



# หนังสือชุดคู่มือครูเตรียมอุดมศึกษา

เล่ม ๔

คณิตศาสตร์ ๑ ก.

คณิตศาสตร์ ๑ ข.

คณิตศาสตร์ ๒ ก.

คณิตศาสตร์ ๒ ข.

ของ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ









# หนังสือชุดคู่มือครูเตรียมอุดมศึกษา

เล่ม ๔

คณิตศาสตร์ ๑ ก.

คณิตศาสตร์ ๑ ข.

คณิตศาสตร์ ๒ ก.

คณิตศาสตร์ ๒ ข.

ของ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์ครั้งที่หนึ่ง ๒,๐๐๐ เล่ม

พ.ศ. ๒๔๙๙

ปกกระดาษราคาเล่มละ ๖.๕๐ บาท

พิมพ์ที่โรงพิมพ์คุรุสภา

ปากคลองบางลำพูบน พระนคร

มีลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติ

ก 05504 ค.5





# ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ

เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือคู่มือครูในโรงเรียน

ด้วยกรมวิชาการได้จัดทำหนังสือคู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ สำหรับชั้น  
เตรียมอุดมศึกษาขึ้น กระทรวงศึกษาธิการได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้เป็น  
คู่มือครูได้.

ประกาศ ณ วันที่ ๓ เมษายน พ.ศ. ๒๔๕๕

พลเอก



รัฐมนตรีว่าการกระทรวงศึกษาธิการ





## คำนำ

เมื่อกระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตรเตรียมอุดมศึกษา ฉบับพุทธศักราช ๒๔๕๘ ไปแล้ว กรมวิชาการพิจารณาเห็นเป็นการสมควรที่จะจัดทำคู่มือครูในวิชาต่างๆ ทั่วทั้ง เพื่อเป็นแนวทางแก่ครูผู้สอนในโรงเรียนประเภทในส่วนวิชาคณิตศาสตร์ได้มอบหมายให้ อาจารย์เสนาะ ตันบุญยืน หัวหน้าแผนกวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และอาจารย์สกลวย โรจนสโรช แห่งโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา จัดทำขึ้น ทั้งนี้โดยคำนึงว่าการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นเตรียมอุดมศึกษานี้ย่อมมุ่งหมายที่จะให้เป็นพื้นฐานอันเพียงพอที่จะเข้าศึกษาต่อในชั้นมหาวิทยาลัย อาจารย์ในมหาวิทยาลัยจึงอยู่ในฐานะที่จะทราบได้ว่า มาตรฐานสูงต่ำเพียงใดจึงจะเพียงพอแก่ความมุ่งหมายดังกล่าวแล้ว ในเวลาเดียวกัน อาจารย์ผู้มีความชำนาญในการสอนชั้นเตรียมอุดมศึกษามาเป็นเวลานานย่อมจะบอกได้ว่า มาตรฐานดังกล่าวนั้นอาจทำได้หรือไม่ ความร่วมมือระหว่างอาจารย์ทั้งสองประเภทดังกล่าวแล้วย่อมจะทำให้มั่นใจได้ว่า จะได้คู่มือที่มีความเหมาะสมสำหรับการศึกษาในชั้น

อย่างไรก็ดี คู่มือครูนี้เป็นเพียงข้อเสนอแนะแนวทาง ไม่เป็นข้อบังคับที่จะต้องปฏิบัติตามโดยเคร่งครัด ครูผู้สอนย่อมมีเสรีภาพที่จะกำหนดความกว้างขวางของเนื้อหา และเลือกวิธีสอนหรือคู่มืออื่นได้ตามที่เห็นว่าสมควร และอยู่ในขอบข่ายของหลักสูตร

กรมวิชาการหวังว่า เมื่อได้พิมพ์เผยแพร่คู่มือครูออกไปใช้ในระยะเวลาอันหนึ่งแล้ว คงจะได้มีโอกาสประชุมครูผู้สอนปรับปรุงแก้ไขคู่มือครูฉบับนี้ให้เหมาะสมยิ่งขึ้น.

กรมวิชาการ



## คณิตศาสตร์ ๑ ก.

คณิตศาสตร์ ๑ ก. แบ่งเป็น ๓ แขนง แบ่งเวลากันดังนี้

พีชคณิต ใช้เวลาทั้งสิ้นประมาณ ๕๐ ชั่วโมง

เรขาคณิต            "            "            ๖๐    "

ตรีโกณมิติ           "            "            ๓๐    "

ในการจัดการเรียน จึงขอให้เวลาแก่พีชคณิต            สี่ภาคหัดละ ๓ ชั่วโมง  
เรขาคณิต            สี่ภาคหัดละ ๒ ชั่วโมง และตรีโกณมิติสี่ภาคหัดละ ๑ ชั่วโมง เวลาที่เหลือ  
ได้ตลอดปีนั้นคำนวณอย่างต่ำที่สุดว่าเรามีได้ไม่น้อยกว่า ๑๕๐ ชั่วโมง ในทางปฏิบัติ  
จริง ๆ เรามีเวลาเหลือสำหรับการทบทวนอย่างเหมาะสม

การแบ่งเป็นหน่วยนั้นถือความสัมพันธ์กันในส่วนเนื้อเรื่องเป็นสำคัญ หน่วย  
หนึ่ง ๆ อาจต้องการเวลามากน้อยแตกต่างกัน เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะกำหนด  
เขาเองว่าควรจะให้เวลาแก่หน่วยใดหน่วยใดเพียงใด ทั้งนี้ภายในขอบเขตของเวลาที่มีอยู่  
ทั้งหมดสำหรับแขนงนั้น





# คณิตศาสตร์ ๑ ก.

## พีชคณิต

| หัวข้อ                                                         | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | แนะนำการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| กราฟเชิงเส้นเมื่อ<br>มาตรา ส่วน บน<br>แกน ทั้ง สอง เท่า<br>กัน | <ol style="list-style-type: none"> <li>๑. การหาค่าตำแหน่งของจุดโดยการลาก<br/>เส้น ๒ เส้น ตั้งฉากกันเป็นแกน<br/>(axis)</li> <li>๒. การแบ่งมาตราส่วนบนแกน</li> <li>๓. จุดต้นกำเนิด (origin)</li> <li>๔. ควอดรนต์ (Quadrant) เครื่อง<br/>หมายของเส้นใน Quadrant ต่าง ๆ</li> <li>๕. โคออร์ดิเนตส์ (Co-ordinates)<br/>ของจุด</li> <li>๖. ตัวแปรเปลี่ยนแปร (Variables)</li> <li>๗. ความหมายของฟังก์ชัน</li> <li>๘. เครื่องหมายแทนฟังก์ชัน (Nota-<br/>tion of a Function)</li> <li>๘. ฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear Functions)</li> <li>๑๐. กราฟของฟังก์ชัน</li> <li>๑๑. ความลาด (Slope) และเกรเดียน<br/>(Gradient) ของกราฟเชิงเส้น</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>๑. อธิบายกราฟ <math>y=0</math><br/>เป็นแกนของ x</li> <li>๒. อธิบายกราฟ <math>x=0</math><br/>เป็นแกนของ y</li> <li>๓. กราฟของทุก ๆ จุด<br/>ที่มีออร์ดิเนตเดียว<br/>กัน เป็นเส้นตรง<br/>ขนานกับแกน x</li> <li>๔. กราฟของทุก ๆ จุด<br/>ที่มี แอ็บซิสส์ค่า<br/>เดียวกัน เป็นเส้น<br/>ตรง ขนาน กับ<br/>แกน y</li> </ol> |

| หัวข้อ                                                       | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                              | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| กราฟเชิงเส้นเมื่อ<br>มาตราส่วนบน<br>แกนทั้งสองไม่<br>เท่ากัน | <p>๑. ตัวอย่าง และแบบฝึกหัด เกี่ยวกับ<br/>โจทย์ตัวอย่างที่ทำมาแล้ว ซึ่งให้<br/>เห็นความลาด และเกรเดียนต์ไม่<br/>การเปลี่ยนแปลง</p> <p>๒. การแก้สมการเส้นเคียวโดยวิธีกราฟ</p> <p>๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดต่างๆ ที่ใช้<br/>แก้สมการโดยกราฟเชิงเส้น</p> | <p>๕. วาดร่างรูปและวาง<br/>แกนให้เหมาะสม</p> <p>๖. วิธีสร้าง table จาก<br/>สมการเพื่อเขียน<br/>กราฟ <math>y=x+c</math></p> <p>๗. เขียน กราฟ ของ<br/><math>y=x+c</math> (หลายๆ<br/>ค่าของ <math>c</math> เพื่อหา<br/>ความลาดของเส้น)<br/>เขียน กราฟ ของ<br/><math>y=ax+b</math> หลายๆ<br/>ค่าของ <math>a</math> และ <math>b</math><br/>จากกราฟที่ได้<br/>อธิบายไว้ว่า slope<br/>ของเส้นตรงหาได้จาก<br/>สัมประสิทธิ์ของ <math>x</math><br/>โจทย์ที่ให้ น.ร. ทำ<br/>ควร จะเป็น พวก การ<br/>เดินทาง, แข่งขัน, ค่า<br/>จ้างแรงงาน, เกี่ยวกับ</p> |



| หัวข้อ                                           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| กราฟพาราโบลา<br>(Parabola) และ<br>วงกลม (Circle) | ๑. ความหมายของฟังก์ชันกำลังที่สอง<br>(Quadratic Functions)<br>๒. แบบของฟังก์ชันกำลังที่สอง<br>๓. ความหมายของสมการกำลังที่สอง<br>๔. แบบของสมการกำลังที่สอง<br>๕. เขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังที่สอง<br>๖. Turning Points จุดต่ำสุด จุดสูงสุดของกราฟ<br>๗. การแก้สมการกำลังที่สองจากกราฟ<br>๘. การถอดกราฟกำลังที่สองจากกราฟ<br>๙. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด | ชั่วโมงประจำวันให้มาก                                                                                                                                                                  |
| สมการ กำลัง ที่<br>สอง                           | ๑. การหาสูตรการแก้สมการ กำลัง ที่<br>สอง<br>๒. อธิบาย ความหมาย ของ ราก ของ<br>สมการ<br>๓. อธิบาย ความหมาย ของ จำนวนเลข<br>(Numbers)<br>ก. Rational Nos.<br>ข. Irrational Nos.<br>ค. Imaginary Nos.                                                                                                                                                | สอน การ แก้ สมการ<br>กำลังที่หนึ่งและที่สอง<br>พร้อมๆ กัน (Simul-<br>taneous equations)<br>ด้วย<br>อธิบายให้นักเรียนเข้าใจ ว่า ทำไม ราก ของ<br>สมการจึงคล้อย ตาม<br>(Satisfy) สมการได้ |

| หัวข้อ                       | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                           | แนะแนวการสอน                                                                                 |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| การ แก่ สมการ<br>กำลังที่สอง | ๔. ความหมายของ Discriminant<br>๕. ลักษณะของรากของ สมการ กำลัง<br>ที่สอง<br>๖. ความสัมพันธ์ของราก ทั้งสอง เกี่ยว<br>กับตัวคูณควมและภาคสมบูรณ์<br>๗. การตั้งสมการกำลังที่สอง จาก ราก<br>ของสมการ<br>๘. กำหนดสมการหนึ่งให้เพื่อตั้งสมการ<br>ใหม่ซึ่งมีราก สัมพันธ์ กับ ราก ของ<br>สมการเดิมที่กำหนด | ทำตัวอย่าง เกี่ยว กับ<br>เพื่อเทียบกัน                                                       |
|                              | ๙. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด<br>๑. การแก้สมการกำลังที่สองโดยใช้สูตร<br>๒. การแก้สมการกำลังที่สองจากกราฟ<br>๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด                                                                                                                                                                    |                                                                                              |
| ฟังก์ชัน กำลัง ที่<br>สอง    | ๑. การ แยก ตัว ประกอบ ของ ฟังก์ชัน<br>กำลังที่สอง                                                                                                                                                                                                                                                | ค $\Delta$ และพิจารณา<br>ลักษณะของรากจาก $\Delta$<br>เทียบกับรากที่ได้จาก<br>กราฟ ของ สม การ |
|                              | ๒. เทียบตัวประกอบ (Factors) กับราก<br>ของสมการกำลังที่สอง                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                              |
|                              | ๓. พิจารณา ลักษณะ เครื่องหมาย ของ<br>ฟังก์ชันกำลังที่สอง                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                              |



| หัวข้อ                                            | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                          | แนะแนวการสอน                                                              |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| อนุกรม (Series)                                   | ๔. พิจารณาค่าของฟังก์ชันกำลังที่สอง<br>ก. ค่าสูงสุด<br>ข. ค่าต่ำสุด<br>ตัวอย่างและแบบฝึกหัดที่ให้อย่าง<br>กราฟเปรียบเทียบด้วย                                                                   | กำลังที่สอง                                                               |
|                                                   | ๑. อนุกรมคืออะไร                                                                                                                                                                                |                                                                           |
|                                                   | ๒. อนุกรมก้าวหน้าเลขคณิต (Arithmetic Progression)                                                                                                                                               |                                                                           |
|                                                   | ๓. สหพันธ์ของอนุกรมเลขคณิต                                                                                                                                                                      |                                                                           |
|                                                   | ๔. อนุกรมก้าวหน้าฮาร์โมนิก (Harmonic Progression)                                                                                                                                               |                                                                           |
|                                                   | ๕. อนุกรมก้าวหน้าเรขาคณิต (Geometric Progression)                                                                                                                                               |                                                                           |
| อนุกรมก้าวหน้าทางเลขคณิต (Arithmetic Progression) | ๖. อนุกรมที่เกิดจากการเกี่ยวพันระหว่างอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต<br>๑. หลักเกณฑ์ที่จะเป็นอนุกรมก้าวหน้าทางเลขคณิต และรูปของอนุกรม<br>๒. เทอมต้น, ผลต่างร่วม (Common difference) เทอมที่ $n$ | เมื่ออธิบายถึงการหาผลบวกขอให้นึกว่าถ้า $n$ ซึ่งเป็นจำนวนเทอมไม่จำกัดไม่มี |



| หัวข้อ                                                             | รายการและหนังสือประกอบ                                               | แนะแนวการสอน                                                      |
|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| สหพันธ์อนุกรม<br>ก้าวหน้าทางเลข<br>คณิต (Allied<br>series of A.P.) | ๓. การหาผลบวกถึง $n$ ภาค                                             | การหาผลบวกได้                                                     |
|                                                                    | ๔. การหามัชฌิมเลขคณิต (Arithmetic Mean) ระหว่างเลข ๒ จำนวน           |                                                                   |
|                                                                    | ๕. การหามัชฌิมเลขคณิต หลายเทอม (Arithmetic Means) ระหว่างเลข ๒ จำนวน |                                                                   |
|                                                                    | ๖. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด                                              |                                                                   |
|                                                                    | ๑. รูปของอนุกรมชนิดนี้                                               |                                                                   |
|                                                                    | ๒. การหาเทอมที่ $n$ ให้อยู่ในเทอมของ $n$                             |                                                                   |
| อนุกรมก้าวหน้า<br>ฮาร์โมนิก (Harmonic Progression)                 | ๓. $\sum n^2, \sum n^3$                                              | ถ้ากำหนดเทอมที่ $n$ ให้อยู่ในเทอมที่ ๑, ๒, ๓.... ของอนุกรมได้ด้วย |
|                                                                    | ๔. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด                                              |                                                                   |
|                                                                    | ๕. การหาผลบวกถึง $n$ เทอมของอนุกรมชนิดนี้                            |                                                                   |
| อนุกรมก้าวหน้า<br>ฮาร์โมนิก (Harmonic Progression)                 | ๑. อนุกรมก้าวหน้าฮาร์โมนิก สัมพันธ์กับอนุกรมก้าวหน้าเลขคณิตอย่างไร   | การหาผลบวกของอนุกรมก้าวหน้าฮาร์โมนิกไม่มี                         |
|                                                                    | ๒. การหามัชฌิมฮาร์โมนิก (Harmonic Mean) ระหว่างเลข ๒ จำนวน           |                                                                   |
|                                                                    | ๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด                                              |                                                                   |

| หัวข้อ                                                                                                                                              | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | แนะแนวการสอน                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>อนุกรมก้าวหน้า<br/>เรขาคณิต (Geo-<br/>metric Progres-<br/>sion )</p>                                                                             | <p>๑. แบบของอนุกรมก้าวหน้าเรขาคณิต<br/>๒. เทอมต้น, อัตราส่วนร่วม (Common ratio) จำนวนเทอม, เทอมที่ <math>n</math><br/>๓. การหาผลบวกถึง <math>n</math> เทอม (<math>S_n</math>)<br/>๔. การหาผลบวกอนันต์ (Sum to infinity)<br/>๕. การหามัชฌิมเรขาคณิต (Geometric Mean) เทอมเกี่ยวและหลายเทอม ระหว่างเลข ๒ จำนวน<br/>๖. การหาจำนวนเทอม<br/>๗. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> | <p>การหาผลบวกถึง <math>n</math> เทอมและถึง infinity<br/>ควรให้นักเรียนจำวิธี<br/>ไม่ควรจำสูตร</p> |
| <p>อนุกรมที่เกิดจาก<br/>อนุกรมก้าวหน้า<br/>ทาง เลข คณิต<br/>และเรขาคณิต<br/>(Arithmetic and<br/>Geometric Pro-<br/>gression)</p> <p>ทบทวนอนุกรม</p> | <p>๑. รูปของอนุกรมชนิดนี้<br/>๒. เทอมต้น, ผลต่างร่วมและอัตราส่วนร่วม, จำนวนเทอม<br/>๓. การหาผลบวกถึง <math>n</math>. เทอม (<math>S_n</math>)<br/>๔. การหาผลบวกอนันต์ (Sum to infinity)<br/>๕. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด<br/>๑. โจทย์ เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของ</p>                                                                                                       |                                                                                                   |



| หัวข้อ                                         | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | แนะแนวการสอน                                                     |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| ทฤษฎีของ เลข<br>การคูณ (Theory<br>of Indices)  | <p>อนุกรมทั้งสามชนิด (A.P. G.P.<br/>H.P.)</p> <p>๒. สหพันธ์อนุกรมต่างๆ</p> <p>๑. การคูณเลขซึ่งมีตัวคูณ</p> <p>๒. การหารเลขซึ่งมีตัวหาร</p> <p>๓. การยกกำลัง</p> <p>๔. การคูณตัวเต็ม</p> <p>๕. การคูณเศษส่วนทั้งบวกและลบ</p> <p>๖. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๗. การคูณหลายชั้น</p> <p>๘. การหารยาว</p> <p>๙. การหากรณ์ที่ติดของเลขซึ่งมี<br/>ตัวคูณ</p> <p>๑๐. การแยกตัวประกอบ</p> <p>๑๑. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> |                                                                  |
| เสอร์ค (Surds)<br>และ Irrational<br>Quantities | <p>๑. ความหมายของเสอร์ค</p> <p>๒. ความหมายของ Irrational และ<br/>Rational Quantities</p> <p>๓. เสอร์คกำลังที่สองคืออะไร</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                         | เลขที่ถอดรูปได้ลงตัว<br>ก็อาจเขียนให้อยู่ใน<br>form ของเสอร์คได้ |



| หัวข้อ                                                                      | รายการและหนังสือประกอบ                                                            | แนะแนวการสอน |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| ชนิดของเซอร์ก                                                               | ๔. อธิบายคำว่า Entire surd, Like surds และ Unlike Surds                           |              |
|                                                                             | ๕. การเปลี่ยน เซอร์ก ให้ อยู่ใน ลำดับ เซอร์กกำลังเดียวกัน และเปรียบเทียบ-เทียบกัน |              |
|                                                                             | ๖. การบวกเลขเซอร์ก                                                                |              |
|                                                                             | ๗. การลบเลขเซอร์ก                                                                 |              |
|                                                                             | ๘. การคูณเลขเซอร์กกำลังเดียวกัน                                                   |              |
| ทฤษฎีของเซอร์กกำลังที่สอง                                                   | ๙. การหารเลขเซอร์กกำลังเดียวกัน                                                   |              |
|                                                                             | ๑๐. การคูณเลขเซอร์กกำลังต่าง ๆ กัน                                                |              |
|                                                                             | ๑๑. การหารเลขเซอร์กกำลังต่าง ๆ กัน                                                |              |
| ๑๒. ทวิอย่างและแบบผกผัน                                                     |                                                                                   |              |
| ๑. เซอร์กเชิงประกอบคืออะไร<br>(Compound Surds)                              |                                                                                   |              |
|                                                                             | ๒. เซอร์กสังยุคคืออะไร<br>(Conjugate Surds)                                       |              |
| ๓. ทวิอย่างและแบบผกผัน                                                      |                                                                                   |              |
| ๑. เซอร์กกำลังที่สอง จะ เท่ากับ เลข<br>จำนวนลงตัว (Rational Quantities) และ |                                                                                   |              |

| หัวข้อ                                            | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | แนะแนวการสอน                                                                        |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| (Some Properties of Quadratic Surds)              | <p>เลขยกกำลังที่สองของจำนวนอื่นบวกหรือลบไม่ได้ เช่น <math>\sqrt{n} \neq a + \sqrt{m}</math></p> <p>๒. จำนวนเลข ๒ จำนวนต่างก็ประกอบด้วยเลขยกกำลังและเลขจำนวนลงตัว เมื่อมาเทียบเท่ากัน ดังนั้นจำนวนลงตัวย่อมเท่ากับจำนวนลงตัว และจำนวนเลขยกกำลังย่อมเท่ากับจำนวนเลขยกกำลัง เช่น</p> $x + \sqrt{y} = a + \sqrt{b} \quad x = a \text{ และ } \sqrt{y} = \sqrt{b} \text{ ซึ่ง } y = b$ <p>๓. ถ้า <math>\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}</math> จะปรากฏว่า <math>\sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}</math></p> |                                                                                     |
| ทวินามเลขยกกำลังที่สอง (Binomial Quadratic Surds) | <p>๑. ทวินามเลขยกกำลังที่สองคืออะไร</p> <p>๒. การหาการคูณที่สองของทวินามเลขยกกำลังที่สองโดยวิธีแยกแฟกเตอร์และใช้สูตรให้ควมอย่างวิธีต่าง ๆ</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                     |
| การแก้สมการเลขยกกำลัง (Irra-                      | <p>๓. ใช้ Some properties of quadratic Surds</p> <p>๔. แยกผลคูณ Surds ข้อ ๓</p> <p>๑. ตัวอย่างการแก้สมการเลขยกกำลังต่าง ๆ</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <p>ในข้อ ๓ ให้เข้าถึงเครื่องหมายของตัวอักษรที่สมมติขึ้น ประกอบการหาการคูณที่สอง</p> |







| หัวข้อ                          | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                          | แนะนำการสอน                                                                                                                                                                                                  |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (Common log)                    | <p>๒. การหา Characteristic และ Mantissa ของค่าของลอการิทึมสามัญ</p> <p>๓. การหา ค่าของ ลอการิทึม จาก ตารางลอการิทึม</p> <p>๔. การใช้ตาราง (Anti-log) ถอด ลอการิทึม</p> <p>๕. การคิด หาค่า ถอดกรณต่างๆ ของเลขจำนวนต่างๆ โดยใช้ลอการิทึม เข้าช่วย</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> | <p>อธิบายความหมาย ของค่า Anti-logarithms</p> <p>ตั้งใช้เวลานาน และ ทำแบบฝึกหัด มาก</p> <p>เนื่องจากนักเรียน มัก ลืมวิธี Charac-<br/>teristic และการใช้ ตารางใช้ลอการิทึม และ Anti-logarithms</p> <p>เดิม</p> |
| การแก้สมการ โดยวิธีใช้ลอการิทึม | <p>๑. อธิบายความหมายว่าสมการเอกซโพเนนต (Exponential Eqs.) คืออะไร</p> <p>๒. การแก้สมการโดยใช้ลอการิทึม</p> <p>๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดแก้สมการ</p> <p>ชั้น</p>                                                                                                                   | <p>Exponential Eqs. บางอันใช้แก้สมการ โดยวิธีแยกตัวประกอบได้</p> <p>ควรระมัดระวังมากว่ารวม แล้วช่วยว่า เมื่อไร</p>                                                                                           |

| หัวข้อ                         | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                     | แนะนำการสอน                                                                                   |
|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| การเปลี่ยนฐาน<br>ลอการิทึม     | ๑. เปลี่ยนฐานลอการิทึมโดยพื้นฐาน<br>จากฐาน $b$ เป็นลอการิทึมฐาน $a$<br>๒. อธิบายความหมายของคำว่า<br>modulus                                                                | ต้องใช้ลอการิทึม<br>เมื่อไรใช้แยกตัวประกอบ                                                    |
| บททวน                          | ๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการ<br>เปลี่ยนฐานลอการิทึม<br>๔. โทษและแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการ<br>ใช้ลอการิทึม<br>บททวนโดยวิธีให้โทษต่าง ๆ เกี่ยวกับ<br>หัวข้อที่เรียนมาแล้ว |                                                                                               |
| อัตราส่วน (Ratio)              | ๑. อัตราส่วนคืออะไร<br>๒. ภาคนัยต่าง ๆ ของอัตราส่วน<br>๓. ชนิดต่าง ๆ ของอัตราส่วน<br>๔. ทฤษฎีของอัตราส่วน<br>๕. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดเกี่ยวกับ<br>อัตราส่วน                 | ชนิดของอัตราส่วนคือ<br>๑. อัตราส่วนเชิง<br>ประกอบ<br>๒. อัตราส่วนทวีคูณ<br>๓. อัตราส่วนทวีคูณ |
| กฎของการคูณ<br>ไขว้ (The Rule) | ๑. การหาอัตราส่วนของ $x, y, z$ .<br>โดยวิธีแก้สมการ                                                                                                                        | หา $x$ และเทียบให้<br>นั้นตรงกัน                                                              |



| หัวข้อ                                              | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                         | แนะนำการสอน                                                     |
|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| of Cross Multiplication)                            | <p>๒. การหาอัตราส่วนของ <math>x, y, z</math>.<br/>โดยการใช้กฎของการคูณไขว้</p> <p>๓. การแก้สมการโดยการใช้กฎของการคูณไขว้</p> <p>๔. ตัวอย่าง และแบบฝึกหัดที่ใช้กฎของการคูณไขว้</p>                                                                              |                                                                 |
| <p>สัดส่วน</p> <p>(Proportion)</p>                  | <p>๑. สัดส่วนคืออะไร</p> <p>๒. สัดส่วนชนิดต่างๆ</p> <p>๓. ภาควิทยาในสัดส่วน</p> <p>๔. ทฤษฎีของสัดส่วน</p> <p>๕. การแก้สมการโดยใช้ทฤษฎีของสัดส่วน</p> <p>๖. ตัวอย่าง ระคนของอัตราส่วน และสัดส่วน (Miscellaneous Examples on Ratio และ Proportion) แบบฝึกหัด</p> | <p>ให้นักเรียน สังเกตสมการซึ่งแก้ได้โดยอาศัยทฤษฎีของสัดส่วน</p> |
| <p>การแก้สมการซึ่งมีรูปเป็นสัดส่วน</p> <p>บททวน</p> | <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัดสมการ ซึ่งมีรูปเป็นสัดส่วน</p> <p>บททวนทุกหัวข้อเพื่อเตรียมสอบ</p>                                                                                                                                                                      | <p>ควรหา โจทย์ ใน แบบฝึกหัดระคนให้บ้าง</p>                      |



# เรขาคณิต

| หัวข้อ           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | แนะแนวการสอน                                                                                                                         |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ทบทวนความรู้เดิม | <p>๑. ทบทวน ความหมาย เกี่ยวกับ จุดศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่าศูนย์กลาง เส้นรอบวง การหาความยาวของเส้นรอบวง ที่ใช้เป็นสูตร การหาพื้นที่ของวงกลม ความหมายของส่วนโค้ง คอร์ด เส้นสัมผัส มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมที่เส้นรอบวง มุมใน ขัณฑภาค (ส่วน) ของวงกลม (Segment of a circle) สามเหลี่ยมฐานโค้ง (Sector) การหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมฐานโค้ง การหาพื้นที่ของขัณฑภาค (ส่วน) ของวงกลม ความหมาย ของ วงกลม ที่มี จุดศูนย์กลาง ร่วมกัน (Concentric circles)</p> <p>๒. ทบทวน ความสัมพันธ์ ของ ส่วนต่าง ๆ ในข้อ ๑ ตามทฤษฎีที่ นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว เช่น</p> <p>ทฤษฎี ว่า ด้วย จุดศูนย์กลาง มีความสัมพันธ์กับคอร์ด ว่าด้วยมุมที่จุดศูนย์กลาง กับมุมที่เส้นรอบวง</p> | <p>ให้นักเรียน เข้าใจ ใน ความของทฤษฎีเหล่านั้น และนำไปใช้ได้โดยอัตโนมัติ จำว่าเป็นทฤษฎีที่เท่าใด ฉะนั้นจึงทำได้ เป็นหมวดหมู่ และ</p> |

| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | แนะแนวการสอน     |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
|        | <p>ทฤษฎีทวิ ทวิศรตุมความสัมพันธกย<br/>ส่วนโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลาย<br/>วงที่เท่ากัน</p> <p>ทฤษฎีทวิ ทวิศรตุมความ สัมพันธกย<br/>ส่วนโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลาย<br/>วงที่เท่ากัน</p> <p>ทฤษฎีทวิทวิศรตุมความ สัมพันธกย<br/>สัมพันธกยรคัม และทวิศรตุมว่าทวิศรตุมยาว<br/>ของเส้นสัมผัสที่ลากจากจุด ภายนอก ไปยัง<br/>วงกลม</p> <p>ทฤษฎีทวิทวิศรตุมความ สัมพันธกย</p> | ใช้ใจความกลัยได้ |
| โลกัส  | <p>๑. อธิบาย ความหมาย ของ โลกัส<br/>ชนิดของโลกัส</p> <p>ก. เส้นตรง</p> <p>ข. เส้นโค้ง</p> <p>๒. โลกัสของทศกณัย กลาง ของ วง<br/>กลมทั้งหลายที่ผ่านจุดที่กำหนด ๒ จุด นำ<br/>มาแก้</p> <p>(๑) ข้อยัญหา การหาทศกณัยกลาง<br/>ของวงกลม เมื่อกำหนดส่วนโค้งส่วนหนึ่ง</p>                                                                                                          |                  |

โลกัสชนิดเส้น  
ตรงที่นำมาใช้ใน  
การหาทศกณัย-  
กลางและการแก้  
ข้อยัญหาเกี่ยวกับ

| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | แนะแนวการสน |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| วงกลม  | <p>(๒) ข้อปัญหา แบ่งครึ่งวงโค้ง<br/>ส่วนหนึ่งที่กำหนดให้</p> <p>(๓) ข้อปัญหา สร้างวงกลมผ่านจุด<br/>ที่กำหนดให้ ๓ จุด ที่ไม่ได้อยู่ในแนวเส้น<br/>ตรงเดียวกัน</p> <p>(๔) ข้อปัญหา สร้างวงกลมล้อม<br/>ประกอบรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้</p> <p>(๕) ข้อปัญหา สร้างวงกลมล้อม<br/>ประกอบรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า<br/>แบบผลึกของข้อ ๒ รวมทั้ง ข้อ<br/>(๑)–(๕)</p> <p>๓. โลกสี่ของเรขาคณิตกลางของวงกลม<br/>ทั้งหลายที่สัมผัสเส้นตรงที่กำหนดให้ ณ จุด<br/>ที่กำหนดให้ นามานักเกี่ยวกับ</p> <p>(๑) ข้อปัญหา สร้างเส้นสัมผัสจาก<br/>จุดภายนอกไปยังวงกลมวงหนึ่งที่กำหนดให้</p> <p>(๒) ข้อปัญหา สร้างเส้นสัมผัสร่วม<br/>ไปยังวงกลม ๒ วง ที่กำหนดให้ทั้งทางตรง<br/>และทางขวาง (Transverse) (เฉียง)<br/>แบบผลึกของ (๑) และ (๒)</p> |             |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | แนวทางการสอน |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|        | <p>(๓) ข้อบัญญัติ สร้างเขตเทศบาล<br/>(ส่วน) ของวงกลมให้มุมในเขตเทศบาล<br/>(ส่วน) ของวงกลมเท่ากับมุมที่กำหนดให้</p> <p>(๔) ข้อบัญญัติ สร้างสามเหลี่ยม<br/>แนบในวงกลมที่กำหนดให้ โดยมีมุมทั้ง ๓<br/>เท่ากับมุมของสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ มุม<br/>ก่อน</p> <p>(๕) ข้อบัญญัติ สร้างสามเหลี่ยม<br/>ล้อมประกอบวงกลมที่กำหนดให้ โดยมีมุม<br/>ทั้ง ๓ เท่ากับมุมของสามเหลี่ยมที่กำหนด<br/>ให้ มุมก่อน</p> <p>แบบฝึกหัดของ (๓) — (๕)</p> <p>(๖) ข้อบัญญัติ สร้างรูปเหลี่ยมด้าน<br/>เท่าแนบในวงกลม</p> <p>(๗) ข้อบัญญัติ สร้างรูปเหลี่ยมด้าน<br/>เท่าล้อม (ประกอบ) วงกลม</p> <p>แบบฝึกหัดของ (๖) — (๗)</p> <p>๔. โลกทัศน์ของ เหตุการณ์กลาง ของ วง<br/>กลมทั้งหลายที่สัมผัส เส้นตรงที่ กำหนด ให้<br/>๒ เส้น ซี่นกันขนานกันและที่ตัดกันเกี่ยวข้องกับ</p> |              |

| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                | แนวแนวการเขียน |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| ทบทวน  | (๑) ข้อปัญหา สร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (Inscribed circle)                                                                                                                                                                                                               |                |
|        | (๒) ข้อปัญหา สร้างวงกลมแนบนอกรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (Escribed circle)                                                                                                                                                                                                               |                |
|        | (๓) ข้อปัญหา สร้างวงกลมแนบในรูปหลายเหลี่ยมก้านเท่า<br>แบบฝึกหัดของ (๑) — (๓)                                                                                                                                                                                                          |                |
|        | ๕. โลกัสของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่มีสัมผัสวงกลม ณ จุดที่กำหนดให้ทั้งภายในและภายนอก                                                                                                                                                                                         |                |
|        | ๖. โลกัสของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่มีรัศมียาว เท่าที่ กำหนดให้สัมผัสกับเส้นตรงที่กำหนดให้<br>แบบฝึกหัดเกี่ยวกับข้อ ๕, ๖<br>ให้แบบฝึกหัดทบทวนระคน ว่าด้วยโลกัสชนิดเส้นตรงที่นำมาใช้ในการหาจุดศูนย์กลาง และการแก้ข้อปัญหาเกี่ยวกับวงกลม<br>ทำการสอบเขาคะแนนเกี่ยวกับหัวข้อนี้ |                |

| หัวข้อ                                                                  | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | แนะนำการสอน |
|-------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| ทฤษฎีช่วยการ<br>พบกันที่ทุก ๆ เคี้ยว<br>ของเส้น ตรง ใน<br>รูปสามเหลี่ยม | <p>๑. ทฤษฎี เส้นตั้งฉากที่ลากจากจุด<br/>กึ่งกลางของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม<br/>จะพบกันที่ทุก ๆ เคี้ยว<br/>จุดนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงล้อม<br/>(Circum-centre)</p> <p>๒. ทฤษฎี เส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสาม<br/>ของรูปสามเหลี่ยมจะพบกันที่ทุก ๆ เคี้ยว<br/>ก. เส้นแบ่ง ครึ่ง มุม ภายใน ทั้ง สาม<br/>ของรูปสามเหลี่ยมจะพบกันที่ทุก ๆ เคี้ยว<br/>จุดนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงใน<br/>(In-centre)</p> <p>ข. เส้นแบ่งครึ่งมุมภายนอก ๒ มุมกับ<br/>เส้น แบ่ง ครึ่ง มุม ภายใน ที่ เหลือ ของ รูป<br/>สามเหลี่ยม จะพบกันที่ทุก ๆ เคี้ยว<br/>จุดนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงนอก<br/>(Ex-centre)</p> <p>๓. ทฤษฎี เส้นมัธยฐานทั้งสามของ<br/>รูปสามเหลี่ยม จะพบกันที่ทุก ๆ เคี้ยว</p> |             |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | แนะแนวการสอน |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|        | <p>จุดศูนย์กลาง (Centroid)</p> <p>เป็นจุดแบ่งเส้นมีฐานออก ๓ ส่วนเท่า ๆ กัน</p> <p>๔. ทฤษฎี เส้นตรงฉากที่ลากจากมุมของรูปสามเหลี่ยมไป ยังด้านตรงกันข้ามจะพบกันที่จุด ๆ เดียว</p> <p>จุดศูนย์กลาง จุด ortho เซนเตอร์ (Orthocentre.)</p> <p>สามเหลี่ยมที่เกิดจากการต่อจุดปลายเส้นตรงฉากทั้งสาม เรียกว่าสามเหลี่ยมพีดัล (Pedal) มีคุณสมบัติ</p> <p>ก. ด้านของสามเหลี่ยมพีดัล เชียงเป็นมุมเท่ากัน มุมของสามเหลี่ยมเดิม</p> <p>ข. เส้นตรงฉากทั้งสาม เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุม <math>\Delta</math> พีดัล</p> <p>ค. <math>\Delta</math> พีดัลจะแบ่ง <math>\Delta</math> เดิมออกทำให้เกิด <math>\Delta</math> ๓ รูป มีมุมเท่ากัน ทุกมุม</p> <p>แบบฝึกหัดของ ๑-๔</p> |              |

| หัวข้อ                                     | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | แนะนำการสอน |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| ว่าด้วยโลกซ์ซิก<br>เส้นโค้ง                | <p>๑. โลกซ์ซิกของ รุกซอร์ ออ เซนเตอร์ (Orthocentre) ของสามเหลี่ยมทั้งหลายที่กำหนดฐานและขนาดของมุมยอด</p> <p>๒. โลกซ์ซิกของ รุกศูนย์กลาง ของ วงกลมที่แนบ ในรูปสามเหลี่ยมทั้งหลายที่กำหนดฐาน และขนาดของมุมยอด</p> <p>๓. โลกซ์ซิกของ รุกศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลาย ที่มีรัศมียาวเท่าที่กำหนดให้สัมผัสวงกลมที่กำหนดให้วงหนึ่ง</p> |             |
| ว่าด้วย Simson's<br>Line                   | <p>แบบฝึกหัดเกี่ยวกับโลกซ์ซิกที่เป็นเส้นโค้ง</p> <p>ทฤษฎี รุกปลายเส้นตั้งฉากที่ลากจาก รุกหนึ่งบนเส้นรอบวงของ วงกลมที่ล้อม (ประกอบ) รูปสามเหลี่ยมไปยังด้านทั้งสามของ <math>\triangle</math> นั้น จะอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน</p> <p>เส้นตรงนั้นเรียกว่า Simson's Line หรือ Pedal Line</p>                                        |             |
| ทฤษฎีว่าด้วยพื้นที่<br>รูปสี่เหลี่ยมจตุรัส | <p>แบบฝึกหัดเกี่ยวกับ Simson's Line</p> <p>อธิบายการแบ่ง เส้น ตรง ซิก ภายใน และภายนอกที่ รุก รุกหนึ่ง</p>                                                                                                                                                                                                                      |             |



| หัวข้อ                                                       | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | แนวทางการสอน |
|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| และสีเหลี่ยม ผืนผ้า เกี่ยวกับ ส่วนแบ่งของเส้นตรง และข้อปัญหา | <p>๑. ทฤษฎี เส้นตรง ๒ เส้น ถ้าแบ่งเส้นหนึ่งออก เป็น ส่วน ๆ พนท [๘] ที่ประกอบด้วยเส้นตรงทั้งสองจะเท่ากับผลบวกของพนท [๘] ที่ประกอบด้วยเส้นตรงที่ไม่ถูกแบ่งกับส่วนแบ่งทั้งหลาย</p> <p>๒. ทฤษฎี ถ้าแบ่งเส้นตรงเส้นหนึ่งภายในทศก ๆ หนึ่ง พนท [๖] บนเส้นตรงเส้นนั้นจะเท่ากับผลบวกของพนท [๖] บนส่วนแบ่งทั้งสองรวมกับ ๒ เท่าของ พนท [๘] ที่ประกอบด้วยส่วนแบ่งทั้งสอง</p> <p>๓. ทฤษฎี ถ้าแบ่งเส้นตรงเส้นหนึ่งภายนอกทศก ๆ หนึ่ง พนท [๖] บนเส้นตรงเส้นนั้นจะเท่ากับผลบวกของพนท [๖] บนส่วนแบ่งทั้งสองที่หักออก ๒ เท่าของพนท [๘] ที่ประกอบด้วยส่วนแบ่งทั้งสอง</p> <p>๔. ทฤษฎี ผลต่างของพนท [๖] บนเส้นตรง ๒ เส้น จะเท่ากับพนทสีเหลี่ยมผืนผ้าที่ประกอบด้วยผลบวกและผลต่าง ของเส้นตรงทั้งสอง</p> |              |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | แนะแนวการสอบ                                                                                                                                                              |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>๕. ทฤษฎี ถ้าแบ่งครึ่งเส้นตรงเส้นหนึ่งและแบ่งภายในหรือภายนอกอีกครึ่งหนึ่ง</p> <p>พจน์ [๕] ที่ประกอบด้วยชื่อจากภาคที่ไม่เท่ากัน จะเท่ากับผลต่างของพจน์ [๖] บนครึ่งหนึ่งของเส้นตรงนั้น และพจน์ [๖] บนส่วนที่เหลือระหว่างจุดแบ่งทั้งสอง</p> <p>แบบฝึกหัดข้อ ๑ — ๕</p> <p>๖. ทฤษฎี ใน <math>\Delta</math> มุมฐาน พจน์ [๖] บนด้านตรงข้ามมุมฐาน เท่ากับผลบวกของพจน์ [๕] บนด้านที่ประกอบมุมฐาน บวกกับ ๒ เท่าของพจน์ [๕] ที่ประกอบด้วยด้านหนึ่ง ซึ่งประกอบมุมฐาน กับเงาตรงของอีกด้านหนึ่งบนด้านนั้น</p> <p>๗. ทฤษฎี ใน <math>\Delta</math> มุมแหลม พจน์ [๖] บนด้านตรงข้ามมุมแหลม เท่ากับผลบวกของพจน์ [๖] บนด้านที่ประกอบมุมแหลมหักออก ๒ เท่าของพจน์ [๕] ที่ประกอบด้วยด้านหนึ่ง ซึ่งประกอบมุมแหลม กับเงาตรงของอีกด้านหนึ่งบนด้านนั้น</p> | <p>อธิบายเรื่องพจน์ [๖]</p> <p>บนด้าน ตรง ข้าม มุมฉากของ <math>\Delta</math> มุมฉากด้วย</p> <p>แสดง ความ สัมพันธ์ระหว่าง <math>\Delta</math> มุมแหลม มุมฉาก และมุมฐาน</p> |





| หัวข้อ                                         | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | แนะแนวการสอน |
|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| ว่าด้วย ภาค คณิต<br>มัธยม (Medial<br>Section ) | <p>ก. ถอดรากที่สองของตัวเลข</p> <p>ข. ถอดสมการพร้อมกัน (Simul-<br/>taneous equations)</p> <p>ค. สร้าง <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">๑</span> ให้มีพจน์เท่ากับพจน์<br/>รูปเหลี่ยมใด ๆ ด้วย</p> <p>แบบฝึกหัดของ ๑๑</p> <p>๑๒. ข้อปัญหา แบ่งเส้นตรงเส้น<br/>หนึ่ง ซึ่งจะทำให้พจน์ <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">๓</span> ที่ประกอบ<br/>ด้วยเส้นทั้งหมดกับส่วนแบ่งส่วนหนึ่งเท่ากับ<br/>พจน์ <span style="border: 1px solid black; padding: 0 5px;">๑</span> บนส่วนแบ่งอีกส่วนหนึ่ง</p> <p>อธิบายวิธีนำข้อปัญหาไปใช้ในการถอด<br/>สมการกำลังที่สอง (Quadratic equation)</p> <p>แบบฝึกหัดของ ๑๒</p> <p>๑๓. ข้อปัญหา สร้าง <math>\Delta</math> หน้าจั่ว<br/>ให้มีมุมฐานเป็น ๒ เท่าของมุมยอด</p> <p>แบบฝึกหัดของ ๑๓</p> <p>แบบฝึกหัดระคนบททบทวนก่อนสอบ</p> |              |
| ทบทวน                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |              |

# ตรีโกณมิติ

| หัวข้อ                    | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                 | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ความหมายของ<br>ตรีโกณมิติ | ๑. วิชาตรีโกณมิติว่าด้วยอะไร<br>๒. นิยามของมุมและความหมายของ<br>มุมในวิชาตรีโกณมิติ  | อธิบาย ตรี—โกณ—มิติ<br>ว่าด้วยรูปสามเหลี่ยมซึ่ง<br>ประกอบด้วยด้าน ๓<br>ด้าน มุม ๓ มุม และ<br>พื้นที่สามเหลี่ยม<br>อักษรรูปที่ใช้แทนความ<br>ยาวของ ด้าน ใช้ ตัว<br>เล็กเช่น a, b, c ฯลฯ<br>อักษรรูปที่ใช้แทนมุมใช้<br>อักษรรูปใหญ่ เช่น<br>A, B, C. ฯลฯ หรือ<br>อักษรรูปกรีกเช่น $\alpha, \beta, \gamma$<br>เป็นต้น |
| มาตราวัดมุม               | ๑. มุมฉากเป็นหน่วยร่วม<br>มาตราวัดมุมมี<br>ก. Sexagesimal Measure<br>ข. Centesimal Measure<br>ค. Circular or Radian Measure                                            | ๑. มุมฉาก เป็น มุม<br>คงที่ จึงใช้เป็น หน่วย<br>วัดมุม<br>๒. อธิบายให้เห็นว่า<br>ทุกมาตราเป็นอย่างไร                                                                                                                                                                                                               |



| หัวข้อ                                      | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ความสัมพันธ์ระหว่าง<br/>มาตราทั้งสาม</p> | <p>๑. เปลี่ยนมาตรา Sexagesimal เป็น Centesimal Measure</p> <p>๒. เปลี่ยน Centesimal Measure เป็น Sexagesimal Measure</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัดของ ๑ และ ๒</p> <p>๓. เปลี่ยนจาก Sexagesimal Measure เป็น Radian Measure</p> <p>๔. เปลี่ยนจาก Radian Measure เป็น Sexagesimal Measure</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัดของ ๓ และ ๔</p> <p>๕. เปลี่ยนจาก Centesimal Measure เป็น Radian Measure</p> <p>๖. เปลี่ยนจาก Radian Measure เป็น Centesimal Measure</p> <p>๗. เปลี่ยนจากมาตราหนึ่งไปหา ๒ มาตราในแบบฝึกหัดเดียวกัน</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัดของ ๕ ๖ ๗</p> <p>๑. ความหมายของอัตราส่วนทั่วไป</p> | <p>แบ่งอย่างไร</p> <p>๓. อธิบายความหมาย</p> <p>๑ วาเกียน</p> <p>๔. ความสัมพันธ์ระหว่างวาเกียนและมุลฉาก</p> <p>วิธีเปลี่ยน มม จาก มาตราหนึ่ง เป็น อีก มาตราหนึ่ง ควร แนะนำให้นักเรียนทอนขึ้นไปหาหน่วยร่วมคือมม-ฉากแทนที่จะใช้สูตร</p> |
| อัตรา ส่วน ของ                              | ๑. ความหมายของอัตราส่วนทั่วไป                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                      |

| หัวข้อ                                                                                                      | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | แนะแนวการสอน |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <p>ค่านใน ตรีโกณ-<br/>มิติ (Trigono-<br/>metrical Ratios)<br/>และ Trigono-<br/>metrical Func-<br/>tions</p> | <p>๒. อัตราส่วนของด้านทั้งสามใน <math>\Delta</math> มุมฉากมี ๖ อัตราส่วน ซึ่งมีชื่อต่างกัน</p> <p>๓. ผลของอัตราส่วนไม่เปลี่ยนแปลง แม้ด้านจะเปลี่ยนไป ถ้ามุมคงเดิม</p> <p>๔. อัตราส่วนเปลี่ยนไป เมื่อมุมใน สามเหลี่ยมเปลี่ยนเป็นเหตุให้ <math>\sin A</math>, <math>\cos A</math>, <math>\tan A</math>, <math>\cot A</math>, <math>\sec A</math>, <math>\csc A</math> เป็น Trigonometrical Functions ของมุม <math>A</math></p> <p>๕. ความหมายของ Functions ทั่ว ๆ ไป</p> <p>๖. แยกเป็น Main Functions และ Co-Functions</p> <p>๗. Vers <math>A</math> และ Co-Vers <math>A</math></p> <p>๘. ความสัมพันธ์ของด้านที่ออกผล เป็น <math>\sin A</math>, <math>\cos A</math>. ไม่มีค่าเกิน ๑ และ <math>\sec A</math>, <math>\csc A</math>. มีค่าไม่ต่ำกว่า ๑</p> <p>แบบฝึกหัด หาค่าของตรีโกณมิติ เรโซ ทั้ง ๖ โดยการวัดจากรูปที่กำหนดความยาวของด้านให้</p> |              |

| หัวข้อ                                                                        | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | แนะแนวการสอน                              |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| ความสัมพันธ์-<br>หว่างตรีโกณมิติ<br>ฟังก์ชันต่าง ๆ                            | ๑. $\sin A \times \operatorname{cosec} A = 1$<br>๒. $\cos A \times \sec A = 1$<br>๓. $\tan A \times \cot A = 1$<br>๔. $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$<br>๕. $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$<br>๖. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$<br>๗. $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$<br>๘. $\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$                                                                                                                                                | แนะแนวให้นักเรียน<br>พิสูจน์และนักเรียนจำ |
| Identities ง่าย ๆ<br>ที่ เขา สูตร สัม-<br>พันธ์ของตรีโกณ<br>มิติฟังก์ชันไปใช้ | ๑. พิสูจน์โดยใช้สูตร ๘ ขั้วใน ซ.ม.<br>ที่แล้ว ๒ ตัวอย่าง ให้แบบฝึกหัดซึ่งเกี่ยวกับ<br>สูตรตรีโกณมิติฟังก์ชันที่สัมพันธ์กัน<br>๒. พิสูจน์โดยใช้ identities ที่ยากกว่า<br>ข้อ ๑ เป็นตัวอย่าง ๓ ตัวอย่าง แล้วให้แบบ<br>ฝึกหัด<br>๓. เปลี่ยนฟังก์ชันอื่น ๕ ฟังก์ชัน เป็น<br>เทอมของฟังก์ชันหนึ่ง ๆ เช่น เปลี่ยน $\sin A$ ,<br>$\cos A$ , $\tan A$ เป็นเทอมของ $\cot A$ เป็นต้น<br>๔. กำหนดค่าของอัตราส่วน ใน ตรี-<br>โกณมิติ หนึ่ง ให้หาอัตราส่วนอื่น ทั้งจากรูป |                                           |



| หัวข้อ                                                                  | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                |     |     |     |     |  |  |  |     |  |  |  |     |  |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-----|-----|-----|-----|--|--|--|-----|--|--|--|-----|--|--|--|
| Trigonometrical Ratios ของมุม 45°, 60°, 30°<br>(๑ ช.ม.)                 | และจากสูตรสัมพันธ์ของ อัตราส่วน ทั้ง ๖ ตัวอย่าง และแบบฝึกหัด<br>๑. หาค่าของ sin 45° จนถึง cosec 45° เทียบกับ sin $\frac{\pi}{4}$ ถึง cosec $\frac{\pi}{4}$<br>๒. หาค่าของ sin 60° ถึง cosec 60° เทียบกับ sin $\frac{\pi}{3}$ ถึง cosec $\frac{\pi}{3}$<br>๓. หาค่าของ sin 30° ถึง cosec 30° เทียบกับ sin $\frac{\pi}{6}$ ถึง cosec $\frac{\pi}{6}$<br>๔. โจทย์ตัวอย่างที่ใช้ค่าหาได้<br>๕. แบบฝึกหัด | ๑. การหาค่านอกจาก<br>รูป<br>๒. เมื่อครบทุกค่าแล้ว<br>ให้นักเรียนทำตาราง<br>เก็บไว้ด้วย ดังนี้<br><table><tr><th>Functions of A</th><th>30°</th><th>45°</th><th>60°</th></tr><tr><td>sin</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>cos</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>tan</td><td></td><td></td><td></td></tr></table><br>ให้นักเรียนจำค่าของ<br>๓ ฟังก์ชัน ส่วน cotan-<br>gent, secant และ<br>cosecant นั้นเป็นส่วน<br>กลับของ ๓ ฟังก์ชันบน<br>สมมติ A = 60°<br>or A = 30° เทียบกับ<br>ค่าที่ใช้ตารางไว้ | Functions of A | 30° | 45° | 60° | sin |  |  |  | cos |  |  |  | tan |  |  |  |
| Functions of A                                                          | 30°                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 45°                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 60°            |     |     |     |     |  |  |  |     |  |  |  |     |  |  |  |
| sin                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                |     |     |     |     |  |  |  |     |  |  |  |     |  |  |  |
| cos                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                |     |     |     |     |  |  |  |     |  |  |  |     |  |  |  |
| tan                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                |     |     |     |     |  |  |  |     |  |  |  |     |  |  |  |
| Trigonometrical Ratios Trigonometrical Functions ของมุม ประกอบ ๑ มุมฉาก | ๑. ฟังก์ชันของมุม 90° - A or $\frac{\pi}{2}$ - A สัมพันธ์กับฟังก์ชันของมุม A (เอกลักษณ์)<br>๒. พิสูจน์ identities เกี่ยวกับฟังก์ชัน ของมุมประกอบ ๑ มุมฉาก                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                |     |     |     |     |  |  |  |     |  |  |  |     |  |  |  |

| หัวข้อ                                                                                                          | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(๑ ช.ม.)</p> <p>การเขียนตารางค่าของฟังก์ชันของมุมต่างๆ</p> <p>(๑ ช.ม.)</p> <p>แก้สมการอย่างง่าย (๑ ช.ม.)</p> | <p>๓. แบบฝึกหัด</p> <p>๑. ค่าของ <math>\sin A</math> เมื่อ <math>A</math> มีค่าต่างๆ</p> <p>๒. ค่าของ <math>\cos A</math> เมื่อ <math>A</math> มีค่าต่างๆ</p> <p>๓. ค่าของ <math>\tan A</math> เมื่อ <math>A</math> มีค่าต่างๆ</p> <p>กันไป</p> <p>หาค่าของมุม <math>A</math> หรือ <math>\theta</math> จากสมการที่กำหนด โดยไม่ใช้แปดตารางค่าและใช้แปดตารางควบกันไป ทำตัวอย่างและให้แบบฝึกหัด</p> | <p>ชี้ให้เห็นความแตกต่างของ <math>\cos A</math> ที่ฝึกไป</p> <p>จาก <math>\sin A</math> และ <math>\tan A</math></p> <p>คือเมื่อมุม <math>A</math> มีค่ามากขึ้น <math>\cos A</math> มีค่าลดลง ส่วน <math>\sin A</math> กับ <math>\tan A</math> มีค่ามากขึ้นตามมุม</p> |
| <p>โจทย์บทวน</p> <p>(๑ ช.ม.)</p>                                                                                | <p>๑. ให้โจทย์บทวนทุกๆ ไป</p> <p>๒. โจทย์บทวนเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม</p> <p>๓. โจทย์บทวนเกี่ยวกับ identities ต่างๆ</p>                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| <p>รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>(๑ ช.ม.)</p>                                                                      | <p>แก้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อ โจทย์กำหนด</p> <p>๑. ความยาวของ ๒ ด้าน ต้องหามุมอีก ๒ มุม และด้านอีก ๑ ด้าน</p> <p>๒. ความยาวของด้าน ๑ ด้าน และมุมอีกมุมหนึ่ง</p>                                                                                                                                                                                                                                | <p>อธิบายรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี ๓ ด้าน และ ๓ มุม รวมเป็น ๖ ส่วน จะแก้สามเหลี่ยมหมายถึง หาค่าส่วนต่างๆ ทั้ง ๖ ให้ครบ จะต้องทราบ</p>                                                                                                                                   |

| หัวข้อ                                                                               | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                        | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| รูปสามเหลี่ยมที่<br>ไม่เป็นมุมฉาก                                                    | ตัวอย่างและแบบฝึกหัด<br>แก้สามเหลี่ยมทั่วไป โดยใช้สัมพันธ์<br>กับเส้นที่ลากจากมุมมุมหนึ่งมาตั้งฉาก กับ<br>ด้านตรงข้าม                                                                                                                         | มา ๓ ส่วนก่อนทุกครั้ง                                                                                                                                          |
| โจทย์ว่าควมมุม<br>เงย (Angle of<br>Elevation) และ<br>มุมก้ม (Angle of<br>Depression) | ตัวอย่างและแบบฝึกหัด<br>๑. อธิบายความหมายของมุมเงย<br>๒. อธิบายความหมายของมุมก้ม<br>๓. โจทย์เกี่ยวกับ มุมเงย และมุมก้ม<br>โดยคิดจากรุกบนพื้นดิน<br>๔. โจทย์ และแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับ<br>มุมเงยและมุมก้ม โดยคิดจากระดับที่มอง<br>สูงจากพื้นดิน | ทุกครั้ง ต้อง คิด จาก<br>เส้น ระ ดับ หรือ เส้น<br>เพียงตา                                                                                                      |
| ทิศ                                                                                  | ๑. ทิศทั้ง ๔ และ Cardinal Pts.<br>๒. ทิศทั้ง ๘<br><br>๓. แยกเป็น ๓๒ ทิศ<br>โจทย์ และแบบฝึกหัดเกี่ยวกับเรื่องทิศ                                                                                                                               | อธิบายชื่อทิศย่อยเกิด<br>จาก ชื่อทิศใหญ่ ผสม<br>กันอย่างไร<br>อธิบายทิศ ซึ่งนอกไป<br>จาก ๓๒ ทิศ เช่น S<br>33 $\frac{3}{4}$ ° W 33 $\frac{3}{4}$ ° S<br>เป็นต้น |



| หัวข้อ                                                                                                        | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | แนะแนวการสอน                                                                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>การพิจารณาเครื่องหมายและขนาดของค่าของฟังก์ชันของมุมๆหนึ่งเมื่อมุมแปรขนาดหมุนไปรอบๆจุดศูนย์กลางของวงกลม</p> | <p>๑. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ <math>\sin A</math> เมื่อ <math>A</math> แปรค่าไปตาม Quadrant ที่ ๔</p> <p>๒. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ <math>\cos A</math> เมื่อ <math>A</math> แปรค่าไปตาม Quadrant ที่ ๔</p> <p>๓. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ <math>\tan A</math> เมื่อ <math>A</math> แปรค่าไปตาม Quadrant ที่ ๔</p> <p>๔. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ <math>\cot A</math> สัมพันธ์กับ <math>\tan A</math></p> <p>๕. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ <math>\sec A</math> สัมพันธ์กับ <math>\cos A</math></p> <p>๖. เครื่องหมายและขนาดของค่าของ <math>\csc A</math> สัมพันธ์กับ <math>\sin A</math></p> <p>๗. หาค่าของทุกฟังก์ชัน เมื่อมุม <math>A = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ</math></p> | <p>ทำตัวอย่างข้อ ๑ ให้นักเรียนทำข้อ ๒ และ ๓ เอง</p> <p>เนื่องจาก <math>\cot A = \frac{1}{\tan A}</math> ให้ นักเรียน เปรียบเทียบด้วยตนเอง</p> |
| Circular Functions                                                                                            | <p>๑. Circular Functions ของ <math>(180^\circ - A)</math> หรือ <math>(\pi - A)</math></p> <p>๒. Circular Functions ของ <math>(180^\circ + A)</math> หรือ <math>(\pi + A)</math></p> <p>๓. Circular Functions ของ <math>(90^\circ + A)</math> หรือ <math>(\frac{\pi}{2} + A)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p>๑. อธิบายข้อ ๑ ให้ นักเรียน ทำ ๒ ๓ เอง</p> <p>๒. ข้าง ความสัมพันธ์ของ sine cosine tangent</p>                                              |

| หัวข้อ                                                                                                                           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>การหาค่าของฟังก์ชันของมุมต่าง ๆ ซึ่งเกิน <math>360^\circ</math> หรือน้อยกว่า <math>-360^\circ</math> ฟังก์ชันของมุมประกอบ</p> | <p>๔. Circular Functions ของมุม <math>-A</math> หรือ <math>n(360^\circ - A)</math></p> <p>๕. เทียบ Circular Functions ของมุม <math>(90^\circ - A)</math> จากที่เรียนมาแล้ว เรืองฟังก์ชันของมุมประกอบมุมฉาก</p> <p>๑. มุม + เช่น <math>\cos 480^\circ</math></p> <p>๒. มุม - เช่น <math>\sin (-660^\circ)</math> ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๑. อธิบายความหมายของมุมประกอบ</p> <p>๒. ให้รู้และเข้าใจวิธีหาค่าของฟังก์ชันต่อไปนี้</p> <p><math>\sin (A + B)</math> และ <math>\cos (A + B)</math></p> <p>จากรูป (โดยวิธีเรขาคณิต)</p> <p><math>\tan (A + B) \quad (A - B)</math></p> <p>ฟังก์ชันของ <math>\sin 75^\circ \cos 75^\circ</math></p> <p><math>\sin 15^\circ \cos 15^\circ</math></p> | <p>cotangent secant cosecant ของมุมประกอบด้วย 2 มุมฉากทั้งเครื่องหมายและค่า</p> <p>เมื่ออธิบาย ฟังก์ชันของ <math>(A + B)</math> แล้ว อธิบายหลักของการลากเส้นเพื่อการพิสูจน์โยงถึงมุม <math>(A - B)</math> แล้วให้นักเรียนไปพิสูจน์หาเอง เมื่อเรียนถึงข้อ ๕ แล้วให้นักเรียนทำตารางใส่ค่าของ Functions ของมุม</p> |

| หัวข้อ                                          | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | แนะแนวการสอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |               |                      |                      |                                |    |    |     |     |     |     |     |   |                                |               |                      |                      |                                |   |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------------|----------------------|--------------------------------|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|---|--------------------------------|---------------|----------------------|----------------------|--------------------------------|---|---|----|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| ฟังก์ชันของ<br>มุมพหุคูณ<br>Functions of<br>2 A | ตัวอย่างและแบบฝึกหัดเกี่ยวกับฟังก์ชัน<br>ของ Compound Angles (มุมเชิงประกอบ)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ต่อไปน้<br><table><tr><th>For A</th><th>0</th><th>15</th><th>30</th><th>45</th><th>60</th><th>75</th><th>90</th><th>180</th><th>270</th></tr><tr><td>sin</td><td>0</td><td><math>\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}</math></td><td><math>\frac{1}{2}</math></td><td><math>\frac{1}{\sqrt{2}}</math></td><td><math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math></td><td><math>\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}</math></td><td>1</td><td>0</td><td>-1</td></tr><tr><td>cos</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>tan</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | For A         | 0                    | 15                   | 30                             | 45 | 60 | 75  | 90  | 180 | 270 | sin | 0 | $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ | 1 | 0 | -1 | cos |  |  |  |  |  |  |  |  |  | tan |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|                                                 | For A                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 15            | 30                   | 45                   | 60                             | 75 | 90 | 180 | 270 |     |     |     |   |                                |               |                      |                      |                                |   |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| sin                                             | 0                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ | 1  | 0  | -1  |     |     |     |     |   |                                |               |                      |                      |                                |   |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| cos                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |               |                      |                      |                                |    |    |     |     |     |     |     |   |                                |               |                      |                      |                                |   |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| tan                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |               |                      |                      |                                |    |    |     |     |     |     |     |   |                                |               |                      |                      |                                |   |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| ฟังก์ชันของ<br>มุมพหุคูณ<br>Functions of<br>2 A | ให้เข้าใจและจำสูตรของฟังก์ชันต่อไปนี้<br>๑. $\sin 2-A$<br>๒. $\cos 2-A$<br>๓. $\tan 2-A$<br>๔. $\cot 2-A$<br>๕. $\frac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A} = \tan^2 A$<br>๖. $\sin 2 A = \frac{2 \tan A}{1+\tan^2 A}$<br>๗. $\cos 2 A = \frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$<br>ให้ตัวอย่างและ แบบฝึกหัด ที่ เกี่ยวกับ<br>สูตรต่าง ๆ ทั้ง ๗ น้<br>ให้เข้าใจและจำสูตรของฟังก์ชันต่อไปนี้<br>๑. $\sin 3A, \cos 3A, \tan 3A, \cot 3A$<br>ให้รู้วิธีการหาของฟังก์ชันต่อไปนี้ | พิสูจน์สูตร 1-7 โดย<br>อาศัย สูตร ของ มุม<br>(A+B) เท่านั้น<br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br> |               |                      |                      |                                |    |    |     |     |     |     |     |   |                                |               |                      |                      |                                |   |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



| หัวข้อ                            | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>โจทย์ทบทวน<br/>รวม ๓๐ ช.ม.</p> | <p>๒. <math>\sin 18^\circ, \cos 18^\circ, \cos 72^\circ, \sin 72^\circ,</math><br/> <math>\sin 36^\circ, \cos 36^\circ, \sin 54^\circ, \cos 54^\circ,</math><br/>         ทวิคูณ และแบบฝึกหัด เกี่ยวกับ <math>3A</math><br/>         และฟังก์ชันของมุมต่างๆ</p>  <p>รวมหน่วย ๑๐ หน่วย</p> | <p>หา <math>\tan 3A</math> และ <math>\cot 3A</math><br/>         เองโดยอาศัยสูตรของ<br/>         มุม <math>(A+B)</math> และมุม<br/> <math>2A</math><br/>         ๒. เมื่อหาข้อ ๒ แล้ว<br/>         ให้นักเรียน ทำการ<br/>         ฟังก์ชันของมุมต่างๆ<br/>         ตั้งแต่ <math>0^\circ, 15^\circ, 30^\circ,</math><br/> <math>45^\circ, 60^\circ, 75^\circ,</math><br/> <math>90^\circ, 105^\circ, 120^\circ,</math><br/> <math>135^\circ, 150^\circ, 165^\circ,</math><br/> <math>180^\circ.</math></p> |



## คณิตศาสตร์ ๑ ข.

คณิตศาสตร์ ๑ ข. แยกเป็น ๒ แขนง แบ่งเวลากันดังนี้

พีชคณิต ใช้เวลาทั้งสิ้นประมาณ ๘๐ ชั่วโมง

เรขาคณิต        „        „        ๖๐ „

ในการจัดการวางสอน จึงอาจให้เวลาแก่พีชคณิต สัปดาห์ละ ๓ ชั่วโมง  
เรขาคณิต สัปดาห์ละ ๒ ชั่วโมง เวลาที่มีสอนได้ตลอดปีนั้นคำนวณอย่างต่ำที่สุด  
ว่าจะมีได้ไม่น้อยกว่า ๑๕๐ ชั่วโมง ในทางปฏิบัติจริง ๆ จะมีเวลาเหลือสำหรับการ  
ทบทวนบ้างตามสมควร

การแบ่งเป็นหน่วยนั้นถือความสัมพันธ์กันในส่วนเนื้อเรื่องเป็นสำคัญ หน่วย  
หนึ่ง ๆ อาจต้องการเวลามากน้อยแตกต่างกัน เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะกำหนดเขา  
เองว่าจะควรให้เวลาแก่หน่วยไหนเพียงใด ทั้งนี้ภายในขอบเขตของเวลาที่มีอยู่ทั้งหมด  
สำหรับแขนงนั้น





# คณิตศาสตร์ ๑ ข.

## พีชคณิต

| หัวข้อ      | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| กราฟเส้นตรง | <p>๑. อธิบาย การหา ตำแหน่ง ของ จุด โดยการลากเส้นตั้งฉากจากแกน (axes)</p> <p>๒. จุดต้นกำเนิด (origin) quadrants เครื่องหมายของเส้นใน Quadrants</p> <p>๓. Co-ordinates ของจุด</p> <p>๔. ความหมาย ของตัวแปร (Variables)</p> <p>๕. ความหมายของ Functions</p> <p>๖. Notation ของ Functions</p> <p>๗. กราฟของ Functions</p> <p>ตัวอย่างกราฟของ Functions และแบบฝึกหัด</p> <p>๘. ตัวอย่างกราฟของ <math>y=x+c</math> หลายๆ ค่าของ <math>c</math></p> <p>๙. แบบฝึกหัดให้นักเรียนเขียนกราฟของ <math>y=x+c</math> สมมติค่า <math>c</math> หลายๆ ค่า</p> | <p>อธิบาย Co-ordinates ของจุดกำเนิด ( 0.0 )</p> <p>๑. <math>y=0</math> เป็น axis ของ <math>x</math></p> <p><math>x=0</math> เป็น axis ของ <math>y</math></p> <p>๒. กราฟของทุกๆ จุดที่มี abscissa เดียวกันเป็นเส้นตรงขนานกับแกน <math>y</math></p> <p>๓. กราฟของทุกจุดที่มี ordinate เดียวกันเป็นเส้นตรงขนานกับ</p> |

| หัวข้อ                                           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| กราฟพาราโบลา<br>(Parabola) และ<br>วงกลม (Circle) | <p>๑๐. ขยายความลาด (Slope) และ gradient ของเส้น โดยวิธีให้เห็นจากที่ทำตัวอย่างในข้อ ๙ และข้อ ๑๐</p> <p>๑๑. ขยาย <math>y = ax + b</math><br/>Slope ของ <math>y = ax + b</math> เหมือน Slope ของ <math>y = ax</math> ทุกค่าของ <math>a</math> และ <math>b</math></p> <p>๑๒. กราฟเส้นที่ scale บนแกน <math>x</math> และ <math>y</math> ต่างกัน<br/>ตัวอย่างแบบฝึกหัด</p> <p>๑๓. โจทย์ที่แก้สมการโดยวิธีกราฟ<br/>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๑๔. โจทย์ตัวอย่าง และแบบฝึกหัด<br/>ที่แก้โดยวิธีกราฟเส้นตรง</p> | <p>แกน <math>x</math></p> <p>๔. วิธีวางรูปและวางแกนให้เหมาะสม</p> <p>๕. การให้โจทย์ให้เป็นโจทย์ง่าย ๆ ไม่พลิกแพลง เกี่ยวกับเส้นทาง แข่งขัน ค่าจ้างแรงงาน หรือเหตุการณ์ประจำวัน เป็นต้น</p> |
|                                                  | <p>๑. ฟังก์ชันกำลังที่สอง (Quadratic Function)</p> <p>๒. รูป ของ ฟังก์ชัน กำลัง ที่ สอง (Standard form of Quadratic Function)</p> <p>๓. เขียน กราฟ ของ (Quadratic Function)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                            |



| หัวข้อ                                                             | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | แนะแนวการสอน                                                            |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| <p>อนุกรมก้าวหน้า<br/>เลขคณิต<br/>(Arithmetic<br/>Progression)</p> | <p>๔. อธิบาย Turning Pts. ค่าสูงสุด<br/>ต่ำสุด</p> <p>๕. แบบฝึกหัดเกี่ยวกับโจทย์สมการ<br/>กำลังที่สอง</p> <p>๑. อธิบายอนุกรมก้าวหน้าเลขคณิต<br/>(A.P.)</p> <p>๒. ความแตกต่างร่วม (Common<br/>difference)</p> <p>๓. รูปของอนุกรมก้าวหน้าเลขคณิต<br/>(Standard form)</p> <p>๔. สูตรการหาเทอมที่ <math>n</math>. (เมื่อ <math>n</math>. มี<br/>ค่าหลาย ๆ ค่า) หาเทอมต้น เทอมท้าย<br/>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๕. มัชฌิมเลขคณิต (Arithmetic<br/>Mean) เทอมเดียวและหลายเทอม</p> <p>๖. การหาสูตรผลบวกของ <math>n</math>. เทอม<br/>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> | <p>ให้แบบฝึกหัดที่ใช้สูตร</p>                                           |
| <p>อนุกรมก้าวหน้า<br/>เรขาคณิต<br/>(Geometric</p>                  | <p>๑. ให้รู้จักรูปของ อนุกรมก้าวหน้า<br/>เรขาคณิต กับแบบมาตรฐาน (Standard<br/>form)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p>แนะนำการตั้งสมการ<br/>จากโจทย์ ที่มี จำนวน<br/>เทอมเป็นคู่กับคี่</p> |

| หัวข้อ                                           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | แนวแนวการสอน                                                                                                 |
|--------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Progression )                                    | <p>๒. วิชาอัตราส่วนร่วม (Common ratio) และมีซิมเรขาคณิต (Geometric Mean )</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๓. หาสูตรผลบวกของ n. เทอม แบบฝึกหัด</p> <p>๔. หาสูตรผลบวกอนันต์ (Sum to infinity)</p> <p>แบบฝึกหัด</p>                                                                                                                                                                    | <p>ให้สังเกตเครื่องหมายอนันต์ (<math>\infty</math>) กับเครื่องหมาย <math>\propto</math> ซึ่งจะเรียนต่อไป</p> |
| <p>ทฤษฎีเลขชี้กำลัง (The Theory of Indices )</p> | <p>๕. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดที่ระคน</p> <p>๑. การคูณเลขชี้กำลังที่มีฐานเท่ากัน</p> <p>การหารเลขชี้กำลังที่มีฐานเท่ากัน</p> <p>การยกกำลังเลขชี้กำลังที่มีฐานเท่ากัน</p> <p>การยกกำลังเลขชี้กำลังที่มีเลขชี้กำลังเท่ากัน</p> <p>ทั้งกำลังศูนย์และกำลังติดลบ</p> <p>การบวกและลบ</p> <p>การคูณและหาร</p> <p>การหาการยกกำลังของ</p> <p>การแยกตัวประกอบ</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัดที่ระคน</p> | <p>เมื่อ ๖๒ ทฤษฎี เลขชี้กำลัง แล้วควรทบทวนก่อนเรียนเรื่องเลขชี้กำลังต่อไป</p>                                |



| หัวข้อ                 | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | แนะแนวการสอน                                  |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| เสิร์ค (Surds)         | ๑. ลักษณะของเสิร์ค<br>๒. ความหมายของ rational และ irrational quantities<br>๓. ความหมายของคำ entire surds กับ like surds และ unlike surds<br>การเปลี่ยนเสิร์คให้อยู่ในลำดับเสิร์คกำลังเดียวกัน และเปรียบเทียบกัน<br>๔. การบวกและลบเลขเสิร์ค<br>๕. การคูณเลขเสิร์คที่กำลังเดียวกัน<br>๖. การหารเลขเสิร์คกำลังเดียวกัน<br>๗. การคูณเลขเสิร์คที่กำลังต่างกัน<br>๘. การหารเลขเสิร์คที่กำลังต่างกัน<br>๙. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด | เลข rational เขียนให้อยู่ใน form ของ Surd ได้ |
| ชนิดของเสิร์ค          | ๑. เสิร์คเชิงประกอบ (Compound Surds)<br>๒. เสิร์คสังยุค (Conjugate Surds)<br>ค. อื่นๆ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                               |
| ทฤษฎีเสิร์คกำลังที่สอง | ๑. เสิร์คกำลังที่สองจำนวนใดๆ จะเท่ากับเลขจำนวนลงตัว กับผลบวก หรือ ผล                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                               |



| หัวข้อ                                       | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | แนะแนวการสอน                                                                                      |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(Some Properties of quadratic Surds).</p> | <p>ข้างของเส้นรูดิกก็จำนวนหนึ่งไม่ได้ เช่น</p> $\sqrt{n} \neq a + \sqrt{m}$ <p>๒. เลข ๒ จำนวนข้างประกอบด้วยเส้นรูดิกและจำนวนลงตัว เมื่อมาเทียบเท่ากันแล้วจำนวนลงตัวย่อมเท่ากับจำนวนลงตัว เส้นรูดิกย่อมเท่ากับเส้นรูดิก เช่น</p> $x + \sqrt{y} = a + \sqrt{b}$ $x = a$ $y = b$ <p>๓. ถ้า <math>\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}</math> แล้ว</p> $\sqrt{a-\sqrt{b}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ <p>๔. หากรณีที่สองของทวินาม เส้นรูดิกกำลังที่สอง (Square root of binomial Quadratic Surds)</p> <p>๑. ใช้ Some properties of Quadratic Surds ข้อ ๓</p> <p>๒. ้วยการแยกแฟกเตอร์</p> <p>๓. ้วยการใช้สูตร</p> <p>๑. ลักษณะของลอการิทึม</p> | <p>ในข้อ ๑ ให้ดำเนินการสมมติตัวอักษร และเครื่องหมายในวิธีหากรณีที่สอง</p> <p>หัดให้นักเรียนหา</p> |

| หัวข้อ    | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | แนะแนวการสอน                                                     |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Logarithm | <p>๒. อธิบาย Characteristic และ Mantissa ในค่าของลอการิทึม</p> <p>๓. ให้รู้สูตรต่าง ๆ ของลอการิทึมต่อไปนี้อยู่บนฐาน ๑๐ (Common Logarithm)</p> <p>๑. <math>\log 1 = 0</math></p> <p>๒. ลอการิทึมของจำนวนที่มากกว่า ๑ ขึ้นไป</p> <p>๓. ลอการิทึมของจำนวนที่น้อยกว่า ๑</p> <p>๔. ลอการิทึมของจำนวนที่เท่ากับ ๑</p> <p>๕. กฎต่าง ๆ ของลอการิทึม</p> <p>๑. <math>\log_a MN = \log_a M + \log_a N</math></p> <p>๒. <math>\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N</math></p> <p>๓. <math>\log_a (M)^p = p \log_a M</math></p> <p>๔. <math>\log_a (M)^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r} \log_a M</math></p> <p>๕. ให้รวบรัดตารางลอการิทึม</p> <p>๖. แบบฝึกหัด บวก ลบ และคูณคูณหารต่าง ๆ โดยใช้ลอการิทึม</p> | <p>จำนวนเลข ค่าของลอการิทึม และฐานจาก ความเข้าใจ ในจำกัดความ</p> |



| หัวข้อ               | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | แนะแนวการสอน                                                               |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| อัตราส่วน<br>(Ratio) | <p>๑. บทนิยาม (Definition) ของอัตราส่วน</p> <p>๒. อธิบายความหมายของอัตราส่วนเชิงประกอบ (Compounded Ratio) อัตราส่วนทวีคูณ (Duplicate ratio) และ triplicate ratio</p> <p>๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๔. การพิสูจน์ คุณสมบัติ ของ อัตราส่วนที่เท่ากัน เช่น<br/>ถ้า <math>\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots</math> แล้ว ทุกอัตราส่วนนี้ย่อมเท่ากับ <math>\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}</math><br/>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๕. การพิสูจน์ คุณสมบัติ ของ อัตราส่วนที่ไม่เท่ากัน เช่น<br/>ถ้า <math>\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}, \dots</math> ไม่เท่ากันแล้ว <math>\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}</math> ย่อมมีค่าอยู่ในระหว่างอัตราส่วนที่มากที่สุดกับน้อยที่สุด</p> <p>๖. อธิบายกฎการคูณไขว้ (Rule of cross Multiplication)</p> <p>๗. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๑. บทนิยาม (Definition)</p> | <p>แนะแนวการสอน</p> <p>ให้ แบบ ฝึก หัด แก่<br/>สมัครโดยใช้กฎการคูณไขว้</p> |



| หัวข้อ                   | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                           | แนะแนวการสอน                                                                                                     |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| การแปรผัน<br>(Variation) | <p>๒. อธิบาย ความหมาย ของ จำนวนปลาย (extremes) และจำนวนกลาง (means) ของ สัดส่วน</p> <p>๓. อธิบาย ทฤษฎีบทนำของ สัดส่วน</p> <p>๔. การแก้สมการ โดยการ ใช้ ทฤษฎีบทของ สัดส่วน</p> <p>๕. ตัวอย่าง ระคนของ อัตราส่วน และ สัดส่วน (Miscellaneous examples on ratio and proportion)</p> <p>แบบฝึกหัด</p> | <p>ให้นักเรียน สังเกต สมการ ซึ่ง แก้ ได้ โดยอาศัย ทฤษฎีบทของ สัดส่วน</p>                                         |
|                          | <p>๑. อธิบาย การแปรผันตรง (Direct Variation) และ ตัวอย่าง</p> <p>๒. อธิบาย การแปรผกผัน (Inverse Variation) และ ตัวอย่าง</p> <p>๓. แบบฝึกหัด</p> <p>๔. การแปรผัน เกวเนียง (Joint Variation) และ ตัวอย่าง</p> <p>๕. แบบฝึกหัด</p> <p>ทวนเรื่องต่าง ๆ ที่เรียน มา เพื่อ เตรียมตัวสอบ</p>            | <p>แบบฝึกหัด ที่ให้ อาจจะเป็น โจทย์ ที่อาศัย กราฟ ด้วยก็ได้</p> <p>ควร หา โจทย์ ใน แบบฝึกหัด ระคน ให้ ทำบ้าง</p> |

ทบทวน

## เรขาคณิต

| หัวข้อ                        | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | แนวทางการสอน                                                                                                                    |
|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ทบทวน ความรู้<br/>เดิม</p> | <p>๑. ทบทวน ความหมาย เกี่ยวกับ จุด<br/>ศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง เส้น<br/>รอบวง การหาความยาวของเส้นรอบวงที่<br/>ใช้เส้นสูตร การหาพื้นที่ของวงกลม ความ<br/>หมายของเส้นโค้ง คอร์ด เส้นสัมผัส<br/>มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมที่เส้นรอบวง มุม<br/>ในซีกภาค (ส่วน) ของวงกลม (Segment<br/>of a circle) สามเหลี่ยมฐานโค้ง (Sector)<br/>การหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมฐานโค้ง การ<br/>หาพื้นที่ของซีกภาค (ส่วน) ของวงกลม<br/>ความหมายของ วงกลม ที่มี ศูนย์กลางร่วม<br/>กัน (Concentric Cicles)</p> <p>๒. ทบทวน ความสัมพันธ์ ของ ส่วน<br/>ต่าง ๆ ในข้อ ๑ ตามทฤษฎีที่นักเรียนเคย<br/>เรียนมาแล้ว เช่น ทฤษฎีที่ว่าด้วยจุด<br/>ศูนย์กลางมีความสัมพันธ์กับคอร์ด ว่าด้วย<br/>มุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมที่เส้นรอบวง</p> | <p>ให้นักเรียนเข้าใจ ใจ<br/>ความของทฤษฎีเหล่านี้น<br/>และนำไปใช้ให้ได้โดย<br/>ไม่ ต้อง จำว่า เป็น<br/>ทฤษฎีที่เท่าใด ฉะนั้น</p> |



| หัวข้อ                                                                                              | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | แนะแนวการสอน                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
|                                                                                                     | <p>ทฤษฎีที่ว่าด้วยคอรัปชันมีความสัมพันธ์กับส่วนโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลายวงที่เท่ากัน</p> <p>ทฤษฎีที่ว่าด้วยมุมมีความสัมพันธ์กับเส้นโค้งของในวงกลมเดียวกัน และหลายวงที่เท่ากัน ทฤษฎีที่ว่าด้วยเส้นสัมผัสมีความสัมพันธ์กับรัศมี และคอรัปชันว่าด้วยความยาวของเส้นสัมผัสที่ลากจากจุดภายนอกไปยังวงกลม</p> <p>ทฤษฎีที่ว่าด้วยวงกลมสัมผัสกัน</p> | <p>จึงจัดไว้เป็นหมวดหมู่และใช้ใจความกลายได้</p> |
| <p>โลกัส</p> <p>โลกัสเส้นตรง ที่นำมาใช้ ในการหาจุดศูนย์กลาง และ การ แกะ ข้อปัญหา เกี่ยวกับวงกลม</p> | <p>๑. อธิบายความหมายของโลกัสชนิดของโลกัส ก. เส้นตรง ข. เส้นโค้ง</p> <p>๒. โลกัสของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่ผ่านจุดที่กำหนด ๒ จุด ซึ่งนำมาแก้</p> <p>(๑) ข้อปัญหา การหาจุดศูนย์กลางของวงกลม เมื่อกำหนดส่วนโค้ง ๑ ส่วนหนึ่ง</p> <p>(๒) ข้อปัญหา แบ่งครึ่งส่วนโค้งส่วนหนึ่งที่กำหนดให้</p>                                               |                                                 |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | แนวแนวการสอน |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|        | <p>(๓) ขั้วปัญหา สร้างวงกลมผ่านจุดที่กำหนดให้ ๓ จุด ที่ไม่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน</p> <p>(๔) ขั้วปัญหา สร้างวงกลมล้อมประกอบรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้</p> <p>(๕) ขั้วปัญหา สร้างวงกลมล้อมประกอบรูปหลายเหลี่ยมค้านเท่า</p> <p>แบบฝึกหัดของ (๑) — (๕)</p> <p>๓. โลกัศของรูปศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่มีผลเส้นตรงที่กำหนดให้ ณ จุดที่กำหนดให้ นำมาแกเกี่ยวกับ</p> <p>(๑) ขั้วปัญหา สร้างเส้นสัมผัสจากจุดภายนอกไปยังวงกลมวงหนึ่งที่กำหนดให้</p> <p>(๒) ขั้วปัญหา สร้างเส้นสัมผัสร่วมไปยังวงกลม ๒ วงที่กำหนดให้ ทั้งทางตรงและทางเฉียงหรือทางขวาง (Transverse)</p> <p>แบบฝึกหัดของ (๑) — (๒)</p> <p>(๓) ขั้วปัญหา สร้างซันดาภาค</p> <p>(ส่วน) ของวงกลมให้มีมุมในซันดาภาค</p> <p>(ส่วน) ของวงกลมเท่ากับมุมที่กำหนดให้</p> |              |

| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | แนะแนวการสอน |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|        | <p>(๔) ข้อปัญหา สร้างสามเหลี่ยม<br/>แนบในวงกลมที่กำหนดให้ โดยมีมุมทั้ง<br/>๓ เท่ากับมุมของสามเหลี่ยมที่ กำหนดให้<br/>มุมต่อมุม</p> <p>(๕) ข้อปัญหา สร้างสามเหลี่ยม<br/>ล้อมประกอบวงกลมที่กำหนดให้ โดยมีมุม<br/>ทั้ง ๓ มุม เท่ากับมุม ของ สามเหลี่ยม ที่<br/>กำหนดให้ มุมต่อมุม</p> <p>แบบฝึกหัดของ (๓) — (๕)</p> <p>(๖) ข้อปัญหา สร้างรูปเหลี่ยมด้าน<br/>เท่าแนบในวงกลม</p> <p>(๗) ข้อปัญหา สร้างรูปเหลี่ยมด้าน<br/>เท่าล้อมประกอบวงกลม</p> <p>แบบฝึกหัดของ (๖) — (๗)</p> <p>๔. โลกัศของเรขาคณิตกลาง ของ วง<br/>กลมทั้งหลายที่มีผลเส้นตรง ที่กำหนดให้<br/>๒ เส้น ชนิดที่ขนานกัน และตัดกัน<br/>เกี่ยวกับ</p> <p>(๑) ข้อปัญหา สร้างวงกลมแนบ<br/>ในสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (Inscribed<br/>Circle)</p> |              |



| หัวข้อ                                                                                        | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | แนวทางการสอน |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <p>ทฤษฎีว่าด้วยการ<br/>พหุคูณที่ทุก ๆ เกียว<br/>ของเส้นตรง ใน<br/>รูป <math>\Delta</math></p> | <p>(๒) ข้อปัญหา สร้างวงกลมแนบนอกสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ (Escribed Circle)</p> <p>(๓) ข้อปัญหา สร้างวงกลมแนบในรูปหลายเหลี่ยมคี่ด้านเท่าแบบผกผันของ (๑) — (๓)</p> <p>๕. โลกัส ของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่มีสัมผัสวงกลมหนึ่งจุดที่กำหนดให้ ทั้งภายในและภายนอก</p> <p>๖. โลกัส ของ จุดศูนย์กลาง ของ วงกลมทั้งหลายที่มีรัศมียาวเท่าๆ กันที่กำหนดให้สัมผัสกับเส้นตรงที่กำหนดให้</p> <p>แบบฝึกหัดเกี่ยวกับ ๕ และ ๖</p> <p>๑. ทฤษฎี เส้นตรงฉากที่ลากจากจุดกึ่งกลางของด้านที่สามของรูปสามเหลี่ยมจะพหุคูณที่ทุก ๆ เกียว</p> <p>จุดนี้เรียกว่า จุดศูนย์กลางวงล้อม (Circum Centre)</p> <p>๒. ทฤษฎี เส้นแบ่งครึ่งมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม จะพหุคูณที่ทุก ๆ เกียว</p> |              |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | แนะแนวการสอน |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|        | <p>ก. เส้นแบ่งครึ่งมุม ภายในทั้งสาม<br/>ของรูปสามเหลี่ยม จะพบกันที่จุด ๆ เดียว<br/>จุดนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงใน<br/>(In-centre)</p> <p>ข. เส้นแบ่งครึ่งมุมภายนอก ๒ มุม<br/>กับเส้นแบ่งครึ่งมุมภายในที่เหลือ ของรูป<br/>สามเหลี่ยม จะพบกันที่จุด ๆ เดียว<br/>จุดนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางวงนอก<br/>(Ex-centre)</p> <p>๓. ทฤษฎี เส้นมีชัยฐานทั้งสาม<br/>ของรูปสามเหลี่ยม จะพบกันที่จุด ๆ เดียว<br/>จุดนั้นเรียกว่า เซ็นทรอยด์ (Centroid)<br/>เป็นจุดแบ่งเส้นมีชัยฐาน ออกเป็น ๓ ส่วน<br/>เท่า ๆ กัน</p> <p>๔. ทฤษฎี เส้นตรงฉากที่ลากจากมุม<br/>ยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ไปยัง ด้าน<br/>ตรงกันข้ามจะพบกันที่จุด ๆ เดียว<br/>จุดนั้นเรียกว่า จุดออร์โธเซนเตอร์<br/>(Orthocentre)</p> |              |

| หัวข้อ                                | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | แนะแนวการสอน |
|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <p>ว่าด้วยโลกสี่ชนิด<br/>เส้นโค้ง</p> | <p>สามเหลี่ยมที่เกิดจากการต่อจุดปลาย<br/>เส้นตรงสามเส้นเรียกสามเหลี่ยมพีแดล<br/>(Pedal) มีคุณสมบัติ</p> <p>ก. ด้านของ <math>\Delta</math> พีแดล เอียงเป็นมุม<br/>เท่ากับขนาดของมุม <math>\Delta</math> เดิม</p> <p>ข. เส้นตรงสามเส้นเป็นเส้นแบ่ง<br/>ครึ่งมุมของ <math>\Delta</math> พีแดล</p> <p>ค. <math>\Delta</math> พีแดลจะแบ่ง <math>\Delta</math> เดิม ออกทำ<br/>ให้เกิด <math>\Delta</math> ๓ รูป มีมุมเท่ากันทุกมุม<br/>มุมต่อมุม</p> <p>แบบฝึกหัดของ ๑ ถึง ๔</p> <p>๑. โลกัสของจุดออร์โธเซนเตอร์<br/>(Orthocentre) ของสามเหลี่ยมทั้งหลาย<br/>ที่กำหนดฐานและขนาดของมุมยอด</p> <p>๒. โลกัสของจุดศูนย์กลางของวง<br/>กลมที่แนบในรูปสามเหลี่ยมทั้งหลายที่<br/>กำหนดฐานและขนาดของมุมยอด</p> <p>๓. โลกัสของจุดศูนย์กลางของวง<br/>กลมทั้งหลายที่มีรัศมียาวเท่าที่กำหนดให้<br/>สัมผัสวงกลมที่กำหนดให้วงหนึ่ง</p> |              |



| หัวข้อ                                                                                                          | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | คะแนนการสอบ                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| <p>ทฤษฎีว่าด้วยพื้นที่<br/>รูปสี่เหลี่ยมมจรัส<br/>และสี่เหลี่ยมผืน<br/>ผ้าเกี่ยวกับ ส่วน<br/>แบ่งของเส้นตรง</p> | <p>แบบฝึกหัดเกี่ยวกับโลกสี่ที่เป็นเส้นโค้ง</p> <p>๑. ทฤษฎี เส้นตรง ๒ เส้น ถ้าแบ่ง<br/>เส้นหนึ่งออกเป็นส่วนๆ พื้นที่เหลี่ยมผืนผ้า<br/>ที่ประกอบด้วยเส้นทั้งสอง จะเท่ากับผลบวก<br/>ของ พื้นที่ สี่เหลี่ยม ผืนผ้า ที่ ประกอบ ด้วย<br/>เส้นตรงที่ไม่ถูกแบ่งกับส่วนแบ่งทั้งหลาย</p> <p>๒. ทฤษฎี ถ้าแบ่งเส้นตรงเส้นหนึ่ง<br/>ภายในที่ใดๆ หนึ่ง พื้นที่เหลี่ยมมจรัส<br/>บนเส้นตรงเส้นนั้นจะเท่ากับผลบวกของพื้นที่<br/>สี่เหลี่ยมมจรัส บนส่วนแบ่ง ทั้งสองรวม กับ<br/>๒ เท่าของพื้นที่เหลี่ยม ผืนผ้าที่ ประกอบ<br/>ด้วยส่วนแบ่งทั้งสอง</p> <p>๓. ทฤษฎี ถ้าแบ่งเส้นตรงเส้นหนึ่ง<br/>ภายนอกที่ใดๆ หนึ่ง พื้นที่เหลี่ยมมจรัส<br/>บนเส้นตรงเส้นนั้นจะเท่ากับผลบวกของพื้นที่<br/>สี่เหลี่ยมมจรัสบนส่วนแบ่ง ทั้งสอง หัก ออก<br/>๒ เท่าของพื้นที่ สี่เหลี่ยม ผืนผ้าที่ ประกอบ<br/>ด้วยส่วนแบ่งทั้งสอง</p> <p>๔. ทฤษฎี ผลต่างของพื้นที่เหลี่ยม<br/>มจรัสบนเส้นตรง ๒ เส้น จะ เท่า กับ พื้นที่</p> | <p>อธิบาย การ แบ่ง เส้น<br/>ตรงภายใน และ ภายใน<br/>นอกก่อน</p> |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | แนวแนวการสน                                                                                 |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>๑. หนังสือพิมพ์ที่ประกอบด้วยผลบวกและผล<br/>ต่างของเส้นตรงทั้งสอง</p> <p>๕. ทฤษฎี ถ้าแบ่งครึ่งเส้นตรงเส้น<br/>หนึ่ง และแบ่งภายในหรือภายนอก อีก<br/>จุดหนึ่ง พนทศเหลี่ยมผืนผ้าที่ประกอบด้วย<br/>ซึ่งทุกภาคที่ไม่เท่ากัน จะเท่ากับผลต่าง<br/>ของพนทศเหลี่ยมจัตุรัสบนครึ่งหนึ่งของเส้น<br/>ตรงนั้น และพนทศเหลี่ยมจัตุรัสบนส่วนที่<br/>อยู่ระหว่างจุดแบ่งทั้งสอง</p> <p>แบบผลบวกของ ๑ — ๕</p> <p>๖. ทฤษฎี ในสามเหลี่ยมมุมฉาก<br/>พนทศเหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน ตรงกันข้าม กับ<br/>มุมฉาก เท่ากับผลบวกของพนทศเหลี่ยม<br/>จัตุรัสบนด้านที่ประกอบมุมฉาก บวกกับ ๒<br/>เท่าของพนทศเหลี่ยมผืนผ้า ประกอบ ด้วย<br/>ด้านหนึ่ง ซึ่งประกอบมุมฉากกับเงาตรง<br/>ของอีกด้านหนึ่งบนด้านนั้น</p> <p>๗. ทฤษฎี ในสามเหลี่ยมมุมแหลม<br/>พนทศเหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน ตรงข้าม กับมุม<br/>แหลม เท่ากับผลบวกของพนทศเหลี่ยมจัตุรัส</p> | <p>อธิบาย พนทศเหลี่ยม<br/>จัตุรัสบนด้านตรงข้าม<br/>มุมฉากของ <math>\Delta</math> มุมฉาก</p> |

| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | แนวทางการสอน                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ทบทวน  | <p>บนคานที่ ประกอบมมแหลมหักออก ๒ เท่า<br/>ของพนท สเหลี่ยม ผลิตประกอบด้วยคาน<br/>หนึ่ง ซึ่งประกอบมมแหลมกับเงาตรงของ<br/>อีกคานหนึ่งบนคานนั้น</p> <p>๘. ทฤษฎี ในสามเหลี่ยมใดๆ ผล<br/>บวกของพนท สเหลี่ยมจรดบนคาน ๒ คาน<br/>เท่ากับ ๒ เท่าของพนท สเหลี่ยมจรดบน<br/>เส้นมัธยฐานที่ลากไปยังคานที่เหลือนอกกย<br/>๒ เท่าของพนท สเหลี่ยมจรดบนครึ่งหนึ่ง<br/>ของคานที่เหลือ</p> <p>แบบฝึกหัดของ ๖-๘</p> <p>ทบทวนตั้งแต่เริ่มเรียนจนจบทั้งให้แบบ<br/>ฝึกหัดตรวจสอบความเข้าใจนักเรียน</p> | <p>ด้วย แสดงความสัมพันธ์-<br/>พันธ์ระหว่าง <math>\Delta</math> มุม<br/>แหลม มุมฉาก มุม<br/>บาน</p> <p>แบบฝึกหัด ที่ให้ นักเรียน-<br/>เรียน ประเภท เตรียม<br/>อักษร ศาสตร์ ทำ ไม่<br/>ควร จะ ให้ เป็น ชนิด<br/>ซับซ้อน ยาก แก่ การ<br/>พิสูจน์หรือแก้ปัญห</p> |





ตัวอย่างการทบทวนและตัวอย่างการพิสูจน์

วิชาเรขาคณิต

ในคณิตศาสตร์ ๑ ก. และ ๑ ข.



# เครื่องหมายที่ใช้ในเรขาคณิต

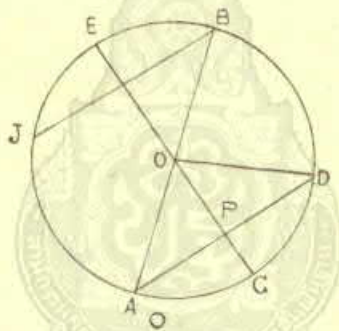
|                |                         |
|----------------|-------------------------|
| =              | เท่ากับ                 |
| ≠              | ไม่เท่ากับ              |
| ≈              | คล้ายกัน                |
| ≡              | เท่ากันทุกประการ        |
| >              | มากกว่า                 |
| <              | น้อยกว่า                |
|                | ขนาน                    |
| ∴              | เพราะฉะนั้น             |
| ⊥              | ตั้งฉาก                 |
| ∠              | มุม                     |
| ∠              | มุมหลายมุม              |
| ( )            | เส้นโค้ง                |
| ○              | วงกลม                   |
| ⊙              | วงกลมหลายวง             |
| ▭              | สี่เหลี่ยมคางหมู        |
| ▭ <sub>s</sub> | สี่เหลี่ยมคางหมูหลายรูป |
| ▭              | สี่เหลี่ยมผืนผ้า        |
| ▭ <sub>s</sub> | สี่เหลี่ยมผืนผ้าหลายรูป |
| △              | สามเหลี่ยม              |
| △ <sub>s</sub> | สามเหลี่ยมหลายรูป       |



ค.ม.ท. = ค.ม.ท.  $\Delta$  ๒ รูป เท่ากันทุกประการ ถ้ามีด้านเท่ากัน ๒ ด้าน ด้าน  
ต่อด้าน และมีมุมในระหว่างด้านทั้ง ๒ เท่ากันด้วย

ม.ท.ม. = ม.ท.ม.  $\Delta$  ๒ รูป เท่ากันทุกประการ ถ้ามีมุม ๒ มุมเท่ากัน มุมต่อ  
มุม และด้านเท่ากัน ๑ ด้าน

ค.ท.ท. = ค.ท.ท.  $\Delta$  ๒ รูป เท่ากันทุกประการ ถ้ามีด้านทั้ง ๓ เท่ากัน ด้านต่อด้าน  
แบบฝึกหัดทบทวนทฤษฎีที่เรียนมาแล้ว เกี่ยวกับวงกลมข้างตอน



๑. คอรุทเส้นไหนที่ยาวที่สุดในวงกลม

๒. ถ้า  $\angle AOC = \angle COD$  ส่วนโค้ง AC และ CD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

๓. ถ้าส่วนโค้ง  $AC = CD$   $\angle AOC$  และ  $\angle COD$  เกี่ยวข้องกันอย่างไร

และคอรุท AC กับ CD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

๔. ถ้า  $\angle AOC > \angle COD$  เส้นโค้ง AC และ CD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

๕. ถ้าคอรุท  $AC =$  คอรุท  $CD$  แล้ว ส่วนโค้ง AC และ CD เกี่ยวข้องกัน  
อย่างไร

๖. ถ้า  $EC \perp AD$ , AP และ PD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

ส่วนโค้ง AC และ CD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

ส่วนโค้ง AE และ ED " "

๗. ถ้า P เป็นจุดกึ่งกลางของ AD, CE และ AD เกี่ยวข้องกันอย่างไร

๘. เส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากลากกับคอร์ด JE จะผ่านจุดไหน

๙. ถ้าคอร์ด  $AD =$  คอร์ด  $JB$  ระยะทางจากจุดศูนย์กลางเกี่ยวข้องกับอย่างไร

ถ้าคอร์ด  $AD$  ยาวกว่า  $JB$  ระยะทางจากจุดศูนย์กลางจะเป็นอย่างไร

๑๐. ถ้าคอร์ด  $AD$  และคอร์ด  $JB$  อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน หาความเกี่ยวข้องกับของคอร์ดทั้ง ๒ ถ้า  $AD$  อยู่ไกลกว่า  $JB$  คอร์ดทั้ง ๒ เกี่ยวข้องกันอย่างไร

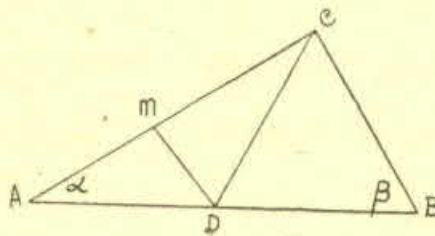
๑๑. จำนวนองศาของมุม  $AOC$  เท่ากับจำนวนองศาของมุมบนส่วนโค้งใด

๑๒. ถ้า  $CE$  เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลม  $CDE$  มุมของค่า

๑๓. จุด  $D, O, B$ . จะวางกลมผ่านใดบ้าง

ตัวอย่าง การพิสูจน์

๑. ถ้ามุม  $C$  ใน  $\triangle ABC$  เท่ากับผลบวกของมุมที่เหลือ ๒ มุม เราพิสูจน์ว่า  
ค่า  $AB = 2$  เท่าของความยาวเส้นตรงที่ต่อ  $C$  ไปยังจุดกึ่งกลางของ  $AB$



ให้  $\angle ACB = \alpha + \beta$ , D เป็นจุดกึ่ง  
กลางของ AB

ต้องการ พิสูจน์  $AB = 2 CD$

พิสูจน์ ๑.  $\alpha + \beta + \angle ACB = 180^\circ$

$$๒. \angle ACB = \alpha + \beta$$

$$๓. 2 \angle ACB = 180^\circ$$

$$๔. \angle ACB = 90^\circ$$

๕. จาก D ลาก  $DM \perp AC$

๖.  $\therefore DM \parallel BC$

๗.  $\therefore DM$  แบ่งครึ่ง  $AC$

๘.  $\therefore AM = MC, MD = MD$

$$\angle AMD = \angle DMC$$

๙.  $\therefore \triangle AMD \cong \triangle DMC$

$$๑๐. CD = AD$$

$$๑๑. AB = AD + DB$$

$$= 2 AD$$

$$= 2 CD$$

$\therefore$  ผลบวกของมุมภายใน  $\triangle = 180^\circ$

ให้

แทนค่าสิ่งที่เท่ากัน

จาก (๓)

ต่าง  $\perp AC$

D เป็นจุดกึ่งกลางของ AB และ (๖)

(๕) และ (๗)

ค.ม.ก. = ค.ม.ก.

ส่วนที่อยู่บนค้ำเดียวกันของ  $\cong \triangle$

ให้

(๑๐)

ช.ต.พ.



## คณิตศาสตร์ ๒ ก.

คณิตศาสตร์ ๒ ก. แบ่งเป็น ๓ แขนง แบ่งเวลากันดังนี้

พีชคณิต และ สถิติเบื้องต้น ใช้เวลาทั้งสิ้นประมาณ ๖๐ ชั่วโมง

เรขาคณิต " " ๖๐ ชั่วโมง

ตรีโกณมิติ " " ๖๐ ชั่วโมง

ในการจัดการเรียน จึงขอให้เวลาแก่พีชคณิตและสถิติเบื้องต้น สัปดาห์ละ ๒ ชั่วโมง เรขาคณิตสัปดาห์ละ ๒ ชั่วโมง และตรีโกณมิติสัปดาห์ละ ๒ ชั่วโมง เวลาที่จะมีสอนให้ตลอดจนคำนวณอย่างต่ำที่สุดว่า จะมีได้ไม่น้อยกว่า ๑๘๐ ชั่วโมง ในทางปฏิบัติจริง ๆ จะมีเวลาเหลือสำหรับการทบทวนบ้างตามสมควร

การแบ่งเป็นหน่วยนั้น ถือความสัมพันธ์กันในส่วนเนื้อหา เป็นสำคัญหน่วยหนึ่ง ๆ อาจต้องการเวลามากน้อยแตกต่างกัน เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะกำหนดเอาเองว่า ควรจะให้เวลาแก่หน่วยไหนเพียงไร ทั้งนี้ภายในขอบเขตของเวลาที่มีอยู่ทั้งหมดสำหรับแขนงนั้น



# พีชคณิต

| หัวข้อ                                                            | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                       | แนะแนวการสอน                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ทบทวนเรื่องฟังก์ชันและตัวประกอบ                                   | <p>๑. ทบทวนวิธีแยก ตัวประกอบ จาก ฟังก์ชันเท่าที่เรียนมาแล้ว</p> <p>๒. ทบทวนการหารยาว</p> <p>๓. ทบทวนการหาห.ร.ม. และค.ร.น. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p>                                                                           | <p>ทบทวน <math>a^3+b^3+c^3-3abc</math> ด้วย <math>a+b+c</math></p> <p>อธิบายถึงตัวหาร เป็น ตัวประกอบด้วย</p> |
| แยก ตัวประกอบ อย่างยาก (วิธีที่ I)                                | <p>นำตัวอย่างการหารยาว แล้วชี้ให้เห็น ตัวประกอบไปใช้เสมือนสูตร คือ</p> $(a^3+b^3+c^3-3abc) = (a+b+c)$ <p><math>(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)</math> นำไปใช้ในการ แยกตัวประกอบจากฟังก์ชันรูปเดียวกัน</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> |                                                                                                              |
| แยกตัวประกอบ โดย จัด เป็น รูป ฟังก์ชัน กำลัง ที่ สอง (วิธีที่ II) | <p>สอนวิธีแยก ตัวประกอบ จาก ฟังก์ชัน กำลังที่สองโดยไม่ใช่สูตร แต่ใช้แบ่งเป็น สองวงเล็บโดยแยกตัวเฉพาะจากสัมประสิทธิ์ของตัวแปรกำลังที่สอง และตัวเฉพาะของตัวภาคสมบูรณ์ (Absolute term)</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p>          |                                                                                                              |



| หัวข้อ                                                                                                         | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                   | แนะนำการอ่าน                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| แยกตัวประกอบ<br>โดยใช้ทฤษฎีเศษ<br>เหลือ (วิธีที่ III)                                                          | ๑. ทฤษฎีทฤษฎีเศษเหลือ<br>๒. แยกตัวประกอบ โดยใช้ทฤษฎี<br>เศษเหลือ                                                                                                                                                         |                                                                                                                        |
| ฟังก์ชัน<br>Symmetrical<br>Functions และ<br>Alternating<br>Functions<br>และการแยกตัว<br>ประกอบ (วิธีที่<br>IV) | ๑. ทฤษฎีฟังก์ชัน<br>๑. อธิบายฟังก์ชันสมมาตร<br>(Homogeneous Functions)<br>๒. อธิบายสมมาตรฟังก์ชัน<br>(Symmetrical Functions)<br>๓. อธิบายฟังก์ชัน<br>(Alternating Functions)<br>๔. การแยกตัวประกอบจากฟังก์ชัน<br>ทั้งสอง | อธิบาย ๑. แยกตัว<br>ประกอบตามปกติ<br>๒. แยกโดย<br>ใช้ทฤษฎีเศษเหลือ<br>๓. ความ<br>หมายของเครื่องหมาย<br>$\pi$ และ $\pi$ |
| การแยกตัวประกอบ<br>โดยใช้ทฤษฎี<br>ของ Undeter-<br>mined<br>Coefficients                                        | ๑. อธิบาย Rational Integral<br>Functions<br>๒. อธิบาย The Principle of<br>Undetermined Coefficients<br>๓. การแยกตัวประกอบโดยใช้ทฤษฎี<br>ทฤษฎีฟังก์ชัน                                                                    |                                                                                                                        |

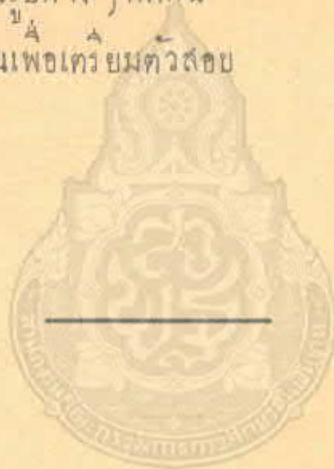
| หัวข้อ                                                           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | แนะแนวการสอน                                                                                                  |
|------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>แบบรูปต่าง ๆ ของกราฟ</p> <p>๑. เส้นตรง</p> <p>๒. พาราโบลา</p> | <p>๔. การหากรณที่ที่สอง และกรณที่สามของฟังก์ชันชนิด Rational Integral Function</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๑. รูปฟังก์ชันและสมการที่ออกเป็นกราฟเส้นตรง <math>y=ax+b</math></p> <p>๒. อธิบายความหมายของความลาดชันของเส้น และการหาจากความลาด (Slope=a)</p> <p>๓. อธิบายความหมายของ b</p> <p>๑. รูปฟังก์ชันหรือสมการที่ออกเป็นรูปพาราโบลา <math>y=ax^2+bx+c</math></p> <p>๒. ปรากฏการณ์จากรูป</p> <p>ก. รากของสมการ <math>ax^2+bx+c=0</math></p> <p>ข. เครื่องหมายของฟังก์ชัน</p> <p>ค. ค่าสูงสุดและต่ำสุด</p> <p>ง. การถอยกรณที่ที่สองจากกราฟ <math>y=x^2</math></p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> | <p>เมธิธิบายถึง วิธีหากรณที่ที่สอง และที่สามก็ควรสอนถึง วิธียกกำลังสอง และกำลังสามเสียก่อน สอนการหากรณที่</p> |

| หัวข้อ   | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                      |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ๓. วงกลม | <p>๓. แก้วสมการ เส้นตรง และปาราโบลาตัดกัน</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๑. รูปสมการที่ออกเป็นวงกลม มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด (origin) และรัศมี <math>x^2 + y^2 = a^2</math></p> <p>๒. วิเคราะห์สมการโดยอาศัยทฤษฎีบทในเรขาคณิต (จุดศูนย์กลางประสิทธิผลรวมกันเท่ากับจุดศูนย์กลางตรงข้ามฉาก)</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๓. การแก้สมการซึ่งออกเป็นรูปวงกลม และเส้นตรงตัดกัน</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๔. การแก้สมการซึ่งออกเป็นปาราโบลา และวงกลมตัดกัน</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๕. สมการซึ่งออกเป็นวงกลม แต่จุดศูนย์กลางไม่อยู่ที่จุดกำเนิด (origin)</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> | <p>ในการแก้สมการโดยวิธีการ ต้องให้นักเรียนแก้ โดยวิธีพีชคณิตเดิมพร้อมกันไปด้วย เพื่อให้เห็นว่าวิธีใดวิธีหนึ่งก็ใช้ได้ ไม่จำกัดหรือยังคับขอให้ทำให้ง่ายแล้วกัน</p> |



| หัวข้อ                                                                   | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | แนะแนวการสอน |
|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <p>๔. รูปเส้นที่ออก<br/>จากสมการ หรือ<br/>ฟังก์ชัน กำลัง ที่<br/>สาม</p> | <p>๑. สมการ หรือ ฟังก์ชัน กำลัง สาม<br/>รูปออกเป็นอย่างไร</p> <p>๒. การหากราฟที่สาม โดยกราฟ<br/>จาก <math>y=x^3</math></p> <p>๓. การถอดรากของสมการ<br/><math>ax^3+bx^2+cx+d=0</math></p> <p>๔. การแก้สมการกำลังสาม และ<br/>เส้นตรง</p> <p>๕. การแก้สมการกำลังสาม และ<br/>วงกลม</p> <p>๖. การแก้สมการกำลังสาม และ<br/>พาราโบลา</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> |              |
| <p>๕. ไฮเพอร์โบลา</p>                                                    | <p>๑. รูปสมการหรือฟังก์ชันที่ออกเป็น<br/>ไฮเพอร์โบลา</p> <p>๒. การหา asymptotes</p> <p>๓. การหาจุดที่จะเกิดเป็น ไฮเพอร์<br/>โบลา</p>                                                                                                                                                                                                                          |              |

| หัวข้อ                                                      | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                   | แนะแนวการสอน |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| ๖. ทบทวนกราฟ<br>รูปต่าง ๆ<br>ทบทวนการแยก<br>ตัวประกอบต่าง ๆ | ๔. คำจำกัด ของฟังก์ชัน ที่เกิด รูป<br>เป็นไฮเปอร์โบล่า<br>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด<br>ทบทวน โดยหาโจทย์แปลก ๆ และ<br>กราฟซึ่งเป็นรูปต่าง ๆ ศึกษากัน<br>ทบทวนเพื่อเตรียมตัวสอบ |              |



## สถิติเบื้องต้น

| หัวข้อ                 | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ข้อมูล ใน ทาง<br>สถิติ | <p>๑. ความหมายของสถิติ สถิติคือ<br/>อะไร ?</p> <p>๒. ข้อมูลในทางสถิติ อาจเป็น</p> <p>ก. ทางฝ่ายคุณภาพ เช่น เพศ<br/>ฐานะ ทัศนคติ</p> <p>ข. ทางฝ่ายปริมาณ เช่น จำนวน<br/>พลเมือง จำนวนเงิน อายุ<br/>ราคา ความสูง น้ำหนัก</p> <p>ค. ตามลำดับกาล เช่น การขึ้น<br/>ลงของผลผลิต อุณหภูมิ<br/>ปริมาณนาฝน ราคายางพารา<br/>ในระยะเวลาที่กำหนดไว้</p> <p>ง. ตามสภาพภูมิศาสตร์ เช่น<br/>จำนวนพลเมืองในท้องที่ต่างๆ<br/>เนื้อที่ของเขตปกครอง</p> <p>๓. การรวบรวมข้อมูลทางสถิติ</p> <p>ก. รวบรวมจาก บันทึก ของ หน่วยงาน<br/>ที่มีอยู่แล้ว</p> | <p>ชี้ให้เห็น ความหมาย<br/>ของสถิติในทางหลัก<br/>วิชา เปรียบเทียบ กับ<br/>ความเข้าใจของสามัญ<br/>ชนให้ได้เห็น การวาง<br/>ข้อมูลสถิติต่างๆเป็น<br/>ตัวอย่าง และวินิจฉัย<br/>ว่าเป็น ข้อมูล ประเภท<br/>ใด</p> <p>ชี้ให้เห็นความสำคัญ<br/>ของความถูกต้องและ<br/>แน่นอนของ ข้อมูลที่</p> |



| หัวข้อ                                              | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระเบียบวิธีในการ<br>แสดงออกซึ่งข้อ<br>มูลในทางสถิติ | <p>ข. สำนวนใหม่โดยการเดินสำนวน<br/>หรือออกข้อถาม<br/>อาสำนวน (๑) จากประชากร<br/>ทั้งหมด<br/>(๒) จากตัวอย่าง<br/>จำนวนหนึ่ง</p> <p>๑. การแสดงข้อมูลอาทำได้โดย</p> <p>ก. บรรยายลงในบทความของเรื่อง<br/>นั้น</p> <p>ข. ทำเป็นตาราง</p> <p>ค. ทำเป็น ลักษณะ กง ตาราง กง<br/>บรรยายความ</p> <p>ง. แสดงเป็นกราฟรูปต่างๆ</p> <p>๒. การแสดงข้อมูล โดยกราฟรูป<br/>ต่างๆ</p> <p>ก. แสดงด้วยเส้นโค้ง</p> <p>ข. แสดงเป็นแผนภูมิหรือภาพ</p> <p>๑. สักส่วนและเปอร์เซ็นต์เป็นสถิติ<br/>ที่มีประโยชน์อย่างไร ?</p> | <p>ได้มาไม่ว่าจะด้วยวิธี<br/>ใดก็ตาม ว่า มี ความ<br/>สำคัญเพียงไร</p> <p>ให้ได้เห็นตัวอย่างวิธี<br/>แสดงข้อมูลแบบต่างๆ<br/>แล้วให้ทำแบบฝึกหัด<br/>บรรพสถิติต่างๆ เป็น<br/>แผนภูมิหรือภาพหรือ<br/>เส้นโค้งต่างๆ</p> <p>ให้ คำนวณ สัก ส่วน<br/>และเปอร์เซ็นต์ จาก</p> |

| หัวข้อ                 | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| การ แยก แแรง<br>ความดี | <p>๒. วิชิตชัยมูลดง เป็นสักส่วน และ<br/>เปอรเช็นท์</p> <p>๓. ผลของการ เปลี่ยนฐาน ในการ<br/>คำนวณเปอรเช็นท์</p> <p>๔. ความผิดพลาดในการใช้เปอรเช็นท์</p> <p>๑. ลักษณะของชัยมูลดงความดี</p> <p>๒. ชั้นต่างๆของการแยกแรงความดี</p> <p>ก. หาช่วงกว้างจากค่าสูงสุดถึงค่า<br/>ต่ำสุด</p> <p>ข. กำหนดจำนวนชั้นและช่วงของ<br/>ชั้นหนึ่ง ๆ</p> <p>ค. บันทึกความดีในแต่ละชั้น</p> <p>๓. การแสดงการแยกแรงความดีด้วย</p> <p>ก. ฮิสโตแกรม</p> <p>ข. รูปหลายเหลี่ยมแห่งความดี</p> <p>ค. โค้งความดีสะสม</p> <p>ปรับเส้นโค้งในรูป หลายเหลี่ยม แห่ง<br/>ความดีและโค้งความดีสะสมให้เรียบด้วย</p> | <p>แบบฝึกหัด และระวัง<br/>ความผิดพลาดที่มักจะ<br/>มีอยู่เสมอ ในการ ใช้<br/>ฐาน และการหาค่าความ<br/>จากสถิติทั้ง ๒ น</p> <p>ให้ใ้คิดตัวอย่างชัยมูล<br/>ดงที่จะทำการแยกแรง<br/>ความดี ได้แสดงชั้น<br/>ต่าง ๆ ของการทำ<br/>ตาราง และให้ทำ<br/>แบบฝึกหัดจากตาราง<br/>ที่ใ้ได้นั้น ให้ ทำเป็น<br/>ฮิส โต แกรม ก่อน<br/>แล้ว ปรับ ให้เป็นรูป<br/>หลาย เหลี่ยม แห่ง<br/>ความดี แล้วจึงปรับ<br/>เส้นนั้นให้เป็นโค้ง ที่<br/>เรียบ</p> <p>ใ้รู้ ลักษณะ และ<br/>ความหมายของ แบบ</p> |



| หัวข้อ                              | รายการและหนังสือประกอบ                                           | แนวทางการสอน                                                   |
|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| การวัด แนว น้ำ<br>เข้าสู่ ส่วน กลาง | ๔. แบบรูปต่าง ๆ ของการแจกแจง<br>ความถี่                          | รูปต่างๆของการแจก<br>แจงความถี่ โดย<br>เฉพาะรูปประมัย          |
|                                     | ๕. การคำนวณเปอร์เซ็นต์ไทล์ เทไซล์<br>และควอไทล์                  | อธิบายหลักใน ค่า<br>คำนวณเปอร์เซ็นต์ไทล์                       |
|                                     | ๑. ทวิกลางเลขคณิต<br>ก. แสดงสูตรที่ใช้คำนวณ                      | ให้ตัวอย่าง และให้ทำ<br>แบบฝึกหัด                              |
|                                     | ข. การคำนวณจากตารางการแจก<br>แจงความถี่โดยวิธีตรงไปตรงมา         | ให้ใช้สูตรคำนวณ<br>จากข้อมูลต้นฉบับก่อน                        |
|                                     | ค. ค่าคำนวณโดยวิธีลัด                                            | แล้วจึงให้หาจากตาราง                                           |
|                                     | ๒. มัธยฐาน<br>ก. คำจำกัดความ                                     | การแจกแจง ความถี่<br>โดยวิธีตรงไปตรงมา                         |
|                                     | ข. วิธีคำนวณ                                                     | ชี้ให้เห็นว่ามี ความ<br>จำเป็นต้อง ใช้วิธี ลัด                 |
|                                     | ๓. Mode ความหมายและวิธีหา                                        | เพื่อประหยัดเวลา ให้<br>คิดตัวอย่างวิธี ลัด และ<br>ทำแบบฝึกหัด |
|                                     | ๔. ทวิกลางเรขาคณิต และทวิกลาง<br>ฮาร์โมนิก ให้รู้ความหมายและสูตร | แนวน้ำอื่น ๆ ก็<br>อนโลม สอน ตามวิธี<br>เดียวกัน แต่ไม่ต้อง    |



| หัวข้อ                    | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | แนวทางการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| การวัดการกระจายและความเบ้ | <p>ความแปรปรวนที่กระจายออกไปจากส่วนกลางนั้น อาจวัดได้ต่าง ๆ กันเป็น</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>๑. ความขยับเขยื้อนจากมัธยฐาน</li> <li>๒. ความขยับเขยื้อนถ่วงเฉลี่ย</li> <li>๓. ความขยับเขยื้อนมาตรฐาน</li> <li>๑. ความขยับเขยื้อนจาก มัธยฐาน</li> <li>ก. สูตรและวิธีหาตรงไปตรงมา</li> <li>ข. การคำนวณโดยวิธีลัด</li> <li>๒. ความขยับเขยื้อนถ่วงเฉลี่ย</li> <li>ก. คำจำกัดความและสูตร</li> <li>ข. วิธีคำนวณโดยทางลัด</li> <li>๓. ความขยับเขยื้อนมาตรฐาน</li> <li>ก. คำจำกัดความและสูตร</li> <li>ข. วิธีคำนวณโดยทางลัด</li> </ol> <p>ความหมายของสถิติที่วัดความแปรปรวนและประโยชน์ที่จะพึงได้รับจากการใช้สถิติเหล่านี้</p> <p>เมื่อ ความ แปร ปรวน จาก ส่วน กลาง ขยับเขยื้อนไม่เท่ากัน การแจกแจงนั้น มี ความเบ้ (skewness) มีวิธีวัดได้อย่างไร</p> | <p>ให้ละ เชื่อกัน มาก นัก เพียงให้เข้าใจ ความหมาย</p> <p>ให้ทราบสูตรที่ใช้ ในการหาสถิติที่แสดง ความแปรปรวนพร้อม กับตัวอย่างวิธีหา</p> <p>ให้ทำแบบ ผก ทัศน การหาสถิติต่างๆ เหล่านี้</p> <p>ชี้ให้เห็นความแตกต่าง ของสถิติเหล่านั้น ว่าไหนดีกว่ากันอย่างไร และมีประโยชน์อะไรบ้าง</p> |

| หัวข้อ                            | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| สมบัติ และ ประโยชน์ ของ โค้ง ปกติ | <p>๑. วิกจากผลต่าง ของ ควักกลาง และ Mode</p> <p>๒. วิกจากควักกลางและมีชัยฐาน</p> <p>๓. วิกจากความย้ายเบนควอโคล์</p> <p>ประโยชน์ของสถิติ ที่ ได้ จาก การ วิก ความเบ้ Kurtosis ลักษณะและประโยชน์ การ แจกแจงเป็น โค้ง ปกติ มี ลักษณะ อย่างไร</p> <p>สมบัติของโค้งปกติ</p> <p>ก. ชายขวาเหมือนกัน</p> <p>ข. ไม่มีความเบ้</p> <p>ค. มีขนาด สกส่วน ของ ความ สูง จำกัตามตาราง ความสูงของ แคนตง</p> <p>ง. มีเนื้อที่ระหว่างระยะต่างๆตาม แคนนอนจำกัตามตารางพื้นที่ ของโค้งปกติ</p> <p>ให้สามารถ อ่านตาราง ความ สูง และ พื้นที่ในโค้งปกติได้ และให้ทราบความหมายและประโยชน์ของตารางทั้ง ๒ นี้</p> | <p>ให้ทราบระยะทาง แคนนอน เมื่อคิดเป็น คะแนนมาตรฐานหรือ หน่วย ความ ย้ายเบน มาตรฐานจากคะแนน นั้น ให้รู้จักกำหนด ความสูงของ แคนตง และอ่านพื้นที่ ในช่วง โค้งหนึ่ง ของ โค้ง ปกติได้</p> |



| หัวข้อ                                                                                                                                                                                                    | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ทฤษฎี<sup>๕</sup> ของ<sup>๕</sup> กัน<sup>๕</sup><br/>         ของความเคลื่อนไหว-<br/>         คลาสิกในการสัมพันธ์<br/>         อย่างและการประ-<br/>         มาณค่าสถิติ จาก<br/>         ตัวอย่าง</p> | <p>ให้ทำแบบฝึกหัดการใช้ตารางโค้งปกติ</p> <p>๑. ความหมาย ของ ประชากร และ<br/>ตัวอย่าง</p> <p>๒. ตัวอย่าง ที่เจาะจงและไม่เจาะจง<br/>ในการเลือก</p> <p>๓. ความ จำเป็น ที่ ต้อง ใช้การ สุ่ม<br/>ตัวอย่าง</p> <p>๔. การแจกแจง ของ สถิติ ที่ ได้ จาก<br/>การสุ่มตัวอย่าง</p> <p>ก. ประชากรจะแจกแจง เป็นรูปใด<br/>ก็ได้</p> <p>ข. ถ้า ขนาด ของ ตัวอย่าง โต พอ<br/>สมควร</p> <p>ค. ตัวอย่างนั้นเลือกโดยไม่เจาะจง</p> <p>ง. สถิติที่ ได้ จะ แจกแจง เป็น โค้ง<br/>ปกติ</p> <p>๕. ความ หมาย ของ ความ เคลื่อน<br/>คลาสิกมาตรฐาน</p> <p>๖. สูตรในการคำนวณ ความ เคลื่อน<br/>คลาสิกมาตรฐานของ</p> | <p>ทำการทดลอง สุ่ม<br/>ตัวอย่าง จำนวน หนึ่ง<br/>จากข้อมูล<sup>๕</sup> มีอยู่เป็น<br/>จำนวน มาก โดย ไม่<br/>เจาะจง แล้วคำนวณ<br/>ค่าสถิติต่าง ๆ</p> <p>ให้นักเรียน แต่ละ<br/>คนทำตัววิจัยเกี่ยวกับ<br/>รวบรวมสถิติ ที่ ได้ มา<br/>พิจารณาการแจกแจง<br/>หาความ<sup>๕</sup>เคลื่อนคลาสิก<br/>มาตรฐาน ของ สถิติ<br/>ต่างๆ จากการทดลอง<br/>นั้น</p> |



| หัวข้อ                        | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                 | แนวทางการสอน                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| การเปรียบเทียบ<br>ระหว่างหมู่ | ก. ทวักกลางเลขคณิต<br>ข. มัชยฐาน<br>ค. เพอร์เซ็นต์หรือสัดส่วน<br>ง. ความย้ายเบนมาตรฐาน<br>๗. การ ประมาณ ค่า สถิติ จาก ตัวอย่าง กำหนดระดับความเชื่อมั่นต่าง ๆ กัน ให้ได้ค่าแบบฝึกหัดในเวรอน                                                                                             | เปรียบเทียบกับค่า<br>ที่อาจคำนวณ ได้ทาง<br>ทฤษฎี<br>ให้เข้าใจ ความ<br>หมายของระดับความ<br>เชื่อม ๘๕% และ<br>๙๙% ซึ่งเป็นระดับที่<br>ใช้น่า                                                                            |
|                               | การเปรียบเทียบความแตกต่างของค่า<br>สถิติที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างจากประชากร<br>๒ หมู่ว่า ความแตกต่างนั้นจะมีนัยสำคัญ<br>ทางสถิติหรือไม่เพียงใด<br>ก. ความหมายของ ความเคลอน<br>คลาตามาตรฐานของความแตกต่าง<br>ข. สูตรสำหรับคำนวณความเคลอน<br>คลาตามาตรฐานของความแตกต่าง<br>ของสถิติต่าง ๆ | ให้เข้าใจว่าความ<br>แตกต่างจากการ สุ่ม<br>ตัวอย่างนั้นอาจเนื่อง<br>จากโลก ถ้าพิสูจน์<br>ได้ ว่า อาจ เนื่อง จาก<br>โลกได้เพียง ๑ ใน<br>ร้อย อาจเชื่อได้ว่า<br>เป็นความ แตกต่าง ที่<br>แท้จริง หาใช่เนื่อง<br>จากโลกไม่ |

| หัวข้อ     | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| อนุกรมเวลา | <p>ค. อตราส่วนมาตรฐานเป็นเครื่องชี้วัด ความ เชื่อ มั่น ที่ ความแตกต่างจะมีนัยสำคัญ ในทางสถิติได้อย่างไร</p> <p>แบบฝึกหัดเกี่ยวกับ การ เปรียบ เทียบ ความแตกต่างของค่าสถิติต่าง ๆ</p>                                                                                                                                                     | <p>ย้าให้เข้าใจความน่าจะเป็น ไป ได้ จากตารางโค้งปกติ</p> <p>ให้ ทำ แบบ ฝึกหัด ในเรื่องให้มาก เพื่อ ให้เข้าใจชัดเจน</p>                                                                                                                      |
|            | <p>ให้เข้าใจความหมายของอนุกรมเวลาทางโน้ม</p> <p>ก. ตามลำดับเวลา (secular)</p> <p>ข. เป็นวัฏจักร (cyclical)</p> <p>ค. เป็นคาบ (periodic)</p> <p>ง. ไม่สม่ำเสมอ (irregular)</p> <p>การวิเคราะห์อนุกรมเวลาอย่างง่าย ๆ</p> <p>ก. โดยวิธีประมาณด้วยตา</p> <p>ข. โดยวิธี moving average</p> <p>แบบฝึกหัดวิเคราะห์อนุกรมเวลาด้วยวิธีง่าย ๆ</p> | <p>ให้ให้เห็นตัวอย่างข้อมูลที่มีลักษณะเป็นอนุกรมเวลา</p> <p>แสดงข้อมูลเหล่านั้นเป็นกราฟให้เห็นทางโน้ม</p> <p>ให้ฝึกหัดวิเคราะห์โดยวิธี ประมาณ ด้วยตา ก่อน และจึงใช้วิธี moving average</p> <p>ให้ทำ แบบ ฝึกหัด จาก ข้อมูล ที่เป็น ตาราง</p> |



| หัวข้อ                   | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| สหสัมพันธ์เชิง<br>เกี่ยว | <p>ความหมายของสหสัมพันธ์แสดงด้วย<br/>ตารางการกระจายของความถี่</p> <p>- คำนวณที่ใช้แสดงค่าของ สหสัมพันธ์<br/>เชิงเกี่ยว</p> <p>วิธี คำนวณ คำนวณ สหสัมพันธ์จาก สูตร<br/>แคนนิกิบ</p> <p>วิธี คำนวณจากตารางการกระจายของ<br/>ความถี่</p> <p>ประโยชน์ของค่านีสหสัมพันธ์</p>  | <p>ทำตารางการกระจายของความถี่ให้เห็น<br/>ว่า ถ้ามีสหสัมพันธ์ต่อกันจะมีประโยชน์อย่างไร</p> <p>ให้ทราบหลัก ของ<br/>สูตรที่ใช้คำนวณค่านีสหสัมพันธ์<br/>และสูตรสำเร็จที่จะใช้<br/>กับแคนนิกิบ และจาก<br/>ตารางการกระจายของ<br/>ความถี่</p> <p>ให้ทำ แบบฝึกหัด<br/>หาค่านีสหสัมพันธ์พอควร</p> |
| หลัก ของ การ<br>พยากรณ์  | <p>อธิบายปรากฏการณ์ Regression การ<br/>ใช้สมการ Regression ในการพยากรณ์<br/>ความไว้วางใจของการพยากรณ์ โดยคำนึง<br/>ถึงความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ของ การ<br/>พยากรณ์</p>                                                                                                                                                                                      | <p>ชี้ให้เห็นว่าปรากฏการณ์ Regression ใน<br/>เรื่อง สหสัมพันธ์นั้น<br/>แยกทาง ให้สามารถ<br/>พยากรณ์ตัวแปรเปลี่ยน<br/>ตัวหนึ่งจากอีกตัวหนึ่ง<br/>ได้อย่างไร</p>                                                                                                                           |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                        | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>สมการ Regression อาจขยายรูปออก<br/>เป็นสมการหลายชั้น ใช้ในการพยากรณ์ได้<br/>เพียงไร</p>  | <p>ใช้สมการ Regression ในการพยากรณ์<br/>ง่าย ๆ แต่ให้ทราบ<br/>ขอบเขต ของ ความ<br/>เคลื่อนคลาที่ อาจ<br/>มีได้</p> <p>จากหลักเบื้องต้น<br/>นี้ อธิบายให้เห็นว่า<br/>ถ้าเราทราบสัมพันธ<br/>ที่ตัวประกอบต่าง ๆ มี<br/>อยู่คู่ถึง ซึ่งจะพยา<br/>กรณ์ อาจผสมการ<br/>Regression หลายชั้น<br/>ใช้ในการพยากรณ์ได้<br/>แต่การ ปฏิบัติจริง ๆ<br/>นั้นยากเกินไป จึง<br/>เพียง ให้เข้าใจ แนว<br/>ทางเท่านั้น</p> |

## เรขาคณิต

| หัวข้อ                           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | แนะแนวการศึกษา                                                                           |
|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>อัตราส่วน และ<br/>สัดส่วน</p> | <p>๑. อธิบายความหมายของอัตราส่วน,<br/>สัดส่วน พร้อมทั้งคุณสมบัติ<br/>แบบฝึกหัด</p> <p>๒. ทฤษฎี ถ้าลากเส้นตรงเส้นหนึ่ง<br/>ขนานกับด้านหนึ่งของ <math>\Delta</math> เส้นตรงเส้นนั้น<br/>จะตัดด้านที่เหลือ ๒ ด้าน ภายในและภาย<br/>นอกออกเป็นสัดส่วน รวมทั้งใจความกลับ<br/>แบบฝึกหัด</p> <p>๓. ทฤษฎี เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของ<br/><math>\Delta</math> ทั้งภายในและภายนอก จะแบ่งฐาน<br/>ภายในและภายนอกออกเป็นสัดส่วนกับด้าน<br/>ที่ประกอบมุมยอด รวมทั้งใจความกลับ<br/>อธิบายความหมายของ เส้นตรง ที่ ตก<br/>แบ่งแบบ Harmonic section<br/>แบบฝึกหัด</p> <p>๔. ทฤษฎี <math>\Delta</math> ๒ รูป มีมุมเท่ากัน<br/>มุมต่อมุม ด้านที่อยู่ในอันกับเดียวกันจะได้<br/>สัดส่วนกัน</p> | <p>เปรียบเทียบ เส้น<br/>ตรงและส่วนแบ่งของ<br/>เส้นตรง ในรูป อัตรา<br/>ส่วนและสัดส่วน</p> |

| หัวข้อ   | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | แนะแนวการสอน |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| รูปคล้าย | <p>๕. ทฤษฎี <math>\Delta</math> ๒ รูป เมื่อวางในท่าเดียวกัน มีด้านใดสักส่วนกันแล้ว มุมที่อยู่ตรงกันข้ามกับด้านที่อยู่ในอันดับเดียวกันจะเท่ากันมุมต่อมุม</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |              |
|          | <p style="text-align: center;">แบบฝึกหัด</p> <p>อธิบายความหมายและคุณสมบัติของรูปคล้าย</p> <p>๖. ทฤษฎี <math>\Delta</math> ๒ รูป มีมุมหนึ่งของ <math>\Delta</math> รูปหนึ่งเท่ากับมุมหนึ่งของ <math>\Delta</math> อีกรูปหนึ่ง และด้านที่ประกอบมุมเท่าได้สักส่วนกัน <math>\Delta</math> ทั้ง ๒ จะคล้ายกัน</p> <p>๗. ทฤษฎี <math>\Delta</math> ๒ รูป มีมุมหนึ่งของ <math>\Delta</math> รูปหนึ่งเท่ากับมุมหนึ่งของ <math>\Delta</math> อีกรูปหนึ่ง และด้านที่ประกอบมุมอีกมุมหนึ่งของแต่ละรูปได้สักส่วนกัน มุมที่เหลือของแต่ละรูปจะเท่ากัน หรือมีค่านี้นรวมกันเข้า <math>= 2</math> ๒ ถ้ามุมที่เหลือเท่ากัน <math>\Delta</math> ทั้ง ๒ จะคล้ายกัน</p> <p style="text-align: center;">แบบฝึกหัด</p> <p>๘. ทฤษฎี <math>\Delta</math> มุมฉาก มีเส้นตั้งฉาก</p> |              |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                    |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>ลากจากมุมฉากไปยังด้านตรงข้ามมุมฉาก <math>\Delta</math> ที่เกิดขึ้นใหม่ จะคล้ายกับ <math>\Delta</math> เดิม และคล้ายกันเองด้วย</p> <p style="text-align: center;"><b>แบบฝึกหัด</b></p> <p>๙. ขอบัณหา ให้หาสัดส่วนที่ ๔ ของเส้นตรงที่กำหนดให้ ๓ เส้น</p> <p>๑๐. ขอบัณหา ให้หาสัดส่วนที่ ๓ ของเส้นตรงที่กำหนดให้ ๒ เส้น</p> <p>๑๑. ขอบัณหา ให้แบ่งเส้นตรงที่กำหนดให้ทั้งภายในและภายนอกให้ได้อัตราส่วนของส่วนแบ่งเท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้</p> <p>๑๒. ขอบัณหา ให้หาสัดส่วนที่กลางระหว่างเส้นตรงที่กำหนดให้ ๒ เส้น</p> <p>๑๓. - อธิบายคำจำกัดความของ เส้นตรงที่แบ่งแบบ Extreme and mean ratio</p> <p style="text-align: center;"><b>แบบฝึกหัด</b></p> <p>๑๔. ทฤษฎี รูปหลายเหลี่ยมคล้ายจะแบ่งเป็น <math>\Delta</math> คล้ายได้จำนวนเท่ากัน และเส้นตรงที่แบ่งจะเป็นสัดส่วนกัน</p> | <p>ให้นักเรียนหา ค่า ผลคูณ ทหาร โดยวิธีวิธการรูป</p> <p>อธิบายวิธีแบ่งภายในมากกว่า ๒ ส่วนขึ้นไป</p> <p>ให้นักเรียนใช้ข้อ ขอบัณหาหากรณี ๒ ของจำนวนเลขต่างๆ แสดงวิธีแบ่งให้ดู</p> |

| หัวข้อ                     | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                           | แนวทางการสอน                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| การ เปรียบเทียบ<br>พื้นที่ | <p>๑๕. ทฤษฎี รูปหลายเหลี่ยมคล้าย<br/>เมื่อวาง ในท่าเดียวกัน คือด้านที่อยู่<br/>กับเดียวกันขนานกัน เส้นที่ต่อมุมที่อยู่<br/>กันจะพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง</p>                                                                                                                                          | <p>ควรให้เห็นทั้งสอง<br/>ลักษณะ</p> <p>๑. ด้าน อัน คับ<br/>เคียง กัน ขนาน กัน<br/>และทางเดียวกัน</p>                                                                                                                    |
|                            | <p>จุดนั้นเรียก Centre of similarity</p>                                                                                                                                                                                                                                                         | <p>๒. ด้าน อัน คับ<br/>เคียง กัน ขนาน กัน<br/>และกลัยกัน</p>                                                                                                                                                            |
|                            | <p>๑๖. ข้อยัญหา ให้สร้างรูปหลาย<br/>เหลี่ยมคล้ายกับรูปที่กำหนดให้ บนเส้นตรง<br/>ที่กำหนดให้</p> <p>แบบฝึกหัด</p>                                                                                                                                                                                 | <p>๑. อธิบายวิธีวาง<br/>เส้นขนานกับ ด้าน ของ<br/>รูปที่ให้</p> <p>๒. วิธีวาง นอก<br/>รูปที่ให้</p>                                                                                                                      |
|                            | <p>๑๗. ทฤษฎี ในวงกลมที่ เท่ากัน<br/>มุมที่เส้นรอบวง หรือที่จุดศูนย์กลาง จะเป็น<br/>สัดส่วนกับส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น ๆ</p> <p>๑๘. ทฤษฎี พื้นที่ <math>\Delta</math> ที่มีมุมสูง<br/>เท่ากัน จะเป็นสัดส่วนกับฐาน</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>๑๙. ทฤษฎี พื้นที่ <math>\Delta</math> ที่มีมุมหนึ่ง</p> | <p>อธิบาย พื้นที่ ของ<br/>sector จะเป็นสัดส่วน<br/>กับมุมด้วย</p> <p>อธิบายพื้นที่ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">ข</span><br/>ที่มีสูงเท่า จะเป็น<br/>สัดส่วนกับฐาน</p> <p>อธิบายพื้นที่หลาย</p> |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | แนวแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>เท่ากัน จะเป็นส่วนประกอบของพื้นที่เหลี่ยม<br/>         ผืนผ้าที่เกิดจากด้านประกอบมุมเท่า</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>๒๐. ทฤษฎี พื้นที่ <math>\Delta</math> ที่คล้ายกัน<br/>         จะเป็นส่วนประกอบของพื้นที่เหลี่ยม จักรสี่เหลี่ยม<br/>         ที่อยู่ภายในด้วยกัน</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>๒๑. ทฤษฎี พื้นที่รูปหลายเหลี่ยม<br/>         คล้ายจะเป็นส่วนประกอบของพื้นที่เหลี่ยม จักรสี่<br/>         ยเหลี่ยมที่อยู่ภายในด้วยกัน</p> | <p>ด้านขนานที่มีมุมหนึ่ง<br/>         เท่ากันจะเป็นส่วน<br/>         ประกอบของพื้นที่<br/>         เกิดจากด้านประกอบ<br/>         มุมเท่า</p> <p>อธิบาย</p> <p>ก. เมื่อเส้นตรง<br/>         ๓ เส้นเป็นส่วนประกอบ<br/>         พื้นที่คล้ายกัน<br/>         เส้นที่ ๑ คือพื้นที่<br/>         คล้ายบนเส้นที่ ๒ =<br/>         เส้นที่หนึ่ง คือ เส้นที่<br/>         สาม</p> <p>ข. เมื่อเส้นตรง<br/>         ๔ เส้นเป็นส่วนประกอบ<br/>         พื้นที่คล้ายกัน<br/>         เส้นที่ ๑ คือพื้นที่<br/>         คล้ายบนเส้นที่ ๒ =</p> |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                     |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p style="text-align: center;">แบบฝึกหัด</p> <p>๒๒. ทฤษฎี ใน <math>\Delta</math> มุมฉาก รูป<br/>         คลายที่สร้างขนานกันตรงข้ามมุมฉาก จะ<br/>         มีพื้นที่ = ผลบวก ของ พื้นที่ ของ รูปคล้าย<br/>         ที่สร้างขนานกันประกอบมุมฉาก</p> <p style="text-align: center;">แบบฝึกหัด</p> <p>๒๓. ข้อปัญหา จงเขียนรูปหลาย<br/>         เหลี่ยมคล้ายกับรูปหลายเหลี่ยมที่กำหนดให้<br/>         และมีพื้นที่เป็นเศษส่วนของรูปที่กำหนดให้</p> <p style="text-align: center;">แบบฝึกหัด</p> <p>๒๔. ทฤษฎี ถ้ามีเส้นแบ่งครึ่งมุม<br/>         ยอดของ <math>\Delta</math> ลากไปพบฐาน พื้นที่เหลี่ยม<br/>         ผลิตเกิดจากด้านที่ประกอบ มุมยอด =<br/>         พื้นที่เหลี่ยมผลิตเกิดจากส่วนแบ่งของ<br/>         ฐาน รวมกับพื้นที่เหลี่ยมที่ตรึงเส้นแบ่ง<br/>         ครึ่งมุมยอดนั้น</p> | <p>พื้นที่รูปคล้าย บนเส้น<br/>         ที่ ๓ คือพื้นที่รูปคล้าย<br/>         บนเส้นที่ ๔</p> <p>อธิบาย พื้นที่ ของ<br/>         วงกลมที่สร้าง แบบ<br/>         เกี่ยวกันนควย</p> |

| หัวข้อ                 | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | แนะแนวการสอน                                                                                                       |
|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| เกี่ยวกับการสร้างวงกลม | <p>๒๕. ทฤษฎี ถ้าลากเส้นจากมุมยอดของ <math>\Delta</math> ไปตั้งฉากกับฐาน พนทศเหลี่ยมผืนผ้าที่เกิดจากด้านที่ประกอบมุมยอด = พนทศเหลี่ยมผืนผ้าที่เกิดจากเส้นตั้งฉากกับเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมที่ล้อมรอบรูป <math>\Delta</math> นั้น</p> <p>๒๖. ทฤษฎี พนทศเหลี่ยมผืนผ้าที่เกิดจากเส้นทแยงมุมของสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าซึ่งบรรจุภายในวงกลม จะเท่ากับผลบวกของพนทศเหลี่ยมผืนผ้าที่เกิดจากด้านตรงข้ามของสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่านี้</p> | <p>อธิบายวิชาความยาวของรัศมีของวงกลมที่ล้อมรอบ <math>\Delta</math> เป็นเทอมของด้านของ <math>\Delta</math> ทั่ว</p> |
|                        | <p>แบบฝึกหัด</p> <p>๑. สร้างวงกลมวงหนึ่ง สัมผัสวงกลมที่กำหนดให้ และสัมผัสเส้นตรงที่กำหนดให้ ณ จุดที่กำหนดให้</p> <p>๒. สร้างวงกลมวงหนึ่ง ผ่านจุดที่กำหนดให้ ๒ จุด และสัมผัสเส้นตรงที่กำหนดให้</p> <p>๓. สร้างวงกลมวงหนึ่ง ผ่านจุดที่</p>                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                    |



| หัวข้อ                      | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | แนะแนวการสอน |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| เกี่ยวกับ Maxima and Minima | <p>กำหนดให้ ๒ จุด และ สัมผัส วงกลม ที่ กำหนดให้</p> <p>๔. จงสร้างวงกลมผ่านจุดที่ กำหนดให้ ซึ่งอยู่ในระหว่างเส้นตรง ๒ เส้นที่ กำหนดให้ และสัมผัสเส้นตรงทั้ง ๒ นั้น</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>ตัวอย่างโจทย์เกี่ยวกับ Maxima และ Minima</p> <p>๑. หนึ่งเส้นตรงที่ กำหนดให้ ภายในออกเป็น ๒ ส่วน ทำให้พื้นที่เหลี่ยม สี่เหลี่ยมที่เกิดจากส่วนแบ่งทั้ง ๒ มีค่ามากที่สุด</p> <p>๒. หนึ่งหาจุดบนเส้นตรงที่มีความยาว ไม่จำกัด ซึ่งจะทำให้เส้นตรงที่มีความยาว จำกัดรองรับมุมใหญ่ที่สุด</p> <p>๓. หนึ่งหาจุดๆ หนึ่งบน เส้นตรง ที่มีความยาว ไม่จำกัด ซึ่งจะทำให้ผลบวกของระยะทางที่ลากจากจุดนั้นไปยังจุดที่กำหนดให้ ซึ่งอยู่ข้างเดียวกันของ เส้นตรงนั้น มี ระยะสั้นที่สุด</p> |              |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                               | แนวทางการสอน |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| ทบทวน  | <p>๔. ให้เส้นตรง ๒ เส้นตัดกัน P เป็นจุดในระหว่างเส้นทั้ง ๒ ถ้าลากเส้นตรงผ่านจุด P ไปจุดเส้นทั้ง ๒ <math>\Delta</math> ทมพนท นอยทสคคช <math>\Delta</math> ทมคานชง P เป็นจุดแบ่งครึ่ง</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>แบบฝึกหัดทบทวนเตรียมสอบไล่ เป็นแบบฝึกหัดระคนทั่วไป สรุปรวมคทนกเรียน มีความรู้มาแล้วเกี่ยวกับเรขาคณิต</p> |              |



# ตรีโกณมิติ

| หัวข้อ                                           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | แนะนำการอ่าน                                                               |
|--------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| บททวน สูตรที่<br>เรียนมาแล้ว ทั้ง<br>แบบที่ ๑    | ๑. บททวน Circular Functions<br>๒. บททวนฟังก์ชันของมุมประกอบ<br>(Compound Angles)<br>๓. บททวนฟังก์ชันของมุมทวีคูณ<br>(Functions of Multiple Angles)<br>๔. บททวนค่าของฟังก์ชันของมุม<br>ต่างๆ คือฟังก์ชันของมุม $0^{\circ}, 15^{\circ}, 30^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}, 75^{\circ}, 90^{\circ}, 135^{\circ}, 150^{\circ}, 180^{\circ}$ | ข้อ ๑. ทำตารางให้<br>ไว้ และ แนะนำวิธี จำ<br>แก่นักเรียนที่ยังจำไม่<br>ได้ |
| แปลงผลคูณ และ<br>ผลบวกของฟังก์ชัน<br>ของมุมต่างๆ | ๑. การแปลงผลคูณเป็นผลบวก หรือ<br>ผลลบ ทำแบบฝึกหัด<br>๒. การแปลงผลบวก หรือผลลบ เป็น<br>ผลคูณ ทำแบบฝึกหัด<br>๓. ให้แบบฝึกหัดกระบวนระหว่าง ๑ และ<br>๒                                                                                                                                                                                       | ข้อ ๔. ควรทำตาราง<br>ให้ไว้ด้วย                                            |
| แปลงผลคูณและ<br>ผลบวกของฟังก์ชัน<br>ของมุมต่างๆ  | ๑. ใช้ Circular Functions มา<br>บททวนเล็กน้อย<br>๒. ให้ตัวอย่างเกี่ยวกับการแปลงผล                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                            |

| หัวข้อ                                                                                                                                                                                   | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | แนะแนวการสอน                                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ที่ อยู่ใน สามเหลี่ยม หรือ เมื่อกำหนดค่าผลบวกของสามมุมให้</p> <p>ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม</p> <p>ตอนที่ I หาขนาดของด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้สูตรที่ ๑</p> | <p>บวกหรือผลคูณ เมื่อกำหนดผลบวกของสามมุมให้เป็น <math>\frac{\pi}{2}</math> หรือ <math>2\pi</math></p> <p>๓. ตัวอย่างเมื่อกำหนดผลบวกของสามมุมอยู่ในสามเหลี่ยม</p> <p>๔. แยกผลหัดการพิสูจน์ (ไฮเพนทิก) เอกลักษณะ</p> <p>๕. แยกผลหัดการค้นทั่วไป</p> <p>๑. สูตร ด้านเป็นปฏิภาคกับ sine ของมุมตรงข้ามด้านในรูปสามเหลี่ยมและพิสูจน์</p> <p>๒. กำหนดใช้ใน เมื่อกำหนดสองด้านและมุม ตรงข้าม ด้านใด ด้านหนึ่งในรูปสามเหลี่ยมให้ ๆ แก่สามเหลี่ยม</p> <p>๓. เมื่อกำหนดในข้อสองอาจจะ เกิดกรณีสองนัย (Ambiguous Case) คือ สามเหลี่ยมสองรูป</p> <p>๔. ให้ตัวอย่างและแยกผลหัดให้ที่ กำหนดสองด้าน และมุม ตรงข้ามด้านหนึ่งให้ แล้วเกิดสามเหลี่ยมสองรูป หนึ่งรูป หรือไม่เกิดสามเหลี่ยมเลย</p> | <p>การให้โจทย์ ในเรื่องนี้ ขอให้ตามความฉลาด ของ นัก เรียน คนเก่งให้มาก คนที่ไม่เก่งก็ให้ทำค่น้อย</p> |



| หัวข้อ                                                                                          | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | แนะแนวการสอน |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <p>ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมก่อนทบทวนหาขนาดของด้านและมุมโดยใช้สูตรที่ ๒</p> | <p>๕. กำหนดให้สูตรในเมื่อให้กำหนดสองมุม ๑ ด้านของ <math>\Delta</math></p> <p>๖. ตัวอย่างและแบบฝึกหัดเมื่อให้กำหนดสองมุม และ ๑ ด้านของ <math>\Delta</math></p> <p>๑. สูตร ความสัมพันธ์ระหว่างด้านๆ หนึ่ง และด้านอีกสองด้านกับมุมระหว่างสองด้านนั้น (<math>c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C</math><br/> <math>b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B</math><br/> <math>a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A</math>)</p> <p>และพิสูจน์</p> <p>๒. กำหนดให้สูตร เมื่อให้กำหนด สามด้านของสามเหลี่ยมให้ๆ แก่สามเหลี่ยม</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๓. กำหนดให้สูตร เมื่อให้กำหนดสองด้านและ ๑ มุมระหว่างด้านให้</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> |              |
| <p>ความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม</p>                                            | <p>๑. สูตรความสัมพันธ์ระหว่างด้านๆ หนึ่ง และมุมประชิดสองมุมและด้านอีกสองด้าน และพิสูจน์</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |              |

| หัวข้อ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ตอนที่ III สูตรที่ ๓ ไม่ใช้ในการหาขนาดของด้านและมุม</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <p>(<math>a = b \cos C + c \cos B</math><br/> <math>b = c \cos A + a \cos C</math><br/> <math>c = a \cos B + b \cos A</math>)</p> <p>๒. ใช้พีทาโกรัส (ไฮเพนอทัส) เชกลักษณะให้</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <p>ดูคำอธิบายข้างหลัง</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๓. ให้ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ระคนระหว่างสามสูตรในหัวข้อนี้</p> <p>๑. สูตรการหาฟังก์ชันของ มุม เป็นเทอมของด้าน</p> <p>๒. ใช้สูตรหาขนาด ของมุม ต่าง ๆ เมื่อ โจทย์ กำหนดค่าด้าน สาม ด้าน ของ รูป สามเหลี่ยมให้</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด เกี่ยวกับ โจทย์ ซึ่งต้องใช้สูตรนี้ไปพิสูจน์</p> <p>๑. สูตร <math>\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}</math></p> <p><math>\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}</math></p> <p><math>\tan \frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a} \cot \frac{B}{2}</math></p> | <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๓. ให้ตัวอย่างและแบบฝึกหัด ระคนระหว่างสามสูตรในหัวข้อนี้</p> <p>๑. สูตรการหาฟังก์ชันของ มุม เป็นเทอมของด้าน</p> <p>๒. ใช้สูตรหาขนาด ของมุม ต่าง ๆ เมื่อ โจทย์ กำหนดค่าด้าน สาม ด้าน ของ รูป สามเหลี่ยมให้</p> <p>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๓. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด เกี่ยวกับ โจทย์ ซึ่งต้องใช้สูตรนี้ไปพิสูจน์</p> <p>๑. สูตร <math>\tan \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}</math></p> <p><math>\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}</math></p> <p><math>\tan \frac{C-A}{2} = \frac{c-a}{c+a} \cot \frac{B}{2}</math></p> | <p>สูตร</p> <p><math>\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}</math></p> <p><math>\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{ac}}</math></p> <p><math>\sin \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}</math></p> <p><math>\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}</math></p> <p><math>\cos \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ac}}</math></p> <p><math>\cos \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}</math></p> <p><math>\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}</math></p> <p><math>\tan \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{s(s-b)}}</math></p> <p><math>\tan \frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}</math></p> |



| หัวข้อ                                                                                                                            | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>ขนาดของมุมและ<br/>ค่าของ <math>\Delta</math> เมื่อ<br/>กำหนด สอง ด้าน<br/>และ ๑ มุมระหว่าง<br/>ด้านให้<br/>การใช้ลอการิทึม</p> | <p>๒. ให้ตัวอย่างและแบบฝึกหัด แก่รูป<br/>สามเหลี่ยมเมื่อใช้สูตร</p> <p>๑. ทบทวนนิยามของลอการิทึม</p> <p>๒. ทบทวนสูตร</p> <p>๓. การเปลี่ยนฐานลอการิทึม</p> <p>๔. สมการเชิงตัวที่ต้องการหาเป็นเลข<br/>ชี้กำลัง (Exponential Equations)<br/>ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๕. การใช้ตารางลอการิทึม ทบทวน<br/>เมื่อเรียนมาแล้วในหลักสูตรพีชคณิตขั้นหนึ่ง<br/>และเพิ่มเติมเมื่อต้องการหาทศนิยมมากกว่า<br/>๔ ตำแหน่ง</p> <p>๖. การใช้ตาราง แอนต์ ลอการิทึม<br/>และเพิ่มเติมเมื่อต้องการหาทศนิยมมากกว่า<br/>๔ ตำแหน่ง</p> <p>๗. การใช้ตารางลอการิทึมของ sine</p> <p>๘. การใช้ ตาราง ลอการิทึม ของ<br/>tangent</p> | <p>๑. อธิบายให้นักเรียน<br/>ทราบค่าของ log sine,<br/>log cosine, log tangent<br/>ของมุม ที่แท้ จริง ว่า<br/>ผิด จากค่า ใน ตาราง<br/>ไป ๑๐.๐๐๐๐ นั้น<br/>เพราะเหตุใด</p> <p>๒. อธิบายความหมาย<br/>ของเครื่องหมาย .....<br/>ในตาราง log tangent</p> |



| หัวข้อ                                                                      | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | แบบแผนการสอน |
|-----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <p>การหาขนาดของ<br/>ด้านและมุม เมื่อ<br/>ต้องการใช้ล็อก-<br/>การทิม</p>     | <p>๙. การใช้ตาราง ล็อกการทิม ของ<br/>cosine ตรงข้ามกับของ sine และ tangent</p> <p>๑๐. การหาค่าของมุมต่างๆ เมื่อ<br/>ทราบค่าล็อกการทิม ของ ฟังก์ชัน ของ มุม<br/>นั้นๆ</p> <p>๑๑. ตัวอย่างและแบบฝึกหัด เกี่ยว<br/>กับการใช้ตารางล็อกการทิม</p> <p>๑. ใช้สูตรที่กล่าวถึงความสัมพันธ์<br/>ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม มา<br/>หาขนาดของด้านและมุม ใช้ได้เฉพาะสูตร<br/>ที่ ๑, ๔, ๕ ให้ตัวอย่างและแบบฝึกหัด</p> <p>๒. แปลงสูตรที่ ๒ คือ</p> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ <p>เพื่อการใช้<br/>ล็อกการทิมพลัน และให้ตัวอย่าง และ<br/>แบบฝึกหัด</p> |              |
| <p>การวัด ส่วน สูง<br/>และระยะทางโดย<br/>คำนวณถึง ระยะเวลา<br/>เดียวกัน</p> | <p>๑. ทบทวนเรื่องทศต่างๆ</p> <p>๒. โจทย์ตัวอย่าง การหา ระยะ ทาง<br/>และส่วนสูงในระยะเวลาเดียวกัน และแบบ<br/>ฝึกหัด</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |              |

| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | แนวทางการสอน                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ทบทวน  | <p>๓. โจทย์ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับมุมใหญ่ที่สุดกำหนดให้ หรือให้หามุมใหญ่ที่สุดและแบบฝึกหัด</p> <p>๔. โจทย์ระคนเกี่ยวกับการหาระยะทางและส่วนสูง</p> <p>๕. โจทย์ระคนที่เกี่ยวข้องกับการหาระยะทางและส่วนสูง โดยมีทิศเข้ามาเกี่ยวข้อง</p> <p>ทบทวนเพื่อเตรียมตัวสอบไล่</p>  | <p>ในการสอน ทวีโกณ มีดังนี้ ครูควรระมัดระวังการใช้วิชา เป็น ประโยชน์ ในการ survey และในทาง การศาสตร์ ด้วยรวม ทั้งการหาส่วนสูง การ สร้างมุมฉากในการที่ court แบบมินตัน เทนนิส ฟุตบอลและ วิชา โจทย์ต่างๆที่ให้ ทำ ก็ขอให้ฝึกถึง ประโยชน์ เช่น หลัก</p> |





คณิตศาสตร์ ๒ ข.

คณิตศาสตร์ ๒ ข. แยกออกเป็น ๓ แขนง แบ่งเวทีกันทั้งนี้

พืชชนิดและสัดกเบของตน ใช้เวลาทางสนประมาณ ๘๐ ชั่วโมง

๓๖๖

99

22

၈၀

83

ในการจัดการวางสอน จึงขอให้เวลาแก่ พืชคณิตและสถิติเบื้องต้น สัปดาห์ละ ๓ ชั่วโมง ทวิโกณมิติ สัปดาห์ละ ๑ ชั่วโมง เวลาที่เหลือสอนไวยากรณ์ชั้น คำานวณอย่างต่ำที่สุดว่า จะมีได้ไม่น้อยกว่า ๑๒๐ ชั่วโมง ในทางปฏิบัติจริง ๆ จะมีเวลาเหลือสำหรับการทบทวนบ้างตามสมควร

การแบ่งเป็นหน่วยนั้น  
 หน่วยหนึ่ง ๆ อาจต้องการเวลาแตกต่างกัน เป็นหน้าที่ของผู้สอนที่จะ  
 กำหนดเขาเองว่าควรจะให้เวลาแก่หน่วยไหน เพียงไร ทั้งภายในขอบเขตของเวลา  
 ที่มีอยู่ทั้งหมดสำหรับแผนงานนั้น



## พืชคณิต

| หัวข้อ                                                                              | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                       | แนะแนวการสอน                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| การถอดสัณการกำลังที่สอง ด้วยวิธีการ                                                 | ๑. ตัวอย่าง การหารากจำนวนเต็ม และทศนิยมของสัณการกำลังที่สอง ด้วยวิธีการพีชคณิตต่าง ๆ<br>๒. แบบฝึกหัด<br>๓. ให้ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด ของฟังก์ชันกำลังที่สอง<br>๔. ให้รู้จักอ่านการเปลี่ยนแปลงของเครื่องหมายของฟังก์ชันจากกราฟ<br>๕. จากกราฟของสัณการหนึ่ง ให้หารากของอีกสัณการหนึ่งและแบบฝึกหัด | ควรกำหนดคัสเกตและค่า $x$ ให้ก่อน แล้วเปรียบเทียบ ด้วย การแยกแฟกเตอร์ ต่อไป จึงให้กำหนดคัสเกตและค่า $x$ เองให้ได้รูปที่เหมาะสม |
| ทฤษฎีของสัณการและฟังก์ชันกำลังที่สอง (The Theory of Quadratic Equations & Function) | ๑. ให้รู้ standard form ของสัณการกำลังที่สอง และฟังก์ชันกำลังที่สอง<br>๒. สัณการกำลังที่สองมีรากเพียง ๒ ราก คือ $-b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$<br>๓. พิสูจน์ว่าสัณการกำลังที่สองมีรากมากกว่า ๒ รากไม่ได้                                                                               | การ ให้ ทำ โจทย์ ใน เรืองนี้ ควรหาโจทย์ง่าย ๆ ให้ทำเท่านั้น                                                                   |



| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | แนะแนวการสอน                                                                                               |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>๔. ให้รู้ความหมายของ Discriminant <math>\Delta</math> และเครื่องหมายของ Discriminant</p> <p>๕. ให้รู้ character ของรากของสมการกำลังที่สอง</p> <p>๖. ตัวอย่างการหา character ของราก</p> <p>๗. ให้รู้วิธีหาสูตร ผลบวกของราก และผลคูณของราก</p> <p>๘. การหาความสัมพันธ์ของ ตัวคูณควมของสมการกำลังที่สอง และการตั้งสมการอย่างแฟกเตอร์ เมื่อกำหนดรากให้</p> <p>๙. แบบฝึกหัด</p> <p>๑๐. ตัวอย่างการหาผลบวกของ กำลังต่างๆ ของรากของสมการกำลังที่สอง</p> <p>๑๑. ให้รู้การเขียน สมการ ที่ กำหนดรากให้ จากกฎผลบวกและผลคูณของราก และความสัมพัทธ์ เกี่ยวกับ ตัวคูณ ควม จากโจทย์ต่างๆ</p> <p>๑๒. แบบฝึกหัด</p> <p>๑๓. ให้รู้วิธีการ เปลี่ยนแปลง ของ <math>\Delta</math> เครื่องหมายและค่าของฟังก์ชันกำลังที่สอง</p> | <p>ใช้ความรู้ทาง กราฟ เปรียบ เทียบ ไป ด้วย ถ้าให้ค่าเขาโจทย์ที่เคย ใช้วิธีกราฟ หารากมา ใช้หาโดยวิธีนี้</p> |

| หัวข้อ                        | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | แนะแนวการสอน                                                          |
|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| ทฤษฎีบทของเลข<br>ทวินันเสอร์ค | <p>๑๔. ทวินันอย่างและแบบผลหัตถ์</p> <p>๑. ทวินันโดยละเอียดเกี่ยวกับการคูณ<br/>และหาร การยกกำลังทวินันและเศษส่วน<br/>ทั้งที่เป็นบวกและลบ</p> <p>แบบผลหัตถ์</p> <p>๒. การคูณหลายชั้น และการหาร<br/>การแยกแฟคเตอร์ และการหากรณชาติที่สอง</p> <p>๓. แบบผลหัตถ์และแบบผลหัตถ์กระคน</p> <p>๔. ทวินันเสอร์ค เกี่ยวกับลักษณะและ<br/>การขบถลบลบคูณหาร เสอร์ค เชิงประกอบ<br/>แบบผลหัตถ์</p> <p>๕. ทฤษฎีบทของเสอร์คกำลังที่สอง<br/>แบบผลหัตถ์</p> <p>๖. การหากรณชาติที่สอง ทวินัน<br/>เสอร์คกำลังที่สอง ด้วยการแยกแฟคเตอร์<br/>และใช้สูตร</p> <p>๗. การถอดคสมการเสอร์คกำลังที่สอง</p> | ให้พิจารณาหาโจทย์ที่<br>ง่ายพอสมควร ให้ทำ<br>เท่านั้น                 |
| ทฤษฎีบทของ<br>ลอกการทิม       | <p>๑. ทวินลักษณะของลอกการทิม ฏ<br/>ต่างๆ และให้ความหมายของ charac-<br/>teristic, mantissa ในค่าของลอกการทิม</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | อ้างถึงเลขทวินัน ซึ่ง<br>เป็นแม่พิมพ์ของลอก-<br>การทิม เช่น $2^2 = 4$ |

| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | แนะแนวการสอน                                                                                                   |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>๒. ให้เข้าใจวิธีการตาราง ลอการิทึม และแอนติลอการิทึมให้คล่อง</p> <p>๓. แยก ผก ทัด และ ทวิ อย่าง โจทย์ ทำง ๆ ที่ต้องอาศัยลอการิทึม และการใช้ ตาราง</p> <p>๔. ให้รวบรัด <math>\log_a MN = \log_a M + \log_a N</math> และ <math>\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N</math><br/> <math>\log_a M^p = p \log_a M</math><br/> <math>\log_a M^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r} \log_a M</math></p> <p>๕. แยก ผก ทัด</p> <p>๖. แยก ผก ทัด บวก ลบ คูณ หาร ลอการิทึม และการคำนวณซึ่งต้องอาศัยลอการิทึมเข้าช่วย</p> <p>๗. ทวิอย่างการแก้ สมการ ซึ่ง ทวิ ที่ ต้องการหาค่าเป็นกำลังในสมการ แยก ผก ทัด</p> <p>๘. ให้รวบรัดเปลี่ยนฐานของลอการิทึม แยก ผก ทัด</p> <p>๙. ทบทวนแยก ผก ทัด กระจคน</p> | <p><math>\therefore \log_2 4 = 2</math> และ อ้างความสำคัญ ของ ลอการิทึม ว่า เป็น เครื่องมือของการ คณิต เลข</p> |



| หัวข้อ                                                              | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | แนะแนวการสอน                                                        |
|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| <p>แบบรูปต่าง ๆ<br/>ของกราฟ</p> <p><u>หมายเหตุ</u></p> <p>ทยทวน</p> | <p>๑. ทวนกราฟจากสมการเส้นตรง</p> <p>๒. ทวนกราฟเส้นตรงจากโจทย์ต่าง ๆ<br/>แบบฝึกหัดระคน</p> <p>๓. ให้ผู้เรียนเขียนกราฟจาก สมการ ที่เป็นวงกลม</p> <p>๔. กราฟรูป Hyperbola จากสมการ <math>xy = \text{จำนวนคง}</math><br/>วิชากราฟต้องสอน ให้ละเอียด ถัดวัน<br/>เท่ากับพวกวิทยาศาสตร์</p> <p>๕. แก่สมการซึ่งเขียน กราฟเป็น รูป<br/>วงกลมตัดกับเส้นตรง วงกลมตัดกับ hyperbola<br/>และ hyperbola ตัดกับเส้นตรง</p> <p>๖. แบบฝึกหัด</p> <p>๗. ให้ผู้เรียนรูปกราฟของ <math>y = x^2</math></p> <p>๘. ถอดสมการกำลังสาม โดยกราฟ<br/>วิธีต่าง ๆ</p> <p>๙. แบบฝึกหัด<br/>จากแบบฝึกหัดแปลก ๆ ต่าง ๆ</p> | <p>กราฟวงกลมรูป <math>x^2 + y^2 = a^2</math> a มีค่าเท่าไรก็ได้</p> |

## ๑๑๕ สถิติเบื้องต้น

| หัวข้อ           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | แนะแนวการสอน                                                                                                  |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ข้อมูลในทางสถิติ | ๑. ความหมายของสถิติ สถิติคืออะไร?                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ชี้ให้เห็น ความหมายของสถิติในทางหลัก                                                                          |
|                  | ๒. ข้อมูลในทางสถิติ อาจเป็น<br>ก. ทางฝ่ายคุณภาพ เช่น เพศ<br>ฐานะ ทักษะ<br>ข. ทางฝ่ายปริมาณ เช่น จำนวน<br>ผลเมือง จำนวนเงิน อายุ<br>ราคา ความสูง น้ำหนัก<br>ค. ตามลำดับกาล เช่น การขึ้นลง<br>ของผลผลิต อุณหภูมิ ปริมาณ<br>น้ำฝน ระดับน้ำ ท้องในระยะเวลาที่กำหนดไว้<br>ง. ตามสภาพภูมิศาสตร์ เช่น<br>จำนวนผลเมืองในท้องที่ต่างๆ<br>เนื้อที่ของเขตปกครอง | ชี้ให้เห็น ความเข้าใจของสามัญชน ให้ได้เห็นตารางข้อมูลสถิติต่างๆ เป็นตัวอย่าง และวินิจฉัยว่าเป็นข้อมูลประเภทใด |
|                  | ๓. การรวบรวมข้อมูลทางสถิติ<br>ก. รวบรวม จาก บันทึก ของ หน่วย<br>งานที่มีอยู่แล้ว                                                                                                                                                                                                                                                                     | ชี้ให้เห็น ความสำคัญของความถูกต้องและแน่นอนของ ข้อมูลที่                                                      |

| หัวข้อ                                              | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | แนวแนวการสัณ                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระเบียบวิธีในการ<br>แสดงออกซึ่งข้อ<br>มูลในทางสถิติ | <p>ข. สำรวใหม่โดยการเก็บ สำรว<br/>หรือชอกซ์ตาม<br/>อาสำรว (๑) จากประชากร<br/>ทั้งหมด<br/>(๒) จาก ตัวอย่าง<br/>จำนวนหนึ่ง</p> <p>๑. การแสดงข้อมูลอาทำได้โดย</p> <p>ก. บรรยายลงในบทความของเรื่อง<br/>นั้น</p> <p>ข. ทำเป็นตาราง</p> <p>ค. ทำเป็น ลักษณะ กง ตาราง กง<br/>บรรยายความ</p> <p>ง. แสดงเป็นกราฟรูปต่างๆ</p> <p>๒. การแสดงข้อมูลโดยกราฟรูปต่างๆ</p> <p>ก. แสดงด้วยเส้นโค้ง</p> <p>ข. แสดงเป็นแผนภูมิหรือภาพ</p> | <p>ได้มาไม่ว่าจะด้วยวิธี<br/>ใดก็ตามว่ามีความ<br/>สำคัญเพียงไร</p> <p>ให้ให้เห็นตัวอย่างวิธี<br/>แสดงข้อมูลแบบต่างๆ<br/>แล้วให้ทำ แบบฝึกหัด<br/>บรรพสถิติต่าง ๆ เป็น<br/>แผนภูมิหรือภาพหรือ<br/>เส้นโค้งต่างๆ</p> |
| สถิติ ส่วน และ<br>เปอร์เซ็นต์                       | <p>๑. สถิติส่วนและเปอร์เซ็นต์เป็นสถิติที่<br/>มีประโยชน์อย่างไร ?</p> <p>๒. วิธิตดข้อมูลลง เป็น สถิติส่วน และ<br/>เปอร์เซ็นต์</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p>ให้ คำ นวณ สถิติ ส่วน<br/>และ เปอร์ เซ็นต์ จาก<br/>แบบฝึกหัด และระวัง<br/>ความผิดพลาดที่มักจะ</p>                                                                                                              |



| หัวข้อ               | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| การแจกแจง<br>ความถี่ | <p>๓. ผลของการเปลี่ยนฐานในการคำนวณเปอร์เซ็นต์</p> <p>๔. ความผิดพลาดในการใช้เปอร์เซ็นต์</p> <p>๑. ลักษณะของข้อมูลที่มีความถี่</p> <p>๒. ชั้นต่างๆ ของการแจกแจงความถี่</p> <p>ก. หาช่วงกว้างจากค่าสูงสุดถึงค่าต่ำสุด</p> <p>ข. กำหนดจำนวนชั้นและช่วงของชั้นหนึ่ง ๆ</p> <p>ค. บันทึกความถี่ในแต่ละชั้น</p> <p>๓. การแสดงการแจกแจงความถี่ด้วย</p> <p>ก. ฮิสโตแกรม</p> <p>ข. รูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่</p> <p>ค. โค้งความถี่สะสม</p> <p>ปรับเส้นโค้ง ในรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ และโค้งความถี่สะสมให้เรียบด้วย</p> <p>๔. แบบรูปต่างๆ ของการแจกแจงความถี่</p> | <p>มีอยู่เสมอ ในการ ใช้ฐาน และการตีความจากสถิติทั้ง ๒ นี้</p> <p>ให้เด็กตัวอย่างข้อมูลที่จะจัดทำแจกแจงความถี่ ได้แสดงชั้นต่างๆ ของการทำการร่าง และให้ทำแบบฝึกหัด</p> <p>จากตารางที่ได้ขึ้นให้ทำเป็นฮิสโตแกรมก่อน แล้วปรับให้เป็นรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ แล้วจึงปรับเส้นนั้น ให้เป็น โค้งที่เรียบ</p> <p>ให้รู้ ลักษณะ และความหมาย ของ แบบรูปต่าง ๆ ของการแจกแจงความถี่ โดย</p> |

| หัวข้อ                           | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                        | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| การวัดแว่นน้ำ<br>เข้าสู่ส่วนกลาง | <p>๕. การ คำนวณ เปอร์ เซ็นต์ ไคล์<br/>เคไซล์และควอไคล์</p> <p>๑. ทวิกลางเลขคณิต</p> <p>ก. แสวงสูตรที่ใช้ คำนวณ</p> <p>ข. การคำนวณจากตารางการแจก<br/>แรงความถี่โดยวิธีตรงไปตรงมา</p> <p>ค. การคำนวณโดยวิธีลัด</p> <p>๒. มัชยฐาน</p> <p>ก. คำจำกัดความ</p> <p>ข. วิธีคำนวณ</p> <p>๓. Mode ความหมายและวิธีหา</p> | <p>เฉพาะรูปธรรม</p> <p>อธิบายหลักในคำ<br/>คำนวณ เปอร์ เซ็นต์-<br/>ไคล์ ให้ตัวอย่างและ<br/>ให้ทำแบบฝึกหัด</p> <p>ให้ใช้สูตรคำนวณจาก<br/>ข้อมูลน้อย ๆ ก่อน<br/>แล้วจึงให้หาจากตา-<br/>ตารางการแจกแรงความ<br/>ถี่โดยวิธีตรงไปตรงมา<br/>ชี้ให้เห็นว่ามีความ<br/>จำเป็น ต้องใช้ วิธี ลัด<br/>เพื่อประหยัดเวลา ให้<br/>คิดตัวอย่าง วิธีลัด และ<br/>ทำแบบฝึกหัด</p> |
| การวัดการกระจาย<br>และความเบ้    | <p>๔. ทวิกลางเรขาคณิต และ ทวิกลาง<br/>ฮาร์โมนิก ให้รู้ความหมายและสูตร<br/>ความแปรปรวนที่กระจาย ออก ไป จาก<br/>ส่วนกลางนั้น อาจวัดได้ต่าง ๆ กันเช่น</p> <p>๑. ความขยับเขยื้อนมัชยฐาน</p>                                                                                                                       | <p>แว่นน้ำอื่น ๆ ก็<br/>อนุโลม สอน ตาม วิธี<br/>เดียวกัน แต่ไม่ต้อง<br/>ให้ละเอียด มาก นัก<br/>เพียงให้เข้าใจ ความ</p>                                                                                                                                                                                                                                       |

| หัวข้อ | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                             |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|        | <p>๒. ความย้ายเบนถั่วเฉลี่ย</p> <p>๓. ความย้ายเบนมาตรฐาน</p> <p>๑. ความย้ายเบนจากมัธยฐาน</p> <p>ก. สูตรและวิธีหาตรงไปตรงมา</p> <p>ข. การคำนวณ โดยวิธีลัด</p> <p>๒. ความย้ายเบน ถั่วเฉลี่ย ความหมายและวิธีหา</p> <p>๓. ความย้ายเบนมาตรฐาน</p> <p>ก. คำจำกัดความและสูตร</p> <p>ข. วิธีคำนวณโดยทางลัด</p> <p>ความหมายของสถิติที่วัดความแปรปรวน และประโยชน์ที่จะพึงได้รับจากการใช้สถิติเหล่านี้</p> <p>เมื่อความแปรปรวนจากส่วนกลางซ้ำซ้อนไม่เท่ากัน การแจกแจงนั้น มีความเบ้ (skewness) มีวิธีวัดได้อย่างไร</p> <p>๑. วัดจากผลต่าง ของ ตัวกลาง และ Mode</p> <p>๒. วัดจากตัวกลางและมัธยฐาน</p> | <p>หมาย</p> <p>ให้ทราบสูตรที่ใช้ ในการหา สถิติ ที่ แสดง ความแปรปรวนพร้อม กับตัวอย่างวิธีหา</p> <p>ให้ทำแบบฝึกหัดหา สถิติต่าง ๆ เหล่านี้</p> <p>ชี้ให้เห็น ความแตกต่าง ของ สถิติ เหล่านี้ว่าไหนดีกว่ากันอย่างไร และมีประโยชน์อะไรบ้าง</p> |



| หัวข้อ                               | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | แนวทางการสอน                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| สมบัติและ<br>ประโยชน์ของ<br>ไค้ปักติ | <p>๓. วิชาจากความข้ายเบนควอไค้ปักติ<br/>ประโยชน์ของสติที่ได้จากการวัดความ<br/>เบ Kurtosis ลักษณะและประโยชน์<br/>การแยกแรง เป็น ไค้ปักติ มีลักษณะ<br/>อย่างไร</p> <p>สมบัติของไค้ปักติ</p> <p>ก. ข้ายขวาเหมือนกัน</p> <p>ข. ไม่มีความเบ</p> <p>ค. มีขนาด สักส่วน ของ ความ สูง<br/>จากก ความตารางความสูง<br/>ของแกนต่ง</p> <p>ง. มีเนื้อที่ระหว่างระยะต่างๆ ตาม<br/>แกนต่งจากกความตารางพนท<br/>ของไค้ปักติ</p> <p>ให้สามารถ อ่าน ตาราง ความ สูง และ<br/>พนทในไค้ปักติได้ และให้ทราบความ<br/>หมายและประโยชน์ของตารางทั้ง ๒ นี้</p> <p>ให้ทำแบบฝึกหัดการใช้ตารางไค้ปักติ</p> | <p>ให้ ทราบ ระยะ ทาง<br/>แกนต่ง เมื่อคิดเป็น<br/>คะแนนมาตรฐานหรือ<br/>หน่วย ความ ข้าย เบน<br/>มาตรฐานจากคะแนน<br/>นี้ ให้รู้จักกำหนด<br/>ความสูงของ แกนต่ง<br/>และอ่านพนท ใน ช่วง<br/>ใดช่วงหนึ่ง ของ ไค้<br/>ปักติได้</p> |

# ตรีโกณมิติ

| หัวข้อ      | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | แนะแนวการสอน                                                          |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| หน่วยวัดมุม | <p>๑. อธิบายความหมายของตรีโกณมิติ และวิธีการวัดมุมในวิชาตรีโกณมิติ</p> <p>๒. หน่วยที่ใช้วัดมุม ๓ แบบ</p> <p>ก. แบบซิกซ์ตีส หรือ Sexagesimal Measure</p> <p>ข. แบบฝรั่งเศส หรือ Centesimal Measure</p> <p>ค. แบบเรเดียน หรือ Radian Measure</p> <p>อันมาจากกฎ <math>\frac{\text{arc}}{r} = \theta</math> เมื่อ <math>r</math> คือรัศมี <math>\theta</math> คือจำนวนเรเดียน</p> <p>แบบฝึกหัดเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงมุม หน่วยต่าง ๆ เป็นมุมฉาก และเปลี่ยนแปลงมุมฉากเป็นมุมหน่วยต่าง ๆ</p> <p>แบบฝึกหัด โจทย์ เกี่ยวกับการ ใช้ กฎ <math>\frac{\text{arc}}{r} = \theta</math></p> <p>๓. ความสัมพันธ์ระหว่างมุมหน่วยทั้งสามตามกฎ</p> | <p>อธิบายการวัดมุมฉากด้วยหน่วยต่าง ๆ และมาทราบการวัดของแต่ละหน่วย</p> |

| หัวข้อ              | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | แนะแนวการสอน                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| อัตราส่วนตรีโกณมิติ | <p>ก. <math>\frac{D}{9} = \frac{G}{10}</math><br/> ข. <math>\frac{D}{180} = \frac{\theta}{\pi}</math></p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>๑. อธิบายอัตราส่วนอันจะเกิดขึ้นได้จากด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>๒. อัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งอาจถึงมุม A เมื่อเป็นมุมเฉียบมี ๖ อัตราส่วน ได้แก่ sine A, cosine A, tangent A, cotangent A, secant A, cosecant A.</p> <p>แบบฝึกหัดการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เพื่อหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทั้ง ๖</p> <p>๓. การพิสูจน์เกี่ยวกับ</p> <p>ก. sine และ cosine ของมุมใด ๆ มีค่าไม่เกิน ๑</p> <p>ข. cosecant และ secant ของมุมใด ๆ มีค่าไม่น้อยกว่า ๑</p> <p>ค. tangent และ cotangent ของมุมใด ๆ อาจมีค่าใดก็ได้</p> | <p>พิสูจน์กฎให้ดูพร้อมด้วยการใช้กฎในการเปลี่ยนแปลงมุมหน่วยหนึ่งไปอีกหนึ่งหน่วยหนึ่ง</p> <p>เขียนสามเหลี่ยมมุมฉากมีมุมเป็นมุมเฉียบ และอธิบายด้านของสามเหลี่ยมที่เกี่ยวข้องกับมุม A</p> <p>อธิบายการเปลี่ยนแปลงของด้านเมื่อมุมเพิ่มหรือลด</p> |



| หัวข้อ                                                                                                                              | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | แนวทางการสอน                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| <p>ความสัมพันธ์ระหว่าง อัตราร้อยตรี โท โทณมิติ</p> <p>การหา ค่า ของ อัตราร้อยตรี โท โทณมิติของมุมต่าง ๆ</p> <p>สมการ ตรีโกณมิติ</p> | <p>๔. การพิสูจน์ว่า อัตราร้อยตรี โท โทณมิติของมุมที่โตเท่ากัน ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหลาย ๆ รูป ย่อมมีค่าเท่ากัน</p> <p>แบบฝึกหัดการหาค่าอัตราร้อยตรี โท โทณมิติจาก รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</p> <p>๑. ความสัมพันธ์ระหว่าง อัตราร้อยตรี โท โทณมิติ ซึ่งใช้เป็นสูตรในการพิสูจน์เอกลักษณ์ (identity)</p> <p>แบบฝึกหัดพิสูจน์เอกลักษณ์</p> <p>๒. การเปลี่ยน อัตราร้อยตรี โท โทณมิติหนึ่งในเทอมของอีกอัตราร้อยตรี โท โทณมิติ</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>๓. ตรีโกณมิติฟังก์ชันของมุม <math>90^\circ - A</math></p> <p>แบบฝึกหัดพิสูจน์เอกลักษณ์</p> <p>๑. ตรีโกณมิติฟังก์ชันของมุม <math>45^\circ, 60^\circ, 30^\circ</math></p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>๒. การใช้ตารางตรีโกณมิติ</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>การแก้สมการตรีโกณมิติอย่างง่าย</p> | <p>พิสูจน์สูตร</p> <p>เขียนรูป สาม เหลี่ยมประกอบ</p> |

| หัวข้อ                                                                                                | รายการและหนังสือประกอบ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | แนะแนวการสอน |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <p>การหาขนาดของ<br/>ด้านและมุมของ<br/>รูปสามเหลี่ยม<br/>มุมฉาก เพื่อหา<br/>ระยะทางและส่วน<br/>สูง</p> | <p>แบบฝึกหัด<br/>แบบฝึกหัดโจทย์ระคนทบทวน</p> <p>๑. การหาค่าด้านและมุมของรูปสาม—<br/>เหลี่ยมมุมฉากทั่วไป</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>๒. การวัดมุม ยกขึ้น (angle of<br/>elevation) และมุมกดลง (angle of<br/>depression)</p> <p>๓. การทำโจทย์ เกี่ยวกับ มุม ยกขึ้น<br/>และมุมกดลง เพื่อหา ระยะทางและส่วนสูง</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>๔. การสร้างมุมตามทิศต่างๆ โดย<br/>เข็มทิศของชาวเรือ</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>แบบฝึกหัดทบทวนความรู้ ตง แท่น เพื่อ<br/>เตรียมตัวสอบได้</p> |              |







๑๗๔

๑๗๓



องค์การคำขอมุรส์กา

พิมพ์ที่โรงพิมพ์ตรัสภา

นายกำธร สัตถกุล ผู้พิมพ์และผู้โฆษณา

๒๐ พฤษภาคม ๒๔๕๕