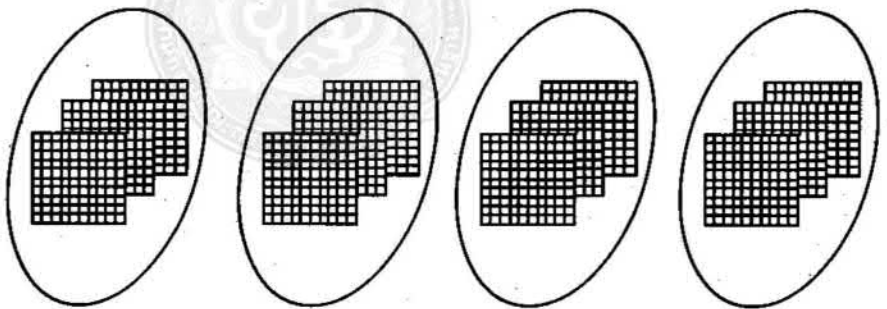
.....
.....

ตัวอย่าง การคูณจำนวนนับกับพหุคูณของ 10, 100, 1000



$$\begin{aligned}
 3 \times 20 &= 3 \times (2 \times 10) \\
 &= (3 \times 2) \times 10 \\
 &= 6 \times 10 \\
 &= 60 \\
 \text{ดังนั้น } 3 \times 20 &= 60
 \end{aligned}$$

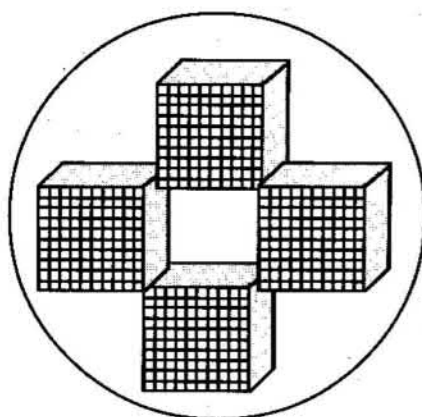
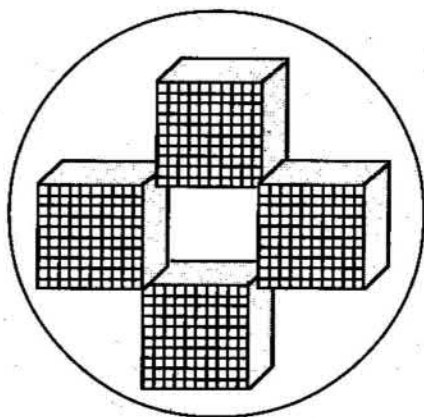
3 x 2 ได้ 6 เติม 0
ต่อท้าย 1 ตัว
ได้ 60



$$\begin{aligned}
 4 \times 300 &= 4 \times (3 \times 100) \\
 &= (4 \times 3) \times 100 \\
 &= 12 \times 100 \\
 &= 1200 \\
 \text{ดังนั้น } 4 \times 300 &= 1200
 \end{aligned}$$

4 x 3 ได้ 12 เติม 0
ต่อท้าย 2 ตัว
ได้ 1200





$$\begin{aligned}
 2 \times 4000 &= 2 \times (4 \times 1000) \\
 &= (2 \times 4) \times 1000 \\
 &= 8 \times 1000 \\
 &= 8000
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $2 \times 4000 = 8000$

2 x 4 ได้ 8
เติม 0 ต่อท้าย 3 ตัว
ได้ 8000

ข้อสังเกต

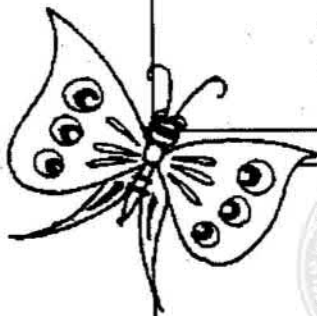
การหาผลคูณของจำนวนนับกับจำนวนที่เป็นพหุคูณของ 10, 100, 1000, ... อาจทำได้โดยนำจำนวนนับไปคูณเฉพาะตัวเลขที่อยู่ส่วนหน้า โดยไม่สนใจ 0 ที่อยู่ส่วนท้าย ได้เท่าไรแล้วจึงเติม 0 ต่อท้ายผลคูณ ให้จำนวนของ 0 ที่เติมเท่ากับจำนวนของ 0 ที่อยู่ส่วนท้ายของจำนวนที่เป็นพหุคูณของ 10, 100, 1000, ...

เรื่อง การคูณ
เนื้อหา การคูณด้วย ศูนย์ (0)

สาระสำคัญ

จำนวนใด ๆ คูณกับศูนย์ (0) ผลคูณมีค่าเท่ากับศูนย์

ตัวอย่าง



$$\begin{aligned} 3 \times 0 &= 0 + 0 + 0 &= 0 \\ 4 \times 0 &= 0 + 0 + 0 + 0 &= 0 \\ 5 \times 0 &= 0 + 0 + 0 + 0 + 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \times 0 &= 0 \times 3 &= 0 \\ 4 \times 0 &= 0 \times 4 &= 0 \\ 5 \times 0 &= 0 \times 5 &= 0 \end{aligned}$$

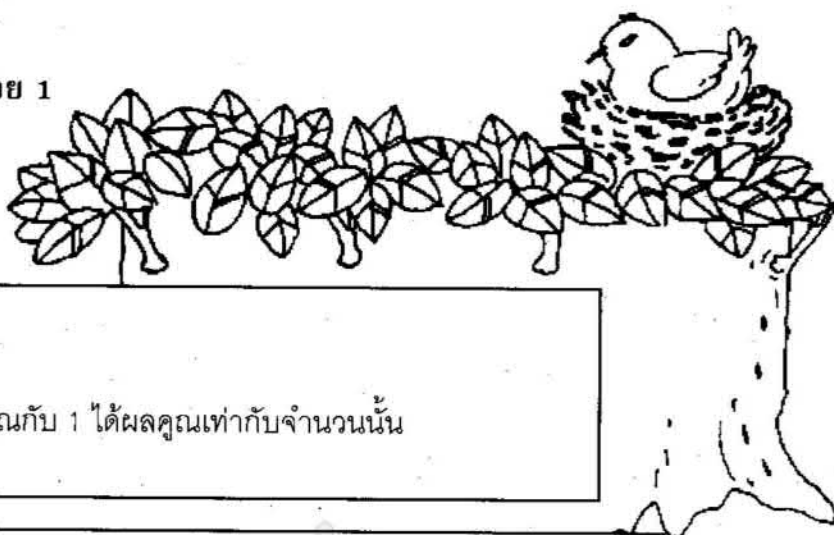
(จากสมบัติการสลับที่การคูณ)

ดังนั้น

ศูนย์คูณจำนวนใด ๆ
ก็ได้ผลลัพธ์เท่ากับศูนย์
จำนวนอะไรคูณด้วยศูนย์
ก็ได้ผลลัพธ์เท่ากับศูนย์



เรื่อง การคูณ
เนื้อหา การคูณด้วย 1

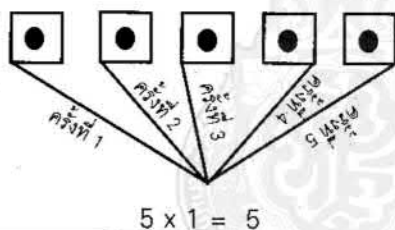


สาระสำคัญ

จำนวนใด ๆ คูณกับ 1 ได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้น

ตัวอย่าง

$$5 \times 1 = 5$$



ตัวอย่าง

$$7 \times 1 = 7$$

$$15 \times 1 = 15$$

$$220 \times 1 = 220$$

$$1129 \times 1 = 1129$$

ดังนั้น ห้คูณจำนวนใด ๆ ก็ตาม จะได้ผลลัพธ์
เท่ากับจำนวนนั้นเสมอ

เรื่อง
เนื้อหา

การหาร
ความหมายของการหาร

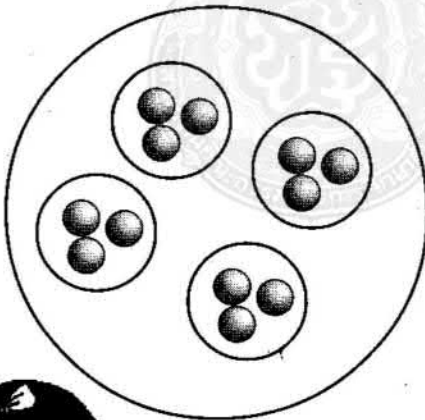


สาระสำคัญ

1. การแบ่งของจำนวนหนึ่งออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน มี 2 ลักษณะ ดังนี้
 - 1.1 แบ่งโดยกำหนดจำนวนของที่เท่ากันในแต่ละกลุ่ม แล้วให้หาจำนวนกลุ่ม
 - 1.2 แบ่งโดยกำหนดจำนวนกลุ่ม แล้วหาจำนวนของที่เท่า ๆ กันในแต่ละกลุ่ม
2. จำนวนที่หาได้จากวิธีในข้อ 1 เรียกว่า **ผลหาร** จำนวนของทั้งหมด เรียกว่า **ตัวตั้ง** จำนวนของในแต่ละกลุ่มเรียกว่า **ตัวหาร**
3. เครื่องหมาย $\div$, $\overline{)}$, $\underline{)}$ เป็นสัญลักษณ์แสดงการหาร

ตัวอย่าง

มีมะนาว 12 ผล จัดเป็นกอง กองละ 3 ผล จะได้กี่กอง



จัด 3 ผล กองที่ 1



จัด 3 ผล กองที่ 2



จัด 3 ผล กองที่ 3

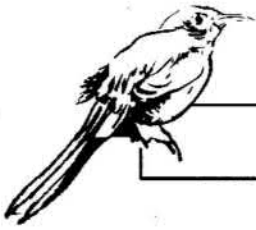


จัด 3 ผล กองที่ 4



จัดมะนาว ได้ 4 กอง หมดพอดี

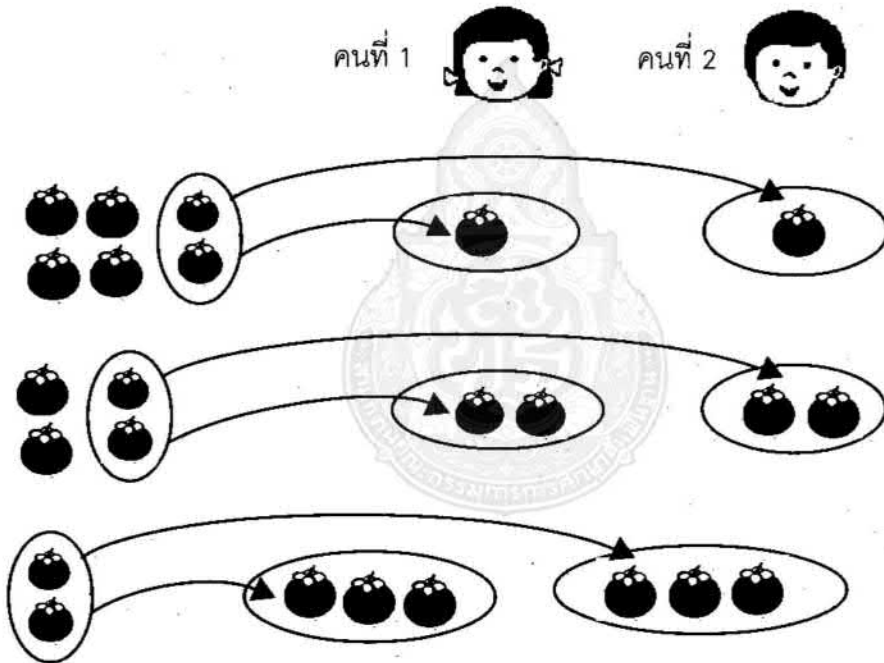




แสดงว่า มะนาว 12 ผล จัดเป็นกอง กองละ 3 ผล จะได้ 4 กอง

ดังนั้น 4 กอง เป็นกลุ่มที่จัดได้ สามารถเขียนแสดงสัญลักษณ์ได้ $12 \div 3 = 4$

ตัวอย่าง มีมั่งคุด 6 ผล แบ่งให้เด็ก 2 คน จะได้มั่งคุดคนละกี่ผล



นำมั่งคุดมาวางให้เด็ก คนที่ 1 คนที่ 2 คนละ 1 ผล ครั้งละ 2 ผล

โดยครั้งที่ 1	นำมาวาง 2 ผล	เหลือ 4 ผล
ครั้งที่ 2	นำมาวาง 2 ผล	เหลือ 2 ผล
ครั้งที่ 3	นำมาวาง 2 ผล	หมดพอดี



หรือ จะใช้วิธีนับลด ครั้งละ 2 ผล จากจำนวนม้งคุด 6 ผล ดังนี้

นับลดครั้งที่ 1 $6 - 2 = 4$

ครั้งที่ 2 $4 - 2 = 2$

ครั้งที่ 3 $2 - 2 = 0$

ดังนั้น เด็ก 2 คน จะได้ม้งคุดคนละ 3 ผล
สามารถเขียนสัญลักษณ์ ได้ $6 \div 2 = 3$

จำนวนม้งคุดทั้งหมด คือ 6 เรียกว่า ตัวตั้ง
จำนวนเด็ก คือ 2 เรียกว่า ตัวหาร
จำนวนที่ได้จากวิธีดังกล่าวคือ 3 เรียกว่า ผลหาร

สัญลักษณ์แสดงการหารใช้เครื่องหมาย $\div$
แล้วยังใช้เครื่องหมาย $\overline{)}$ และ $\underline{)}$

เช่น
$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$
 แสดงการหารยาว

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$
 แสดงการหารสั้น



สาระสำคัญ

4. การหาคำตอบทั้งจำนวนกลุ่ม และจำนวนในแต่ละกลุ่ม เมื่อทราบจำนวนทั้งหมด และจำนวนของในแต่ละกลุ่ม หรือจำนวนกลุ่มทำได้ 2 วิธี คือ
- 4.1 ลบจำนวนของทั้งหมด ด้วยจำนวนของแต่ละกลุ่ม หรือจำนวนกลุ่มแล้ว
ลบผลลบด้วยตัวลบเดิม จนผลลบสุดท้าย เป็นศูนย์ หรือน้อยกว่าตัวลบ
จำนวนครั้งของการลบ จะเป็นจำนวนกลุ่ม หรือ จำนวนของแต่ละกลุ่ม
- 4.2 ใช้สูตรคูณหาว่า จำนวนใดที่คูณกับจำนวนของแต่ละกลุ่ม หรือจำนวน
กลุ่มแล้ว ได้ผลคูณใกล้เคียง หรือเท่ากับจำนวนของทั้งหมด จำนวน
ที่หาได้ คือ จำนวนกลุ่ม หรือ จำนวนของแต่ละกลุ่ม

ตัวอย่าง มีมะนาว 12 ผล จัดเป็นกอง กองละ 3 ผล จะได้
มะนาวกี่กอง

มะนาวทั้งหมด 12 ผล นำออกมากองละ 3 ผล ก็ครั้ง

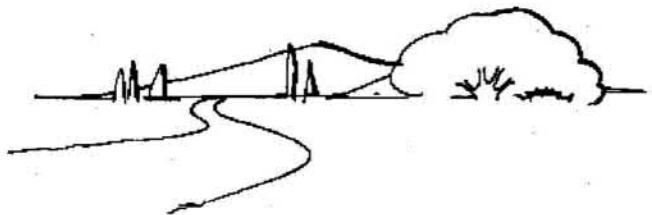
นำออกมาครั้งที่ 1 $12 - 3 = 9$

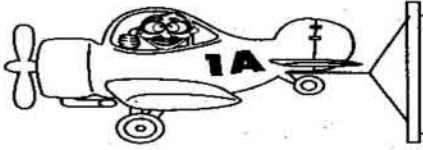
ครั้งที่ 2 $9 - 3 = 6$

ครั้งที่ 3 $6 - 3 = 3$

ครั้งที่ 4 $3 - 3 = 0$ ผลลบสุดท้ายเป็นศูนย์

ดังนั้น ลบออก 4 ครั้ง เป็นจำนวนกองของมะนาว 12 ผล
เขียนสัญลักษณ์ได้ $12 \div 3 = 4$





หรือ หาจำนวนกองของมะนาว กองละ 3 ผล
โดยใช้สูตรคูณ

สูตรคูณ

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$4 \times 3 = 12$$

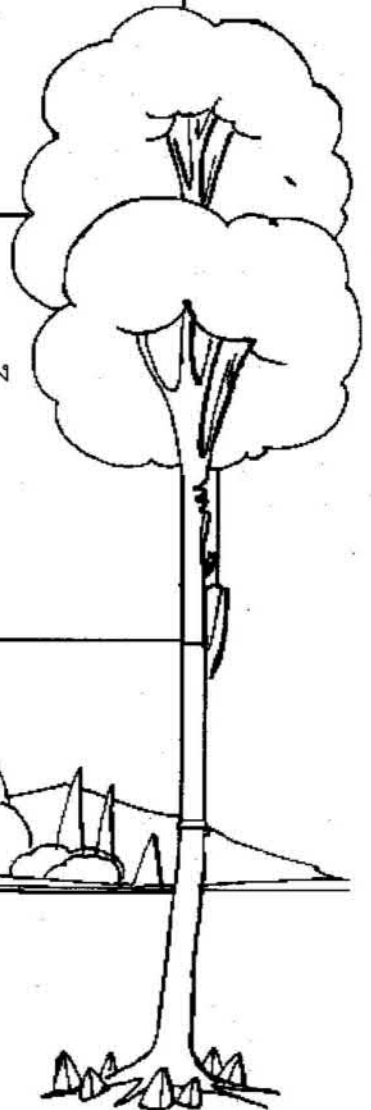
$$5 \times 3 = 15$$



ให้พิจารณาจากสูตรคูณว่า $\times 3$ ที่มีค่าใกล้เคียง
หรือเท่ากับจำนวนของทั้งหมด
ของทั้งหมดในข้อนี้ คือ 12

คำตอบที่ได้ จากสูตรคูณ คือ $\times 3 = 12$

คำตอบคือ กอง

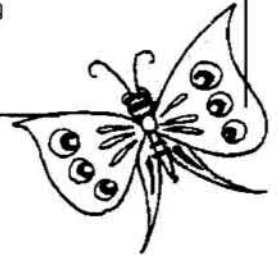


เรื่อง การหาร
เนื้อหา การหารลงตัวและการหารไม่ลงตัว

สาระสำคัญ

การหารโดยการลบตัวตั้งด้วยตัวหารซ้ำ ๆ กัน จนกระทั่งได้ผลลบเป็นศูนย์
จะเป็นการหารลงตัว

- ✎ เมื่อเศษไม่เป็นศูนย์เรียกว่า การหารไม่ลงตัว
- ✎ เศษทุกตัวจะมีค่าน้อยกว่าตัวหาร เสมอ



ตัวอย่าง $18 \div 3 = 6$ หรือ $18 \div 3$ ได้ 6 เศษ 0

$$\begin{array}{r}
 18 \\
 \underline{3} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 1} \\
 15 \\
 \underline{3} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 2} \\
 12 \\
 \underline{3} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 3} \\
 9 \\
 \underline{3} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 4} \\
 6 \\
 \underline{3} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 5} \\
 3 \\
 \underline{3} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 6} \\
 \underline{0}
 \end{array}$$

ผลลบเป็น
ศูนย์ (0) เรียกว่า
หารลงตัว

ตัวอย่าง $9 \div 2$ ได้ 4 เศษ 1

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 \underline{2} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 1} \\
 7 \\
 \underline{2} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 2} \\
 5 \\
 \underline{2} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 3} \\
 3 \\
 \underline{2} \quad \leftarrow \text{ครั้งที่ 4} \\
 1
 \end{array}$$

ผลลบไม่เป็นศูนย์ (0)
เรียกว่า หารไม่ลงตัว

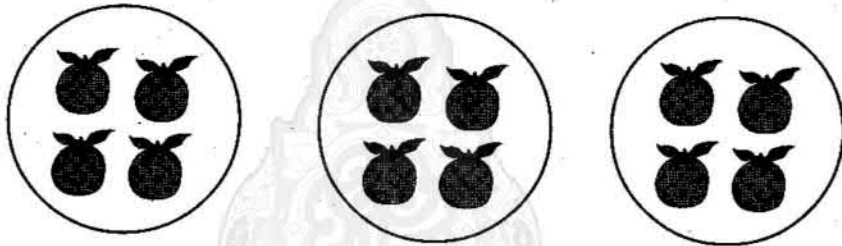
เรื่อง การหาร
เนื้อหา ความสัมพันธ์ระหว่างการคูณกับการหาร



สาระสำคัญ

การคูณมีความสัมพันธ์กับการหาร คือ ผลคูณของสองจำนวนใด ๆ เมื่อหารด้วยจำนวนใดจำนวนหนึ่งในสองจำนวนนั้น จะได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนที่เหลือ

ตัวอย่าง



มีส้ม 3 กอง กองละ 4 ผล
มีส้มทั้งหมด $3 \times 4 = 12$ ผล

มีส้ม 12 แบ่งเป็น 3 กอง เท่า ๆ กัน
จะแบ่งส้มได้กองละ $12 \div 3 = 4$ ผล

มีส้ม 12 ผล แบ่งกองละ 4 ผล
จะแบ่งส้มได้ $12 \div 4 = 3$ กอง

ดังนั้น $3 \times 4 = 12$
 $12 \div 3 = 4$
 $12 \div 4 = 3$

เรื่อง การหาร
เนื้อหา การหารที่ตัวตั้งเป็นจำนวนที่มีหลายหลัก

สาระสำคัญ

การหารที่ตัวตั้งเป็นจำนวนที่มีหลายหลักและตัวหารเป็นจำนวนที่มีหนึ่งหลัก อาจทำได้โดย

-  ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหาร
-  ใช้การหารโดยการประมาณผลหาร
-  ใช้การตั้งหารโดยวิธีการหารที่ละหลัก (วิธีลัด)

ตัวอย่าง การใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหาร

$$360 \div 4 = \square$$

แนวคิด ทบทวนความสัมพันธ์กับการคูณ คือ

$$8 \times 3 = 24 \quad \text{ดังนั้น} \quad 24 \div 3 = 8$$

$$80 \times 3 = 240 \quad \text{ดังนั้น} \quad 240 \div 3 = 80$$

$$800 \times 3 = 2400 \quad \text{ดังนั้น} \quad 2400 \div 3 = 800$$

ดังนั้น $360 \div 4 = \square$ คิดได้จาก $36 \div 4$ ก่อน

คือ $36 \div 4 = \square$ สัมพันธ์กับการคูณ คือ

$$\square \times 4 = 36$$

$$\boxed{9} \times 4 = 36$$

$$\boxed{90} \times 4 = 360$$

ดังนั้น

$$360 \div 4 = 90$$

ตัวอย่าง การใช้การหารโดยการประมาณผลหาร

$$153 \div 9 = \square$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 9 \overline{)153} \\ \underline{90} \\ 63 \\ \underline{45} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

ประมาณผลหารครั้งที่ 1 เป็น 10
ใช้ความสัมพันธ์กับการคูณ ได้
 $10 \times 9 = 90$ ซึ่งยังมีค่ามากกว่าตัวหาร

⑩

จำนวนที่เหลือมาจาก $153 - 90 = 63$

⑤

ประมาณผลหารครั้งที่ 2 เป็น 5 ได้ $5 \times 9 = 45$

②

จำนวนที่เหลือมาจาก $63 - 45 = 18$

ประมาณผลหารครั้งสุดท้าย เป็น 2
ได้ $2 \times 9 = 18$ ลงตัวพอดี

ดังนั้น $153 \div 9 = 17$

นำจำนวนที่ประมาณได้แต่ละครั้ง
รวมกันได้ $10 + 5 + 2 = 17$
เป็นคำตอบนำไปเขียนไว้ข้างบน

การประมาณผลหารในแต่ละครั้ง จะมีค่าเท่าไรก็ได้ แต่ควรให้ใกล้เคียงจำนวนที่ต้องการหารมากที่สุด เพื่อลดขั้นตอนการหาผลหาร เช่น

$$\begin{array}{r} 17 \\ 9 \overline{)153} \\ \underline{90} \\ 63 \\ \underline{63} \\ 0 \end{array}$$

← ⑩ $\times 9$

← ⑦ $\times 9$

ดังนั้น $153 \div 9 = 17$

ข้อสังเกต

ถ้าการประมาณผลหารครั้งสุดท้าย และใช้ความสัมพันธ์กับการคูณ ถ้า
หมดพอดีจะเป็น 0 เรียกว่า การหารลงตัว แต่ถ้าผลจากการลบไม่เป็น 0 และต้อง
น้อยกว่าตัวหาร เรียกว่า การหารไม่ลงตัว

ตัวอย่าง ใช้การตั้งหารโดยวิธีการหารทีละหลัก (วิธีลัด)

$$345 \div 3 = \square$$

ตั้งหาร

$$3 \overline{)345}$$

แนวคิด การหารทีละหลัก จะเริ่มจากหลักทางซ้ายมือไปเรื่อย ๆ จนถึงหลักหน่วย

$ \begin{array}{r} 115 \\ 3 \overline{)345} \\ \underline{300} \\ 45 \\ \underline{30} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array} $		100×3 ครั้งที่ 1 3 หาร 3 ในหลักร้อย
		10×3 ครั้งที่ 2 3 หาร 4 ในหลักสิบ
		5×3 ครั้งที่ 3 3 หาร 15 ในหลักหน่วย

คำตอบได้มาจาก $100 + 10 + 5 = 115$

ดังนั้น $345 \div 3 = 115$

หรือแสดง
เป็นวิธีลัด

$$\begin{array}{r}
 115 \\
 3 \overline{)345} \\
 \underline{300} \\
 45 \\
 \underline{30} \\
 15 \\
 \underline{15} \\
 0
 \end{array}$$

ดังนั้น $345 \div 3 = 115$

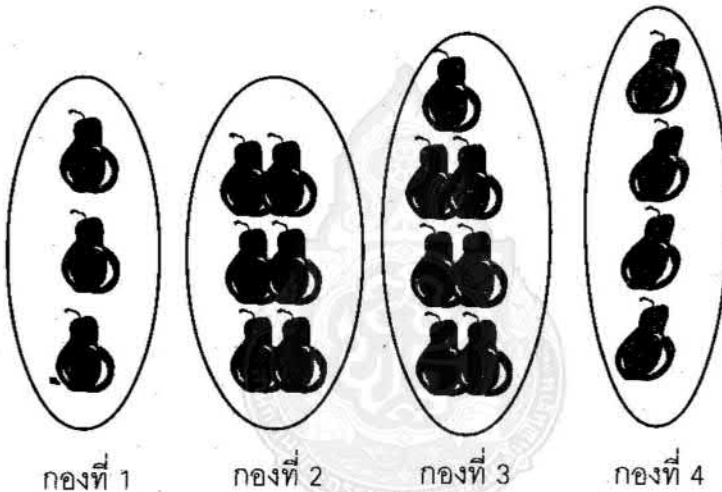
เรื่อง
เนื้อหา

การหาร
การเฉลี่ย

สาระสำคัญ

การนำผลบวกของจำนวนต่าง ๆ มาหารด้วยจำนวนทั้งหมดของจำนวนที่นำมาบวกกันเรียกว่า การเฉลี่ย และผลหารที่ได้เรียกว่า ค่าเฉลี่ย ของจำนวนเหล่านั้น

ตัวอย่าง



กองที่ 1

กองที่ 2

กองที่ 3

กองที่ 4

จากภาพ

มีชมพู่ 4 กอง กองที่ 1 มี 3 ผล กองที่ 2 มี 6 ผล

กองที่ 3 มี 7 ผล และกองที่ 4 มี 4 ผล ถ้าจะจัดชมพู่ทั้ง 4 กอง

ให้แต่ละกองมีจำนวนเท่า ๆ กัน ทำได้โดยนำจำนวนผลไม้ทั้งหมดมารวมกัน

คือ $3 + 6 + 7 + 4 = 20$

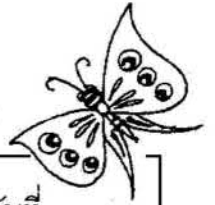
แบ่งออกเป็น 4 กอง จะได้กองละ $20 \div 4 = 5$ ผล

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของ 3, 6, 7 และ 4 คือ 5

เรื่อง สมบัติของจำนวน

เนื้อหา สมบัติการสลับที่ การเปลี่ยนกลุ่ม และการแจกแจง

สมบัติการสลับที่



สาระสำคัญ

จำนวนสองจำนวน ที่นำมาบวกกัน สามารถสลับที่กันได้ โดยที่ผลบวกยังคงเท่าเดิม สมบัติเช่นนี้ เรียกว่า สมบัติการสลับที่ของการบวก

ตัวอย่าง สมบัติการสลับที่ของการบวก

$$\begin{array}{rclcl} 3 + 2 & = & 2 + 3 \\ 5 & = & 5 \end{array}$$

ส้ม 3 ผล รวมกับส้ม 2 ผล เท่ากับส้ม 2 ผล รวมกับส้ม 3 ผล

สาระสำคัญ

จำนวนสองจำนวน ที่นำมาคูณกันสามารถสลับที่กันได้ โดยที่ผลคูณยังคงเท่าเดิม สมบัติเช่นนี้ เรียกว่า สมบัติการสลับที่ของการคูณ

ตัวอย่าง สมบัติการสลับที่ของการคูณ

$$\begin{array}{rclcl} 3 \times 2 & = & 2 \times 3 \\ 6 & = & 6 \end{array}$$

ส้ม 3 กอง กองละ 2 ผล มีค่าเท่ากับ ส้ม 2 กอง กองละ 3 ผล

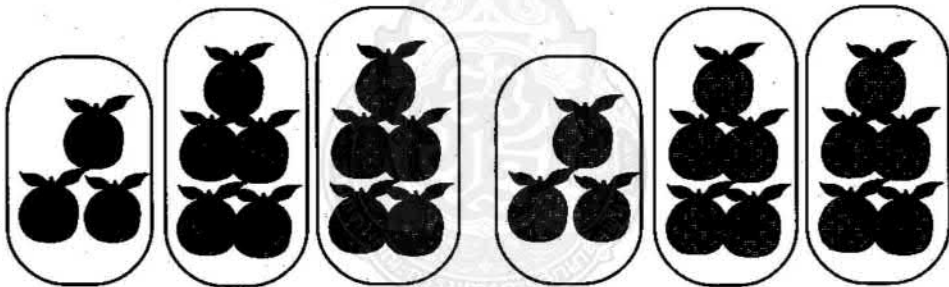


สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

สาระสำคัญ

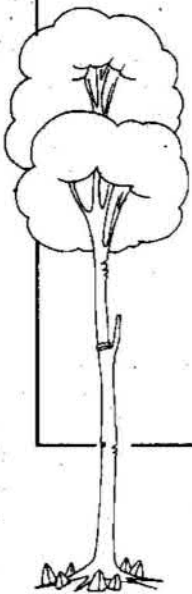
จำนวนสามจำนวน ที่นำมาบวกกัน จะบวกจำนวนที่หนึ่งกับจำนวนที่สอง หรือบวกจำนวนที่สองกับจำนวนที่สามก่อน แล้วจึงไปบวกกับจำนวนที่เหลือ ผลบวกย่อมเท่ากัน สมบัติเช่นนี้ เรียกว่า **สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก**

ตัวอย่าง สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก



$$\begin{aligned}
 (3 + 5) + 5 &= 3 + (5 + 5) \\
 8 + 5 &= 3 + 10 \\
 13 &= 13
 \end{aligned}$$

ส้ม 3 ผล รวมกับส้ม 5 ผล ได้ส้ม 8 ผล รวมกับส้ม 5 ผล
ได้ส้ม 13 ผล มีค่าเท่ากับ ส้ม 5 ผล รวมกับส้ม 5 ผล ได้
ส้ม 10 ผล รวมกับส้ม 3 ผล ได้ส้ม 13 ผล



สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ

สาระสำคัญ

จำนวนสามจำนวนที่นำมาคูณกัน จะคูณจำนวนที่หนึ่งกับจำนวนที่สอง หรือคูณจำนวนที่สองกับจำนวนที่สามก่อน แล้วจึงไปคูณกับจำนวนที่เหลือ ผลคูณย่อมเท่ากัน สมบัติเช่นนี้ เรียกว่า สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ

ตัวอย่าง สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ

$$\begin{aligned}(7 \times 2) \times 5 &= 7 \times (2 \times 5) \\ 14 \times 5 &= 7 \times 10 \\ 70 &= 70\end{aligned}$$

การเปลี่ยนกลุ่มของการคูณจำนวนสามจำนวน คือ $(7 \times 2) \times 5$
หรือ $7 \times (2 \times 5)$ ผลคูณมีค่าเท่ากัน





สมบัติการแจกแจง

สาระสำคัญ

การคูณจำนวนที่หนึ่งกับผลบวกของจำนวนที่สอง และจำนวนที่สาม ได้ผลลัพธ์เท่ากับผลคูณของจำนวนที่หนึ่งกับจำนวนที่สอง บวกกับผลคูณของจำนวนที่หนึ่งกับจำนวนที่สาม สมบัติเช่นนี้ เรียกว่า **สมบัติการแจกแจง**

ตัวอย่าง

สมบัติการแจกแจง

$$\begin{array}{rcl}
 2 \times 19 & = & 2 \times (10 + 9) \\
 \downarrow & = & (2 \times 10) + (2 \times 9) \\
 38 & = & 20 + 18 \\
 & = & 38
 \end{array}$$

การคูณ จำนวนสองจำนวน คือ 2×19 จะได้ผลคูณเท่ากับ $2 \times (10 + 9)$ โดยใช้สมบัติการแจกแจง



พื้นฐานทางการวัด

- ☐ การวัด
- ☐ การชั่ง
- ☐ การตวง
- ☐ เวลา
- ☐ เงิน
- ☐ พื้นที่
- ☐ ทิศและแผนผัง

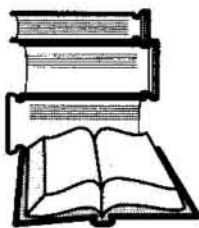
พื้นฐานทางการวัด

โครงสร้างเนื้อหาคณิตศาสตร์ในพื้นฐานการวัด เป็นเรื่องที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับ การวัดความยาว การชั่ง การตวง การหาพื้นที่ การหาปริมาตร ทิศ แขนง ผัง เวลา วัน เดือน ปี และเงิน เป็นต้น

แนวคิดเกี่ยวกับการวัด

ในชีวิตประจำวันต้องเกี่ยวข้องกับการวัดเป็นอย่างมาก เพราะกิจกรรมหลาย ๆ อย่าง ไม่สามารถเกิดขึ้นได้เลย ถ้าไม่อาศัยพื้นฐานทางการวัด เช่น การค้าขาย การก่อสร้าง การทำอาหาร การตัดเย็บเสื้อผ้า การจัดสรรที่ดิน เป็นต้น การวัดเป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนกับสิ่งที่ต้องการวัด จึงต้องมีการเลือกหรือกำหนดหน่วยการวัดก่อนเสมอ แต่ละหน่วยแทนด้วยจำนวน 1 เรียกว่า 1 หน่วย ไม่ว่าจะเป็นการวัดความยาว พื้นที่ ปริมาตร น้ำหนัก การอ่านเวลา และการวัดจะเป็นการเปรียบเทียบสิ่งที่ต้องการวัดกับหน่วยที่กำหนดขึ้น แต่อย่างไรก็ตามต้องเข้าใจก่อนว่า การวัดเป็นเพียงการประมาณค่าเท่านั้น ยกเว้นในเรื่องของเรขาคณิต ซึ่งเป็นศาสตร์ทางนามธรรมต้องเป็นสิ่งแม่นยำ เพื่อนำไปอ้างอิงได้

เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจว่าการวัดเป็นการเปรียบเทียบสิ่งที่ต้องการวัดกับหน่วยการวัดที่กำหนดขึ้นอย่างเหมาะสม จึงควรให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเลือกเครื่องมือวัดด้วยตนเอง จากสิ่งที่มีอยู่ตามธรรมชาติหรือสิ่งที่อยู่รอบตัว และควรได้พูดคุยกันเกี่ยวกับเหตุผลในการเลือกเครื่องมือวัดนั้น ๆ นอกจากนี้การสอดแทรกเกร็ดความรู้เกี่ยวกับการวัดวันละเล็กน้อยก็เป็น การเพิ่มประสบการณ์ให้กับผู้เรียน และควรมอบหมายให้ทำงานประดิษฐ์ที่ต้องอาศัยการวัด การจัดประกวดและแสดงผลงานตามความเหมาะสม ซึ่งจะได้ทั้งความสนุกสนาน ความคิด วิเคราะห์สร้างสรรค์และนำความรู้ไปประยุกต์ใช้



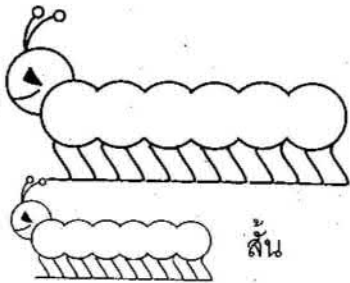
เรื่อง การวัดความยาว
 เนื้อหา การวัดความยาว ความสูง และระยะทาง โดยใช้เครื่องวัดที่มีหน่วยไม่ใช่
 หน่วยมาตรฐาน

สาระสำคัญ

1. การวัดความยาวเป็นการหาความยาวตามแนวนอน
 การวัดความสูงเป็นการหาความยาวในแนวตั้ง
2. การวัดระยะทางระหว่างตำแหน่งสองตำแหน่ง ทำได้โดยวัดความยาวตาม
 เส้นทางที่กำหนดไว้ จากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง ถ้าเส้นทาง
 ที่กำหนดให้เป็นส่วนของเส้นตรงแล้ว ความยาวที่วัดได้จะเป็นระยะห่าง
 ระหว่างสองตำแหน่งนั้น
3. ของที่มีความยาวหรือความสูง เมื่อแบ่งออกเป็นส่วน ๆ ความยาว
 หรือความสูงของแต่ละส่วน เมื่อนำมารวมกันจะเท่ากับความยาว หรือ
 ความสูงของของชิ้นเดิมนั้น
4. สิ่งของที่มีความยาวหรือความสูง เมื่อแบ่งออกเป็นส่วน ๆ โดยที่แต่ละส่วน
 ยาวหรือสูงเท่ากัน อาจใช้ส่วนย่อยนั้นเป็นหน่วยวัดความยาว หรือ
 ความสูง
5. ในการวัด ความยาว ความสูง และระยะทาง อาจใช้เครื่องวัดที่มี
 หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน
6. เราอาจเปรียบเทียบความยาว ความสูง และระยะทาง โดยนำจำนวนหน่วย
 ความยาว ความสูง และระยะทางที่วัดได้มาเปรียบเทียบกัน



ตัวอย่าง



ยาว



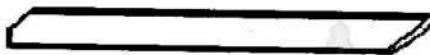
ยาว



สั้น



สั้น



ยาว

สรุป การวัดความยาว เป็นการหาความยาวตามแนวนอน

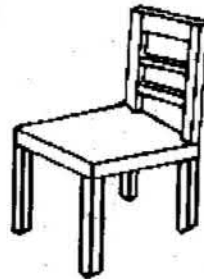
สูง



เตี้ย



สูง



เตี้ย



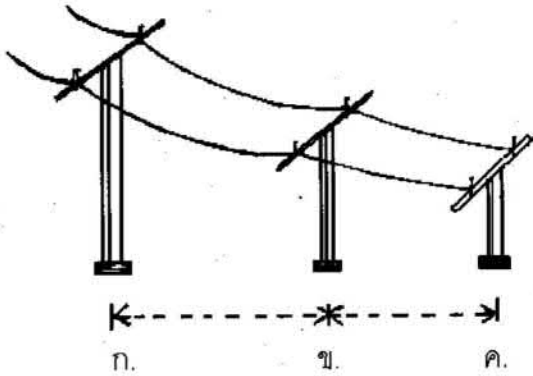
สูง



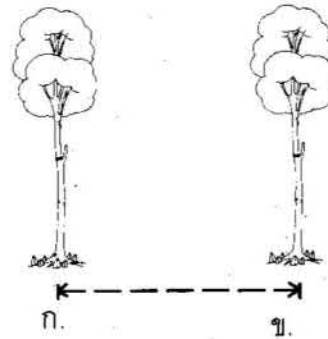
เตี้ย



สรุป การวัดความสูง เป็นการหาความยาวในแนวตั้ง

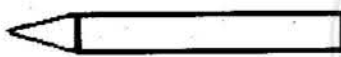


ระยะห่างจากเสาไฟฟ้า ก. ถึงเสาไฟฟ้า ข.



ระยะห่างจากต้นไม้ ก. ถึงต้นไม้ ข.

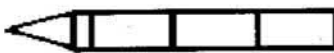
สรุป การวัดระยะทางระหว่างตำแหน่งสองตำแหน่งทำได้โดยวัดความยาวตามเส้นทางที่กำหนดไว้จากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง



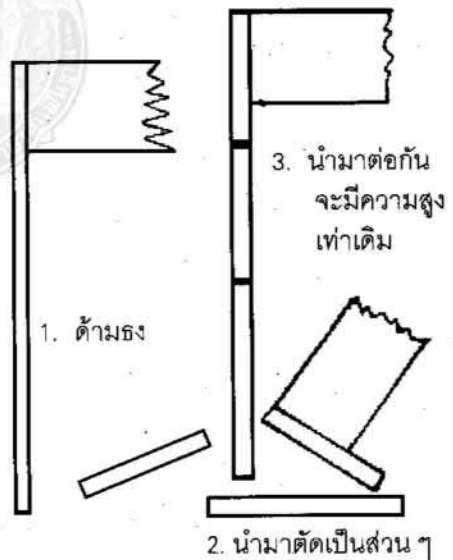
1. ดินสอ 1 แท่ง



2. ตัดเป็นส่วน ๆ



3. นำชิ้นส่วนที่ตัดมาต่อกัน
จะมีความยาวเท่าเดิม



สรุป สิ่งของที่มีความยาว หรือความสูง เมื่อแบ่งออกเป็น ส่วน ๆ ความยาว หรือ ความสูงของแต่ละส่วน เมื่อนำมารวมกัน จะเท่ากับ ความยาว หรือความสูงของของชิ้นเดิมนั้น

1. เชือก 1 เส้น



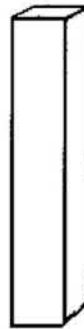
2. ตัดเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน



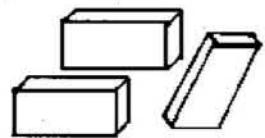
3. ใช้เป็นหน่วยวัดความยาวได้



1. ไม้ 1 ท่อน



2. ตัดเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน



3. แต่ละส่วนใช้เป็นหน่วยวัดความสูงได้

สรุป สิ่งของที่มีความยาวหรือความสูง เมื่อแบ่งออกเป็นส่วน ๆ โดยที่แต่ละส่วนยาวหรือสูงเท่ากัน อาจใช้หน่วยย่อยนั้น วัดความยาว หรือความสูงได้ ซึ่งเราเรียกว่า หน่วยกลาง



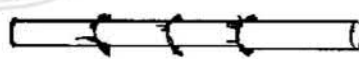
หน่วยกลาง



หน่วยกลาง



ปากกา



ไม้



ปากกาวาวประมาณ 4 หน่วย



ไม้ไผ่ยาวประมาณ 3 หน่วย



หน่วยกลาง

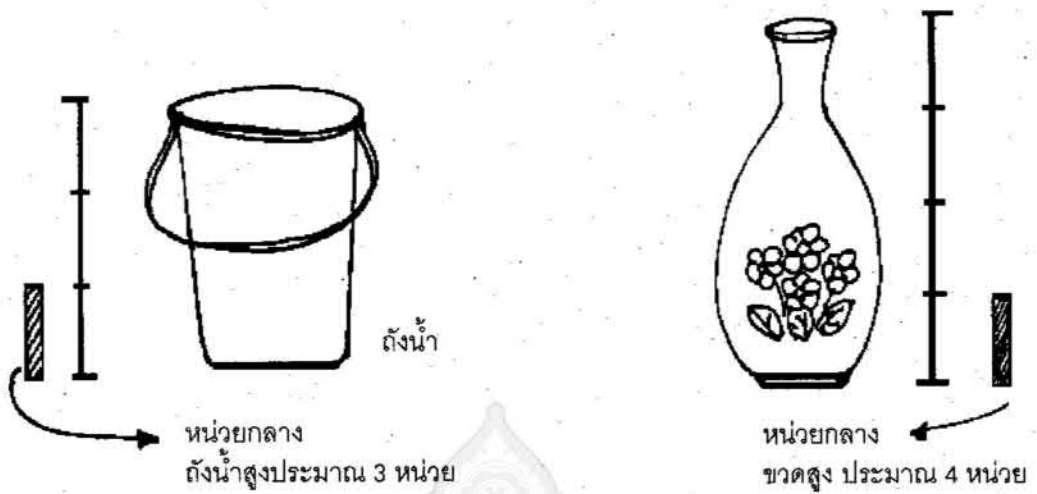


ช้อน

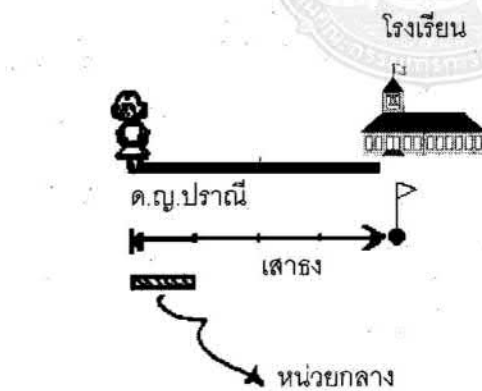


ช้อนยาวประมาณ 5 หน่วย

สรุป ในการวัดความยาว อาจใช้
เครื่องวัดที่มีหน่วยไม่ใช่
หน่วยมาตรฐาน

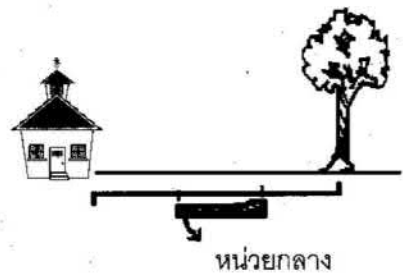


สรุป ในการวัดความสูง อาจใช้เครื่องมือวัดที่มีหน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน

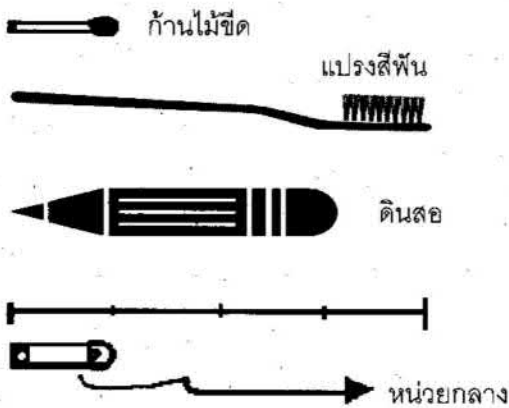


ด.ญ.ปราณีอยู่ห่างจากเสาธง
ประมาณ 4 หน่วย

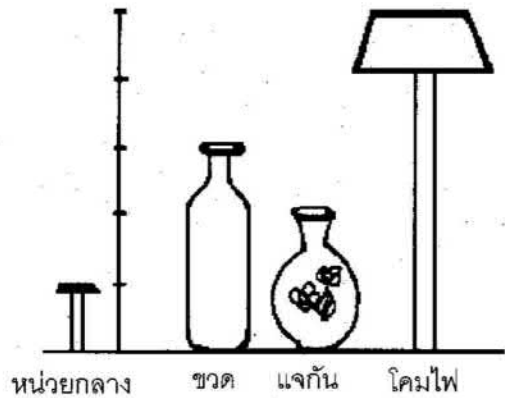
บ้านอยู่ห่างจากต้นไม้
ประมาณ 3 หน่วย



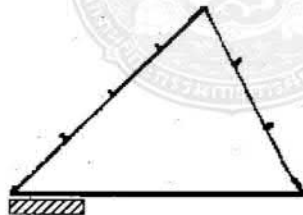
สรุป ในการวัดระยะทางอาจใช้เครื่องมือวัดที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน



- ✎ แปรงสีฟันยาวกว่าก้านไม้ขีด
ประมาณ 3 หน่วย
- ✎ ก้านไม้ขีดสั้นกว่าดินสอดำ
ประมาณ 2 หน่วย



- ✎ โคมไฟสูงกว่าขวด
ประมาณ 2 หน่วย
- ✎ ขวดสูงกว่าแจกัน
ประมาณ 1 หน่วย



/// หน่วยกลาง

- ✎ โรงเรียนอยู่ห่างจากบ้านมากกว่าวัดประมาณ 1 หน่วย
- ✎ บ้านอยู่ห่างจากโรงเรียนและวัดเท่ากัน

สรุป เราอาจเปรียบเทียบ ความยาว ความสูง และระยะทางโดยนำจำนวนหน่วย
ความยาว ความสูง และระยะทางที่วัดได้มาเปรียบเทียบกัน

เรื่อง การวัดความยาว

เนื้อหา การวัดความยาว ความสูง และระยะทาง โดยใช้เครื่องมือวัดที่มีหน่วยมาตรฐาน เป็นมิลลิเมตร เซนติเมตร เมตร และกิโลเมตร

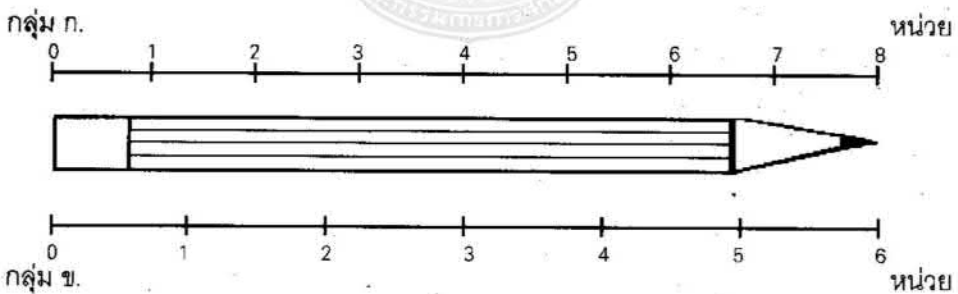
สาระสำคัญ

1. การวัดความยาว ความสูง และระยะทาง โดยใช้เครื่องมือหรือหน่วยที่แต่ละคนกำหนดขึ้นเอง อาจทำให้ผลการวัดไม่ตรงกัน จึงต้องมีเครื่องมือวัดที่มีหน่วยมาตรฐาน
2. เครื่องมือวัดที่มีหน่วยมาตรฐานสำหรับวัดความยาว ความสูง และระยะทาง มีหลายชนิด เช่น ไม้เมตร สายวัด ไม้บรรทัด



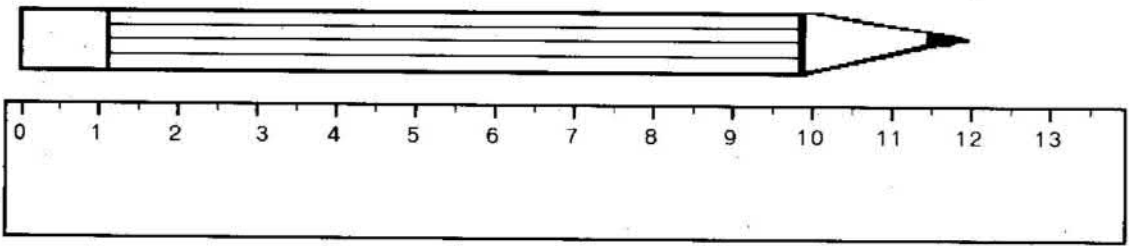
ตัวอย่าง

- คนกลุ่ม ก. ร่วมกันกำหนดหน่วยกลาง 1 หน่วยยาวเท่ากับ 
- คนกลุ่ม ข. ร่วมกันกำหนดหน่วยกลาง 1 หน่วยยาวเท่ากับ 
- มีดินสออยู่แท่งหนึ่ง คนทั้ง 2 กลุ่มจะวัดได้ดังนี้



ดินสอแท่งเดียวกัน คนกลุ่ม ก. วัดความยาวได้ 8 หน่วย
และ คนกลุ่ม ข. วัดความยาวได้ 6 หน่วย

สรุป การวัดความยาวโดยใช้เครื่องมือ หรือหน่วยวัดที่แต่ละคนกำหนดขึ้นเอง อาจทำให้ผลการวัดไม่ตรงกัน



ดินสอแท่งเดิมเมื่อวัดด้วยไม้บรรทัด ทั้งคนกลุ่ม ก. และ ข. จะได้ความยาว 12 เซนติเมตร

เครื่องมือวัดที่มีหน่วยมาตรฐานมีหลายชนิด เช่น



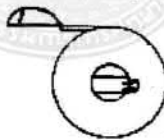
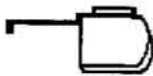
ไม้บรรทัด



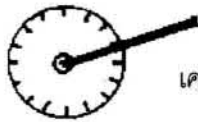
ไม้เมตร



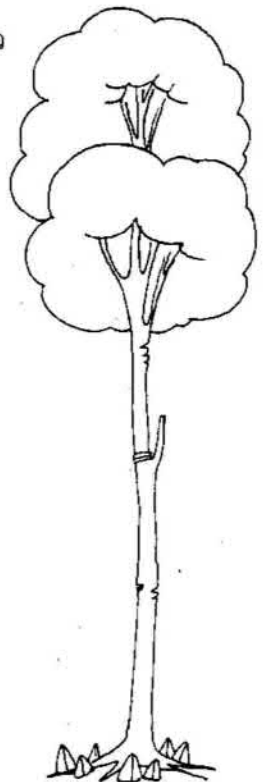
สายวัดตัว



ตลับเมตร



เครื่องวัดระยะทาง



หน่วยวัดความยาวมาตรฐานที่นิยมใช้กันทั่วโลก คือ ระบบเมตริก

10 มิลลิเมตร	เท่ากับ	1 เซนติเมตร
100 เซนติเมตร	เท่ากับ	1 เมตร
1000 เมตร	เท่ากับ	1 กิโลเมตร

เรื่อง การวัดความยาว
 เนื้อหา ความสัมพันธ์ของหน่วยความยาว ความสูง หรือระยะทาง

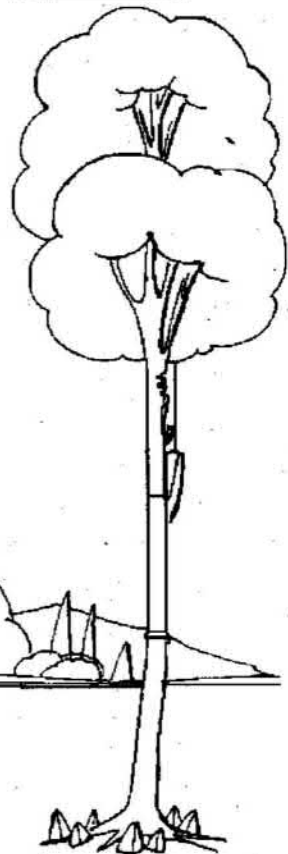
สาระสำคัญ	10 มิลลิเมตร	เท่ากับ	1 เซนติเมตร
	100 เซนติเมตร	เท่ากับ	1 เมตร
	1000 เมตร	เท่ากับ	1 กิโลเมตร

ตัวอย่าง

สิ่งที่วัด	หน่วยที่ใช้วัด			
	มิลลิเมตร	เซนติเมตร	เมตร	กิโลเมตร
1. ความยาวของยางลบ				
2. ความยาวของสมุด				
3. ความยาวของเข็มขัด				
4. ความยาวของห้องเรียน				

สรุป

- หน่วยที่เหมาะสมในการวัดแต่ละชนิด
- ความสัมพันธ์ของหน่วยย่อยกับหน่วยใหญ่
เปลี่ยนจากหน่วยใหญ่ไปเป็นหน่วยย่อยและ
หน่วยย่อยไปเป็นหน่วยใหญ่



ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

1. การเปรียบเทียบวัดความยาวที่ต่างมาตรา

มาตราวัดระยะไทยไม่เป็นหน่วยมาตรฐานระหว่างชาติ แต่ยังคงใช้กันอยู่ในประเทศไทย และสามารถเทียบกับหน่วยมาตรฐานได้ ดังนี้

1 คืบ เท่ากับ 25 เซนติเมตร หรือ $\frac{1}{4}$ เมตร

1 คอก เท่ากับ 50 เซนติเมตร หรือ $\frac{1}{2}$ เมตร

1 วา เท่ากับ 200 เซนติเมตร หรือ 2 เมตร

2. หน่วยเอสไอ เป็นหน่วยที่ประเทศต่าง ๆ ได้ประชุมตกลงให้มีระบบหน่วยระหว่างชาติ เรียกว่า หน่วยเอสไอ ซึ่งประกอบด้วย หน่วยเอสไอรากฐาน หน่วยเอสไอเสริม และ หน่วยเอสไออนุพันธ์ หน่วยรากฐานเป็นหน่วยวัดปริมาณที่เป็นอิสระต่อกัน

ปริมาณที่วัด	ชื่อหน่วย	สัญลักษณ์
ความยาว	เมตร	m
มวล	กิโลกรัม	Kg
เวลา	วินาที	s

หมายเหตุ มีข้อตกลงว่า จะไม่มีการแปลตัวย่อของหน่วยเอสไอเป็นอักษรของชาติใดชาติหนึ่ง ให้ใช้ภาษาอังกฤษดังเดิม ดังนั้น สำหรับเมตรเราควรใช้ m เสมอ ไม่ใช่ ม.



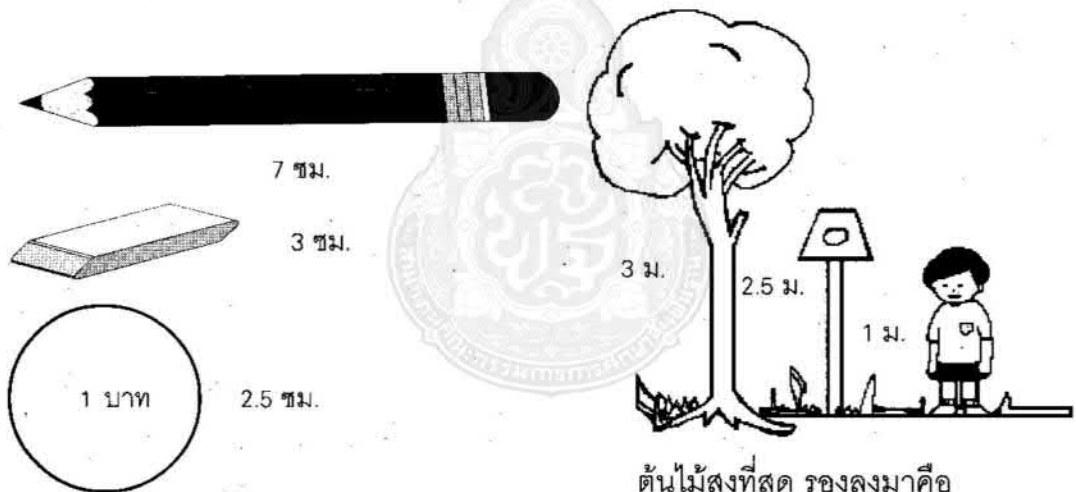
เรื่อง การวัดความยาว

เนื้อหา การเปรียบเทียบความยาว ความสูง และระยะทาง

สาระสำคัญ หน่วยการวัดความยาวสามารถเปรียบเทียบกันได้
ในมาตราเดียวกันและต่างมาตรา

ตัวอย่าง

การเปรียบเทียบความยาวในมาตราเดียวกัน



ดินสอยาวที่สุด
รองลงมา คือ ยางลบ และ
เงินเหรียญ 1 บาท ตามลำดับ

ต้นไม้สูงที่สุด รองลงมาคือ
โคมไฟ และนิด ตามลำดับ

ข้อสังเกต

การเปรียบเทียบความยาวในมาตราเดียวกัน
ควรทำให้เป็นหน่วยเดียวกันก่อน จึงเปรียบเทียบกัน



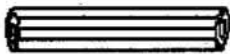
การเปรียบเทียบความยาวในหน่วยที่ไม่ใช่มาตราเดียวกัน

ไม้ยาว 250 เซนติเมตร

เชือกยาว 4 ศอก



โซ่เส้นนี้ยาว 2.2 เมตร



ไม้ยาว 250 เซนติเมตร

บอกได้ยากว่าอะไรยาวที่สุด
เพราะหน่วยการวัดไม้ไม่ใช่มาตรฐานเดียวกัน
และไม่ใช่อะไรหน่วยเดียวกัน

ไม้ยาว 250 เซนติเมตร

เชือกยาว 4 ศอก หรือ
ยาวเท่ากับ 2 เมตร



โซ่เส้นนี้ยาว 2.2 เมตร



ไม้ยาว 250 เซนติเมตร
หรือยาวเท่ากับ 2.50 เมตร

สรุป ไม้ยาวที่สุด รองลงมา
คือ โซ่ และเชือก ตามลำดับ

ข้อสังเกต

1. มาตราไทยเทียบกับหน่วยมาตรฐาน ดังนี้

1 คืบ = 0.25 เมตร

1 วา = 2 เมตร

1 ศอก = 0.5 เมตร

2. การเปรียบเทียบความยาวในหน่วยที่ไม่ใช่มาตราเดียวกัน
ควรเทียบความยาวให้เป็นมาตราเดียวกัน และเป็นหน่วย
เดียวกันก่อน



เรื่อง การวัดความยาว

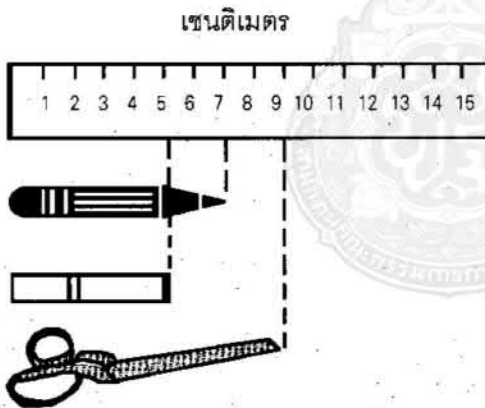
เนื้อหา การเปรียบเทียบความยาว ความสูง และระยะทาง

สาระสำคัญ

การเปรียบเทียบความยาว ความสูง และระยะทาง อาจเปรียบเทียบจากจำนวนหน่วยความยาวทั้งหน่วยมาตรฐาน และหน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน

ตัวอย่าง

การเปรียบเทียบความยาว ความสูง และระยะทาง โดยใช้หน่วยมาตรฐาน

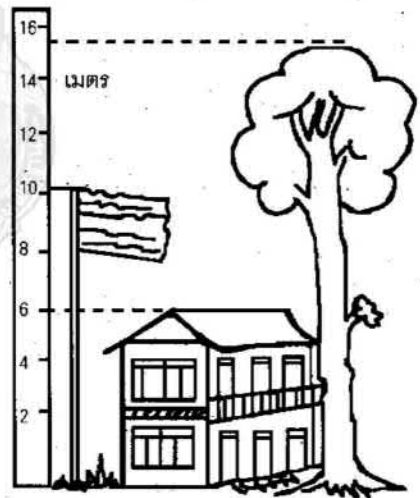


ดินสอยาว 7 เซนติเมตร

ยางลบยาว 5 เซนติเมตร

กรรไกร ยาว 9 เซนติเมตร

สรุป กรรไกรยาวที่สุด



เสาธง สูง 10 เมตร โรงเรียนสูง 6 เมตร

ต้นไม้สูง 15 เมตร

สรุป ต้นไม้สูงที่สุด

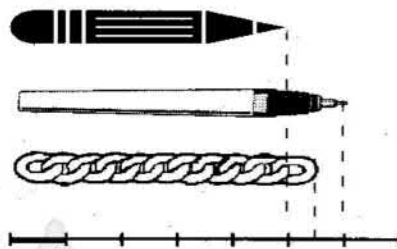


ข้อสังเกต

การเปรียบเทียบความยาว ความสูง และ ระยะทาง โดยใช้หน่วยมาตรฐาน ควรทำให้เป็นหน่วยเดียวกันก่อน

การเปรียบเทียบความยาว ความสูง และ
ระยะทาง โดยใช้หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน

กำหนดความยาว
เป็นหน่วยกลาง
เช่น 
ยาว 1 หน่วย



สรุป ปากกายาวที่สุด



สรุป ถนนยาวกว่าสะพาน



เรื่อง การวัดความยาว

เนื้อหา การเปรียบเทียบความยาว ความสูง และระยะทาง



สาระสำคัญ

การเปรียบเทียบความยาว ความสูง และระยะทางทำได้โดยนำจำนวนหน่วยความยาว ความสูง และระยะทางที่วัดได้ตามลำดับมาเปรียบเทียบกัน

ตัวอย่าง

รายการที่วัดได้	ระบบไทย	ระบบเมตริก
1. ต้นไม้หน้าบ้านสูง	10 วา 3 คอก	21.5 เมตร
2. ถนนสายหนึ่งยาว	20 วา 3 คอก	41.5 เมตร
3. แม่น้ำสายหนึ่งกว้าง	25 วา 2 คอก	51.5 เมตร
4. สนามฟุตบอลยาว	20 วา 1 คอก	40.5 เมตร
แม่น้ำกว้างที่สุด		



เรื่อง การวัดความยาว
 เนื้อหา การเลือกเครื่องวัดและหน่วยการวัดความยาว ความสูง และระยะทาง
 ที่เหมาะสม

สาระสำคัญ

- ✎ ในการวัดความยาว ความสูง และระยะทาง ต้องวัดให้ถูกวิธี และควรเลือกใช้เครื่องวัดและหน่วยการวัดที่เป็นมาตรฐานให้เหมาะสมกับสิ่งที่ต้องการวัด
- ✎ การวัดความยาว ความสูง ระยะทาง อาจใช้เครื่องวัดที่เป็นมาตรฐานใช้หน่วยวัดมาตรฐาน และหน่วยวัดระบบไทย
- ✎ หน่วยวัดย่อมแตกต่างกันแล้วแตชนิดของเครื่องวัด
- ✎ หน่วยย่อยของมาตรฐานการวัดที่เป็นเซนติเมตร เมตร ใช้วัดความยาว ความสูง หรือระยะทางที่ค่อนข้างสั้น
- ✎ การวัดระยะทางไกล ๆ นิยมใช้หน่วยกิโลเมตร

ตัวอย่าง

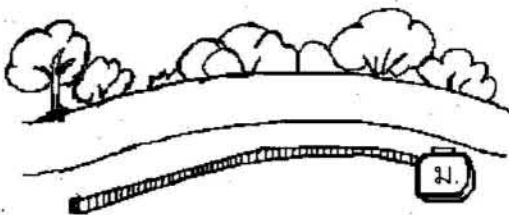
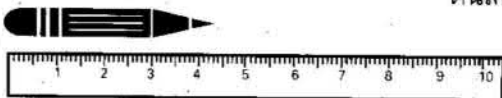


การวัดตามแนวตั้ง
 เป็นการวัด
 “ความสูง”

การวัดตามแนวนอน
 เป็นการวัด “ความยาว”
 หรือ “ระยะทาง”

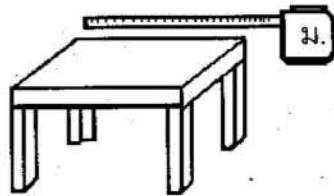


ดินสอยาวก็เซนติเมตร



ถนนนี้ยาวกี่กิโลเมตร





วัดความยาว-กว้าง
และความสูงของโต๊ะ

สรุป

1. การวัดระยะทางต้องใช้เครื่องมือวัด เช่น สายวัดตัว
2. การเลือกเครื่องมือวัดและหน่วยการวัดขึ้นอยู่กับความยาวของสิ่งของหรือระยะทางที่วัด
 - ✎ ความยาว ระยะทางที่สั้น ควรใช้ไม้บรรทัด ไม้เมตร หรือสายวัดตัว หน่วยการวัดที่เหมาะสม คือ มิลลิเมตร เซนติเมตร และเมตร
 - ✎ ระยะทางที่ไกลหรือยาวมาก ๆ ควรใช้สายวัดชนิดดัดได้ หน่วยการวัดที่เหมาะสมคือ เมตร และกิโลเมตร

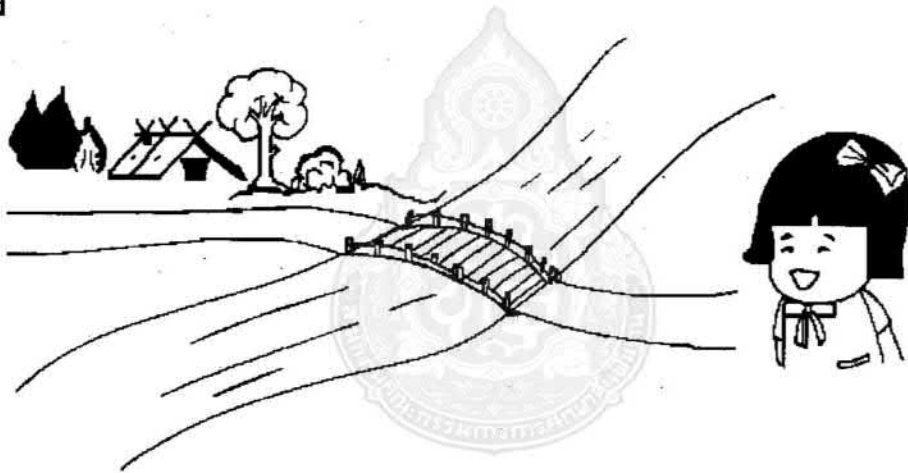


เรื่อง การวัดความยาว
เนื้อหา การคะเนความยาว ความสูง และระยะทาง



สาระสำคัญ การคะเนความยาว ความสูง หรือระยะทางของสิ่งต่าง ๆ เป็นการบอกความยาว ความสูง หรือระยะทางให้ใกล้เคียงความจริง โดยไม่ใช่เครื่องวัด

ตัวอย่าง



1. วินามองดูสะพาน แล้วบอกว่าเขาอยู่ห่างจากสะพานประมาณ 15 เมตร เมื่อวัดระยะทางจริงได้ 14 เมตร 10 เซนติเมตร
2. วินาเดินไปถึงสะพานแล้วบอกว่า สะพานยาว 10 เมตร 50 เซนติเมตร เมื่อวัดความยาวของสะพานจริงยาว 10 เมตร 55 เซนติเมตร
3. วินามองดูต้นไม้หน้าบ้านเขา แล้วบอกว่า ต้นไม้สูง 6 เมตร 50 เซนติเมตร เมื่อวัดความสูงจริง ต้นไม้สูง 6 เมตร 25 เซนติเมตร

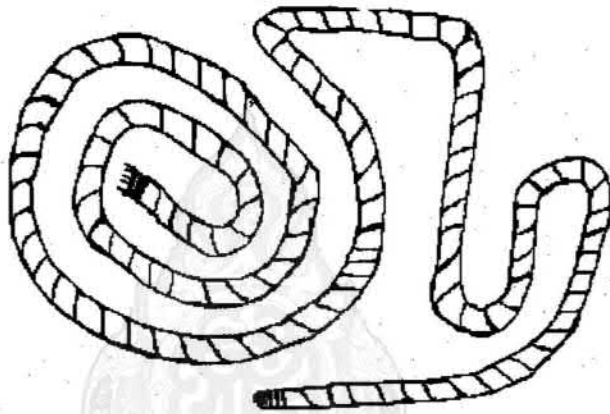
สรุป การคะเนความยาว ความสูง และระยะทาง เป็นการประมาณความยาว ความสูง และระยะทางให้ใกล้เคียงกับความจริงมากที่สุด

เรื่อง การวัดความยาว
เนื้อหา มาตรฐาน

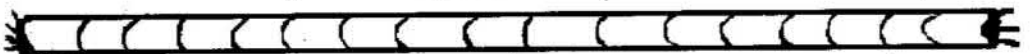


สาระสำคัญ ในการเขียนรูปเพื่อแสดงความยาว ความสูง หรือระยะทาง
อาจใช้มาตรฐานย่อให้เล็กลงได้

ตัวอย่าง

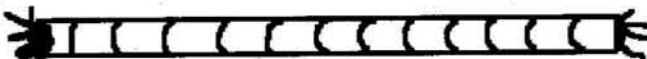


เชือกขนาด 5 มิลลิเมตร ยาว 50 เซนติเมตร
ถ้าจะเขียนรูปเชือกเส้นนี้ในลักษณะคือเป็นเส้นตรง



จะเขียนได้ไม่เกินความยาว 20 เซนติเมตร

แต่เราสามารถเขียนให้เล็กลงได้ โดยการย่อส่วนลง 5 เท่า เช่น



โดยใช้มาตรฐาน 1 เซนติเมตร : 5 เซนติเมตร

อ่านว่า 1 เซนติเมตร ต่อ 5 เซนติเมตร

หมายความว่า ความยาวที่ย่อแล้วเป็น 1 เซนติเมตร

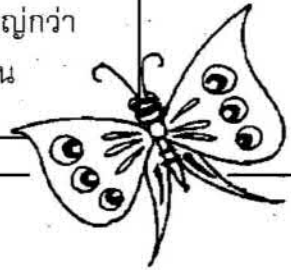
ความยาวจริงเป็น 5 เซนติเมตร



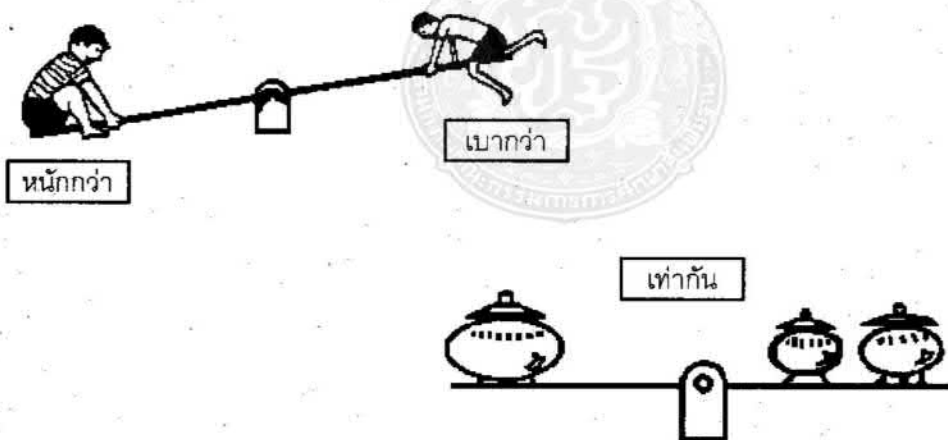
เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา การชั่งโดยใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน

สาระสำคัญ

1. หนัก เบา เท่ากัน เป็นคำที่ใช้ในการเปรียบเทียบน้ำหนัก
2. ของชนิดเดียวกัน ถ้ามีขนาดใหญ่กว่าจะมีน้ำหนักมากกว่า
3. น้ำหนักของสิ่งของไม่ขึ้นอยู่กับขนาดเสมอไป
ของขนาดเล็กบางอย่างมีน้ำหนักมากกว่าของขนาดใหญ่กว่า
4. ในการชั่งอาจใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน

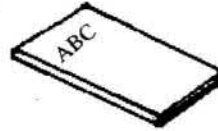


ตัวอย่าง

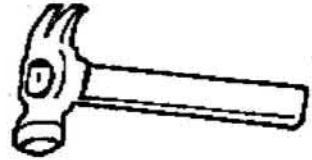


สรุปคำว่า “หนัก” “เบา” “เท่ากัน” เป็นคำที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

ตัวอย่าง

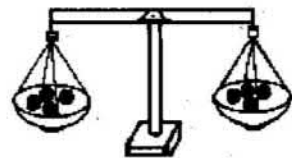
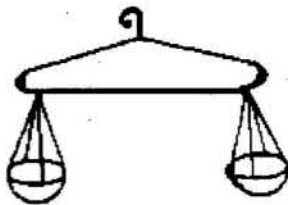


สรุป ของชนิดเดียวกัน ถ้ามีขนาดใหญ่กว่าจะมีน้ำหนักมากกว่า

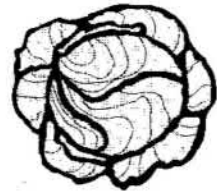
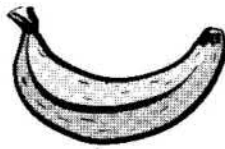
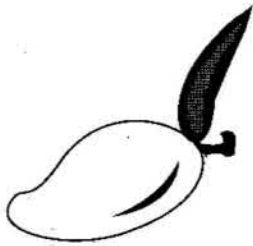


สรุป น้ำหนักของสิ่งของไม่ขึ้นอยู่กับขนาดเสมอไป
ของขนาดเล็กบางอย่างมีน้ำหนักมากกว่าของขนาดใหญ่กว่า

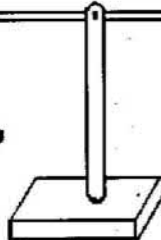
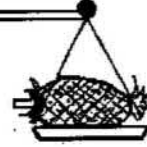
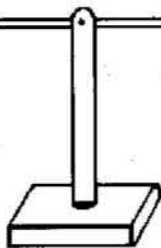
เครื่องชั่งที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน



ตัวอย่าง



สิ่งของเหล่านี้ สามารถใช้เป็นหน่วยกลางในการชั่งที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐานได้



หนังสือ 1 เล่ม

หนักเท่ากับ มะม่วง 3 ผล

ส้ม 4 ผล หนักเท่ากับ

สับปะรด 1 ผล

สรุป การชั่งน้ำหนัก อาจใช้เครื่องชั่งที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน

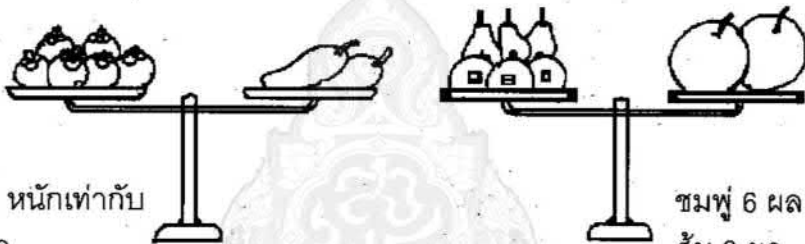
เรื่อง การชั่ง

เนื้อหา การชั่งโดยใช้เครื่องชั่ง ที่มีหน่วยมาตรฐานเป็นเมตริกตัน (ตัน) กิโลกรัม กรัม ชีด

สาระสำคัญ

การชั่งโดยใช้เครื่องมือ หรือหน่วยที่แต่ละคนกำหนดขึ้นมา อาจทำให้ผลการชั่งไม่ตรงกัน จึงต้องมีเครื่องชั่งที่มีหน่วยมาตรฐาน

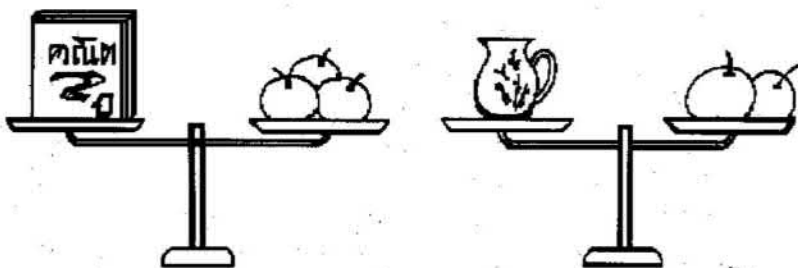
ตัวอย่าง



มังคุด 6 ผล หนักเท่ากับ
มะม่วง 2 ผล

ชมพู่ 6 ผล หนักเท่ากับ
ส้ม 2 ผล

คำถาม มังคุดกับชมพู่ สิ่งใดหนักกว่า



หนังสือ 1 เล่ม
หนักเท่ากับส้ม 3 ผล

เหยือกน้ำ 1 ใบ
หนักเท่ากับส้ม 2 ผล

คำถาม หนังสือกับเหยือกน้ำ อะไรหนักกว่า

สรุป การชั่งโดยใช้เครื่องมือหรือหน่วยที่แต่ละคนกำหนดขึ้นมา อาจทำให้ผลการชั่งไม่ตรงกัน จึงต้องมีเครื่องชั่งที่มีหน่วยมาตรฐาน

เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา การเลือกเครื่องชั่งและหน่วยการชั่งที่เหมาะสม

สาระสำคัญ

เครื่องชั่งมาตรฐานมีหลายชนิด

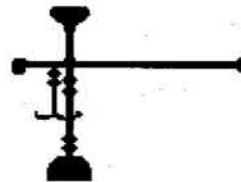
การเลือกเครื่องชั่งตามลักษณะของเครื่องชั่ง

เครื่องชั่งประเภทสปริง



เครื่องชั่งสปริง

เครื่องชั่งประเภทสองแขน หรือใช้คาน



เครื่องชั่งจีน

เครื่องชั่งที่สิ่งของที่มีน้ำหนักมาก



เครื่องชั่งน้ำหนักตัว

การเลือกเครื่องชั่งตามน้ำหนักของสิ่งที่จะชั่ง

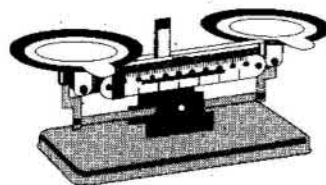
เครื่องชั่งที่สิ่งของที่มีน้ำหนักน้อย



เครื่องชั่งแบบหน้าปัด



เครื่องชั่งแบบตุ้มเลื่อน



เครื่องชั่งยา

ข้อสังเกต

1. การเลือกเครื่องชั่งแบบสปริงและแบบสองแขน เพื่อสะดวกต่อการแนะนำวิธีใช้
2. การเลือกเครื่องชั่งแบบชั่งน้ำหนักได้มากหรือน้อยเพื่อประโยชน์ต่อการเลือกใช้

เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา การเลือกเครื่องชั่งและหน่วยการชั่งที่เหมาะสม

สาระสำคัญ ในการชั่งต้องชั่งให้ถูกวิธี และควรเลือกใช้เครื่องชั่งและหน่วยการชั่งที่เป็นมาตรฐานให้เหมาะสมกับสิ่งที่ต้องการจะชั่ง

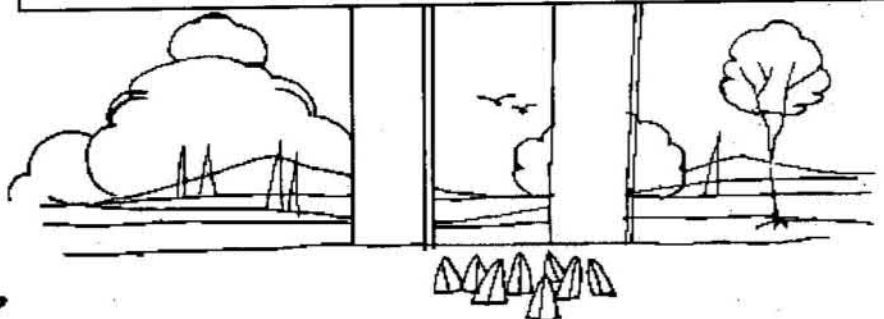
1. วิธีใช้เครื่องชั่ง

เครื่องชั่งประเภทสปริง



ข้อเสนอแนะ

1. เครื่องชั่งควรมีส่วนประกอบครบถ้วนและอยู่ในสภาพดี
2. อาจตรวจสอบการทำงานของสปริงและเข็มโดยวางสิ่งของ หรือใช้มือกดบนจานรองเพื่อดูการทำงานของสปริงและเข็ม
3. วางเครื่องชั่งบนพื้นเรียบสม่ำเสมอ ไม่เอียง
4. ก่อนชั่งตรวจเข็มให้ชี้ที่เลข 0 (ถ้ามีจานรองต้องวางจานรองก่อน)
5. การวางสิ่งของต้องวางเบา ๆ ไม่โยนหรือกระแทกเพราะอาจทำให้เครื่องชั่งชำรุดได้ และควรวางตรงกลางจานรอง ไม่ควรวางให้เอียงไปข้างใดข้างหนึ่ง
6. การอ่านน้ำหนัก ควรมองให้ตรงกับหน้าปัด ไม่ควรมองจากด้านข้าง หรือเอียงและอ่านน้ำหนักเมื่อเข็มหยุดนิ่งแล้ว
7. ไม่ควรนำสิ่งของที่มีน้ำหนักมากกว่าความสามารถของเครื่องชั่งที่จะชั่งได้ โดยดูได้จากหน้าปัด ว่าชั่งได้เท่าไร เพราะจะทำให้เครื่องชั่งชำรุดได้



2. การเลือกใช้เครื่องชั่งและหน่วยชั่ง

เราจะชั่งข้าวสาร 1 ถัง จะเลือกเครื่องชั่งชนิดใด



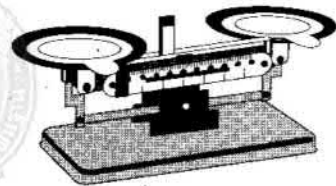
จะชั่งน้ำหนักตัวเอง จะเลือกเครื่องชั่งชนิดใด



กึ่งแห้งชืดละ 50 บาท (ก.ก.ละ 500 บาท) ควรใช้เครื่องชั่งชนิดใด



โสมกรัมละ 50 บาท ควรใช้เครื่องชั่งชนิดใด



สรุป

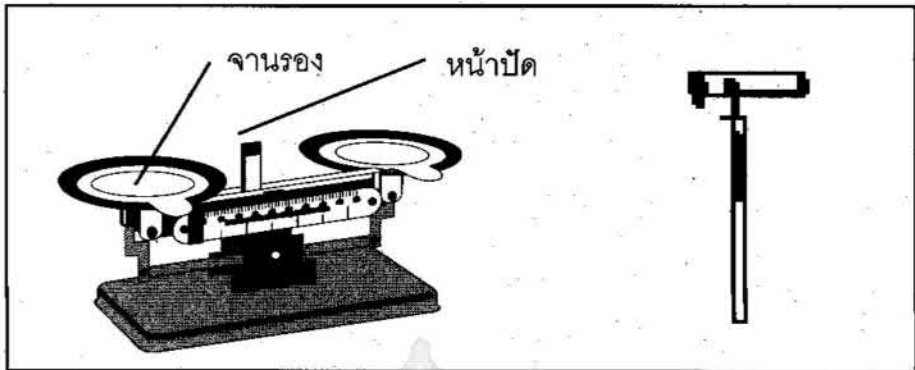
1. การเลือกใช้เครื่องชั่ง ขึ้นอยู่กับ

- ☞ น้ำหนักของสิ่งที่ชั่ง
- ☞ ขนาดและลักษณะของสิ่งที่ชั่ง
- ☞ ราคาของสินค้าที่ชั่ง

2. การเลือกใช้หน่วยการชั่ง ขึ้นอยู่กับ

- ☞ หน่วยการชั่งที่ใช้ในการซื้อขาย
- ☞ น้ำหนักของสิ่งของว่ามีน้ำหนักมาก-น้อย สิ่งของที่มีน้ำหนักน้อยใช้หน่วยเป็นกรัม/ชืด สิ่งของที่มีน้ำหนักมากมักใช้หน่วยขนาดใหญ่ เช่น เมตริกตัน กิโลกรัม

เครื่องชั่งประเภทสองแขนหรือคาน



ข้อเสนอนแนะ

1. ตรวจสอบความสมบูรณ์ของส่วนประกอบ เช่น จานรอง ตั้มน้ำหนัก และสภาพของเครื่องชั่งก่อนชั่ง
2. วางเครื่องชั่งบนพื้นเรียบเสมอ ไม่เอียงหรือตะแคง
3. วางสิ่งของบนจานรองหรือถาดรอง เบา ๆ ไม่โยนหรือกระแทกและควรวางให้อยู่ตรงกลาง ไม่เอียงไปด้านใดด้านหนึ่ง
4. การอ่านค่าน้ำหนัก ควรอ่านเมื่อคานอยู่ในภาวะสมดุล บางชนิดมีเข็มชี้แสดงภาวะที่สมดุล เช่น เครื่องชั่งยา ค่าน้ำหนักสิ่งของที่ชั่งได้จากการรวมตัม้มน้ำหนัก เครื่องชั่งบางชนิด เช่น เครื่องชั่งแบบยีน จะต้องรวมตัม้มน้ำหนัก และค่าที่อ่านได้บนคานเข้าด้วยกัน

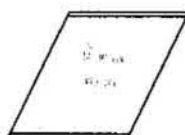
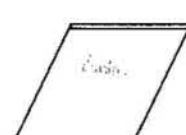
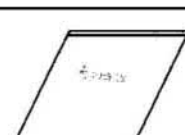
เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยน้ำหนัก



สาระสำคัญ	น้ำหนัก 1 เมตริกตัน (ตัน)	เท่ากับ 1,000 กิโลกรัม
	น้ำหนัก 1 กิโลกรัม	เท่ากับ 1,000 กรัม
	น้ำหนัก 1 ชีด	เท่ากับ 100 กรัม
	น้ำหนัก 1 กิโลกรัม	เท่ากับ 10 ชีด

(ขีด เป็นหน่วยที่ใช้เรียกกันในการซื้อขายของไทย เมื่อเทียบกับระบบเมตริกก็คือ 1 เฮกโตกรัมนั่นเอง)

ตัวอย่าง

สิ่งของที่ชั่ง	อ่านน้ำหนัก		
	เป็น ก.ก.	เป็นขีด	เป็นกรัม
 (หนัก 1 ก.ก.)	1	10	1,000
 (หนัก 2 ก.ก.)			
 (หนัก 3 ก.ก.)			

สรุป 1 กิโลกรัม เท่ากับ 10 ชีด หรือ 1,000 กรัม
 10 ชีด เท่ากับ 1,000 กรัม
 หรือ 1 ชีด เท่ากับ 100 กรัม

เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา การเปรียบเทียบน้ำหนัก

สาระสำคัญ

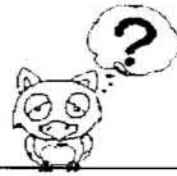
การเปรียบเทียบน้ำหนักอย่างง่าย อาจทำได้โดยการวางของบนมือทั้งสองข้าง โดยอาศัยความรู้สึกที่เกิดจากน้ำหนักของสิ่งที่ถืออยู่

ตัวอย่าง



สรุป การวางของบนมือทั้งสองข้าง เป็นการเปรียบเทียบน้ำหนักอย่างง่าย โดยอาศัยความรู้สึกและประสบการณ์

เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา การเปรียบเทียบน้ำหนัก



สาระสำคัญ

การเปรียบเทียบน้ำหนัก อาจใช้คานหรือเครื่องชั่งสองแขนอย่างง่าย
ที่ไม่ใช่เครื่องชั่งมาตรฐาน

ตัวอย่าง



สมศักดิ์หนักกว่าสมพงษ์
หรือสมพงษ์เบากว่าสมศักดิ์

หนังสือ 1 เล่มหนักเท่ากับ
ส้ม 2 ลูก



หนังสือ 1 เล่มหนักกว่า ส้ม 1 ลูก
หรือ ส้ม 1 ลูก เบากว่าหนังสือ 1 เล่ม



ดินสอ 2 แท่ง เบากว่าสมุด 1 เล่ม
หรือสมุด 1 เล่ม
หนักกว่าดินสอ 2 แท่ง

สรุป การเปรียบเทียบน้ำหนักอาจใช้คานหรือเครื่องชั่งสองแขน
อย่างง่ายที่ไม่ใช่เครื่องชั่งมาตรฐาน

เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา การเปรียบเทียบน้ำหนัก

สาระสำคัญ

การเปรียบเทียบน้ำหนักสิ่งของ โดยใช้หน่วยไม่มาตรฐานต่างชนิดกัน

ตัวอย่าง



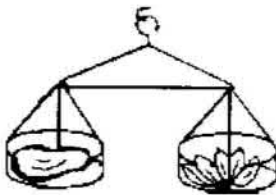
เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา การเปรียบเทียบน้ำหนัก



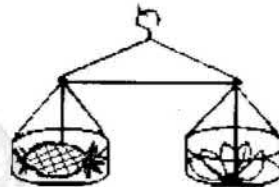
สาระสำคัญ

การเปรียบเทียบน้ำหนักโดยนำจำนวนหน่วยน้ำหนักมาเปรียบเทียบกัน
(หน่วยไม่มาตรฐาน)

ตัวอย่าง

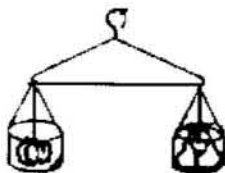


มะละกอ 1 ผลหนักเท่ากับ
กล้วย 5 ผล

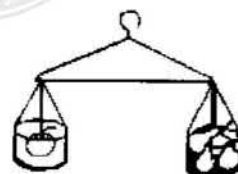


สับปะรด 1 ผลหนักเท่ากับ
กล้วย 5 ผล

มะละกอนหนักเท่ากับสับปะรด



ฟักทองหนักเท่ากับ
ส้มโอ 3 ผล



มะพร้าวหนักเท่ากับ
ส้มโอ 4 ผล

ฟักทองเบากว่ามะพร้าว

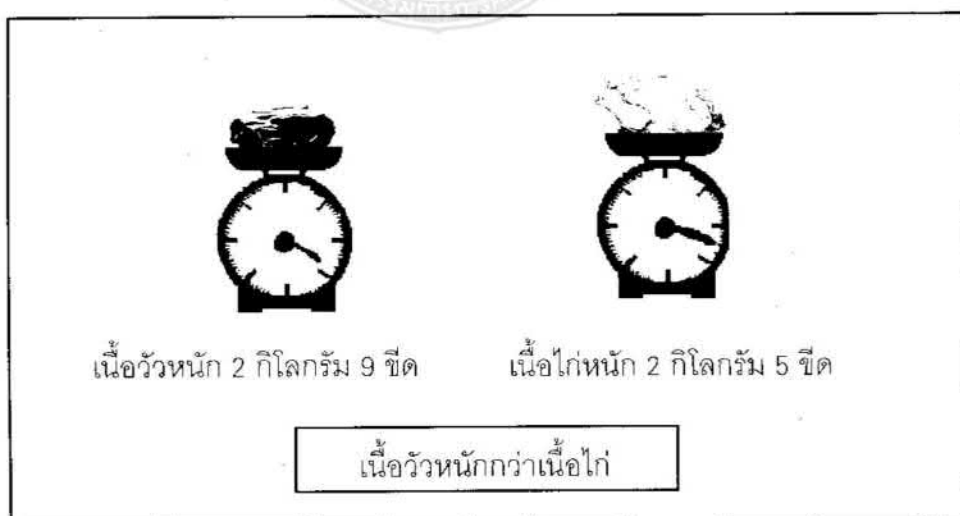
สรุป การเปรียบเทียบน้ำหนักโดยนำจำนวนหน่วยน้ำหนักที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน
มาเปรียบเทียบกัน จะต้องเป็นหน่วยเดียวกัน

เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา การเปรียบเทียบน้ำหนัก

สาระสำคัญ

การเปรียบเทียบน้ำหนัก โดยนำจำนวนหน่วยน้ำหนักมาเปรียบเทียบกัน (หน่วยมาตรฐาน)

ตัวอย่าง



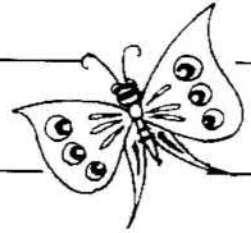
สรุป การเปรียบเทียบน้ำหนัก โดยนำจำนวนหน่วยน้ำหนักมาเปรียบเทียบกัน
จะต้องเป็นหน่วยเดียวกัน

เรื่อง การชั่ง
เนื้อหา การคณน้ำหนัก

สาระสำคัญ

การคณน้ำหนักของสิ่งของต่าง ๆ เป็นการบอกน้ำหนักให้ใกล้เคียงความเป็นจริง โดยไม่ใช้เครื่องชั่ง

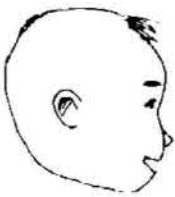
ตัวอย่าง



สมบัติบอกว่าหนังสือหนัก
ประมาณ 2 กิโลกรัม



น้ำหนักหนังสือเมื่อนำไปชั่ง
หนักเท่ากับ 2 กิโลกรัม 2 ชีด



สมบุรณ์มองดูมะพริ้ว แล้ว
บอกว่า มะพริ้วหนัก
ประมาณ 3 กิโลกรัม



น้ำหนักมะพริ้วเมื่อนำไปชั่ง
หนักเท่ากับ 2 กิโลกรัม 9 ชีด

สรุป การประมาณน้ำหนักของสิ่งของให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด โดยใช้
มือยกสิ่งของหรือใช้สายตามองสิ่งของ เรียกว่า “การคณน้ำหนัก”

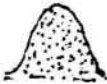
เรื่อง การตวง

เนื้อหา การตวงโดยใช้เครื่องตวงที่หน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน

สาระสำคัญ

1. การตวงเป็นการวัดปริมาณของของเหลวของที่ตวงได้หรือความจุของภาชนะ
2. สิ่งของที่ตวงได้เมื่อแบ่งออกเป็นส่วน ๆ ปริมาณของแต่ละส่วน เมื่อนำมารวมกันจะเท่ากับปริมาณของสิ่งของเดิมนั้น
3. สิ่งของที่ตวงได้ เมื่อแบ่งออกเป็นส่วน ๆ โดยที่แต่ละส่วนมีปริมาณเท่ากัน อาจใช้ส่วนย่อยนั้น เป็นหน่วยวัดปริมาณ
4. ในการตวง อาจใช้เครื่องตวงที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน

ตัวอย่าง

การตวง เป็นการวัดปริมาณของของเหลว ของที่ตวงได้ หรือความจุของภาชนะ		
ของเหลว เช่น	ของที่ตวงได้ เช่น	ภาชนะที่มีความจุ เช่น
 ขวดน้ำดื่ม	 น้ำตล	 ถาดน้ำ
 ขวดน้ำดื่ม	 ทราย	 กล่อง
 อ่างน้ำ	 ข้าวสาร	 แก้วน้ำ
 น้ำมัน	 แก้วเช็ด	 เหยือก
		 โถง
		 ขวด

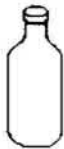
1. น้ำ 1 เขียว



2. เทน้ำจากเขียวใส่แก้ว ขวด
และกาน้ำ น้ำหมดพอดี



3. นำน้ำในแก้ว ขวด และ
กาน้ำ เทใส่เหมือนเดิม



จะได้ น้ำเต็มเขียวเหมือนเดิม

สรุป

สิ่งของที่ตวงได้ เมื่อแบ่งออกเป็นส่วน ๆ ปริมาณของแต่ละส่วน เมื่อนำมารวมกันจะเท่ากับปริมาณของสิ่งของเดิมนั้น

1. น้ำ 1 ขวด



2. เทน้ำจากขวดใส่ถ้วย
ขนาดเท่ากัน ๆ กัน

3. ใช้เป็นหน่วยวัดปริมาณใช้
เรียกว่า "หน่วยกลาง"



สรุป

สิ่งของที่ตวงได้ เมื่อแบ่งออกเป็นส่วน ๆ โดยที่แต่ละส่วนมีปริมาณเท่ากัน อาจให้ส่วนย่อยนั้นเป็นหน่วยวัดปริมาณได้

ให้  เป็นหน่วยกลาง
ในการตวง



ขวดจุน้ำเท่ากับ 5 ถ้วย

ให้  เป็นหน่วยกลางใน
การตวงถ้วย



น้ำตาล 1 ถุง ตวงได้ 10 ถ้วย



โอ่ง



ให้  เป็นหน่วยกลางในการตวง

โอ่ง จุน้ำเท่ากับ 6 ถัง

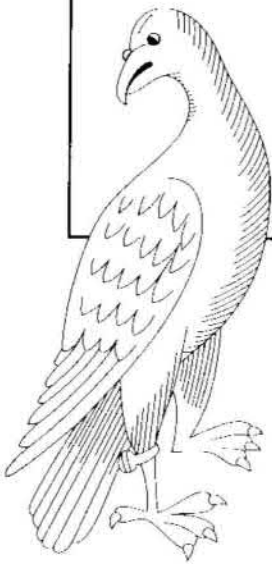
สรุป ในการตวงอาจใช้เครื่องตวงที่มีหน่วยไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน

เรื่อง การตวง

เนื้อหา การตวงโดยใช้เครื่องตวงที่มีหน่วยมาตรฐาน เป็นลิตร ถึง ถ้วยตวง
ช้อนตวง

สาระสำคัญ

1. การตวงโดยใช้เครื่องมือ หรือหน่วยที่แต่ละคนกำหนดขึ้นเอง อาจทำให้ผลของการตวงไม่ตรงกัน จึงต้องมีเครื่องตวงที่มีหน่วยมาตรฐาน
2. เครื่องตวงที่มีหน่วยมาตรฐานสำหรับตวงของมีหลายชนิด เช่น ลิตร ถึง ถ้วยตวง ช้อนตวง
3. ในการตวง เพื่อหาปริมาณของสิ่งที่ตวง หรือความจุของภาชนะ อาจใช้เครื่องตวงที่มีหน่วยมาตรฐาน



ตัวอย่าง



น้ำ 1 ขวด

1. ถ้าให้  เป็นหน่วยกลาง
ในการตวง



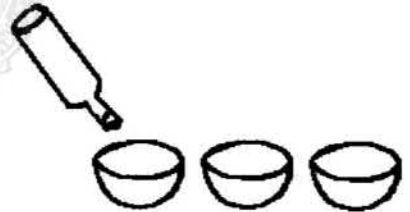
น้ำ 1 ขวด ตวงได้ 6 ถ้วย

2. ถ้าให้  เป็นหน่วยกลาง
ในการตวง



น้ำ 1 ขวด ตวงได้ 4 แก้ว

3. ถ้าให้  เป็นหน่วยกลาง
ในการตวง



น้ำ 1 ขวด ตวงได้ 3 ชัน



สรุป

การตวงโดยใช้เครื่องมือหรือหน่วยที่แต่ละคนกำหนดขึ้นเอง
อาจทำให้ผลของการตวงไม่ตรงกัน จึงต้องมีเครื่องตวงที่มี
หน่วยมาตรฐาน

ในการตวงเพื่อหาปริมาณของสิ่งของที่ตวง หรือ ความจุของภาชนะอาจใช้
เครื่องตวงที่มีหน่วยมาตรฐานเพื่อให้ได้ผลของการตวงตรงกัน

เครื่องตวงที่มีหน่วยมาตรฐาน เช่น



เครื่องตวงของแห้ง



1 ลิตร

เครื่องตวงของเหลว



1 ลิตร

ตวงน้ำมัน



ถัง



ถ้วยตวง

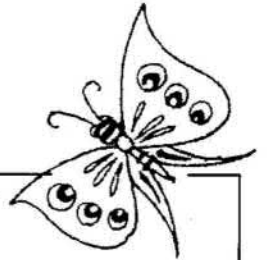


ช้อนโต๊ะ



ช้อนชา

เรื่อง การตวง
เนื้อหา การเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งที่ตวง



สาระสำคัญ

การเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งที่ตวงหรือเปรียบเทียบความจุของภาชนะ
โดยนำจำนวนหน่วยที่ตวงได้มาเปรียบเทียบกัน

ตัวอย่าง



เทน้ำในเหยือกใส่แก้วน้ำ
ได้ 8 ใบ



เทน้ำในกาใส่แก้วน้ำ
ได้ 7 ใบ

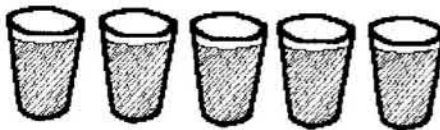
ปริมาณน้ำในเหยือกน้ำมีมากกว่าปริมาณน้ำในกา



บรรจุน้ำได้เท่ากับ



บรรจุน้ำได้เท่ากับ



ปริมาณน้ำในโอ่งน้ำมีน้ำมากกว่าถังน้ำ

เรื่อง การตวง
เนื้อหา การเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งที่ตวง



สาระสำคัญ

การเปรียบเทียบปริมาณของโดยอาศัยการตวง อาจทำได้โดยนำของนั้นบรรจุลงในภาชนะที่มีขนาดเท่ากัน หรือเปรียบเทียบความสูงของที่อยู่ในภาชนะนั้น

ตัวอย่าง



เทน้ำในเหยือกน้ำใส่ขวดได้เท่ากับ

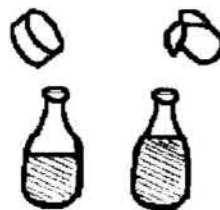


เทน้ำในกาน้ำใส่ขวดได้เท่ากับ

น้ำในเหยือกน้ำมีปริมาณมากกว่าน้ำในกาน้ำ



น้ำในแก้วน้ำใบที่ 2 มี
ปริมาณน้ำมากกว่าใบที่ 1
และน้ำในแก้วน้ำใบที่ 1 มี
ปริมาณน้ำมากกว่าใบที่ 3



น้ำในเหยือกน้ำมีปริมาณ
น้ำมากกว่าปริมาณน้ำใน
ขันน้ำ

เรื่อง การตวง

เนื้อหา การเปรียบเทียบความจุของภาชนะ

สาระสำคัญ

การเปรียบเทียบความจุของภาชนะสองขนาดอาจทำได้โดยตวงของใส่ภาชนะใบที่หนึ่งให้เต็มแล้วเทของนั้นใส่ในภาชนะใบที่สองที่ต้องการเปรียบเทียบ

ตัวอย่าง

เทของใส่ในภาชนะใบที่สองได้เต็ม และของหมดพอดี



เหยือกน้ำ



ถังน้ำ



เทน้ำในเหยือกใส่ถังน้ำได้น้ำเต็มพอดี

สรุป เหยือกน้ำมีความจุเท่ากับความจุของถังน้ำ



เทของใส่ในภาชนะใบที่สองได้เต็มแล้ว ยังเหลือมีของในภาชนะ
ใบที่หนึ่ง เหลืออยู่แสดงว่าภาชนะใบที่หนึ่งมีความจุมากกว่า

ตัวอย่าง



เหยือกน้ำ



ขวดน้ำ



เมื่อเทน้ำในเหยือกน้ำใส่ขวดน้ำเต็มขวด
แล้วเหลือน้ำในเหยือกน้ำ

สรุป เหยือกน้ำมีความจุมากกว่าความจุของขวดน้ำ



ถ้าเทของในภาชนะใบที่หนึ่งหมดก่อนที่จะเทของใส่ในภาชนะ
ใบที่สองได้เต็ม แสดงว่าภาชนะใบที่สองมีความจุมากกว่า

ตัวอย่าง



ขวดน้ำ



เหยือกน้ำ



เมื่อเทน้ำใส่เหยือกจนหมดขวดแต่น้ำยังไม่เต็มเหยือก

สรุป ขวดน้ำมีความจุน้อยกว่า ความจุของเหยือกน้ำ



เรื่อง การตวง
เนื้อหา ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยปริมาณหรือความจุ

สาระสำคัญ

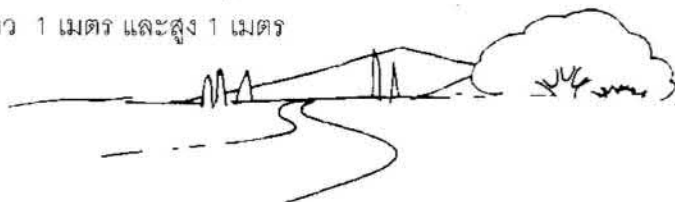
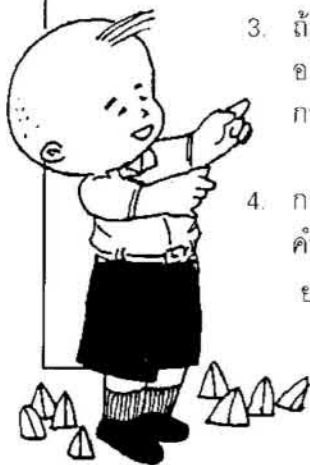
1. ปริมาณหรือความจุ 1 ลิตรเท่ากับปริมาณ หรือความจุ 1,000 มิลลิลิตร
2. ปริมาณหรือความจุ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรเท่ากับปริมาณ หรือความจุ 1 มิลลิลิตร
3. ปริมาณหรือความจุ 1 ลิตรเท่ากับปริมาณ หรือความจุ 1,000 มิลลิลิตร หรือ 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร
4. หน่วยการตวงสามารถเปรียบเทียบกันได้ในมาตราเดียวกัน และต่างมาตรากัน

ตัวอย่าง

- ☞ ข้าวสาร 1 ถัง ตวงเป็นลิตรได้ _____ ลิตร
- ☞ น้ำเชื่อม 1 ลิตร แยกใส่ถ้วยตวงขนาด 200 มิลลิลิตรได้ _____ ถ้วย

ข้อเสนอแนะ

1. ความสัมพันธ์ระหว่างมาตราไทยกับมาตราเมตริก
20 ลิตร เท่ากับ 1 ถัง
100 ถัง เท่ากับ 1 เกวียน
2. บางท้องถิ่นใช้การชั่งแทนการตวงข้าวสาร โดยชั่ง
15 กิโลกรัม เท่ากับ 1 ถัง
3. ถ้วยตวง ช้อนตวง เป็นหน่วยที่ใช้ในบ้าน เช่น การประกอบอาหาร การรับประทานยา ไม่ใช่หน่วยมาตรฐานสากลที่ใช้ในการซื้อขาย มีความสัมพันธ์กันดังนี้
1 ช้อนโต๊ะ เท่ากับ 3 ช้อนชา
4. การซื้อขายดิน หร่าย หิน จะซื้อขายกันเป็น “คิว” ซึ่งมาจากคำว่า คิวบิกเมตร หรือ ลูกบาศก์เมตร ซึ่งหมายถึงดินที่กว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร และสูง 1 เมตร



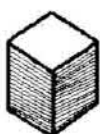
เรื่อง การตวง

เนื้อหา การหาความจุของภาชนะและหน่วยการตวงเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร

สาระสำคัญ

ปริมาณหรือความจุ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรเท่ากับปริมาณหรือความจุ 1 มิลลิลิตร
 ปริมาณหรือความจุ 1 ลิตร เท่ากับปริมาณหรือความจุ 1,000 มิลลิลิตร
 ปริมาณหรือความจุ 1 ลิตรเท่ากับปริมาณหรือความจุ 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตัวอย่าง



รูปทรงที่มีด้านเท่ากันทุกด้านเรียกว่า ลูกบาศก์

ลูกบาศก์ที่มีด้านแต่ละด้านยาว 1 เซนติเมตร มีความจุ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร
 ทำนองเดียวกันลูกบาศก์ที่มีความจุ 1 ลูกบาศก์เมตร หมายถึง ลูกบาศก์ที่มีความกว้าง
 ความยาว ความสูง 1 เมตรเท่านั้น

เครื่องตวงมาตรฐานประเภทต่าง ๆ จะระบุความจุไว้ เช่น



800 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ต้องการทราบความจุของภาชนะ (เหยือกน้ำ)



- นำของเหลวหรือน้ำหรือของที่ตวงได้บรรจุลงในภาชนะ (เหยือกน้ำ) ที่ต้องการหาความจุให้เต็ม
- นำเครื่องตวงที่มีหน่วยมาตรฐาน เช่น ถ้วยตวง  ที่บอกขนาดความจุโดยละเอียด มาตวงของเหลว หรือของที่ตวงได้ในภาชนะที่ต้องการหาความจุ (อาจเทของที่บรรจุอยู่ในเหยือกลงในถ้วยตวงอย่างละเอียดทีละถ้วยตามลำดับ แล้วจดบันทึกไว้จนหมดสิ่งที่บรรจุอยู่ในภาชนะที่ต้องการทราบความจุ แล้วรวมกันเพื่อหาปริมาตรความจุที่ต้องการ

ข้อสรุป 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร เท่ากับ 1 มิลลิลิตร

1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร เท่ากับ 1 ลิตร เท่ากับ 1000 มิลลิลิตร

เรื่อง การตวง
เนื้อหา การเลือกเครื่องตวงและหน่วยการตวงที่เหมาะสม

สาระสำคัญ

1. ในการตวง ต้องตวงให้ถูกวิธีและควรเลือกใช้เครื่องตวงและหน่วยการตวงที่เป็นมาตรฐานให้เหมาะสมกับสิ่งที่ต้องการจะตวง
2. เครื่องตวงที่มีหน่วยมาตรฐานสำหรับตวงของมีหลายชนิด เช่น ลิตร ถึง ถ้วยตวง ช้อนตวง



เครื่องมือตวง

ชนิด	ขนาด	หน่วยการตวง
ถึง	1 ถึง $\frac{1}{2}$ ถึง	ถึง
ลิตร	1 ลิตร $\frac{1}{2}$ ลิตร $\frac{1}{4}$ ลิตร	ลิตร
ถ้วยตวง	-	ลูกบาศก์เซนติเมตร
		มิลลิลิตร
ช้อนตวง	-	ลูกบาศก์เซนติเมตร
		มิลลิลิตร

การเลือกเครื่องตวงและหน่วยการตวง

สิ่งของที่ตวง	เครื่องตวง				หน่วยการตวง		
	ถ้วยตวง	ช้อนตวง	ถ้วยตวง	ช้อนตวง	ถ้วยตวง	ช้อนตวง	ลูกบาศก์เซนติเมตร หรือมิลลิลิตร
○ ข้าวสาร							
○ น้ำปลา (ปริมาณที่ซื้อขาย)							
○ น้ำมันเชื้อเพลิง							
○ น้ำตาล (ปริมาณที่ปรุงอาหาร)							
○ น้ำเชื่อม (ปริมาณปรุงอาหาร)							

สรุป

1. การเลือกเครื่องตวง พิจารณาจาก
 - ✎ ชนิดสิ่งของที่ตวง
 - ✎ ปริมาณของสิ่งของที่ต้องการ
2. การเลือกหน่วยตวงพิจารณาจากปริมาณของสิ่งของที่ต้องการ เช่น การตวงข้าวสาร อาจตวงเป็นถ้วย หรือลิตร ขึ้นอยู่กับปริมาณที่ต้องการตวง



เรื่อง การตวง
เนื้อหา การกะเนปริมาณของและความจุภาชนะ



สาระสำคัญ

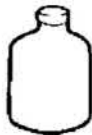
การกะเนปริมาณสิ่งของที่ตวงได้หรือความจุ เป็นการใช้สายตาคะปริมาณหรือความจุที่ใกล้เคียงกับที่เป็นจริงโดยไม่ใช้เครื่องมือ

ตัวอย่าง



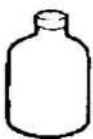
มีภาชนะหลาย ๆ ชนิด สังเกตด้วยสายตาคะเนความจุของภาชนะตามลำดับ

ถ้าขวดหมายเลข 4



เป็นขวดน้ำดื่ม ขนาดบรรจุ 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ขวดอื่น ๆ จะมีความจุประมาณเท่าไร.....



กะเนความจุแล้วตวงหาความถูกต้อง



น้ำดื่ม 1 ขวด ขนาดความจุ 1,000 มิลลิลิตร จะเทใส่แก้วได้กี่แก้ว

ข้อสังเกต การกะเนความจุเป็นทักษะการประมาณ
ต้องฝึกเพื่อให้เกิดความชำนาญ

เรื่อง เวลา
เนื้อหา การบอกเวลาเป็นนาฬิกาและนาฬิกา

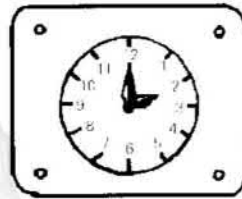
สาระสำคัญ

เราบอกเวลาเป็นนาฬิกาและนาฬิกา



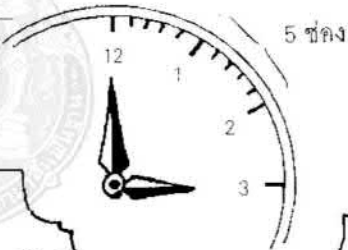
ตัวอย่าง

1. ให้บอกเวลาเป็นนาฬิกาตรงตามเข็มนาฬิกาที่กำหนดให้

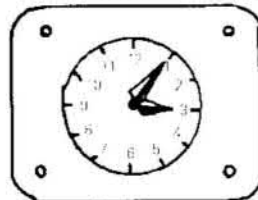


อ่านว่า
2 นาฬิกา

2. ให้สังเกตช่องเล็ก ๆ ใน 1 ช่องใหญ่บนหน้าปัดนาฬิกาว่ามีกี่ช่อง (5 ช่อง)



3. ช่องเล็กเท่ากับ 1 นาที 1 ช่องใหญ่เท่ากับ 5 นาที และครบ 1 รอบเท่ากับ 60 นาที

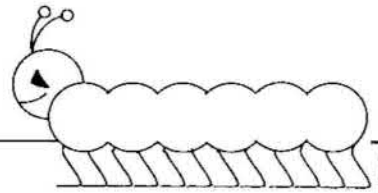


อ่านว่า
3 นาฬิกา 5 นาที

4. ให้สังเกตความสัมพันธ์ของการเดินของเข็มนาฬิกาและบอกเวลา เมื่อเข็มนาฬิกาเลื่อนจากตำแหน่งตัวเลข 12 ดังรูป

สรุป การบอกเวลาเป็นนาฬิกาดูจากเข็มสั้น และบอกเวลาเป็นนาทีดูจากเข็มยาว

เรื่อง เวลา
เนื้อหา การเขียนบอกเวลา



สาระสำคัญ

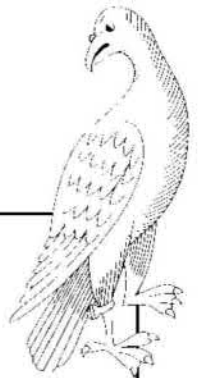
ในการเขียนบอกเวลา นิยมใช้จุดคั่นระหว่างตัวเลขที่บอกเวลาเป็นชั่วโมง กับนาที และใช้ “น.” เป็นอักษรย่อของคำว่า “นาฬิกา” เช่น 8 นาฬิกา 30 นาที เขียนเป็น 8.30 น.

ตัวอย่าง

เวลากลางวัน		นาฬิกา	เวลากลางคืน	
บอกเวลา	การเขียนย่อ		บอกเวลา	การเขียนย่อ
15 นาฬิกา 5 นาที	15.05 น.		3 นาฬิกา 5 นาที	3.05 น.
9 นาฬิกา 25 นาที	9.25 น.		21 นาฬิกา 25 นาที	21.25 น.
17 นาฬิกา 35 นาที	17.35 น.		5 นาฬิกา 35 นาที	5.35 น.
10 นาฬิกา 45 นาที	10.45 น.		22 นาฬิกา 45 นาที	22.45 น.

- ข้อสังเกต**
1. การเขียนบอกเวลาโดยย่อใช้จุดเดียวหรือ 2 จุดก็ได้ เช่น 9.30 น. หรือ 9:30 น. แต่ที่นิยมใช้เมืองไทยจะใช้จุดเดียว
 2. การใช้จุด ในการเขียนย่อเวลานาฬิกา มิใช่ทศนิยม

เรื่อง เงิน
เนื้อหา ลักษณะและค่าของเงินเหรียญและธนบัตรชนิดต่าง ๆ

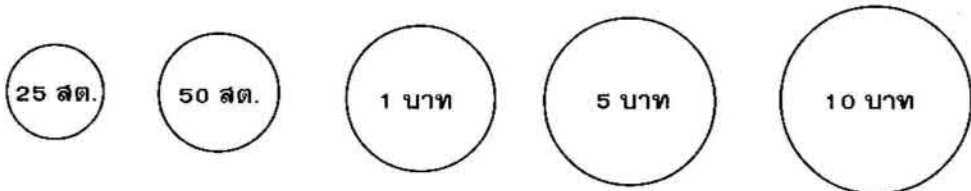


สาระสำคัญ

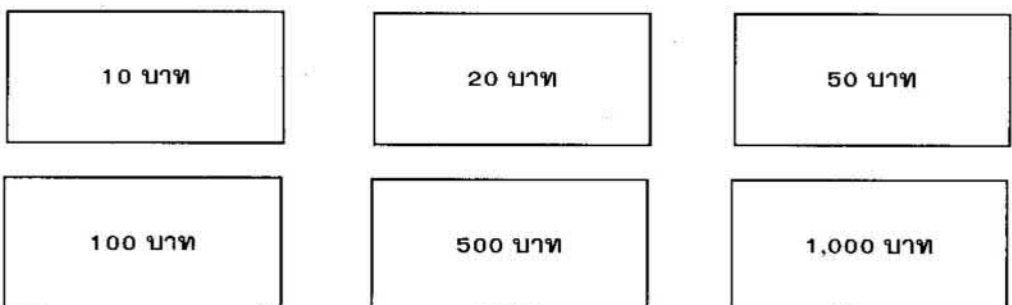
1. เงินเหรียญและธนบัตรเป็นสิ่งที่ใช้ในการซื้อขายแลกเปลี่ยน
2. เงินเหรียญและธนบัตรมีลักษณะและค่าต่างกัน
3. เงินเหรียญของไทยที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ได้แก่ เหรียญยี่สิบห้า สตางค์ เหรียญห้าสิบสตางค์ เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าบาท เหรียญสิบบาท
4. ธนบัตรของไทยที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ได้แก่ ธนบัตรใบละสิบบาท ธนบัตรใบละยี่สิบบาท ธนบัตรใบละห้าสิบบาท ธนบัตรใบละหนึ่งร้อยบาท ธนบัตรใบละห้าร้อยบาท และธนบัตรใบละหนึ่งพันบาท
5. ค่าของเงินเหรียญและธนบัตรได้จากตัวเลขบนธนบัตร หรือเงินเหรียญนั้น ๆ

ตัวอย่าง

เงินเหรียญที่ใช้ในการซื้อขายแลกเปลี่ยนในปัจจุบัน



ธนบัตรที่ใช้ในการซื้อขายแลกเปลี่ยน



เรื่อง เงิน
เนื้อหา การเปรียบเทียบค่าของเงินเหรียญและธนบัตร
และการแลกเงิน

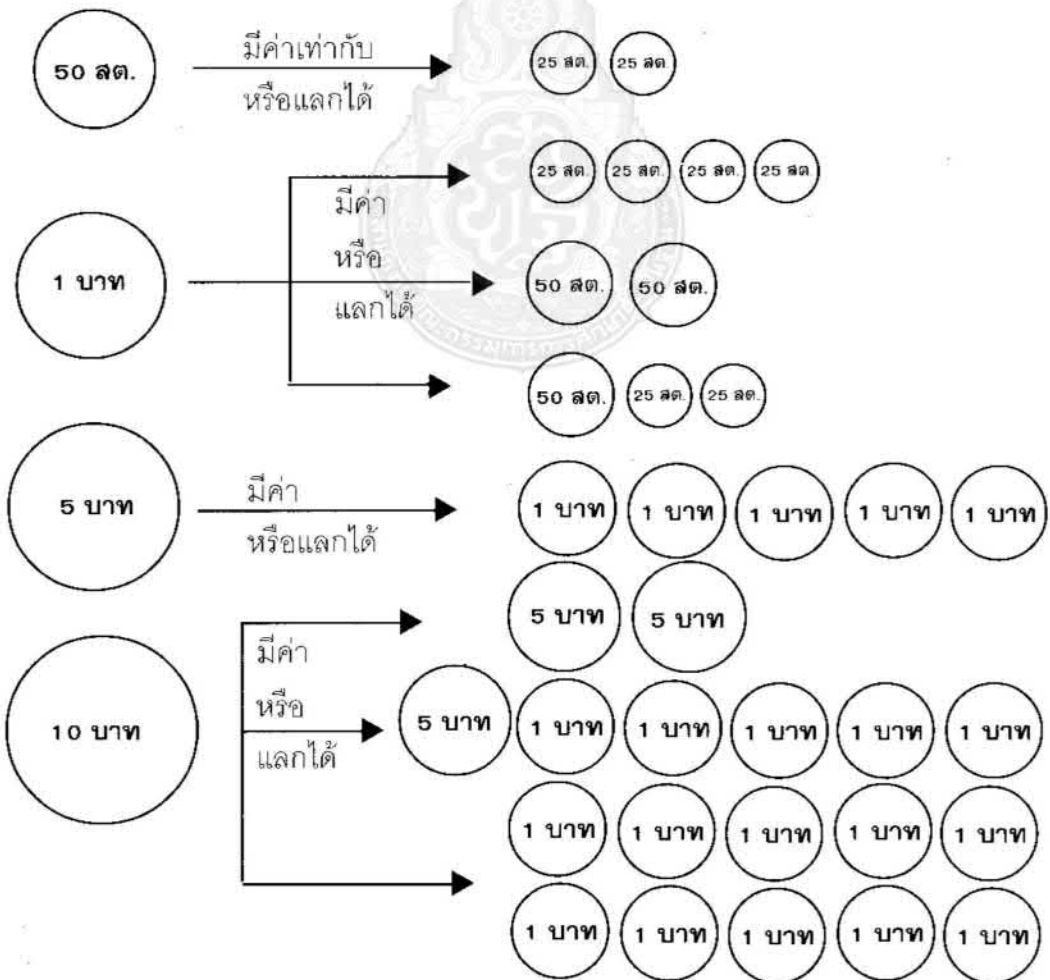
สาระสำคัญ

ค่าของธนบัตรและเงินเหรียญมีความสัมพันธ์และ
เปรียบเทียบค่ากันได้

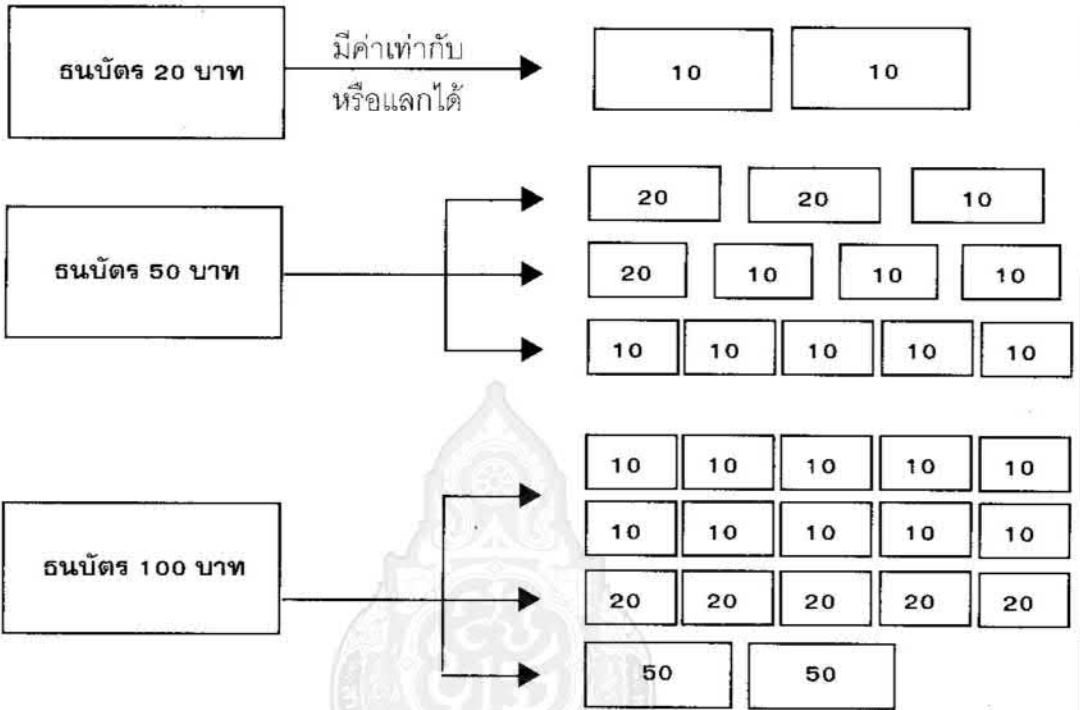


ตัวอย่าง

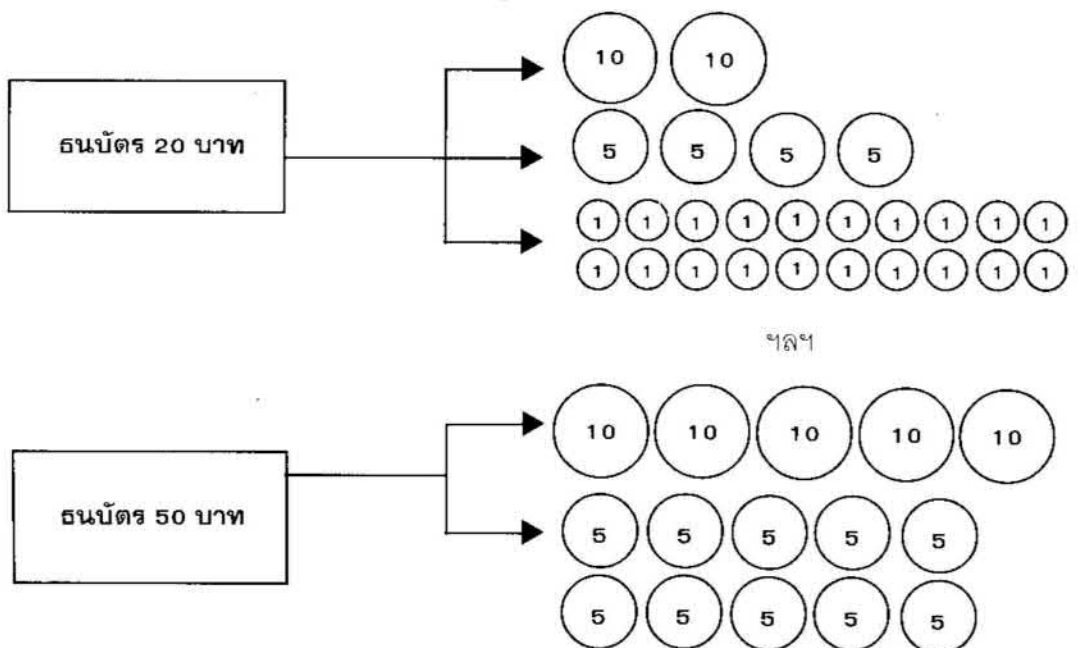
การแลกเงินหรือ เปรียบเทียบค่าของเงินเหรียญกับเงินเหรียญ



การแลกเงินหรือ เปรียบเทียบค่าของธนบัตรกับธนบัตร



การแลกเงินหรือเปรียบเทียบ



เรื่อง เงิน

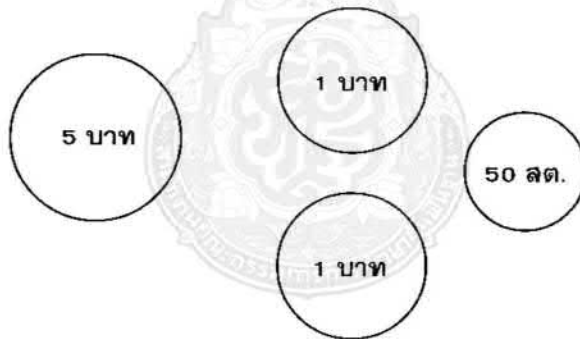
เนื้อหา การเขียนและอ่านจำนวนเงิน

สาระสำคัญ

การเขียนจำนวนเงิน อาจเขียนโดยใช้จุดคั่นระหว่างจำนวนเงินที่เป็นบาทกับจำนวนเงินที่เป็นสตางค์ เช่น 15 บาท 75 สตางค์ เขียนเป็น 15.75 บาท และอ่านว่า สิบห้าบาท เจ็ดสิบบ้าสตางค์ หรือสิบห้าจุดเจ็ดห้าบาท



ตัวอย่าง



รวมเป็นเงิน 7 บาท 50 สตางค์
เขียนโดยใช้จุด 7.50 บาท
อ่านว่า เจ็ดบาทห้าสิบบสตางค์
หรือ เจ็ดจุดห้าศูนย์บาท



หรือ :

จำนวนเหรียญ			มีค่า		เขียนโดยใช้จุด
5 บาท	1 บาท	50 สตางค์	บาท	สตางค์	
1	2	1	7	50	7.50 บาท
2	2	2	13	-	13.00 บาท
3	1	3	17	50	
3	3	4			
4	2	3			
.....					
.....					
.....					



เรื่อง เงิน
เนื้อหา การซื้อขายและทอนเงิน



สาระสำคัญ

1. เงินทอน คือ เงินที่ผู้ซื้อจะต้องได้รับคืนจากผู้ขายเมื่อผู้ซื้อให้เงินมากกว่าราคาสินค้าของ
2. เมื่อรวมเงินทอนกับจำนวนเงินที่เป็นราคาสินค้าของแล้วจะเท่ากับเงินที่ผู้ซื้อให้ผู้ขาย

ตัวอย่าง

(1)	(2)	(3)	(4)
สิ่งของที่ซื้อ	ราคาสินค้าของ	จำนวนเงินที่จ่าย	เงินทอน (จำนวนเงินที่เกิน)
	3 บาท	5 บาท	2 บาท
	12 บาท	20 บาท	8 บาท
		5 บาท	1 บาท 1 บาท
		20 บาท	5 1 1 1

ลองคิดดู นำจำนวนเงินในช่อง 4 รวมกับช่อง 2 จะเท่ากับช่อง 3 หรือไม่
2 บาท รวมกับ 3 บาท เท่ากับ 5

สรุป เมื่อรวมเงินทอนกับจำนวนเงินที่เป็นราคาสินค้าของแล้วจะเท่ากับเงินที่ผู้ซื้อจ่ายให้ผู้ขาย

เรื่อง เงิน
เนื้อหา การบันทึกรายรับรายจ่าย



สาระสำคัญ

การบันทึกรายรับรายจ่ายให้เป็นหมวดหมู่จะช่วยให้อ่านรายรับรายจ่ายได้สะดวกและชัดเจนขึ้น

ตัวอย่าง เด็กหญิงสุมาลีบันทึกค่าใช้จ่าย ดังนี้

“วันที่ 1 พฤศจิกายน 2542 แม่ให้เงิน 10.00 บาท ซื้อสมุด 4.50 บาท ซื้อขนม 2.00 บาท ซื้อน้ำดื่ม 1.00 บาท วันที่ 2 พฤศจิกายน 2542 แม่ให้เงิน 6.00 บาท ซื้อดินสอสี 3.50 บาท”

จากการบันทึกข้างต้น ถ้าจะหาจำนวนเงินที่ใช้จ่ายไปว่ามีเท่าไร ได้รับเงินจากแม่เท่าไร จะหาคำตอบได้ยาก

ถ้าบันทึกให้เป็นระเบียบและแยกช่องให้ชัดเจนจะช่วยให้หาคำตอบได้ง่ายขึ้น

วัน เดือน ปี	รายการ	รายรับ (บาท)	รายจ่าย (บาท)
1 พ.ย. 42	แม่ให้เงิน	10.00	-
	ซื้อสมุด	-	4.50
	ซื้อขนม	-	2.00
	ซื้อน้ำดื่ม	-	1.00
2 พ.ย. 42	แม่ให้เงิน	6.00	-
	ซื้อดินสอสี	-	3.50

จะเห็นว่า บันทึกที่จัดทำขึ้นใหม่ สามารถบอกจำนวนเงินที่ได้รับที่เรียกว่า “รายรับ” และจำนวนเงินที่ใช้หรือจ่ายไปที่เรียกว่า “รายจ่าย” ได้ง่ายขึ้น แต่ถ้าจะให้ชัดเจนยิ่งขึ้น สามารถหาจำนวนเงินที่เหลือได้ด้วย ก็อาจบันทึกตามแบบดังนี้

บันทึกการรับรายจ่ายของ ด.ญ.สุมาลี
ตั้งแต่วันที่ 1 ถึงวันที่ 2 พฤศจิกายน 2542

วัน เดือน ปี	รายการ	รายรับ	รายจ่าย	คงเหลือ
		บาท	บาท	บาท
1 พ.ย. 42	แม่ให้เงิน	10.00	-	10.00
	ซื้อสมุด	-	4.50	5.50
	ซื้อขนม	-	2.00	3.50
	ซื้อน้ำดื่ม	-	1.00	2.50
2 พ.ย. 42	แม่ให้เงิน	6.00	-	6.00
	ซื้อดินสอสี	-	3.50	2.50

แบบบันทึกใหม่นี้ ทำให้ทราบว่าแต่ละครั้งที่มีการใช้จ่าย หรือรับเงินจะมีเงินเหลือ
อยู่อีกเท่าไร ทำให้สามารถทราบฐานะทางการเงินของตนเองได้



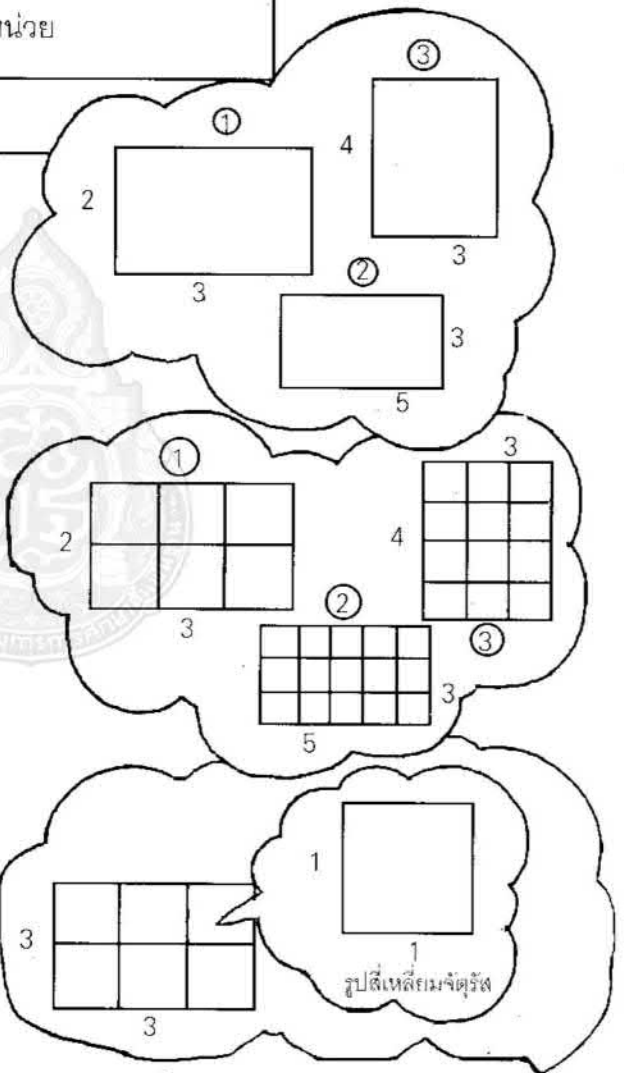
เรื่อง พื้นที่
เนื้อหา การหาพื้นที่เป็นตารางหน่วยโดยการนับตาราง

สาระสำคัญ

พื้นที่ 1 ตารางหน่วย เท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีด้านทุกด้านยาว 1 หน่วย

ตัวอย่าง

1. สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 2-3 รูป ให้มีความยาวของด้านและหน่วยวัดที่ต่างกัน
2. ลากเส้นตีตารางบนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ขนาด 1×1 หน่วย ทุกภาพ
3. สังเกตและนับจำนวนตารางของแต่ละรูปว่ามีกี่ตาราง
4. สังเกตและตอบคำถามดังนี้
 - ๔.๑ ตารางเล็ก ๆ ในสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมอะไร
 - ๔.๒ ตารางเล็ก ๆ แต่ละตารางมีความยาวของด้านเท่าไร รูปสี่เหลี่ยมเล็กเรียกว่าพื้นที่ 1 ตารางหน่วย



สรุป พื้นที่ 1 ตารางหน่วยเท่ากับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านทุกด้านยาว 1 หน่วย

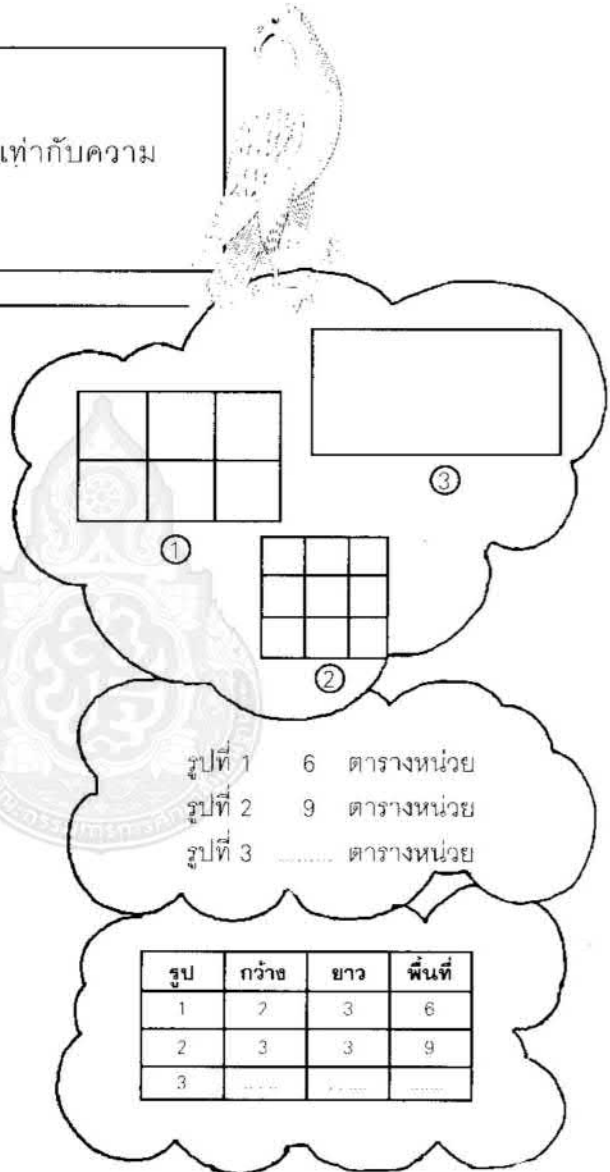
เรื่อง พื้นที่
เนื้อหา การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดความยาวของด้านให้

สาระสำคัญ

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเท่ากับผลคูณของความกว้างคูณความยาว

ตัวอย่าง

1. มีกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากต่างขนาดกัน 2-3 รูป แล้วให้ตัดตารางที่มีขนาด 1×1 หน่วย ลงบนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทุกรูป
2. นับจำนวนตารางเล็ก ๆ ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่ละรูปว่ามีจำนวนกี่ตารางหน่วย จำนวนตารางหน่วยที่นับได้ทั้งหมดของแต่ละรูปเป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้น ๆ
3. บอกความกว้างและความยาวของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูป และให้พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก กับความกว้างและความยาวของแต่ละรูป



สรุป พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเท่ากับผลคูณของความกว้างคูณความยาว

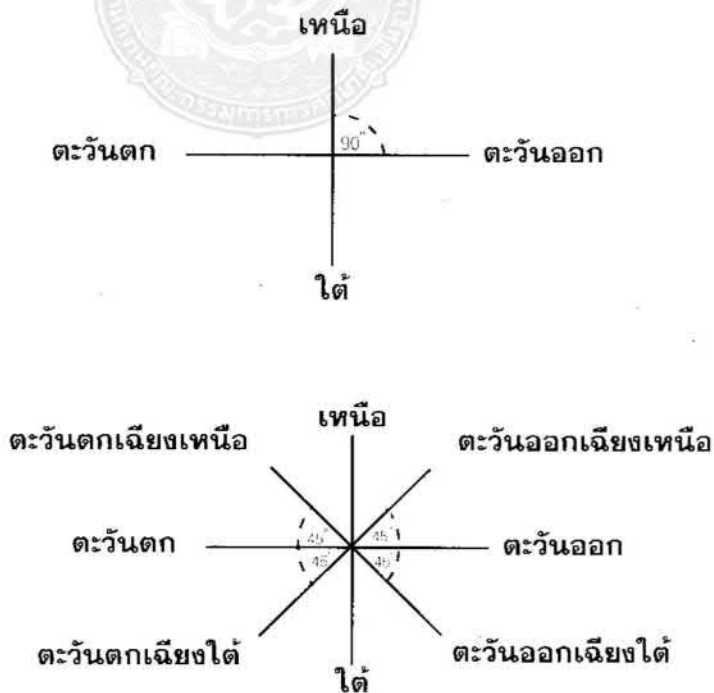
เรื่อง ทิศและแผนผัง
เนื้อหา ทิศ

สาระสำคัญ

- ☛ ทิศหลักมีสี่ทิศ คือ ทิศเหนือ ทิศใต้ ทิศตะวันออกและทิศตะวันตก
- ☛ ทิศอีกสี่ทิศอยู่ในแนวกึ่งกลางของทิศหลักทั้งสี่ ได้แก่
 - 1) ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ อยู่ระหว่างทิศตะวันออกกับทิศเหนือโดยทำมุม 45 องศา กับทิศตะวันออก
 - 2) ทิศตะวันออกเฉียงใต้ อยู่ระหว่างทิศตะวันออกกับทิศใต้ โดยทำมุม 45 องศา กับทิศตะวันออก
 - 3) ทิศตะวันตกเฉียงเหนือ อยู่ระหว่างทิศตะวันตกกับทิศเหนือ โดยทำมุม 45 องศา กับทิศตะวันตก
 - 4) ทิศตะวันตกเฉียงใต้ อยู่ระหว่างทิศตะวันตกกับทิศใต้ โดยทำมุม 45 องศา กับทิศตะวันตก



ตัวอย่าง



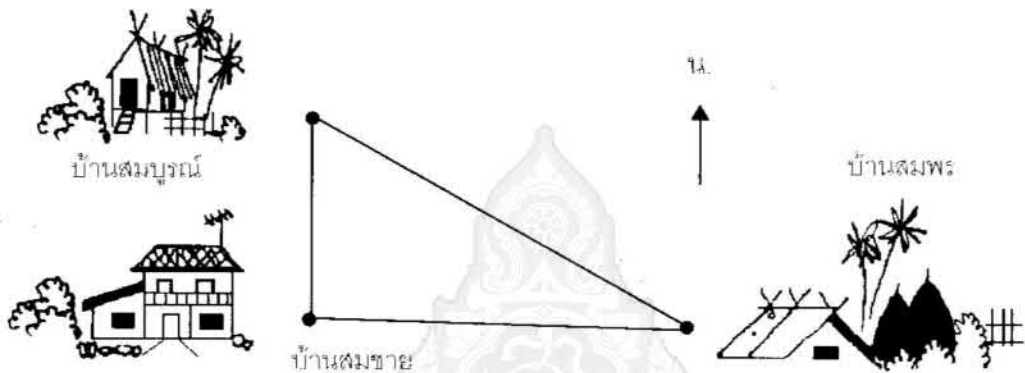
เรื่อง ทิศและแผนผัง
เนื้อหา การบอกตำแหน่งโดยทิศ

สาระสำคัญ

- รูปย่อส่วน หรือขยายส่วนที่แสดงขนาดและทิศทางที่ถูกต้อง เรียกว่า แผนผัง
- น เป็นเครื่องหมายชี้บอกทิศเหนือ

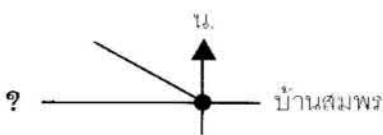
ตัวอย่าง

แผนผังแสดงที่ตั้งบ้านสมชาย สมพร และ สมบูรณ์



หลักการพิจารณา

บ้านสมชายอยู่ทางทิศใดของบ้านสมพรให้พิจารณาทิศของสมพรเป็นหลัก



บ้านของสมชายอยู่ทางทิศตะวันตกของสมพร

บ้านของสมชายอยู่ทางทิศใต้ของบ้านสมบูรณ์

บ้านของสมบูรณ์อยู่ทางทิศเหนือของบ้านสมชาย

บ้านของสมบูรณ์อยู่ทางทิศตะวันตกเฉียงเหนือ

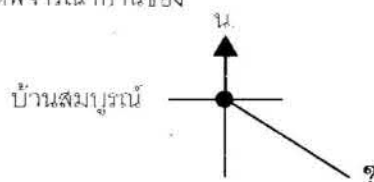
ของบ้านสมพร

บ้านของสมพรอยู่ทางทิศตะวันตกของบ้านสมชาย

บ้านของสมพรอยู่ทางทิศตะวันออกเฉียงใต้

ของบ้านสมบูรณ์

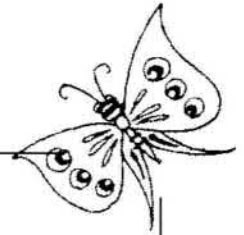
ดังนั้น บ้านสมชายอยู่ทางทิศตะวันตกของบ้านสมพร บ้านของใครอยู่ทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ของบ้านสมบูรณ์ ให้พิจารณาทิศของสมบูรณ์เป็นหลัก



ดังนั้น บ้านสมพรอยู่ทางทิศตะวันตกเฉียงใต้ของบ้านสมบูรณ์



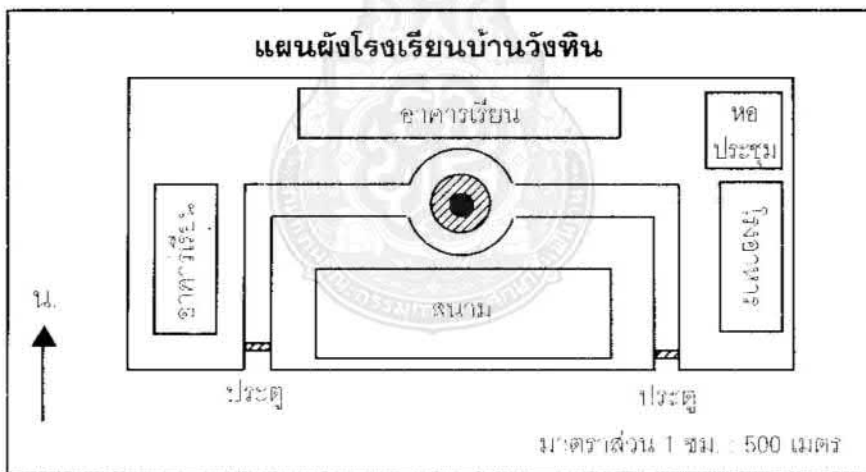
เรื่อง ทิศและแผนผัง
เนื้อหา แผนผัง การอ่าน การเขียนแผนผัง



สาระสำคัญ

- ๑. ๖ แผนผังควรมีมาตราส่วนกำกับ เพื่อให้ทราบความยาว ความสูง หรือระยะทางจริง
- ๑. ๗ มาตราส่วนเขียนได้ 2 แบบ คือ ใช้หน่วยที่ต่างกัน เช่น 1 ซม. : 5 ม. และใช้หน่วยเดียวกัน เช่น 1 : 10,000 ซม.
- ๑. ๘ แผนผังที่เขียนโดยการประมาณระยะทางและบอกตำแหน่งของสิ่งต่าง ๆ อย่างคร่าว ๆ เรียกว่า แผนผังโดยสังเขป

ตัวอย่าง



พื้นฐานทางเรขาคณิต

โครงสร้างเนื้อหาคณิตศาสตร์ในพื้นฐานทางเรขาคณิต เป็นเรื่องที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต และรูปทรงเรขาคณิต เป็นต้น

เรขาคณิตเป็นคณิตศาสตร์แขนงหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับรูปร่าง ขนาดของสิ่งรอบ ๆ ตัวเรา เป็นวิชาที่ว่าด้วยความสัมพันธ์ระหว่างเส้น มุม มีทั้งเรขาคณิตพื้นราบ เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมและวงกลม เรขาคณิตสามมิติ เช่น ลูกบาศก์ ทรงกรวย และทรงกลม เป็นต้น

ความเป็นมาของเรขาคณิตเริ่มจากชาวอียิปต์ และบาบิโลเนีย (ประมาณ 6,000 ปีมาแล้ว) ได้ค้นพบกฎเกณฑ์ง่าย ๆ ในการคำนวณพื้นที่และปริมาตรของรูปทรงต่าง ๆ เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า วงกลม และพีระมิด ชาวอียิปต์และบาบิโลเนียไม่มองคณิตศาสตร์ในเชิงวิชาการ แต่คิดว่าเป็นเพียงเครื่องมือที่จะใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน เช่น การคำนวณหาเนื้อที่ของไร่นา การใช้คณิตศาสตร์ ในการก่อสร้างวิหารหรือพีระมิด เป็นต้น

ชาวกรีกได้ความรู้เบื้องต้นทางคณิตศาสตร์จากชาวอียิปต์และบาบิโลเนีย แต่ชาวกรีกได้วางกฎเกณฑ์จนทำให้คณิตศาสตร์กลายเป็นวิชาที่มีเหตุผล มีการพิสูจน์ให้เห็นจริง เช่น มุมฉากสองมุมย่อมเท่ากัน พื้นที่วงกลมเท่ากับ π คูณ กำลังสองของรัศมี นักคณิตศาสตร์ชาวกรีกที่สำคัญมีดังนี้

เอเลียส พิสูจน์ทฤษฎีบททางเรขาคณิต เช่น เส้นผ่าศูนย์กลางจะแบ่งครึ่งวงกลม มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเท่ากัน และมุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมฉาก เป็นต้น

ยูคลิด เป็นผู้ค้นพบทฤษฎีบท (ข้อความที่พิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง) ถึง 465 ทฤษฎีบท และได้วางพื้นฐานการเรียนรู้เรขาคณิตโดยกล่าวถึงจุด เส้น และรูป

อาร์คิมิดีส สนใจการหาพื้นที่วงกลม พบว่า π มีค่าประมาณ $\frac{22}{7}$

ต่อมาอารยธรรมกรีกได้หยุดชะงักลงเนื่องจากอาณาจักรโรมันได้แผ่อำนาจและเข้ายึดครองกรีก ชาวโรมันไม่สนใจการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับด้านทฤษฎีและได้ทำลายอารยธรรมกรีกทั้งทางตรงและทางอ้อม แต่ชาวอาหรับได้ตระหนักว่า กรีกได้สร้างสรรค์ผลงานวิชาการด้านต่าง ๆ ไว้เป็นจำนวนมาก จึงได้รวบรวมเก็บรักษาเพื่อถ่ายทอดต่อ ๆ มา ครั้นเมื่อสงครามระหว่างชาวอาหรับและชาวยุโรปยุติลง ชาวยุโรปจึงเริ่มฟื้นฟูการศึกษา โดยได้ศึกษาคณิตศาสตร์จากตำราของชาวอาหรับแล้วจึงเผยแพร่ไปยังอินเดีย ชวา และไทย

ชาวยุโรปได้รับอิทธิพลจากชาวกรีกด้านความคิดที่ว่า **มนุษย์ต้องศึกษาตัวเองและธรรมชาติ** ทำให้ค้นพบเรขาคณิตแนวใหม่ เรียกว่าเรขาคณิตภาพฉาย มีความหมายว่า

ถ้าเรายืนหันหน้าไปยังที่กว้างและโล่ง ลำแสงจากทุกทิศทางมาสู่ตาเรา เส้นตรงที่เข้ามาในสายตารของเราและรวมตัวกันก่อนถึงตา แสดงถึงเรขาคณิตภาพฉาย

เรขาคณิตภาพฉายไม่ได้รับความสนใจเท่าที่ควร จึงมีการสร้างเรขาคณิตแขนงใหม่เรียกว่า **เรขาคณิตวิเคราะห์** ซึ่งประยุกต์มาจากพีชคณิตในเรื่องเรขาคณิต

วิชาเรขาคณิตมีประโยชน์ในการก่อสร้าง เช่น การออกแบบก่อสร้างอาคาร การก่อสร้างถนน สะพาน เขื่อนกั้นน้ำ การคำนวณในวิชาดาราศาสตร์ การเดินเรือ การสำรวจและการรังวัดที่ดิน



เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รั้วสี และมุม

เนื้อหา จุด ส่วนของเส้นตรง

สาระสำคัญ

จุด

จุดใช้แสดงตำแหน่ง การกำหนดชื่อจุด ช่วยให้เข้าใจตรงกันว่า กล่าวถึงจุดใด ชื่อจุดนิยมใช้เป็นตัวอักษร

จุด ก ใช้สัญลักษณ์ ก

จุด ง ใช้สัญลักษณ์ ง



ส่วนของเส้นตรง

-  เส้นที่มีจุดปลายสองจุด และมีแนวตรง เรียกว่า ส่วนของเส้นตรง
-  การเรียกชื่อส่วนของเส้นตรง นิยมเรียกตามอักษรตัวที่เป็นจุดปลายของส่วนของเส้นตรงนั้น

ตัวอย่าง

ก _____ ข

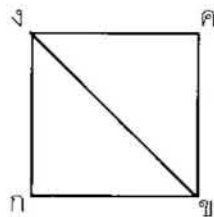
ส่วนของเส้นตรง กข หรือ ส่วนของเส้นตรง ขก

ใช้สัญลักษณ์ กข หรือ ขก

มีจุด ก และ จุด ข เป็นจุดปลาย

รูปนี้ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรง 5 เส้น คือ

1. กข หรือ ขก
2. กง หรือ งก
3. _____ หรือ _____
4. _____ หรือ _____
5. _____ หรือ _____



ช่วยเขียนต่อให้เสร็จ
หน่อยนะคะ



พื้นฐานเรขาคณิต

- ☐ จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด
เส้นตรง รังสี มุม
- ☐ รูปเรขาคณิต
- ☐ ทรงเรขาคณิต

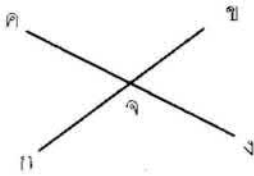
เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รังสี และมุม
เนื้อหา จุดตัด



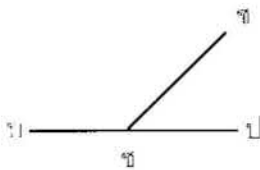
สาระสำคัญ

จุดตัด คือ จุดที่ส่วนของเส้นตรงสองเส้นตัดกัน หรือ พบกัน

ตัวอย่าง



ส่วนของเส้นตรง กข ตัดกับส่วนของเส้นตรง คง
ที่จุด จ จุด จ เรียกว่า จุดตัด



ส่วนของเส้นตรง กข พบกับส่วนของเส้นตรง ขข
ที่จุด ข จุด ข เรียกว่า จุดตัด

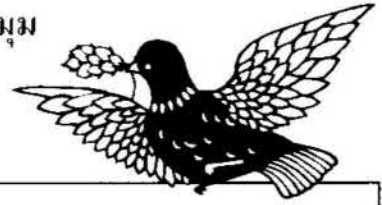


ในชีวิตประจำวัน เราจะพบส่วนของเส้นตรงที่พบกัน หรือ ตัดกันมากมาย
เช่น ขอบประตู ขอบหน้าต่าง ขอบโต๊ะ ขอบสมุด ขอบหนังสือ เป็นต้น



เมื่อส่วนของเส้นตรงสองเส้น พบกันหรือ
ตัดกัน จะมีจุดตัดได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น

เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รั้วสี และมุม
เนื้อหา เส้นตรง



สาระสำคัญ

ถ้าต่อจุดปลายทั้งสองข้างของส่วนของเส้นตรง
ออกไปในแนวตรง โดยไม่สิ้นสุด จะเรียกว่า **เส้นตรง**

การเรียกชื่อเส้นตรง นิยมเรียกตามอักษรสองตัวที่เป็น
ชื่อของจุด 2 จุดใด ๆ บนเส้นตรงนั้น

< > เป็นสัญลักษณ์แสดง เส้นตรง

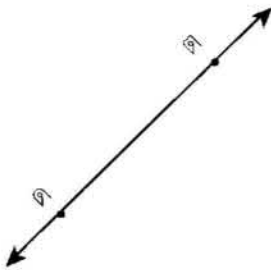


ตัวอย่าง



เส้นตรง กข หรือเส้นตรง ขก

ใช้สัญลักษณ์ < ก > หรือ < ข >



เส้นตรง ดต หรือเส้นตรง ตด

ใช้สัญลักษณ์ < ด > หรือ < ต >

ข้อสังเกต

การเรียกชื่อเส้นตรง หรือส่วนของเส้นตรง จะเรียกอักษรตัวใดก่อน-หลัง ก็ได้

เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รังสี และมุม
เนื้อหา รังสี



สาระสำคัญ

กำหนดจุดปลาย 1 จุด เมื่อลากเส้นตรงจากจุดที่กำหนดนั้นออกไปไม่สิ้นสุด จะเรียกว่า รังสี

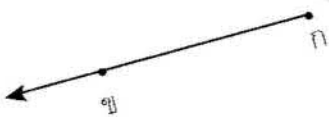
การเรียกชื่อรังสี นิยมเรียกตามตัวอักษร 2 ตัว อักษรตัวแรกเป็นชื่อจุดปลาย และอักษรตัวที่สอง เป็นชื่อของอีกจุดหนึ่งบนรังสีนั้น

→ เป็นสัญลักษณ์แสดงรังสี และทิศทางของลูกศรในสัญลักษณ์

ตัวอย่าง



รังสี งจ ใช้สัญลักษณ์ งจ
มีจุด ง เป็นจุดปลาย

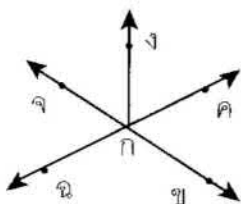


รังสี กข ใช้สัญลักษณ์ กข
มีจุด ก เป็นจุดปลาย



รังสี บป ใช้สัญลักษณ์ บป
มีจุด บ เป็นจุดปลาย

ปัญหาชวนคิด



1. รูปนี้มีรังสีกี่เส้น
2. จุดปลายของรังสีแต่ละเส้น คือจุดอะไร
3. จะลากรังสีอื่น ๆ ที่มีจุด ก เป็นจุดปลาย ได้อีกหรือไม่
4. รังสีหลายเส้นมีจุดปลายเดียวกันได้หรือไม่

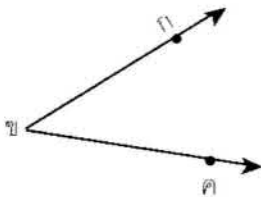
เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รังสี และมุม
เนื้อหา มุม

สาระสำคัญ

- ๑. มุมเกิดจากรังสีสองเส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน
จุดนี้เรียกว่า **จุดยอดมุม**
รังสีแต่ละเส้น เรียกว่า **แขนของมุม**
- ๒. การเรียกชื่อมุม เรียกตามตัวอักษร 3 ตัว โดยชื่อจุดยอดอยู่ตรงกลาง
หรือเรียกตามชื่อจุดยอดมุม
- ๓. $\wedge$ เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนมุม เขียนไว้เหนือตัวอักษรที่เป็น
ชื่อจุดยอดมุม
- ๔. $\angle$ เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนมุมอีกแบบหนึ่ง เขียนไว้หน้าตัวอักษร
ชื่อของมุม



ตัวอย่าง

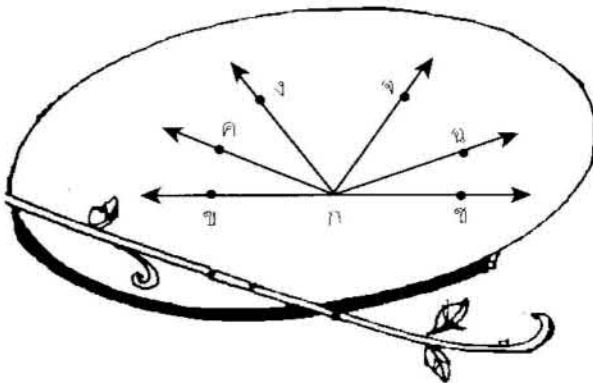


รังสี ขก และรังสี ขค มีจุดปลายที่จุด ข ทำให้เกิดมุม
เรียกชื่อได้ 3 แบบ คือ

มุม กขค หรือ มุม คขก หรือ มุม ข ใช้สัญลักษณ์
 $\widehat{กขค}$ หรือ $\widehat{คขก}$ หรือ $\widehat{ข}$ หรือ $\angle$ กขค หรือ $\angle$ คขก
หรือ $\angle$ ข

จุด ข เรียกว่า **จุดยอดมุม**

ขก และ ขค เรียกว่า **แขนของมุม**



รูปนี้มีมุมทั้งหมด
กี่มุมครับ

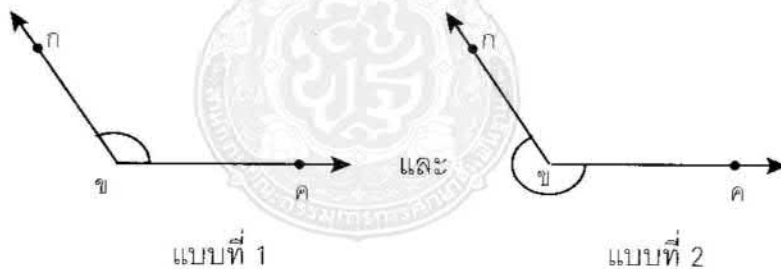
เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รั้วสี่ และมุม
 เนื้อหา มุม : การเรียกชื่อ สัญลักษณ์ และส่วนประกอบ (ต่อ)

ข้อสังเกตเพิ่มเติมเกี่ยวกับมุม

☞ ในการเขียนมุมอาจจะห้สัญลักษณ์ที่แทนของมุมได้



☞ ในการเขียนรูปมุม 1 รูป จะแสดงถึงมุมได้ 2 มุม คือ

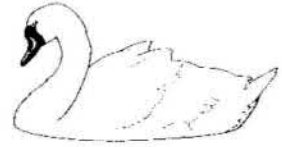


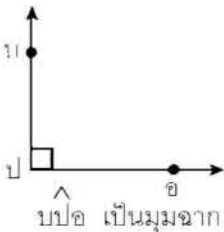
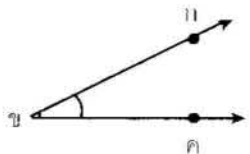
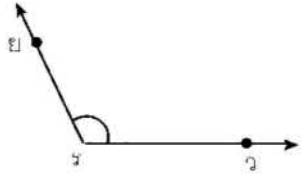
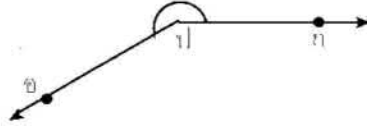
แต่โดยทั่วไป

ถ้าไม่มีข้อความ หรือสัญลักษณ์กำกับไว้
 ว่าจะใช้มุมใด ให้ถือเป็นข้อตกลงว่า หมายถึง
 แบบที่ 1 เท่านั้น



เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รังสี และมุม
 เนื้อหา มุม : ชนิดของมุม

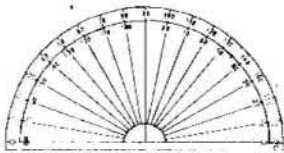


สาระสำคัญ 	 มุมฉาก เป็นมุมที่มีขนาดเดียวกับ มุมฉาก มีขนาด 90 องศา
	มุมแหลม เป็นมุมที่มีขนาดเล็กกว่า มุมฉาก
	มุมป้าน เป็นมุมที่มีขนาดใหญ่กว่า มุมฉาก แต่ไม่ถึงสองมุมฉาก
	มุมตรง เป็นมุมที่มีขนาดเป็นสองเท่าของ มุมฉาก มุมตรงมีขนาด 180 องศา
	มุมกลับ เป็นมุมที่มีขนาดใหญ่กว่า สองมุมฉาก แต่ไม่ถึงสี่ มุมฉาก

เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รั้วสี่ และมุม
เนื้อหา มุม : การวัดขนาดของมุม

สาระสำคัญ

- ๑. หน่วยการวัดขนาดของมุมเรียกว่า องศา แทนด้วยสัญลักษณ์ $^{\circ}$
- ๒. ไมโครแทรกเตอร์ เป็นเครื่องมือสำหรับวัดขนาดของมุม
- ๓. วิธีการวัดขนาดของมุมโดยใช้ไมโครแทรกเตอร์ จะต้องวางให้จุดกึ่งกลางที่กำหนดบนไมโครแทรกเตอร์ ตรงกับจุดยอดมุม และให้ขอบไมโครแทรกเตอร์ทาบทไปตามแขนของมุมข้างหนึ่ง แล้วอ่านขนาดของมุมบนไมโครแทรกเตอร์ตรงที่แขนของมุมอีกข้างหนึ่งชี้บอก



ไมโครแทรกเตอร์
ชนิดครึ่งวงกลม



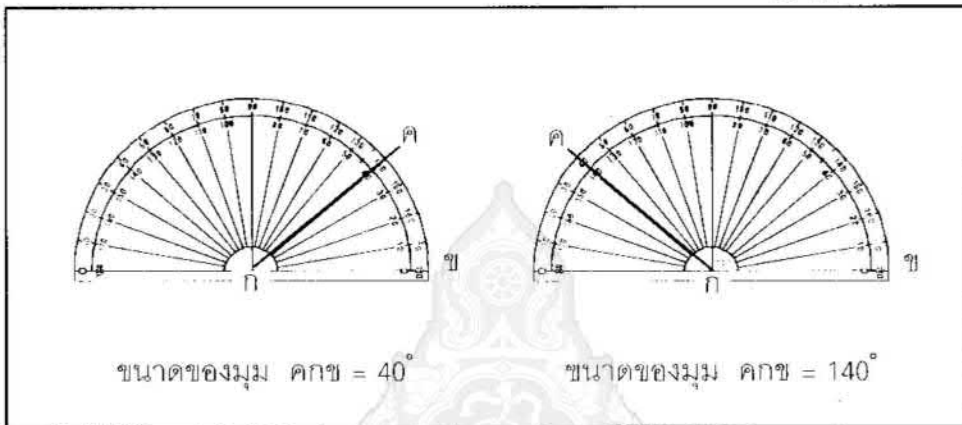
ไมโครแทรกเตอร์
ชนิดสี่เหลี่ยมผืนผ้า



ไมโครแทรกเตอร์ทั้งสองชนิด แบ่งเป็น 180 ช่อง
1 ช่อง บอกขนาดของมุม 1 องศา

เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รังสี และมุม
 เนื้อหา มุม : การวัดขนาดของมุม (ต่อ)

ตัวอย่างการวัดขนาดของมุม



๙๖ ก่อนวัดขนาดของมุม อย่าลืมพิจารณาว่าเป็นมุมแหลมหรือมุมป้าน ถ้าเป็นมุมแหลม ขนาดของมุมจะต้องน้อยกว่า 90° ถ้าเป็นมุมป้าน ขนาดของมุมจะต้องมากกว่า 90° แต่ไม่ถึง 180°

๙๗ มุมสองมุมจะมีขนาดเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ

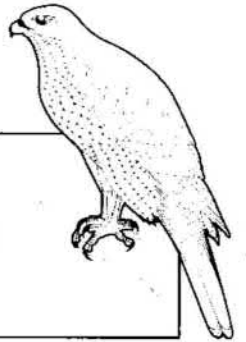
1. แขนทั้งสองของมุมหนึ่ง ทาบไปตามแขนทั้งสองของอีกมุมหนึ่งได้พอดี
2. วัดขนาดของมุมสองมุมแล้ว ได้จำนวนองศาเท่ากัน

๙๘ แขนของมุมที่มีขนาดเท่ากันอาจมีความยาวต่างกันก็ได้



เรื่อง
เนื้อหา

จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รังสี และมุม
มุม : การสร้างมุมให้เท่ากับมุมที่กำหนดให้

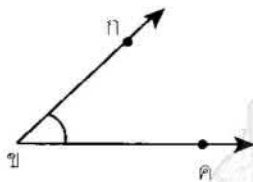


สาระสำคัญ

การสร้างมุมให้เท่ากับมุมที่กำหนดให้ อาจสร้างโดย
ไม้โปรแทรกเตอร์หรือวงเวียน

วิธีที่ 1

ใช้ไม้โปรแทรกเตอร์

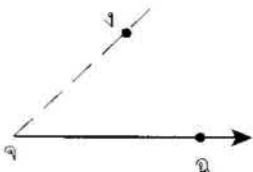


กำหนด $\hat{กขค}$
ต้องการสร้าง $\hat{งจฉ}$
ให้มีขนาดเท่ากับ $\hat{กขค}$

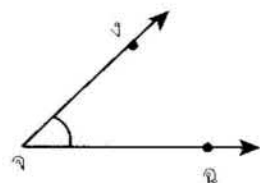
ขั้นที่ 1 วัดขนาดของ $\hat{กขค}$ ได้ 45°



ขั้นที่ 2 ลาก $\hat{จฉ}$



ขั้นที่ 3 กำหนดจุด $\hat{จ}$ เป็นจุดยอด
ของมุม วัดมุมให้มีขนาด 45°
และลงจุดไว้ (จุด $\hat{ง}$)

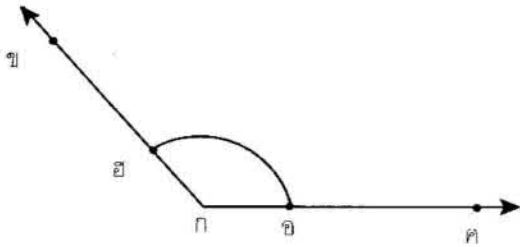


ขั้นที่ 4 ลาก $\hat{จง}$ จะได้ $\hat{งจฉ}$ มี
ขนาดเท่ากับ $\hat{กขค}$

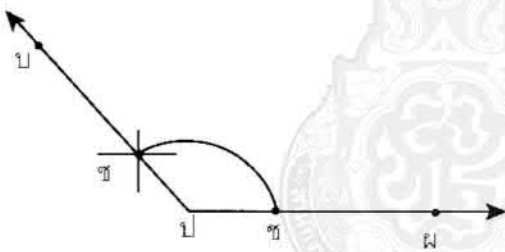
เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รัศมี และมุม
 เนื้อหา มุม : การสร้างมุมให้เท่ากับมุมที่กำหนดให้ (ต่อ)

วิธีที่ 2

ใช้วงเวียน



กำหนด $\hat{ขกค}$ ต้องการสร้าง
 มุม $\hat{ปผ}$ ให้มีขนาดเท่ากับ $\hat{ขกค}$



ขั้นที่ 1 ลาก $\overrightarrow{ปผ}$

ขั้นที่ 2 ใช้ ก เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีพอสมควร เขียนส่วนโค้ง ตัด $\overrightarrow{กค}$ และ $\overrightarrow{กข}$ ที่จุด อ และจุด ฮ ตามลำดับ

ขั้นที่ 3 ใช้ ป เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี กอ เขียนส่วนโค้งตัด $\overrightarrow{ปผ}$ ที่จุด พ

ขั้นที่ 4 ใช้ ช เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี อฮ เขียนส่วนโค้งตัดส่วนโค้งเดิมที่จุด ช ลาก $\overrightarrow{ปบ}$

จะได้ $\hat{ปผ}$ มีขนาดเท่ากับ $\hat{ขกค}$



เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รังสี และมุม
 เนื้อหา มุม : การแบ่งครึ่งมุม

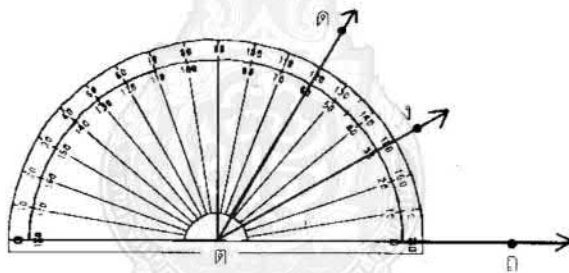


สาระสำคัญ

การแบ่งครึ่งมุม อาจทำได้หลายวิธี วิธีที่นิยมก็คือ ใช้ไม้-
 โพรแทรกเตอร์และใช้วงเวียน

วิธีที่ 1

ใช้ไม้โพรแทรกเตอร์



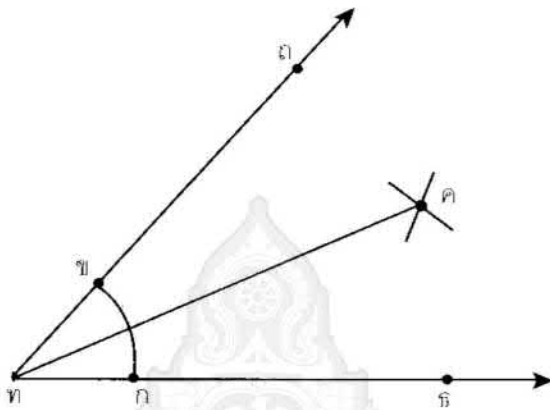
ต้องการแบ่งครึ่ง $\angle$ คตก

- ขั้นที่ 1 วัดขนาด $\angle$ คตก ได้ 60° ดังนั้น ครึ่งหนึ่งของ 60° คือ 30°
 ขั้นที่ 2 ใช้ไม้โพรแทรกเตอร์วัดเพื่อแบ่งครึ่ง $\angle$ คตก โดยกำหนดจุด ง ที่ทำให้
 ถตง มีขนาด 30°
 ขั้นที่ 3 ลาก ตง จะได้ว่า ตง แบ่งครึ่ง $\angle$ คตก นั่นคือ $\angle$ ตตง มีขนาดเท่ากับ
 ถตง

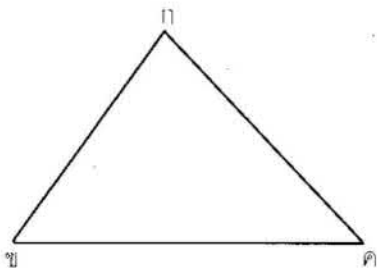
เรื่อง จุด ส่วนของเส้นตรง จุดตัด เส้นตรง รังสี และมุม
 เนื้อหา มุม การแบ่งครึ่งมุม (ต่อ)

วิธีที่ 2

ใช้วงเวียน
 ต้องการแบ่งครึ่ง มุม



- ขั้นที่ 1 ใช้ ท เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีพอสมควร เขียนส่วนโค้งตัด ทก และ ทข ที่จุด ก และ ข ตามลำดับ
- ขั้นที่ 2 ใช้ ก และ ข เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีเกินกว่าครึ่งหนึ่งของระยะห่างจาก ก ถึง ข เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด ค
- ขั้นที่ 3 ลาก ทค จะได้ว่า ทค แบ่งครึ่ง มุม ทกข นั่นคือ มุทค มีขนาดเท่ากับ มุคข



จริงหรือไม่

เส้นแบ่งครึ่งมุมภายใน
 ทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมจะ
 ตัดกันที่จุดหนึ่ง และจุด
 เดียวเท่านั้น



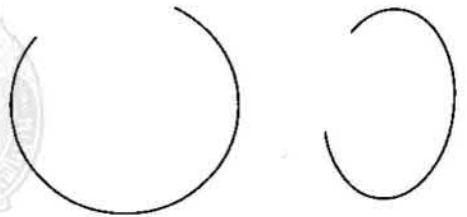
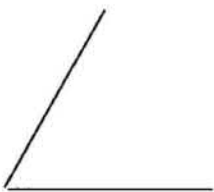
เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา รูปเปิด รูปปิด

สาระสำคัญ

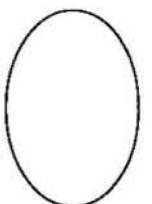
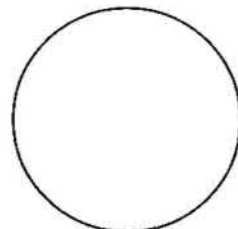
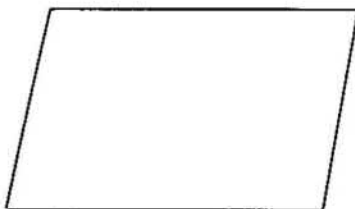
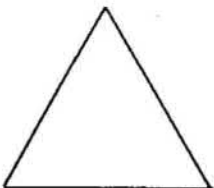
- รูปที่มีเส้นขอบ ลากจากจุดเริ่มต้น แล้วไม่วกกลับมาพบกันที่จุดเดิม เรียกว่า **รูปเปิด**
- รูปที่มีเส้นขอบ ลากจากจุดเริ่มต้น แล้ววกกลับมาพบกันที่จุดเดิม เรียกว่า **รูปปิด**

ตัวอย่าง

รูปเปิด



รูปปิด



เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา รูปสามเหลี่ยม

สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมเป็นรูปปิดที่มีด้าน 3 ด้าน มีมุม 3 มุม แต่ละมุมเรียกว่า มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม

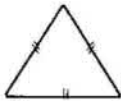
- ๑.๖ ชนิดของรูปสามเหลี่ยม แบ่งตามลักษณะของด้าน
- ๑.๗ ชนิดของรูปสามเหลี่ยม แบ่งตามลักษณะของมุม



ตัวอย่าง

- ๑.๖ ชนิดของสามเหลี่ยม แบ่งตามลักษณะของด้าน

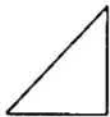
มีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า, รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว, รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า



รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสาม มีความยาวเท่ากัน



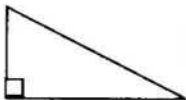
รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว เท่ากัน 2 ด้าน



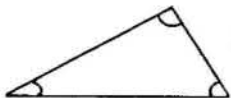
รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้ง 3 ยาวไม่เท่ากัน

- ๑.๗ ชนิดของสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะของมุม

มีรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก, รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม, รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม 1 มุมเป็น มุมฉาก



รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสาม เป็นมุมแหลม



รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม 1 มุม เป็นมุมป้าน

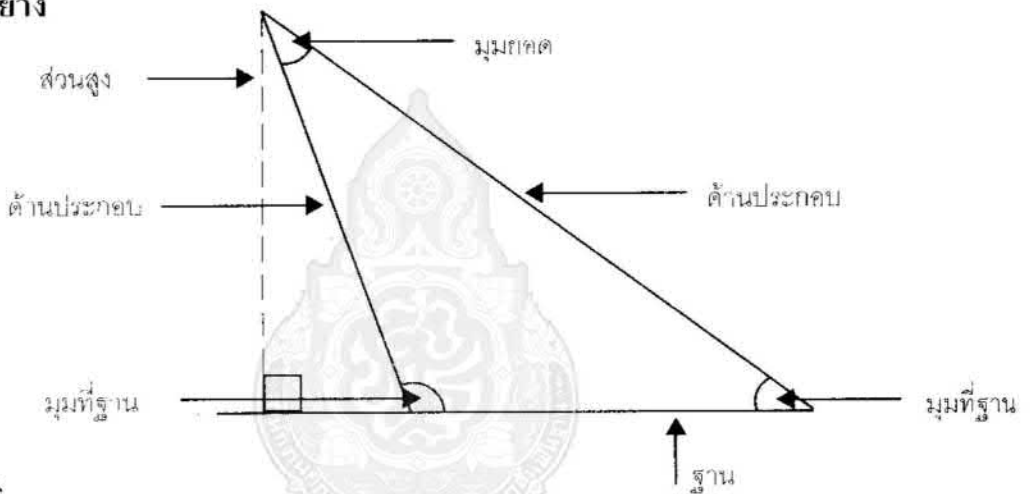
เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา ส่วนต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยม



สาระสำคัญ

รูปสามเหลี่ยมประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ที่เรียกว่า ฐาน, มุมที่ฐาน, ด้านประกอบ, มุมยอด, ส่วนสูง

ตัวอย่าง



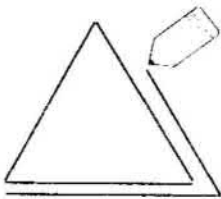
- | | |
|------------------------------|--|
| ✓ ฐานของรูปสามเหลี่ยม | คือ ด้านที่อยู่ล่างสุดของรูปสามเหลี่ยม |
| ✓ มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยม | คือ มุมของรูปสามเหลี่ยม ที่มีฐานเป็นแขนข้างหนึ่งของมุม |
| ✓ ด้านประกอบของรูปสามเหลี่ยม | คือ ด้านข้าง ด้านที่ประกอบเป็นมุมยอด |
| ✓ มุมยอดของรูปสามเหลี่ยม | คือ มุมที่อยู่ตรงข้ามกับฐานของรูปสามเหลี่ยม |
| ✓ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม | คือ มุมที่อยู่ภายในของรูปสามเหลี่ยมทั้งสามมุม เมื่อรวมกันแล้วเท่ากับ 180° |
| ✓ ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม | คือ ส่วนของเส้นตรง ที่ลากจากมุมยอดมาตั้งฉากกับฐาน หรือส่วนที่ต่อออกไปจากฐาน |

เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา วิธีสร้างรูปสามเหลี่ยม



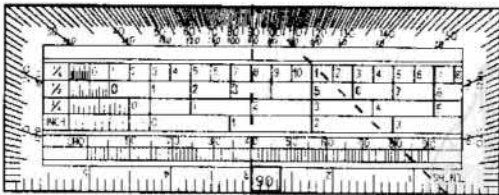
สาระสำคัญ

การสร้างรูปสามเหลี่ยมจ ทำได้หลายวิธี วิธีที่นิยม ก็คือ วิธีสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยการลอกรูป, ใช้ไม้โปรแทรกเตอร์และใช้วงเวียน



ตัวอย่าง

วิธีสร้างรูปสามเหลี่ยม โดยการลอกรูป โดยลากเส้นตรงไปตามขอบของแบบรูป

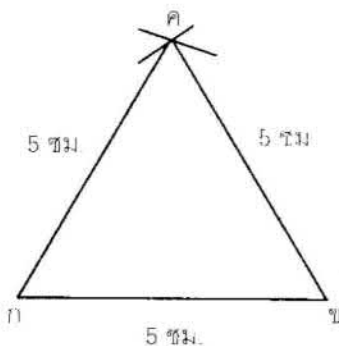


วิธีสร้างรูปสามเหลี่ยม

โดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์

โดยกำหนดมุมให้ 1 มุม และความยาวของด้าน 2 ด้าน ให้

วิธีสร้างรูปสามเหลี่ยม ด้วยการใช่วงเวียน โดยกำหนดความยาวทั้ง 3 ด้านให้



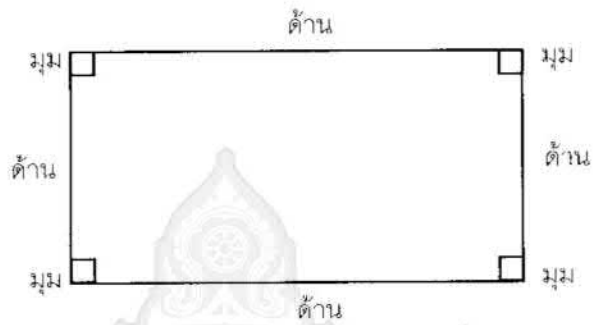
๑. ใช้ ก เป็นจุดศูนย์กลาง กางวงเวียนให้ได้ความยาว 5 ซม. หรือเท่ากับ กข เขียนส่วนโค้งบนมุมยอดพอประมาณ
๒. ใช้ ข เป็นจุดศูนย์กลาง (ความกว้างของวงเวียนเท่าเดิม) เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด ค
๓. ลาก กข, ขค จะได้รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดความยาวด้านทั้ง 3 ตามต้องการ



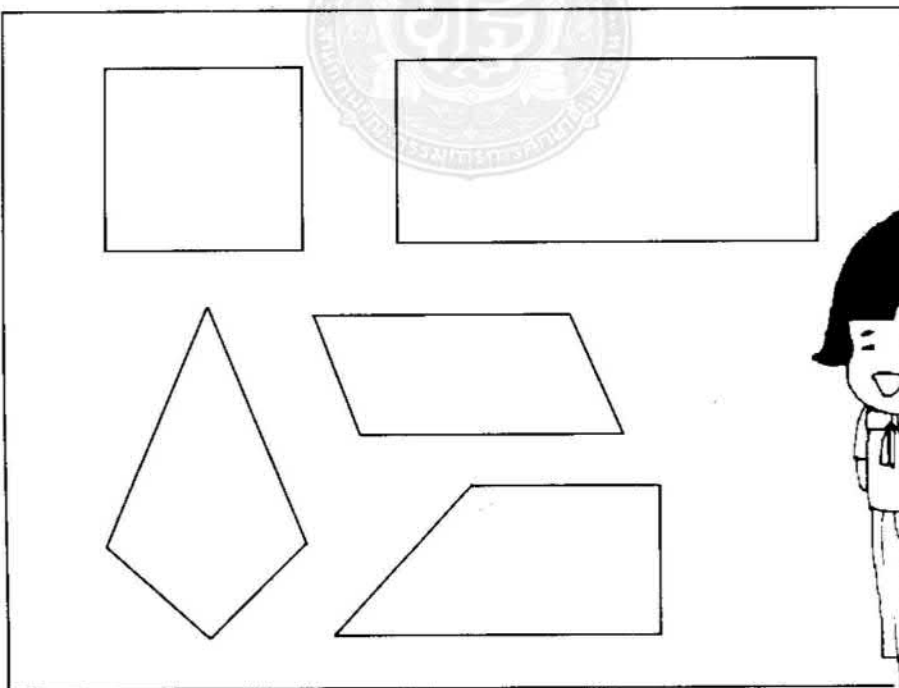
เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา รูปสี่เหลี่ยม

สาระสำคัญ

รูปสี่เหลี่ยมเป็นรูปปิดที่มีด้านสี่ด้าน มีมุมสี่มุม

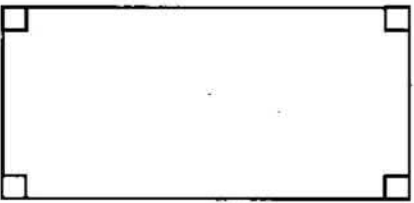
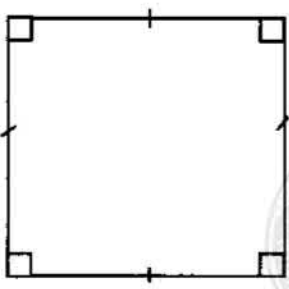


ตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมแบบต่างๆ



เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



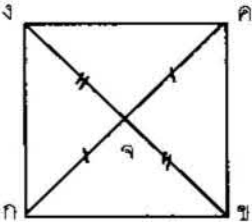
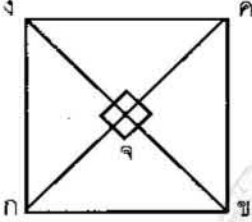
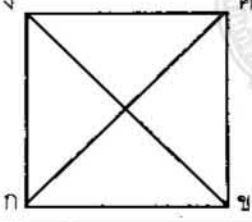
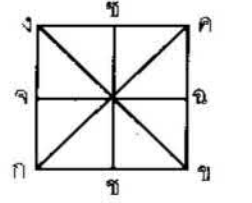
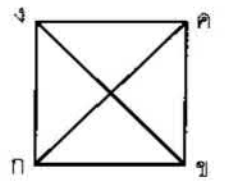
สาระสำคัญ 	รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
	รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันสี่ด้าน มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
	รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน แต่ด้านที่อยู่ติดกันยาวไม่เท่ากัน มุมทุกมุมเป็นมุมฉาก เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



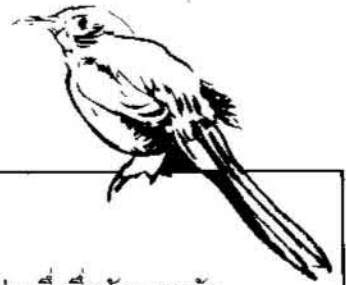
สี่เหลี่ยมจัตุรัส และ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ต่างก็เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

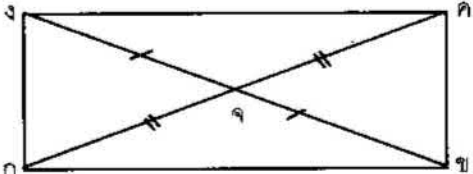
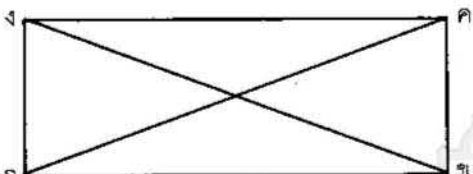
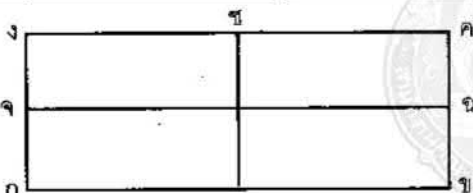
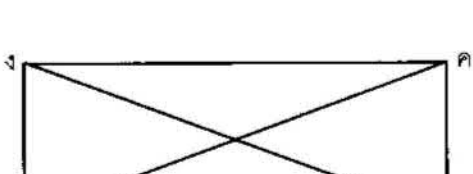
เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



สาระสำคัญ 	1. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน $กจ = จค$ $ขจ = จง$
	2. เส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก $กจข$, $ขจค$, $คจง$ และ $งจก$ มีขนาด 90 องศา
	3. เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน $กค = ขง$
	4. เป็นรูปสมมาตร และมีแกนสมมาตร 4 แกน $กค$, $ขง$, $จฉ$ และ $ขข$ เป็นแกนสมมาตร
	5. เส้นทแยงมุมแต่ละเส้นแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมขนาดเท่ากันทุกประการสองรูป  รูปสามเหลี่ยม $กขค$ และ $กงค$ เท่ากันทุกประการ  รูปสามเหลี่ยม $ขคง$ และ $ขกค$ เท่ากันทุกประการ

เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



สาระสำคัญ 	1. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน กค ตัดกับ ขง ที่ จ กจ = จค ขจ = จง
	2. เส้นทแยงมุมนยาวเท่ากัน กค = ขง
	3. เป็นรูปสมมาตร และมีแกนสมมาตร 2 แกน จข และ ขค เป็นแกนสมมาตร
	4. เส้นทแยงมุมแต่ละเส้นแบ่งรูปสี่เหลี่ยม นั้นออกเป็นรูปสามเหลี่ยมขนาดเท่ากัน ทุกประการสองรูป รูปสามเหลี่ยม กขค และ กงค เท่ากัน ทุกประการ รูปสามเหลี่ยม ขกค และ ขคง เท่ากัน ทุกประการ



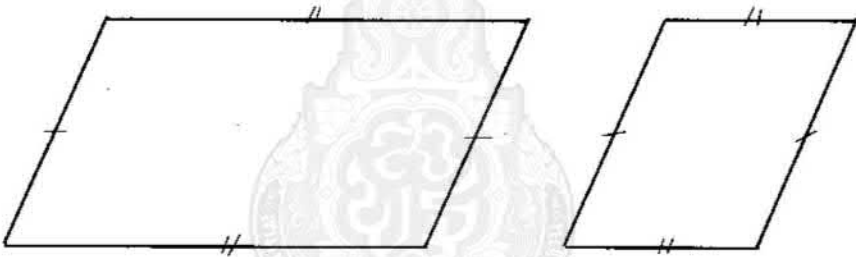
เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



สาระสำคัญ

รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกัน สองคู่

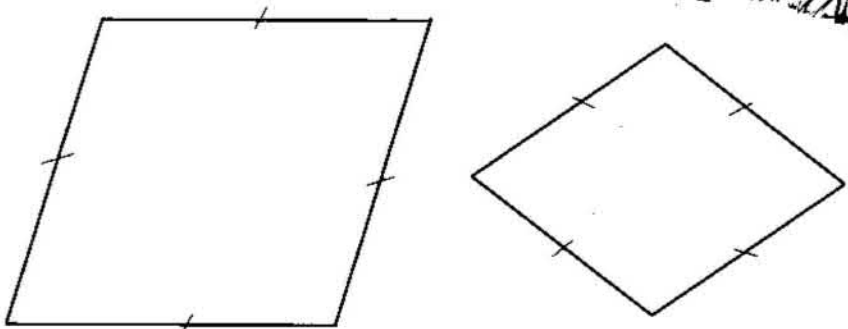
ตัวอย่าง รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



สาระสำคัญ

รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน
มุมแต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก

ตัวอย่าง รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



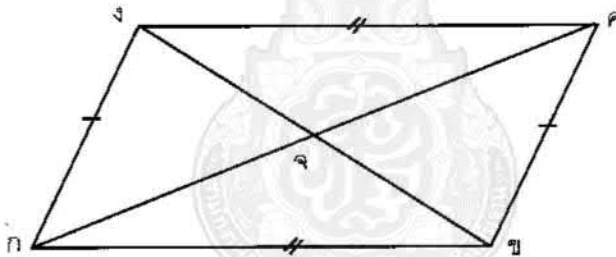
เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

สาระสำคัญ

1. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
2. เส้นทแยงมุมแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดเท่ากันทุกประการ
3. เมื่อกำหนดให้ด้านใดด้านหนึ่งเป็นฐาน ส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับฐาน มีจุดปลายข้างหนึ่งอยู่บนฐาน หรือส่วนต่อของฐาน อีกข้างหนึ่งอยู่บนด้านที่ตรงข้ามกับฐาน
4. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานไม่เป็นรูปสมมาตร

ตัวอย่าง

1.

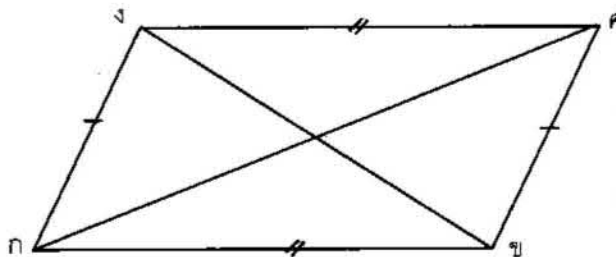


กค, ขง เป็นเส้นทแยงมุมของ □ กขคด

ทำให้ $จก = จข$

$กจ = จค$

2.



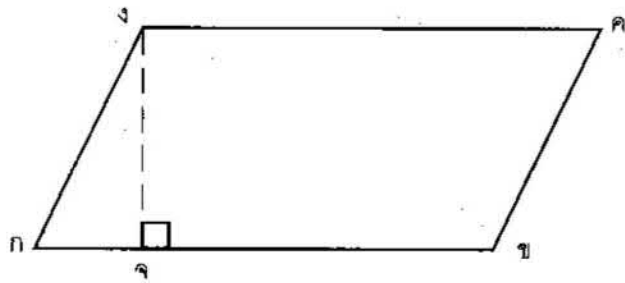
กค เป็นเส้นทแยงมุมของ □ กขคด

ทำให้ $\triangle กขค \cong \triangle คดก$

ขง เป็นเส้นทแยงมุมของ □ กขคด

ทำให้ $\triangle งคข \cong \triangle ขกง$

3.



□ กขคง

กำหนดให้ กข เป็นฐาน

จง เป็นส่วนสูงของ □ กขคง

4.

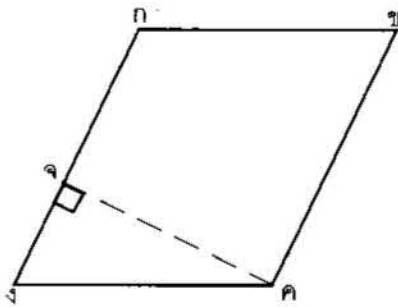


□ กขคง

กำหนดให้ กข เป็นฐาน จค เป็นส่วนต่อของฐาน

จค เป็นส่วนสูงของ □ กขคง

5.



□ กขคง

กำหนดให้ กง เป็นฐาน

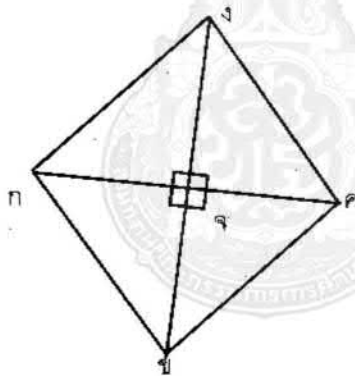
จค เป็นส่วนสูงของ □ กขคง

เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม
เนื้อหา สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

สาระสำคัญ

1. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
2. เส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก
3. เส้นทแยงมุมแบ่งรูปสี่เหลี่ยมนั้น ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดเท่ากันทุกประการ
4. เป็นรูปสมมาตรมีแกนสมมาตร 2 แกน
5. เมื่อกำหนดให้ด้านใดด้านหนึ่งเป็นฐาน ส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เป็นส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับฐาน มีจุดปลายข้างหนึ่งอยู่บนฐานหรือส่วนต่อของฐาน และอีกข้างหนึ่งอยู่บนด้านที่ตรงข้ามกับฐาน

ตัวอย่าง



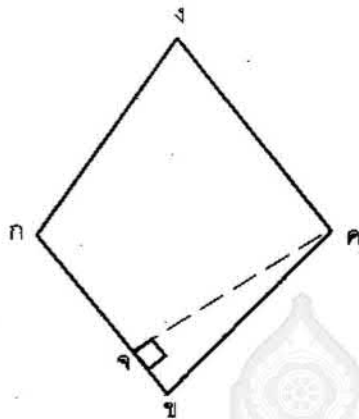
□ กขคง เป็นรูปสี่เหลี่ยม-
ขนมเปียกปูน

1. กค, ขง เป็นเส้นทแยงมุม
ทำให้ $\overline{กจ} = \overline{จค}$
 $\overline{กข} = \overline{ขค}$
2. $\angle กจข = 90^\circ$
 $\angle ขจค = 90^\circ$
 $\angle คจง = 90^\circ$
 $\angle งจก = 90^\circ$
3. กค เป็นเส้นทแยงมุม
 $\angle กขค = \angle กงค$
ขง เป็นเส้นทแยงมุม
 $\angle ขกค = \angle ขคก$

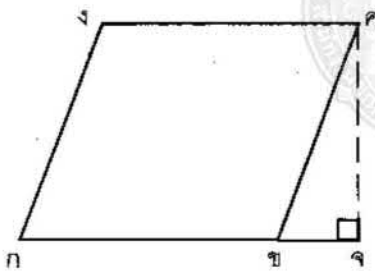


4. □ กชคง เป็นรูปสมมาตร
มี กค เป็นแกนสมมาตร
ชง เป็นแกนสมมาตร

5.



□ กชคง
กำหนดให้ กข เป็นฐาน
จค เป็นส่วนสูงของ □ กชคง



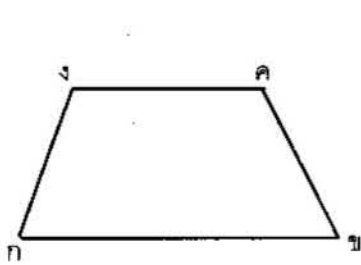
□ กชคง
กำหนดให้ กข เป็นฐาน ขค เป็นส่วนต่อของฐาน
จค เป็นส่วนสูงของ □ กชคง



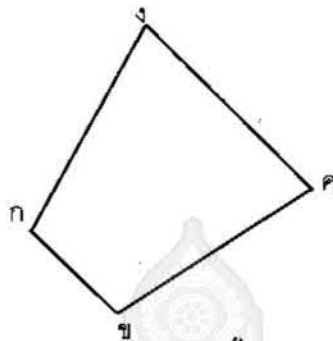
เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

สาระสำคัญ

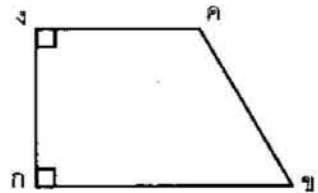
รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันคู่เดียว เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู



กข // คง



กข // คง

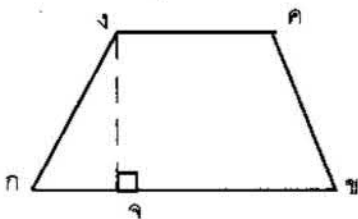


กข // คง

สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

1. ส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู เป็นส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับด้านคู่ขนาน มีจุดปลายแต่ละข้างอยู่บนด้านคู่ขนาน หรือ ส่วนต่อของด้านคู่ขนาน
2. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู บางรูปเป็นรูปสมมาตร

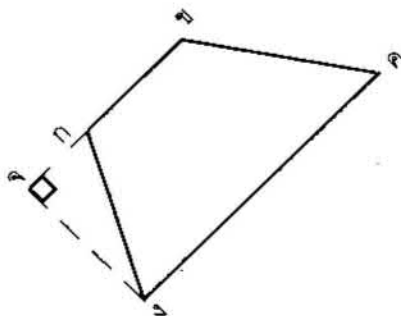
ตัวอย่าง



□ กขคง

กข // คง

จง เป็นส่วนสูง



□ กขคง

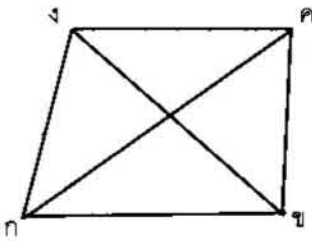
กข // คง

จง เป็นส่วนสูง

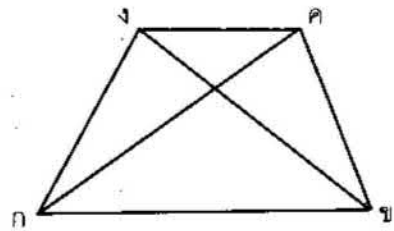
เรื่อง เส้นทแยงมุม
เนื้อหา เส้นทแยงมุม

สาระสำคัญ

เส้นทแยงมุม คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองข้างอยู่ที่จุดยอดมุม ซึ่งตรงกันข้ามของรูปสี่เหลี่ยม



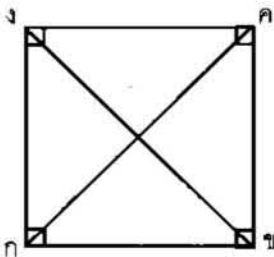
สี่เหลี่ยม กขคง มี
กค เป็นเส้นทแยงมุม
ขง เป็นเส้นทแยงมุม



สี่เหลี่ยม กขคง มี
กค เป็นเส้นทแยงมุม
ขง เป็นเส้นทแยงมุม

ข้อสังเกต

เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นแกนสมมาตรของรูป

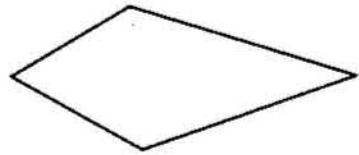
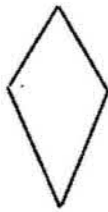


รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส กขคง
มี กค และ ขง เป็นเส้นทแยงมุม
และเป็นแกนสมมาตรของรูป

เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

สาระสำคัญ

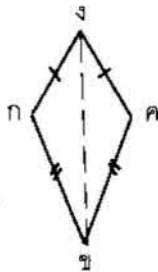
รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านที่อยู่ติดกันยาวเท่ากันสองคู่ดังรูป เรียกว่ารูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว



สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

1. เป็นรูปสมมาตร

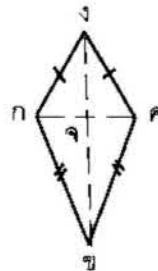
มีแกนสมมาตร 1 แกน



รูปสี่เหลี่ยม กขคง
มี ขง เป็นแกนสมมาตร

2. เส้นทแยงมุมตัดกัน

เป็นมุมฉาก



รูปสี่เหลี่ยม กขคง มี กค
และ ขง เป็นเส้นทแยงมุม
กจ ฅจ กจข และ ขจค
มีขนาด 90°

เรื่อง รูปเรขาคณิต

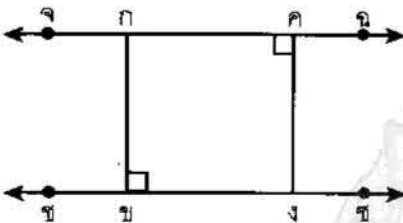
เนื้อหา เส้นขนาน และการใช้สัญลักษณ์แสดงเส้นขนาน



สาระสำคัญ

1. เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันจะขนานกันก็ต่อเมื่อเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้น มีระยะห่างเท่ากันเสมอ
2. ส่วนของเส้นตรงที่แสดงระยะห่างระหว่างเส้นขนานต้องตั้งฉากกับเส้นขนาน

ตัวอย่าง



สัญลักษณ์

- $\overleftrightarrow{จฉ}$ อ่านว่า ส่วนของเส้นตรง จฉ
 $\overleftrightarrow{จฉ}$ อ่านว่า เส้นตรง จฉ
 $\overleftrightarrow{กข} \perp \overleftrightarrow{จฉ}$ อ่านว่า ส่วนของเส้นตรง กข ตั้งฉากกับเส้นตรง จฉ
 $\overleftrightarrow{จฉ} \parallel \overleftrightarrow{ขช}$ อ่านว่า เส้นตรง จฉ ขนานกับเส้นตรง ขช

1. จากรูป

ถ้า $\overleftrightarrow{จฉ}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{ขช}$
เขียนแทน $\overleftrightarrow{จฉ} \parallel \overleftrightarrow{ขช}$

อ่านว่า เส้นตรง จฉ ขนานกับ เส้นตรง ขช

จะทำให้

$\overleftrightarrow{กข} = \overleftrightarrow{คฉ}$ อ่านว่า ส่วนของเส้นตรง กข เท่ากับ ส่วนของเส้นตรง คฉ

$\overleftrightarrow{กข} \perp \overleftrightarrow{ขช}$ อ่านว่า ส่วนของเส้นตรง กข ตั้งฉากกับเส้นตรง ขช

$\overleftrightarrow{คฉ} \perp \overleftrightarrow{จฉ}$ อ่านว่า ส่วนของเส้นตรง คฉ ตั้งฉากกับเส้นตรง จฉ

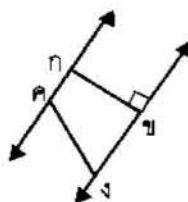
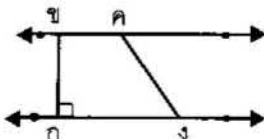
2. จากรูป

ถ้า $\overleftrightarrow{กข} = \overleftrightarrow{คฉ}$

$\overleftrightarrow{กข} \perp \overleftrightarrow{ขช}$

$\overleftrightarrow{คฉ} \perp \overleftrightarrow{จฉ}$

แล้ว $\overleftrightarrow{จฉ} \parallel \overleftrightarrow{ขช}$



$\overleftrightarrow{กข}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่แสดงระยะห่างระหว่างเส้นขนานต้องตั้งฉากกับเส้นขนาน

เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา มุมแย้ง และมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

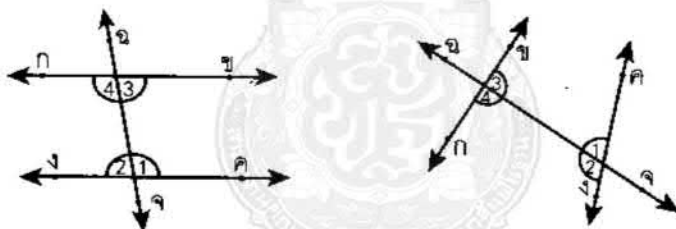


สาระสำคัญ

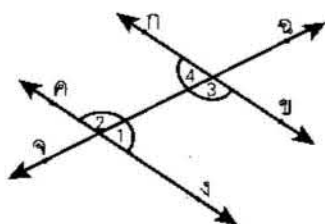
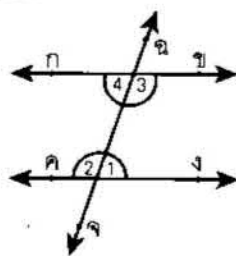
1. เส้นตรงสองเส้นตัดกันทำให้เกิดมุมแย้ง
2. เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งแล้วทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน เส้นตรงคู่หนึ่งจะขนานกัน
3. เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง แล้วทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา เส้นตรงคู่หนึ่งจะขนานกัน

ตัวอย่าง

1. $\overleftrightarrow{กข}$ และ $\overleftrightarrow{คง}$ เป็นเส้นตรงคู่หนึ่ง มี $\overleftrightarrow{จฉ}$ เป็นเส้นตัด $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ เรียกว่า มุมภายใน



2. $\overleftrightarrow{กข}$ และ $\overleftrightarrow{คง}$ เป็นเส้นตรงคู่หนึ่ง มี $\overleftrightarrow{จฉ}$ เป็นเส้นตัด
 $\hat{1}$ และ $\hat{4}$ เป็นมุมแย้ง
 $\hat{2}$ และ $\hat{3}$ เป็นมุมแย้ง
 ถ้า $\hat{1} = \hat{4}$, $\hat{2} = \hat{3}$ จะทำให้ $\overleftrightarrow{กข} // \overleftrightarrow{คง}$



$\overleftrightarrow{กข}$ และ $\overleftrightarrow{คง}$ เป็นเส้นตรงคู่หนึ่ง มี $\overleftrightarrow{จฉ}$ เป็นเส้นตัด $\hat{1}$ และ $\hat{3}$ เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\hat{2}$ และ $\hat{4}$ เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
 ถ้า $\hat{1} + \hat{3} = 180$ องศา, $\hat{2} + \hat{4} = 180$ องศา
 แล้ว $\overleftrightarrow{กข} // \overleftrightarrow{คง}$

เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา เส้นขนาน : การสร้างเส้นขนาน



สาระสำคัญ

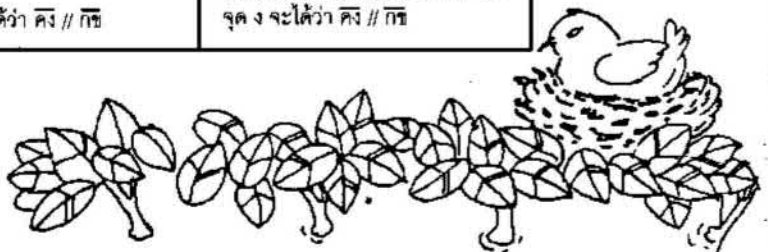
การสร้างเส้นขนาน วิธีหนึ่งทำได้โดยอาศัยสมบัติที่ว่า เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันก็ต่อเมื่อเส้นตรงทั้งสองมีระยะห่างเท่ากันเสมอ การสร้างเส้นขนานอาจใช้ได้ทั้งไม้ฉาก และ ไม่วอร์เทรกเตอร์

ตัวอย่าง

วิธีสร้างเส้นขนานให้ผ่านจุดที่กำหนดให้โดยใช้ไม้ฉาก



วิธีที่ 1	วิธีที่ 2
ก _____ ข ค ขั้นที่ 1 วัดระยะห่างจากจุด ค มายัง กช โดยใช้ไม้ฉาก ขั้นที่ 2 เลื่อนไม้ฉากไปตามแนว กช กำหนดจุด ง ให้ระยะห่างจาก กช เท่ากับระยะห่างจาก จุด ค ถึง กช ขั้นที่ 3 ค _____ ง ก _____ ข ลาก คง จะได้ว่า คง // กช	ต้องการสร้างส่วนของเส้นตรงให้ขนาน กับ กช และ ให้ผ่านจุด ค ที่กำหนดให้ ขั้นที่ 1 วางไม้ฉากทาบไปตามแนว กช วางไม้บรรทัดผ่านจุด ค และให้ทาบกับไม้ฉากดังรูป ขั้นที่ 2 เลื่อนไม้ฉากขึ้นไปตามแนวไม้บรรทัด ถึง จุด ค จากจุด ค ลากส่วนของเส้นตรงไปตามแนวไม้ฉาก ถึง จุด ง จะได้ว่า คง // กช



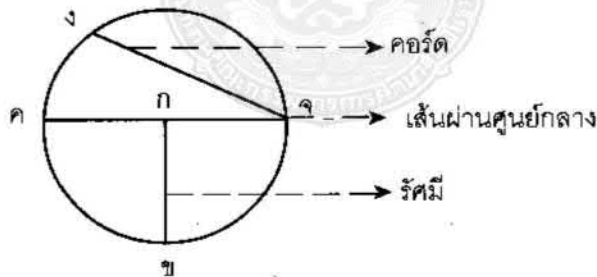
เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา วงกลม



สาระสำคัญ

1. รูปเรขาคณิตที่มีจุดทุก ๆ จุดห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่า ๆ กัน เรียกว่าวงกลม ขอบของรูป เรียกว่า เส้นรอบวง
2. จุดคงที่ที่ห่างจากจุดทุกจุดบนเส้นรอบวง เป็นระยะทางเท่ากัน เรียกว่า จุดศูนย์กลางวงกลม
3. ความยาวเส้นผ่าศูนย์กลางของรูปวงกลมเท่ากับสองเท่าของความยาวรัศมี
4. ความยาวรอบวงหารด้วยความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง มีค่าคงที่เสมอ ค่าคงที่แทนด้วย π (ไพ) มีค่าประมาณ 3.14 หรือ $\frac{22}{7}$

ส่วนประกอบของวงกลม



จุด ก เรียกว่า จุดศูนย์กลาง

ระยะทางจาก ก ถึง จ หรือ กจ เรียกว่า รัศมี

ระยะทางจาก จ ถึง ง หรือ จง เรียกว่า คอรีด

(ส่วนของเส้นตรงใดที่ลากจากเส้นรอบวงด้านหนึ่งไปยังเส้นรอบวงอีกด้านหนึ่ง เรียกว่า คอรีด)

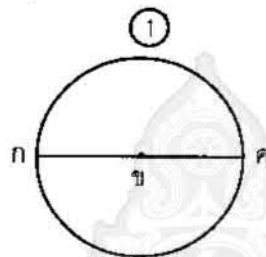
ระยะทาง จาก ค ถึง จ หรือ คจ เรียกว่า เส้นผ่าศูนย์กลาง

(ความยาวของเส้นผ่าศูนย์กลางเป็นสองเท่าของความยาวรัศมี)

ข้อสังเกต

ลักษณะของรูปวงกลม

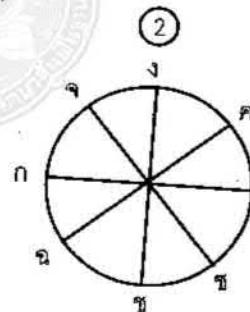
1. เส้นผ่าศูนย์กลางยาวเป็นสองเท่าของรัศมี ($2r$)
2. รูปวงกลมหนึ่งวงมีเส้นผ่าศูนย์กลางหลายเส้น
3. รูปวงกลม เป็นรูปสมมาตรมีเส้นผ่าศูนย์กลางเป็นแกนสมมาตร
4. รูปวงกลมหนึ่งวง มีรัศมีหลายเส้น
5. เส้นผ่าศูนย์กลางเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุด
6. รูปวงกลมหนึ่งวง มีจุดศูนย์กลางเพียงจุดเดียว



กค เป็นเส้นผ่าศูนย์กลาง

กข และ ขค เป็นรัศมี (r)

$$กค = 2 \text{ ขค } (2r)$$



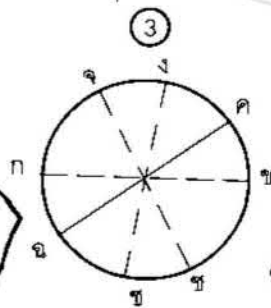
กข เป็นเส้นผ่าศูนย์กลาง

จค เป็นเส้นผ่าศูนย์กลาง

ขง เป็นเส้นผ่าศูนย์กลาง

ขจ เป็นเส้นผ่าศูนย์กลาง

ฯลฯ



กข เป็นแกนสมมาตร

จค เป็นแกนสมมาตร

ขง เป็นแกนสมมาตร

ขจ เป็นแกนสมมาตร

ฯลฯ



ความสัมพันธ์ของส่วนประกอบของวงกลม

- เส้นผ่าศูนย์กลางเป็นสองเท่าของรัศมี (แทนด้วย $2r$)
- วงกลมทุกวง เมื่อนำความยาวเส้นรอบวงหารด้วยความยาวเส้นผ่าศูนย์กลางจะมีค่าคงที่เสมอ แทนค่าคงที่ด้วย π (ไพ)

$$\frac{\text{ความยาวเส้นรอบวง}}{\text{ความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง}} = \pi$$

(π มีค่าประมาณ $\frac{22}{7}$ หรือ 3.14)

ในกรณีนี้หาความยาวเส้นรอบวง

$$\frac{\text{ความยาวเส้นรอบวง}}{\text{ความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง}} = \pi$$

$$\frac{\text{ความยาวเส้นรอบวง}}{\text{ความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง}} \times \text{ความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง} = \pi \times \text{ความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง}$$

$$\text{ความยาวเส้นรอบวง} = \pi \times \text{ความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง}$$

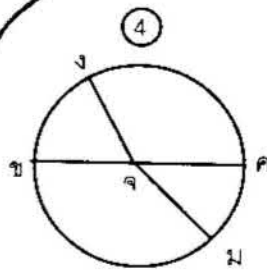
$$\text{ความยาวเส้นรอบวง} = \pi \times 2r$$

$$\text{ความยาวเส้นรอบวง} = 2\pi r$$

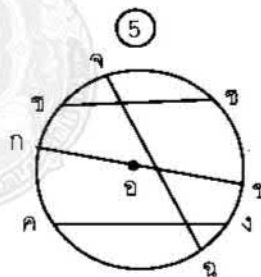
ความยาวเส้นรอบวง

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

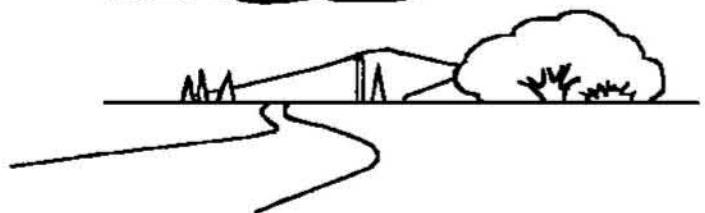
$$\text{ความยาวเส้นรอบวง} = \frac{44}{7} r$$



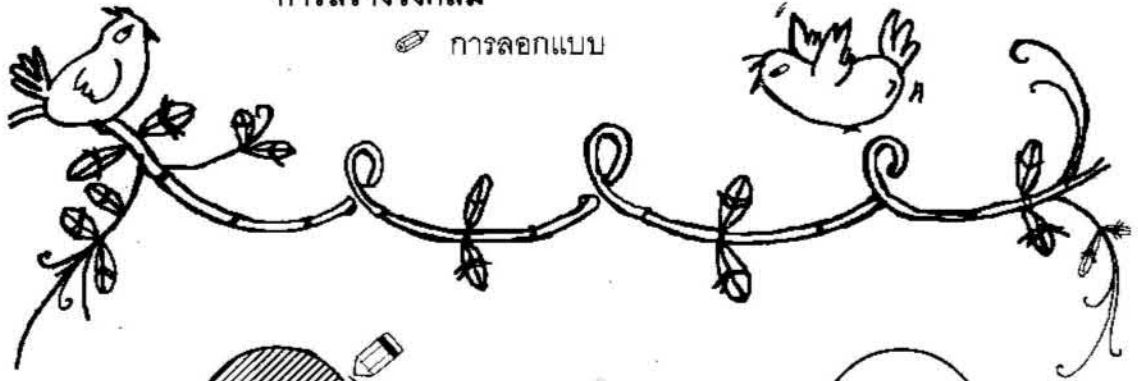
จากรูปวงกลม (4)
 มี จ เป็นจุดศูนย์กลาง
 ขค เป็นรัศมี
 จค เป็นรัศมี
 จง เป็นรัศมี
 จม เป็นรัศมี



คง เป็นคอร์ดของรูปวงกลม
 จค เป็นคอร์ดของรูปวงกลม
 ขค เป็นคอร์ดของรูปวงกลม
 กข เป็นคอร์ดของรูปวงกลมที่
 ผ่านจุดศูนย์กลางและยาว
 ที่สุด

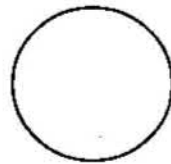


การสร้างวงกลม

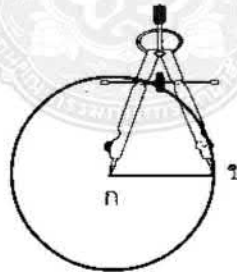
 การลอกแบบ


แบบรูปวงกลม

วิธีลากเส้น
ไปตามขอบของแบบรูป

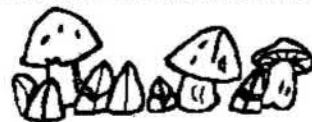


การสร้างวงกลมโดยใช้วงเวียนต้องอาศัยจุดศูนย์กลางและรัศมี



ลำดับขั้นตอนการสร้างรูปวงกลมโดยใช้วงเวียน

-  กำหนดจุด ก ตรงกลางกระดาษ (จุดศูนย์กลาง)
-  กางวงเวียนออกให้มีความยาวตามที่ต้องการ (รัศมี)
-  เขียนวงกลมโดยใช้ปลายข้างเหล็กแหลมกดตรงจุด ก ปลายข้างดินสอลากไปโดยรอบมาพบกันเป็นวงกลม



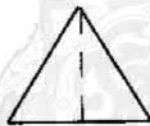
เรื่อง รูปเรขาคณิต
เนื้อหา รูปที่มีแกนสมมาตร

สาระสำคัญ

รูปใดที่พับครึ่งแล้ว แต่ละข้างของรอยพับทับกันสนิท เรียกว่า รูปสมมาตร เส้นตามแนวรอยพับเรียกว่า แกนสมมาตร รูปบางรูปมีแกนสมมาตรมากกว่าหนึ่งแกน

ตัวอย่าง

1. รูปที่มีแกนสมมาตร 1 แกน

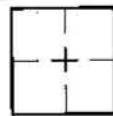


2. รูปที่มีแกนสมมาตรมากกว่า 1 แกน เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีแกนสมมาตร 4 แกน

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



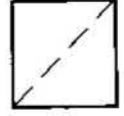
รอยพับครึ่ง
ตามแนวดิ่ง



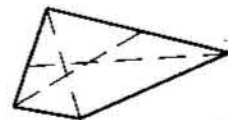
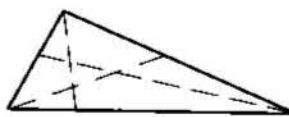
รอยพับครึ่ง
ตามแนวนอน



รอยพับครึ่งตามแนวทแยง



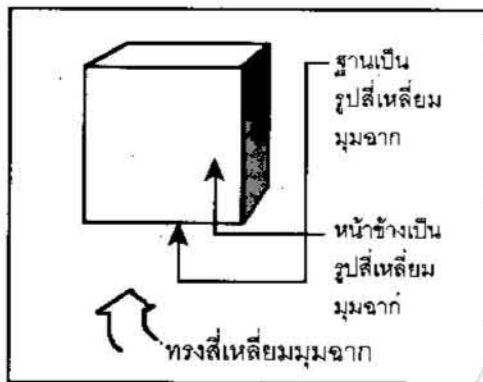
รูปที่ไม่มีแกนสมมาตร เป็นรูปที่พับครึ่งแล้ว แต่ละข้างของรอยพับไม่สามารถทับกันสนิท



เรื่อง ทรงเรขาคณิต
เนื้อหา ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

สาระสำคัญ

ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นทรงที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เท่ากัน
ทุกประการ และอยู่ในระนาบที่ขนาน มีหน้าข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก



ตัวอย่าง

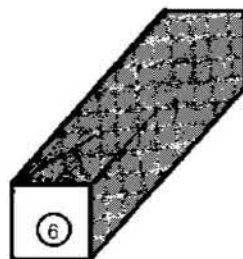
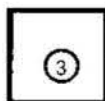
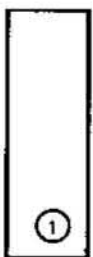
1. สิ่งของที่มีลักษณะเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีอะไรบ้าง



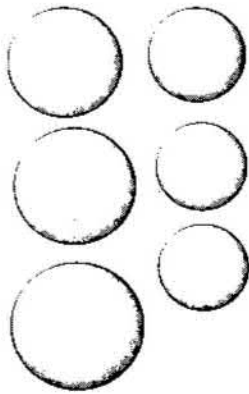
กล่องชอล์ค, อิฐอมูญ,

ฯลฯ

2. รูปใดบ้างเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

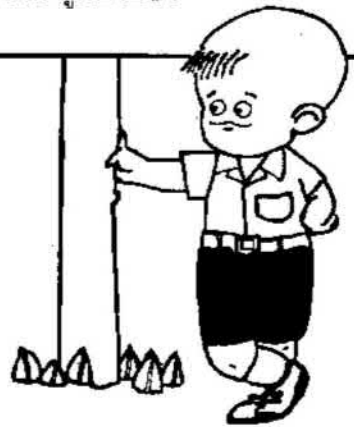


เรื่อง ทรงเรขาคณิต
เนื้อหา ทรงกลม



ทรงกลม

สาระสำคัญ
ทรงกลม เป็นทรงที่มีผิวเรียบโค้งกลม
เช่น ลูกปิงปอง

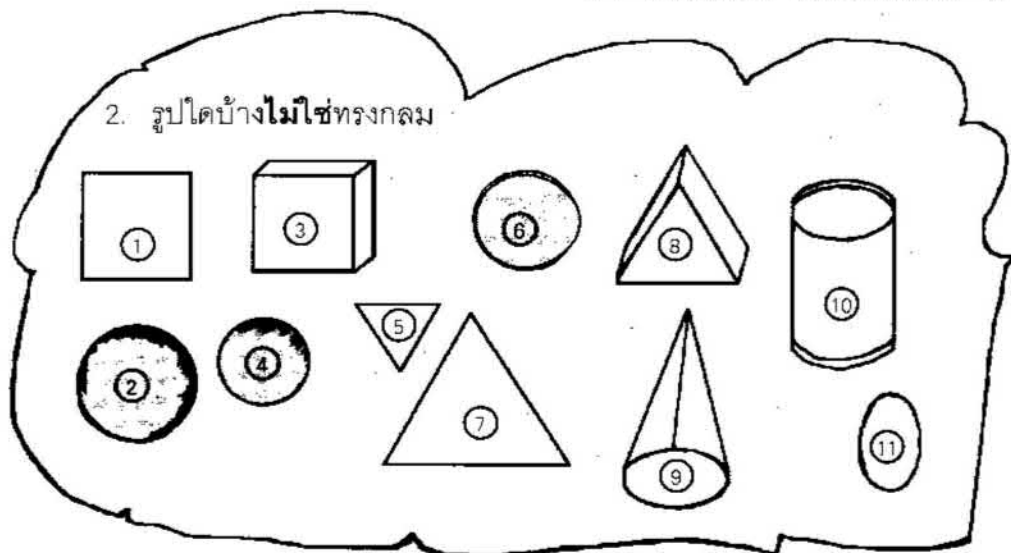


1. ยกตัวอย่างสิ่งของที่มีลักษณะใกล้เคียงกับทรงกลม

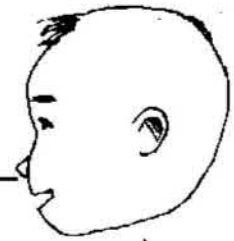
ลูกเทนนิส ผลส้ม

..... ฯลฯ

2. รูปใดบ้างไม่ใช่ทรงกลม



เรื่อง ทรงเรขาคณิต
เนื้อหา ทรงกระบอก



สาระสำคัญ

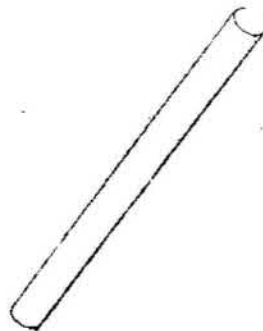
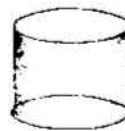
ทรงกระบอก เป็นทรงที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปวงกลม ที่เท่ากัน
ทุกประการและอยู่ในระนาบที่ขนานกัน มีหน้าข้างโค้ง



ทรงกระบอก

ตัวอย่าง

สิ่งของที่มีลักษณะทรงกระบอก

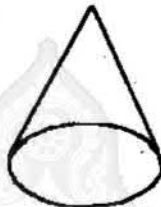
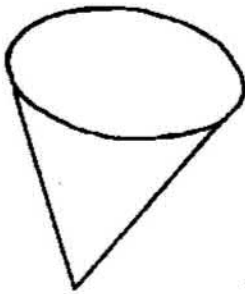


เรื่อง
เนื้อหา

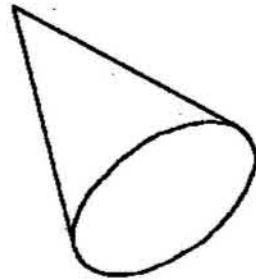
ทรงเรขาคณิต
กรวย

สาระสำคัญ

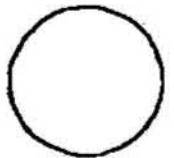
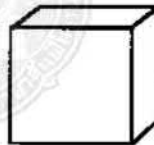
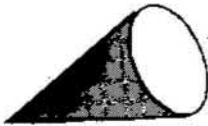
กรวย เป็นทรงที่มีฐานเป็นรูปวงกลม และมี
ยอดแหลม ซึ่งไม่อยู่ในระนาบเดียวกันกับฐาน



กรวย



ตัวอย่าง รูปที่เรเงา คือ กรวย

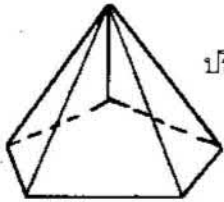


มาช่วยกันคิด ในชีวิตประจำวัน มีสิ่งของเครื่องใช้อะไรบ้างที่มี
ลักษณะเป็นกรวย

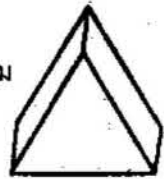
เรื่อง ทรงเรขาคณิต
เนื้อหา ปริซึม



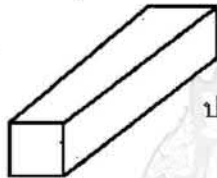
สาระสำคัญ ปริซึม เป็นทรงที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ และหน้าตัดตั้งคู่อยู่ในระนาบที่ขนานกัน



ปริซึมห้าเหลี่ยม



ปริซึมสามเหลี่ยม

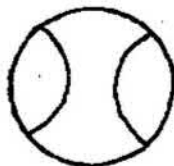


ปริซึมสี่เหลี่ยม

ปริซึม

ตัวอย่าง

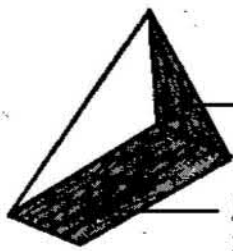
รูปที่แรเงา คือ ปริซึม



เรื่อง ทรงเรขาคณิต
เนื้อหา พีระมิด



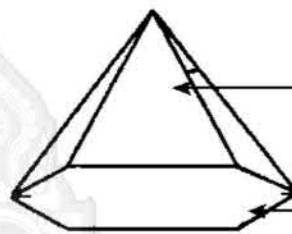
สาระสำคัญ พีระมิด เป็นทรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใด ๆ มียอดแหลม ซึ่งไม่อยู่ในระนาบเดียวกันกับฐานและหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลมนั้น



หน้าข้างเป็น
รูปสามเหลี่ยม

ฐานเป็น
รูปสี่เหลี่ยม

พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม



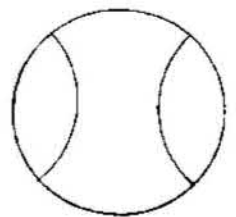
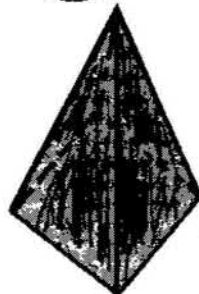
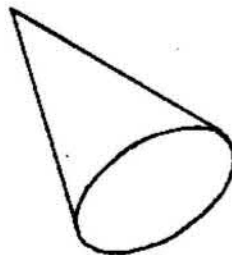
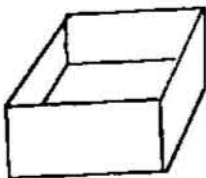
หน้าข้างเป็น
รูปสามเหลี่ยม

ฐานเป็น
รูปหกเหลี่ยม

พีระมิดฐานหกเหลี่ยม

ตัวอย่าง

รูปที่เรเงา คือ พีระมิด



พื้นฐานทางสถิติ

- ☐ แผนภูมิรูปภาพ
- ☐ แผนภูมิแท่ง
- ☐ ตารางแสดงข้อมูล
- ☐ กราฟเส้น
- ☐ แผนภูมิรูปวงกลม

พื้นฐานทางสถิติ

โครงสร้างเนื้อหาคณิตศาสตร์ในพื้นฐานทางสถิติ เป็นเรื่องที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องแผนภูมิและกราฟ

สถิติ เป็นแขนงหนึ่งของคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวกับวิธีการเก็บรวบรวมและนำเสนอผลที่ได้จากการสังเกต และการสรุปผลที่เกี่ยวกับเรื่องที่ต้องการศึกษาทั้งหมด โดยใช้บางส่วนที่เลือกมาพิจารณา สถิติได้รับการพัฒนามาเป็นลำดับ จนกลายเป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญในปัจจุบัน และถูกนำไปประยุกต์เข้ากับวิชาสาขาอื่น ๆ แทบทุกสาขาวิชา ดังนั้นครูและผู้เรียนจึงควรมีความรู้ทางสถิติตามความจำเป็นหรือตามสมควร คืออย่างน้อยก็สามารถอ่านข้อมูลจากตาราง จากแผนภูมิ หรือแผนภาพต่าง ๆ ให้เข้าใจได้ถูกต้อง

ประโยชน์และลักษณะบางประการของข้อมูลสถิติ

ลักษณะสำคัญอย่างหนึ่งของข้อมูลสถิติก็คือ ข้อมูลประกอบด้วยข้อเท็จและข้อจริง เนื่องจากวิธีการในการเก็บรวบรวมข้อมูล มีโอกาสที่จะทำให้ข้อเท็จเกิดขึ้นได้มากทั้งโดยเจตนาและไม่เจตนา แต่อย่างไรก็ตามสถิติที่เชื่อถือได้นั้นจะช่วยให้การตัดสินใจ หรือวางแผนดำเนินการต่าง ๆ เป็นไปอย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

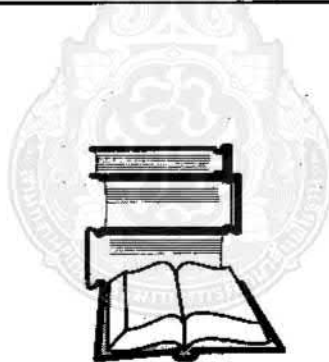
การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลอาจแบ่งเป็น 2 วิธีหลัก ๆ คือ โดยการสังเกตและโดยการสอบถาม ซึ่งอาจจะสัมภาษณ์ สงแบบสอบถามทางไปรษณีย์ และจากสำนักงานทะเบียนส่วนท้องถิ่น

การนำเสนอข้อมูล

ในการนำเสนอข้อมูล อาจทำได้ทั้งอย่างไม่มีแบบแผนและอย่างมีแบบแผน การนำเสนออย่างไม่มีแบบแผน หมายถึง การนำเสนอที่ไม่มีกฎเกณฑ์อะไรที่จะต้องถือเป็นหลักมากนัก การนำเสนอแบบนี้ได้แก่ การแทรกข้อมูลลงในบทความและข้อเขียนต่าง ๆ ส่วนการนำเสนออย่างมีแบบแผนนั้น เป็นการนำเสนอที่จะต้องปฏิบัติตามหลักเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้เป็นมาตรฐาน ตัวอย่างการนำเสนอแบบนี้ได้แก่ การนำเสนอในรูปตาราง รูปภาพ และรูปแผนภูมิ เป็นต้น

ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาได้นำรูปแบบการนำเสนอข้อมูลให้นักเรียนในแต่ละระดับชั้นได้เรียนรู้ดังนี้

ระดับชั้น	เนื้อหา
ป.1	แผนภูมิรอกะแนน
ป.2	แผนภูมิรูปภาพ
ป.3	แผนภูมิรูปภาพ, แผนภูมิแท่ง
ป.4	แผนภูมิรูปภาพ, แผนภูมิแท่ง, ตาราง
ป.5	แผนภูมิแท่ง, แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ
ป.6	แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ, กราฟเส้น, แผนภูมิรูปวงกลม



เรื่อง แผนภูมิรูปภาพ
เนื้อหา การอ่านและการเขียนแผนภูมิรูปภาพ

สาระสำคัญ

แผนภูมิรูปภาพเป็นการใช้จำนวนรูปภาพเพื่อบอกปริมาณของข้อมูล



ตัวอย่างที่ 1 รูปภาพ 1 รูป แทนจำนวน 1 หน่วย

ข้อมูล : นารีมีส้ม 3 ผล สุดามีส้ม 5 ผล วิภามีส้ม 6 ผล

แผนภูมิแสดงจำนวนส้ม	
วิภา	
สุดา	
นารี	

ตัวอย่างที่ 2 รูปภาพ 1 รูป แทนจำนวนมากกว่า 1 หน่วย

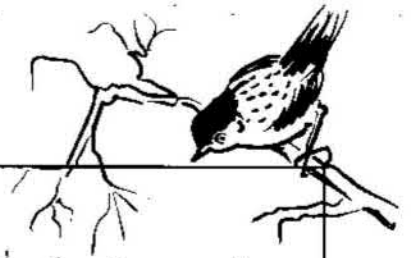
ข้อมูล : สมชายปีกไข่ไก่ได้ลูกไก่เกิดในวันอาทิตย์ 9 ตัว วันจันทร์ 18 ตัว วันอังคาร 21 ตัว วันพุธ 15 ตัว

แผนภูมิแสดงจำนวนลูกไก่เกิด			
วันอาทิตย์	วันจันทร์	วันอังคาร	วันพุธ
แทนลูกไก่ 3 ตัว			

การอ่านแผนภูมิรูปภาพ

- อ่านตามจำนวน ถ้ารูปภาพ 1 รูป แทนสิ่งของ จำนวน 1 หน่วย
- ถ้ารูปภาพ 1 รูป แทนสิ่งของจำนวนมากกว่า 1 หน่วย จะอ่านจำนวนสิ่งของทั้งหมดได้เท่ากับจำนวนรูปภาพ x จำนวนหน่วยที่รูปภาพนั้นแทน

เรื่อง แผนภูมิรูปภาพ
เนื้อหา การอ่านและการเขียนแผนภูมิรูปภาพ



สาระสำคัญ

รูปภาพที่แทนสิ่งเดียวกันต้องทำเป็นรูปภาพที่เหมือนกัน และมีขนาดเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 การใช้รูปภาพแทนจำนวนโดยใช้รูปภาพที่เหมือนกัน และมีขนาดเท่ากัน

ข้อมูล : พืชราชื่อดอกไม้ 5 ดอก พืชริชื่อดอกไม้ 3 ดอก พืชราชวรรณชื่อดอกไม้ 2 ดอก

แผนภูมิแสดงจำนวนดอกไม้ที่ชื่อ		
    	  	 
พืชราช	พืชริ	พืชราชวรรณ
 แทนดอกไม้ 1 ดอก		

ตัวอย่างที่ 2 การใช้รูปภาพแทนจำนวนที่เหมือนกัน มีขนาดเท่ากัน แต่มีหลายประเภทในเวลาเดียวกัน

ข้อมูล : นารีมีเงาะ 8 ผล สมชายมีมังคุด 6 ผล เฉลิมพลมีส้ม 9 ผล

แผนภูมิแสดงจำนวนผลไม้	
เฉลิมพล	
สมชาย	
นารี	
 แทนเงาะ 1 ผล  แทนมังคุด 1 ผล  แทนส้ม 1 ผล	

สรุป การใช้รูปภาพแทนจำนวน

รูปภาพแทนจำนวนที่เป็นชนิดเดียวกัน ใช้รูปภาพที่เหมือนกัน และขนาดเท่ากัน

รูปภาพ 1 รูป แทนจำนวน 1 หน่วย หรือมากกว่า 1 หน่วยก็ได้ ขึ้นอยู่กับข้อตกลงในการทำแผนภูมิแต่ละครั้ง

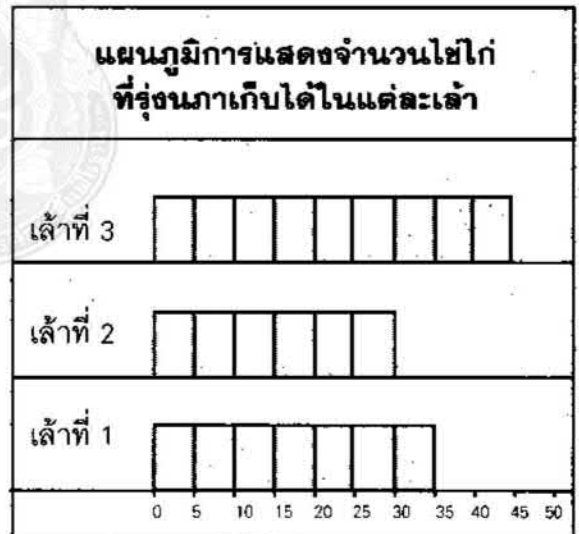
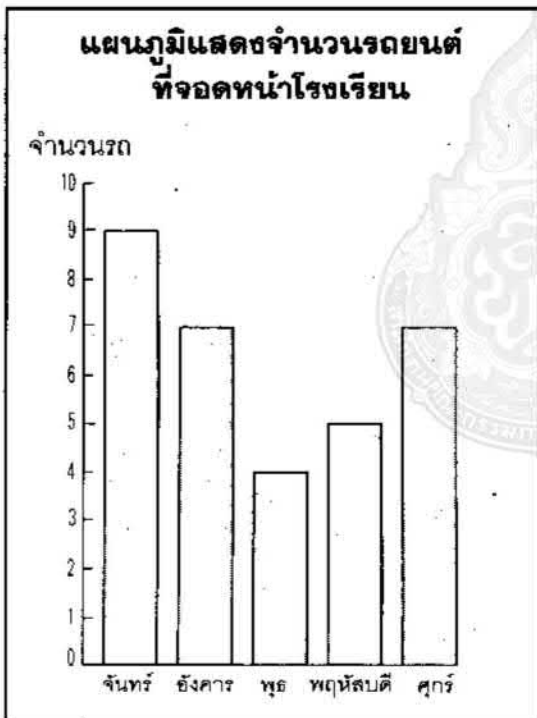
เรื่อง แผนภูมิแท่ง
เนื้อหา การอ่านและการเขียนแผนภูมิแท่ง



สาระสำคัญ

แผนภูมิแท่งเป็นการใช้ความสูงหรือความยาวของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพื่อบอกปริมาณของข้อมูล

ตัวอย่าง



การอ่านแผนภูมิแท่ง

- ☞ อ่านที่ปลายระดับของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งอาจเป็นแนวตั้งหรือแนวนอนก็ได้
- ☞ เปรียบเทียบจำนวนได้จากความยาวของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉาก แท่งที่มีความสูงกว่าหรือแท่งที่มีความยาวมากกว่า แสดงว่ามีจำนวนมากกว่า

เรื่อง แผนภูมิแท่ง
เนื้อหา การอ่านและการเขียนแผนภูมิแท่ง

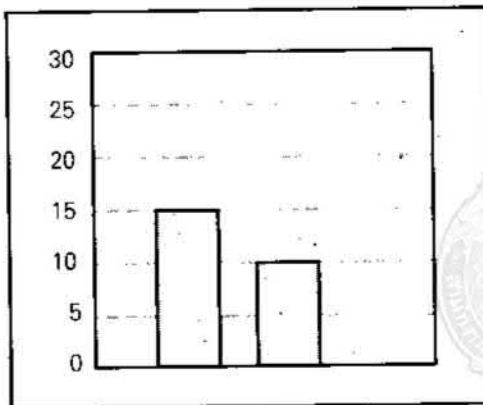
สาระสำคัญ

แท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ใช้บอกปริมาณของข้อมูลแต่ละแท่งต้องมีความกว้างเท่ากัน และเริ่มต้นจากระดับหรือแนวเดียวกัน

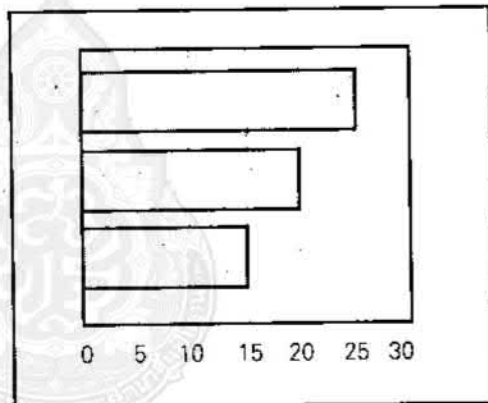


ตัวอย่าง

แผนภูมิแนวตั้ง



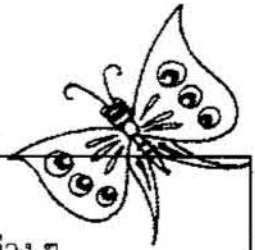
แผนภูมิแนวนอน



ข้อควรระวัง

1. แผนภูมิแท่งต้องเริ่มจากฐานซึ่งอาจเป็นแกนนอน หรือแกนตั้งก็ได้
2. ขนาดความกว้างของแท่งแต่ละแท่งในแผนภูมิเดียวกันต้องเท่ากัน
3. ในการเขียนแผนภูมิแท่ง จะแบ่งแท่งแผนภูมิเป็นส่วน ๆ ตามระดับหรือไม่แบ่งก็ได้

เรื่อง ตารางแสดงข้อมูล
เนื้อหา การอ่านตาราง



สาระสำคัญ

ตารางเป็นการนำตัวเลขมาแสดงจำนวนของสิ่งต่าง ๆ

ตัวอย่างตาราง

จำนวนนักเรียนโรงเรียนซ่อมะกอก			
ชั้น	นักเรียนชาย	นักเรียนหญิง	รวม
อ.1	12	15	27
อ.2	14	16	30
ป.1	15	15	30
ป.2	13	15	28
ป.3	15	15	30
ป.4	16	16	32
ป.5	14	15	29
ป.6	13	20	33
รวม	112	127	239

คำถาม

- ✎ ชั้นใดที่มีนักเรียนมากที่สุด
- ✎ นักเรียนทั้งหมดมีเท่าไร
- ✎ นักเรียนชายน้อยกว่านักเรียนหญิงกี่คน
- ✎ ชั้นใดที่มีนักเรียนหญิงและนักเรียนชายจำนวนเท่ากัน

อัตราค่าโดยสารรถไฟกรุงเทพ				
สถานี	ระยะทาง (กท.)	อัตราค่าโดยสาร		
		ชั้น 1 (บาท)	ชั้น 2 (บาท)	ชั้น 3 (บาท)
นครปฐม	64	54	28	14
ประจวบคีรีขันธ์	318	245	122	58
ชุมพร	485	356	172	82
สุราษฎร์ธานี	651	470	224	107
นครศรีธรรมราช	832	590	279	133
ตรัง	845	597	282	135
ยะลา	1,055	738	346	165

คำถาม

- ✎ ระยะทางจากกรุงเทพ ถึงตรังยาวกว่าจาก กรุงเทพถึงชุมพรเท่าไร
- ✎ ถ้าเดินทางไป - กลับ ระหว่างกรุงเทพถึง นครศรีธรรมราชเป็น ระยะทางเท่าไร
- ✎ สุนากับสุนัขเดินทาง จากกรุงเทพไป สุราษฎร์ธานีด้วยรถไฟ ชั้น 2 เขาทั้งสองคน จ่ายเงินเท่าไร

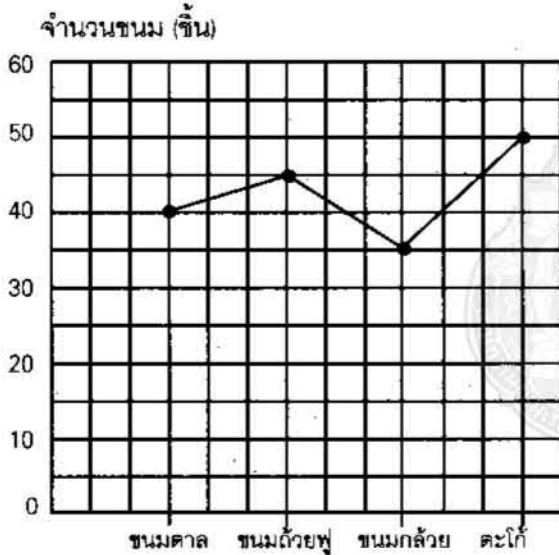
เรื่อง กราฟเส้น
เนื้อหา การอ่านและการเขียนกราฟเส้น

สาระสำคัญ

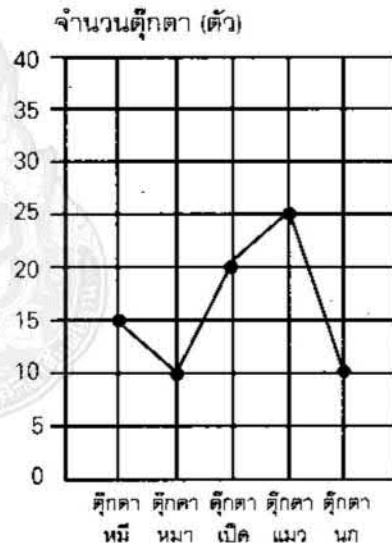
การแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล อาจแสดงโดยใช้กราฟเส้น

ตัวอย่าง กราฟเส้น

กราฟเส้นแสดงจำนวนขนมที่ขายได้
ในวันจันทร์



กราฟเส้นแสดงจำนวนตุ๊กตาที่บริษัท
ตุ๊ก-ตุ๊ก จำกัด ผลิตได้ในแต่ละวัน



การอ่านกราฟเส้น

- อ่านจำนวนจากจุดที่แสดงตำแหน่งของจำนวนบนกราฟเส้น
- เปรียบเทียบจำนวนได้จากตำแหน่งของจุดบนกราฟเส้น



เรื่อง กราฟเส้น
เนื้อหา การอ่านและการเขียนกราฟเส้น

สาระสำคัญ

เราสามารถใช้กราฟเส้นแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลสองชุด

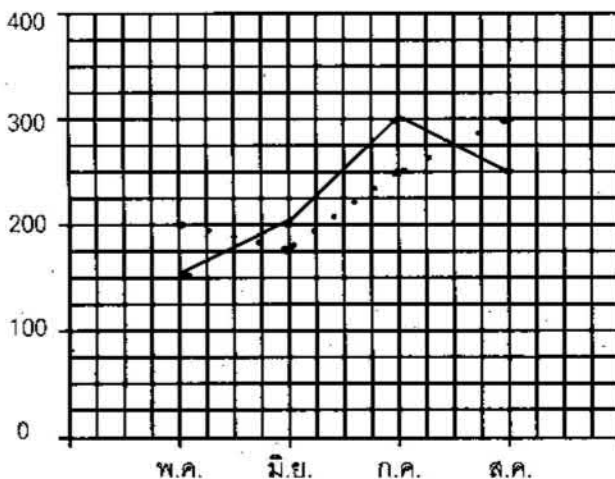


ตัวอย่าง กราฟเส้น

ข้อมูล : ปริมาณน้ำฝนที่ตกในจังหวัดนครปฐม ระหว่างเดือนพฤษภาคม-สิงหาคม ของปี 2541 และ 2542 มีดังนี้

เดือน	ปริมาณน้ำฝน (มิลลิเมตร)	
	ปี 2541	ปี 2542
พฤษภาคม	150	200
มิถุนายน	200	180
กรกฎาคม	300	250
สิงหาคม	250	300

การเปรียบเทียบปริมาณน้ำฝนระหว่างเดือนพฤษภาคม-สิงหาคม ปี 2541 และ 2542



—●— แสดงปริมาณน้ำฝนปี 2541
- - - แสดงปริมาณน้ำฝนปี 2542

การอ่าน

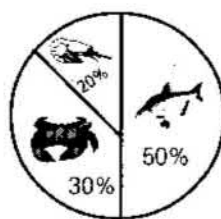
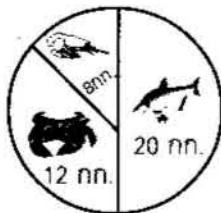
อ่านข้อมูลแต่ละชุด
เช่น อ่านปริมาณน้ำฝนแต่ละปี

อ่านข้อมูลเปรียบเทียบ โดยเปรียบเทียบปริมาณน้ำฝนระหว่างสองปี

เรื่อง แผนภูมิรูปวงกลม
เนื้อหา การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม

สาระสำคัญ

แผนภูมิรูปวงกลม เป็นการใช้พื้นที่ของรูปวงกลมเพื่อบอกปริมาณของข้อมูล



1. อ่านโดยประมาณ จากพื้นที่ของรูปวงกลม นักเรียนบอกได้ว่ามีอะไรมากที่สุด น้อยที่สุด และเปรียบเทียบระหว่างของสองชนิดได้
2. นักเรียนอ่านได้ว่ามีกุ้ง ปู ปลา อย่างละกี่กิโลกรัม การแสดงข้อมูลของแต่ละส่วนของรูปวงกลม ช่วยให้อ่านข้อมูลได้ถูกต้อง
3. ในการเทียบพื้นที่แสดงปริมาณของสิ่งต่าง ๆ เทียบจาก 100% หรือเมื่อรวมพื้นที่ที่แสดงจำนวนของสิ่งต่าง ๆ ในแผนภูมิรูปวงกลม จะต้องได้ 100% เสมอ



พื้นฐานทางพีชคณิต

- ☐ สมการและการแก้สมการ
- ☐ การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก
- ☐ การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ
- ☐ การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ
- ☐ การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร

พื้นฐานทางพีชคณิต

โครงสร้างเนื้อหาคณิตศาสตร์ในพื้นฐานทางพีชคณิต เป็นเรื่องที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับจำนวน พีชคณิตกล่าวถึงจำนวนในลักษณะต่างไปจากเลขคณิต ซึ่งเลขคณิตกล่าวถึงการดำเนินการต่าง ๆ เกี่ยวกับจำนวน ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ การหาร แต่บางครั้งมีข้อความซับซ้อนแก้ปัญหาโดยวิธีเลขคณิตจะเกิดความยุ่งยาก พีชคณิตกล่าวถึง การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ยังไม่รู้ค่า ซึ่งจะช่วยให้ทำโจทย์เลขคณิตที่ยุ่งยากได้โดยง่ายขึ้น

ในระดับประถมศึกษา จะศึกษาเกี่ยวกับ การบวก การลบ การคูณ การหาร โจทย์ระคน และโจทย์ปัญหาระคน

คุณสมบัติที่ควรรู้ในการแก้ปัญหา ได้แก่

ถ้า a, b, c เป็นจำนวนใด ๆ

1. การสลับที่สำหรับการบวก และการคูณ

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

2. เอกลักษณ์การบวก คือ 0

เอกลักษณ์การคูณ คือ 1

$$a + 0 = a$$

$$a \times 1 = a$$

3. การจัดหมู่สำหรับการบวก และการคูณ

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

4. การกระจาย

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

สมการเป็นข้อความที่เชื่อมด้วยเครื่องหมายเท่ากับ (=) ในระดับชั้นประถมศึกษา จะศึกษาเฉพาะการคำนวณด้วยการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร อย่างใดอย่างหนึ่ง และมีตัวไม่ทราบค่าตัวเดียว

การศึกษาเกี่ยวกับสมการ เพื่อช่วยแก้ปัญหาตั้งแต่ง่าย ถึงปัญหาที่ซับซ้อนได้
สมบัติที่ควรรู้ ได้แก่

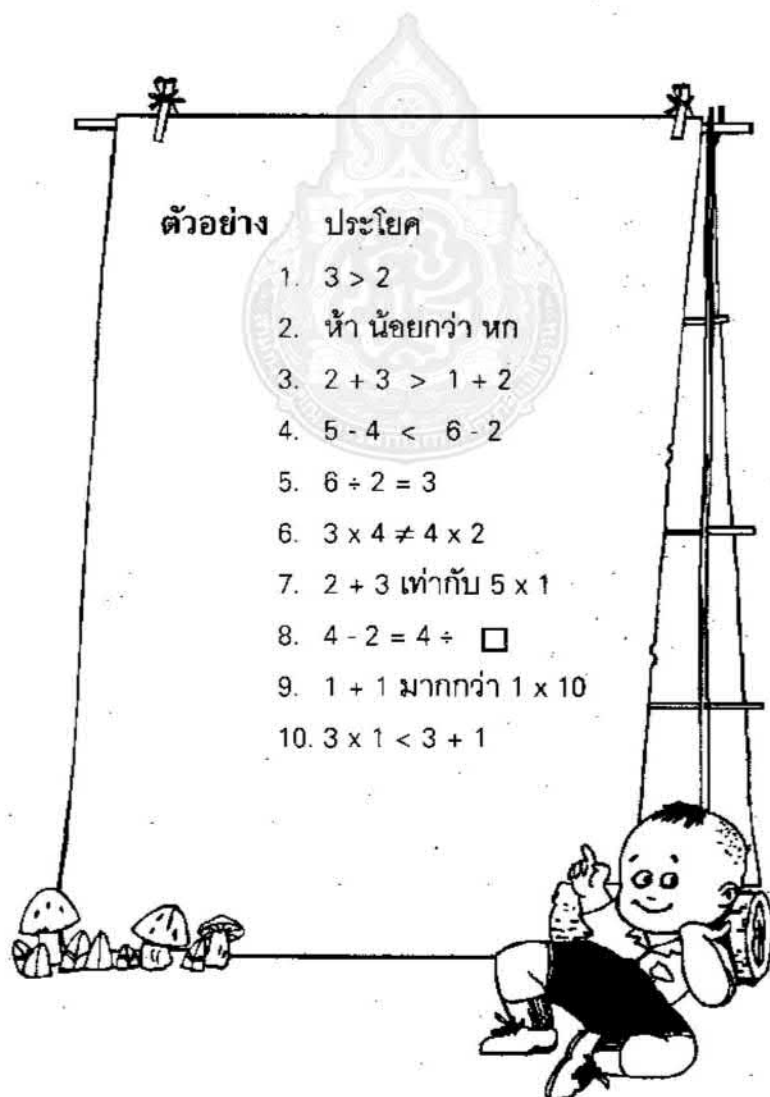
เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนใด ๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

$$a \times c = b \times c$$

$$a - c = b - c$$

$$a \div c = b \div c \text{ (เมื่อ } c \neq 0)$$

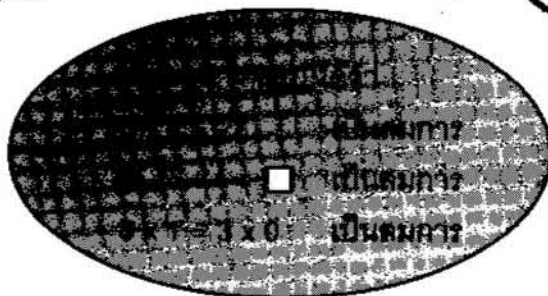


สมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมายเท่ากับ (=)

ตัวอย่าง การพิจารณาประโยคที่เป็นสมการ

จงพิจารณาประโยคต่อไปนี้

รายการ	ประโยค	สัญลักษณ์	สมการ
1. $3 > 2$	✓	✓	×
2. ห้า น้อยกว่า หก	✓	×	×
3. $2 + 3 > 1 + 2$	✓	✓	×
4. $5 - 4 < 6 - 2$	✓	✓	×
5. $6 \div 2 = 3$	✓	✓	✓
6. $3 \times 4 \neq 4 \times 2$	✓	✓	×
7. $2 + 3 = 5 \times 1$	✓	×	✓
8. $4 - 2 = 4 \div \square$	✓	✓	✓
9. $1 + 1$ มากกว่า 1×0	✓	×	×
10. $3 \times 1 = 3 \times 0$	✓	✓	✓



เรื่อง สมการและการแก้สมการ
เนื้อหา สมการที่เป็นจริง

สาระสำคัญ

สมการที่เป็นจริง หมายถึง สมการที่มีจำนวนที่อยู่ซ้ายมือของเครื่องหมาย = มีค่าเท่ากับจำนวนที่อยู่ทางขวามือ



ตัวอย่างสมการที่เป็นจริง

$$6 \div 2 = 3$$

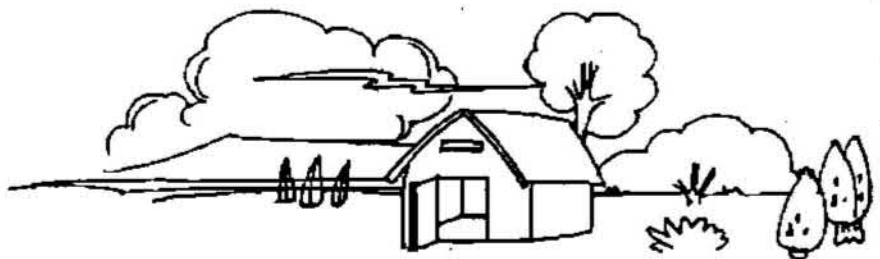
$$40 \times 6 = 60 \times 4$$

$$(48 + 22) - 15 = 48 + (22 - 15)$$

$$2,825 = 2,000 + 800 + 20 + 5$$

จงเลือกสมการที่เป็นจริง

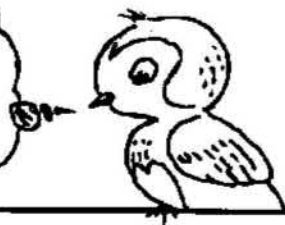
1. $6 \div 2 = 3$
2. $4 - 2 = 4 \div \square$
3. $3 \times 1 = 3 \times 0$
4. $100 - 7 = 7 - 100$
5. $(48 + 22) - 15 = 38 + (22 - 5)$
6. $(22 - 10) - 8 = 22 - (10 - 8)$
7. $7 \times (12 \times 13) = (7 \times 12) \times (7 \times 13)$
8. $(78 \div 6) \times 10 = (78 \times 10) \div 6$



เรื่อง สมการและการแก้สมการ
เนื้อหา สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า

สาระสำคัญ

สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าอยู่
ด้วย นิยมใช้ตัวอักษรแทนตัว
ไม่ทราบค่านั้น



เช่น $4 + ก = 7$
ตัวไม่ทราบค่าคือ ก

ตัวอย่างสมการที่มีตัวไม่ทราบค่า

$ก + 15 = 20$ ตัวไม่ทราบค่า คือ ก
 $35 + 7 = ข$ ตัวไม่ทราบค่า คือ ข
 $3 \times ค = 35$ ตัวไม่ทราบค่า คือ ค
 $ง \div 4 = 5$ ตัวไม่ทราบค่า คือ ง
 $\square - 13 = 8$ ตัวไม่ทราบค่า คือ $\square$

สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า หมายถึง

สมการที่มีตัวอักษรหรือสัญลักษณ์
แทนตัวไม่ทราบค่านั้น

เรื่อง สมการและการแก้สมการ
เนื้อหา การแก้สมการ

สาระสำคัญ

1. การแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการ
2. การแก้สมการอาจทำได้โดย หาจำนวนไปแทนตัวไม่ทราบค่า แล้ว ทำให้สมการเป็นจริง จำนวนเหล่านั้นเรียกว่า คำตอบของสมการ

ตัวอย่าง

การหาคำตอบของสมการ

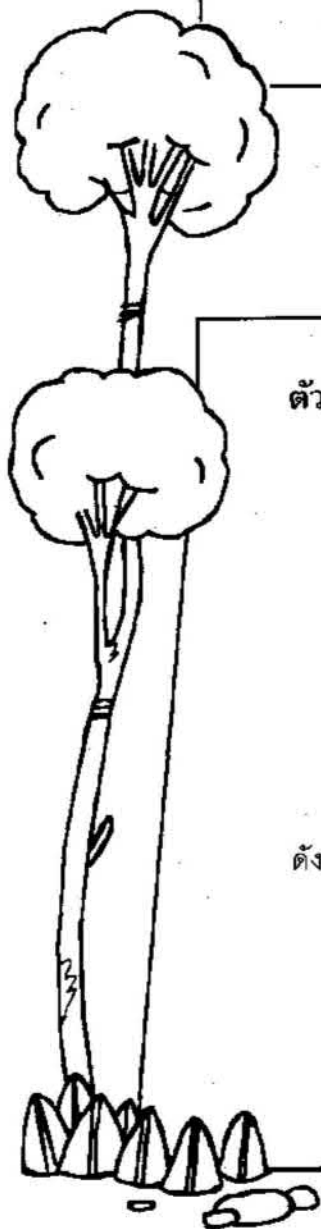
$$x + 2 = 10$$

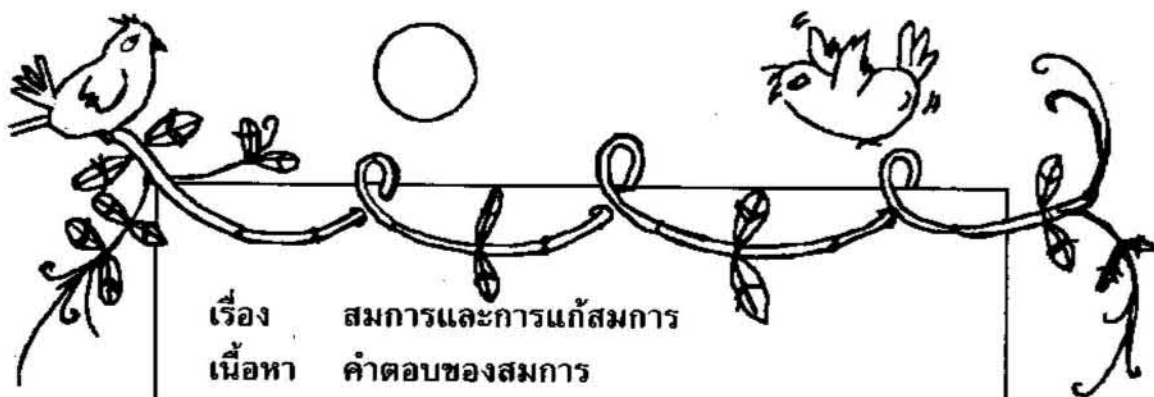
x เป็นตัวไม่ทราบค่าในสมการ
จำนวนที่ไปแทนค่า x แล้วทำให้
 $x + 2 = 10$ เป็นจริง คือ 8

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ 8

$$x + 2 = 10$$

$$8 + 2 = 10$$





สาระสำคัญ

จำนวนที่มาแทนตัวไม่ทราบค่าในสมการแล้ว
ทำให้สมการเป็นจริง เรียกจำนวนนั้นว่า คำตอบของ
สมการ

ตัวอย่าง

สมการ $k + 6 = 12$

นำ 6 ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$k + 6 - 6 = 12 - 6$$

$$k = 6$$

เมื่อแทน k ด้วย 6 ในสมการ $k + 6 = 12$

จะได้ $6 + 6 = 12$

$$12 = 12$$

ซึ่งทำให้สมการเป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $k + 6 = 12$ คือ 6

ข้อสังเกต

ตัวไม่ทราบค่าในสมการ อาจมี 1 ตัว หรือมากกว่า 1 ตัวได้

เรื่อง สมการและการแก้สมการ
เนื้อหา สมบัติการเท่ากัน



สาระสำคัญ

การหาคำตอบของสมการ ทำได้โดยใช้สมบัติการเท่ากัน ต่อไปนี้

1. **สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก** กล่าวว่า จำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลบวกย่อมเท่ากัน
2. **สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ** กล่าวว่า จำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาลบแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลบย่อมเท่ากัน
3. **สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ** กล่าวว่า จำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลคูณย่อมเท่ากัน
4. **สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร** กล่าวว่า จำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งที่ไม่ใช่ศูนย์มาหารแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลหารย่อมเท่ากัน

ตัวอย่าง

สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก

สมการ $15 + 3 = 18$

นำ 6 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$(15 + 3) + 6 = 18 + 6$$

$$18 + 6 = 18 + 6$$

$$24 = 24$$

สมการเป็นจริงตามสมบัติการเท่ากัน
สำหรับการบวก

สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ

สมการ $18 = 10 + 8$

นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$18 \times 3 = (10 + 8) \times 3$$

$$54 = 30 + 24$$

$$54 = 54$$

สมการเป็นจริงตามสมบัติการเท่ากัน
สำหรับการคูณ



สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ

สมการ $18 = 18$

นำ 6 มาลบทั้งสองข้างของ
สมการ

$$18 - 6 = 18 - 6$$

$$12 = 12$$

สมการเป็นจริงตามสมบัติการเท่ากัน
สำหรับการลบ

สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร

สมการ $18 = 12 + 6$

นำ 3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$18 \div 3 = (12 + 6) \div 3$$

$$18 \div 3 = 18 \div 3$$

$$6 = 6$$

สมการเป็นจริงตามสมบัติการเท่ากัน
สำหรับการหาร

เรื่อง การแก้สมการ

เนื้อหา การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก



สาระสำคัญ

สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก กล่าวว่
จำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
มาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากัน ผลบวกย่อมเท่ากัน

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $k - 5 = 12$

เมื่อใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก

จะได้ $k - 5 + 5 = 12 + 5$

$$k = 17$$

การตรวจสอบคำตอบ โดยนำ 17 มาแทน k จะได้

$$17 - 5 = 12$$

$$12 = 12 \text{ สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น 17 เป็นคำตอบของสมการ $k - 5 = 12$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $\triangle - 21 = 1$

เมื่อใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกจะได้

$$\triangle - 21 + 21 = 1 + 21$$

$$\triangle = 22$$

การตรวจสอบคำตอบ โดยนำ 22 มาแทน $\triangle$ จะได้

$$22 - 21 = 1$$

$$1 = 1 \text{ สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น 22 เป็นคำตอบของสมการ $\triangle - 21 = 1$

จงแก้สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก

1. $40 - k = 13$

2. $20 = c - 8$

3. $\triangle - 10 = 24$

4. $\bigcirc - 0 = 13$

5. $\bigcirc - 6 = 14$

เรื่อง การแก้สมการ

เนื้อหา การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ

สาระสำคัญ

สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ กล่าวคือ จำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาลบ แต่ละจำนวนที่เท่ากัน ผลลบลบย่อมเท่ากัน



ตัวอย่าง จงแก้สมการ $\bigcirc + 10 = 15$

เมื่อใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบจะได้

$$\bigcirc + 10 - 10 = 15 - 10$$

$$\bigcirc = 5$$

การตรวจสอบคำตอบ โดยนำ 5 มาแทนใน $\bigcirc$ จะได้

$$5 + 10 = 15$$

$$15 = 15$$

ดังนั้น 5 คือ คำตอบของสมการ $\bigcirc + 10 = 15$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $ค + 3 = 6$

เมื่อใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบได้ $ค + 3 - 3 = 6 - 3$

$$ค = 3$$

การตรวจสอบคำตอบ โดยนำ 3 มาแทนใน ค จะได้

$$3 + 3 = 6$$

$$6 = 6$$

ดังนั้น 3 คือ คำตอบของสมการ $ค + 3 = 6$

จงแก้สมการ โดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ

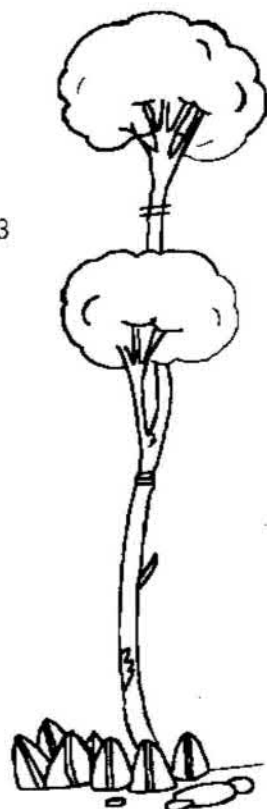
1. $ก + 8 = 10$

2. $18 + ค = 25$

3. $19 = ก + 10$

4. $14 + ข = 30$

5. $\triangle + 9 = 18$



เรื่อง การแก้สมการ
เนื้อหา การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ



สาระสำคัญ

สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ กล่าวว่า จำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากัน ผลคูณย่อมเท่ากัน

ตัวอย่าง

$$\text{สมการ } 2 + 3 = 5$$

เมื่อใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ โดยนำ 4 มาคูณจะได้

$$4(2 + 3) = 4 \times 5$$

$$4 \times 5 = 4 \times 5$$

$$20 = 20$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า ผลคูณเท่ากัน คือ $20 = 20$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ตัวอย่าง

$$\text{สมการ } 2 + 10 = 12$$

เมื่อใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ โดยนำ 2 มาคูณจะได้

$$2(2 + 10) = 2 \times 12$$

$$2 \times 12 = 2 \times 12$$

$$24 = 24$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า ผลคูณเท่ากัน คือ $24 = 24$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ตัวอย่าง

$$\text{สมการ } 9 \div 3 = 3$$

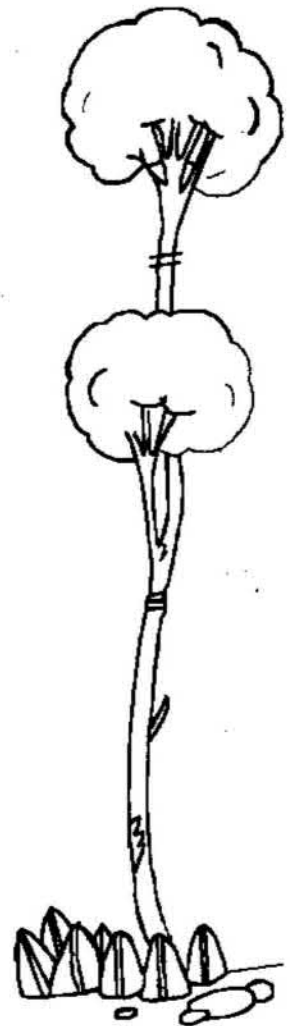
เมื่อใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ โดยนำ 5 มาคูณจะได้

$$5(9 \div 3) = 5 \times 3$$

$$5 \times 3 = 5 \times 3$$

$$15 = 15$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า ผลคูณเท่ากัน คือ $15 = 15$ เป็นสมการที่เป็นจริง



เรื่อง การแก้สมการ
 เนื้อหา การแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร

สาระสำคัญ

สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร กล่าวว่า จำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งที่ไม่ใช่ศูนย์มาหาร แต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลหารย่อมเท่ากัน

ตัวอย่าง

$$\text{สมการ } 4 + 8 = 12$$

นำ 2 มาหารสมการทั้งสองข้าง

$$(4 + 8) \div 2 = 12 \div 2$$

$$12 \div 2 = 12 \div 2$$

$$6 = 6$$

จะเห็นว่าผลลัพธ์เท่ากันคือ $6 = 6$

ดังนั้น จากสมการ $4 + 8 = 12$

จะได้ $(4 + 8) \div 2 = 12 \div 2$

เป็นสมการที่เป็นจริง ซึ่งเป็นไปตาม
 สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร



ภาคผนวก



การสอนความคิดรวบยอดและหลักการ

ก. ความนำ

ความคิดรวบยอด หรือ Concept นั้น มีความซับซ้อนมากกว่าทักษะหรือการเรียนรู้แบบท่องจำและความคิดรวบยอดนั้นต้องการทั้งการเรียนรู้การสอนและการขยายตัวของการเรียนการสอนนั้น แต่อย่างไรก็ตาม ภาวะการเรียนรู้เบื้องต้นที่สำคัญ 3 ประการ คือ ความต่อเนื่องทันทีทันใดของสิ่งเร้าและการตอบสนองการเสริมแรง และการปฏิบัติที่ใช้กับการเรียนทักษะนั้นยังคงมีความสำคัญต่อการเรียนของความคิดรวบยอดอยู่เช่นกัน ทักษะและการเรียนแบบท่องจำนั้นเป็นเบื้องต้นของการเรียนความคิดรวบยอด

ในเรื่องนี้เราจะพูดถึงถึงธรรมชาติและประโยชน์ของความคิดรวบยอด โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาของสติปัญญาและประโยชน์ในห้องเรียน และอีกเรื่องหนึ่งก็คือ การสอนความคิดรวบยอดว่าเราจะมิวิธีสอนกันอย่างไร

ข. ความคิดรวบยอดคืออะไร

ความคิดรวบยอดเป็นการจัดจำพวกของสิ่งเร้าซึ่งมีคุณลักษณะร่วมกัน สิ่งเร้าเหล่านี้ อาจจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคล สิ่งต่อไปนี้นี้เป็นความคิดรวบยอด คือ หนังสือ สงคราม นักเรียน หญิงสวย ครูผู้เสียสละ แต่ชื่อบางอย่างไม่เป็นความคิดรวบยอด เช่น นางสาวแดง สงครามเวียดนาม เรื่องสงครามและสันติภาพของดอกลสตอย เพราะสิ่งเหล่านี้เป็นของเฉพาะ เป็นสิ่งเร้าเฉพาะอย่าง ความคิดรวบยอดนั้นมีใช้สิ่งเร้าเฉพาะอย่าง แต่เป็นพวกหรือประเภท หรือชั้นของสิ่งเร้า หญิงสวยนั้น หมายถึงหญิงสวยหลายคนในพวกเดียวกัน มิได้หมายถึงนางสาวไทยคนใดคนหนึ่ง

ความคิดรวบยอดนั้นไม่จำเป็นจะต้องตรงกับประสบการณ์ของเราเสมอไป แต่เป็นความพยายามของมนุษย์ที่จะจัดประเภทของประสบการณ์เข้าเป็นพวก ๆ อย่างหยาบๆ ความคิดรวบยอดมีความหมายกว้างมาก สาวงามอาจรวมเอาสาวขนาดต่าง ๆ รูปร่าง สัดส่วนต่างๆ คำว่ารัฐก็อาจจะหมายแตกต่างกัน หมายถึงไทยหรือจีน หรืออาจจะหมายถึงรัฐนิวยอร์ก รัฐอินเดียนาก็ได้ คำว่านักเรียนก็อาจจะหมายถึงคนซึ่งมีลักษณะต่าง ๆ กัน ซึ่งเวลาเราพูดถึงนักเรียน เราจะไปพิจารณาลักษณะที่ละเอียดอันแต่ละคนมีแตกต่างกัน เราจะเพ่งเล็งเฉพาะที่สำคัญ

ความคิดรวบยอดนั้นย่อมมีความแตกต่างกันในสิ่งประดับประดา หรือสิ่งบ่งลักษณะ เช่น ทะเลสาบ ย่อมจะแตกต่างจากทะเล แม่น้ำ หรือหนองบึง ก็ตรงขนาด ขนาดเป็นตัวตกแต่งให้ทะเลสาบแตกต่างจากทะเลหรือหนองบึง นอกจากนี้แล้ว ยังมีคุณค่าเข้าไปเกี่ยวข้องด้วย ทำให้

ความคิดรวบยอดในสิ่งนั้นขยายออกไปอีก จำนวนตัวขยายมีแตกต่างกันแล้วแต่ความคิดรวบยอดแต่ละอันจำนวนตัวขยายความของความคิดรวบยอดมากขึ้นเพียงใด ความคิดรวบยอดนั้นก็จะเป็นสิ่งที่เรียนได้ยากขึ้นเพียงนั้น นอกจากนี้ ความเด่นของตัวขยายก็แตกต่างกัน ไม่เท่ากัน สถานที่ตั้งมีความเด่นกว่าส่วนขยายที่เป็นเรื่องของสีและรูปแบบ ส่วนขยายที่เด่นจะช่วยให้เรียนความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้น

Jame Archer (1962) ได้ศึกษาในเรื่องนี้ โดยใช้ภาพที่มีความความสูงและรูปร่างเหมือนกันแทนภาพการณ์ที่ตัวขยายไม่เด่นชัด ปรากฏว่าพวกแรกช่วยให้การเรียนความคิดรวบยอดง่ายกว่า

ค. พัฒนาการทางสมองและความคิดรวบยอด

การเรียนความคิดรวบยอดนั้นจำเป็นที่นักเรียนจะต้องมีความคิดอย่างนามธรรม พัฒนาการของเด็กจะเป็นเครื่องกำหนดระดับของความคิดของเด็ก ในตอนแรก ๆ นั้นความคิดของเด็กจะมุ่งไปสู่สิ่งที่เป็นรูปธรรม ระยะต่อมาเด็กจึงจะเริ่มคิดถึงสิ่งที่เป็นจริง และสิ่งที่ควรจะเป็น ระยะของการคิดในแบบรูปธรรมนั้นเรียกว่า Concrete Operation เป็นการเรียนความคิดรวบยอดโดยการจับจำพวกสิ่งของและเหตุการณ์ ในขั้นนี้จะจัดพวกสิ่งของโดยอาศัยลักษณะการเชื่อมโยง การตรงกันข้าม การบิดส่วนขาดไป ระยะต่อมาจะเป็นระยะการจัดกลุ่มโดยการกระทำเป็นแบบแผนซึ่งจะใช้การสรุปด้วยการใช้หลักเหตุผล คือ ให้ประโยคว่า ถ้าอย่างนั้นแล้วจะต้องเป็นอย่างนี้ เป็นการคิดอย่างมีระเบียบขึ้น

ง. ประโยชน์ของความคิดรวบยอด

ความคิดรวบยอดนั้นเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาศึกษาของเด็กหลายประการ อาทิเช่น

1. ความคิดรวบยอดจะลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อม ในเรื่องนี้เราคงจะจำได้ว่าความคิดรวบยอดนั้นมีใช้สิ่งเร้าเฉพาะสิ่งใดสิ่งหนึ่ง แต่เป็นพวกหรือประเภทของสิ่งเร้า หากเราจะต้องทำการตอบสนองต่อสิ่งเร้าเฉพาะอย่างด้วยวิธีการเฉพาะเสมอ โลกก็คงจะยุ่งยากสำหรับเราอย่างยิ่ง ความซับซ้อนของโลกในปัจจุบันนี้ที่เห็นได้ชัดเด่นก็คือ การขยายตัวของความรู้ในทุกวันนี้ ทำให้เราต้องหาวิธีการจัดประเภท จัดความรู้เข้าเป็นหมวดหมู่อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อมิให้เราต้องไปเสียเวลากับรายละเอียดอันมากมาย

ความพยายามของคนที่จะพยายามลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมนั้น เป็นสัดส่วนโดยตรงกับอายุและสติปัญญา อายุมาก สติปัญญาสูง ก็ยิ่งจะพยายามลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมลงเพียงนั้น แต่ในขณะเดียวกันก็ยังคงเห็นความแตกต่างของสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ อยู่ว่า อันใดมีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร การเห็นความแตกต่างจะทำให้สามารถจัดสิ่งเร้าเข้าเป็นประเภทต่าง ๆ ได้

2. ความคิดรวบยอดทำให้สามารถรู้จักวัตถุต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเรา ทำให้รู้ว่าอะไรเป็นอะไร

3. ความคิดรวบยอดทำให้เราไม่ต้องเรียนอะไรใหม่อยู่เรื่อย เช่น เมื่อเรามีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม เราก็สามารถนำไปประยุกต์กับสัตว์ต่าง ๆ และจัดเข้าพวกได้ ไม่ต้องเรียนใหม่กันซ้ำไปไม่รู้จบสิ้น

4. ความคิดรวบยอดเป็นสิ่งแนะนำทางในการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ เกี่ยวกับเครื่องมือและอื่น ๆ การใช้ความคิดรวบยอดทำให้เรารู้ล่วงหน้าว่าเราจะทำอย่างไรกับสิ่งต่าง ๆ รวมทั้งการแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วย

5. ความคิดรวบยอดทำให้เราสามารถทำการสอนได้ การสอนตั้งแต่ชั้นประถมไปยังชั้นสูง ๆ ต่อไปนั้น นับแต่จะเพิ่มการใช้ความคิดรวบยอดในการสอนมาก เป็นการสอนด้วยวาจาด้วยภาษาพูดมาก ผู้เรียนจะเข้าใจได้จะต้องอาศัยความคิดรวบยอดเป็นอันมาก

เมื่อถึงตอนนี้แล้วก็ควรจะทวนกลับไปสรุปถึงที่กล่าวตั้งแต่ต้น คือ ความคิดรวบยอดคืออะไร ความคิดรวบยอดมีประโยชน์อย่างไร

ความคิดรวบยอดนั้นหมายถึง พวก หรือประเภทของสิ่งเร้าซึ่งมีอุปลักษณะร่วมกัน ความคิดรวบยอดมีความหมายแตกต่างกันไปเนื่องจากลักษณะที่ขยายแตกต่างกัน ซึ่งจะแตกต่างกันในเรื่องคุณค่า จำนวน และความเด่นหรือความสำคัญ

การสอนความคิดรวบยอดนั้นจะต้องกระทำโดยให้มีความเกี่ยวข้องกับระดับพัฒนาการทางสมองของเด็ก การสอนความคิดรวบยอดในวัยปฏิบัติการแบบรูปธรรม คือ วัย 7-11 ปี นั้น ครูจะต้องระลึกว่า ความคิดของเด็กนั้นเกี่ยวข้องกับสิ่งที่ป็นรูปธรรมและสิ่งแวดล้อมเฉพาะหน้า ส่วนระยะหลังต่อมาเป็นระยะการคิดโดยมีเหตุผล หรือมีวิธีการ ในระยะนี้เป็นระยะที่เด็กคิดในแบบนามธรรม มีการตั้งสมมติฐานว่า ถ้าเป็นอย่างนี้แล้วก็ต้องเป็นอย่างนั้น การสอนความคิดรวบยอดในระยะนี้ทำได้ง่ายกว่าระยะที่แล้ว

ก่อนที่เด็กจะเข้าเรียนนั้นเด็กได้ความคิดรวบยอดจากประสบการณ์ตรง และประสบการณ์ตรงนั้นมีข้อจำกัด จึงทำให้ได้ความคิดรวบยอดที่ไม่สมบูรณ์ ครูจะต้องช่วยเหลือให้ได้ความคิดรวบยอดสมบูรณ์ขึ้น ต้องจัดประสบการณ์เพื่อการแก้ไข เพื่อให้ความคิดรวบยอดถูกต้อง

ประโยชน์ทางการศึกษาของความคิดรวบยอดนั้นมีหลายประการ

1. ความคิดรวบยอดช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อม
2. ความคิดรวบยอดทำให้เรารู้จักสิ่งของรอบตัวเรา
3. ความคิดรวบยอดทำให้เราไม่ต้องเรียนซ้ำอีก
4. ความคิดรวบยอดช่วยให้ทิศทางแก่เราในการปฏิบัติการเพื่อแก้ปัญหา
5. ความคิดรวบยอดทำให้การสอนเป็นไปได้ เพราะการสอนในระดับสูงขึ้นไปจำเป็นต้องมีความคิดรวบยอด เพื่อให้สามารถพูดและทำความเข้าใจกันได้

จ. การสอนความคิดรวบยอด

การสอนความคิดรวบยอดนั้นอาจจะดำเนินการเป็นขั้นตอน ๗ ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 บรรยายพฤติกรรมหรือการปฏิบัติที่คาดหวังจากนักเรียนที่ได้เรียนความคิดรวบยอดนั้นแล้ว

ในการเรียนความคิดรวบยอดนั้น พฤติกรรมที่เราคาดหวังจากบุคคลที่ได้เรียนความคิดรวบยอดนั้นก็คือ สามารถยกตัวอย่างความคิดรวบยอดได้ สำหรับความคิดรวบยอดคำว่า Direct Object พฤติกรรมที่คาดหวังก็อาจจะเป็นอย่างนี้ เมื่อให้ยกตัวอย่างใหม่ของ Direct Object เป็นประโยคภาษาอังกฤษต่าง ๆ นักเรียนจะสามารถชี้ได้ว่า อะไรคือ Direct Object บ้าง คำจำกัดความหรือความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ Direct Object เป็นดังนี้ คือ คำนามหรือสรรพนามที่รับการกระทำของกริยา นักเรียนอาจจะท่องจำได้ แต่อาจจะไม่สามารถบอกได้ว่าตัวไหนคือ Direct Object ดังนั้น การเรียนคำจำกัดความของความคิดรวบยอดกับการเรียนความคิดรวบยอดนั้นจึงต่างกัน นักเรียนสามารถบอก Direct Object ได้ แต่อาจจะไม่สามารถให้คำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้น ก็อาจจะมีเช่นกัน

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ความคิดรวบยอดนั้นว่ามีลักษณะส่วนขยายอย่างไรบ้าง จำนวนส่วนขยายมีอะไรบ้าง ส่วนขยายใดสำคัญ พยายามทำส่วนขยายที่สำคัญนั้นให้เด่น ตัดทอนจำนวนส่วนที่ไม่สำคัญออก พยายามเพ่งเล็งต่อส่วนขยายที่คิดว่าสำคัญ

ขั้นที่ 3 ให้นักเรียนได้รู้ลักษณะซึ่งอธิบายลักษณะของความคิดรวบยอดนั้น

ขั้นที่ 4 ให้ตัวอย่างของความคิดรวบยอด ทั้งที่เป็นตัวอย่างตรงความคิดรวบยอด กับตัวอย่างที่ไม่มีความเกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดนั้น ตัวอย่างที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดของคำว่า “นก” ได้แก่ กระจอก กระจาบ พิวาบ นกยูง ส่วนตัวอย่างที่ไม่มีความเกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดนี้ ก็คือ แมว หมา งู แมลงวัน ผึ้ง ค้างคาว ตัวอย่างที่เกี่ยวพันเรียกว่า Positive Example ตัวอย่างที่ไม่เกี่ยวพันเรียกว่า Negative Example

ในเรื่องนี้มีปัญหาอยู่ว่าจะใช้ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องมาน้อยเพียงใด Gagn'e (1965) ได้เสนอแนะไว้ว่า ใช้ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องให้มากที่สุดให้เพียงพอที่จะครอบคลุมความคิดรวบยอดที่สอนเขายกตัวอย่างเรื่องความคิดรวบยอดเกี่ยวกับคำว่า ขอบ (Edges) ซึ่งมีความหมายนัยต่าง ๆ ดังนี้

1. ส่วนหนึ่งของวัตถุสามมิติ เช่น หนังสือ โต๊ะ เก้าอี้
2. ส่วนหนึ่งของวัตถุบางแบบ เช่น กระดาษ ผ้าเช็ดหน้า ผ้าปูเตียง
3. ส่วนหนึ่งของภาพวาดสองมิติ เช่น ภาพวาดในหนังสือ

การสอนความคิดรวบยอดเช่นนี้จะต้องใช้ตัวอย่างให้ครบทั้ง 3 ความหมาย ความหมายต่าง ๆ นี้ที่เป็นส่วนขยายหรือที่ภาษาอังกฤษใช้คำว่า Attributes จำนวนของ Attributes ของความคิดรวบยอดนั้นจะแตกต่างกันแล้วแต่บุคคล แล้วแต่ประสบการณ์ อายุ และสติปัญญา ดังนั้น ขั้นที่ 2 ของการสอนความคิดรวบยอดแต่ละอย่าง จึงต้องกำหนดเสียก่อนว่าจะสอนที่ความหมาย หรือส่วนขยายความ (Attributes)

นอกจากนี้ ยังมีการทดลองผลของการใช้ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับไม่เกี่ยวข้อง ว่ามีผลต่อการเรียนความคิดรวบยอดเช่นใด Kenneth Smoke (1933) ได้เปรียบเทียบผลของการใช้ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวอย่างทั้ง 2 แบบว่าจะแตกต่างกันอย่างไร ถึงแม้ว่าผลของการศึกษาของเขาจะได้ผลไม่แตกต่างกันในเรื่องเวลาเรียน แต่ก็พบว่าผู้ที่ถูกทดลองชอบให้ใช้ตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท ต่อมาอีกได้มีคนศึกษาในเรื่องนี้เหมือนกับ LeRoy Olson (1963) ผลก็ได้เช่นเดียวกับของ Smoke และนอกจากนี้ยังมีผู้ศึกษาว่าถ้าใช้แต่ตัวอย่างที่ไม่เกี่ยวข้องแล้วจะเป็นอย่างไร พบว่าวิธีนี้ทำให้การเรียนความคิดรวบยอดลำบากมาก นอกจากนี้ยังมีการทดลองใช้ตัวอย่างที่เป็นจริง ๆ ปรากฏผลว่าผู้ตัวอย่างแบบง่าย ๆ เช่น วาดภาพการ์ตูนไม่ได้ ทั้งนี้ได้จากการทดลองของ Melvin Marks และ Charles Ramond (1951)

ขั้นที่ 5 เสนอตัวอย่างให้ใกล้ชิดหรือทันทีพร้อม ๆ กัน การเสนอตัวอย่างพร้อม ๆ กัน คือ ตัวอย่างแรกให้ดูแล้วเอาไว้ให้ดูด้วย แล้วก็เอาตัวอย่างที่ 2 ให้ดูอีก แล้วให้ดูตัวอย่างด้วยกันแบบนี้เรียกว่า Simultaneous Presentation แล้วทิ้งไว้ให้ดูพร้อมกับเสนอตัวอย่างใหม่ต่อไป เรื่องนี้ Kates และ Yudin (1964) ได้ศึกษาผลของการเสนอตัวอย่าง 3 วิธี วิธีที่ 1 ให้ดูทีละตัวอย่าง ให้ดูเพียง 20 วินาที เรียกว่า Successive Presentation วิธีที่ 2 ให้ดูพร้อมกันสองตัวอย่าง คือ ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับตัวอย่างใหม่ ซึ่งอาจจะเป็นที่เกี่ยวข้องหรือไม่เกี่ยวข้องก็ได้ วิธีนี้เรียกว่า Focus Condition ส่วนวิธีที่ 3 นั้นให้ดูทีละภาพ แต่ว่าเอาไว้ให้ดูไม่เอาออก วิธีนี้เรียกว่า Simultaneous Presentation ผลปรากฏว่าวิธีที่ 3 นี้ดีกว่า 2 วิธี

ขั้นที่ 6 เสนอตัวอย่างที่เกี่ยวข้องใหม่ ให้นักเรียนตอบโดยการบอกหรือเลือกออกมา เมื่อได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสุนัขแล้ว ก็เสนอภาพสุนัขประเภทต่าง ๆ ให้เลือกออกมาว่าภาพไหนเป็นสุนัข

ขั้นที่ 7 ตรวจสอบการเรียนความคิดรวบยอดของนักเรียนตอนนี้เสมอ ทั้งตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับไม่เกี่ยวข้อง ให้นักเรียนเลือกออกมาเฉพาะตัวอย่างที่เกี่ยวข้อง เช่น จะตรวจสอบความคิดรวบยอด คำว่า สุนัข ก็มีภาพสุนัขพันธุ์ต่าง ๆ รวมทั้งภาพสุนัขจิ้งจอก แมวประเภทต่าง ๆ นักเรียนจะต้องเลือกเอาเฉพาะสุนัขออกมา

ขั้นที่ 8 ให้นักเรียนให้คำจำกัดความคิดรวบยอดนั้น เช่น ถ้ามารู้ได้อย่างไรว่าเป็นสุนัข

ขั้นที่ 9 จัดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบสนอง และได้รับการเสริมแรงการตอบสนอง เหล่านั้นการกระทำใดก็ตามจะต้องให้นักเรียนได้รับการเสริมแรงทันที การเสริมแรงนั้น อาจใช้เสียงหรือพูด การใช้เสียงดังจะช่วยให้การเรียนรู้เป็นไปอย่างรวดเร็ว ผู้ศึกษาในเรื่องนี้คือ Wallace (1964) และเขายังพบอีกว่าการใช้เสียงนั้นดีกว่าการใช้วาจา เพราะเสียงนั้นไม่เจาะจง ต่อใคร โดยเฉพาะการใช้วาจาประเภทตำหนิ เมื่อทำผิดแล้วยิ่งทำให้ความสามารถในการเรียน ความคิดรวบยอดลดลง ด้วยเหตุนี้ การใช้กระดานป้ายไฟฟ้าหรือเครื่องช่วยสอนความคิดรวบยอด จึงได้ผลดี

จ. หลักการคืออะไร

หลักการเป็นข้อความที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดตั้งแต่ 2 ความคิดรวบยอดขึ้นไป (Gag'n 1965) หลักการนี้บางทีก็เรียกว่า กฎ หรือสรุป (Rule or Generalization) ตัวอย่างเช่น (1) สี่บวกสิบเท่ากับสิบสี่ (2) คนทุกคนเท่าเทียมกัน (3) การเรียนรู้ เป็นผลของการปฏิบัติที่ได้รับการเสริมแรง (4) วัตถุ 3 มิติต้องมี 6 ด้าน

ข้อความแรกเป็นหลักการอันประกอบด้วยความคิดรวบยอดหลายอัน ได้แก่ สี่ บวก สิบ เท่ากับสิบสี่ ข้อความอื่นก็เช่นกัน ประกอบด้วยความคิดรวบยอดหลายอัน

ข. การสอนหลักการ

การสอนหลักการอาจจะแยกเป็นขั้นตอนต่าง ๆ 8 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ในขั้นนี้ก็เช่นเดียวกับการสอนความคิดรวบยอด นั่นคือ อธิบายการประกอบกิจ ที่คาดหวังว่านักเรียนจะกระทำได้ เมื่อเขาได้เรียนหลักการนั้นแล้ว เช่น เมื่อให้คำนามภาษาอังกฤษในรูปเอกพจน์ นักเรียนจะทำให้เป็นพหูพจน์ด้วยการเติม S ลงหลังคำนามส่วนมาก

ขั้นที่ 2 ต้องดึงดูดสนใจและชี้ให้เห็นว่า ความคิดรวบยอดใดบ้าง หลักการใดบ้างที่จะต้องนึกให้ได้เมื่อจะเรียนหลักการใหม่นี้ ในขั้นนี้ต้องแยกหรือวิเคราะห์หลักการเพื่อให้ทราบว่า ความคิดรวบยอดที่เป็นส่วนประกอบของหลักการนั้นมีอะไรบ้าง และจะต้องตรวจสอบนักเรียนว่าเขา มีความคิดรวบยอดเช่นนั้นหรือยัง ตัวอย่างในขั้นที่ 1 นั้น นักเรียนจะต้องมีความคิดรวบยอดต่อไปนี้ คือ พหูพจน์ส่วนมาก คำนาม การเติม s และเอกพจน์ นอกจากนี้ต้องระลึกเสมอว่า หลักการขั้นสูงย่อมจะมีหลักการขั้นต่ำเป็นฐาน การจะเรียนรู้หลักการขั้นสูงได้จะต้องเรียน หลักการที่เป็นฐานเสียก่อน

ขั้นที่ 3 ช่วยให้นักเรียนระลึกถึงความคิดรวบยอดที่เป็นองค์ประกอบของหลักการนั้น

ขั้นที่ 4 ช่วยนักเรียนในการประกอบความคิดรวบยอดเข้าด้วยกันตามลำดับที่ถูกต้อง อาจจะถามนักเรียนว่า นักเรียนลองบอกมาซิว่านักเรียนเปลี่ยนคำนามเอกพจน์ส่วนมากเป็นคำนามพหูพจน์ได้อย่างไร นักเรียนอาจบอกว่า โดยเติม S ลงหลังคำนามเอกพจน์ ครูก็บอกว่าถูกต้อง

ขั้นที่ 5 ให้นักเรียนแสดงหลักการอย่างกว้างขวาง

ขั้นที่ 6 ให้นักเรียนบอกข้อความของหลักการอย่างถูกต้อง เช่น อาจจะถามว่า บอกซิว่าทำคำนามเอกพจน์ให้เป็นพหูพจน์ได้อย่างไร นักเรียนอาจตอบว่า ด้วยการเติม S หลังคำนาม

ขั้นที่ 7 ตรวจสอบการเรียนรู้หลักการของนักเรียน ต้องดูให้แน่ว่านักเรียนมิได้ท่องจำแบบนกแก้ว นกขุนทอง นั่นคือ ให้คำนามเอกพจน์จำนวนหนึ่งให้นักเรียนเปลี่ยนเป็นพหูพจน์ดูว่านักเรียนทำถูกมากน้อยเพียงใด

ขั้นที่ 8 จัดให้มีการปฏิบัติเกี่ยวกับหลักการนั้น และให้มีการเสริมแรงแก่การตอบสนองของนักเรียน เช่น ให้นักเรียนเขียนแต่งความ ซึ่งจะต้องใช้หลักการนี้ ครูต้องแจ้งให้รู้ว่าจะผิดอย่างไร

ข. สรุป

คราวนี้ใครจะสรุปทั้งหมดเกี่ยวกับเรื่องความคิดรวบยอด ความคิดรวบยอดนั้นเป็นกลุ่มหรือพวกของสิ่งเร้า มิใช่สิ่งเร้าเฉพาะอันใดอันหนึ่ง ความคิดรวบยอดย่อมจะมีความหมายต่าง ๆ กันไปตามจำนวนของส่วนขยาย ส่วนขยายหรือความหมายต่าง ๆ นั้นย่อมจะมีความเด่นแตกต่างกันไป ความคิดรวบยอดนี้มีความหมายมากอย่างเพียงใดก็ย่อมจะตกแก่การเรียนรู้เพียงนั้น

ความคิดรวบยอดมีประโยชน์ต่อการศึกษามาก อาทิเช่น ความคิดรวบยอดลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อม ความคิดรวบยอดช่วยให้ไม่ต้องเรียนใหม่อยู่เสมอ ความคิดรวบยอดช่วยให้การสอนดำเนินไปได้

การสอนความคิดรวบยอดนั้นอาจประกอบด้วยขั้นต่าง ๆ 9 ขั้นด้วยกัน คือ

ขั้นที่ 1 เป็นการกำหนดพฤติกรรมของนักเรียนที่ได้เรียนความคิดรวบยอดนั้น

ขั้นที่ 2 เป็นการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดนั้นว่าจะมีความหมายในประการใดบ้าง จะสอนความหมายใด ความหมายใดที่สำคัญ

ขั้นที่ 3 เป็นการเสนอลักษณะ หรือคำจำกัดความของความคิดรวบยอด

ขั้นที่ 4 จัดเสนอตัวอย่างทั้งที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดนั้น และทั้งที่ไม่เกี่ยวข้องด้วย

ขั้นที่ 5 เสนอตัวอย่างให้พร้อม ๆ กันหรือใกล้เคียงกัน

ขั้นที่ 6 จัดหาตัวอย่างใหม่สำหรับความคิดรวบยอดนั้น เพื่อให้นักเรียนเลือกออกมาให้ได้

ขั้นที่ 7 ทดสอบการเรียนรู้ความคิดรวบยอดของนักเรียน ด้วยการเสนอตัวอย่างที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง ให้นักเรียนเลือกเอาเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดนั้น

ขั้นที่ 8 ให้นักเรียนให้คำจำกัดความเกี่ยวกับความคิดรวบยอดนั้น เช่นถามว่า รู้ได้อย่างไรว่าเป็นสุนัข

ขั้นที่ 9 จัดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบสนอง และให้ได้รับการเสริมแรงการตอบสนองนั้น

การสอนทั้ง 9 ขั้นของการสอนความคิดรวบยอดนี้ เป็นการสอนตามแบบการสอนขั้นต้น แบบการสอนขั้นต้น (Basic Teaching Model) นี้ ผู้คิดขึ้น คือ Glaser (1962) มีขั้นต่าง ๆ ดังนี้

1. จุดประสงค์ของการสอน
2. พฤติกรรมนำสู่การเรียนรู้
3. กระบวนการสอน
4. การประเมินผล

การสอนความคิดรวบยอด 9 ขั้นนี้ ขั้นที่ 1 เทียบได้กับการวางจุดประสงค์ของ Basic Teaching Model ขั้นที่ 2 ตรงกับพฤติกรรมนำสู่การเรียนรู้ ขั้นที่ 3, 4, 5 นั้นตรงกับกระบวนการสอน ส่วนขั้นอื่น ๆ ก็พอจะตรงกับการประเมินผลตามแบบการสอนขั้นต้น

ส่วนหลักการนั้นเป็นข้อความของความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดตั้งแต่ 2 ความคิดรวบยอดขึ้นไป การดำเนินการสอนนั้นมี 8 ขั้น เมื่อเปรียบกับรูปแบบการสอนเบื้องต้นแล้วก็เทียบได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 เทียบกับองค์ประกอบอันแรกของรูปแบบการสอนเบื้องต้น

ขั้นที่ 2 เทียบได้กับขั้นพฤติกรรมเข้าสู่เรื่อง (Entering behavior) ในขั้นนี้ครูจะต้องตัดสินใจว่าความคิดรวบยอดใด หรือหลักการใดที่เป็นองค์ประกอบของหลักการใหม่ที่เรียน จะต้องกระตุ้นให้นักเรียนระลึกถึงความคิดรวบยอดหรือหลักการเหล่านั้น จะต้องคิดถึงเรื่องความเป็นทายาทของหลักการต่าง ๆ หลักการระดับสูงย่อมต้องการหลักการระดับต่ำเป็นบูรพกรรม

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นของการช่วยให้นักเรียนระลึกถึงความคิดรวบยอดที่เป็นองค์ประกอบของหลักการนั้น ต้องจัดให้มีความต่อเนื่องทันทีทันใดซึ่งกันและกัน (Contiguity)

ขั้นที่ 4 ต้องช่วยให้นักเรียนนำความคิดรวบยอดนั้นมาเรียงลำดับให้ถูกต้อง

ขั้นที่ 5 เป็นการสร้างความเข้าใจในหลักการให้ถูกต้องด้วยการให้นักเรียนแสดงหลักการนั้นอย่างกว้างขวาง

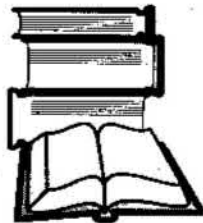
ขั้นที่ 6 ให้นักเรียนกล่าวหลักการนั้นออกมาให้ถูกต้อง

ขั้นที่ 7 เป็นการทดสอบการเรียนรู้หลักการของนักเรียนด้วยการปฏิบัติในสิ่งใหม่ที่จะต้องใช้หลักการนั้น และ

ขั้นที่ 8 เป็นการจัดให้มีการเสริมแรงแก่การตอบสนองของนักเรียน

หนังสือที่ใช้ประกอบการเรียบเรียง

- Archer, James E. "Concept Identification as a Function of Obviousness of Relevant and Irrelevant Information," **Journal of Experimental Psychology**, 63, 616-20, 1962.
- Gagne, Robert M. **Conditions of Learning**. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1965.
- Hunt, Earl B. **Concept Learning. An Information Precessing : Problem**. John Wiley & Son, 1962.
- Jensen, Arthur R. "Individual Difference in Concept Learning," in **Analyses of Concept Learning**, eds. H.J. Klausmeier, and C.W. Harris. New York : Academic Press, pp. 139-154, 1966.
- Kates, Solis L., and Yudin Lee. "Concept Attainment and Memory," **Journal of Education Psychology**, 55, 103-9, 1964.
- Klausmeier, Herbert J., and Chester W. Harris. **Analyses of Concept Learning**, eds. Academic Press, 1966.
- Marks, Melvin R., and Charles K. Ramond. "A New Technique for Observing Concept Evacation," **Journal of Expermental Psychology**, 42, 103-107, 1951.
- Olson, Le Roy. "Concept Attainment of High School Sophomores," **Journal of Educational Psychology**, 54, 213-16, 1963.
- Wallace, John. "Concept Dominant, Type of Feedback and Intensity of Feedback as Related to Concept Attainment," **Journal of Educational Psychology**, 55, 159-66, 1964.



การเรียนรู้ความคิดรวบยอด

ในการเรียนการสอนทุกระดับการเรียนรู้ความคิดรวบยอด (concept) เป็นจุดมุ่งหมายสำคัญประการหนึ่งที่ต้องบรรลุถึง สาเหตุที่ความคิดรวบยอดมีความสำคัญเช่นนี้เนื่องจากว่าความคิดรวบยอดเป็นเสมือนฐานของการทำความเข้าใจกฎ (rule) หลักการ (principle) และการใช้กฎและหลักการ ซึ่งทั้งสองประเด็นที่กล่าวถึงนี้ถือว่าเป็นจุดวิกฤตของการเรียนรู้ การแก้ปัญหาและการใช้ความคิดสร้างสรรค์ บรูเนอร์ (Bruner, 1956:112-113) ได้ให้ความเห็นว่าการเรียนรู้ความคิดรวบยอด กฎ และหลักการมีประโยชน์ต่อผู้เรียนดังนี้

ประการแรก ใช้ระบุสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบ ๆ ตัว

ประการที่สอง ลดความจำเป็นที่จะต้องเรียนรู้ทุกสิ่งทุกอย่างลง

ประการที่สาม ลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อม

ประการที่สี่ ใช้ในการจัดลำดับและโยงความสัมพันธ์ของสิ่งต่างประเภทกันเข้าด้วยกัน

ประการที่ห้า ช่วยให้ผู้เรียนอธิบายเหตุการณ์ พยากรณ์ผลที่จะเกิดขึ้น ควบคุมหรือเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ และช่วยในการแก้ปัญหาได้

ในการสอนให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เรื่องเหล่านั้นนั้นผู้สอนควรจะได้ทราบถึงความหมายและองค์ประกอบของความคิดรวบยอด กฎ และหลักการเสียก่อน ต่อจากนั้นจึงพิจารณาถึงกระบวนการเรียนรู้และข้อเสนอแนะสำหรับการสอนตามลำดับ

1. ความหมายของความคิดรวบยอด กฎ และหลักการ

ความคิดรวบยอด หมายถึง ภาพที่เกิดขึ้นในใจของบุคคลเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติ คุณลักษณะร่วมกัน กลุ่มของสิ่งเร้านี้อาจจะเป็นชนิด ประเภท วัตถุ ธรรมชาติ เหตุการณ์ หรือบุคคลก็ได้ (วิชัย วงศ์ใหญ่, 2532:18) การรวมกันของความคิดรวบยอดตั้งแต่สองความคิดรวบยอดขึ้นไปก่อให้เกิดกฎและหลักการขึ้นมา กฎ หมายถึง การรวมกันของความคิดรวบยอดซึ่งเป็นไปตามลำดับและก่อให้เกิดลักษณะเดี๋ยวย่างใหม่ การเรียนรู้กฎ คือ การให้รหัสของความคิดรวบยอดที่เรียงกันอยู่เพื่อจะได้เกิดศักยภาพในการจัดประเภทหรือเปลี่ยนแปลงสภาพ วัตถุความสัมพันธ์ กระบวนการหรือเหตุการณ์ (Rhower, Rhower, and B-Howe, 1980:77) ตัวอย่างเช่น เราเรียนเรื่องกฎของการแปลงมาตราส่วนจากเซนติเมตรเป็นนิ้ว กฎข้อนี้จะช่วยให้แปลงจาก 1" 5" 20" เป็น 2.54 12.70 50.80 เซนติเมตร เป็นต้น ตามความเห็นของกาเยต์ (1975) การเรียนรู้กฎนั้นต้องเรียนรู้ความคิดรวบยอดก่อนเพื่อใช้เป็นพื้นฐานส่วนความสัมพันธ์ระหว่างกฎก็คือ หลักการนั่นเอง หรืออาจกล่าวได้ว่า หลักการคือ ชุดของกฎพื้นฐานที่ได้จัดระบบไว้และได้แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ต่อกัน เช่น หลักการที่ว่าความเร็วเฉลี่ยลดระดับความเร็วและการเคลื่อนไหว เป็นต้น

2. องค์ประกอบของความคิดรวบยอด

ความคิดรวบยอดแบ่งออกได้เป็นสี่องค์ประกอบ ได้แก่ นาม ตัวอย่างคุณลักษณะ และคุณค่าของคุณลักษณะ (Joyce & Weil, 1986:30) การเรียนรู้ความคิดรวบยอด คือ การเรียนรู้องค์ประกอบทั้งหมดนี้

สำหรับองค์ประกอบแรกอันได้แก่ นาม นั้น หมายถึง คำที่ใช้บ่งหมวดหมู่ของวัตถุ เหตุการณ์ หรือ กระบวนการ เช่น สิ่งพิมพ์ การจลาจล หรือ การเรียนรู้ เป็นต้น แม้ว่าของบางอย่างดูเหมือนจะจัดให้อยู่ในหมวดหมู่เดียวกันได้แต่หากจะพิจารณาดูในรายละเอียดแล้วจะแตกต่างกันออกไป ดังเช่น สิ่งพิมพ์ ซึ่งมีอยู่หลากหลายด้วยกัน อย่างไรก็ตามการมีลักษณะร่วมกันเป็นเหตุให้ถูกเรียกอย่างเดียวกัน

องค์ประกอบตัวที่สอง ได้แก่ ตัวอย่าง ซึ่งหมายถึงตัวอย่างที่เป็นอุทาหรณ์ (instances) ของความคิดรวบยอดนั้น ทั้งนี้เพราะส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ความคิดรวบยอดก็คือ การรู้จักตัวอย่างที่เป็นอุทาหรณ์และแยกแยะออกจากตัวอย่างที่คล้ายกันแต่ไม่ใช่อุทาหรณ์ของความคิดรวบยอดนั้นได้

องค์ประกอบตัวที่สาม ได้แก่ คุณลักษณะแยกออกเป็นสองประเภท ประเภทแรกเป็นคุณลักษณะร่วมที่เป็นสาระของความคิดรวบยอดนั้นและเป็นสาเหตุที่ทำให้จัดประเภทของตัวอย่างที่มีคุณลักษณะนั้นไว้ในหมวดหมู่เดียวกัน ส่วนอีกประเภทหนึ่ง ได้แก่ คุณลักษณะร่วมซึ่งไม่ได้เป็นสาระสำคัญที่ทำให้ต้องจัดประเภทของตัวอย่างที่มีลักษณะร่วมนั้นให้อยู่ในหมวดหมู่เดียวกัน ดังเช่น ป้ายราคาที่เป็นของในตลาด แม้ว่าจะปิดไว้ในราคาหน่วยละเท่ากัน ก็มิได้หมายความว่าของที่มีราคาต่อหน่วยเท่ากันจะเป็นของประเภทเดียวกัน ซึ่งความสามารถในการแยกแยะคุณลักษณะร่วมสองประเภทนี้ก็เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ความคิดรวบยอด

องค์ประกอบตัวสุดท้าย ได้แก่ คำที่แปรไปได้ของคุณลักษณะ ทั้งนี้เพราะคุณลักษณะแต่ละประการนั้นมีได้มีเพียงค่าเดียว ตรงกันข้ามคุณลักษณะแปรไปได้ในระดับต่าง ๆ กัน ตัวอย่างเช่น คุณลักษณะของความเป็นพิษ เราใส่คลอรีน (Chlorine) ลงในน้ำเพราะคลอรีนมีพิษ แต่โดยที่เราตัดสินใจว่าหากเราใส่พิษลงไปในระดับหนึ่งพิษนั้นจะฆ่าเชื้อแบคทีเรีย (bacteria) ในน้ำโดยไม่เป็นพิษต่อมนุษย์ ดังนั้นเราจึงใส่คลอรีน ซึ่งมีพิษลงไปในการประปาแต่น้ำประปาก็มิใช่ตัวอย่างของน้ำที่มีพิษและไม่อาจจัดหมวดหมู่ของน้ำประปาให้อยู่ในประเภทของน้ำที่มีพิษต่อมนุษย์ได้ แต่หากเราใส่ในปริมาณที่มากเกินไปกว่านั้นจนเป็นอันตรายต่อการบริโภคของคน น้ำนั้นก็จัดให้อยู่ในประเภทของน้ำพิษ

เนื่องจากความคิดรวบยอดเป็นเรื่องที่ค่อนข้างซับซ้อน ผู้สอนจึงต้องมีความชัดเจนในหลายเรื่องก่อนที่จะสอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งเรื่องของคุณลักษณะที่จะนำมาใช้จัดหมวดหมู่เพื่อระบุความคิดรวบยอด

ประการแรกคือ ในบางกรณีการระบุนามคิดรวบยอดทำได้โดยอาศัยคุณลักษณะที่ปรากฏ ซึ่งอาจจะเพียงคุณลักษณะเดียวหรือหลายคุณลักษณะประกอบกันและค่าของคุณลักษณะก็อาจแปรไปหรือไม่แปรไป

ประการที่สอง ในบางกรณีการระบุนามคิดรวบยอดจะทำได้โดยอาศัยคุณลักษณะที่ปรากฏร่วมกับคุณลักษณะที่ขาดไป ตัวอย่างเช่น ชายโสด คือคนที่มีคุณสมบัติร่วมกับผู้ชายทั้งหมดแต่ที่ขาดหายไป ได้แก่ ภรรยา เป็นต้น

และประการสุดท้าย ความคิดรวบยอดบางอย่างต้องอาศัยความเชื่อมโยงระหว่างกรณีเช่น กาฝากจะต้องมีต้นไม้มที่เป็นตัวเลี้ยง ความสัมพันธ์ระหว่างพืชทั้งสองในลักษณะที่เป็นตัวอาศัยและตัวให้อาศัย จึงเป็นจุดสำคัญในการระบุว่าสิ่งใดเป็นกาฝาก ในความสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์ก็ปรากฏในลักษณะเช่นนี้มาก เช่น สามีกับภรรยา พ่อกับแม่ หรือ พ่อแม่กับลูก เป็นต้น

3. การเรียนรู้ความคิดรวบยอด กฎ และหลักการ

3.1 ขั้นตอนในการเรียนรู้

บุพภาคของการเรียนรู้กฎและหลักการ ได้แก่ การเรียนรู้เรื่องความคิดรวบยอด จุดมุ่งหมายของการเรียนรู้ความคิดรวบยอด คือ การที่ผู้เรียนมีความสามารถในการแยกแยะ จัดหมวดหมู่ของวัตถุหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ เข้าเป็นกลุ่มเดียวกันได้โดยอาศัยลักษณะร่วมกัน หรือลักษณะเหมือนของสิ่งเร้านั้นเป็นเกณฑ์ในการจัดรวมอยู่ประเภทเดียวกันและแบ่งแยก สิ่งเร้าที่ไม่มีลักษณะร่วมกันออกไว้ในประเภทอื่นซึ่งเป็นแนวคิดที่ดวงเดือน พันธุมนาวิน (2522, อ้างอิงจาก วิชัย วงศ์ใหญ่, 2532:21) เรียกว่าเป็นการสร้างความคิดรวบยอดในการสอนผู้เรียนให้สร้างความคิดรวบยอดได้มีข้อที่ผู้สอนต้องตระหนักถึง คือ ขั้นตอนการเกิดความคิดรวบยอด กฎ และหลักการ

กระบวนการหรือขั้นตอนการเกิดความคิดรวบยอด ประกอบด้วย

หนึ่ง ข้อมูลผัสสะ (sense data) ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนจะใช้กลไกของประสาทสัมผัสรับรู้สิ่งเร้า

สอง การจัดกลุ่มหรือระเบียบข้อมูล ขั้นนี้ผู้เรียนจะใช้กระบวนการเพ้นจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับคุณลักษณะร่วมหรือเหมือนเพื่อการจัดหมวดหมู่

สาม การเกิดความคิดรวบยอดจากสองขั้นที่ผ่านมาผู้เรียนจะเข้าใจลักษณะสำคัญหรือลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้นได้

สี่ การเกิดมโนภาพ (image) ผู้เรียนจะจำลักษณะเฉพาะหรือแบบของสิ่งเร้านั้นไว้ในลักษณะภาพความนึกคิดสำหรับนำไปเปรียบเทียบกับความรู้ใหม่ (วิชัย วงศ์ใหญ่, 2532:22-23)

จากความคิดรวบยอดหลายอย่างที่เราเรียนไปผู้เรียนจะต้องนำเอามาสัมพันธ์กัน จากทฤษฎีของเฮิร์ชเบล (1963) ได้เสนอว่าการเรียนรู้ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดนั้น จะต้องตระหนักถึงขั้นตอนของการเรียนรู้ที่ความคิดรวบยอดนั้นเกาะติดอยู่ เนื่องจากจะเป็นสิ่งที่มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้กฎและหลักการของนักเรียน ดังนั้นในการสอนกฎและหลักการจึงต้องเริ่มจากการตรวจสอบข้อมูลหรือข้อเท็จจริงที่สัมพันธ์อยู่กับกฎและหลักการนั้นเสียก่อน หากจะเรียบเรียงขั้นตอนที่กล่าวถึงออกมาเป็นลำดับก็จะเห็นว่าการเรียนรู้กฎและหลักการมีลำดับดังภาพ 7.1 ดังนั้นในการสอนกฎและหลักการครูจำเป็นต้องเริ่มจากการวิเคราะห์ความรู้ความเข้าใจในข้อมูลพื้นฐานของเรื่องนั้น ๆ ก่อนเพื่อสร้างความคิดรวบยอด แล้วจึงตรวจสอบความคิดรวบยอดในแต่ละเรื่องจากนั้นจึงนำมาสัมพันธ์กันและเนื่องจากกฎและหลักการเป็นสิ่งที่บ่งชี้ความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุ เหตุการณ์ หรือ กระบวนการ การสอน จึงต้องอาศัยเนื้อหาที่มีความหมาย มิใช่เป็นการบอกเฉพาะกฎและหลักการอย่างเดียว นักเรียนควรมีโอกาสสังเกตกฎและหลักการจากการทดลองให้ และตรวจสอบผลที่ได้อันจะทำให้เรียนรู้กฎและหลักการได้แม่นยำขึ้น

ภาพ 7.1 ขั้นตอนของการเกิดความคิดรวบยอด กฎและหลักการ



ที่มา : วิชัย วงศ์ใหญ่, 2532:28

3.2 การวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

ดังที่ได้กล่าวแล้วว่าในการเริ่มเรียนรู้ความคิดรวบยอด กฎและหลักการจะต้องเริ่มด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับสิ่งนั้นให้เข้าใจชัดเจนเสียก่อน ดังนั้นก่อนเริ่มการเรียนการสอน ผู้สอนจำเป็นต้องวิเคราะห์สิ่งที่จะสอนให้แจ่มแจ้ง และในการวิเคราะห์นั้น กูดวินและเคลาสเมียร์ (Goodwin & Clousmelter, 1975:249) ได้เสนอขั้นตอนไว้เจ็ดขั้นด้วยกัน

หนึ่ง ให้คำจำกัดความความคิดรวบยอดนั้น

สอง ระบุคุณลักษณะที่เป็นของความคิดรวบยอดนั้นและลักษณะที่คล้ายกันแต่ไม่เป็น

สาม ระบุตัวอย่างที่เป็นอุทาหรณ์ของความคิดรวบยอดนั้นและตัวอย่างที่คล้ายกันแต่ไม่เป็นอุทาหรณ์ของความคิดรวบยอดนั้น

สี่ ระบุว่าความคิดรวบยอดนั้นจัดอยู่ในชั้นใดของการเรียนรู้ และระบุความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดนั้นกับความคิดรวบยอดอื่น ๆ ที่อยู่ในชั้นของการเรียนรู้เดียวกัน

ห้า ระบุหลักการที่ต้องใช้ความคิดรวบยอดนั้น

หก ระบุปัญหาตัวอย่างและวิธีแก้ปัญหาที่ต้องอาศัยความคิดรวบยอดที่เรียนรู้ไป

เจ็ด ระบุนามที่เหมาะสมสำหรับจะใช้กล่าวถึงลักษณะต่างๆ ที่รวมกันเป็นความคิดรวบยอดนั้น

เพื่อความเข้าใจขอให้ลองพิจารณาการวิเคราะห์ความคิดรวบยอดเรื่อง สามเหลี่ยมด้านเท่า ตามขั้นตอนทั้งเจ็ด

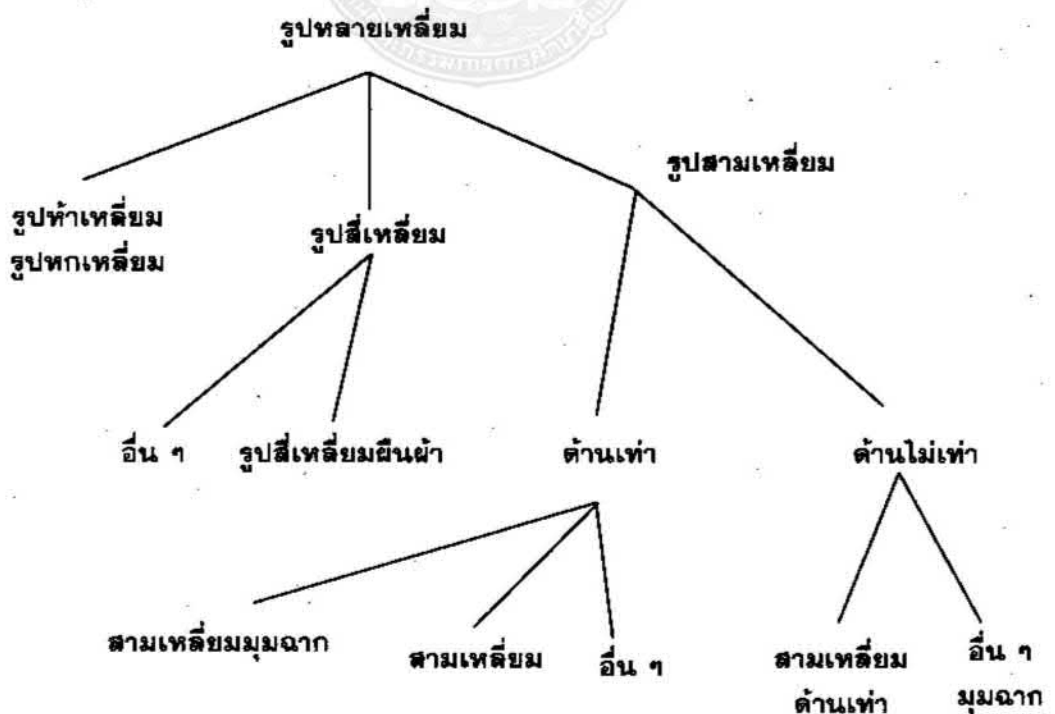
1. นิยาม สามเหลี่ยมด้านเท่า หมายถึง รูปปิดหน้าราบที่มีด้านเท่ากัน สามด้านและมีมุมเท่ากันสามมุม

2. ระบุคุณลักษณะ หน้าราบ รูปปิด ด้านเท่าสามด้าน มุมเท่าสามมุม

3. ตัวอย่าง แสดงภาพสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดต่าง ๆ

ตัวอย่างที่ไม่ใช่ สามเหลี่ยมมุมฉาก สามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีด้านเท่ากันสองด้าน สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า สี่เหลี่ยมจัตุรัสด้านเท่าขนาดต่าง ๆ

4. การจัดจำแนกความสัมพันธ์



ความสัมพันธ์ระหว่างประเภท

- ก. สามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ข. สามเหลี่ยมหน้าจั่วบางประเภทไม่ใช่สามเหลี่ยมด้านเท่า

5. หลักการที่ต้องใช้

- ก. สามเหลี่ยมด้านเท่าจะมีรูปทรงเหมือนกัน
- ข. หากมุมทั้งสามของสามเหลี่ยมมีองศาเท่ากันแล้วด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมจะมีความยาวเท่ากัน

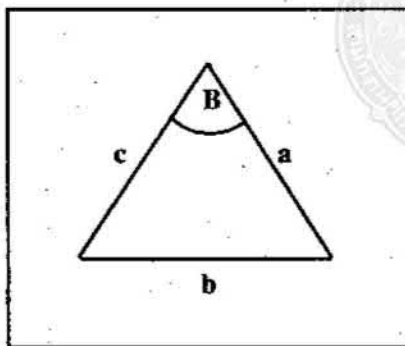
ความยาวเท่ากัน

ค. หากด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมีความยาวเท่ากันแล้วมุมทั้งสามของสามเหลี่ยมจะมีองศาเท่ากัน

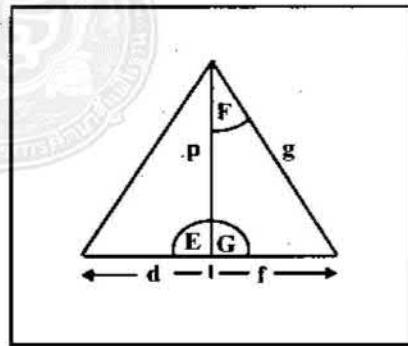
ง. หากมีเส้นตรงเส้นหนึ่งมาแบ่งมุมยอดของสามเหลี่ยมด้านเท่าจะทำให้เกิดสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ และมีเส้นแบ่งครึ่งมุมนั้นเป็นด้านประกอบร่วมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสอง

จ. เส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมด้านเท่าใด ๆ จะมีความยาวเป็นสามเท่าของด้านแต่ละด้าน

6. ปัญหาตัวอย่าง



1



2

รูปที่ 1 ด้าน a, b และ c มีความยาวเท่ากัน มุม B จะกางกี่องศา

- ก. 120
- ข. 90
- ค. 60
- ง. บอกไม่ได้จนกว่าจะวัด
- จ. ไม่ทราบ

รูปที่ 2 เส้น P เป็นเส้นที่แบ่งมุมยอดของสามเหลี่ยมด้านเท่า สมมุติว่าด้าน g ยาว 2 นิ้ว มุม F กางเท่ากับกี่องศา

- ก. 90
- ข. 60
- ค. 30
- ง. บอกไม่ได้จนกว่าจะวัด
- จ. ไม่ทราบ

7. ศัพท์ มุม รูปปิด เท่ากัน สามเหลี่ยมด้านเท่า ด้าน รูปทรงอย่างง่าย และ สามเหลี่ยม เมื่อผู้สอนได้วิเคราะห์ความคิดรวบยอดที่จะสอนได้แล้วก็เท่ากับว่าผู้สอนพร้อมที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ แม้ว่าจะไม่จำเป็นนักที่ผู้สอนจะต้องกระทำหมดทั้งเจ็ดขั้น แต่การที่ได้ทราบถึงกระบวนการทั้งหมดนั้นนักจิตวิทยาเชื่อว่าจะช่วยให้การเรียนการสอนเป็นไปได้ดีขึ้น

3.4 กลวิธี

รูปแบบการสอนความคิดรวบยอดมีอยู่หลายรูปแบบด้วยกันแต่ในบรรดา รูปแบบเหล่านั้นจะมีกลวิธี (approach) อยู่สองกลวิธี คือ กลวิธีของการอุปมาน (inductive) และกลวิธีของการอนุมาน (deductive) ในกลวิธีของการอุปมานนั้น ผู้เรียนจะค้นหาความคิดรวบยอดโดยอาศัยการเปรียบเทียบความคล้ายและความต่างของสิ่งเร้าผู้สอนที่ใช้กลวิธีอุปมานอาจทำได้ด้วยการให้ตัวอย่างหลายตัวอย่างก่อน แล้วภายหลังจึงให้ชื่อและนิยามของความคิดรวบยอดนั้น ตัวอย่างเช่น ครูหยิบรูปของรถยนต์นั่ง รถประจำทาง รถโดยสารรับจ้าง รถจักรยานยนต์ รถไฟ หรือรถจักรยาน ให้นักเรียนดูแล้วให้นักเรียนบอกชื่อรถแต่ละชนิด ต่อมาครูอาจอธิบายว่ารถทุกชนิดเหล่านี้ใช้ในการขนส่งคนหรือสิ่งของและ รวมเรียกว่า “พาหนะล้อเลื่อน” จากนั้นจึงให้ตัวอย่างหรือให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างที่คิดว่าสอดคล้องกับความหมายที่ให้ไว้

กลวิธีอุปมานนั้นมีประโยชน์ตรงที่นักเรียนได้มีโอกาสค้นหาและสร้างความคิดรวบยอดด้วยตนเอง ส่วนกลวิธีอนุมานก็ประหยัดเวลาในการเรียนการสอน ดังนั้นการที่ครูจะเลือกกลวิธีใด ขึ้นอยู่กับเวลาและเป้าหมายของการเรียนรู้ความคิดรวบยอดตามที่ได้กำหนดไว้

4. ข้อเสนอแนะสำหรับการสอน

4.1 เมื่อนำเสนอตัวอย่างต้องแน่ใจว่าได้เสนอทั้งตัวอย่างที่สอดคล้องและไม่สอดคล้องกับความคิดรวบยอดที่กำลังสอนอยู่ สมมุติว่าครูสอนความคิดรวบยอดเรื่องการแก้แค้น ครูอาจยกตัวอย่างข่าวจากหนังสือพิมพ์มาสามเรื่อง

ก. นายมนัสมานายวิเชียรซึ่งเป็นผู้สมรู้ร่วมคิดในการปล้นธนาคารเป็นการปิดปาก

ข. นางสาววนิดาฆ่านายนิกรเนื่องมาจากนายนิกรซึ่งเป็นคนรักของเธอเปลี่ยนใจไปมีรักใหม่

ค. นายเดโชฆ่าตัวตายเพราะเป็นโรคเอดส์

จากทั้งสามเหตุการณ์ที่ยกมา ให้นักเรียนช่วยกันเปรียบเทียบความเหมือนและความต่างของเหตุการณ์ และอธิบายว่าทำไมเหตุการณ์ที่สองจึงถือว่าเป็นการแก้แค้น ขณะที่อีกสองเหตุการณ์ไม่ถือว่าเป็นการแก้แค้น

4.2 ใช้กลวิธีอุปมานแลอนูมานในการสอน การทบทวนและการทดสอบ ความคิดรวบยอด กฎ และหลักการ

4.3 ครูต้องระมัดระวังในการรับนิยามของความคิดรวบยอดของนักเรียน เพื่อเป็นการยืนยันว่านักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดนั้นครูควรจะต้องทดสอบซึ่งการทดสอบที่ดีที่สุด คือดูความสามารถที่จะจำแนกระหว่างตัวอย่างที่เป็นอุทาหรณ์ของความคิดรวบยอดนั้น กับตัวอย่างที่คล้ายกันแต่ไม่ใช่ ด้วยวิธีนี้ครูจะลดความเป็นไปได้ในการท่องจำนิยามของ ความคิดรวบยอดแบบนกแก้วนกขุนทองของนักเรียนซึ่งมิใช่จุดมุ่งหมายของการเรียนรู้ ความคิดรวบยอด

4.4 การยกตัวอย่างเพื่อประกอบความเข้าใจนั้นต้องเริ่มจากง่ายไปหาตัวอย่างที่ ซับซ้อน

4.5 ก่อนจะเริ่มสอนบทเรียนซึ่งมีความคิดรวบยอด กฎหรือ หลักการใหม่ ครู ต้องแน่ใจก่อนว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานที่จำเป็นเพียงพอแล้ว เนื่องจากพบว่าความสำเร็จใน การเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ นั้นขึ้นอยู่กับความคุ้นเคยของนักเรียนที่มีต่อสิ่งที่เป็นฐานเดิมซึ่งสิ่งใหม่ เกาะติดอยู่

4.6 ให้ข้อมูลป้อนกลับแก่นักเรียน นั่นคือ บอกนักเรียนว่าตัวอย่างที่นักเรียนยกมา นั้นเป็นการตีความ หรือสร้างความสัมพันธ์ ระหว่างความคิดรวบยอดหรือระหว่างกฎที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องเนื่องจากข้อมูลป้อนกลับจะมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการรับประกันว่าได้เรียนรู้ ความคิดรวบยอด กฎ หรือหลักการนั้นไปแล้ว และแก้ไขข้อบกพร่องสำหรับผู้ที่ยังเรียนรู้ ไม่สมบูรณ์

4.7 เปิดโอกาสให้นักเรียนนำความคิดรวบยอดมาสัมพันธ์กันเป็นกฎและหลักการ และนำไปทดลองใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ พร้อมกับตรวจสอบผลที่ได้

อนึ่ง ครูจะต้องระลึกไว้เสมอว่าความคิดรวบยอดของแต่ละคนจะก่อตัวขึ้นมาได้นอกจาก จะขึ้นอยู่กับการสอนของครูแล้ว ยังขึ้นอยู่กับประสบการณ์การเรียนรู้เฉพาะอย่างที่ผ่านมา ยิ่งไป กว่านั้นยังขึ้นอยู่กับบุคลิกภาวะของผู้เรียนซึ่งสิ่งเหล่านี้ล้วนเข้ามามีบทบาทมากในการเรียนรู้ ความคิดรวบยอด กฎ และหลักการการเรียนรู้การแก้ปัญหา

เหตุผลหลักประการหนึ่งของการเรียนรู้กฎและหลักการก็เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหา อาจถือได้ว่าเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนค้นพบการรวมกันของกฎและหลักการที่ได้ เรียนรู้ไปแล้วว่าสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ไขสถานการณ์ที่เป็นปัญหา อย่างไรก็ตาม การแก้ปัญหามิใช่เป็นเพียงการประยุกต์ใช้สิ่งที่เรียนไปแล้วเท่านั้น เมื่อผู้เรียนพบกับสถานการณ์ที่ เป็นปัญหา ผู้เรียนจะพยายามระลึกถึงกฎและหลักการที่เรียนรู้มาเพื่อหาทางแก้ไข ในกระบวนการ ของการระลึกและคิดนี้ ผู้เรียนจะได้ลองตั้งสมมุติฐานหลาย ๆ แบบและทดสอบด้วยการนำไปใช้

เมื่อพบว่ากฎและหลักการใดที่เหมาะสมกับสถานการณ์ ผู้เรียนไม่เพียงแต่จะใช้แก้ปัญหาได้เท่านั้น แต่โดยนัยนี้ถือว่าผู้เรียนได้เรียนรู้สิ่งใหม่ควบคู่ไปด้วย

1. ขั้นตอนของการแก้ปัญหา

ปัญหา คือ อะไร เมเยอร์ (Mayer, 1977:5) ให้ข้อเสนอว่า สิ่งที่เราเรียกว่าเป็นปัญหานั้นจะต้องมีส่วนประกอบสามประการ ดังนี้

- ประการแรก มีสภาพหนึ่งปรากฏอยู่
- ประการที่สอง ต้องการให้สภาพนั้นหมดไป
- ประการที่สาม ยังไม่มีหนทางหรือวิธีการที่ชัดเจนเพื่อเปลี่ยนแปลงสภาพ

ปกติแล้วเมื่อบุคคลเผชิญกับปัญหา แรกทีเดียวจะพยายามทำความเข้าใจว่าอะไรจำเป็นต่อการแก้ปัญหาค้างนี้ก่อน ต่อมาจึงหาวิธีแก้ไขมา 2-3 วิธี แล้วจึงจัดเรียงความน่าจะเป็นในการใช้วิธีเหล่านั้นเพื่อแก้ปัญหา สุดท้ายจึงเลือกวิธีที่คิดว่าดีกว่าวิธีอื่นมาใช้แก้หากใช้ไม่ได้การแก้ปัญหาก็สิ้นสุดหากใช้ไม่ได้ก็จะลองวิธีอื่นหรือปล่อยปัญหาไว้โดยยังไม่แก้ จากกระบวนการแก้ปัญหตามปกตินี้ได้มีนักปราชญ์และนักจิตวิทยาหลายท่านได้พยายามจัดระบบขึ้นมาเพื่อเอื้อต่อการคิดแก้ปัญหาได้เร็วและสะดวกขึ้น

แนวคิดแรกเป็นของ วอลลาส (Wallas, 1926 citing Reynolds & Flagg, 1983:232) ในหนังสือเรื่อง ศิลปะแห่งความคิดของเขา วอลลาสได้เสนอขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้สี่ขั้น คือ

ก. **ขั้นเตรียม** เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาเลือกปัญหา รวบรวมข้อมูลที่เป็นภูมิหลัง และพยายามที่จะแก้ปัญหา

ข. **ขั้นพักตัว** ผู้แก้ปัญหาจะหันไปเอาใจใส่ในการทำกิจกรรมอื่น ๆ เช่น นอนหลับหรือทำอย่างอื่นโดยมิได้หมกมุ่นอยู่กับตัวปัญหา

ค. **ขั้นตระหนัก** ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะเกิดได้คำตอบอย่างฉับพลันใกล้เคียงกับที่นักจิตวิทยากลุ่มความรู้ความเข้าใจเรียกว่า การหยั่งเห็น

ง. **ขั้นตรวจสอบ** ผู้แก้ปัญหาจะใช้เวลาตรวจสอบคำตอบที่ได้

โพลยา (Polya, 1968) เป็นอีกท่านหนึ่งที่พยายามระบุขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้เป็นลำดับรวมทั้งหมดมีสี่ขั้น คือ

ก. **ขั้นเข้าใจ** ปัญหาขั้นนี้ผู้แก้ปัญหามองหาข้อมูลโดยการถามตนเองว่า เราต้องการอะไร เป้าหมายของเราคืออะไร และมีเงื่อนไขใดในการแก้ปัญหานี้

ข. **คิดบทวน** เพื่อวางแผน ผู้แก้ปัญหาคิดถึงปัญหาที่คล้ายคลึงกันซึ่งเคยพบมาเพื่อที่จะจัดระบบปัญหาเสียใหม่ การคิดเช่นนี้จะทำให้ได้สิ่งชี้แนะว่าควรจะทำอย่างไรในการแก้ปัญหา ขั้นนี้ผู้แก้ปัญหามองถามตนเองว่า กับปัญหาลักษณะนี้ เราเคยแก้ได้อย่างไร

ค. การดำเนินการตามแผน ขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะพยายามแก้ปัญหาตามแผนที่คิดไว้

ง. การตรวจสอบผล ผู้แก้ปัญหาจะประเมินผลที่ได้รับจากการใช้วิธีแก้ปัญหา ซึ่งอาจมีหลายวิธี โดยดูว่าผลที่ได้รับนั้นเป็นอย่างไรกับเป้าหมายที่ต้องการหรือไม่

ทั้งแนวคิดของวอลลาสและของโพลยาไม่มีข้อนาสังเกตสองประการด้วยกัน **ประการแรก** ปัญหาในชีวิตจริงมักจะพบว่าจะไม่มีจุดแบ่งที่เด่นชัดระหว่างขั้นตอนในการแก้ปัญหาแต่ละขั้น เหมือนที่เสนอไว้และที่มากกว่านั้น คือ ปัญหาแต่ละปัญหายังอาจประกอบด้วยปัญหาย่อยอีกหลาย ๆ ปัญหา **ประการที่สอง** สภาพของปัญหาไม่ชัดเจนซึ่งหมายถึงสภาพที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน ข้อมูลที่เกี่ยวข้องและเป้าหมายที่ต้องการปัญหาในชีวิตจริงส่วนใหญ่นั้นมักมีการแก้ไขแบบปลายเปิด คือ ไม่มีคำตอบที่ตายตัว ซึ่งตรงจุดนี้ ไรท์แมน (Rietman, 1965) ได้ให้ข้อเสนอว่าวิธีหนึ่งจะแก้ปัญหาที่นิยามได้ไม่ชัดเจน คือ ต้องกำหนดให้ได้ว่าเป้าหมายที่ต้องการหรือสภาพที่หมดปัญหาเป็นอย่างไร

2. การสอนให้แก้ปัญหา

การเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหานั้นจะต่างออกไปจากการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาเฉพาะอย่างในห้องเรียน ตัวอย่างเช่น การแก้ปัญหาใจหทัยคณิตศาสตร์ ซึ่งมีสภาพปัญหาและคำตอบชัดเจนนักเรียนเพียงแต่คิดหาวิธีให้ได้คำตอบมา แต่ในชีวิตของนักเรียนปัญหามีหลายรูปแบบ จึงจำเป็นที่จะต้องสอนให้เรียนรู้ถึงกลวิธีการของการแก้ปัญหา โดยในที่นี้จะเริ่มจากขั้นตอนการสอน กลวิธีการกระตุ้นความคิด และการประเมินทักษะในการแก้ปัญหา

2.1 ขั้นตอนการสอน

การสอนการแก้ปัญหานั้นจะต้องเริ่มต้นจากการตระหนักว่ามีปัญหาเนื่องจากมีระยะห่างระหว่างสภาพที่เป็นอยู่กับสภาพที่อยากเป็น ดังนั้นจากสภาพของหากผู้แก้ปัญหาจะเริ่มหากระบวนการที่นำไปสู่เป้า แต่ในการหากระบวนการที่นำไปสู่เป่านั้นผู้แก้ปัญหาก็จำเป็นต้องมีข้อมูลและคิดถึงเงื่อนไขต่าง ๆ ประกอบกันไปเพื่อให้กระบวนการที่คิดมานั้นใช้ได้ผล ออสบอร์น (Osborn, 1963) ได้นำแนวคิดนี้มาแยกแยะเป็นขั้นตอนการสอนการแก้ปัญหา โดยแบ่งออกเป็น 10 ขั้น คือ

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดถึงสภาพที่เป็นปัญหาทุกแง่มุม
2. เลือกปัญหาย่อย ๆ มาตรวจสอบ
3. คิดหาแหล่งข้อมูลที่สอดคล้องกับสภาพปัญหา
4. เลือกแหล่งข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้มากที่สุด
5. กำหนดขอบข่ายการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ไว้หลาย ๆ วิธี

6. เลือกแนวคิดที่คิดว่าจะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้มากที่สุดซึ่งไม่จำเป็นต้องเป็นแนวคิดเดียว
7. คิดถึงทุกวิธีที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา
8. เลือกวิธีที่เชื่อว่าจะแก้ปัญหาได้มากที่สุด
9. จินตนาการถึงสิ่งที่จะเป็นไปได้ทั้งหมด
10. ตัดสินใจเลือกคำตอบสุดท้าย

โกรเวอร์ บรุนนิก และฟิลเบค (Grover, Brunig, and Filbeck, 1983:113-114) ได้เสนอความคิดเพิ่มเติมว่า ในการสอนการแก้ปัญหานั้นต้องให้โอกาสนักเรียนได้เผชิญกับสภาพการณ์ที่เป็นปัญหาโดยที่สภาพปัญหานั้นต้องสัมพันธ์กับกฎเกณฑ์และหลักการที่ได้เรียนไปในชั้นเรียน และช่วยให้นักเรียนระบุปัญหาและสภาพพื้น ปัญหาเพื่อให้นักเรียนแน่ใจว่ารู้จักปัญหาก่อนลงมือแก้ ทั้งนี้ผู้สอนต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล และการเกิดอคติในการรับรู้ปัญหาซึ่งอาจขัดขวางการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาได้

2.2 กลวิธีการค้นความคิดเพื่อแก้ปัญหา

ในการสอนการแก้ปัญหา ผู้สอนอาจพัฒนากลวิธีหลาย ๆ แบบขึ้นมา โดยจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนฝึกคิดกลวิธีอาจอยู่ในรูปแบบหรือกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนสนุกและได้ฝึกคิดไปพร้อม ๆ กัน กลวิธีที่เสนอแนะในที่นี้ได้แก่ กลวิธีที่เกี่ยวกับการค้นหาโดยอาศัยข้อมูลจากปัญหาเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง (heuristic search) ซึ่งประกอบด้วยการค้นหาโดยอาศัยระยะทาง และการวิเคราะห์หาวิธีปลายทาง กลวิธีการวางแผน (planning method) ซึ่งประกอบด้วยการเขียนแบบและการขยายขนาด และสุดท้าย ได้แก่ การระดมพลังสมอง (brainstorming)

ก. การค้นหาระยะทาง ให้ระบุสภาพพื้นปัญหาไว้เป็นปลายทางแล้วเริ่มต้นค้นหาวิธีแก้ปัญหา โดยมีสิ่งชี้แนะที่ระบุว่าขณะนี้เราได้เข้าใกล้หรือยังไกลจากเป้าหมาย เช่นอาจใช้เกมร้อน-เย็น ในการทดลองให้นักเรียนคนหนึ่งซ่อนของชิ้นหนึ่งไว้ในห้องแล้วให้เพื่อนหาว่าซ่อนไว้ที่ไหน นักเรียนที่เป็นผู้ค้นหาจะต้องเดินหารอบห้องเมื่อเข้าใกล้ที่ผู้ซ่อนซ่อนจะบอกว่า ร้อน เมื่อไกลจากที่ซ่อนผู้ซ่อนจะบอกว่า เย็น การให้สิ่งชี้แนะร้อน-เย็น ก็เพื่อให้ผู้เรียนมีข้อมูลสำหรับการแก้ปัญหา เกมร้อน-เย็นนี้ สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาได้หลายอย่างแล้วแต่ผู้สอนจะคิดสภาพปัญหาและสิ่งชี้แนะขึ้นมา

ข. การวิเคราะห์หาวิธีปลายทาง กิจกรรมนี้ต่างจากการค้นหาระยะทางตรงที่มีอยู่หลายวิธีที่จะบรรลุเป้าหมายได้ กระบวนการนี้เริ่มด้วยผู้แก้ปัญหาต้องระบุว่าสิ่งที่เป้าหมายของตนคืออะไร แล้วจึงหาวิธีการต่าง ๆ มากกระทำเพื่อให้บรรลุปลายทางที่เป็นเป้า สิ่งที่ต้องทำในที่นี้คือแยกเป้าหมายหลักออกเป็นเป้าหมายย่อยแล้วหาวิธีแก้ทีละขั้น ตัวอย่างเช่น

ผู้เขียนมีปัญหาว่าจะไปทำงานได้อย่างไรผู้เขียนมีกระบวนการคิดดังนี้ ขณะนี้ผู้เขียนอยู่ที่บ้าน (สภาพปัจจุบัน) ต้องการไปวิทยาลัยซึ่งเป็นที่ทำงาน (ปลายทาง) ความแตกต่างในที่นี้คือ ระยะทาง (ปัญหา) มีอะไรที่ทำให้ผู้เขียนจัดการกับระยะทางได้ (วิธี) รถประจำทางเพราะผู้เขียนไม่มีรถยนต์ แล้วต้องทำอะไรอีก (ปัญหา) ผู้เขียนต้องดูเวลารถประจำทางจะผ่านมา ตารางอยู่ที่ไหน ดิดไว้บนฝาผนัง แล้วอะไรอีก เตรียมเศษเงินให้เท่ากับค่ารถ เศษเงินอยู่ที่ไหน อยู่ในถาดบนโต๊ะเขียนหนังสือ ดังนี้ต่อไปเรื่อย ๆ สิ่งสำคัญของการใช้กลวิธีนี้ คือ การระบุช่องว่างระหว่างที่เป็นจริงกับที่อยากจะเป็น และหาวิธีมาลดช่องว่างนั้น

ค. การเลียนแบบ มีอยู่บ่อยเหมือนกันที่การคิดแก้ปัญหาเองทั้งเสียเวลาและสิ้นเปลืองมากกว่าการดูแบบจากที่มีผู้ทำไปแล้ว ดังนั้นผู้สอนจึงอาจให้ผู้เรียนอ่าน หรือสำรวจแนวคิดในการแก้ปัญหาของคนอื่น ๆ ที่เคยทำมาในสภาพที่คล้ายคลึงกันแล้วจึงนำมาลองปรับใช้กับสภาพปัญหาของตนเอง

ง. การขยายขนาด วิธีนี้ผู้สอนอาจให้นักเรียนแก้ปัญหาขนาดเล็กก่อนเพื่อสร้างความมั่นใจในการหาทางแก้ แล้วจึงขยายปัญหาลักษณะเดียวกันให้มีขนาดใหญ่ขึ้น ตัวอย่างเช่น เราต้องการจะจัดงานเลี้ยงขนาดใหญ่เชิญแขกมาเป็นจำนวนมากซึ่งเป็นสิ่งที่เราไม่เคยทำมาก่อน เราอาจเริ่มจากการคิดจัดงานเลี้ยงขนาดเล็ก เช่น มีแขกสองคน แล้วเราจึงลงมือคิดรายการว่าเราต้องใช้อะไรจัดงานเลี้ยงขนาดเล็กบ้าง (ปริมาณอาหาร ประเภทของอาหาร ที่นั่ง และอื่น ๆ) แล้วจึงค่อยขยายให้ใหญ่ขึ้น

จ. การระดมพลังสมอง กลวิธีกระตุ้นความคิดที่รู้จักกันดีอีกอย่างหนึ่ง คือ กลวิธีระดมพลังสมอง ออสบอร์น (1963) ได้พัฒนากลวิธีที่เรียกกันว่า การระดมพลังสมองด้วยจุดมุ่งหมายหลักสองประการ **ประการแรก** เพื่อใช้แก้ปัญหาที่สำคัญอันเป็นจุดมุ่งหมายระยะยาว **ประการที่สอง** เพื่อหาแนวคิดในการแก้ปัญหาให้มากที่สุดสำหรับการแก้ปัญหาเฉพาะหน้าที่กำลังเผชิญอยู่ วิธีของการระดมพลังสมองเริ่มจากการที่กลุ่มมีปัญหาแล้วสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มต่างพยายามคิดหาทางแก้ออกมาให้มากที่สุดโดยมีหลักว่า

ประการแรก สนใจปริมาณความคิด หมายถึงว่า ยิ่งคิดได้มากเท่าไรยิ่งมีแนวโน้มที่จะได้ความคิดที่ใช้แก้ปัญหาได้มากขึ้นเท่านั้น

ประการที่สอง มีเสรีในการแสดงความคิด ยิ่งคิดได้กว้างมากเท่าไรยิ่งดีเท่านั้น

ประการที่สาม ไม่อนุญาตให้มีการวิพากษ์วิจารณ์ความคิดของผู้ใด ในขั้นตอนของการเสนอความคิด

ประการสุดท้าย กระตุ้นให้มีการนำเอาความคิดที่ได้มารวมกันหรือปรับปรุงความคิดที่เสนอมาให้รัดกุมขึ้นเพื่อเป็นการสังเคราะห์ความคิด

มีองค์ประกอบอยู่สองประการที่อาจขัดขวางประสิทธิภาพของการระดมพลังสมองประการแรก คือ การวิพากษ์วิจารณ์ความคิดที่แต่ละคนเสนอมา หรือ เมื่อมีการประเมินความคิดในขั้นของการสังเคราะห์เพื่อนำไปใช้ก่อนเวลาอันควรจะมีผลทำให้ผู้ร่วมแก้ปัญหาหลังเลที่จะแสดงความคิดของตนออกมา ประการที่สอง การที่ผู้ร่วมแก้ปัญหาขาดประสบการณ์และข้อมูลที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาจึงทำให้วิธีแก้ปัญหาที่ได้ไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควร

ได้มีการนำเอากลวิธีกระตุ้นความคิดเหล่านี้ไปใช้เพื่อแก้ปัญหาในหลายวงการและรวมทั้งการเรียนการสอนด้วย นักจิตวิทยาการศึกษาเชื่อว่ากลวิธีเหล่านี้จะช่วยให้ผู้เขียนกระฉับกระเฉงขึ้นในการเรียนรู้การแก้ปัญหา

2.3 การประเมินทักษะในการแก้ปัญหา

ผู้สอนอาจประเมินทักษะในการแก้ปัญหาของผู้เรียนได้โดยการถามคำถามซึ่งสามารถตอบได้หลายคำตอบและดูว่านักเรียนจะสนองตอบต่อคำถามอย่างไร ตัวอย่างเช่น ผู้สอนอาจกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ตนเองเผชิญร่วมกันอยู่ เปิดโอกาสให้นักเรียนเสนอความคิดของตนเองมาคนละสองวิธีบอกเหตุผลของแต่ละวิธีมาให้การเสริมแรงนักเรียนที่มีวิธีแก้ปัญหาได้แปลกและใหม่และสมเหตุผล ผลกระตุ้นให้นักเรียนที่ไม่อาจคิดหาวิธีแก้ปัญหาได้ให้สนใจขั้นตอนต่าง ๆ ของการแก้ปัญหาตามที่ได้กล่าวมาแล้ว

3. เงื่อนไขของการเรียนรู้การแก้ปัญหา

เงื่อนไขของการเรียนรู้การแก้ปัญหาของผู้เรียน อาจแบ่งออกได้เป็นสองประการ คือ ภูมิหลังของผู้เรียนและสิ่งที่ผู้เรียนเคยเรียนรู้มา

3.1 ภูมิหลังของผู้เรียน

การที่ผู้เรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ดีเพียงไรนั้นขึ้นอยู่กับภูมิหลังหลายอย่างของผู้เรียน เช่น วัย สถานภาพของครอบครัว วิธีการอบรมเลี้ยงดูจากครอบครัว แบบการคิด และระดับสติปัญญาของผู้เรียน เช่น เจลิมพล ดันสกูล (2521) ซึ่งศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาเฉพาะหน้าของเด็กอายุ 3-6 ปีพบว่า เมื่ออายุมากขึ้นความสามารถในการแก้ปัญหาของเด็กจะมีมากขึ้น อรชา วราวิทย์ (2526) ซึ่งศึกษาการแก้ปัญหาของเด็กวัย 4-6 ปี ผลการศึกษาก็สอดคล้องกับของเจลิมพล กล่าวคือ เด็กอายุมากกว่าแก้ปัญหาได้ดีกว่า และทั้งสองคนพบตรงกันว่า ระดับการศึกษาและอาชีพของผู้ปกครอง และการอบรมเลี้ยงดูที่เด็กได้รับจากครอบครัวมีผลให้เด็กแก้ปัญหาต่างกัน ไกรวุฒิ ฤทธาภรณ์ (2530) ได้ศึกษาความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาของเด็กประถมที่มีแบบการคิดและสติปัญญาต่างกัน พบว่า นักเรียนที่มีสติปัญญาสูงมีการตัดสินใจแก้ปัญหาดีกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาดำ และนักเรียนที่มีการคิดแบบวิเคราะห์เชิงบรรยายซึ่งหมายถึงความคิดที่อาศัยข้อเท็จจริงประกอบการวิเคราะห์จะมีการตัดสินใจดีกว่านักเรียนที่คิดแบบอิงความสัมพันธ์

3.2 สิ่งที่ได้เรียนรู้ไปล่วงหน้า

ในการแก้ปัญหาที่เรากล่าวมาแล้วแต่ต้นว่าผู้เรียนจำเป็นต้องดึงเอาสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้วมาใช้ในบางกรณี สิ่งที่เราเรียนรู้ไปแล้วก็ช่วยให้แก้ปัญหาได้ดีขึ้น แต่ในบางกรณีอาจกลายเป็นสิ่งขัดขวางการแก้ปัญหาเนื่องจากแทนที่จะใช้วิธีใหม่ ๆ ผู้เรียนมีแนวโน้มจะใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่เคยชิน หรือติดยึดอยู่กับข้อจำกัดเดิมโดยไม่คิดแหวกออกไปในแง่อื่นๆ ซึ่งผู้สอนจะต้องรอบคอบต่อเงื่อนไขดังกล่าวในตัวผู้เรียน

นอกจากเงื่อนไขภายในตัวผู้เรียนที่กล่าวไปแล้วยังมีเงื่อนไขที่เป็นสถานการณ์การเรียนรู้ภายนอกอีก กาเยต์ (1977, 161-163) ได้เสนอว่า ถ้อยคำใช้ ในการเสนอปัญหาไม่ว่าจะเป็นภาษาพูดหรือเขียน เช่น การถามเพื่อกระตุ้น หรือชี้แนะ เหล่านี้จะมีผลสนับสนุนการแก้ปัญหาอย่างมาก เนื่องจากการถามที่เหมาะสมจะกลายเป็นสิ่งชี้แนะให้ผู้เรียนคิดถึงเป้าหมายของกิจกรรมและวิธีที่จะดำเนินไปให้บรรลุเป้าหมายนั้น

การเรียนรู้ความคิดสร้างสรรค์

เป็นที่ตระหนักกันดีว่าความคิดสร้างสรรค์มีบทบาทมากต่อพฤติกรรมของการประดิษฐ์คิดค้นสิ่งใหม่หรือแสวงหาความรู้ใหม่เพื่อนำมาปรับใช้กับการดำรงชีวิตของผู้คนในสังคม แต่โดยทั่วไปแล้วปรากฏว่าสภาพการเรียนการสอนในห้องเรียนยังไม่เอื้อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์มากเท่าที่ต้องการ ทั้งนี้เห็นได้จากประการแรก มีผลงานวิจัยยืนยันว่าพฤติกรรมคล้ายตามของนักเรียน ได้รับการเสริมแรงจากผู้สอนมากกว่าพฤติกรรมแปลกใหม่ (Torrance, 1963) และพฤติกรรมกล้าแสดงออก (Feshback, 1969) ซึ่งทั้งสองพฤติกรรมนี้เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์ ประการที่สอง พบว่าผู้สอนที่อยากสอนให้นักเรียนของตนเกิดความคิดสร้างสรรค์ยังมีปัญหาเรื่องกลวิธีการสอน จึงไม่อาจสอนนักเรียนให้มีความคิดสร้างสรรค์ได้ (Shallcross, 1981) และสาเหตุประการสุดท้ายมาจากปรากฏการณ์ที่ว่าผู้ที่มีชื่อเสียงในการสร้างสรรค์ผลงานแขนงต่างๆ มักมีชีวิตที่อาภัพ ยากจนและถูกดูหมิ่น ต่อเมื่อถึงแก่กรรมไปแล้วเป็นเวลานานจึงได้รับการยกย่องจากสังคมในภายหลัง จึงอาจทำให้นักเรียนรับรู้ว่าความคิดสร้างสรรค์ไม่มีประโยชน์มากนักต่อการดำรงชีวิต เมื่อสาเหตุสามประการนี้มารวมกันเข้าจึงกลายเป็นอุปสรรคสำคัญต่อการเรียนรู้ความคิดสร้างสรรค์

อย่างไรก็ตามเนื่องจากความคิดสร้างสรรค์มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาสังคมทั้งในระดับประเทศและระดับที่กว้างออกไป เราจึงจำเป็นต้องพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ให้กับนักเรียน ซึ่งจะต้องเริ่มตั้งแต่การพิจารณาความหมาย ทฤษฎี และกลวิธีการสอนไปตามลำดับ

1. ความหมายของความคิดสร้างสรรค์

กล่าวกันว่าความคิดสร้างสรรค์ เป็นสิ่งที่พุดง่าย แต่ให้ความหมายยาก แม้กระทั่ง

ในหมู่นักจิตวิทยาที่ศึกษาเรื่องความคิดสร้างสรรค์ก็ยังให้ความหมายไว้ไม่ตรงกัน ความหมายที่นักจิตวิทยาแต่ละท่านให้ไว้สะท้อนให้เห็นว่าความคิดสร้างสรรค์อย่างน้อยก็มองได้ในสองแง่

แง่แรก เป็นการมองความคิดสร้างสรรค์จากผลผลิต โดยนัยนี้ความคิดสร้างสรรค์หมายถึง ความคิดที่ก่อให้เกิดการผลิดสิ่งใหม่ซึ่งใช้ประโยชน์ได้ดีขึ้นในสังคม (Day & Berlyne, 1971:331) ซึ่งจากนิยามที่ให้ไว้แสดงว่าได้มองผลผลิตหรือชิ้นงานว่าเป็นเครื่องแสดงออกของความคิดสร้างสรรค์ ความยากอยู่ที่ว่าเราจะตัดสินได้อย่างไรว่าผลผลิตใดจึงจะถือว่าผู้ผลิตมีความคิดสร้างสรรค์ซึ่งในประเด็นนี้ในกลุ่มเดียวกันก็ยังเห็นต่างกัน กลุ่มแรกเห็นว่า งานที่ถือว่าสร้างสรรค์ต้องเป็นงานใหม่ของผู้ผลิตคนนั้น โดยไม่คำนึงถึงว่าจะมีคนอื่นเคยผลิตงานลักษณะนั้นมาก่อนหน้าหรือไม่ ส่วนกลุ่มหลังเห็นว่างานที่ถือว่าเป็นผลจากความคิดสร้างสรรค์ต้องใหม่ในลักษณะริเริ่ม คือ ไม่เคยมีใครผลิตงานในลักษณะนั้นมาก่อน

การตัดสินความคิดสร้างสรรค์จากผลผลิตก่อให้เกิดปัญหาหลายอย่าง ปัญหาใหญ่ประการหนึ่งสำหรับผู้สอน ได้แก่ เราจะใช้เกณฑ์อย่างไรมาตัดสินความคิดสร้างสรรค์จากผลงานที่นักเรียนผลิตออกมา หากเรายึดความเห็นของกลุ่มแรกเราจำเป็นต้องพิจารณาผลงานทุกชิ้นที่นักเรียนทำผ่านมามาอย่างละเอียด แต่ถ้าหากเรายึดตามความเห็นของกลุ่มหลังเราจำเป็นต้องตรวจสอบผลงานที่ผลิตออกมาในสังคม เพื่อเปรียบเทียบดูว่างานที่นักเรียนของเราผลิตออกมาเข้าช้อนกับของผู้อื่นหรือไม่ ซึ่งทั้งสองกรณีผู้สอนต้องใช้เวลาและความละเอียดรอบคอบอย่างมาก

แง่ที่สอง เป็นการมองความคิดสร้างสรรค์ว่าเป็นกระบวนการทางสติปัญญา โดยนัยที่สองนี้ความคิดสร้างสรรค์ หมายถึง การแก้ปัญหาประเภทหนึ่งซึ่งมีลักษณะพิเศษตรงที่ต้องการการปรับวิธีแก้ไขให้แปลกใหม่ไปจากวิธีเดิมที่เคยยอมรับกัน (Torrance, 1971:220) เกี่ยวข้องอยู่กับการใช้ความพยายามและการใช้ศักยภาพทางสติปัญญาของมนุษย์ (Ghislin, 1955 citing Shallcross, 1981:9) จากความหมายในลักษณะหลังนี้ จะเห็นว่าเป็นการมองความคิดสร้างสรรค์ในแง่ของการใช้สติปัญญาที่จะดัดแปลงแก้ไข เปลี่ยนแปลงหรือพัฒนาวิธีใหม่ให้ต่างไปจากที่เคยคิดกันมา

จากความหมายของความคิดสร้างสรรค์ทั้งสองแง่ จุดที่น่าสนใจสำหรับผู้สอนคือ เราจะปลูกฝังหรือกระตุ้นกระบวนการคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนได้อย่างไรเพื่อจะได้นำออกมาใช้ให้เกิดประโยชน์

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความคิดสร้างสรรค์

เพื่อให้เข้าใจเรื่องของความคิดสร้างสรรค์ชัดเจนขึ้นจะได้พิจารณาถึงแนวความคิดที่อธิบายเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ไว้ ในด้านของกระบวนการคิด มิติของความคิด และคุณลักษณะเฉพาะของผู้มีความคิดสร้างสรรค์

2.1 กระบวนการคิด

กระบวนการคิดของบุคคลนั้นแบ่งออกได้เป็นสองประเภทใหญ่ ๆ ประเภทแรก คือ กระบวนการคิดแบบเอกนัย (convergent thinking) ซึ่งหมายถึงกระบวนการคิดที่หาคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว เมื่อเผชิญกับปัญหา คำถามที่กระตุ้นให้คิดแบบเอกนัย ได้แก่ ประเทศไทย มีกี่จังหวัด หรือ จุดเดือดของน้ำอยู่ที่องศาเซลเซียส เป็นต้น ในกระบวนการคิดแบบนี้ สมองจะต้องค้นหาข้อมูลที่ต้องการแล้วแปลออกมาเป็นการตอบสนองที่เหมาะสม

กระบวนการคิดอีกแบบหนึ่ง เรียกว่า กระบวนการคิดแบบเอนกนัย (divergent thinking) ซึ่งถือกันว่าเป็นองค์ประกอบหลักของความคิดสร้างสรรค์ กระบวนการคิดแบบนี้เป็นกระบวนการทางสมองที่ใช้ค้นหาคำตอบหลากหลาย เมื่อเผชิญกับปัญหาใดปัญหาหนึ่ง ตัวอย่างเช่น ถ้าขวาม้าให้ทำประโยชน์อะไรได้บ้าง คำถามประเภทนี้จะกระตุ้นให้ผู้ตอบคิดออกไปได้มากมายแทนที่จะจำกัดตนเองอยู่ที่คำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว ขอให้ย้อนกลับไปดูขั้นตอนการสอนการแก้ปัญหาของฮอสบอร์น ขึ้นคือเป็นขั้นที่กระตุ้นความคิดแบบเอกนัย ขั้นคู่เป็นขั้นที่กระตุ้นความคิดแบบเอนกนัย

2.2 มิติของความคิดสร้างสรรค์

กิลฟอร์ด (Guilford) ซึ่งเป็นนักจิตวิทยาที่บุกเบิกการศึกษาความคิดสร้างสรรค์ได้มองความคิดสร้างสรรค์เป็นสี่มิติ ประกอบด้วย ความไวต่อการรับรู้ปัญหา ความยืดหยุ่น ความคล่อง และความเป็นต้นตำรับ (Guilford, 1950 citing Beck, 1982:419-421)

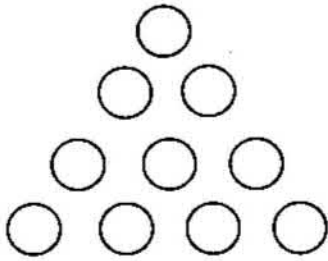
ก. ความไวต่อการรับรู้ปัญหา

ปัญหา คือ สิ่งที่เรารับรู้ว่ามันเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับคนสองคน คนแรกอาจมองว่าเป็นปัญหา แต่คนหลังอาจมองว่าไม่เป็นปัญหาก็ได้ ความไวต่อการรับรู้ปัญหาขึ้นอยู่กับการรับรู้สิ่งแวดล้อม ซึ่งการรับรู้ก็ขึ้นอยู่กับการสังเกต แรงจูงใจ อารมณ์ หรือ ความพร้อมทางจิตของเราอีกต่อหนึ่ง กิลฟอร์ด ได้สร้างแบบทดสอบขึ้นมาทดสอบความไวต่อปัญหา โดยแบบทดสอบนั้นเป็นชุดของคำถามที่ขึ้นต้นว่า มีอะไรผิดไปเกี่ยวกับ... ยิ่งมีความคิดว่าสิ่งนั้นมีอะไรผิดไปมากเท่าไรก็แสดงว่ามีความไวต่อการรับรู้ปัญหามากเท่านั้น แต่แบบทดสอบชุดนี้สร้างขึ้นมาเพื่อวัดแง่มุมต่าง ๆ ของความคิดสร้างสรรค์ในงานวิจัยเท่านั้นจึงไม่เหมาะกับการนำไปใช้เพื่อจุดประสงค์อื่น

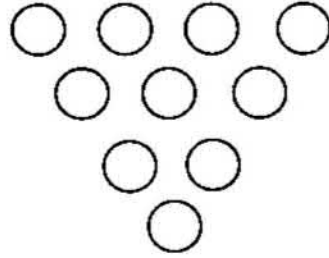
ข. ความยืดหยุ่น

ความยืดหยุ่นเป็นความพยายามในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการหลากหลายโดยไม่จำกัดอยู่ที่วิธีการเดียวหรือกฎเกณฑ์ตามรูปแบบ ลองดูปัญหาต่อไปนี้ซึ่งจะพบว่าการแก้ปัญหานั้นต้องใช้วิธีคิดแบบยืดหยุ่น

ก



ข



จากการเรียงวงกลมตามภาพ ก. ให้เปลี่ยนมาเรียงวงกลมตามภาพ ข. โดยขยับวงกลมได้ 3 ครั้ง และครั้งละ 1 วง

ค. ความคล่อง

ความคล่องในที่นี้ กิลฟอร์ด หมายถึงจำนวนของความคิดที่เรามีต่อการใช้แก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นว่ายิ่งคิดได้มากเท่าไรก็มีโอกาสที่จะได้ความคิดที่ใช้การได้มากเพิ่มขึ้นเท่านั้น กิลฟอร์ดได้แบ่งการทดสอบความคล่องเป็นสี่ด้าน

คล่องในการใช้คำ ให้เขียนคำมามากที่สุดเท่าที่จะมากได้โดยใช้เวลาสองนาที โดยคำนั้นต้องมีอักษร ก เป็นตัวสะกด เช่น ดอก อก ปอก เป็นต้น

คล่องในความคิด ให้ชื่อของสิ่งของที่จัดอยู่ในพวกเดียวกัน ตัวอย่างเช่น ผลไม้ ที่ขึ้นต้นด้วยมะและมีรสเปรี้ยว เช่น มะปริง มะม่วง มะนาว มะยม เป็นต้น

คล่องในการแสดงออก ให้เขียนประโยคประกอบด้วยคำสามคำมา โดยตัวขึ้นต้นต้องเป็นตัวอักษรตัวเดียวกัน แต่ห้ามเขียนซ้ำ ตัวอย่าง เช่น

พ

ช

ร

พ่อ

ชัย

รถ

พี

ชี

เรือ

ความคล่องในการเชื่อมโยง ให้หาคำที่มีความหมายคล้ายกับคำที่กำหนดให้ เช่น คำว่า ไม่ตรง ได้แก่ คด งอ เบี้ยว เป็นต้น

ง. ความเป็นต้นตำรับ

ความเป็นต้นตำรับโดยทั่วไป หมายถึง ความสามารถในการนำเอาความคิดที่มีอยู่แล้วและไม่มีอะไรสัมพันธ์กันเลยอย่างน้อยสองความคิด มาเชื่อมโยงเข้าด้วยกันเพื่อ

จุดประสงค์อย่างใดอย่างหนึ่ง ที่ระบุไว้เพื่อจุดประสงค์อย่างใดอย่างหนึ่งนั้นก็เพื่อจัดการเชื่อมโยงแบบสะเปะสะปะอันอาจเกิดขึ้นได้

จากแนวคิดของกิลฟอร์ด นักการศึกษาได้นำเอามาเป็นหลักการของการพัฒนาวิธีสอน เพื่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ซึ่งจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

2.3 คุณลักษณะเฉพาะของบุคคลผู้มีความคิดสร้างสรรค์

นักจิตวิทยากลุ่มหนึ่งได้พยายามศึกษาว่าผู้มีความคิดสร้างสรรค์นั้นประกอบด้วยคุณลักษณะอย่างไร เมื่อ ค.ศ. 1978 แมคคินนอน (Mackinnon, 1978) ได้ศึกษาเชิงวิเคราะห์เอกสารและงานวิจัยซึ่งทำเกี่ยวกับลักษณะของบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์ และจากผลการศึกษาสรุปได้ว่า คุณลักษณะของบุคคลผู้มีความคิดสร้างสรรค์ ได้แก่

ก. มีใจกว้างยอมรับความเห็นใหม่ ๆ อยู่เสมอและมักจะแสวงหาแหล่งความรู้จากภายนอกติดต่อกันชั่วระยะเวลาหนึ่ง

ข. สามารถรวบรวมความคิดต่าง ๆ เข้าด้วยกันและสร้างขึ้นเป็นความคิดใหม่ของตนเอง

ค. มีวิธีการแก้ปัญหาแบบยืดหยุ่น

จุดสำคัญที่แมคคินนอนค้นพบคือ บุคคลผู้มีความคิดสร้างสรรค์จะนับถือตนเองว่าเป็นแหล่งผลิตสิ่งใหม่ ๆ เท่า ๆ กับยอมรับความคิดและความสามารถของคนอื่น และนอกไปจากนั้นยังพบว่าบุคคลพวกนี้มีวินัยในตนเองระดับสูงด้วย คุณลักษณะที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาค้นพบทั้งหมดนี้เชื่อกันว่า เป็นคุณลักษณะที่เอื้อให้เกิดความคิดและพฤติกรรมสร้างสรรค์ ปัญหาที่หยิบยกมาอภิปรายกันมากในเรื่องของคุณลักษณะเหล่านี้ ได้แก่ เป็นมาเองโดยกำเนิดหรือเกิดขึ้นภายหลัง แต่เนื่องจากนักการศึกษาเชื่อในเรื่องของการฝึกอบรมให้เกิดขึ้นได้ภายหลัง จึงได้พยายามคิดหาวิธีฝึกอบรมผู้เรียนให้เกิดคุณลักษณะเหล่านี้ขึ้นมา

3. การสอนความคิดสร้างสรรค์

ดังที่กล่าวแล้วว่านักการศึกษาเชื่อว่าความคิดสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่เรียนรู้กันได้ โดยอาศัยกระบวนการสอนที่เหมาะสม จึงได้มีผู้พัฒนาแนวคิดในการสอนเพื่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ โดยจะแยกเป็น การจัดบรรยากาศ กลวิธีการกระตุ้นความคิด และข้อเสนอแนะในการสอน

3.1 การจัดบรรยากาศ

การจัดบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้ความคิดสร้างสรรค์นั้นแบ่งออกเป็นสามด้านด้วยกัน นั่นคือ ด้านกายภาพ ด้านสติปัญญา และด้านอารมณ์

ในการจัดบรรยากาศด้านกายภาพนั้น ประการแรก ผู้สอนต้องคำนึงถึงพื้นที่ที่จะสะดวกต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มย่อย เป็นคู่ และเป็นรายบุคคล ทั้งนี้อาจใช้การเลื่อนโต๊ะ เก้าอี้ จากกัน หรือหากเลื่อนไม่ได้ก็ให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะ

สร้างบริเวณทำงานของตนตามที่ครูกำหนดให้ **ประการที่สอง** ในห้องเรียนจะต้องมีที่เก็บวัสดุอุปกรณ์ส่วนตัวของนักเรียน ซึ่งอาจเป็น กล่อง ชอง หรือ มุม ครูจะต้องทำให้นักเรียนตระหนักว่าการสร้างสรรค์จะต้องมาคู่กันกับความเป็นระเบียบและวินัย มิใช่ความเลอะเทอะและไม่มีเคารพสิทธิของบุคคลอื่น **ประการที่สาม** การมีมุมแสดงผลงานของนักเรียนเป็นสิ่งจำเป็น ครูอาจหาบอร์ด หรือป้าย หรือ ชั้น เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงชิ้นงาน และพร้อมกันนั้นก็จัดเตรียมสิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ประกอบการจัด เช่น กาว กรรไกร ริบบิน เข็มหมุด และหนังสือประกอบต่าง ๆ เป็นต้น

ด้านที่สอง ซึ่งเป็นการจัดบรรยากาศด้านสติปัญญานั้น จำต้องยึดหลักว่าคนเราจะเรียนรู้ได้ก็ต่อเมื่อได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมที่มีความหมาย ดังนั้นครูควรจัดกิจกรรมที่ทำทลายสติปัญญาและความคิดของนักเรียน และอยู่ในระดับที่นักเรียนต้องใช้ความพยายามบ้าง จึงจะประสบความสำเร็จ แต่เนื่องจากนักเรียนมีความสนใจพื้นฐานที่แตกต่างกัน กิจกรรมเพื่อกระตุ้นสติปัญญาจึงควรหลากหลาย เช่น เกมภาษา เกมตัวเลข หรือ เกมภาพปริศนา เป็นต้น และไม่ว่าจะเป็นกิจกรรมใดก็ตามต้องเริ่มจากง่ายไปหายาก เพื่อที่ความสำเร็จในขั้นหนึ่งจะกลายเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนก้าวไปทำกิจกรรมขั้นต่อไป

สำหรับการจัดบรรยากาศด้านอารมณ์นั้น ข้อควรคำนึงประการแรก คือการสนับสนุนให้แสดงออกซึ่งความคิดสร้างสรรค์ได้อย่างปลอดภัย โดยครูปล่อยให้เด็กนักเรียนได้แสดงออกตามระดับความสามารถของตนเอง ไม่มีการเปรียบเทียบหรือวิพากษ์วิจารณ์เนื่องจากอาจจะสกัดกั้นการแสดงออกของนักเรียนได้ **ประการที่สอง** การนำผลงานของนักเรียนมาแสดงควรทำเมื่อนักเรียนพร้อม หมายถึงว่านักเรียนเจ้าของผลงานยินยอมให้นำออกแสดง เนื่องจากการนำผลงานออกแสดงนั้นจะต้องเสี่ยงกับการถูกประเมิน และการถูกวิพากษ์วิจารณ์ ดังนั้นหากนักเรียนต้องการจะเก็บงานไว้เป็นส่วนตัวก่อนครูต้องยอมรับสิทธินี้ **ประการที่สาม** ในการให้ข้อมูลป้อนกลับต่อการแสดงออกของนักเรียน ครูจะต้องทำอย่างระมัดระวังอย่างยิ่ง กล่าวคือ ต้องจริงใจและนุ่มนวล เด็กจะไวต่อการชมและการติมาก การชมที่ไม่สมเหตุสมผลแม้ว่าจะมีเจตนาที่ดีในการสร้างกำลังใจเป็นสิ่งควรระวังเพราะจะทำให้เด็กไม่ไว้วางใจ ส่วนการติที่ล่วงละเมิดเข้าไปในบุคลิกภาพของเด็กก็จะสร้างความรู้สึกร้ายต่อกัน การให้ข้อมูลที่เหมาะที่สุด คือ ให้ข้อมูลที่เป็ปรนัยเกี่ยวกับผลงานเพื่อให้เด็กได้นำไปประเมินตนเอง

3.2 กลวิธีกระตุ้นความคิดสร้างสรรค์

นอกจากกลวิธีของการระดมพลังสมองที่กล่าวไปในเรื่องของกาแก้ปัญหาแล้ว มีกลวิธีอีกหลายกลวิธีที่สามารถใช้กระตุ้นความคิดสร้างสรรค์ได้ ที่จะนำมากล่าวถึงในที่นี้ประกอบด้วย การทำบัญชีคุณลักษณะ การหาความสัมพันธ์เชิงบังคับ และการใช้แบบสำรวจ

ก. การทำบัญชีคุณลักษณะ

เป็นกลวิธีที่จะพยายามคิดถึงคุณลักษณะของสิ่งใดสิ่งหนึ่งให้ออกมาให้มากที่สุดแล้วเลือกเอาลักษณะใดลักษณะหนึ่งมาดัดแปลงหรือปรับปรุงเสียใหม่ ตัวอย่างเช่น นำปากกาถูกลิ้นมา 1 ด้าม ทำบัญชีคุณลักษณะของปากกาถูกลิ้นด้ามนั้นให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ ไม่ว่าจะเป็น สี ขนาด รูปทรง น้ำหนัก หรืออื่น ๆ ต่อมาลองเลือกคุณลักษณะที่ทำบัญชีไว้มาหนึ่งลักษณะแล้วคิดดัดแปลงหรือปรับปรุงลักษณะนั้นใหม่โดยใช้การระดมพลังสมอง ซึ่งผลสุดท้ายเราอาจได้ปากกาถูกลิ้นที่มีลักษณะต่างออกไปจากที่เคยใช้กัน นอกจากจะใช้คิดสร้างสรรค์กับสิ่งที่เป็นวัตถุแล้ว เราอาจใช้กับปัญหาอื่น ๆ ที่เป็นนามธรรมก็ได้ เช่น จะปรับปรุงห้องเรียนอย่างไรจึงจะกระตุ้นความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็ก เราอาจเริ่มต้นด้วยการทำบัญชีคุณลักษณะของห้องเรียนทุกแห่งทุกมุม ปรับปรุงคุณลักษณะบางประการที่เชื่อว่ามีผลต่อความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์เสียใหม่ ทดลองกระทำตามข้อเสนอนี้ แล้วประเมินผล กลวิธีนี้ พัฒนามาจากความคิด ของครอฟอร์ด (Crawford, 1954 citing Shallcross, 1981 : 87-88) และใช้ได้ดีในการกระตุ้นความคิดสร้างสรรค์ของทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม

ข. การหาความสัมพันธ์เชิงบังคับ

กลวิธีนี้พัฒนาขึ้นมาโดยไวท์ติง (Whiting, 1958 citing Shallcross, 1981 : 90-91) โดยมีหลักสำคัญอยู่ว่า พยายามนำเอาสิ่งตั้งแต่สองสิ่งขึ้นไปซึ่งไม่เคยมีความสัมพันธ์กันเลยให้มีความสัมพันธ์กัน เราจะเริ่มคิดโดยสร้างตารางแมทริกซ์ขึ้นนำเอาสิ่งต่าง ๆ มาลงตารางดังภาพ แล้วมองหาความสัมพันธ์ชนิดใหม่

ภาพ 7.2 ประเภทของอาหารโดยใช้การหาความสัมพันธ์เชิงบังคับ

ทำให้สุก

ประเภท
อาหาร

	บ๊อง	เผาะ	นึ่ง	ต้ม	จี่
เนื้อ					
ปลา					
ถั่ว					
ไข่					
เห็ด					

เด็กส่วนใหญ่จะชอบวิธีการคิดหาความสัมพันธ์เชิงบังคับนี้มาก เพราะสนุกและได้คิดสิ่งใหม่ ๆ ที่ดูแปลกและตลก ดังนั้นนอกจากจะใช้กระตุ้นความคิดสร้างสรรค์แล้วยังใช้เปลี่ยนบรรยากาศของการเรียนการสอนอีกด้วย

ค. การใช้แบบสำรวจ

อีกวิธีหนึ่งที่ใช้กระตุ้นความคิดสร้างสรรค์ได้ คือ การใช้แบบสำรวจความคิดของ ออสบอร์น (1963) ออสบอร์นได้ตั้งคำถามเพื่อเป็นการสำรวจความคิดของตนเองหรือของกลุ่มไว้ 9 คำถาม ดังนี้ กับสิ่งที่มีอยู่ขณะนี้ เราจะมี

1. ใช้ประโยชน์อย่างอื่นได้หรือไม่
2. ปรับใช้กับอย่างอื่นได้หรือไม่
3. เปลี่ยนแปลงให้เป็นอย่างอื่นได้หรือไม่
4. เพิ่มอย่างอื่นเข้ามาได้หรือไม่
5. ลดลักษณะบางอย่างลงได้หรือไม่
6. นำอย่างอื่นมาแทนได้หรือไม่
7. จัดเรียงใหม่ได้หรือไม่
8. เปลี่ยนให้อยู่ในลักษณะที่กลับกันได้หรือไม่
9. รวมเข้ากับสิ่งอื่นได้หรือไม่

แบบสำรวจความคิดนี้พบว่าสามารถทำให้บุคคลที่กำลังอัปเดตความคิดได้มีแง่มุมใหม่ ๆ ของการคิดเกิดขึ้น เนื่องจากแทนที่จะกักตนเองอยู่กับความคิดที่เป็นเอกนิยมแบบสำรวจนี้จะเปิดช่องให้ทดลองคิดแบบเอนกนิยมขึ้นมา

4. ข้อเสนอแนะในการสอน

- 4.1 เพิ่มจุดมุ่งหมายของการสอนพฤติกรรมสร้างสรรค์ลงในการสอนทุกครั้ง และจัดหากิจกรรมการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายนั้น
- 4.2 ใช้กลวิธีกระตุ้นความคิดสร้างสรรค์แบบต่าง ๆ ในการฝึกเด็ก
- 4.3 ในการให้งานหรือการถามคำถามควรเป็นงานหรือเป็นคำตอบที่ไม่จำกัดความคิดว่ามีเพียงหนึ่งเดียวเท่านั้นที่ถูกต้อง เปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายถึงงานหรือคำตอบของตนเองด้วย
- 4.4 ในการประเมินความก้าวหน้าของการแสดงความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนควรให้คะแนนอย่างน้อยในสี่จุด คือ ความคล่อง ความยืดหยุ่น ความเป็นต้นตำรับ และการแสดงรายละเอียด
- 4.5 อาจเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันตั้งเกณฑ์ประเมินชิ้นงานซึ่งเป็นผลผลิตจากความคิดสร้างสรรค์ขึ้นมาแทนที่จะใช้เกณฑ์ของครูเพียงฝ่ายเดียว

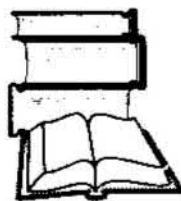
บรรณานุกรม



บรรณานุกรม

- บุญศรี คำชาย. จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร : ห้างหุ้นส่วนจำกัดเทคนิคพรินต์, 2540.
- คณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน, แนวการจัดกิจกรรมเสริมสร้างสมรรถภาพทาง
คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์การศาสนา, 2539.
- _____ . แนวการนิเทศเพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซ่อมเสริม. กรุงเทพมหานคร :
โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2540.
- ชม ภูมิภาค. จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, 2523.
- ดวงเดือน อ่อนน้อม และคณะ, เรื่องน่ารู้สำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์
ไทยวัฒนาพานิช, 2536.
- วิชาการ, กรม. เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 1 แง่คิดจำนวนและ
ตัวเลข. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2537.
- _____ . เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 2 ชวนคิดโจทย์ปัญหา.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2537.
- _____ . เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 3 ห.ร.ม. ค.ร.น. การแยก
ตัวประกอบ. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2537.
- _____ . เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 4 เศษส่วน ทศนิยม.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2537.
- _____ . เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 5 ไปรษณีย์ในคณิตศาสตร์.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2540.
- _____ . เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 6 ทักษะการบวก.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์การศาสนา, 2540.
- _____ . เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 7 ทักษะการลบ.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์การศาสนา, 2540.
- _____ . เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 8 การแก้โจทย์ปัญหา.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์การศาสนา, 2540.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือครูคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษา
ปีที่ 1 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521. (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2541.

- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือครุคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521. (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533). กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2534.
- คู่มือครุคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521. (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2535.
- คู่มือครุคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521. (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2540.
- คู่มือครุคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521. (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2536.
- คู่มือครุคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521. (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2537.
- เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เล่มที่ 1. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2532.
- เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เล่มที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2532.
- เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เล่มที่ 3. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2532.
- เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เล่มที่ 4. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2532.



คณะผู้จัดทำ

คณะที่ปรึกษา

ดร.เกษมา จรจรรณ ณ อยุธยา

นายปริญญา กรวยทอง

นายสุรัชย์ ชินโย

ผู้ทรงคุณวุฒิ ว่าที่ ร.ต.สุวร กาญจนมยุร

เลขาธิการคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ

รองเลขาธิการคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ

หัวหน้าหน่วยศึกษานิเทศก์ สปช.

อาจารย์ 3 ระดับ 9 สถาบันราชภัฏพระนคร

ข้าราชการบำนาญ

ผู้เขียน/ผู้ทำต้นฉบับ

นางนงลักษณ์ ศรีสุวรรณ

ศึกษานิเทศก์ สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ

คณะทำงาน

นายสมบุรณ์ โพธิ์อะ

น.ส.สมพร มันทานาชาติ

นายสมควร วรสันต์

นายปราโมทย์ ขจรภัย

นายสมชาย เอี้ยวสกุล

นายเฉลิมพล เสขะพันธ์

นางชูศรี เขาวนแสงสกุล

นายบรรทัด วักดีเพชร

นายสมมาศ ปทุมวัลย์

นายประเสริฐ ทองประเจียด

นายศุภร พงศ์ทองมี

นายพิศิษฐ์ พันธุ์ดี

นางปราณี วิทยาภัก

น.ส.รัชนิยา งามขุนทด

นายมานะ ชาญชนะ

น.ส.ระเบียบ ชูสอน

นายสุพิชัย ตั้งรัตนไพศาล

นายสำเร็จ จันทโรกุล

ศึกษานิเทศก์ สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา

ศึกษานิเทศก์ สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา

ศึกษานิเทศก์ สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา

ศึกษานิเทศก์ สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา

ศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดยะลา

ศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดชุมพร

ศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดตรัง

ศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสกลนคร

ศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดนราธิวาส

ศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสมุทรสาคร กรรมการ

ศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดบุรีรัมย์ กรรมการ

ศึกษานิเทศก์ สปอ.แก่งคอย สปจ.สระบุรี กรรมการ

ศึกษานิเทศก์ สปอ.เมือง, สปจ.นครราชสีมา กรรมการ

ศึกษานิเทศก์ สปอ.ด่านขุนทด สปจ.นครราชสีมา กรรมการ

ศึกษานิเทศก์ สปอ.บ้านนาสาร สปจ.สุราษฎร์ธานี กรรมการ

ศึกษานิเทศก์ สปอ.มัญจาคีรี สปจ.ขอนแก่น กรรมการ

ศึกษานิเทศก์ สปอ.ดงหลวง สปจ.มุกดาหาร กรรมการ

ผู้อำนวยการโรงเรียนอนุบาลวัดปรีณายก สป.กทม. กรรมการ

ประธาน

รองประธาน

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

กรรมการ

นางเพชร ภัทรนันท์	ผู้ช่วยผู้อำนวยการโรงเรียนโสมสิตโสโมสร สป.กทม.	กรรมการ
นางศิริกาญจน์ วงศ์สุพรรณ	อาจารย์ 2 โรงเรียนอนุบาลปรีณายก สป.กทม.	กรรมการ
น.ส.มาลี อัครวิธากุล	อาจารย์ 2 โรงเรียนวัดพลับพลาชัย สป.กทม.	กรรมการ
นายนิรันดร์ ตันตัยย์	อาจารย์ 2 โรงเรียนวัดหงส์รัตนาราม สป.กทม.	กรรมการ
นายคณิต เพ็ชรปัญญา	อาจารย์ 3 โรงเรียนทุ่งมหาเมฆ สป.กทม.	กรรมการ
นางบุญทวี แสงศักดิ์	อาจารย์ 3 โรงเรียนสายน้ำทิพย์ สป.กทม.	กรรมการ
น.ส.พิศมัย พรหมพยัคฆ์	อาจารย์ 3 โรงเรียนดาราคาม สป.กทม.	กรรมการ
น.ส.สุมาลี วัลย์ศิริกุล	อาจารย์ 3 โรงเรียนโสมสิตโสโมสร สป.กทม.	กรรมการ
นางลำพอง จันทรถาวร	อาจารย์ 3 โรงเรียนวัดบางไทรนอก สปอ.บางกรวย สปจ.นนทบุรี	กรรมการ
นางจุใจ บุญเล่า	อาจารย์ 3 โรงเรียนสุพรรณภูมิ สปอ.เมืองสุพรรณบุรี สปจ.สุพรรณบุรี	กรรมการ
นางสมนึก ขุนทอง	อาจารย์ 2 โรงเรียนอนุบาลลพบุรี สปอ.เมืองลพบุรี สปจ.ลพบุรี	กรรมการ
น.ส.พรทิพย์ ชัยชนะ	อาจารย์ 3 โรงเรียนวัดบ้านม้า สปอ.เมืองลำพูน สปจ.ลำพูน	กรรมการ
น.ส.อุบล พวงมาลา	อาจารย์ 2 โรงเรียนบ้านบ่อแก้ว สปอ.สะเมิง สปจ.เชียงใหม่	กรรมการ
นางนงลักษณ์ ศรีสุวรรณ	ศึกษานิเทศก์ สำนักงานทิศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา	กรรมการ และ เลขานุการ

คณะกรรมการ

นางนงลักษณ์ ศรีสุวรรณ	ศึกษานิเทศก์ สำนักงานทิศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา
นายสมบุญ โพธิ์อะ	ศึกษานิเทศก์ สำนักงานทิศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา
น.ส.สมพร มั่นทนานุชาติ	ศึกษานิเทศก์ สำนักงานทิศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา
นายนิรันดร์ ตันตัยย์	อาจารย์ 2 โรงเรียนวัดหงส์รัตนาราม สป.กทม.

ศิลปิน-รูปเล่ม

นายกรณีย์ ศรีธาทิพย์กุล	อาจารย์ 2 โรงเรียนบ้านนาทอง สปอ.เรือเลาะ สปจ.นราธิวาส
-------------------------	---



ความเห็นของผู้ใช้เอกสาร

“เสริมความรู้สาระสำคัญพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา”

เมื่อท่านศึกษาเอกสารนี้และนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์แล้ว โปรดกรอกข้อมูลและให้ความเห็นในเรื่องต่าง ๆ ต่อไปนี้ (100 ท่านแรกจะได้รับของขวัญ)

1. ชื่อ.....ตำแหน่ง.....ร.ร.....
ส.ปอ./ก.....ส.ปจ.....
2. มีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ.....
และสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษามาเป็นเวลา.....ปี
3. การนำไปใช้

พื้นฐานทางคณิตศาสตร์	ความรู้ความเข้าใจ			การนำไปใช้จริง		
	มาก	ปานกลาง	น้อย	มาก	ปานกลาง	น้อย
1. จำนวน						
2. การวัด						
3. เรขาคณิต						
4. สถิติ						
5. พีชคณิต						

4. ประโยชน์ที่ได้รับ

5. ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

ลงชื่อ.....

กรณาส่ง

หน่วยศึกษานิเทศก์ ส.ปช. (กลุ่มทักษะคณิตศาสตร์) สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ กระทรวงศึกษาธิการ
ถนนราชดำเนินนอก ดุสิต กทม. 10300



พิมพ์ที่ โรงพิมพ์การศาสนา

๓๑๔-๓๑๖ ปากซอยบ้านบาตร ถนนบำรุงเมือง ป้อมปราบฯ กรุงเทพฯ ๑๐๑๐๐

นายปรกรณ์ ตันลกุล ผู้พิมพ์ผู้โฆษณา โทร. ๒๒๓๓๓๕๑, ๒๒๓๕๕๔๘

