

# คู่มือครู

■ ประโยชน์มัธยมศึกษาตอนต้น

วิชา คณิตศาสตร์

เฉลยแบบฝึกหัดเรขาคณิต

ม.ศ. ๒

DCID LIBRARY



0000017953

ด. 516

ด. 546๓

กรมวิชาการ  
กระทรวงศึกษาธิการ



# คู่มือครูประโยคมัธยมศึกษาตอนต้น วิชาคณิตศาสตร์

เฉลยแบบฝึกหัดเรขาคณิต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ (ม.ศ. ๒)



|                 |         |           |
|-----------------|---------|-----------|
| วันที่          | 16      | ก.ค. 2545 |
| เลขทะเบียน      | ๗.๐๔๓๒๓ |           |
| เลขเรียกหนังสือ | ๗.๕๖๓   |           |

๗-๕๔๖๓

กรมวิชาการ  
กระทรวงศึกษาธิการ

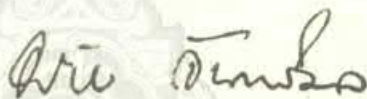


# ประกาศกระทรวงศึกษาธิการ

## เรื่อง อนุญาตให้ใช้หนังสือคู่มือครู

ด้วยกรมวิชาการได้จัดทำหนังสือคู่มือครูเฉลยแบบฝึกหัดแบบเรียน  
คณิตศาสตร์วิชาเรขาคณิต สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ขึ้น กระทรวง  
ศึกษาธิการได้พิจารณาแล้ว อนุญาตให้ใช้เป็นคู่มือครูได้

ประกาศ ณ วันที่ ๗ กันยายน ๒๕๐๗



Anan Jantawimol

(นายอภัย จันทวิมล)

ปลัดกระทรวงศึกษาธิการ



## คำนำ

ตามที่กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตร ประโยชน์นิยม  
ศึกษาตอนต้น และเริ่มใช้หลักสูตรใหม่ในปีการศึกษา ๒๕๐๕ กรมวิชา-  
การจึงได้จัดทำแบบเรียนวิชาต่าง ๆ ขึ้น เพื่อให้เป็นไปตามหลักสูตรใหม่  
ดังกล่าว สำหรับวิชาคณิตศาสตร์ กรมวิชาการเห็นว่าควรจัดทำคู่มือครู  
แจกแบบฝึกหัดแบบเรียนคณิตศาสตร์ขึ้นด้วย จึงได้ขออนุมัติกระทรวง  
ศึกษาธิการ ให้นางฉลวย โรจนสโรช เป็นผู้จัดทำ และมอบหมายให้  
นายระบิล สัตสุพรรณ เป็นผู้ตรวจ หวังว่าหนังสือนี้จะเป็นประโยชน์  
แก่ครูผู้สอนวิชาตามสมควร



กรมวิชาการ



# สารบัญ

หน้า

แบบฝึกหัดทบทวนความรู้ในวิชาเรขาคณิต

๑

แบบฝึกหัดที่ ๑ 1

๔

แบบฝึกหัดที่ ๒ 2

๑๖

แบบฝึกหัดที่ ๓ 3

๒๓

แบบฝึกหัดที่ ๔ 4

๓๒

แบบฝึกหัดที่ ๕ 5

๓๘

แบบฝึกหัดที่ ๖ 6

๔๓

แบบฝึกหัดที่ ๗ 7

๕๑

แบบฝึกหัดที่ ๘ 8

๕๕

แบบฝึกหัดที่ ๙ 9

๖๔

แบบฝึกหัดที่ ๑๐ 10

๗๑

แบบฝึกหัดที่ ๑๑ 11

๗๘

แบบฝึกหัดที่ ๑๒ 12

๘๖

แบบฝึกหัดที่ ๑๓ 13

๙๖

แบบฝึกหัดที่ ๑๔ 14

๑๐๑

แบบฝึกหัดที่ ๑๕ 15

๑๑๒

แบบฝึกหัดที่ ๑๖ 16

๑๑๘

แบบฝึกหัดที่ ๑๗ 17

แบบฝึกหัดที่ ๑๘ 18

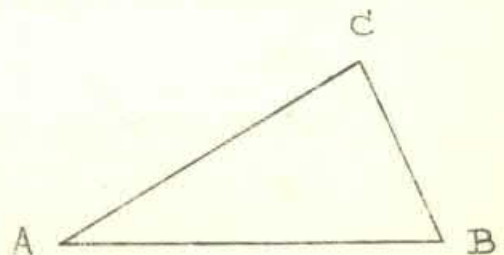
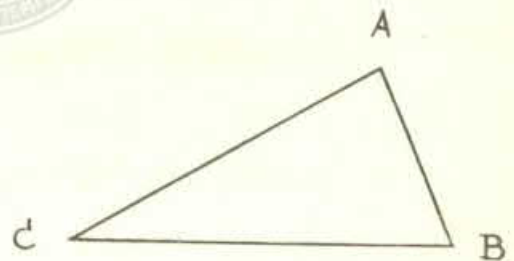
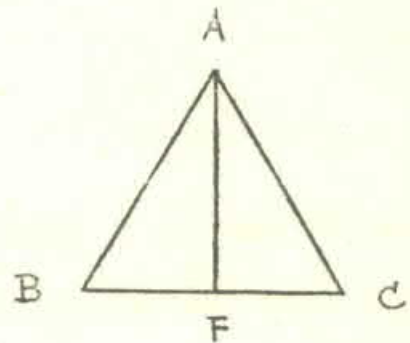




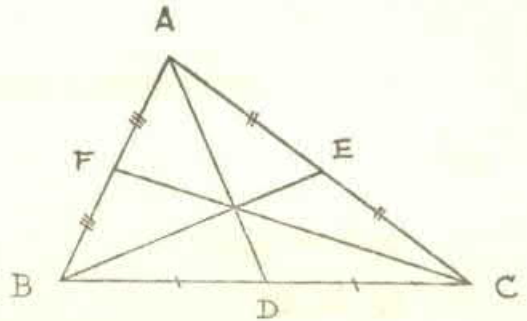
# แบบฝึกหัดทบทวนความรู้ในวิชาเรขาคณิต

หน้า 4

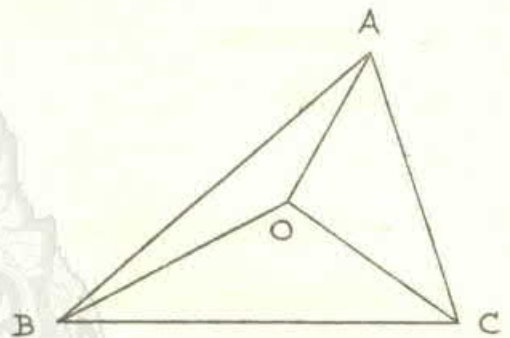
1.  $\angle B = \angle C$
2.  $AB = AC$
3.  $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$
4.  $\angle AFC = 90^\circ$  ;  $\frac{BF}{FC} = \frac{1}{1}$
5. ขาวเท่ากันหมด
6. มอกไม้ได้
7.  $180^\circ$
8. เท่ากันทุกประการ (ม.ท.ม.)
9. เท่ากันทุกประการ (ม.ท.ม.)
10. เท่ากันทุกประการ (ม.ท.ม.)
11.  $\angle ABF = \angle ACF$  ;  $\triangle$  ทั้ง 2 เท่ากันทุกประการ (ท.ด.ท.)
12. เท่ากัน
13.  $\angle ABC > \angle ACB$  (มุมตรงข้ามด้านยาว  
ใหญ่กว่ามุมตรงข้ามด้านสั้น)
14.  $AC > BC$  (ด้านตรงข้ามมุมใหญ่  
ยาวกว่าด้านตรงข้ามมุมเล็ก)



15. คัดเส้นตรงที่ลากจากจุดยอดมุมมา  
แบ่งครึ่งด้านตรงข้าม มีได้ 3 เส้น  
ให้ ABC เป็นรูป  $\triangle$  รูปหนึ่ง มี AD  
แบ่งครึ่งด้าน BC BE แบ่งครึ่งด้าน  
AC ; CF แบ่งครึ่งด้าน AB

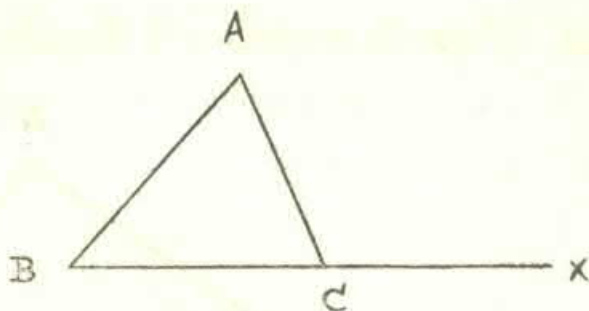


16. ให้ ABC เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง มี O  
เป็นจุดๆ หนึ่ง ภายใน  $\triangle$  นั้น ลาก  
เส้น OA, OB, OC.

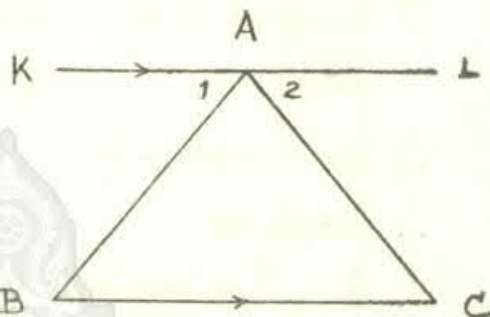


- |                                               |                                                    |
|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 1. ใน $\triangle AOC$ ; $OA + OC > AC$        | 1. ผลบวกของ 2 ด้านของ $\triangle$ ยาวกว่าด้านที่ 3 |
| 2. ใน $\triangle AOB$ ; $OA + OB > AB$        | 2. ผลบวกของ 2 ด้านของ $\triangle$ ยาวกว่าด้านที่ 3 |
| 3. ใน $\triangle BOC$ ; $OB + OC > BC$        | 3. ผลบวกของ 2 ด้านของ $\triangle$ ยาวกว่าด้านที่ 3 |
| 4. $2(OA + OB + OC) > AC + AB + BC$           | 4. จากข้อ 1 + ข้อ 2 + ข้อ 3                        |
| 5. $OA + OB + OC > \frac{1}{2}(AC + AB + BC)$ | 5. ครึ่งของข้อ 4                                   |

17.  $\hat{A}CX$  เรียกว่า มุมภายนอก  
ของรูป  $\triangle$  สัมพันธ์กับ  $\hat{A}$   
และ  $\hat{B}$  คือ  $\hat{A}CX = \hat{A} + \hat{B}$



18. ABC เป็น  $\triangle$  มี KL ผ่านจุด A  
// BC และ  $\hat{1} = \hat{2}$



1.  $\hat{1} = \hat{B}; \hat{2} = \hat{C}$

2.  $\hat{1} = \hat{2}$

3.  $\hat{B} = \hat{C}$

4. ABC เป็น  $\triangle$  หนึ่ง

1.  $KL \parallel BC$  มี AB, AC ตัดมุมแย้ง  
เท่ากัน

2. กำหนดให้

3. จากข้อ 1

4.  $\triangle$  มีมุมที่ฐานเท่ากัน

19. 1.  $\hat{BAC} + \hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$

2.  $\hat{BAC} = 60^\circ$

3.  $\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

4.  $\hat{1} = \hat{B}; \hat{2} = \hat{C}$

5.  $\hat{1} = \hat{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ = \hat{B} = \hat{C}$

6. ABC เป็น  $\triangle$  สามเหลี่ยม

1. 3 มุมของ  $\triangle$  รวมกัน  $= 180^\circ$

2. กำหนดให้

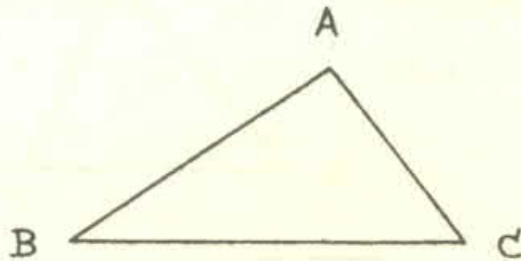
3. ข้อ 1 - ข้อ 2

4. จากข้อ 18

5. จากข้อ 3 และข้อ 4

6. มุมทั้ง 3 ของ  $\triangle$  เท่ากันทุกมุม

20. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง มี  $\angle A$  เป็นมุมภายนอก



$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad (\text{ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ } \triangle = 2\text{ ร.})$$

$$\angle A > 90^\circ$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A$$

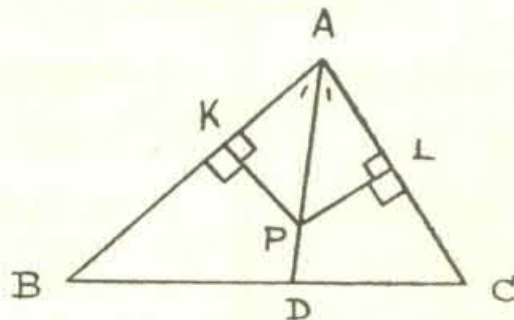
$$\therefore \angle B + \angle C < 90^\circ$$

$$\therefore \angle B \text{ และ } \angle C \text{ ต่างย่อมเล็กกว่า } 90^\circ$$

นั่นคือ  $\triangle$  ใดๆ จะมีมุมใดก็ว่ามุมฉากได้เพียงมุมเดียว

21. มุมภายในทั้ง 3 ของ  $\triangle$  มี  $180^\circ$

22. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง ซึ่งมี  $AD$  แบ่งครึ่ง  $\angle A$  พบ  $BC$  ที่  $D$ ;  $P$  เป็นจุดๆหนึ่งบน  $AD$  ลากเส้น  $PK \perp AB$  ที่  $K$  ลากเส้น  $PL \perp AC$  ที่  $L$



$$1. \angle K = \angle L = 90^\circ$$

$$2. \angle KAP = \angle PAL$$

1. กำหนดให้

2.  $AD$  แบ่งครึ่ง  $\angle A$

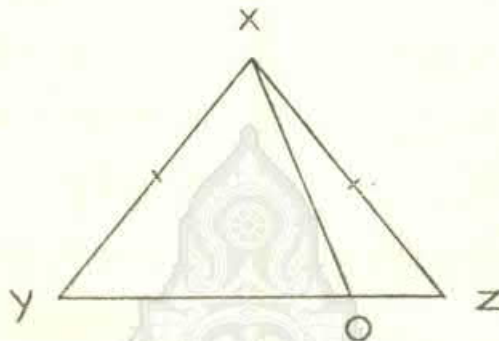
3.  $\triangle KAP \cong \triangle PAL$

4.  $PK = PL$

3. ม.ค.ม. จากข้อ 1, AP คำนวณ  
และข้อ 2

4. จากข้อ 3

23. ให้  $\triangle XYZ$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่งมี  $XY = XZ$   
จาก X ลากเส้น XO พยฐาน YZ ที่ O



1.  $XY = XZ$

2.  $\angle XYZ = \angle XZY$

3.  $\angle YOX = \angle XOZ + \angle XZO$

4.  $\angle YOX > \angle XZO$

5.  $\angle YOX > \angle XYZ$

6.  $XY > XO$  นั่นคือ XO สั้น  
กว่า XY

1. กำหนดให้

2. มุมฐานของ  $\triangle$  หนึ่ง

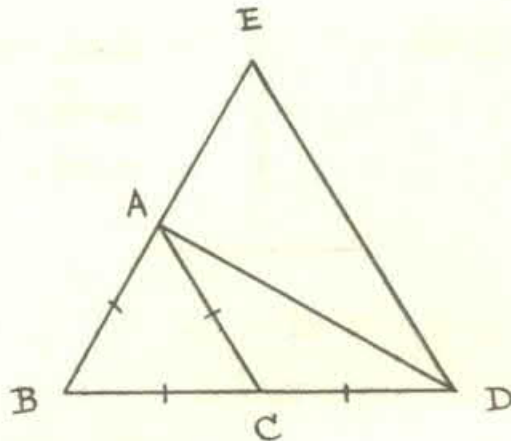
3. มุมภายนอกของ  $\triangle$  = ผลบวก  
ของมุมภายในตรงข้าม

4. ส่วนใหญ่กว่าส่วนย่อย

5. สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน

6. ด้านตรงข้ามมุมใหญ่ยาวกว่าด้าน  
ตรงข้ามมุมเล็ก

24. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  ใดๆ ทิศ BC ออกไปยัง D ทำให้  $CD = BC$   
E เป็นจุดบน BA ที่ตัดออกไป  
จาก AD



1.  $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

2.  $AB = CD$

3.  $\angle CAD = \angle CDA$

4.  $\angle ACB = \angle CAD + \angle CDA = 60^\circ$

5.  $\angle CAD = \angle CDA = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

6.  $\angle BAC + \angle CAD = \angle BAD = 90^\circ$

7.  $\triangle DAB$  เป็น  $\triangle$  มุมฉาก.....

8.  $\angle EAD = 90^\circ$

9.  $\angle ADE < \angle EAD$

10.  $ED > EA$

11.  $ED + CD > EA + AB$

12.  $ED + CD > EB$

1. มุมของ  $\triangle$  ด้านเท่า ABC

2. ทางเท่ากับ BC

3. มุมที่ฐานของ  $\triangle$  หน้าจว

4. มุมภายในของ  $\triangle$  = ผลบวก  
ของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

5. ครึ่งหนึ่งของสิ่งเท่ากัน

6. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

7. จากข้อ 6 มุมเป็น  $\triangle$

8. มุมประกอบ  $\triangle$  ของ BAD

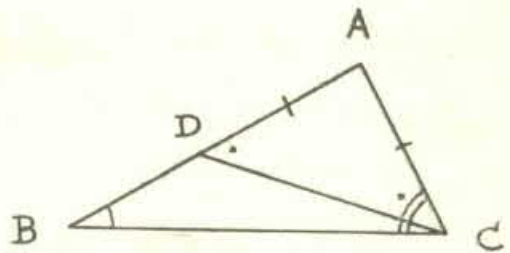
9.  $\triangle$  มุมฉากย่อมมี  $\triangle$  ใหญ่ที่สุด

10. ด้านตรงข้ามมุมใหญ่ยาวกว่าด้าน  
ตรงข้ามมุมเล็ก

11. สิ่งใหญ่กว่าบวกสิ่งเท่ากันก็ยัง  
ใหญ่กว่า

12. จากข้อ 11  $EA + AB = EB$

25. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่งมี  $AB$  ยาวกว่า  $AC$  ให้  $A$  เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี  $AC$  เขียนส่วนโค้งตัด  $AB$  ที่  $D$  ทับ  $CD$



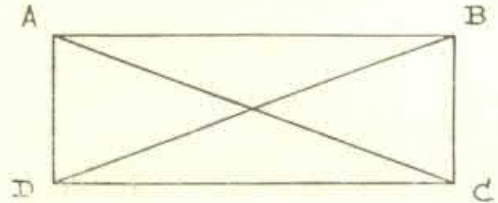
1.  $AD = AC$
2.  $AB - AC = AB - AD = BD$
3. ใน  $\triangle ADC$ ;  $\angle BDC = \angle DCA + \angle A$
4.  $\angle ADC = \angle DCA$
5.  $\angle ADC = \angle B + \angle BCD$
6.  $\angle BDC = \angle B + \angle BCD + \angle A$
7.  $\therefore \angle BCD < \angle BDC$
8.  $\therefore BD = AB - AC < BC$

1. รัศมี  $\odot$  เกยกัน
2. สิ่งเท่ากัน ลบด้วย สิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
3. มุมภายนอกของ  $\triangle =$  ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม
4. มุมฐานของ  $\triangle$  หนึ่งตัว
5. มุมภายนอกของ  $\triangle =$  ผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม
6. แทนค่าในข้อ 3
7. ส่วนน้อยย่อมน้อยกว่าส่วนใหญ่
8. ด้านตรงข้ามมุมเล็กย่อมสั้นกว่าด้านตรงข้ามมุมใหญ่

แบบฝึกหัดชุดที่ 1

หน้า 12

1. ให้ ABCD เป็น น รูปสี่เหลี่ยม มี  
AC และ BD เป็นเส้นทแยงมุม



1.  $AB = DC$

2.  $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$

3.  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$

4.  $\therefore AC = BD$

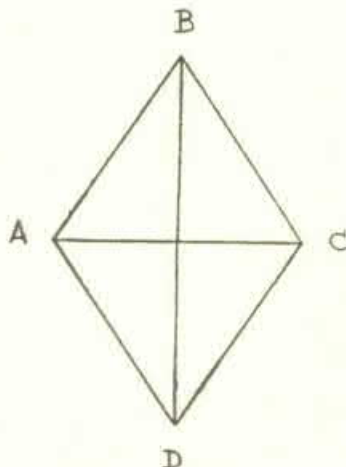
1. ด้านตรงข้ามของ น

2. มุมของ น เป็น ๙๐

3. ค.ม.ก. จากข้อ 1 ข้อ 2 และ BC ด้านร่วม

4. จากข้อ 3

2. ให้ ABCD เป็น ป ซึ่งมี A เป็นมุมแหลม



1.  $\angle DAB + \angle ABC = 2 \text{ ไร่}$

2.  $\triangle ABC$  เป็นมุมแหลม

3.  $\triangle ABD$  และ  $\triangle ABC$ ;  $AD = BC$

4.  $\triangle ABD \neq \triangle ABC$

5.  $\therefore BD > AC$

1. ผลบวกของมุมบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน = 2 ไร่

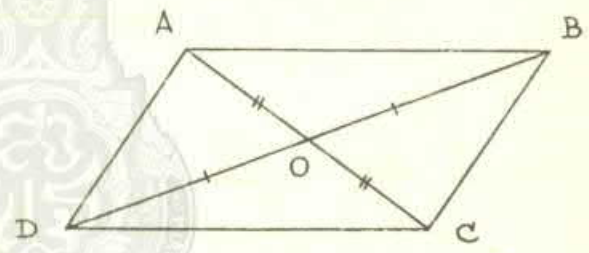
2. มุมประกอบ 2 ไร่ ของ  $\angle A$

3. ด้านเท่าของ  $\square$  ขนมเยกปน

4.  $\triangle$  มีด้านเท่ากัน 2 ด้าน ด้านต่อด้าน มุมในระหว่างด้านเท่าไม่เท่ากัน

5. ด้านตรงข้ามมุมใหญ่ยาวกว่าด้านตรงข้ามมุมเล็ก

8. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง มี  $AC$  และ  $BD$  เป็นเส้นทแยงมุมตัดกันที่จุด  $O$  ทาให้  $AO = OC$  และ  $DO = OB$



1.  $AO = OC$ ;  $DO = OB$

2.  $\angle AOB = \angle DOC$

3.  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

4.  $AB = DC$  และ  $\angle BAC = \angle ACD$

5.  $AB \parallel DC$

6.  $AD = BC$  และ  $\parallel$

7.  $ABCD$  เป็น  $\square$

1. กำหนดให้

2. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน

3. ก.ม.ก. จากข้อ 1 และ ข้อ 2

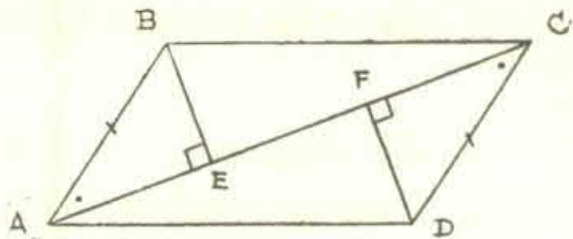
4. จากข้อ 3

5. มุมแย้งเท่ากัน จากข้อ 4

6. เส้นขนาน, ท้ายเส้นที่เท่ากันและขนานกัน

7. มีด้านตรงข้ามเท่ากันและขนานกัน จากข้อ 5 และ ข้อ 6

4. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  มี  
 $BE \perp AC$  ที่  $E$ ;  $DF \perp AC$   
 ที่  $F$



1.  $AB = DC$  และขนานกัน
2.  $\angle BAE = \angle DCF$
3.  $\angle BEA = \angle DFC = 90^\circ$
4.  $\triangle BEA \cong \triangle DFC$
5.  $BE = DF$

1. ด้านตรงข้ามของ  $\square$
2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
3. กำหนดให้
4. ม.ท.ม. จากข้อ 2, ข้อ 1 และข้อ 3
5. จากข้อ 4

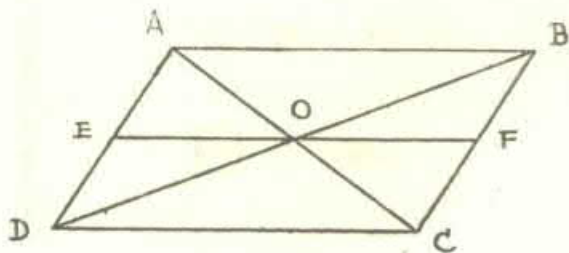
5. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  มี  $E$   
 และ  $F$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AD$   
 และ  $BC$  ลาก  $EF$



1.  $AD = BC$
2.  $AE = BF$  และขนานกันด้วย
3.  $AB = EF$  และขนานกัน

1. ด้านตรงข้าม  $\square$
2. ทางเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่เท่ากัน
3. เส้นขนานที่ลากผ่านจุดกึ่งกลาง

6. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  มีเส้น  
 ทแยงมุม  $AC$  ตัดกับ  $BD$  ที่  $O$   
 $EOF$  เป็นเส้นตรงลากผ่านจุด  $O$   
 พบ  $AD$  ที่  $E$  และพบ  $BC$  ที่  $F$



$$1. DO = BO$$

$$2. \angle EOD = \angle BOF$$

$$3. \angle DEO = \angle BFO$$

$$4. \triangle DEO \cong \triangle BFO$$

$$5. \therefore OE = OF$$

1. เส้นทแยงมุมของ  $\square$  ตัดแบ่งครึ่ง  
ซึ่งกันและกัน

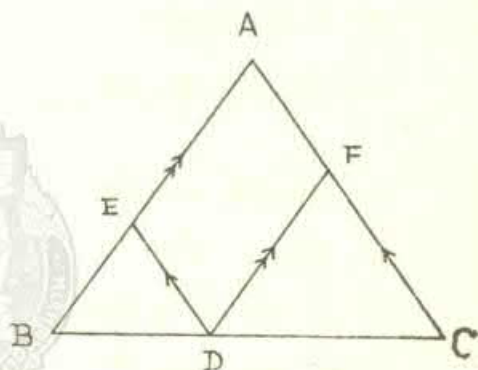
2. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้น  
ตัดกัน

3. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

4. ม.ท.ม. จากข้อ 2 ข้อ 1 และข้อ 3

5. จากข้อ 4

7. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  หน้าที่มี  $A$  เป็น  
มุมยอด  $D$  เป็นจุด ๆ หนึ่งบน  $BC$ ;  
 $DE \parallel CA$  พบ  $AB$  ที่  $E$   $DF \parallel BA$   
พบ  $AC$  ที่  $F$



$$1. DF \parallel EA; DE \parallel FA$$

$$2. AFDE \text{ เป็น } \square$$

$$3. DF = EA; DE = FA$$

$$4. \angle FDC = \angle ABC; \angle ACB = \angle EDB$$

$$5. \angle ABC = \angle ACB$$

$$6. \angle FDC = \angle ABC = \angle ACB = \angle EDB$$

$$7. EB = ED; FD = FC$$

$$8. AE + EB = AE + ED = AB$$

$$9. AF + FC = AF + FD = AC$$

1. กำหนดให้

2. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

3. ด้านตรงข้ามของ  $\square$

4. มุมภายนอก = มุมภายในบนข้าง  
เดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน

5. มุมฐานของ  $\triangle$  หน้าที่

6. ทางเท่ากันสิ่งเท่ากัน

7. ด้านตรงข้ามมุมเท่าของ  $\triangle$

8. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

9. ,, ,,

$$10. AE + ED + AF + FD$$

$$= AB + AC$$

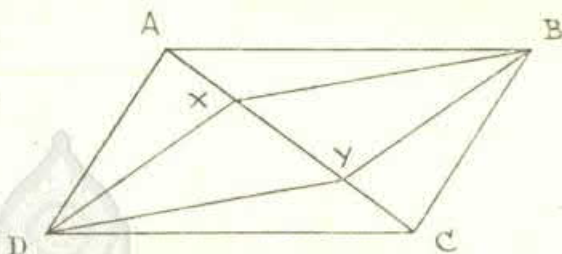
11. ไม่ว่า D จะเคลื่อนที่ไปที่ใด  
บน BC ด้านของ  $\square$

$$AFDE \text{ ย่อม } = AB + AC$$

$$10. \text{ ข้อ } 8 + \text{ ข้อ } 9$$

11. จากข้อ 10

8. ให้ ABCD เป็น  $\square$  AC เป็น  
เส้นทแยงมุม X และ Y อยู่ใน  
AC ทำให้  $AX = CY$   
ลาก XD, XB, YD, YB



$$1. AC = DC; AX = YC$$

$$2. \triangle BAX = \triangle DCY$$

$$3. \triangle AXB \cong \triangle DYC$$

$$4. \therefore XB = DY; \triangle AXB = \triangle DYC$$

$$5. \therefore \triangle BXY = \triangle DXY$$

$$6. XB \parallel DY$$

$$7. DX = BY \text{ และขนานกัน}$$

$$8. BXDY \text{ เป็น } \square$$

1. กำหนดให้

2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

3. ค.ม.ท. จากข้อ 1 และข้อ 2

4. จากข้อ 3

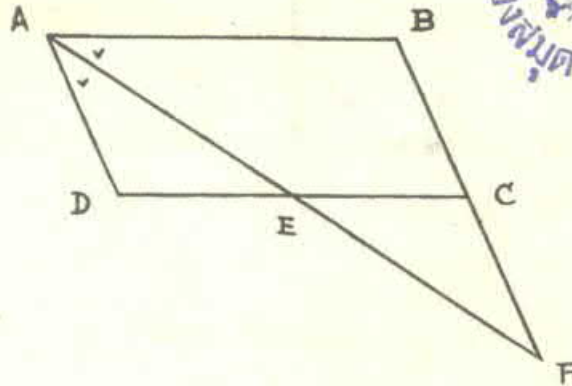
5. มุมประกอบ 2 คู่ ของมุมทแยงกัน  
จากข้อ 4

6. จากข้อ 5 มุมแย้งเท่ากัน

7. เส้นตัดทแยง XB, DY ที่ขนาน  
กัน

8. จากข้อ 6 และข้อ 7

9. ให้ ABCD เป็น  $\square$  มีด้าน AB ยาวกว่า AD AF เป็นเส้นแบ่งครึ่ง  $\angle A$  ตัด DC  
ที่ E ต่อไปพบ BC ที่ต่อออกไปที่ F



1.  $\angle BAE = \angle AED$

2.  $\angle BAE = \angle DAE$

3.  $\angle DAE = \angle AED$

4.  $AD = DE$

5.  $\angle AED = \angle CEF$

6.  $\angle CFE = \angle CEF = \angle DAE$

7.  $CE = CF$

1. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

2. กำหนดให้

3. ท่างเท่ากับมุมที่เท่ากัน

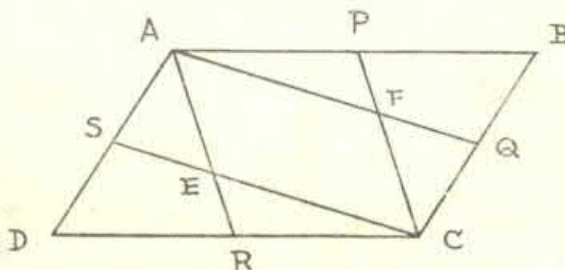
4. ด้านตรงข้ามมุมเท่าของ  $\triangle$

5. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน

6. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนานและเท่ากับมุมเท่ากัน

7. ด้านตรงข้ามมุมเท่าของ  $\triangle$

10. ให้ ABCD เป็น  $\square$  มี P, Q, R, S เป็นจุดกึ่งกลาง AB, BC, CD, DA ตามลำดับ ท่อ AR ตัดกับ SC ที่ E และ AQ ตัดกับ CP ที่ F



1.  $AP = BC$

2.  $AR = PC$  และขนานกัน

3.  $AS = CQ$

4.  $AQ = SC$  และขนานกัน

5.  $AFCE$  เป็น  $\square$

1. ต่างเป็นครึ่งหนึ่งของด้านคู่ขนานที่เท่ากัน

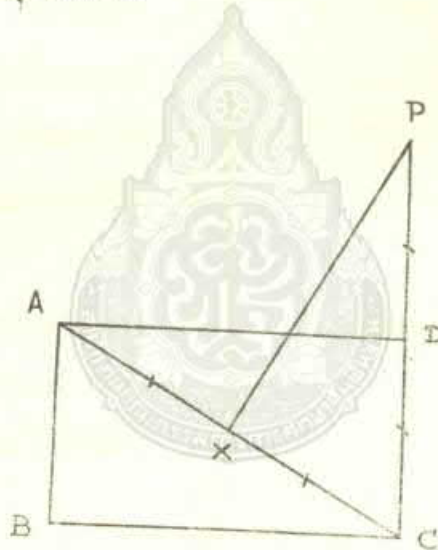
2. เส้นยี่ห่วยท้ายเส้นขนานที่เท่ากัน

3. ต่างเป็นครึ่งหนึ่งของด้านคู่ขนานที่เท่ากัน

4. เส้นยี่ห่วยท้ายเส้นขนานที่เท่ากัน

5. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

11. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  มีเส้นทแยงมุม  $AC = 2AB$  ตัด  $CD$  ไปยัง  $P$  ทำให้  $DP = CD$ ;  $X$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AC$  ลาก  $XP$



1.  $CX = \frac{AC}{2} = AB$

2.  $CD = AB = CX$

3.  $DP + CD = CP = AC$

4.  $\angle ACP = \angle XCP$

5.  $\triangle ACD \cong \triangle CXP$

6.  $\angle CDA = \angle CXP$ ;  $AD = XP$

7.  $\angle CXP = 90^\circ$  และ  $XP \perp AC$

1. กำหนดให้

2. ท้ายตรงข้าม  $\square$  และข้อ 1

3. กำหนดให้ และข้อ 2

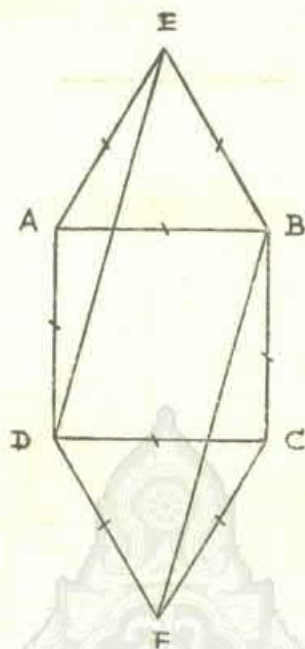
4. มุมเดียวกัน

5. ท.ม.ท. จากข้อ 2 ข้อ 4 และข้อ 3

6. จากข้อ 5

7. สิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

12. ให้ ABCD เป็น [จ] มี  $\triangle$  ด้านเท่า ABE และ  $\triangle$  ด้านเท่า CDF สรุบบน  
ด้าน AB และ CD ภายนอก [จ] จาก DE และ BF



1.  $AE = AB = DC = DF = EB$   
 $= CF$

2.  $\angle EAB = \angle FCD = 60^\circ$

3.  $\angle BAD = \angle DCB = 90^\circ$

4.  $\angle EAB + \angle BAD = 60^\circ + 90^\circ$   
 $= 150^\circ$

5.  $\angle FCD + \angle DCB = 60^\circ + 90^\circ$   
 $= 150^\circ$

6.  $\angle EAD = \angle FCB$

7.  $AD = BC$

8.  $\triangle ADE \cong \triangle FCB$

9.  $ED = BF$

1. กำหนดให้

2. มุมของ  $\triangle$  ด้านเท่า

3. มุมของ [จ]

4. จากข้อ 2 + ข้อ 3

5. จากข้อ 2 + ข้อ 3

6. จากข้อ 4 = ข้อ 5

7. ด้านของ [จ]

8. ก.ม.ก. จากข้อ 1, ข้อ 6 และ ข้อ 7

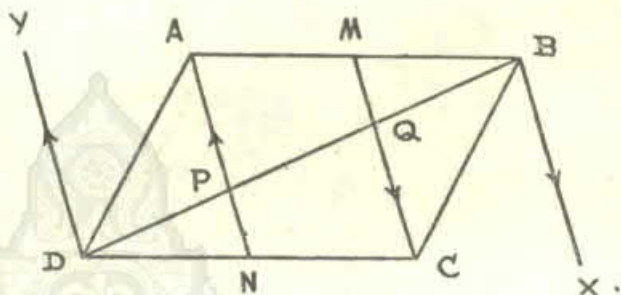
9. จากข้อ 8

- |                               |               |
|-------------------------------|---------------|
| 10. $EB = DF$ บัดหัวท้าย $ED$ | 10. จากข้อ 1  |
| และ $BF$                      |               |
| 11. $ED \parallel BF$         | 11. จากข้อ 10 |

แบบฝึกหัดชุดที่ 2

หน้า 12

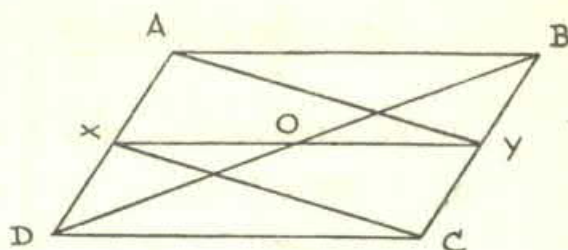
1. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$   $M$   
และ  $N$  เป็นจุดกึ่งกลาง  
ด้าน  $AB$  และ  $CD$  ลาก  
เส้น  $AN, CM$  ตัด  $BD$  ที่  
 $P$  และ  $Q$  ตามลำดับ



1.  $AM = NC$
2.  $AN = MC$  และขนานกัน
3.  $DN = NC$
4.  $DP = PQ$
5.  $AM = MB$
6.  $PQ = QB$
7.  $DP = PQ = QB$

1. ทางเขตรึ่งหนึ่งของด้านคู่ขนานที่เท่ากัน
2. เส้นบัดหัวท้ายคู่ขนานที่ยาวเท่ากัน จากข้อ 1
3. กำหนดให้
4.  $DY \parallel AN$  และ  $MC$  จากข้อ 2 ตัด  $DQ$  ที่  $P$  และ  $Q$
5. กำหนดให้
6.  $BX \parallel MC$  และ  $AN$  จากข้อ 5 ตัด  $BP$  ที่  $Q$  และ  $P$
7. จากข้อ 4 = ข้อ 6

2. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$   $X$  และ  $Y$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AD$  และ  $BC$ ลาก  $AY$  และ  $CX$ ,  $BD$  ตัด  $XY$  ที่  $O$



1.  $AX = CY$

2.  $AY = XC$

3.  $AYCX$  เป็น  $\square$

4.  $DX = BY$

5.  $\angle XOD = \angle BOY$

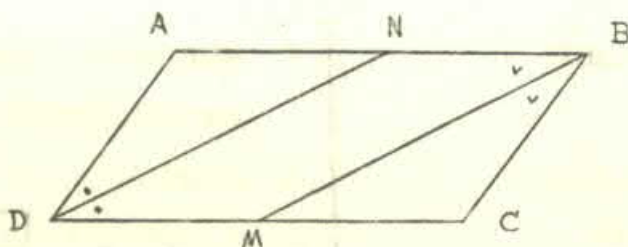
6.  $\angle XDO = \angle OBY$

7.  $\triangle XOD \cong \triangle BOY$

8.  $XO = OY$

1. ทาบเป็นครึ่งหนึ่งของด้านคู่ขนานที่เท่ากัน
2. เส้นตัดหัวท้ายคู่ขนานที่ยาวเท่ากัน จากข้อ 1
3. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน
4. ทาบเป็นครึ่งหนึ่งของคู่ขนานที่เท่ากัน
5. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน
6. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
7. น.ค.ม. จากข้อ 4, ข้อ 5 และข้อ 6
8. จากข้อ 7

3. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$   $BM$  แบ่งครึ่ง  $\angle B$  พบ  $DC$  ที่  $M$   $DN$  แบ่งครึ่ง  $\angle D$  พบ  $AB$  ที่  $N$



$$1. \triangle CBM = \triangle ABC = \triangle ADN = \triangle ADC$$

$$2. AD = BC \text{ และ } \triangle DAB = \triangle BCD$$

$$3. \triangle CBM \cong \triangle ADN$$

$$4. BM = DN \dots\dots\dots (ก)$$

$$5. AN = MC$$

$$6. NB = DM$$

$$7. DN \parallel MB$$

$$8. NB = DM \text{ และขนานกัน}$$

$$9. BMDN \text{ เป็น } \boxed{\text{จ}} \dots\dots\dots$$

$$1. \text{ ทังเป็นครึ่งของมุมตรงข้ามของ } \boxed{\text{จ}}$$

$$2. \text{ ลักษณะสมบัติของ } \boxed{\text{จ}}$$

$$3. \text{ ม.ท.ม. จากข้อ 1 และข้อ 2}$$

$$4. \text{ จากข้อ 3}$$

$$5. \text{ จากข้อ 3}$$

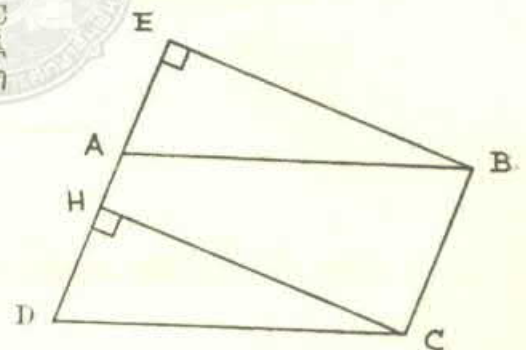
$$6. AB = DC \text{ และจาก 5}$$

$$7. \triangle BMC \text{ มุมภายนอก} = \triangle NDM \text{ มุมภายในของเส้นตัดเส้น } \parallel$$

$$8. \text{ เส้นตัดทแยงเส้นคู่ขนานที่ยาวเท่ากัน}$$

$$9. \text{ เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน}$$

4. ให้ ABCD เป็น  $\boxed{\text{จ}}$  จาก B และ C  
ลาก BE และ CH  $\perp$  DA และ DA ท  
ที่ออกไปที่ H และ E



$$1. \triangle EAB = \triangle HDC$$

$$2. \triangle AEB = \triangle DHC$$

$$3. AB = DC$$

$$1. \text{ มุมภายนอก} = \text{มุมภายในของเส้นตัดเส้น } \parallel$$

$$2. \text{ ทังเป็น } \boxed{\text{จ}}$$

$$3. \text{ ทังตรงข้ามของ } \boxed{\text{จ}}$$

4.  $\triangle AEB \cong \triangle HDC$

5.  $BE = CH$  .....(ก)

6.  $BE \parallel CH$

7.  $HE = BC$  และขนานกัน

8.  $BCHE$  เป็น ข

9.  $BCHE$  เป็น ค

4. ม.ค.ม. จากข้อ 1, ข้อ 2 และข้อ 3

5. จากข้อ 4

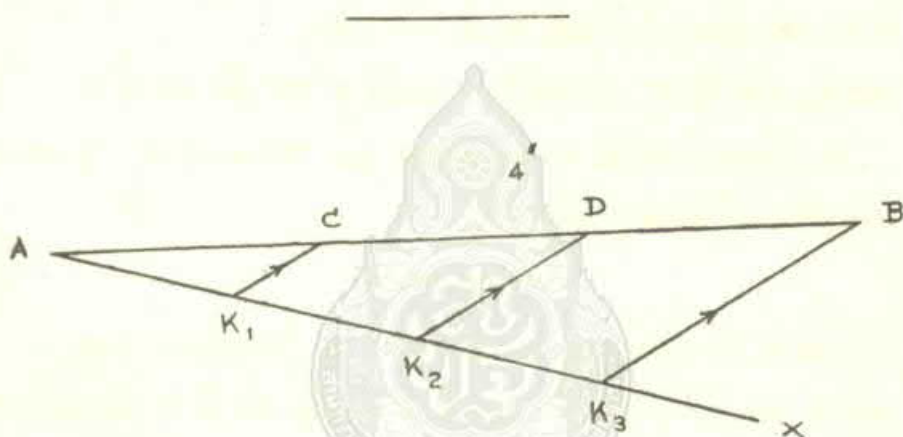
6. ท่างตั้งฉากกับเส้นตรง DA

7.  $DA \parallel BC$ 

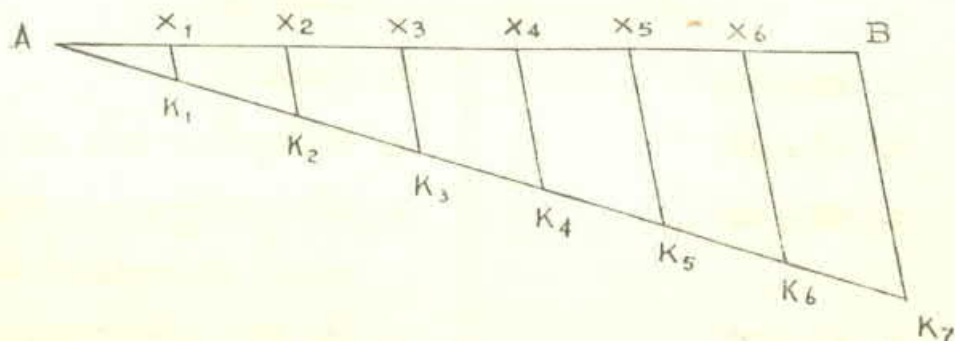
8. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

9. ข ทอมมเป็น ค

5.

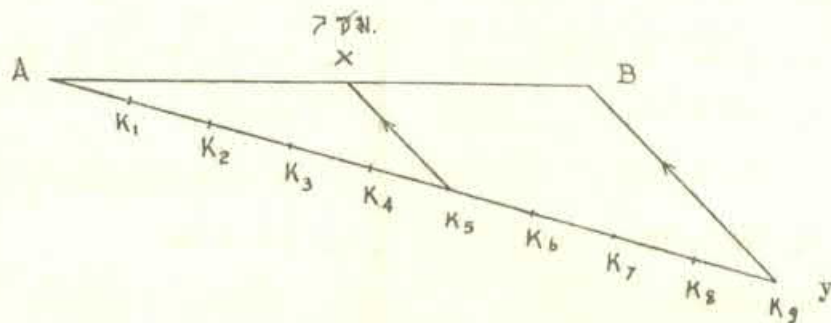


ก.  $AB$  เป็นเส้นตรงยาว 4 นิ้ว แบ่ง  $AB$  ที่  $C$  และ  $D$  (ตามบทสร้างการแบ่งเส้นตรงเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน)



ข.  $AB$  เป็นเส้นตรงยาว 4 นิ้ว แบ่ง  $AB$  ที่  $X_1; X_2; X_3; X_4; X_5; X_6$  (ตามบทสร้างการแบ่งเส้นตรงเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน)

6.



ให้  $AB$  เป็นเส้นตรงยาว 7 ซม.

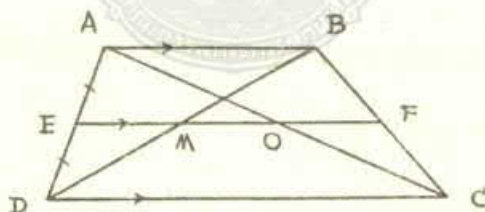
แบ่งเส้นตรง  $AY$  เป็นส่วน ๆ เท่าๆ กัน 9 ส่วน

ที่  $K_5$   $AK_5$  เป็น 5 ส่วน และ  $K_5 K_9 = 4$  ส่วน

จาก  $K_9$  ลาก  $K_9 B$  และจาก  $K_5$  ลากเส้น  $\parallel YB$  ตัด  $AB$  ที่  $X$

$\therefore X$  เป็นจุดแบ่งทำให้  $AX = 5$  ส่วน เมื่อ  $XB = 4$  ส่วน (บทสร้างการแบ่งเส้นตรงเป็นส่วน ๆ เท่าๆ กัน)

7. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  คางหม มี  $AB \parallel CD$ ,  $E$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AD$   
จาก  $E$  ลากเส้น  $\parallel DC$  ตัด  $BD$  ที่  $M$  และตัด  $AC$  ที่  $O$  พย  $BC$  ที่  $F$



1.  $EF \parallel AB \parallel DC$

2.  $AE = ED$

3.  $BM = MD$

4.  $AO = OC$

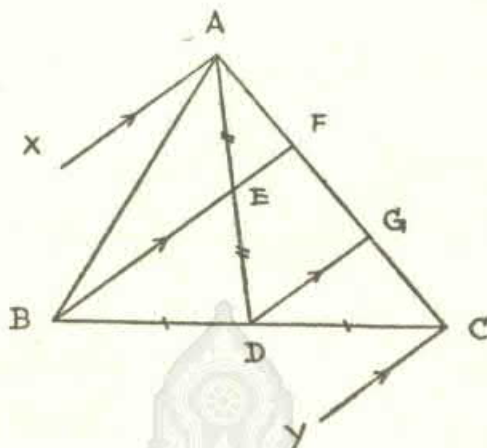
1. กำหนดให้

2.  $E$  เป็นจุดกึ่งกลางของ  $AD$

3. เส้นขนานกับฐานของ  $\triangle DAB$  ที่แบ่งครึ่ง  $AD$  ย่อมแบ่งครึ่ง  $BD$  ด้วย

4. เส้น  $EO \parallel$  เส้น  $DC$  และแบ่งครึ่ง  $AD$  จึงแบ่งครึ่ง  $BC$  ด้วย

8. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$   $D$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $BC$  ลาก  $AD$   
 $E$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AD$  ลาก  $BE$  ต่อเลยไปพบ  $AC$  ที่  $F$  ลาก  $DG \parallel BE$   
 พบ  $AC$  ที่  $G$  จาก  $A$  ลาก  $AX \parallel FB$  และจาก  $C$  ลาก  $CY \parallel GD$



1.  $BF \parallel DG \parallel YC$

2.  $BD = DC$

3.  $FG = GC$

4.  $AX \parallel BF \parallel DG$

5.  $AE = ED$

6.  $AF = FG$

7.  $\therefore FG = GC = AF$

1. สรุปร่าง

2. กำหนดให้

3. เส้นขนาน 3 เส้น ซึ่งแบ่งครึ่ง  $BC$   
 ย่อมแบ่งครึ่ง  $FC$  ด้วย

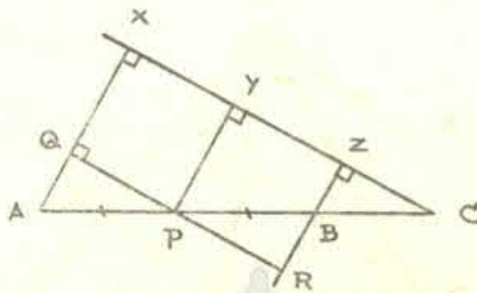
4. สรุปร่าง

5. กำหนดให้

6. เส้นขนาน 3 เส้น ซึ่งแบ่งครึ่ง  $AD$   
 ย่อมแบ่งครึ่ง  $AG$  ด้วย

7. จากข้อ 3 = ข้อ 6

9. ให้  $P$  เป็นจุดกึ่งกลางเส้น  $AB$  ต่อ  $AB$  ออกไปที่  $C$  ลากเส้น  $CX$  จาก  $A, P, B$  ลากเส้น  $AX, PY, BZ$  ตั้งฉากกับ  $CX$  ที่  $X, Y$  และ  $Z$  ตามลำดับ จาก  $P$  ลากเส้น  $QPR \perp$  กับ  $AX$  ที่  $Q$  และตั้งฉากกับ  $BZ$  ที่  $R$  ออกไปที่  $R$



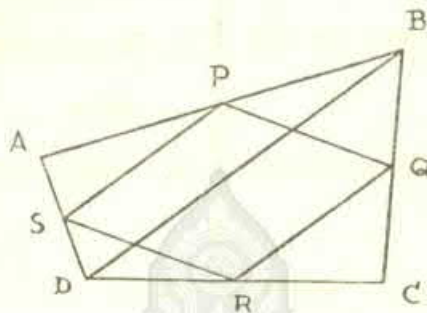
- |                                            |                                                    |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 1. $QX/PY/BZ$                              | 1. ตั้งฉากกับเส้นตรงเดียวกัน                       |
| 2. $QR/XZ$                                 | 2. ตั้งฉากกับ $AX$ เดียวกัน                        |
| 3. $XQ=YP=RZ$                              | 3. ด้านของ $\square$ ด้านขนาน                      |
| 4. $\therefore YP = \frac{1}{2} (XQ + RZ)$ | 4. จาก 3                                           |
| 5. $\angle PQA = \angle PBR = 90^\circ$    | 5. สร้าง                                           |
| 6. $\angle QPA = \angle BPR$               | 6. มุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน        |
| 7. $AP=PB$                                 | 7. กำหนดให้                                        |
| 8. $AQ=RB$                                 | 8. $\triangle APQ \cong \triangle RPB$ จาก 5, 6, 7 |
| 9. $YP = \frac{1}{2} (AX - AQ + BZ + RB)$  | 9. จาก 4                                           |
| 10. $YP = \frac{1}{2} (AX + BZ)$           | 10. จาก 8                                          |

# แบบฝึกหัดชุดที่ ๓

หน้า 21

1. ให้ ABCD เป็น □ ใดๆ P, Q, R, S เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AB, BC, CD, DA ตามลำดับ

ข้อ PQ, QR, RS, SP และลากเส้นทแยงมุม BD



1.  $SP \parallel DB$  และเป็น  $\frac{1}{2} DB$

2.  $RQ \parallel DB$  และเป็น  $\frac{1}{2} DB$

3.  $SP = RQ$  และขนานกัน

4.  $SR = PQ$  และขนานกัน

5. PQRS เป็น □

1. S และ P เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AD และ AB

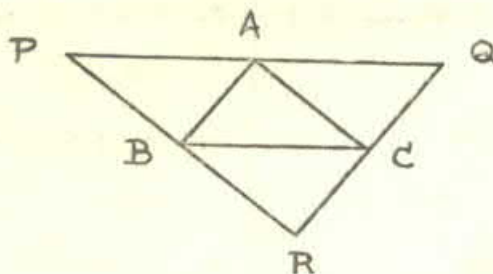
2. R และ Q เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน CD และ BC

3. ท่างเป็นครึ่งหนึ่งของสี่เหลี่ยม

4. เส้นยึดหัวท้ายเส้นขนานที่ยาวเท่ากัน

5. เส้นขนาน 2 คู่ด้วยกัน

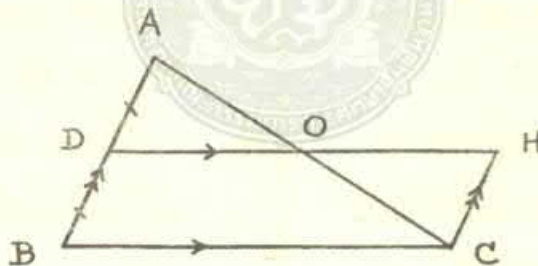
2. ให้ ABC เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง ท A ลาก PAQ  $\parallel$  BC ลาก PBR  $\parallel$  AC พย PAQ ท P ลาก RCQ  $\parallel$  AB พย PR, PQ ท R และ Q



1.  $PA \parallel BC, PB \parallel AC$
2.  $PACB$  เป็น ข
3.  $PA = BC$
4.  $AQ \parallel BC, AB \parallel QC$
5.  $AQCB$  เป็น ข
6.  $AQ = BC$
7.  $A$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $PQ$  ซึ่ง  $PA = AQ$
8.  $B$  และ  $C$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $PR$  และ  $QR$

1. กำหนดให้
2. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน
3. ด้านตรงข้ามของ ข
4. กำหนดให้
5. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน
6. ด้านตรงข้ามของ ข
7. คำนวณค่าที่เกี่ยวข้องกันจากข้อ 3 และ ข้อ 6
8. พิสูจน์คำตอบที่เกี่ยวข้องกับข้อ 7

8. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง  $D$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AB$ ลากเส้นจาก  $D \parallel BC$  พบเส้นตรงที่ลากจาก  $C \parallel AB$  ที่  $H$  และตัด  $AC$  ที่  $O$



1.  $DH \parallel BC; DB \parallel CH$
2.  $DHCB$  เป็น ข
3.  $DB = HC = DA \dots$  (ก)
4.  $\angle AOD = \angle COH$
5.  $\angle ADO = \angle CHO$

1. กำหนดให้
2. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน
3. ด้านตรงข้ามของ ข และจากกำหนดให้
4. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน
5. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดกับเส้นขนาน

6.  $\triangle AOD \cong \triangle CHO$

7.  $\therefore AO = OC; DO = OH$

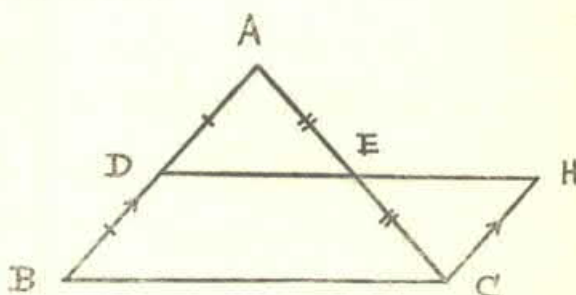
8. DH และ AC ต่่างแบ่งครึ่ง  
ซึ่งกันและกัน

6. ม.ม.ค. จากข้อ 4 ข้อ 8 และข้อ 5

7. จากข้อ 6

8. จากข้อ 7

4. ให้ D และ E เป็นจุดกึ่งกลาง  
ของด้าน AB, AC ของ  $\triangle ABC$   
ตามลำดับ ลาก DE ต่อไปพบ  
เส้นตรงซึ่งลากจาก C // BA  
ที่ H



1.  $DE \parallel BC$  และเป็น  $\frac{1}{2}BC$  .. (ค)

2.  $BD = CH$

3. DBCH เป็น [ ข ] .... (ข)

4.  $BD = CH = DA$

5.  $\angle ADE = \angle CHE$

6.  $\angle AED = \angle CEH$

7.  $\triangle ADE \cong \triangle CHE$

1. ต่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABC$

2. กำหนดให้

3. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

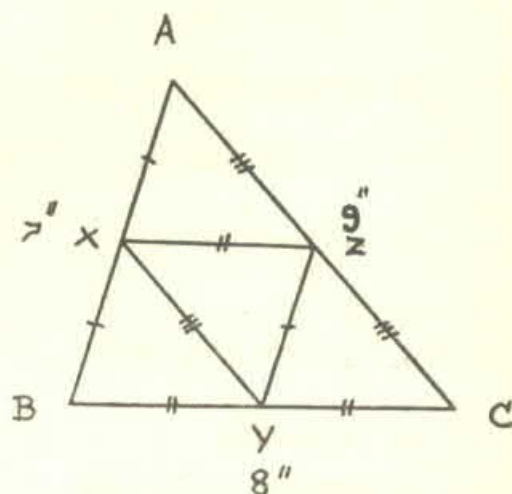
4. ด้านตรงข้ามของ [ ข ] และกำหนดให้

5. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดกับเส้นขนาน

6. มุมตรงข้ามเกิดจาก 2 เส้นตรง  
ตัดกัน

7. ม.ม.ม. จากข้อ 5 ข้อ 4 และข้อ 6

5. ให้ X, Y, Z เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน  
AB, BC, CA ของ  $\triangle ABC$  ซึ่งยาว  
7", 8", 9" ตามลำดับ ต่อ XY,  
YZ, ZX



1.  $ZY \parallel AB$  และเป็น  $\frac{1}{2} AB$
2.  $XY \parallel AC$  ,,  $\frac{1}{2} AC$
3.  $AXYZ$  เป็น  $\boxed{\text{ข}}$  .... (ก)
4.  $AX = XB = YZ = 3.5''$

5.  $XZ \parallel BC$  และเป็น  $\frac{1}{2} BC$
6.  $XBYZ$  เป็น  $\boxed{\text{ข}}$  .... (ข)
7.  $BY = YC = XZ = 4''$

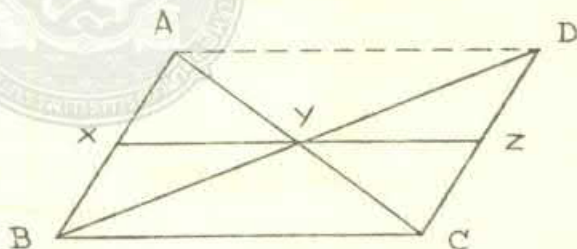
8.  $XZCY$  เป็น  $\boxed{\text{ข}}$  .... (ค)
9.  $XY = AZ = ZC = 4.5''$

1. ท่อเหล็กกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABC$
2. ท่อเหล็กกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABC$
3. เส้นขนาน 2 คู่ที่กัน
4. ด้านตรงข้ามของ  $\boxed{\text{ข}}$  และเป็น  $\frac{1}{2}$  ของ  $AB$

5. ท่อเหล็กกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABC$
6. เส้นขนาน 2 คู่ที่กัน
7. ด้านตรงข้ามของ  $\boxed{\text{ข}}$  และเป็น  $\frac{1}{2}$  ของ  $BC$

8. เส้นขนาน 2 คู่ที่กัน
9. ด้านตรงข้ามของ  $\boxed{\text{ข}}$  และเป็น  $\frac{1}{2}$  ของ  $ABC$  ตามกำหนด

6. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  มี  $X$  และ  $Y$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AB, AC$  ต่อ  $XY$  เลื่อยไปพบ  $Z$  ทำให้  $YZ=XY$  ต่อ  $BY$  และ  $CZ$  พบกันที่  $D$



1.  $XY \parallel BC$  และเป็น  $\frac{1}{2} BC$
2.  $XY=YZ; AY=YC$
3.  $\triangle AXY \cong \triangle CYZ$

4.  $\triangle AXY \cong \triangle CYZ$

5.  $\triangle AXY = \triangle YZC$

6.  $AX=CZ$  และขนานกัน

1. ท่อเหล็กกลาง 2 ด้าน ของ  $\triangle ABC$
2. กำหนดให้
3. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้น ที่กัน

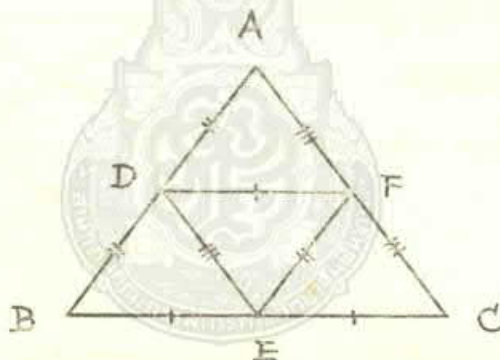
4. ค.ม.ค. จากข้อ 2 และ ข้อ 3

5. จากข้อ 4

6. จากข้อ 4 และข้อ 5

- |                                        |                                               |
|----------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 7. $\angle XBY = \angle YDC$           | 7. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน              |
| 8. $\angle XYB = \angle DYZ$           | 8. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน      |
| 9. $\triangle BXY \cong \triangle YZD$ | 9. ม.ค.ม. จากข้อ 8, ข้อ 2 และข้อ 7            |
| 10. $BY = YD$                          | 10. จากข้อ 9                                  |
| 11. $YX \parallel AD$                  | 11. คอจกึ่งกลางของ 2 ด้าน ของ $\triangle ABD$ |
| 12. $\therefore AD \parallel BC$       | 12. จากข้อ 1 และข้อ 11                        |

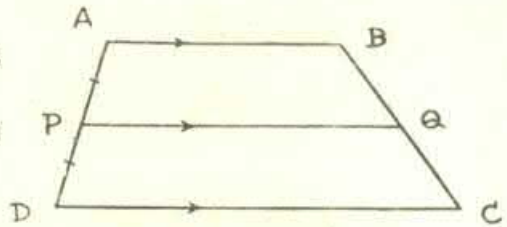
7. ให้ D, E, F เป็นจุดกึ่งกลางของ AB, BC, AC ซึ่งเป็นด้านของ  $\triangle ABC$  ลาก DE, EF, FC



- |                                                                                           |                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1. $DF \parallel BC$ และเป็น $\frac{1}{2} BC$                                             | 1. คอจกึ่งกลาง 2 ด้านของ $\triangle ABC$ |
| 2. $DF \parallel BE$ และเท่ากัน                                                           | 2. จากข้อ 1 และกำหนดให้                  |
| 3. $BD \parallel EF$ และเท่ากัน                                                           | 3. เส้นขนานตัดด้วยเส้นขนานทแยงเท่ากัน    |
| 4. $\triangle DEF \cong \triangle BDE$                                                    | 4. ก.ค.ค. จากข้อ 2, DE ด้านร่วม และข้อ 3 |
| 5. $\triangle DFE \cong \triangle EFC \cong \triangle ADF$                                | 5. พิสูจน์ทำนองเดียวกับข้อ 1 ถึงข้อ 4    |
| 6. $\therefore \triangle DFE \cong \triangle EFC \cong \triangle DAF \cong \triangle DBE$ | 6. จากข้อ 5 และข้อ 6                     |

4

8. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  คางหม มี  $AB \parallel DC$   
 $P$  เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน  $AD$  ลาก  
 เส้นจาก  $P \parallel AB$  พบ  $BC$  ที่  $Q$



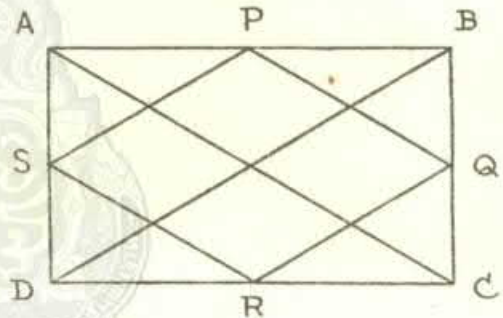
1.  $CD \parallel AB \parallel PQ$
2.  $AP = PD$
3.  $\therefore BQ = QC$

1. กำหนดให้

2. „

3. เส้นขนาน 3 เส้น แบ่งครึ่ง  $AD$  ข้อม  
 แบ่งครึ่ง  $BC$  ทั่ว

9. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่งซึ่งมี  
 $AC = BD$  ให้  $P, Q, R, S$  เป็นจุด  
 กึ่งกลางด้านทั้ง 4 ลาก  $PQ, QR,$   
 $RS, SP$



1.  $PQ \parallel AC$  และเป็น  $\frac{1}{2} AC$

2.  $SR \parallel AC$  และเป็น  $\frac{1}{2} AC$

3.  $PQ = SR$  และขนานกัน

4.  $SP = QR$  และขนานกัน

5.  $PQRS$  เป็น  $\square$

6.  $SP \parallel DB$  และเป็น  $\frac{1}{2} DB$

1. ต่อจุดกึ่งกลางของด้าน 2 ด้านของ  $\triangle ADC$

2. ต่อจุดกึ่งกลางของด้าน 2 ด้านของ  $\triangle ADC$

3. จากข้อ 1 = ข้อ 2

4. เส้นที่ทาบด้วยเส้นขนานที่ยาวเท่ากัน

5. เส้นขนาน 2 คู่ที่กัน

6. ต่อจุดกึ่งกลางของ 2 ด้านของ  $\triangle ADB$

7.  $AC=BD$

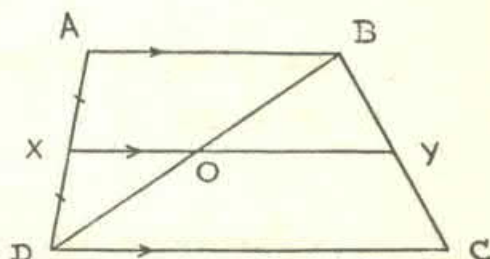
8.  $SP=QR=PQ=SR; PQRS$

เป็น ป

7. กำหนดให้

8. ทำเป็นครึ่งของสิ่งเท่ากัน และ ข  
มีค่าเท่ากัน

10. ให้ ABCD เป็น □ ทางทแยง มี  
 $AB \parallel CD$ ; X เป็นจุดกึ่งกลาง AD จาก  
 X ลาก  $XY \parallel AB$  พบ BC ที่ Y ลาก  
 BD ตัด XY ที่จุด O



1.  $BO=OD$

2.  $XO \parallel AB$  และเป็น  $\frac{1}{2} AB$

3.  $BY=YC$

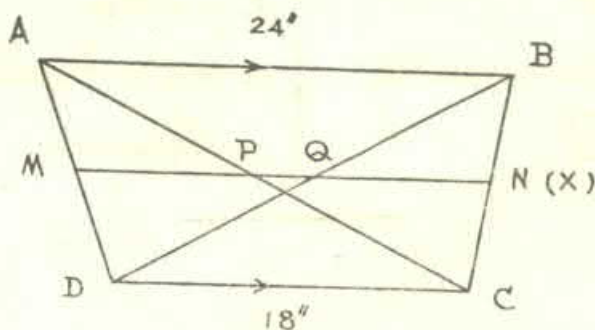
4.  $OY \parallel DC$  และเป็น  $\frac{1}{2} DC$

5.  $XO+OY = \frac{1}{2} (AB+DC)$

6.  $XY = \frac{1}{2} (AB+DC)$

1. เส้นที่ลากจากจุดกึ่งกลางของ AD  
 ขนานกับ AB แบ่งครึ่ง BD
2. จุดกึ่งกลางของ 2 ด้านของ  $\triangle ABD$
3. จากจุดกึ่งกลาง BD ลากเส้นขนาน  
 DC แบ่งครึ่ง BC
4. จุดกึ่งกลางของ 2 ด้านของ  $\triangle BCD$
5. จากข้อ 2 + ข้อ 4
6. จากข้อ 5

11. ให้ ABCD เป็น □ ทางทแยง มี  $AB \parallel DC$   $AB=24''$   $DC=18''$  M และ N  
 เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AD และ BC ตัดเส้น AC ที่ P และ DB ที่ Q จาก M  
 ลาก MX ให้  $MX \parallel AB$  ตัด BC ที่ X



1.  $DM = MA, CN = NB$

2.  $CX = XB$

3.  $X$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $BC$

4.  $X$  ที่จุด  $N$  และเป็นจุดเดียวกัน

5.  $CP = PA$

6.  $MP \parallel DC$  และเป็น  $\frac{1}{2}$   
 $DC = \frac{18}{2} = 9'' \dots (ก)$

7.  $DQ = QB$

8.  $MQ \parallel AB$  และเป็น  $\frac{1}{2}$   
 $AB = \frac{24}{2} = 12''$

9.  $PQ = MQ - MP$   
 $= 12 - 9 = 3'' \dots (ก)$

10.  $QN \parallel DC$  และเป็น  $\frac{1}{2}$   
 $DC = 9'' \dots (ค)$

11.  $MN = MQ + QN$   
 $= 12'' + 9'' = 21'' \dots (จ)$

1. กำหนดให้

2. เส้นขนาน ๒ เส้น แบ่งครึ่ง  $AD$  ขัอม  
แบ่งครึ่ง  $CB$

3. จากข้อ 2

4. จากข้อ 1 = ข้อ 2

5. จากจุดกึ่งกลาง  $DA$  ลากเส้นขนาน  
 $DC$  ขัอมแบ่งครึ่ง  $DC$

6. ต่อดูจุดกึ่งกลางของ 2 ด้าน ของ  
 $\triangle ADC$

7. เส้นที่ลากจากจุดกึ่งกลางของ  $DA$   
ให้ขนานกับ  $AB$  แบ่งครึ่ง  $DB$

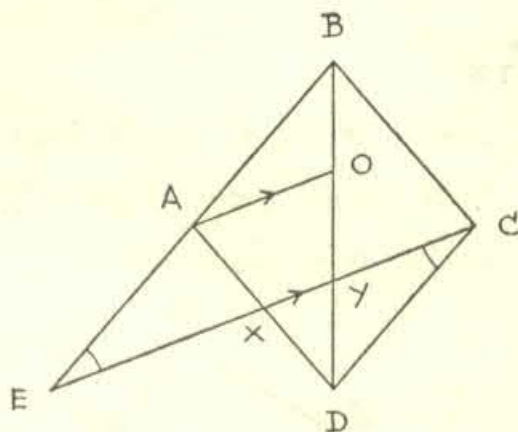
8. ต่อดูจุดกึ่งกลางของ 2 ด้าน ของ  
 $\triangle ABD$

9. จากข้อ 8 - ข้อ 6

10. ต่อดูจุดกึ่งกลางของ 2 ด้าน ของ  
 $\triangle BCD$

11. จากข้อ 8 + ข้อ 10

12. ให้ ABCD เป็น ป รูปหนึ่ง  
 ดึง BA ขยายไปถึง E ทำให้  
 $AE = AB$ ; ลาก CE ตัด AD  
 ที่ X และตัด BD ที่ Y จาก  
 A ลาก  $AO \parallel EC$  ตัด BD ที่ O



1.  $AB = CD = AE$

2.  $\angle AEX = \angle XCD$

3.  $\angle AXE = \angle CXD$

4.  $\triangle AXE \cong \triangle CXD$

5.  $AX = XD$

6. ใน  $\triangle BEY$ ;  $BO = OY$

7. ใน  $\triangle AOD$ ;  $OY = YD$

8.  $\therefore BO = OY = YD$

9.  $BY = BO + OY = 2YD$

1. กำหนดให้

2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

3. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้น  
ตัดกัน

4. ม.ค.ม. จากข้อ 2, ข้อ 1 และข้อ 3

5. จากข้อ 4

6. จากจุดกึ่งกลาง BE ลากเส้นขนาน  
EY แบ่งครึ่ง BY

7. จากจุดกึ่งกลาง AD ลากเส้นขนาน  
AO แบ่งครึ่ง OD

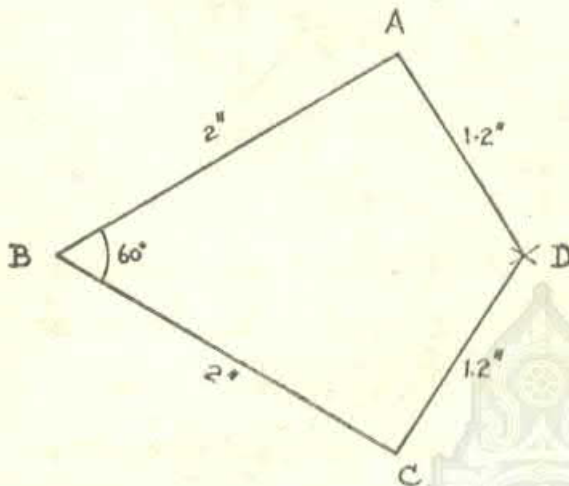
8. จากข้อ 6 = ข้อ 7

9. + สิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

## แบบฝึกหัดชุดที่ 4

หน้า 31

1. ลากเส้น AB ยาว 2" บน AB ทำมุม  $\angle CBA = 60^\circ$  ตัดแขนของมุม  $\angle CBA$  ให้ BC ยาว 2" จากจุด A และ C ใช้รัศมี 1.2" เขียนส่วนโค้งของวงกลม ตัดกันที่ D ลากเส้น AD, CD



ABCD เป็น □ รูปจั่ว

$$AB = BC = 2''$$

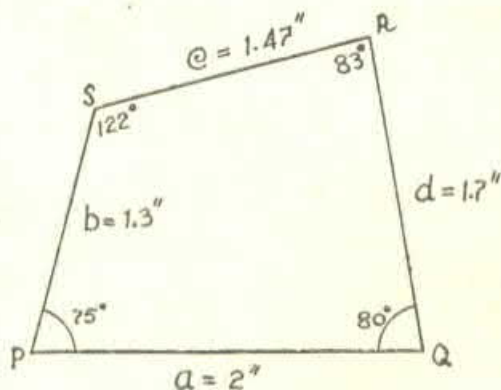
$$\angle ABC = 60^\circ$$

$$CD = DA = 1.2''$$

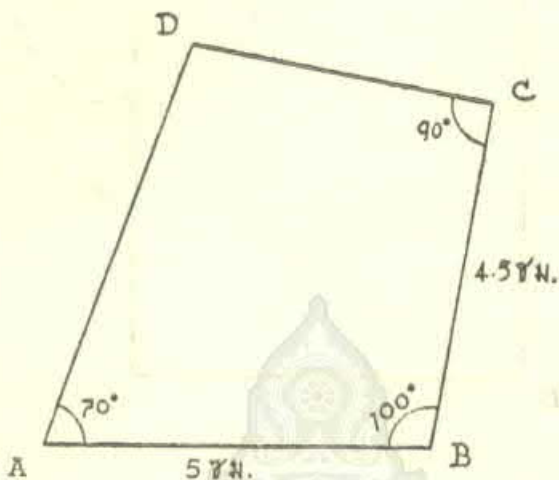
2. ลากเส้นตรง PQ เป็นด้าน a ยาว 2" ที่ P ทำมุม  $\angle QPS = 75^\circ$  ตัด PS ที่ S ให้ยาว 1.3" เป็นด้าน b ที่ Q ทำมุม  $\angle PQR = 80^\circ$  ตัด QR ที่ R ให้ยาว 1.7" เป็นด้าน d ลากเส้น SR ดังนั้น PQRS เป็น □ ที่ต้องการ  
ด้าน  $a = 2''$ ,  $b = 1.3''$ ,  $d = 1.7''$  วัดด้าน  $c = 1.47''$

วัดมุมระหว่างด้าน b และ c ได้  $122^\circ$  วัดมุมระหว่าง c และ d ได้  $83^\circ$

| a  | b    | d    |
|----|------|------|
| 2" | 1.3" | 1.7" |



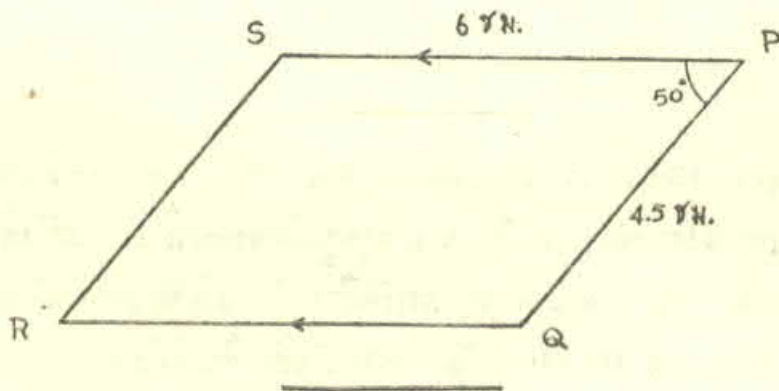
3. ลากเส้นตรง AB ยาว 5 ซม. ที่ A ทำมุม  $\angle BAD = 70^\circ$  ที่ B ทำมุม  $\angle ABC = 100^\circ$  ตัดกัน BC ที่ C ยาว 4.5 ซม. ที่ C ลากเส้น CD ตั้งฉากกับ BC พบเส้น AD ที่ D  $\square ABCD$  เป็น  $\square$  ที่ต้องการ มีด้าน  $AB = 5$  ซม.  $BC = 4.5$  ซม.  $\angle A = 70^\circ$   $\angle B = 100^\circ$   $\angle C = 90^\circ$



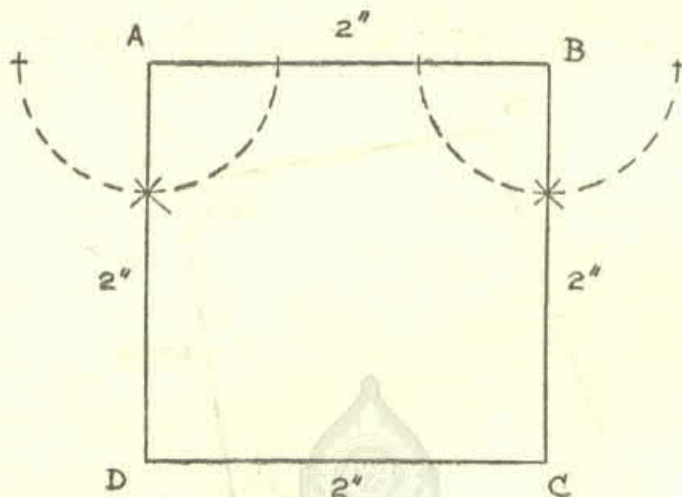
4. ลากเส้นตรง  $PQ = 4.5$  ซม. ที่ P สร้างมุม  $50^\circ$  กับเส้น PQ ตัดเส้นของมุมที่ S ด้วยระยะยาว 6 ซม. จาก Q ลากเส้นขนาน PS ตัดเส้นขนานด้วยระยะยาว 6 ซม. ที่ R ต่อ RS

$\therefore PQRS$  เป็น  $\square$  ที่ต้องการ

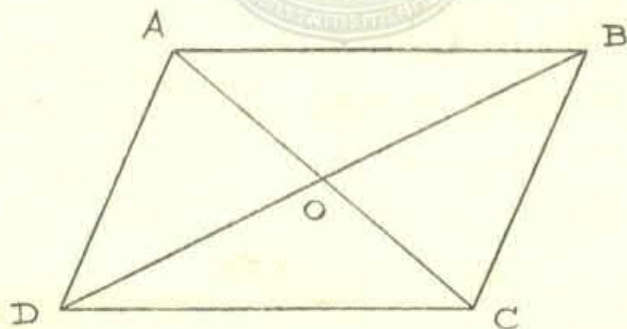
1.  $PS \parallel QR$  และยาว = 6 ซม.
2.  $PQ = RS = 4.5$  ซม.
3.  $\angle P = 50^\circ$



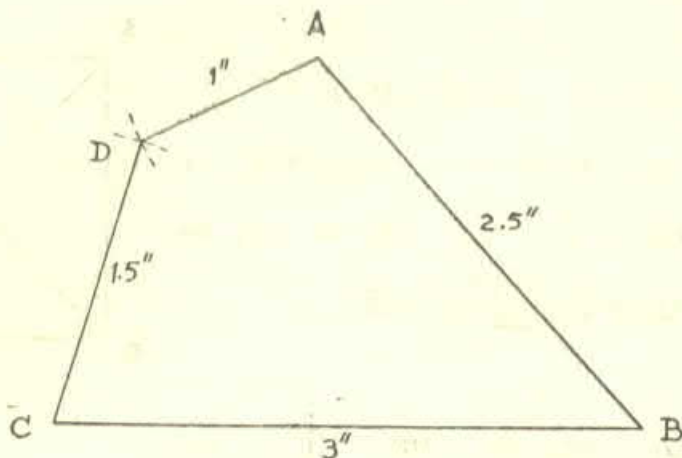
5. ลากเส้นตรง AB ยาว 2" ที่ A ลากเส้น AD ตั้งฉากกับ AB ให้เส้นตรง AD ยาว 2" ที่ B ลากเส้นตรง BC ให้ตั้งฉากกับ AB และยาว 2" ลากเส้นตรง CD



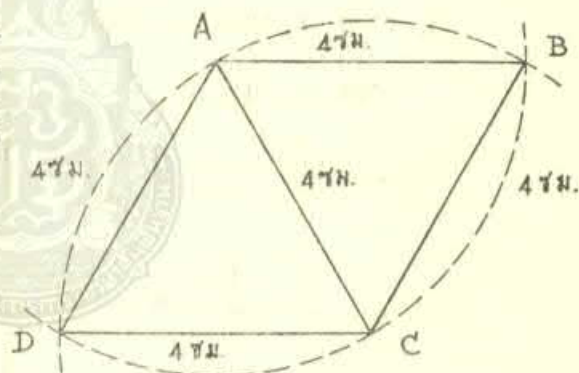
6. ลากเส้น AC ยาว 2" แบ่งครึ่ง AC ที่ O จาก O ลาก OB ยาว 1.5" ต่อ BO ไปทาง O ถึง D ยาว 1.5" ลาก AB, BC, CD, DA  
 $\therefore$  ABCD เป็น ☐ ที่ต้องการ



7. ลากเส้นตรง AB ยาว 2.5" ลากเส้นตรง CB พย AB ที่ B ยาว 8" ทำมุมแหลม ซึ่งกันและกันโทพอสมควร ใช้ A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 1" สร้างส่วนโค้งของวงกลม ใช้ C เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 1.5" เขียนส่วนโค้งตัดกันที่ D ลากเส้น AD, CD ดังนั้น ABCD เป็นสี่เหลี่ยมที่ต้องการ



8. ลาก AC ยาว 4 ซม. ให้ A และ C เป็นจุดศูนย์กลางวงกลม 4 ซม. เขียนส่วนโค้งตัดกันที่ B และ D ลาก AB, BC, CD, DA  $\therefore$  ABCD เป็น ป ตามต้องการ



$$1. AB = BC = CA = AD \\ = AC$$

$$2. \angle ABC = \angle BCA = \angle CAB = 60^\circ$$

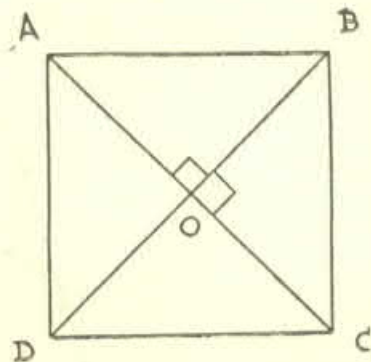
3. ABCD เป็น ป

1. สร้าง

2. มุมของ  $\triangle$  ด้านเท่า

3.  $\square$  มีด้านเท่า 4 ด้าน มุมไม่ใช่  
มุมฉาก

9. ให้  $AC = 2''$  แบ่งครึ่ง  $AC$  ที่  $O$  จาก  
 $BO \perp AC$  ที่  $O$  ยาว  $= 1''$  คือ  $BO$  ไปถึง  $D$   
 ให้  $OD = 1''$  คือ  $AB, BC, CD, DA$   
 $\therefore ABCD$  เป็น  $\square$  ที่ต้องการ



1.  $AO = OB = OC = OD$

2.  $\angle OAB = \angle OBA$  และ  $\angle OBC$   
 $= \angle OCB$

3.  $\angle OAB + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC$   
 $\angle OBC = \angle ABC$

4.  $\therefore \angle ABC = 90^\circ$

5.  $\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D$   
 $= 90^\circ$

6.  $\angle AOB = \angle BOC = 90^\circ$

7.  $\triangle AOB \cong \triangle BOC$

8.  $AB = BC$

9.  $ABCD$  เป็น  $\square$

1. ตรวจสอบ

2. มุมที่ฐานของ  $\triangle$  หนึ่งตัว

3. + สิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

4. 2 มุมของ  $\triangle$  ใดๆ = มุมที่ 3 ย่อม  
 เป็น  $90^\circ$

5. พิสูจน์กันเองเกี่ยวกับเลขข้อ 1 ถึง  
 ข้อ 4

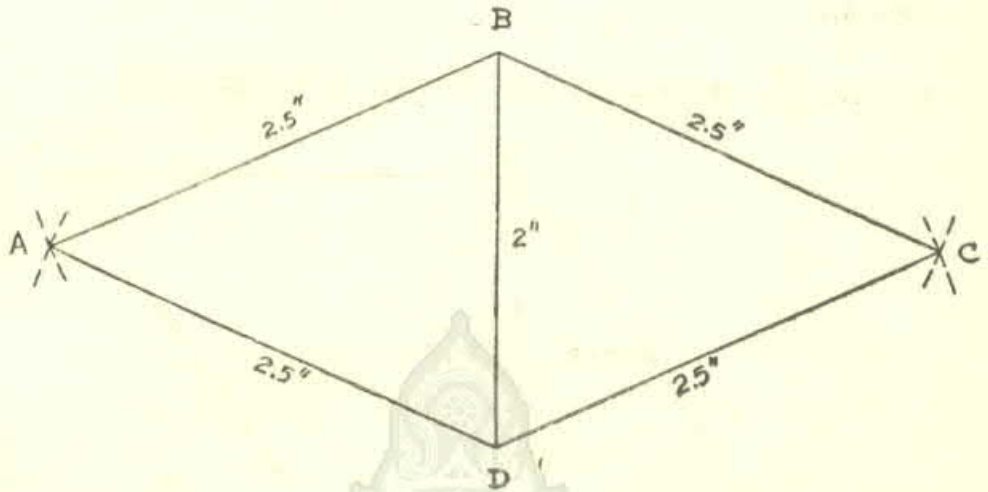
6. ตรวจสอบ

7. ท.ม.ท. จากข้อ 1 และข้อ 6

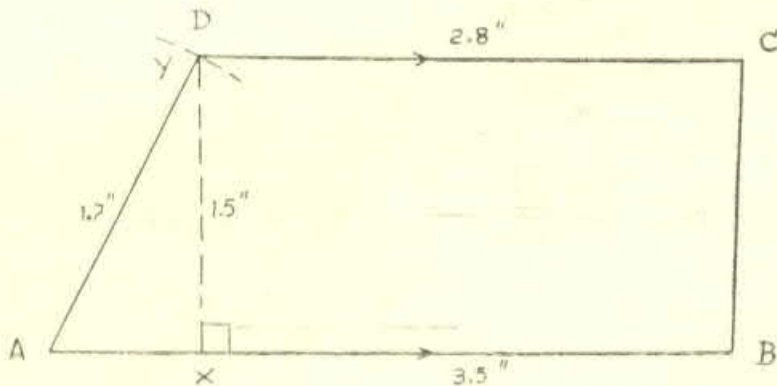
8. จากข้อ 7

9.  $\square$  มุมฉากที่มีด้านประชิดยาวเท่ากัน

10. ลากเส้นตรง BD ยาว 2" ใต้ B และ D เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 2.5" เขียนส่วนโค้งตัดกันที่ C และ A ลากเส้น BC, DC, BA, DA □ABCD เป็น □ ทดลองการ



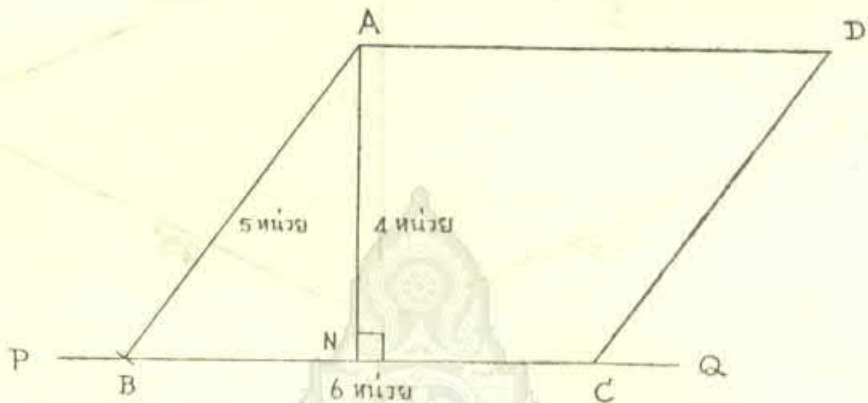
11. ลากเส้น AB ยาว 3.5" จาก X ตั้งเส้นฉากหนึ่งใน AB ลากเส้น ⊥ ยาว 1.5" ถึงจุด Y ลากเส้นตรง YC ขนานกับ AB ให้ A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 1.7" เขียนส่วนโค้งตัดกับเส้น YC ที่ D ในทศ Y และ D ที่กันพอก ลาก D ถึง DC = 2.8" ลากเส้น CB ∴ ABCD เป็น □ ทดลองการ



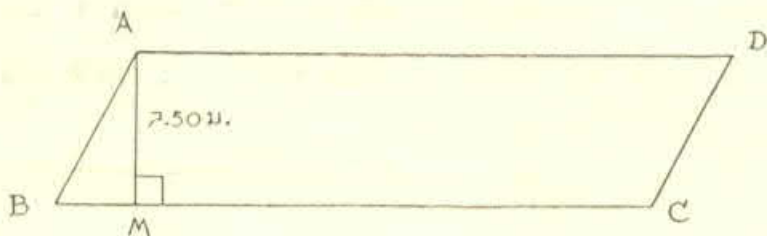
แบบฝึกหัดที่ 5

หน้า 35

1. พ.ท.  $\square$  ABCD = AN  $\times$  BC =  $4 \times 6 = 24$  ตารางหน่วย

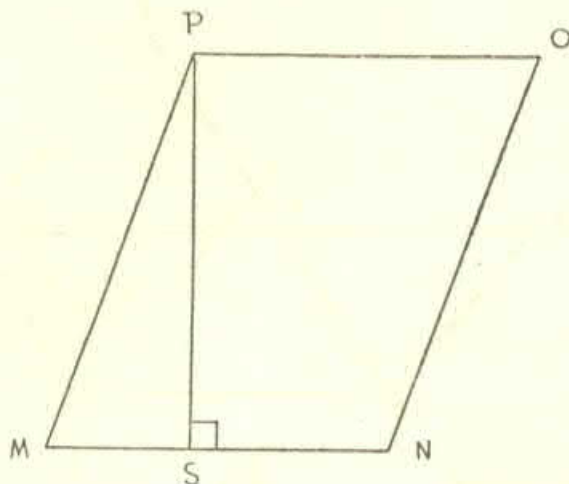


2. ให้ พ.ท.  $\square$  ABCD = 225 ตารางเมตร AM  $\perp$  BC ยาว 7.50 เมตร



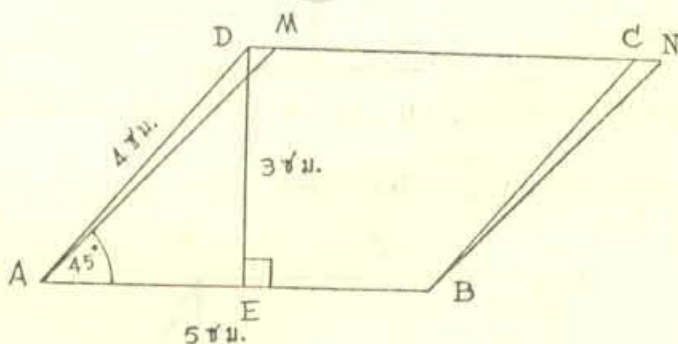
$$\text{จาก } BC = \frac{\text{พ.ท. } \square \text{ ABCD}}{7.50} = \frac{225}{7.5} = 30 \text{ เมตร}$$

3. ให้ MNOF เป็น  $\square$  มีพื้นที่ 364.5 ตารางฟุต PS เป็นส่วนสูง  $\perp$  MN ที่ S และ MN = 18 ฟุต

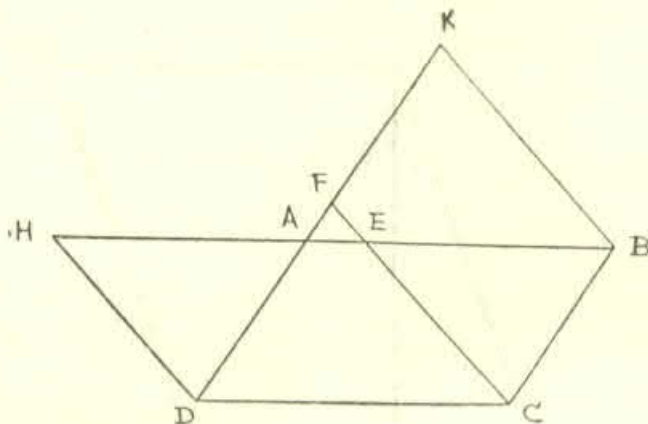


$$\text{เส้นส่วนสูง PS} = \frac{\text{พ.ท. } \square \text{ MNOP}}{\text{MN}} = \frac{364.5}{18} = 20.25 \text{ ฟุต}$$

4. ให้ ABCD เป็น  $\square$  มี AB ยาว 5 ซม. AD=4 ซม. DE เป็นเส้นส่วนสูง=3 ซม. บน AB ทำจุด A สร้างมุม  $45^\circ$  ลากแขนของมุมพบ DC ที่ M จาก B ลาก  $BN \parallel AM$  พบ DC ที่ต่อออกไปที่ N  
 $\therefore \square \text{ ABNM}$  มี พ.ท. =  $\square \text{ ABCD}$



5. ให้ ABCD เป็น  $\square$  จาก C มีเส้นตรงลากไปตัด AB ที่ E และตัด DA ที่ต่อออกไปที่ F จาก B มีเส้นขนาน FC ตัด DAF ที่ต่อออกไปที่ K จาก D มี  $DH \parallel CF$  ตัด BA ที่ต่อออกไปที่ H



1.  $CF \parallel BK; DK \parallel CB$

2. BCFK เป็น ☐

3. ☐ BCFK มี พ.ท. = ☐

CBAD

4. DCEH เป็น ☐

5. ☐ DCEH มี พ.ท. = ☐

CBAD

6. ☐ BCFK มี พ.ท. = ☐

DCEH

1. กำหนดให้

2. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

3. มุมฐาน BC ร่วมและระหว่าง  $DK \parallel CB$

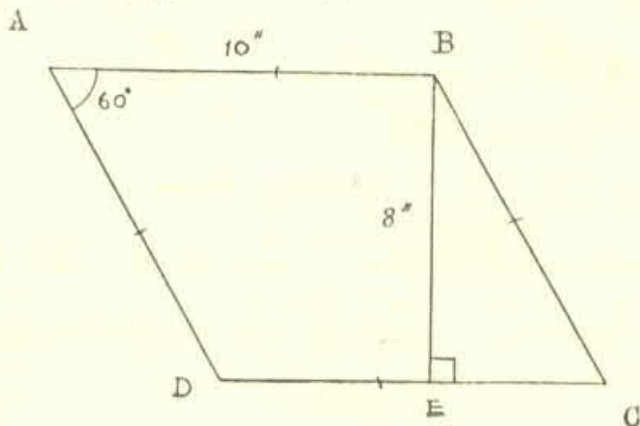
4. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

5. มุมฐาน DC ร่วมและระหว่าง  $HB \parallel DC$

6. ทแยงมุมตัดกัน

6. ให้ ABCD เป็น ☐ ที่มี AB และ AD เป็นด้านประชิดยาวเท่ากันและ  $= 10$  นว

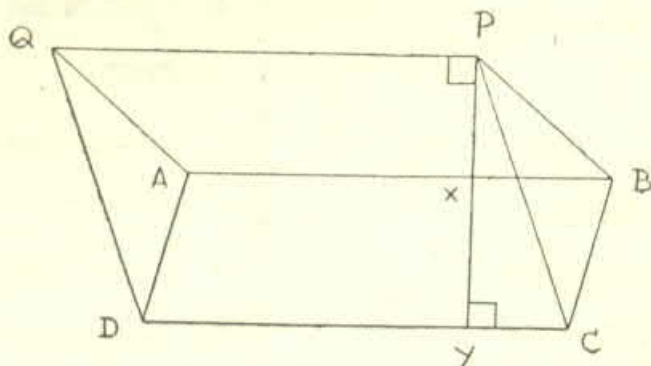
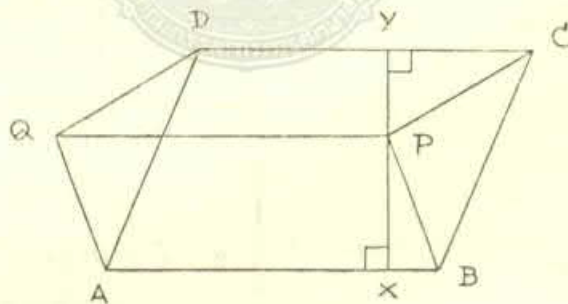
ส่วนสี่เหลี่ยม BE = 8 นว  $\angle BAD = 60^\circ$



1.  $AB=DC=10''$
2.  $BC=AD=10''$
3.  $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$
4.  $\angle ADC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
5.  $\angle ABC = \angle ADC = 120^\circ$
6.  $\angle BCD = \angle BAD = 60^\circ$
7. พ.ท.  $\square ABCD = BE \times DC = 8 \times 10 = 80$  ตารางนิ้ว

1. ก้านตรงข้ามของ  $\square$  ข
2. ก้านตรงข้ามของ  $\square$  ข
3. มุมภายในบนข้างเดียว ของ เส้นคู่ขนาน  
เส้นขนานบวกกัน = 2  $\square$  ข
4. ลบสิ่งเท่ากันออกจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
5. มุมตรงข้ามของ  $\square$  ข ย่อมเท่ากัน
6. มุมตรงข้ามของ  $\square$  ข ย่อมเท่ากัน
7. พ.ท.  $\square$  = สูง  $\times$  ฐาน

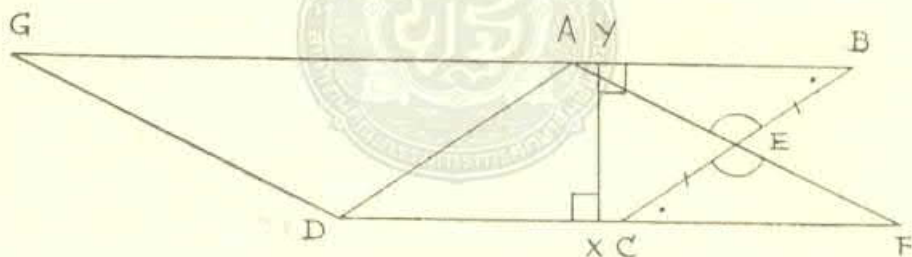
7. ให้  $ABCD$  และ  $ABPQ$  เป็น  $\square$  2 รูปบนฐาน  $AB$  ร่วมกัน ลากเส้นผ่านจุด  $P \perp AB$  ที่  $X$  และ  $CD$  ที่  $Y$  (ทั้ง 2 รูป)



1.  $DC \parallel AB \parallel QP$  และยาวเท่ากัน
2.  $DQ = CP$  และขนานกัน
3.  $DCPQ$  เป็น  $\square$
4.  $\square ABCD \pm \square ABPQ =$   
 $AB \cdot XY \pm AB \cdot XP$
5.  $AB (XY \pm XP) = AB \cdot PY =$   
 $\square DCPQ$
6.  $\therefore \square ABCD \pm \square ABPQ =$   
 $\square DCPQ$

1. ด้านตรงข้าม  $\square$
2. เส้นขนานที่ตัดกัน
3. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน
4.  $\pm$  สิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน
5. พ.ท.  $\square =$  สูง  $\times$  ฐาน
6. จากข้อ 4 และข้อ 5

8. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  ด้าน  $BC$  ถูกแบ่งครึ่งที่  $E$  ลาก  $AE$  ต่อ  $AE, DC$  พบกันที่  $F$ ; ที่  $D$  ลาก  $DG \parallel FA$  พบ  $AB$  ที่  $X$  ออกไป  $Q$  ลาก  $XY$  ให้  $\perp DC$  ที่  $X$  และ  $AB$  ที่  $Y$



1.  $\angle ABE = \angle ECF$
2.  $BE = EC$
3.  $\angle AEB = \angle CEF$
4.  $\triangle AEB \cong \triangle CEF$
5.  $AB = CF$
6.  $DC = AB = CF$
7.  $DF = 2 DC$

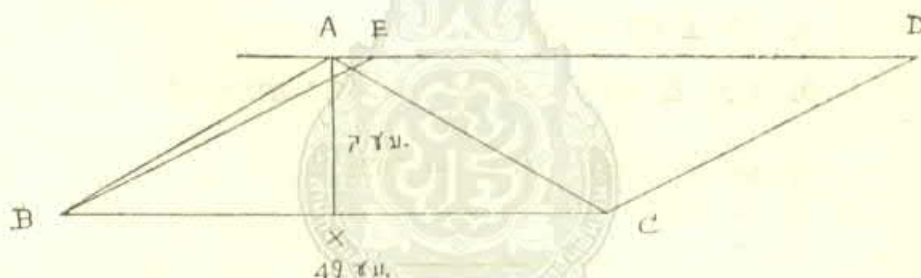
1. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
2. กำหนดให้
3. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน
4. ม.ท.ม. จากข้อ 1 ข้อ 2 และข้อ 3
5. จากข้อ 4
6. เท่ากัน
7. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

- |                                                        |                                                    |
|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 8. $\boxed{ข}$ $AFDG = DF \cdot XY$                    | 8. พ.ท. $\boxed{ข} = \text{สูง} \times \text{ฐาน}$ |
| 9. $DF \cdot XY = 2 DC \cdot XY = 2 \boxed{ข}$<br>ABCD | 9. จากข้อ 7 และข้อ 8                               |
| 10. $\boxed{ข} AFDG = 2 \boxed{ข} ABCD$                | 10. จากข้อ 8 และข้อ 9                              |

### แบบฝึกหัดชุดที่ 6

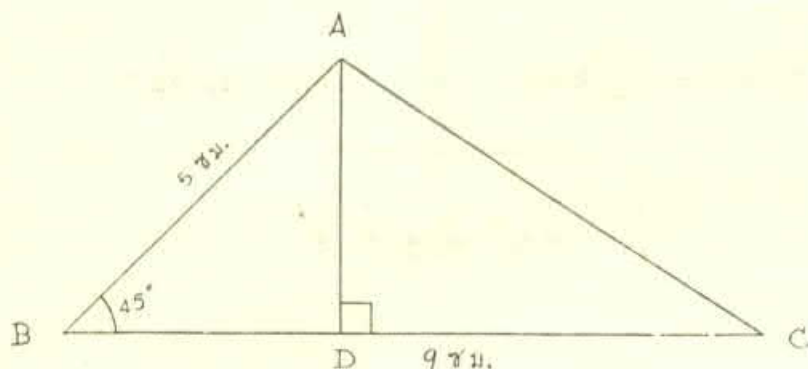
หน้า 38

1. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  ทั่วไปที่มี  $BC$  ยาว 49 ซม.  $AX \perp BC$   
ที่  $X$  ยาว 7 ซม.  $BEDC$  เป็น  $\boxed{ข}$  บนฐาน  $BC$  และมี  $\text{ส่วนสูง} = \triangle ABC$



- |                                                                       |                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. พ.ท. $\triangle ABC = \frac{1}{2}$<br>$\times AX \times BC$        | 1. พ.ท. $\triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$                          |
| 2. พ.ท. $\triangle ABC = \frac{7 \times 49}{2}$<br>$= 171.5$ ตารางซม. | 2. แทนค่าจากกำหนดไว้ในข้อ 1                                                                    |
| 3. $\boxed{ข} BEDC = 2 \triangle ABC$                                 | 3. พ.ท. $\boxed{ข}$ เป็น 2 เท่า $\triangle$ ใดๆ<br>ที่ $\text{สูงเท่ากัน}$ $\text{ฐานเท่ากัน}$ |
| 4. $\boxed{ข} BEDC$<br>$= 343$ ตารางซม.                               | 4. จากข้อ 2 แทนค่าในข้อ 3                                                                      |

2. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  มี  $AB = 5$  ซม.  $\angle ABC = 45^\circ$  และ  $BC = 9$  ซม.



โดยการวัด

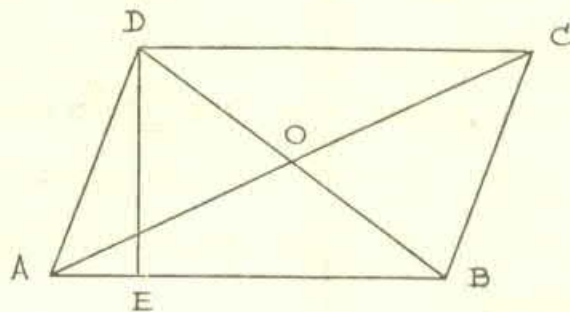
ก.  $AC = 6.5$  ซม.

ข.  $AD \perp BC = 3.5$  ซม.

ค. พ.ท.  $\triangle ABC = \frac{3.5 \times 9}{2} = 157.5$  ตารางซม.

ง.  $\angle BCA = 32\frac{1}{2}^\circ$ ;  $\angle CAB = 102\frac{1}{2}^\circ$

3. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปขนาน มีเนื้อที่ 20.28 ตารางฟุต  $DE$  เป็นเส้นสูง  
 $= 72$  นิ้ว  $AC$  และ  $BD$  ตัดกัน



1.  $\square ABCD$

$= 20.28$  ตารางฟุต

2.  $\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD$

$= 10.14$  ตารางฟุต

3.  $\triangle BCD = \frac{1}{2} \square ABCD$

$= 10.14$  ตารางฟุต

4.  $\triangle CDA = \frac{1}{2} \square ABCD$

$= 10.14$  ตารางฟุต

5.  $\triangle DAB = \frac{1}{2} \square ABCD$

$= 10.14$  ตารางฟุต

1. กำหนดให้

2.  $\triangle = \frac{1}{2} \square$  เมื่อสูงเท่ากันฐาน  
AB ร่วมกัน

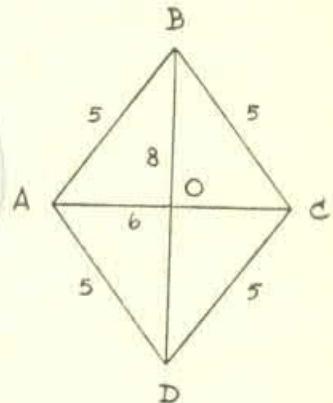
3.  $\triangle = \frac{1}{2} \square$  เมื่อสูงเท่ากันฐาน  
DC ร่วมกัน

4.  $\triangle = \frac{1}{2} \square$  เมื่อสูงเท่ากันฐาน  
DC ร่วมกัน

5.  $\triangle = \frac{1}{2} \square$  เมื่อสูงเท่ากันฐาน  
AB ร่วมกัน

4. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  ด้านยาวด้านละ 5"

$AC = 6''$   $BD = 8''$   $AC$  และ  $BD$  ตัดกัน  
ที่  $O$



1.  $AO = OC = 3''$

2.  $BO = OD = 4''$

3.  $AC \perp BD$  ที่  $O$

4.  $\triangle ABO = \triangle BOC$   
 $= \triangle CDO = \triangle DAO$   
 $= \frac{4}{2} \times 3 = 6$  ตารางนิ้ว

1. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกัน  
และกัน

2. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกัน  
และกัน

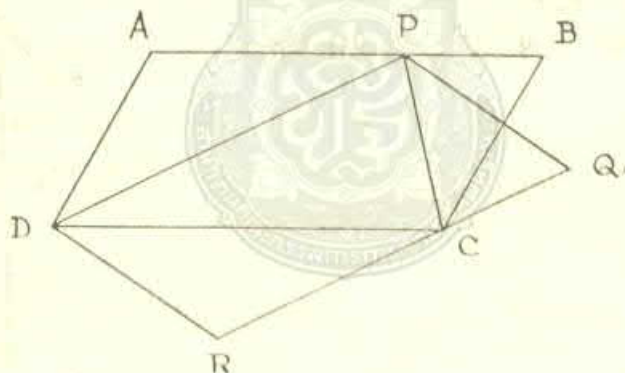
3. ลักษณะสมบัติของ  $\square$

4. พ.ท.  $\triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$

5.  $AB = BC$
6.  $AO = OC$  และ  $BO$  คำนวณ
7.  $\triangle AOB \cong \triangle BOC$
8.  $\angle AOB = \angle BOC$
9.  $\angle AOB = \angle BOC = 120^\circ$
10.  $\angle AOB = \angle BOC$   
 $= \angle COD = \angle DOA = 120^\circ$

5. คำนวณค่าของ  $\angle$
6. จากข้อ 1
7. ค.ค.ค. จากข้อ 5 และข้อ 6
8. จากข้อ 7
9. คำนวณค่าและรวมกัน = 2  $\angle$
10. ในทำนองเดียวกัน จากข้อ 9

5. ให้  $ABCD$  และ  $DPQR$  เป็น  $\square$  2 รูป  
 จาก  $PC$



$$1. \triangle DPC = \frac{1}{2} \square DPQR$$

$$2. \triangle DPC = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$3. \square ABCD = \square DPQR$$

$$1. \triangle = \frac{1}{2} \square \text{ เมื่อคำนวณค่าเหมือนกัน}$$

$$2. \triangle = \frac{1}{2} \square \text{ เมื่อคำนวณค่าเหมือนกัน}$$

$$3. \text{ต่าง} = \text{สิ่งเดียวกัน}$$

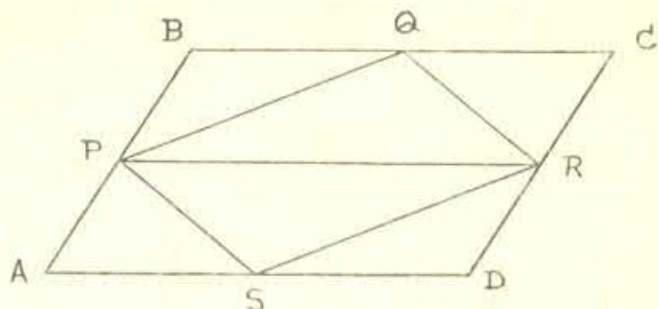
6. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$

รูปหนึ่ง  $P, Q, R, S$

เป็นจุดกึ่งกลางด้าน

ทั้ง 4 ตามลำดับลาก

$PQ, QR, RS, SP$



และข้อ PR

1.  $AP = DR$

2.  $\triangle PSR = \frac{1}{2} \square \triangle APRD$

3.  $\triangle PQR = \frac{1}{2} \square \triangle PBCR$

4.  $\triangle PSR + \triangle PQR$   
 $= \frac{1}{2} [ \square \triangle APRD + \square \triangle PBCR ]$

5.  $\square PQRS = \frac{1}{2} \square ABCD$

1. ทางเป็นครึ่งหนึ่งของด้าน คู่ขนานที่เท่ากัน

2. มีฐาน PR ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน PR, AD ร่วมกัน

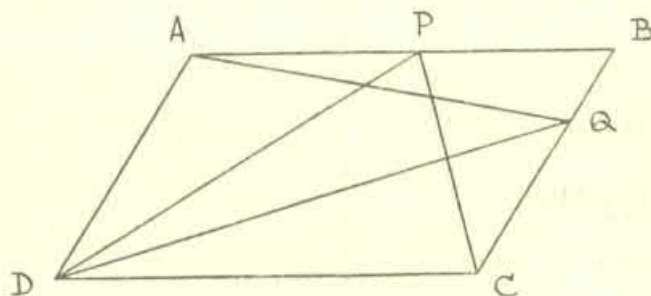
3. มีฐาน PR ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน PR และ BC ร่วมกัน

4. ข้อ 2 = ข้อ 3

5. จากข้อ 4

7. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$   $P$  เป็นจุดใน  $AB$ ,  $Q$  เป็นจุดใน  $BC$

ลาก  $DP, CP$  และ  $AQ, DP$



$$1. \triangle PCD = \frac{1}{2} \boxed{\text{จ}} ABCD$$

$$2. \triangle QAD = \frac{1}{2} \boxed{\text{จ}} ABCD$$

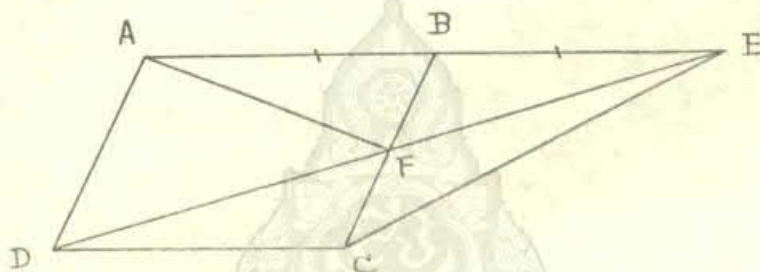
$$3. \triangle PCD = \triangle QAD$$

1. มีฐาน DC ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน  
AB, DC ร่วมกัน

2. มีฐาน AD ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน  
BC, AD ร่วมกัน

3. ต่างเป็นครึ่งของสิ่งเดียวกัน

8. ให้ ABCD เป็น  $\boxed{\text{จ}}$  ทัด AB ด้ง E ให้ BE = AB  
ลาก ED ตัด BC ที่ F ลาก AE และ CE



$$1. AB = BE$$

$$2. \triangle BEC = \frac{1}{2} \boxed{\text{จ}} ABCD$$

$$3. \triangle DCE = \frac{1}{2} \boxed{\text{จ}} ABCD$$

$$4. \triangle BEC = \triangle DCE$$

$$5. \triangle FDC = \triangle BFE$$

$$6. \triangle AFD = \frac{1}{2} \boxed{\text{จ}} ABCD$$

$$7. \triangle ABF + \triangle FDC \\ = \frac{1}{2} \boxed{\text{จ}} ABCD$$

$$8. \triangle ABF + \triangle BFE$$

1. กำหนดให้

2. มีฐานเท่าและอยู่ในคู่ขนานเดียวกัน

3. มีฐาน DC ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน  
AE, DC ร่วมกัน

4. ข้อ 2 = ข้อ 3

5. ทัก  $\triangle CFE$  ออกทั้ง 2 ข้าง

6. มีฐาน AD ร่วมและอยู่ในคู่ขนาน  
BC, AD ร่วมกัน

7. ส่วนที่เหลือจากข้อ 6

8. สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน

$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$9. \triangle AEF = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$10. \triangle BEC = \triangle AFE$$

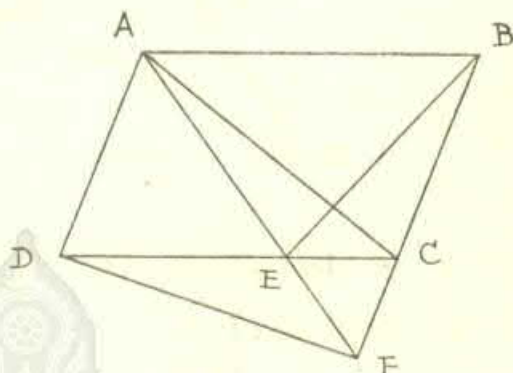
9. จากข้อ 8

$$10. ข้อ 2 = ข้อ 9$$

9. ให้  $\square ABCD$  เป็น  $\square$  E เป็นจุด

ใน DC ทัด AE และ BC

พบกันที่ F ลาก DF, AC, BE



$$1. AD = BC \text{ และขนานกัน}$$

$$2. \triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$3. \triangle ADF = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$4. \triangle ABC = \triangle ADF \dots (1)$$

$$5. \triangle AEB = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$6. \triangle ADE + \triangle BCE$$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$7. \triangle ADE + \triangle DEF$$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$8. \triangle BCE = \triangle DEF$$

$$1. \text{ คำนวณตรงข้ามของ } \square ABCD$$

$$2. \text{ รูป } AB \text{ ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน } AB, DC \text{ ร่วมกัน}$$

$$3. \text{ รูป } AD \text{ ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน } BC, AD \text{ ร่วมกัน}$$

$$4. \text{ ท่าง } = \text{ สิ่งเท่ากัน}$$

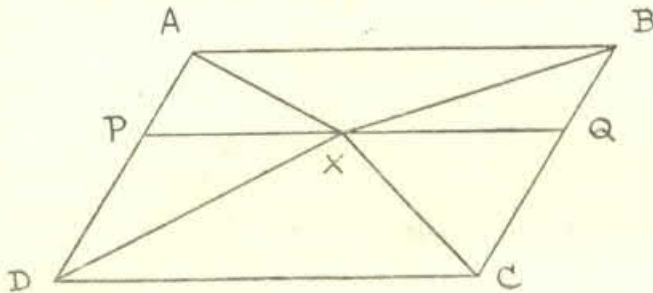
$$5. \text{ รูป } AB \text{ ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน } AB, DC \text{ ร่วมกัน}$$

$$6. \text{ ลบสิ่งเท่ากันออกจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

$$7. \text{ จากข้อ 8}$$

$$8. \text{ หัก } \triangle ADE \text{ จากข้อ 6 และข้อ 7}$$

10. ให้  $X$  เป็นจุด ๆ หนึ่งภายใน  $\square ABCD$  ลาก  $AX, BX, CX, DX$   
ลากเส้นผ่านจุด  $X$  ให้ขนานกับ  $AB$  ตัด  $AD$  และ  $BC$  ที่  $P$  และ  $Q$

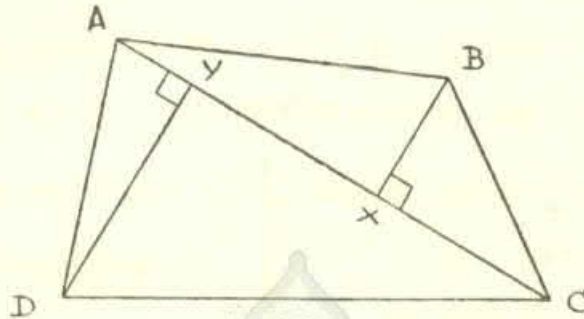


- |                                                                                                    |                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1. $AP \parallel BQ; AB \parallel PQ \parallel DC$                                                 | 1. กำหนดให้ และสร้าง                          |
| 2. $APQB$ เป็น $\square$                                                                           | 2. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน                       |
| 3. $\triangle AXB = \frac{1}{2} \square APQB$                                                      | 3. มีฐาน $AB$ ร่วม และอยู่ในคู่ขนานเดียวกัน   |
| 4. $\triangle APX + \triangle BQX = \frac{1}{2} \square APQB$                                      | 4. ลบสิ่งเท่ากันออกจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน |
| 5. $PQCD$ เป็น $\square$                                                                           | 5. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน                       |
| 6. $\triangle DXC = \frac{1}{2} \square PQCD$                                                      | 6. ฐาน $DC$ ร่วม และอยู่ในคู่ขนานเดียวกัน     |
| 7. $\triangle PXD + \triangle QXC = \frac{1}{2} \square PQCD$                                      | 7. ลบสิ่งเท่ากันออกจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน |
| 8. $\triangle APX + \triangle PXD + \triangle BQX + \triangle QXC = \triangle AXB + \triangle DXC$ | 8. ข้อ 7 + ข้อ 4 = ข้อ 3 + ข้อ 6              |
| 9. $\triangle AXD + \triangle BXC = \triangle AXB + \triangle DXC$                                 | 9. จากข้อ 8                                   |

# แบบฝึกหัดชุดที่ 7

หน้า 43

1. ให้ ABCD เป็น □ รูปทแยง AC เป็นเส้นทแยงมุม  
ลาก BX และ DY ⊥ กับ AC ที่ X และ Y



$$1. \triangle ABC = \frac{1}{2} BX \cdot AC$$

$$2. \triangle ADC = \frac{1}{2} DY \cdot AC$$

$$3. \triangle ABC + \triangle ADC = \frac{1}{2} AC (BX + DY)$$

$$4. \square ABCD = \frac{1}{2} AC (BX + DY)$$

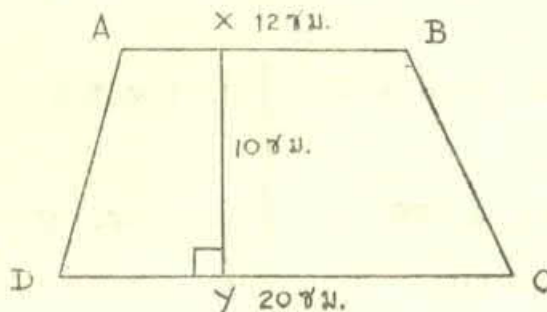
$$1. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$2. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

3. สิ่งเท่ากันรวมกับสิ่งเท่ากันได้เท่ากัน

4. สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน

2. ให้ ABCD เป็น □ คางหม้อ AB // CD AB = 12 ซม.  
CD = 20 ซม. และส่วนสูง = 10 ซม. = XY



$$\begin{aligned}
 1. \text{ พ.ท. } \square \text{ คางหม } ABCD &= \\
 \frac{1}{2} XY (AB + CD) & \\
 = \frac{10}{2} (12 + 20) & \\
 = 160 \text{ ตารางซม.} &
 \end{aligned}$$

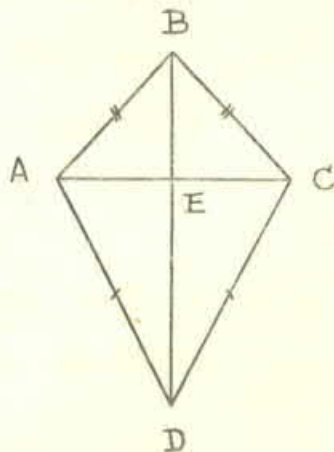
$$\begin{aligned}
 1. \text{ พ.ท. } \square \text{ คางหม } &= \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \\
 \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน} &
 \end{aligned}$$

3. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  คางหม (จากรูปในข้อ 2) มีพื้นที่ 110 ตารางฟุต  $XY$  เป็น  
 ส่วนสูง = 5 ฟุต ด้านคู่ขนานด้านหนึ่ง = 10 ฟุต =  $AB$

$$\begin{aligned}
 1. \text{ พ.ท. } \square \text{ คางหม } ABCD &= \\
 \frac{1}{2} XY (AB + CD) & \\
 110 &= \frac{5}{2} (10 + CD) \\
 \therefore 10 + CD &= \frac{110 \times 2}{5} \\
 CD &= 44 - 10 = 34 \text{ ฟุต}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1. \text{ พ.ท. } \square \text{ คางหม } &= \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \\
 \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน} &
 \end{aligned}$$

4. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปว่าวรูปหนึ่ง มี  $AB = BC$  ;  
 $AD = CD$  ,  $AC = 8$  ซม.  $BD = 4.5$  ซม.



$$\begin{aligned}
 1. \quad AB &= BC ; AD = CD ; BD \\
 \text{ด้านร่วม} &
 \end{aligned}$$

$$2. \triangle ABD \cong \triangle CBD$$

$$3. \angle ABE = \angle EBC$$

$$1. \text{ กำหนดให้ }$$

$$2. \text{ ก.ท.ก. จากข้อ 1}$$

$$3. \text{ จากข้อ 2}$$

$$4. \triangle ABE \cong \triangle BEC$$

$$5. \triangle AEB = \triangle BEC, AE = EC = 1.5$$

$$6. \triangle AEB + \triangle BEC = 2 \triangle$$

$$7. \triangle AEB = \triangle BEC = \triangle$$

$$8. AC \perp BD \text{ ที่ } E$$

$$9. \triangle ABD = \frac{1}{2} AE \cdot BD$$

$$10. 2\triangle ABD = AE \cdot ED \\ = 1.5 \times 4.5$$

$$11. \square ABCD = 2\triangle ABD \\ = 6.75 \text{ ตารางซม.}$$

4. ค.ม.ค. จากข้อ 1 ข้อ 8 และ BE  
คานวาม

5. จากข้อ 4

6. เป็นมุมตรง

7. มุมประชิดเท่ากันรวมกัน = 2  $\triangle$

8. จากข้อ 7

$$9. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

10. แทนค่า พ.ท. จากกำหนดให้และ  
ข้อ 5

11. ส่วนย่อยบวกกัน = ส่วนใหญ่

5. ให้ ABCDE เป็นแผนผังรูปท่อน  
แปลงหนึ่ง

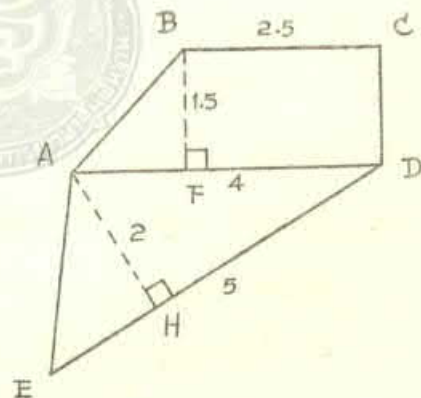
ใช้สเกล 10 ว. ต่อ 1 ซม. ถ้า

BC // AD ยาว 2.5 ซม.

และ 4 ซม. DE = 5 ซม. เส้น

$\perp BF = 1.5$  ซม. เส้น  $\perp AH$

2 ซม.



$$1. \triangle ADE = \frac{1}{2} \times 2 \times 5 \\ = 5 \text{ ตารางซม.}$$

$$2. \square \text{ ทางหมุ่ } ABCD = \frac{1}{2} \times \\ 1.5 \times (2.5 + 4) = 4.875 \\ \text{ตารางซม.}$$

$$1. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$2. \text{พ.ท. } \square \text{ ทางหมุ่ } = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \\ \text{ผลบวกของคานคู่ขนาน}$$

$$3. \text{ รูป } ABCDE = \triangle ADE +$$

$$\square \text{ กว้างมุม } ABCD = 5 +$$

$$4.879 = 9.875 \text{ ตารางมุม.}$$

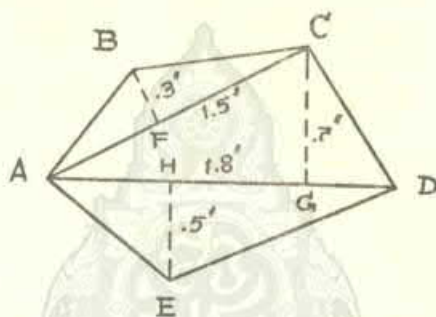
$$4. \text{ รูป } ABCDE = 9.875 \times 100$$

$$= 987.5 \text{ ตารางวา}$$

$$3. \text{ ข้อ } 1 + \text{ ข้อ } 2$$

$$4. \text{ แทนค่าจากข้อ } 3$$

6. ให้ ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยม มี  $AC = 1.5''$ ,  $AD = 1.8''$   
 $BE \perp AC$  ยาว  $.3''$   $CG = .7''$ ,  $HE = .5''$  ให้ 1 ตารางนิ้ว = 50 ไร่



$$1. \triangle ABC = \frac{1}{2} \times .3 \times 1.5$$

$$= .225 \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$2. \triangle ACD = \frac{1}{2} \times .7 \times 1.8$$

$$= .63 \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$3. \triangle AED = \frac{1}{2} \times .5 \times 1.8$$

$$= .45 \text{ ตารางนิ้ว}$$

$$4. \text{ รูป } ABCDE = .225 + .63$$

$$+ .45 = 1.305$$

$$5. \text{ รูป } ABCDE = 1.305 \times 50$$

$$= 65.250 \text{ ไร่}$$

$$1. \text{ พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$2. \text{ พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$3. \text{ พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

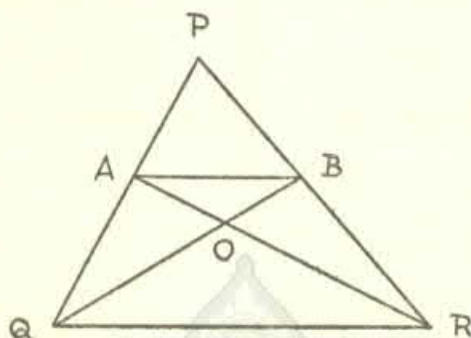
$$4. \text{ ข้อ } 1 + \text{ ข้อ } 2 + \text{ ข้อ } 3$$

$$5. \text{ แทนค่าในข้อ } 4$$

## แบบฝึกหัดที่ 8

หน้า 46

1. ให้  $\triangle PQR$  เป็นรูป  $\triangle$  หนึ่ง  $AB \parallel QR$   
 ลาก  $AB$  ตัดกับ  $QB$  ที่  $O$



$$1. \text{ พ.ท. } \triangle AQR = \text{พ.ท.}$$

$$\triangle BQR \dots (1)$$

$$2. \text{ พ.ท. } \triangle AQB = \text{พ.ท.}$$

$$\triangle ARB \dots (2)$$

$$3. \text{ พ.ท. } \triangle AOQ = \text{พ.ท.}$$

$$\triangle BOR \dots (3)$$

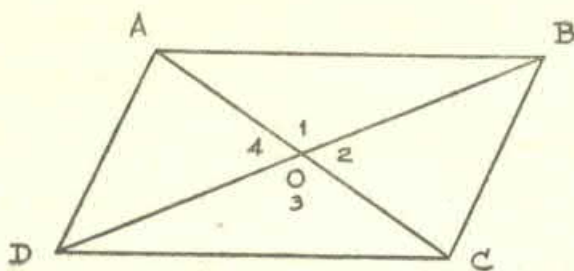
$$1. \triangle \text{ อยุ่คั่นกันและฐาน } QR \text{ เดียวกัน}$$

$$2. \triangle \text{ อยุ่คั่นกันและฐาน } AB \text{ เดียวกัน}$$

$$3. \text{ หัก } \triangle ABO \text{ ออกจากข้อ 1 และ ข้อ 2}$$

2. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  หนึ่ง ให้  $\triangle AOB =$  รูป 1

$$\triangle BOC = \text{รูป 2}; \triangle COD = \text{รูป 3}, \triangle AOD = \text{รูป 4}$$



$$1. AO = OC; DO = OB$$

$$2. \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 1 = \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 2$$

$$3. \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 2 = \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 3$$

$$4. \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 3 = \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 4$$

$$5. \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 1 = \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 2 = \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 3 = \text{พ.ท. } \triangle \text{รูป } 4$$

1. เส้นทแยงมุมของ  $\square$  แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

2. ฐาน  $AO = OC$ ; สูงเท่ากัน

3. ฐาน  $BO = OD$ ; สูงเท่ากัน

4. ฐาน  $CO = OA$ ; สูงเท่ากัน

5. จากข้อ 2 = ข้อ 3 = ข้อ 4

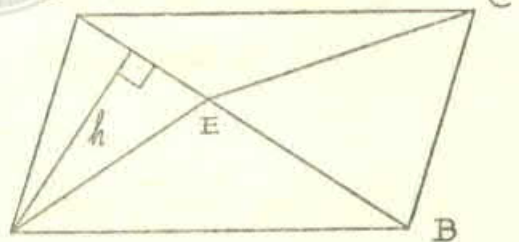
8. ให้ ABCD เป็น  $\square$  E เป็นจุด

ในเส้นทแยงมุม BD

ลาก AE และ CE ลากเส้นส่วน

สูงจาก A  $\perp$  BD สันนิษฐานว่ายาว h

A



$$1. \triangle ABD = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$2. \triangle BCD = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$3. \triangle ABD = \triangle BCD$$

1. ฐาน AB ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน AB, DC ร่วมกัน

2. ฐาน DC ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน AB, DC ร่วมกัน

3. จากข้อ 1 = ข้อ 2

$$4. \triangle ABD = \frac{1}{2} \cdot h \cdot BD =$$

$$\triangle BCD$$

$$5. \therefore \triangle BCD \text{ มี } \frac{\text{ส่วนสูง}}{\text{ทวน}} = h$$

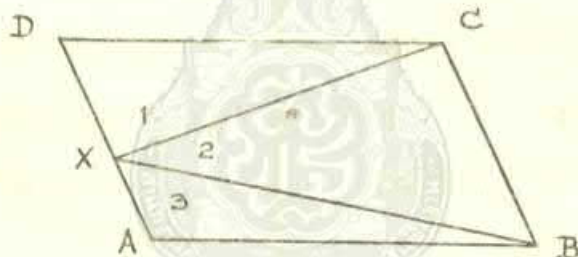
$$6. \triangle BAE = \triangle BEC$$

$$4. \text{ พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$5. \text{ ต่างเท่ากับสิ่งที่เท่ากัน}$$

$$6. \text{ มีส่วนสูง} = h \text{ และฐาน BE}$$

4. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$   $X$  เป็นจุดในทแยง  $AD$  ให้  $\triangle XCD$  เป็น  $\triangle$  รูปที่ 1;  
 $BCX$  เป็น  $\triangle$  รูปที่ 2;  $ABX$  เป็น  $\triangle$  รูปที่ 3;



$$1. \triangle \text{รูปที่ } 2 = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$2. \square ABCD - \triangle \text{รูปที่ } 2 \\ = \triangle \text{รูปที่ } 1 + \triangle \text{รูปที่ } 3$$

$$3. \triangle \text{รูปที่ } 1 + \triangle \text{รูปที่ } 3 = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$4. \triangle \text{รูปที่ } 2 = \triangle \text{รูปที่ } 1 + \triangle \text{รูปที่ } 3$$

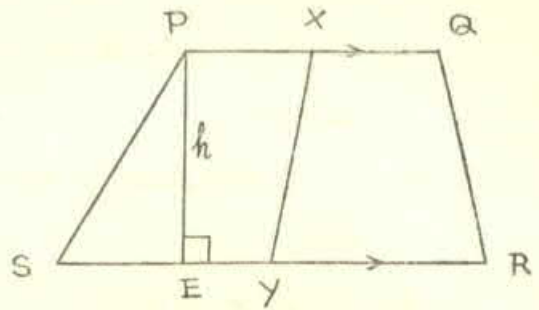
$$1. \text{ ฐาน BC ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน BC, AD ร่วมกัน}$$

$$2. \text{ จากรูป}$$

$$3. \text{ ลบสิ่งเท่ากันจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

$$4. \text{ จากข้อ } 1 = \text{ข้อ } 3$$

5. ให้ PQRS เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง  
 X และ Y เป็นจุดกึ่งกลางของ  
 ด้าน PQ และ RS ซึ่งขนานกัน  
 ลาก XY และลาก P  
 ลากเส้นให้  $\perp$  RS ที่ E สมมติ  
 ยาว h



$$1. \square PXYS = \frac{1}{2} \times h \times$$

$$(PX + SY)$$

$$2. \square QRYX = \frac{1}{2} \times h \times$$

$$(XQ + YR)$$

$$3. PX = XQ; SY = YR$$

$$4. \frac{h}{2} (PX + SY) = \frac{1}{2} h (XQ + YR)$$

$$5. \square PXYS = \square XQRY$$

$$6. \square PXYS + \square XQRY$$

$$= \square PQRS$$

$$7. XY \text{ แบ่งครึ่ง } \square PQRS$$

$$1. \text{พ.ท. } \square = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผล}$$

บวกของด้านคู่ขนาน

$$2. \text{พ.ท. } \square = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผล}$$

บวกของด้านคู่ขนาน

$$3. \text{กำหนดให้}$$

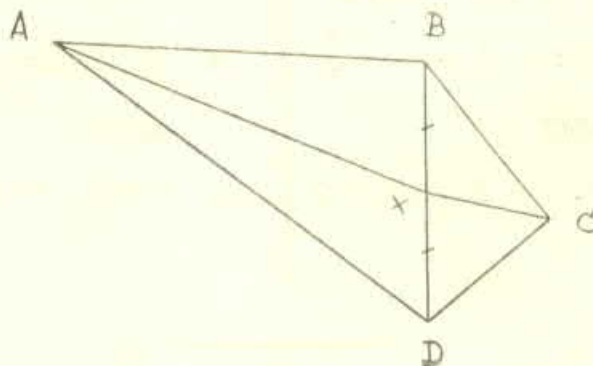
$$4. \text{ผลคูณของสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน}$$

$$5. \text{ต่างเท่ากับสิ่งเท่ากัน}$$

$$6. \text{ส่วนย่อยรวมกัน} = \text{ส่วนใหญ่}$$

$$7. \text{จากข้อ 6}$$

6. ให้ ABCD เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง X เป็นจุดกึ่งกลาง BD  
 ลาก AX, XC



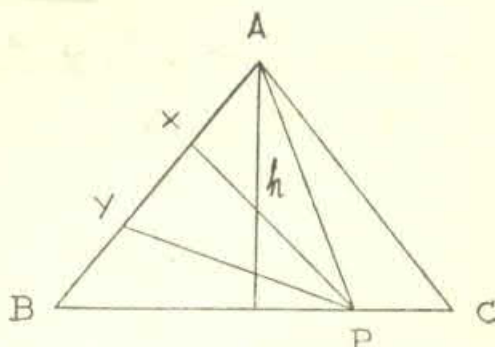
1.  $BX = XD$
2. พ.ท.  $\triangle ABX =$  พ.ท.  $\triangle ADX$
3. พ.ท.  $\triangle CBX =$  พ.ท.  $\triangle CDX$
4. พ.ท.  $\triangle ABX +$  พ.ท.  $\triangle CBX =$  พ.ท.  $\triangle ADX +$  พ.ท.  $\triangle DCX$

5. พ.ท.  $\square AXCB =$  พ.ท.  $\square AXCD$
6. พ.ท.  $\square AXCB +$  พ.ท.  $\square AXCD =$  พ.ท.  $\square ABCD$
7. พ.ท.  $\square AXCD = \frac{1}{2}$  พ.ท.  $\square ABCD$

1. กำหนดให้
2. ฐาน  $BX =$  ฐาน  $XD$  และสูงเท่ากัน
3. ฐาน  $BX =$  ฐาน  $XD$  และสูงเท่ากัน
4. ข้อ 2 = ข้อ 3

5. จากข้อ 4 สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน
6. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่
7. จากข้อ 6

7. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง  $X$  และ  $Y$  แบ่ง  $AB$  ออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน  $P$  เป็นจุดใน  $BC$  ทำให้  $PC = \frac{1}{4} BC$ ; จาก  $A$  ลากเส้นส่วนสูง  $\perp BC$  สมมติว่ายาว  $h$ .



1.  $AX = XY = YB$
2. พ.ท.  $\triangle PAX =$  พ.ท.  $\triangle PXY =$  พ.ท.  $\triangle PYB$

1. กำหนดให้
2. สูงเท่ากันฐานเท่ากัน

$$3. PC = \frac{BC}{4}$$

$$4. \text{พ.ท. } \triangle APC = \frac{h}{2} PC \\ = \frac{h}{2} \frac{BC}{4}$$

$$5. \triangle ABC = \frac{h}{2} BC$$

$$6. \text{พ.ท. } ABC = 4 \text{ พ.ท. } \triangle APC$$

$$7. \text{พ.ท. } \triangle APB = 3 \text{ เท่า พ.ท. } \triangle APC$$

$$8. \text{พ.ท. } \triangle APB = \text{พ.ท. } \triangle PAX \\ + \text{พ.ท. } \triangle PXY + \text{พ.ท. } \triangle PYB$$

$$9. \text{พ.ท. } \triangle APX = \text{พ.ท. } \triangle PXY = \text{พ.ท. } \triangle YPB = \text{พ.ท. } \triangle APC$$

$$10. \therefore \text{พ.ท. } \triangle APX = \text{พ.ท. } \triangle PXY = \text{พ.ท. } \triangle YPB = \text{พ.ท. } \triangle APC = \text{พ.ท. } \triangle \frac{ABC}{4}$$

8. กำหนดให้

$$4. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$5. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

6. ฐานเป็น 4 เท่า พ.ท. เป็น 4 เท่า  
ด้วย

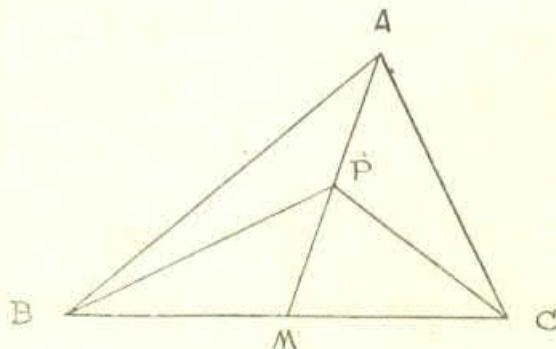
7. ส่วนย่อย + กัน = ส่วนใหญ่

8. ส่วนย่อย + กัน = ส่วนใหญ่

9. จากข้อ 2

10. จากข้อ 9 และข้อ 6

8. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง  $M$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $BC$  ลาก  $AM$ ;  $P$  เป็นจุดใน  $AM$  ลาก  $BP$  และ  $PC$



$$1. \text{พ.ท. } \triangle PBM = \text{พ.ท. } \triangle PMC$$

$$2. \text{พ.ท. } \triangle ABM = \text{พ.ท. } \triangle AMC$$

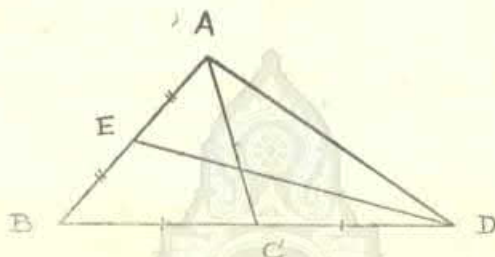
$$3. \text{พ.ท. } \triangle ABP = \text{พ.ท. } \triangle APC$$

$$1. \text{มีข้อคและสูงเท่าฐาน } BM = MC$$

$$2. \text{มีข้อคและสูงเท่าฐาน } BM = MC$$

$$3. \text{จากข้อ 1 และข้อ 2 — สันเท่ากันเหลือเท่ากัน}$$

9. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง ต่อ  $BC$  ออกไปถึง  $D$  โดยให้  $DC = CB$ ;  $E$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AB$  ลาก  $ED$  และต่อ  $AD$



$$1. BC = CD ; AE = EB$$

$$2. \text{พ.ท. } \triangle ABC = \text{พ.ท. } \triangle ACD$$

$$3. \text{พ.ท. } \triangle ABC + \text{พ.ท. } \triangle ACD = \text{พ.ท. } \triangle ABD$$

$$4. \text{พ.ท. } \triangle ABC = \frac{1}{2} \text{พ.ท. } \triangle ABD$$

$$5. \text{พ.ท. } \triangle ADE = \text{พ.ท. } \triangle BDE$$

$$6. \text{พ.ท. } \triangle ADE + \text{พ.ท. } \triangle BDE = \text{พ.ท. } \triangle ABD$$

$$7. \text{พ.ท. } \triangle BDE = \frac{1}{2} \text{พ.ท. } \triangle ABD$$

$$8. \text{พ.ท. } \triangle ABC = \text{พ.ท. } \triangle BDE$$

$$1. \text{กำหนดให้}$$

$$2. \text{ฐาน } BC = \text{ฐาน } CD \text{ และสูงเท่ากัน}$$

$$3. \text{ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่}$$

$$4. 2 \text{ เท่าส่วนย่อย = ส่วนใหญ่}$$

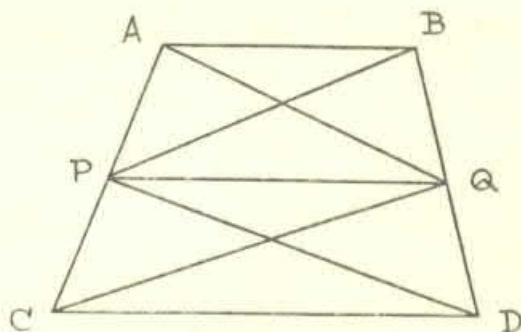
$$5. \text{ฐาน } AE = \text{ฐาน } EB \text{ และสูงเท่ากัน}$$

$$6. \text{ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่}$$

$$7. 2 \text{ เท่าส่วนย่อย = ส่วนใหญ่}$$

$$8. \text{จากข้อ 4 = ข้อ 7 ต่าง = สันเดียวกัน}$$

10. ให้  $AB, PQ$  และ  $CD$  เป็นเส้นตรง 3 เส้นขนานกัน  $P$  อยู่ในเส้น  $AC$  และ  $Q$  อยู่ในเส้น  $BD$



$$1. AB \parallel PQ \parallel CD$$

$$2. \text{พ.ท. } \triangle BPQ = \text{พ.ท. } \triangle APQ$$

$$3. \text{พ.ท. } \triangle CPQ = \text{พ.ท. } \triangle DPQ$$

$$4. \text{พ.ท. } \triangle BPQ + \text{พ.ท. } \triangle CPQ \\ = \text{พ.ท. } \triangle APQ + \text{พ.ท. } \triangle DPQ$$

$$5. \text{พ.ท. } \square APCQ = \text{พ.ท. } \square APDQ$$

1. กำหนดให้

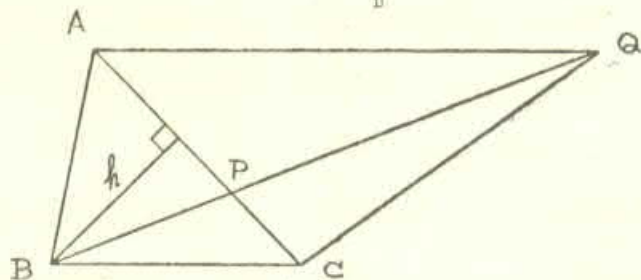
2. ฐาน PQ ร่วม และอยู่ในคู่ขนาน AB, PQ ร่วมกัน

3. ฐาน PQ ร่วมและอยู่ในคู่ขนาน PQ, CD ร่วมกัน

4. จากข้อ 1 + ข้อ 2

5. สี่เหลี่ยมผืนผ้าสี่เหลี่ยมย่อมเท่ากัน

11. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง P เป็นจุดบนเส้น  $AC$   $CP = \frac{CA}{3}$  ต่อ BP ไปถึง Q ซึ่ง  $AQ \parallel BC$  จาก B ลากเส้นส่วนสูง  $\perp AC$  สมมติยาว  $= h$



$$1. CP = \frac{CA}{3}$$

$$2. AP = \frac{2}{3} CA$$

$$3. \triangle APB = \frac{h}{2} AP = \frac{h}{2} \cdot \frac{2}{3} CA$$

1. กำหนดให้

2. ส่วนย่อยเหลือจากข้อ 1

$$3. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$4. \triangle ABC = \triangle CPQ$$

$$5. \triangle ABP = \triangle CPQ = \frac{h}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot CA$$

$$6. \triangle ABC = \frac{h}{2} \cdot CA$$

$$7. \frac{\triangle CPQ}{\triangle ABC} = \frac{\frac{h}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot CA}{\frac{h}{2} \cdot CA} = \frac{2}{3}$$

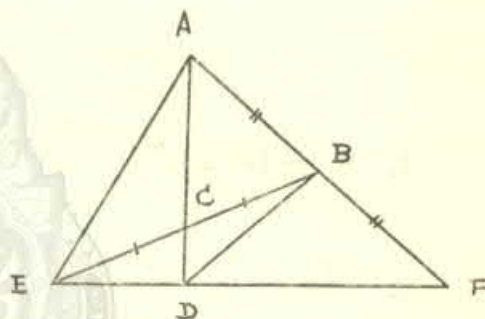
4. ฐาน BC ร่วมและอยู่ในคู่ขนาน BC, AQ  
รวมกัน

5. ทัก  $\triangle PBC$  ออกทั้ง 2 ข้าง

$$6. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$7. \text{ข้อ 5} \div \text{ข้อ 6}$$

12. ให้  $\triangle AEF$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง B เป็น  
จุดกึ่งกลาง AF และ C เป็นจุด  
กึ่งกลาง BE ต่อ AC พบ EF  
ที่ D



$$1. AB = BF$$

$$2. \triangle FBD = \triangle ADB$$

$$3. BC = CE$$

$$4. \triangle ACB = \triangle ACE$$

$$5. \triangle DCB = \triangle DCE$$

$$6. \triangle ACB + \triangle DCB = \triangle ACE + \triangle DCE$$

$$7. \triangle ADB = \triangle ADE$$

$$8. \triangle FBD = \triangle ADB = \triangle ADE$$

1. กำหนดให้

2. ฐาน AB = ฐาน BF และสูงเท่ากัน

3. กำหนดให้

4. ฐาน BC = ฐาน CE และสูงเท่ากัน

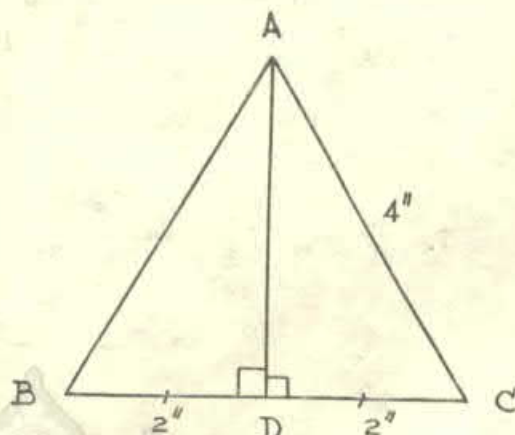
5. ฐาน BC = ฐาน CE และสูงเท่ากัน

6. จากข้อ 4 + ข้อ 5

7. สิ่งเท่ากันบวก สิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

8. จากข้อ 2 = ข้อ 7

1. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  ด้านเท่า  
 มี  $AB = BC = CA = 4$  นิ้ว  
 ลากเส้นสูง  $AD \perp BC$  ที่  $D$



1.  $BD = DC = 2$

2.  $\angle ADB = 90^\circ$

3.  $AB^2 = AD^2 + BD^2$

4.  $AD^2 = AB^2 - BD^2$   
 $= 16 - 4 = 12$

5.  $AD = 2\sqrt{3} = 2 \times 1.732$   
 $= 3.464$

1. ลากจากยอด  $\triangle$  ด้านเท่า  $\perp$  ฐาน  
 ย่อมแบ่งครึ่งฐาน

2. กำหนดให้

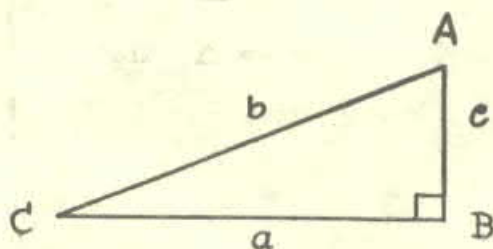
3. ☐ ยนด้านตรงฉาก = ผลบวก

- ☐ ยนอีก 2 ด้าน

4. แทนค่าจากกำหนดให้และข้อ 2

5. ด้านของ ☐ จากข้อ 4

2. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  มุมฉาก  
 มีด้านประกอบมุมฉาก  $AB = 5$   
 และ  $BC = 12$



$$1. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 5^2 + 12^2$$

$$2. AC = \sqrt{25 + 144}$$

$$= 18''$$

1. ☐ ขนค้ำตรงฉาก = ผลบวกของ  
☐ ขนอีก 2 ค้ำ

2. จากข้อ 1

9. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  มุมฉาก

$$\hat{A} \hat{B} = \text{มุมฉาก}$$

ก.  $a = 4''$ ,  $c = 9''$

$$1. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 9 + 16$$

$$2. AC = \sqrt{25} = 5$$

ข.  $a = 14$  ซ.ม.  $c = 9$  ซ.ม.

$$1. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 14^2 + 9^2$$

$$2. AC = 15 \text{ ซ.ม.}$$

ค.  $b = 13$  ฟุต  $a = 12$  ฟุต

$$1. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

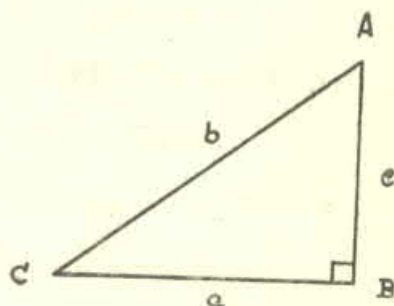
$$2. AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$= 13^2 - 12^2$$

$$3. AB = 5 \text{ ฟุต}$$

ง.  $b = 25$  เมตร  $a = 24$  เมตร

$$1. AC^2 = AB^2 + BC^2$$



1. ☐ ขนค้ำตรงฉาก = ผลบวก  
 ของ ☐ ขนอีก 2 ค้ำ

2. จากข้อ 1

1. ☐ ขนค้ำตรงฉาก = ผลบวก  
 ของ ☐ ขนอีก 2 ค้ำ

2. จากข้อ 1

1. ☐ ขนค้ำตรงฉาก = ผลบวก  
 ของ ☐ ขนอีก 2 ค้ำ

2. จากข้อ 1

8. จากข้อ 2

1. ☐ ขนค้ำตรงฉาก = ผลบวก  
 ของ ☐ ขนค้ำอีก 2 ค้ำ

$$2. AB^2 = AC^2 - BC^2 \\ = 25^2 - 24^2$$

$$3. AB = 7 \text{ เมตร}$$

$$7. C = 7 \text{ หลา } b = 25 \text{ หลา}$$

$$1. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$2. BC^2 = AC^2 - AB^2 \\ = 25^2 - 7^2$$

$$3. BC = 24 \text{ หลา}$$

$$ค. c = 5 \text{ ไมล์ } b = 13 \text{ ไมล์}$$

$$1. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$2. BC^2 = AC^2 - AB^2 \\ = 13^2 - 5^2$$

$$3. BC = 12 \text{ ไมล์}$$

2. จากข้อ 1

3. จากข้อ 2

1. ☐ บนด้านตรงฉาก = ผลบวก  
ของ ☐ บนอีก 2 ด้าน

2. จากข้อ 1

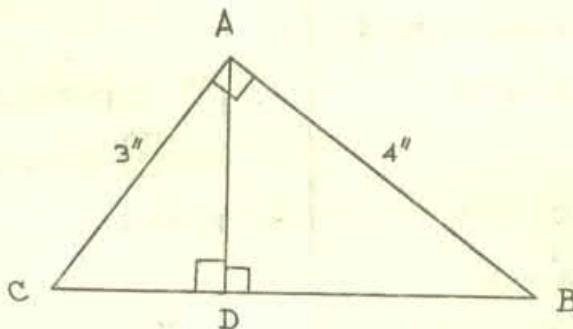
3. จากข้อ 2

1. ☐ บนด้านตรงฉาก = ผลบวก  
ของ ☐ บนอีก 2 ด้าน

2. จากข้อ 1

3. จากข้อ 2

4. ให้ ABC เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง มี  $\angle A = 90^\circ$ ; ถ้า  $AD \perp BC$  ที่ D  $AB = 4''$   
 $AC = 3''$



$$1. BC^2 = AB^2 + AC^2 \\ = 16 + 9 = 25$$

$$2. BC = 5''$$

1. ☐ บนด้านตรงฉาก = ผลบวก  
ของ ☐ บนอีก 2 ด้าน

2. จากข้อ 1

$$\begin{aligned} 3. \quad AD^2 &= AC^2 - CD^2 \\ &= 9 - CD^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad AD^2 &= AB^2 - BD^2 \\ &= 16 - BD^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad \therefore 9 - CD^2 &= 16 - BD^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad BD^2 &= (BC - CD)^2 \\ &= (BC^2 - 2BC \cdot CD + CD^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad 9 - CD^2 &= 16 - BC^2 \\ &\quad + 2BC \cdot CD - CD^2 \end{aligned}$$

$$8. \quad CD = 1.8$$

$$9. \quad BD = 3.2$$

$$10. \quad AD = 2.4$$

3. ☐ ขนค้ำตรงข้ามมุมแหลม  
= ผลต่างของ ☐ ขนค้ำตรงฉาก  
กับ ☐ ขนอีกด้าน

4. ☐ ขนค้ำตรงข้ามมุมแหลม  
= ผลต่างของ ☐ ขนค้ำตรงฉาก  
กับ ☐ ขนอีกด้าน

5. ข้อ 3 = ข้อ 4

6. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

7. แทนค่าในข้อ 5

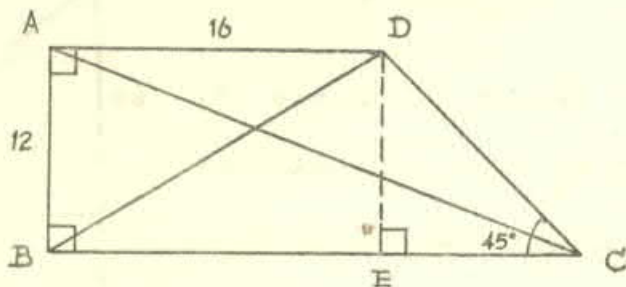
8. จากข้อ 7

9. จากข้อ 7

10. จากข้อ 5

5. ให้  $\triangle ABCD$  เป็น  $\square$  ทางมุม มี  $AD = 16$   $AB = 12$  และ  $\angle BCD = 45^\circ$

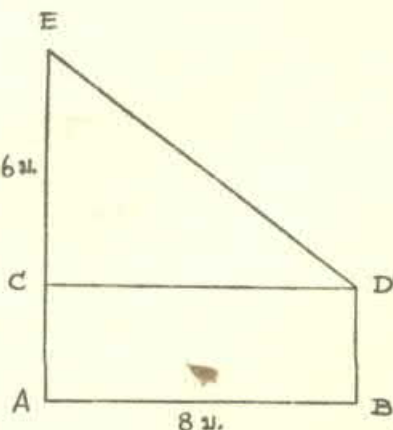
จาก D ลาก  $DE \perp BC$  ที่ E,  $\angle A = \angle B = \angle$  ลาก AC และ BD



1.  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{E} = 90^\circ$
2. ABCD เป็น  $\square$
3.  $BE = AD = 16$  และ  
 $DE = AB = 12$
4.  $\hat{EDC} = 45^\circ$
5.  $DE = EC = 12$
6.  $BC = BE + EC = 16 + 12$   
 $= 28$
7.  $CD^2 = DE^2 + EC^2 = 144$   
 $+ 144 = 288$
8.  $CD = 17$  (ประมาณ)
9.  $BD^2 = 16^2 + 12^2 = 400$
10.  $BD = 20$
11.  $AC^2 = 12^2 + 28^2 = 928$
12.  $AC = 30.4$

1. กำหนดให้
2. มุมทุกมุมเป็น  $90^\circ$
3. ด้านตรงข้ามของ  $\square$
4.  $180^\circ - \hat{DBC} - \hat{DCE}$
5. ด้านเท่าของ  $\triangle$  หน้าजू
6. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่
7.  $\square$  บนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  
 $\square$  บนอีก 2 ด้าน
8. จากข้อ 7
9.  $\square$  บนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  
 $\square$  บนอีก 2 ด้าน
10. จากข้อ 10
11.  $\square$  บนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  
 $\square$  บนอีก 2 ด้าน
12. จากข้อ 12

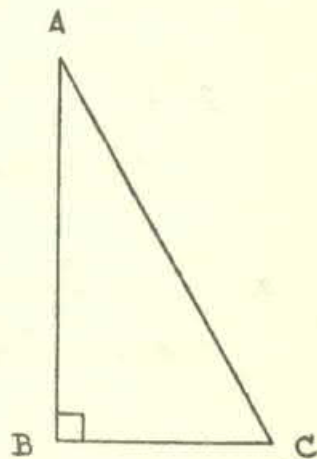
6. ให้ AB เป็นความกว้างของคู = 8 เมตร  
AE เป็นฝั่งสูงกวาอีกฝั่งคือ  $BD = CE = 6$   
เมตร และ ED เป็นไม้ยาวที่คล้องการ



1.  $\frac{A}{A} = \frac{A}{B} = \frac{1}{2}$
2.  $CD \parallel AB$  และยาวเท่ากัน
3.  $AC = BD; CD = AB = 8$  ม.
4.  $ED^2 = CE^2 + CD^2 = 36 + 64 = 100$
5.  $ED = 10$  เมตร

1. กำหนดให้
2. ส่วนเท่ากันของฟังก์ชัน
3. ค่าตรงข้ามของ  $\frac{1}{2}$  บ่อมเท่ากัน
4.  $\frac{1}{2}$  บนค่าตรงข้าม = ผลบวกของ  $\frac{1}{2}$  บนอีก 2 ด้าน
5. จากข้อ 4

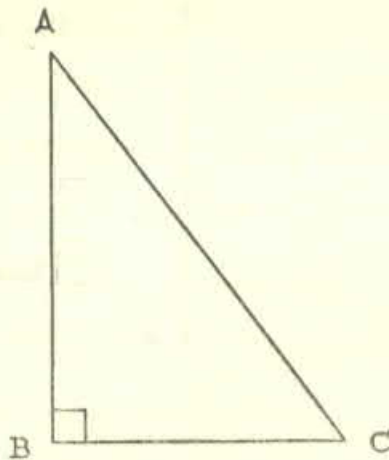
7. ให้  $AB$  เป็นเสาสองสูง 24 เมตร  $AC$  เป็นเชือกผูกสูง = 25 ม. และ  $C$  เป็นตำแหน่งที่คนใช้ผูกขึ้นสู่เสายืน



1.  $AC^2 = AB^2 + BC^2$
2.  $BC^2 = 25^2 - 24^2 = 7^2$
3.  $BC = 7$  เมตร

1.  $\frac{1}{2}$  บนค่าตรงข้าม = ผลบวกของ  $\frac{1}{2}$  บนอีก 2 ด้าน
2. จากข้อ 1
3. จากข้อ 2

8. ให้  $AC$  เป็นบันไดยาว 5 เมตร วางพาดกำแพง  $AB$  ซึ่งสูง 4 ม.  $BC$  เป็นระยะที่โคนบันไดห่างจากกำแพง



$$1. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$2. BC^2 = 5^2 - 4^2 = 9$$

$$3. BC = 3 \text{ เมตร}$$

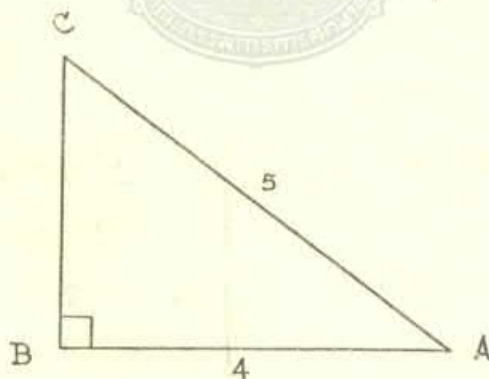
1. ☐ ขนค้ำตรงฉาก = ผลบวกของ

☐ ขนอีก 2 ค้ำ

2. จากข้อ 1

3. จากข้อ 2

9. ให้ A เป็นเรือขอยุ่ห่างจากตลิ่งในระยะ AB ซึ่งยาว 4 วา BC เป็นความสูงของตลิ่งจากกระดาน และ AC เป็นความยาวเชือกผูกเรือมาถึงตลิ่ง 5 วา



$$1. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$2. BC^2 = AC^2 - AB^2 = 25 - 16 = 9$$

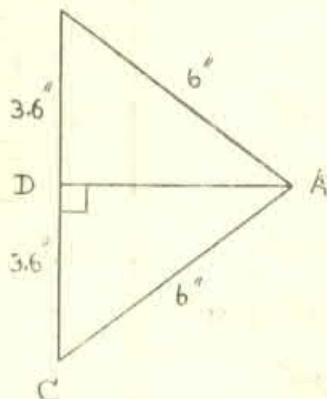
$$3. BC = 3 \text{ วา}$$

1. ☐ ขนค้ำตรงฉาก = ผลบวก  
ของ ☐ ขนอีก 2 ค้ำ

2. จากข้อ 1

3. จากข้อ 2

10. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  หน้าที่มี  $AB = AC = 6''$   $BC = 7.2''$   
 ลาก  $AD \perp BC$  ที่  $D$

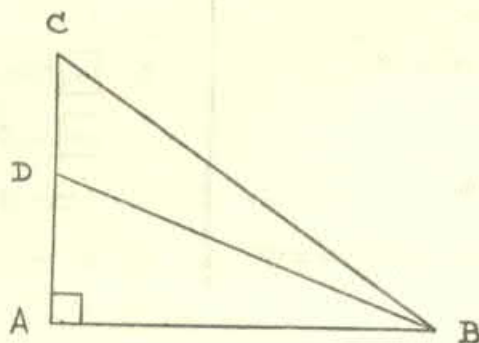


- |                                          |                                                                                                  |
|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$  | 1. กำหนดให้                                                                                      |
| 2. $BD = DC = \frac{7.2}{2} = 3.6$ เมตร  | 2. ลากเส้นจากมุมยอด $\triangle$ หน้าที่<br>$\perp$ ขั้วแบ่งครึ่งฐาน                              |
| 3. $AB^2 = BD^2 + DA^2$                  | 3. <input type="checkbox"/> ขนค้ำตรงฉาก = ผลบวกของ<br><input type="checkbox"/> ขนค้ำประกอบมุมฉาก |
| 4. $AD^2 = 6^2 - 3.6^2 = 9.6 \times 2.4$ | 4. จากข้อ 3                                                                                      |
| 5. $AD = 4.8''$                          | 5. จากข้อ 4                                                                                      |

แบบฝึกหัดที่ 10

หน้า 52

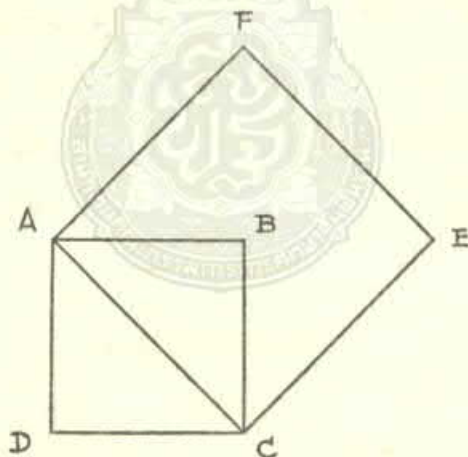
1. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  หน้าที่มี  $\angle A$  เป็นมุมฉาก จาก  $B$  ลากเส้นไปพบ  $AC$  ที่  $D$



1.  $\angle CAB = 90^\circ$
2.  $BC^2 = AB^2 + AC^2$
3.  $BD^2 = AD^2 + AB^2$
4.  $AD^2 = BD^2 - AB^2$
5.  $BC^2 + AD^2 = \cancel{AB^2} + AC^2 + BD^2 - \cancel{AB^2}$

1. กำหนดให้
2. ☒ ขนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ ☒ ขนอีก 2 ด้าน
3. ☒ ขนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ ☒ ขนอีก 2 ด้าน
4. จากข้อ 3
5. ข้อ 2 + ข้อ 4

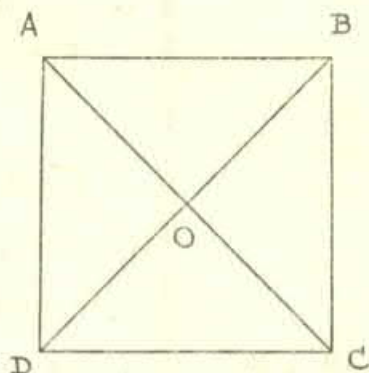
2. ให้ ABCD เป็น ☒ สร้างขนด้าน AB มี AC เป็นเส้นทแยงมุม ACEF เป็น ☒ สร้างบนเส้นทแยง AC



1.  $\angle ADC = 90^\circ$
2.  $AC^2 = AD^2 + DC^2$
3.  $AD^2 = DC^2$
4.  $AC^2 = AD^2 + DC^2 = 2AD^2$

1. กำหนดให้
2. ☒ ขนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ ☒ ขนอีก 2 ด้าน
3. ด้านของ ☒ ย่อมเท่ากัน
4. จากข้อ 2 และข้อ 3

3. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง  $AC$  และ  $BD$  เป็นเส้นทแยงมุมตัดกัน และแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันที่  $O$



1.  $AO = BO = CO = DO$

2.  $\angle AOB = 90^\circ$

3.  $AB^2 = AO^2 + OB^2$

4.  $AB^2 = 2AO^2$

1. เส้นทแยงมุมของ  $\square$  ยาวเท่ากัน และแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

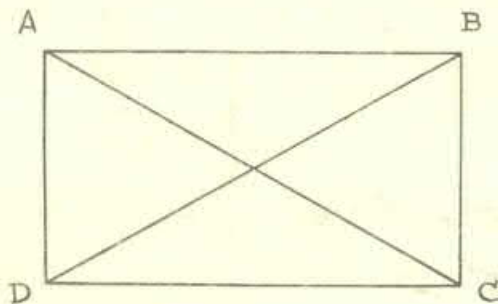
2. เส้นทแยงมุมของ  $\square$  ย่อมตั้งฉากกัน

3.  $\square$  बनकान्त्रणक = फलबुव्णखण्ण

$\square$  बनखण्ण 2 कान्

4. कान्खण्ण 1 และखण्ण 8

4. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง  $AC$  และ  $BD$  เป็นเส้นทแยงมุม



1.  $AC = BD$

2.  $\hat{B} = \hat{C} = \boxed{B}$

3.  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

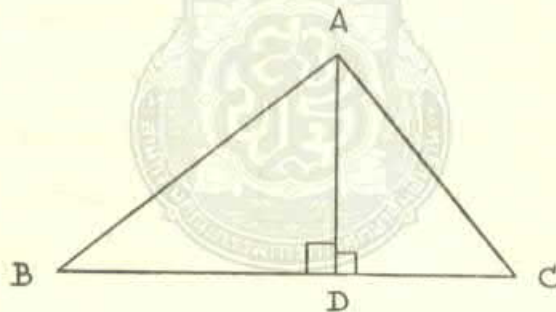
4.  $BD^2 = DC^2 + BC^2$

5.  $BC = AD$

6.  $BD^2 = DC^2 + AD^2$

7.  $AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2$

5. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง ลาก  $AD \perp BC$  ที่  $D$



1.  $\hat{ADB} = \hat{ADC} = \boxed{B}$

2.  $AB^2 = AD^2 + BD^2$

3.  $AC^2 = AD^2 + DC^2$

4.  $AB^2 - AC^2 = \cancel{AD^2} + BD^2 - \cancel{AD^2} - DC^2$

1. เส้นทแยงมุมของ  $\boxed{E}$  ย่อมเท่ากัน2. มุมของ  $\boxed{C}$ 3.  $\boxed{B}$  ยืนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  $\boxed{C}$  ยืนอีก 2 ด้าน4.  $\boxed{C}$  ยืนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  $\boxed{B}$  ยืนอีก 2 ด้าน5. ด้านตรงข้ามของ  $\boxed{E}$ 

6. แทนค่าจากข้อ 5 ในข้อ 4

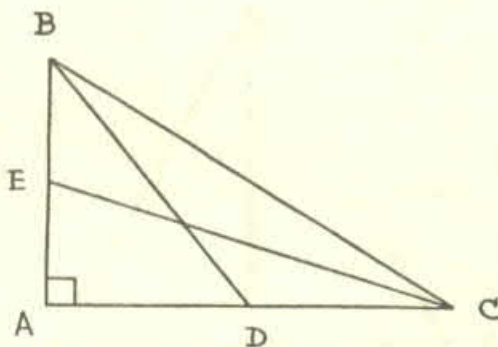
7. ข้อ 3 + ข้อ 6

1. กำหนดให้

2.  $\boxed{C}$  ยืนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  $\boxed{B}$  ยืนอีก 2 ด้าน3.  $\boxed{C}$  ยืนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  $\boxed{B}$  ยืนอีก 2 ด้าน

4. ข้อ 2 - ข้อ 3

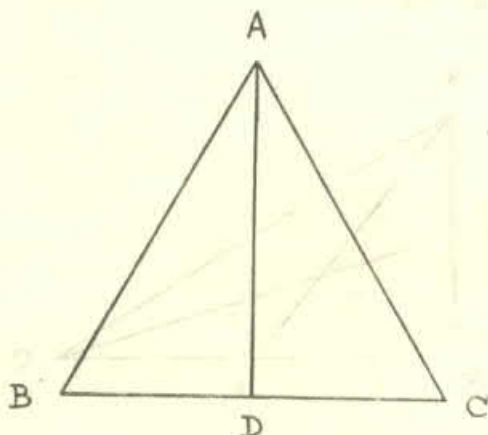
6. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  มี  $\angle A = 90^\circ$  BD และ CE เป็นเส้นมัธยฐาน ลากจาก B, C ไปยังด้าน AC และ AB ที่ D และ E



- |                                       |                                                                                                   |
|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\angle BAC = 90^\circ$            | 1. กำหนดให้                                                                                       |
| 2. $BD^2 = AB^2 + AD^2$               | 2. <input type="checkbox"/> ขนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ<br><input type="checkbox"/> ขนอีก 2 ด้าน      |
| 3. $AD = \frac{AC}{2}$                | 3. กำหนดให้                                                                                       |
| 4. $BD^2 = AB^2 + \frac{AC^2}{4}$     | 4. แทนค่าจากข้อ 3                                                                                 |
| 5. $4BD^2 = 4AB^2 + AC^2$             | 5. จากข้อ 4                                                                                       |
| 6. $CE^2 = AE^2 + AC^2$               | 6. <input type="checkbox"/> ขนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ<br><input type="checkbox"/> ขนอีก 2 ด้าน      |
| 7. $AE = \frac{AB}{2}$                | 7. กำหนดให้                                                                                       |
| 8. $CE^2 = \frac{AB^2}{4} + AC^2$     | 8. แทนค่าจากข้อ 7                                                                                 |
| 9. $4CE^2 = AB^2 + 4AC^2$             | 9. จากข้อ 8                                                                                       |
| 10. $4(BD^2 + CE^2) = 5(AB^2 + AC^2)$ | 10. ข้อ 5 + ข้อ 10                                                                                |
| 11. $BC^2 = AB^2 + AC^2$              | 11. <input type="checkbox"/> ขนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ<br><input type="checkbox"/> ขนด้านอีก 2 ด้าน |
| 12. $4(BD^2 + CE^2) = 5BC^2$          | 12. แทนค่าจากข้อ 1 ในข้อ 10                                                                       |

๗๖

7. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  ค้างเท้า  $AD \perp BC$  ที่  $D$



1.  $BD = DC = \frac{AB}{2}$

2.  $\angle ADB = 90^\circ$

3.  $AB^2 = AD^2 + BD^2 = AD^2 + \frac{BC^2}{4}$   
 $+ \frac{BC^2}{4} = AD^2 + \frac{AB^2}{4}$

4.  $\therefore 3 AB^2 = 4 AD^2$

1. ลากเส้นจากยอด  $\triangle$  ค้างเท้า  $\perp$

ฐานย่อมแบ่งครึ่งฐาน

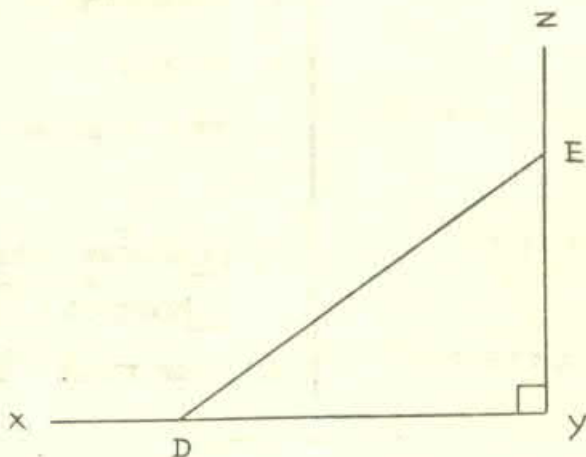
2. กำหนดให้

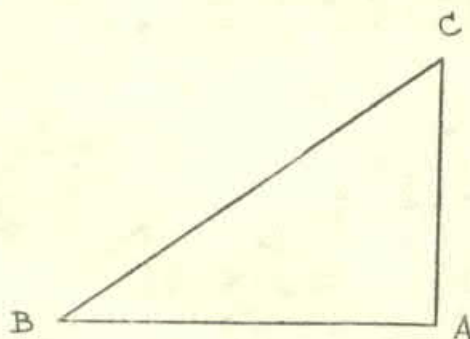
3.  $\square$  บนด้านตรงกลาง = ผลบวกของ

$\square$  บนอีก 2 ด้าน

4. จากข้อ 3

8. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  ปรุหนิง ซึ่งมี  $BC^2 = AB^2 + AC^2$





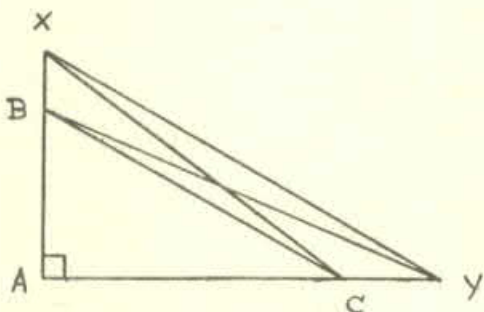
สร้าง

- |                                                 |                                                 |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1. $\triangle XYZ = \square$                    | 1. <input type="checkbox"/> ขนค้ำตรงฉาก = ผลบวก |
| 2. ตัดเส้น YX ที่ D ยาว = AB; ตัด YZ ที่ E = AC | ของ <input type="checkbox"/> ขนอีก 2 ข้าง       |
| 3. ลาก DE                                       | 2. สร้าง                                        |
| 1. $DE^2 = DY^2 + YE^2$                         | 3. แทนค่าจากข้อ 2 ในข้อ 1                       |
| 2. $YD = AB; YE = AC$                           | 4. กำหนดให้                                     |
| 3. $DE^2 = AB^2 + AC^2$                         | 5. ข้อ 3 = ข้อ 4 ต่างเท่ากับ สิ่งเดียวกัน       |
| 4. $BC^2 = AB^2 + AC^2$                         | 6. ก.ค.ค. จากข้อ 2 และข้อ 5                     |
| 5. $DE = BC$                                    | 7. จากข้อ 6 และสร้าง                            |
| 6. $\triangle ABC \cong \triangle DYE$          | 8. จากข้อ 7                                     |
| 7. $\frac{A}{A} = \frac{A}{Y} = \square$        |                                                 |
| 8. $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ มุมฉาก      |                                                 |

## แบบฝึกหัดที่ 11

หน้า 54

1. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่งมี  $\angle A = 90^\circ$ ;  
 ทิศ  $AB, AC$  ไปทาง  $B$  และ  $C$   
 ดึง  $X$  และ  $Y$  ทิศ  $BY, CX$  และ  $XY$



$$1. \angle A = 90^\circ$$

$$2. XY^2 = AX^2 + AY^2$$

$$3. BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$4. CX^2 = AX^2 + AC^2$$

$$5. BY^2 = AY^2 + AB^2$$

$$6. XY^2 + BC^2 = AX^2 + AY^2 + AB^2 + AC^2$$

$$7. CX^2 + BY^2 = AX^2 + AC^2 + AY^2 + AB^2$$

$$8. XY^2 + BC^2 = CX^2 + BY^2$$

1. กำหนดให้

2. ☐ บนเส้นตรงฉาก = ผลบวก  
 ของ ☐ บนอีก 2 ด้าน

3. ☐ บนเส้นตรงฉาก = ผลบวก  
 ของ ☐ บนอีก 2 ด้าน

4. ☐ บนเส้นตรงฉาก = ผลบวก  
 ของ ☐ บนอีก 2 ด้าน

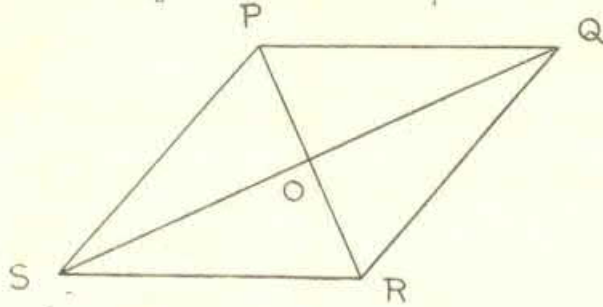
5. ☐ บนเส้นตรงฉาก = ผลบวก  
 ของ ☐ บนอีก 2 ด้าน

6. ข้อ 2 + ข้อ 3

7. ข้อ 4 + ข้อ 5

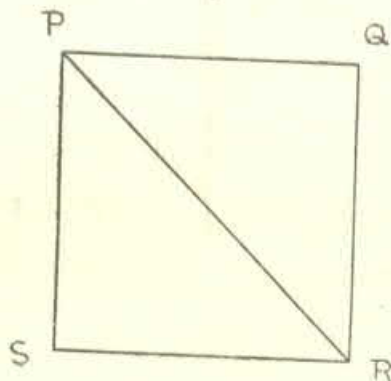
8. ข้อ 6 = ข้อ 7 ต่างเท่ากับ  
 เดียวกัน

2. ให้ PQRS เป็น ☐ รูปหนึ่ง จากเส้นทแยงมุม PR, ตัดกับ SQ ที่ O



ก.

- |                                              |                                                                                        |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $PR \perp$ และแบ่งครึ่ง SQ ที่ O          | 1. เส้นทแยงมุมของ <input type="checkbox"/> แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันและตั้งฉากกันด้วย     |
| 2. $PR = 2PO$ ; $SQ = 2QO$                   | 2. จากข้อ 1                                                                            |
| 3. $PR^2 = 4PO^2$ , $SQ^2 = 4QO^2$           | 3. <input type="checkbox"/> ขนคานเท่ากัน                                               |
| 4. $PR^2 + SQ^2 = 4(PO^2 + QO^2)$            | 4. จากข้อ 3                                                                            |
| 5. $PQ^2 = PO^2 + OQ^2$                      | 5. <input type="checkbox"/> ขนคานตรงฉาก = ผลบวกของ <input type="checkbox"/> ขนอีก 2 ขน |
| 6. $PR^2 + SQ^2 = 4PQ^2$                     | 6. แทนค่าจากข้อ 5 ในข้อ 4                                                              |
| 7. $4PQ^2 = PQ^2 + QR^2 + RS^2 + SP^2$       | 7. คำนของ <input type="checkbox"/> ยาวเท่ากัน                                          |
| 8. $PR^2 + SQ^2 = PQ^2 + QR^2 + RS^2 + SP^2$ | 8. จากข้อ 6 = ข้อ 7                                                                    |



จ.

ให้ PQRS เป็น  สามเหลี่ยม PR

1.  $PQ = QR$ ,  $\angle PQR = 90^\circ$

2.  $PQ^2 + QR^2 = PR^2$

3.  $2PQ^2 = PR^2$

4.  $4PQ^2 = 2PR^2$

1. ด้านและมุมของ

2. ผลบวกของ  บน 2 ด้านที่ประกอบ  
มุมฉาก =  บนด้านตรงข้าม  
ของ  $\triangle$

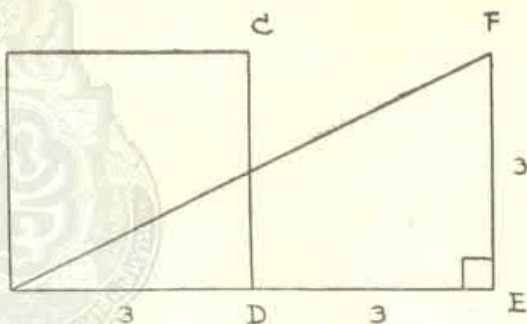
3. แทนค่าข้อ 1 ในข้อ 2

4. 2 เท่าของสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

8. ให้ ABCD เป็น  ขวากด้าน B

และ 3 ซม. ทัด AD ถึง E ให้

AE = 6 ซม. จาก E สามเหลี่ยม

 $EF \perp AE$  ขวาก 3 ซม. ทัด AF $\therefore AF^2 = 5$  เท่า  ABCD A

1.  $\angle AEF = 90^\circ$

2.  $AF^2 = AE^2 + EF^2 = 6^2 + 3^2$   
 $= 45$  ตาราง ซม.

3.  $AD^2 = 3^2 = 9$  ตาราง ซม.  
 $= \frac{1}{5} ABCD$

4.  $\frac{AF^2}{AD^2} = \frac{45}{9} = 5$

5.  $AF^2 = 5AD^2 = 5 \frac{1}{5} ABCD$

1. สรุปร่าง

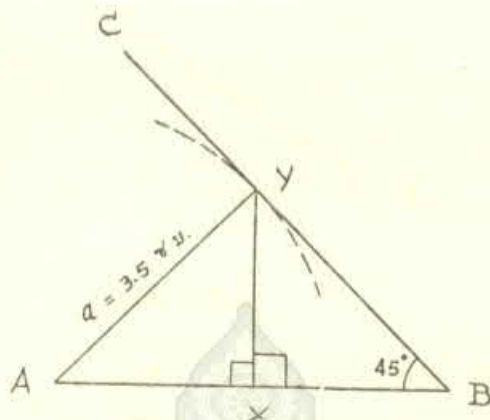
2.  บนด้านตรงข้าม = ผลบวกของ  
 บนอีก 2 ด้าน

3. กำหนดให้

4. ข้อ 2  $\div$  ข้อ 3

5. จากข้อ 4

4. ลากเส้นตรง AB ยาว 5 ซม. จาก B ทำมุม  $ABC = 45^\circ$  ให้ A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี  $= a = 3.5$  ซม. ตัด BC ที่ Y จาก Y ลาก  $YX \perp AB$  ที่ X  $\therefore X$  เป็นจุดแบ่งทศของการ



$$1. \hat{X} = \boxed{90}^\circ ; \hat{B} = 45^\circ$$

$$2. \therefore \hat{XYB} = 45^\circ$$

$$3. XY = XB$$

$$4. AY^2 = AX^2 + XY^2$$

$$5. AY = a = 3.5 \text{ ซม.}$$

$$6. AY^2 = AX^2 + XB^2 = a^2 \\ = 3.5^2$$

1. สี่เหลี่ยม

2. 3 มุมของ  $\triangle$  รวมกัน  $= 2 \times 90$

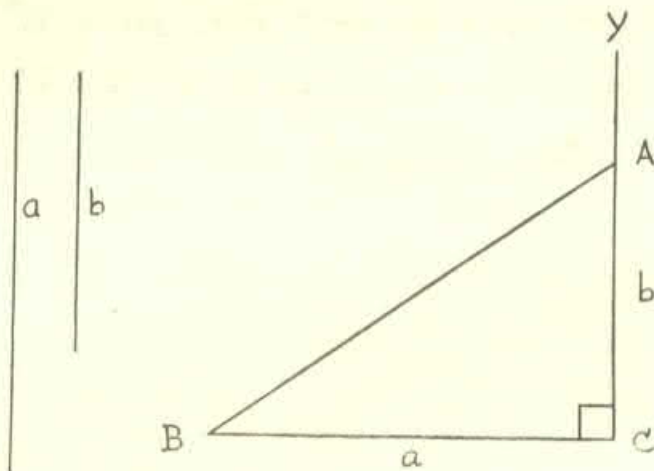
3.  $\triangle$  มีมุมเท่ากันด้านตรงมุมเท่าๆกัน

4.  $\boxed{90}$  มุมด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  $\boxed{90}$  มุมอีก 2 ด้าน

5. สี่เหลี่ยม

6. แทนค่าจากข้อ 3 ข้อ 4 และข้อ 5

5. ให้ a และ b เป็นความยาวของด้านของ  $\boxed{90}$  2 รูปที่กำหนดให้ ลาก BC ยาว a; ลาก  $CY \perp BC$  ที่ C และตัด CY ยาว b ที่ A ต่อ AB



1.  $\angle ACB = 90^\circ$

2.  $BC = a; CA = b$

3.  $AB^2 = BC^2 + CA^2$

4.  $AB^2 = a^2 + b^2$

1. สร้าง

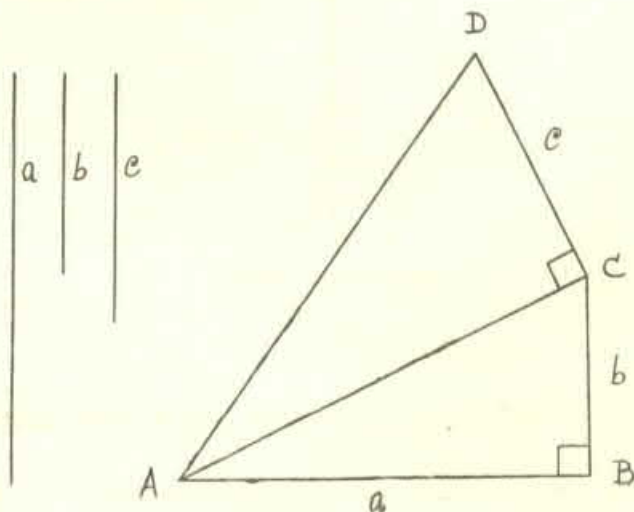
2. สร้าง

3. ☐ บนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ

☐ บนอีก 2 ด้าน

4. แทนค่าข้อ 2 ในข้อ 3

6. ให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นความยาวของด้าน 3 ด้านของ ☐ 3 รูปที่กำหนด ลาก  $AB \perp BC$  โดยให้  $AB = a; BC = b$ ; ต่อ  $AC$ ; จาก  $C$  ลากเส้น  $\perp AC$  ถึง  $D$  โดยให้  $CD = c$ ; ต่อ  $AD$



$$1. \triangle ABC = \boxed{\text{ก}}$$

$$2. AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + b^2$$

$$3. \triangle ACD = \boxed{\text{ก}}$$

$$4. AD^2 = AC^2 + CD^2 = AC^2 + c^2$$

$$5. AD^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

1. สร้าง

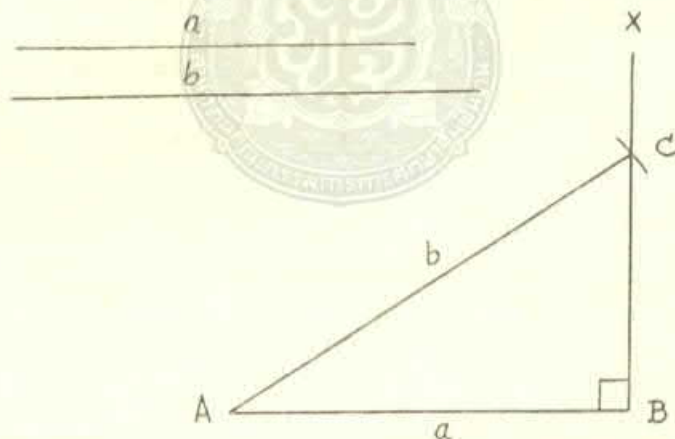
2. ☐ ยนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  
☐ ยนอีก 2 ด้าน

3. สร้าง

4. ☐ ยนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  
☐ ยนอีก 2 ด้าน

5. แทนค่าข้อ 2 ในข้อ 4

7. ให้  $a, b$  เป็นความยาวของด้านของ ☐ ที่กำหนด ลาก  $AB$  ยาว  $= a$ ; ลาก  $XB \perp AB$  ที่  $B$  ให้  $A$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี  $b$  เขียนส่วนโค้งตัด  $BX$  ที่  $C$   
 $\therefore BC$  เป็นด้านของ ☐ ที่ต้องการ



$$1. \triangle ABC = \boxed{\text{ก}}$$

$$2. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

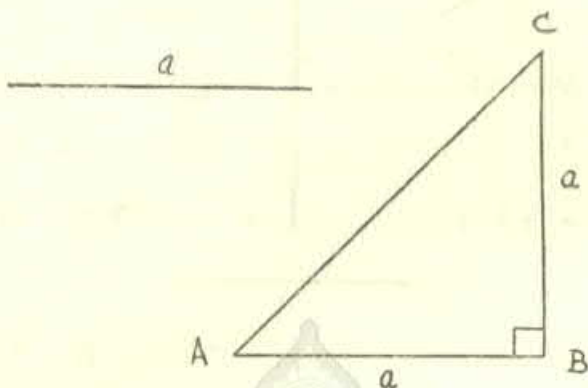
$$3. BC^2 = AC^2 - AB^2 = b^2 - a^2$$

1. สร้าง

2. ☐ ยนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ  
☐ ยนอีก 2 ด้าน

3. ใช้ข้อ 2

8. ให้  $a$  เป็นด้านของ  $\square$  ที่กำหนด ลาก  $AB \perp BC$  โดยให้  $AB = BC = a$   
 คำนวณ  $AC$   $\therefore AC$  เป็นด้านของ  $\square$  ที่ต้องการ



1.  $\triangle ABC = \square$

2.  $AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2$

3.  $AC^2 = 2a^2$

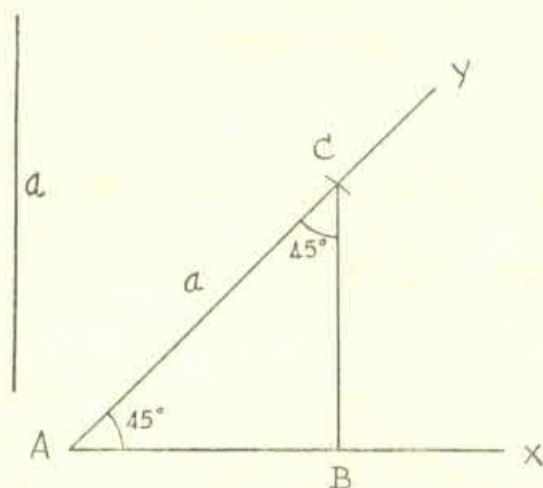
1. สี่เหลี่ยม

2.  $\square$  ขนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ

$\square$  ขนอีก 2 ด้าน

3. จากข้อ 2

9. ให้  $a$  เป็นด้านของ  $\square$  ที่กำหนด ลาก  $AX$  ขาวพหุสัมพันธ์ที่  $A$  ทำมุม  $45^\circ$   
 ลาก  $AY$  เป็นแขนของมุม ให้  $A$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี  $a$  เขียนส่วนโค้ง  
 ตัด  $AY$  ที่  $C$  ลาก  $CB$  ทำมุม  $45^\circ$  กับ  $AC$  ตัด  $AX$  ที่  $B$   $\therefore AB$  เป็น  
 ด้านของ  $\square$  ที่ต้องการ



$$1. \angle BAC = \angle ACB = 45^\circ$$

$$2. \angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$$

$$3. \angle ABC = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ \\ = 90^\circ$$

$$4. AB = BC$$

$$5. AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$6. a^2 = 2AB^2$$

$$7. AB^2 = \frac{a^2}{2}$$

1. สร้าง

2. ผลบวกของมุมทั้ง 3 ของ  $\triangle = 2$  | ๑

3. ลดสิ่งเท่ากันจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

4. ด้านของ  $\triangle$  ที่ตรงข้ามมุมเท่าๆกัน  
เท่ากัน

5. [จ] ยนด้านตรงฉาก = ผลบวกของ

[จ] ยนอีก 2 ด้าน

6. จากข้อ 5 และ 4

7. จากข้อ 6

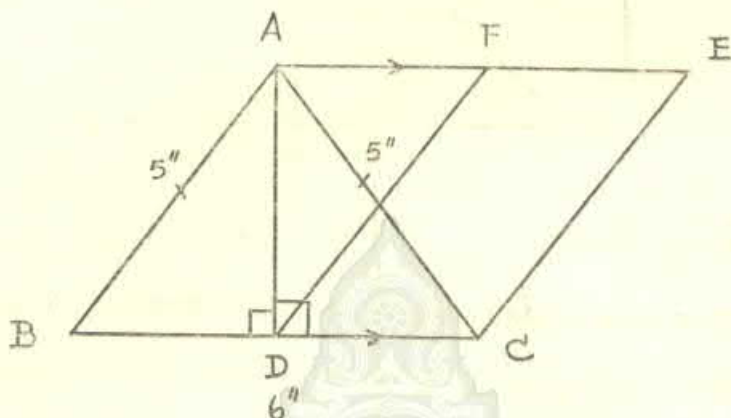
10. สร้างตามบทสร้าง โดยให้ด้านเป็น  $\sqrt{3}$  เท่าของด้านที่กำหนด

แบบฝึกหัดชุดที่ 12

หน้า 59

1. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  หน้าที่ มี  $AB = AC = 5''$   $BC = 6''$

ก. จาก A ลาก  $AD \perp BC$  ที่ D



1.  $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

2.  $\angle ABC = \angle ACB$

3.  $\triangle ABD \cong \triangle ADC$

4.  $BD = DC = 3$

5.  $AB^2 = AD^2 + BD^2$

6.  $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 5^2 - 3^2$   
 $= 4^2$

7.  $AD = 4$

1. สร้าง

2. มุมที่ฐานของ  $\triangle$  หน้าที่

3. ค.ม.ค. จากข้อ 1  $AD$  ด้านร่วม  
และข้อ 2

4. จากข้อ 3

5.  $\square$  บนด้านตรงกลาง = ผลบวกของ

$\square$  บนอีก 2 ด้าน

6. สังเกตกันลบสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

7. จากข้อ 6

ข. จาก A ลาก  $AE \parallel BC$  ยาว  $= BC$  ที่ E ลาก  $EC$  จาก D ลากเส้น  
 $DF \parallel CE$  ที่  $AE$  ที่ F  $\therefore ABDF$  เป็น  $\square$  ที่ต้องการ

1.  $AE = BC$  และขนานกัน

2.  $ABCE$  เป็น  $\square$

3.  $\square ABCE$  มี พ.ท.  $= 2 \triangle ABC$

4.  $\square ABCE$  มี พ.ท.  $= AD \cdot BC$

5.  $\square ABDF$  มี พ.ท.  $= AD \cdot BD$

6.  $\square ABDF$  มี พ.ท.  $= \frac{1}{2} AD \cdot BC$

7.  $\square ABDF$  มี พ.ท.  $= \triangle ABC$

1. สรุปร่าง

2. ด้านตรงข้ามเท่ากันและขนานกัน

3.  $\square$  และ  $\triangle$  บนฐานเดียวกันและสูงเท่ากัน

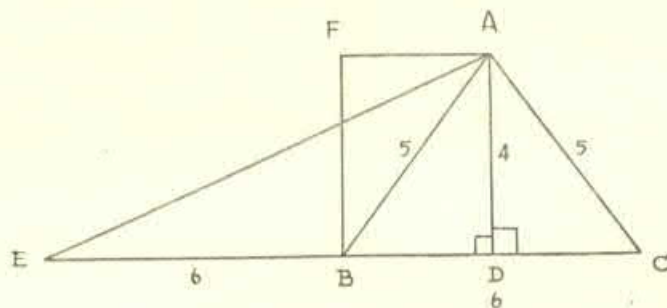
4. พ.ท.  $\square = \text{สูง} \times \text{ฐาน}$

5. พ.ท.  $\square = \text{สูง} \times \text{ฐาน}$

6. จากข้อ 5  $BD = \frac{BC}{2}$

7. ค้างเท่ากับ พ.ท. ที่เท่ากัน

ค. จากข้อ ก.  $ABC$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว และ  $AD$  เป็นส่วนสูง  $= 4$   $BD = 3$   
จาก  $B$ ลากเส้นตรงฉากกับ  $AD$  ไปพบ  $AF$  ซึ่งขนานกับ  $CB$  ที่  $F$   
 $\therefore \square AFBD$  เป็นรูปกชอญ



1.  $FB \perp BD$

2.  $BF \parallel DA$

3.  $AF \parallel BD$

1. สรุปร่าง

2. ค้าง  $\perp$  กับ  $BC$  ด้วยกัน

3. สรุปร่าง

- |                                                      |                                                                   |
|------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| 4. $\square$ AFBD เป็น $\square$ =                   | 4. พ.ท. $\square$ = กว้าง $\times$ ยาว                            |
| FB.BD                                                |                                                                   |
| 5. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD =$ | 5. พ.ท. $\triangle = \frac{1}{2} \times \text{ส} \times \text{จ}$ |
| $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot BD \cdot FB$              |                                                                   |
| 6. $\square$ AFBD = $\triangle ABC$                  | 6. ข้อ 4 = ข้อ 5                                                  |

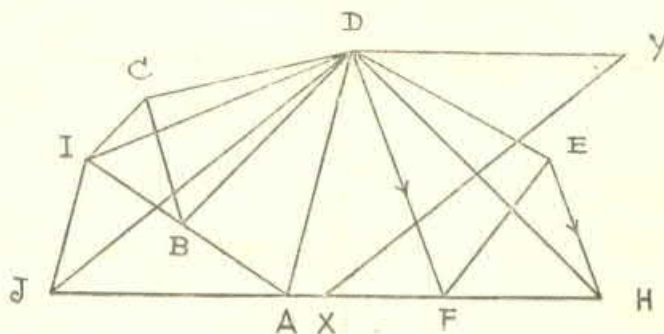
จ. ทำรูป ทิ้ง CB ออกไปทาง B ถึง E ให้ BE = BC ลาก AE

- |                                                                          |                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| 1. $\triangle AEC = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot EC$                       | 1. พ.ท. $\triangle = \frac{1}{2} \times \text{ส} \times \text{จ}$ |
| 2. $EC = EB + BC = 2 \cdot BC = 12$                                      | 2. สว่าง                                                          |
| 3. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BC$                       | 3. พ.ท. $\triangle = \frac{1}{2} \times \text{ส} \times \text{จ}$ |
| 4. $\triangle AEC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot BC \cdot AD = 2 \triangle$ | 4. แทนค่าข้อ 2 ในข้อ 1                                            |
- ABC

2. ให้ ABCDEF เป็นรูป 6 เหลี่ยม

สร้าง ทิ้ง DF และจาก E ลากเส้นขนานกับ DF พบ AF ทัดต่อออกไปที่ H ลาก DH

$\therefore$  รูป ABCDH เป็นรูปห้าเหลี่ยมปกติของดาว



1.  $DF \parallel EH$
2.  $\triangle DEF = \triangle DHF$
3. รูป  $ABCDF + \triangle DEF =$  รูป  $ABCDF + \triangle DHF$
4. รูป  $ABCDEF =$  รูป  $ABCDH$

1. สี่เหลี่ยม
2.  $\triangle$  2 รูป มีฐานร่วม สูงเท่ากัน
3. สิ่งเท่ากันบวกด้วยสิ่งเท่ากัน ผลเท่ากัน
4. จากข้อ 3

สร้าง ต่อ  $DF$ ,  $DB$  จาก  $E$  ลาก  $EH \parallel DF$  พบ  $AF$  ที่ตัดออกไปที่  $H$  ลาก  $DH$  จาก  $C$  ลาก  $CI \parallel DB$  พบ  $AB$  ที่ตัดออกไปที่  $I$  ลาก  $DI$  ต่อ  $DA$  จาก  $I$  ลาก  $IJ \parallel DA$  พบ  $HA$  ที่ตัดออกไปที่  $J$  ลาก  $DJ$  แบ่งครึ่ง  $JH$  ที่  $X$  จาก  $X$  ลาก  $XY \parallel JD$  พบ  $DY$  ซึ่ง  $\parallel JF$  ที่  $Y$   
 $\therefore JDYX$  เป็น  $\square$  ที่ต้องการ

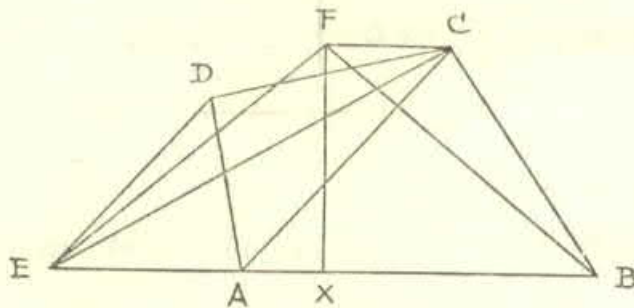
จากพิสูจน์ก่อนแรก

1. รูป  $ABCDEF =$  รูป  $ABCDH$
2. รูป  $ABCDH =$  รูป  $AHDI$
3. รูป  $AHDI =$  รูป  $\triangle DJH$
4. รูป  $\square DYXJ =$  รูป  $\triangle DJH$
5.  $\therefore$  รูป  $ABCDEF =$  รูป  $\square DYXJ$

1. พิสูจน์ทำนองเดียวกันกับข้อ 1 ถึงข้อ 4
2. พิสูจน์ทำนองเดียวกันกับข้อ 1 ถึงข้อ 4
3. พิสูจน์ทำนองเดียวกันกับข้อ 1 ถึงข้อ 4
4. พิสูจน์ทำนองเดียวกันกับข้อ 1 ถึงข้อ 4
5. ต่างก็เท่ากับสิ่งทีเท่ากัน

ค. จากข้อ ข.  $\triangle DJH$  มี พ.ท. = รูป  $ABCD$

๘. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  ที่กำหนดให้



สร้าง ลาก  $CA$  จาก  $D$  ลาก  $DE \parallel CA$  พย  $BA$  ที่ตัดออกไปที่  $E$  ลาก  $CE$   
 จาก  $C$  ลาก  $CF \parallel BE$  แบ่งครึ่ง  $EB$  ที่  $X$  จาก  $X$  ลาก  $XF \perp EB$   
 พย  $CF$  ที่  $F$  ลาก  $FB, FE$   
 $\therefore \triangle EFB$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่วของกาง

1.  $\triangle AEC = \triangle ADC$

2. รูป  $\triangle ABC + \triangle AEC = \triangle ABC$   
 $+ \triangle ADC$

3.  $\triangle CEB = \square ABCD$

4.  $\triangle EFB = \triangle CEB$

5.  $FX \perp EB$  และแบ่งครึ่ง  $EB$

6.  $\therefore \triangle EFB$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว

1.  $\triangle$  2 รูปมีฐานร่วมและอยู่ระหว่างคู่ขนานเดียวกัน

2. สิ่งเท่ากันบวกด้วยสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน

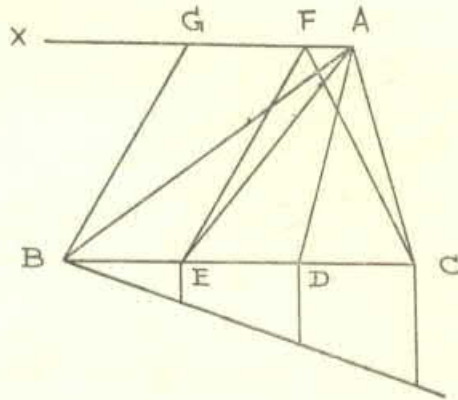
3. จากข้อ 2

4.  $\triangle$  2 รูปมีฐานร่วมและอยู่ระหว่างคู่ขนานเดียวกัน

5. สร้าง

6. คุณสมบัติของ  $\triangle$  หน้าจั่วจากข้อ 5

4. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง



สร้าง แบ่ง BC เป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน (ขทสร้างการแบ่งเส้นตรงเป็นส่วนเท่า ๆ กัน) ที่ E และ D ลาก AE AD, ลาก  $AX \parallel CB$ ; ที่ B ทำมุม  $60^\circ$  กับ BC ลากแขนของมุมพบ AX ที่ G จาก E ลาก  $EF \parallel BG$  พบ AX ที่ F ลาก CF  
 $\therefore \triangle EFC$  เป็น  $\triangle$  ที่ต้องการ

1.  $BE = ED = DC$

2.  $\triangle ABE = \triangle AED = \triangle ADC$

3.  $\triangle AEC = \frac{2}{3} \triangle ABC$

4.  $BG \parallel EF$

5.  $\angle CBG = \angle CEF = 60^\circ$

6.  $\triangle FEC$  มี  $\angle CEF = 60^\circ$

7.  $\triangle FEC = \triangle AEC$

8.  $\triangle FEC = \frac{2}{3} \triangle ABC$

1. สร้าง

2.  $\triangle$  มีฐานยาวเท่ากันและสูงเท่ากัน

3. จากข้อ 2 ผลบวกของ  $\triangle$  2 รูปเป็น  $\frac{2}{3}$  ของรูปทั้งหมด

4. สร้าง

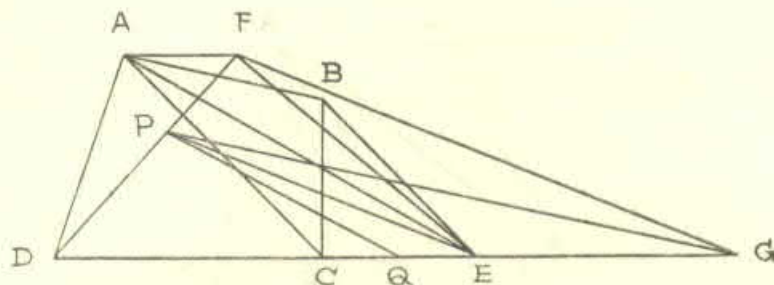
5. จากข้อ 4 มุมภายนอก = มุมภายในตรงเคี้ยวกันของเส้นตัดเส้นขนาน

6. จากข้อ 5

7.  $\triangle$  มีส่วนสูงเท่ากันฐานเท่ากัน

8. คำนวณเท่ากับสิ่งเท่ากัน

5. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง  $P$  เป็นจุดในรูป  $ABCD$



สร้าง  $\triangle ADE$  ที่  $AC$ , จาก  $B$  ลาก  $BE \parallel AC$  พบ  $DC$  ที่ต่อออกไปที่  $E$ , ลาก  $AE$   
 ต่อ  $DP$  พบ  $AF$  ที่ลาก  $\parallel DC$  ที่  $F$ , ลาก  $FE$  ต่อ  $PE$  จาก  $F$  ลาก  
 $FG \parallel PE$  พบ  $DC$  ที่ต่อออกไปที่  $G$  ลาก  $PG$  แบ่งครึ่ง  $DG$  ที่  $Q$  ลาก  
 $PQ$

$\therefore \triangle DPQ$  เป็น  $\frac{1}{2} \square ABCD$

1.  $\triangle ADE =$  พ.ท. รูป  $ABCD$

2.  $\triangle DFE = \triangle DAE$

3.  $FG \parallel PE$

4.  $\triangle PGE = \triangle PFE$

5.  $\triangle DPE + \triangle PFE = \triangle DPE$   
 $+ \triangle PGE$

6.  $\triangle DFE = \triangle DPG$

7.  $DQ = QG$

1. ตามบทสร้างการสร้าง  $\triangle$  มี พ.ท.  
 เท่ากับ  $\square$  กำหนด

2.  $\triangle$  2 รูป มีฐานร่วมและคู่ขนาน  
 เท่ากัน

3. สร้าง

4.  $\triangle$  2 รูป มีฐานร่วมและคู่ขนาน  
 เท่ากัน

5. สิ่งเท่ากัน ขวดยด้วย สิ่งเท่ากัน ย่อม  
 เท่ากัน

6. จากข้อ 5

7. แบ่งครึ่ง  $DG$  ที่  $Q$

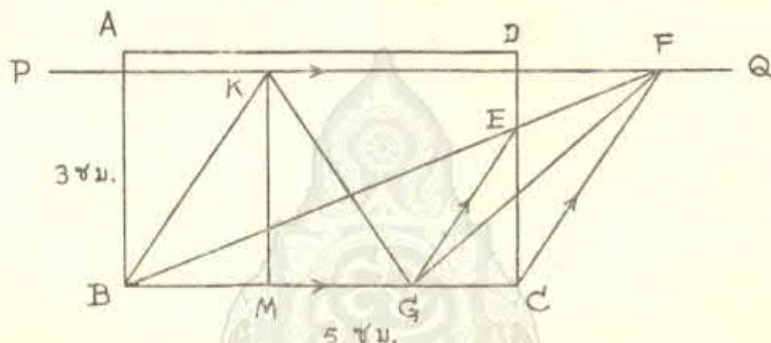
$$8. \triangle DPQ = \frac{1}{2} \triangle DPG$$

$$9. \triangle DPQ = \frac{1}{2} \triangle DFE \\ = \frac{1}{2} \triangle DAE = \frac{1}{2} \square ABCD$$

8.  $\triangle$  มีส่วนสูงเท่ากันแต่ฐานยาวเป็น  
ครึ่งของกัน

9. ต่างเท่ากับสิ่งที่เท่ากัน

6. ให้ ABCD เป็น  $\square$  มี  $AB=DC=3$  ซม.  $AD=BC=5$  ซม.,  $PQ \parallel BC$



สร้าง ให้ C เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 2 ซม. ตัด CD ที่ E ลาก BE และต่อ  
BE ไปพบ PQ ที่ F ลาก FG จาก E ลาก  $EG \parallel FC$  พบ BC ที่ G  
ลาก FG

$\therefore \triangle BFG$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่วของถา

แบ่งครึ่ง BG ที่ M ลาก MK ตั้งฉากกับ BG ตัด PQ ที่ K ลาก  
เส้น BK, GK

$\triangle BKG$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่วของถา

$$1. \text{ พ.ท. } \triangle BCE = \frac{1}{2} \\ \times BC \times CE = \frac{1}{2} \times 5 \\ \times 2 = 5$$

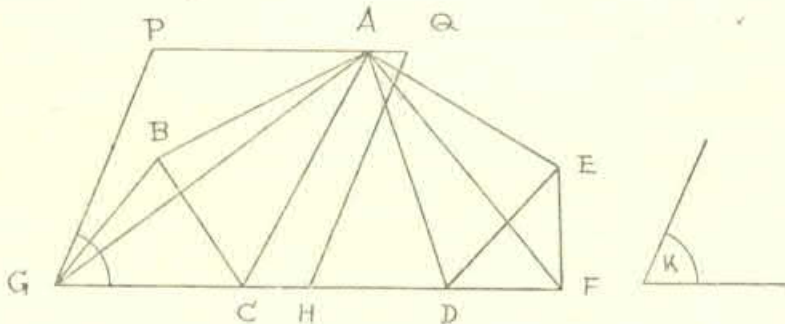
$$1. \text{ พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times ๓ \times ๔ \\ \text{และ } CE = 2 \text{ ซม. ตามสร้าง}$$



สร้างเพื่อการพิสูจน์ ลาก PD

- |                                                                    |                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $CE \parallel AD$ และ $BD = a$                                  | 1. สร้าง                                                                              |
| 2. $\triangle ADE = \triangle ACD$                                 | 2. $\triangle$ มีฐานร่วมกันและอยู่ในคู่ขนานเดียวกัน                                   |
| 3. $\triangle BAD + \triangle ADE = \triangle BAD + \triangle ACD$ | 3. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน                                               |
| 4. $\triangle BED = \triangle BAC$                                 | 4. จากข้อ 3                                                                           |
| 5. $\triangle DBF = \triangle K$                                   | 5. สร้าง                                                                              |
| 6. $\triangle DBF = \triangle BED$                                 | 6. $\triangle$ มีฐานร่วมกันและอยู่ในคู่ขนานเดียวกัน                                   |
| 7. $PF = PB = \frac{BF}{2}$                                        | 7. สร้าง                                                                              |
| 8. $\triangle DPB = \frac{1}{2} \triangle DBF$                     | 8. ฐานเป็นครึ่ง พ.ท. ย่อมเป็นครึ่งด้วย                                                |
| 9. $PQ = BD$ และขนานกัน                                            | 9. สร้าง                                                                              |
| 10. $PB = QD$ และขนานกัน                                           | 10. เส้นยัดหัวท้ายเส้นคู่ขนานที่เท่ากัน                                               |
| 11. $BDQP$ เป็น $\square$                                          | 11. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน                                                              |
| 12. $\frac{1}{2} \square BDQP = \triangle DPB$                     | 12. พ.ท. $\triangle$ เป็น $\frac{1}{2} \square$ บนฐานเดียวกันและอยู่ในคู่ขนานเดียวกัน |
| 13. $\therefore \square BDQP = \triangle DBF$                      | 13. ต่างเท่ากับสิ่งเท่ากัน                                                            |

8. ให้ ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมที่กำหนด และ K เป็นมุมกำหนด



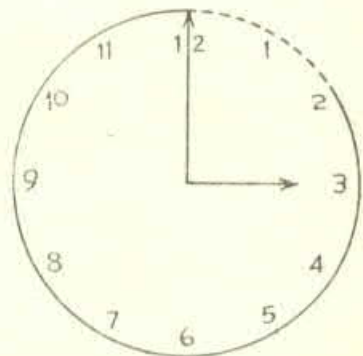
สร้าง สี่เหลี่ยมรูป  $\triangle AGF$  ให้มี พ.ท. เท่ากับรูป  $ABCDE$  ที่กำหนด (บท  
สร้างรูป  $\triangle =$  รูปหลายเหลี่ยมที่กำหนด) แบ่งครึ่ง  $GF$  ที่  $H$   
จากจุด  $G$  ทำมุมกับ  $GH$  ให้  $\angle = \hat{K}$  ลากแขนของมุมพบ  $AP$   
ขนานกับ  $GF$  ที่  $P$  จาก  $H$  ลาก  $HQ \parallel GP$  พบ  $PA$  ที่  $Q$   
ออกไปที่  $Q \therefore \square PQHG$  เป็นรูปที่ต้องการ

- |                                                  |                                                                                       |
|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\triangle AGF =$ รูป $ABCDE$                 | 1. สร้าง                                                                              |
| 2. $PQ \parallel GH$ และ $HQ \parallel GP$       | 2. สร้าง                                                                              |
| 3. $PQHG$ เป็น $\square$                         | 3. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน                                                               |
| 4. $GH = \frac{GE}{2}$                           | 4. สร้าง                                                                              |
| 5. พ.ท. $\square PQHG$<br>= พ.ท. $\triangle AGF$ | 5. พ.ท. $\square$ เป็น 2 เท่าของ $\triangle$ ขน<br>ฐานเท่ากันและอยู่ในคี่ขนานเดียวกัน |
| 6. $\square PQHG =$ รูป $ABCDE$                  | 6. ข้อ 5 = ข้อ 1                                                                      |

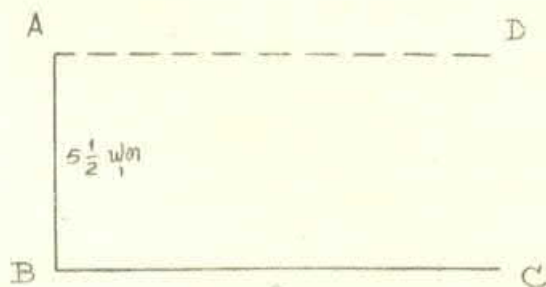
แบบฝึกหัดชุดที่ 13

หน้า 63

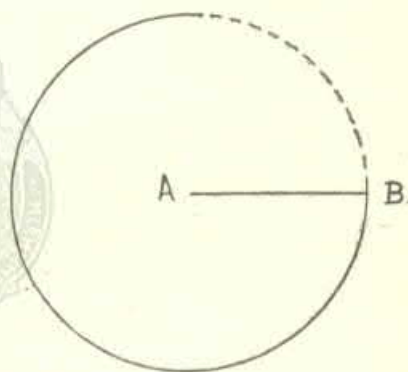
1. ทางเดินของปลายเข็มนาฬิกาเป็นเส้นรอบวง  
ของ  $\odot$  ซึ่งมีจุดหมุนของเข็มเป็นจุด  
ศูนย์กลางและเข็มเป็นรัศมีของ  $\odot$



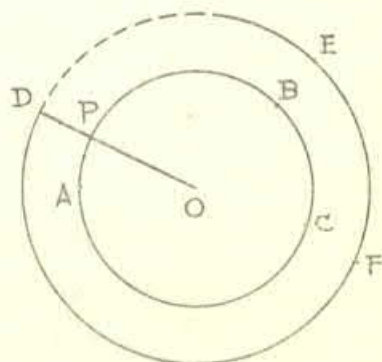
2. ให้ BC เป็นถนน AB เป็นความสูงของชายคนนั้น  $= 5\frac{1}{2}$  ฟุต เมื่อชายคนนั้นเดินไปตามถนน BC ศีรษะของเขาเคลื่อนที่ไปตามแนว AD นั่นคือทางเดินของศีรษะของชายสูง  $5\frac{1}{2}$  ฟุตเดินไปตามถนน เป็นเส้นตรง AD ขนานกับถนน BC และสูงจากถนน  $5\frac{1}{2}$  ฟุต



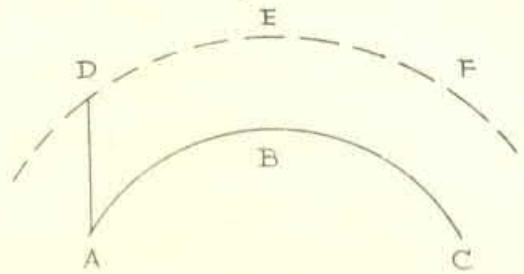
3. ให้ A เป็นต้นไม้ B เป็นสิ่ง และ AB เป็นความยาวของไซ้ เมื่อสิ่งเคลื่อนที่โดยไซ้ทิ้งจะเดินไปได้ตามทางโค้งเป็นเส้นรอบวง นั่นคือทางเดินของสิ่ง คือเส้นรอบวงของ  $\odot$  ซึ่งมีต้นไม้เป็นจุดศูนย์กลาง และความยาวของไซ้เป็นรัศมี



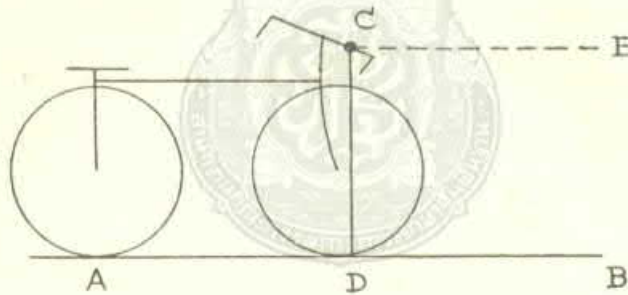
4. ให้ ABC เป็นเส้นรอบวง  $\odot$  ซึ่งเป็นสนามของโรงเรียนให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของ  $\odot$  OP เป็นรัศมีของสนามวงกลม เด็กทุกคนเดินให้ห่างจากขอบสนามเป็นระยะเท่า PD ทุกคน ทางเดินของเด็กนักเรียนเหล่านี้เป็นเส้นรอบวงของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกันวงกลมเดิม และรัศมีเท่ากับรัศมีเดิมรวมกับระยะห่างจากขอบสนาม



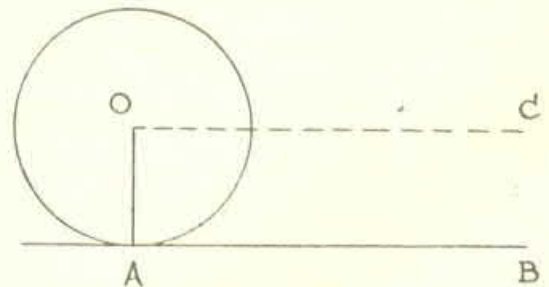
5. ให้  $ABC$  เป็นสะพานโค้ง  $AD$  เป็นความสูงของชายที่เดินขึ้นสะพาน ศีรษะของเขาจะเคลื่อนที่ไปตามเส้นโค้ง  $DEF$  ซึ่งเป็นเส้นโค้งตามความโค้งของสะพานและสูงจากสะพานเท่ากับ ความสูงของชายผู้นั้น คือ เส้น  $DEF$



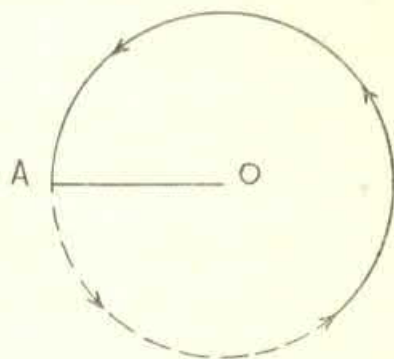
6. ให้  $ADB$  เป็นถนน  $C$  เป็นกระดิ่งรถจักรยานสูงจากถนน  $= CD$  เมื่อจักรยานเคลื่อนที่ไป  $C$  จะเคลื่อนที่ไปเป็นเส้นตรง  $CE$  ขนานกับ  $AB$  และสูงจาก  $AB$  เป็นระยะ  $CD$



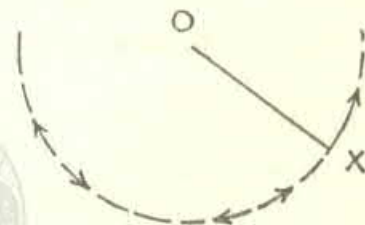
7. ให้  $O$  เป็นศูนย์กลางรถไฟ และ  $OA$  เป็นรัศมีรถไฟ เป็นรางรถไฟ เมื่อรถแล่นไป ทางเดินของรถ  $O$  ซึ่งเป็นศูนย์กลางจะเคลื่อนที่บนเส้นตรง  $OC$  อยู่ขนานกับรางรถไฟ  $AB$  และห่างจาก  $AB$  เท่ากับความยาวของรัศมีรถไฟ คือ  $OA$



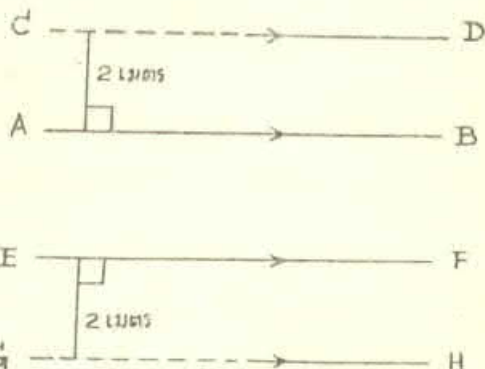
8. ให้  $O$  เป็นปลายเซกแทนที่ติด  $A$  เป็น  
 สี่ทางคี่  $OA$  เป็นความยาวของเส้นเซก  
 เมื่อเกิดเหวี่ยงสี่ทางคี่ไปรอบ ๆ จนเซกติด  
 ทางเกินของสี่ทางคี่เป็นเส้นรอบวงของ  $\odot$   
 ซึ่งมี  $O$  เป็นจุดศูนย์กลาง  $OA$  เป็นรัศมี



9. ให้  $O$  เป็นท.จ. แขนงเซกผูกซึ่งเข้า  $OX$   
 เป็นความยาวของเซกผูกซึ่งเข้า  $X$  เป็นตัว  
 เติงนซึ่งเข้า เมื่อแกว่งซึ่งเข้าไปมา รัศมี  
 ของเทกจะเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้งของ  $\odot$   
 ซึ่งมี  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางและ  $OX$  เป็นรัศมี

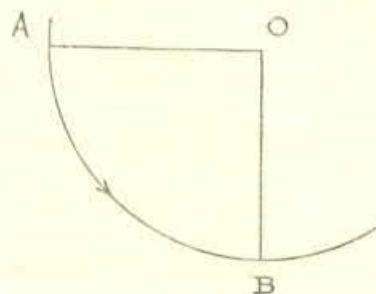


10. ให้  $AB$  เป็นขอบถนนข้างหนึ่ง และ  
 $EF$  เป็นขอบถนนอีกฟากหนึ่ง  $CD$   
 เป็นแนวต้นไม้ทห่างจากขอบถนน  $AB$   
 2 เมตร และ  $GH$  เป็นแนวต้นไม้ท  
 ห่างจากขอบถนน  $EF$  2 เมตรเหมือน  
 กัน แนวทางของต้นไม้จะเป็นเส้น  $G$



ตรงอยู่ขนานกับขอบถนน ห่างจากขอบถนน 2 เมตร ถ้าปลูกห่างจากขอบถนน  
 ทั้ง 2 ข้างก็จะมีแนวต้นไม้ 2 เส้น ขนานกันด้วย

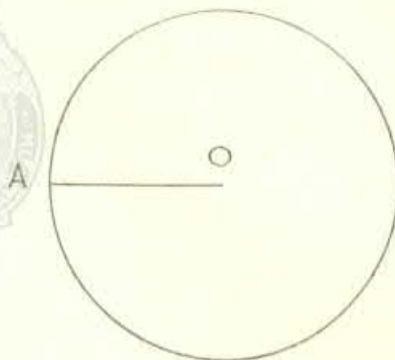
11. ให้  $O$  เป็นยานพิฆของประทู  $OA$  เป็นความกว้างของประทู และ  $A$  เป็นลูกบิคประทู เมื่อนักเรียนจับลูกบิคแล้วเบิคประทู ประตูละลือกทางด้านลูกบิค  $A$  ทางเคินของลูกบิค  $A$  จะเป็นส่วนโค้งของ  $\odot$  ซึ่งมี  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี  $OA$  เชื้อนส่วนโค้งเป็น  $AB$



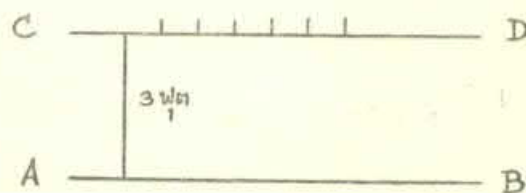
12. เก้าอี้ในโรงภาพยนตร์ เขาวางเรียงกันเป็นแถว โค้งไปตามทางที่เขาสร้างไว้หน้าเวที และเรียงกันเป็นหลายแถว แต่ละแถว เรียงเรียงเส้นโค้งไปตามหน้าเวที ห่างจากหน้าเวทีเท่าๆ กัน เป็นเส้นโค้งขนานกับหน้าเวที

13. นักกีฬาแข่งกันในสนามวงกลม ตัวนักกีฬาจะเคลื่อนที่ไปเป็นเส้นรอบวงของสนาม ขนานกับขอบสนาม  $\odot$  นั้น

14. ให้  $O$  เป็นโคนเสาธง นักเรียนจะชกหลุมปลูกต้นไม้ห่างจาก  $O$  1 เมตร ทางเคินของหลุมต้นไม้ ห่างจากเสาธง 1 เมตร เป็นเส้นรอบวงของ  $\odot$  ซึ่งมีเสาดธงเป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี  $= OA = 1$  เมตร



15. ให้  $AB$  เป็นขอบสนาม นักเรียนปักไม้ลงไประยะ 3 ฟุต แนวทางของไม้จะเป็นเส้นตรง  $CD$  อยู่ขนานกับ  $AB$  และห่างจาก  $AB$  3 ฟุต

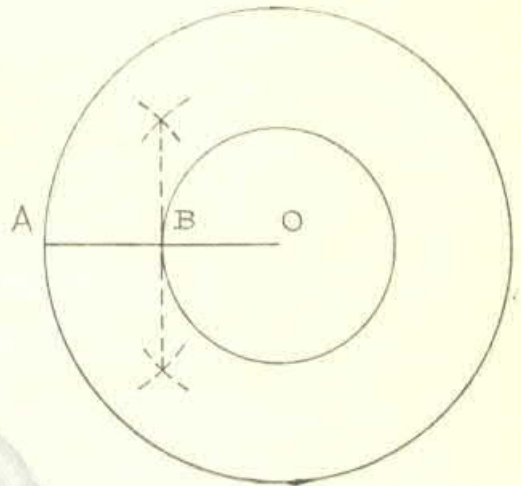


16. นักเรียนซึ่งเชือกจะโรยปูนขาวทำสนามแบดมินตัน เมื่อเปลี่ยนใจหากันกรวดมาวางเรียงกันแทนเชือก จะได้แนวทางของกรวดเป็นเส้นตรง อยู่แทนที่เส้นเชือกที่ขึงไว้นั้น

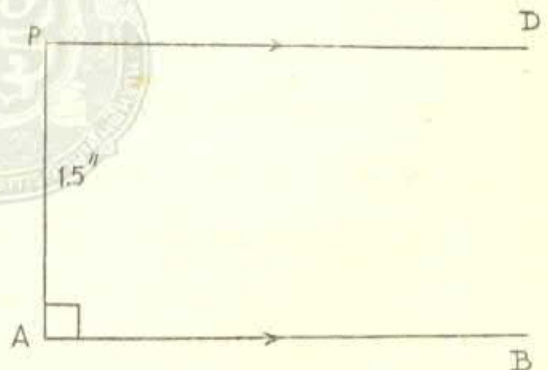
## แบบฝึกหัดที่ 14

หน้า 70

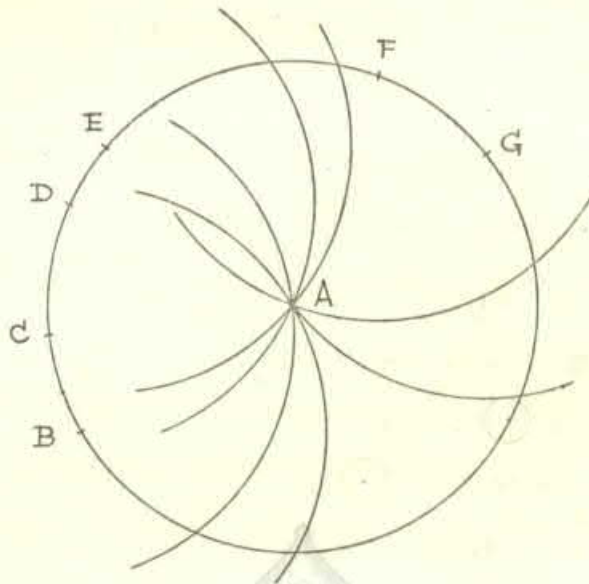
1. ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของ  $\odot$  ซึ่งมี  $OA$  เป็นรัศมี ยาว 1.2 นิ้ว แบ่งครึ่ง  $AO$  ที่จุด  $B$  ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี  $OB$  เขียนส่วนโค้งของ  $\odot$  . . . ทางเดินของจุดกึ่งกลางรัศมีของ  $\odot$  ที่ยาว 1.2 นิ้ว เป็นเส้นรอบวงของ  $\odot$  ซึ่งมี  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี  $OB = \frac{1.2}{2} = 0.6$  นิ้ว



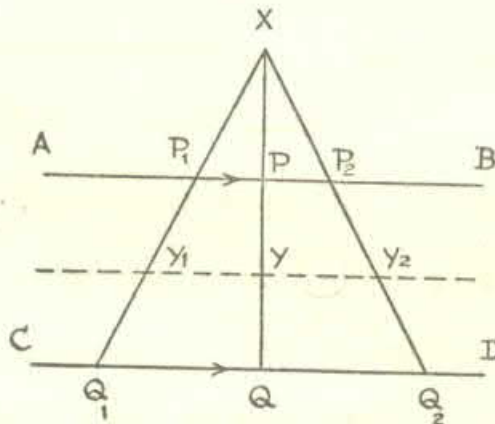
2. ให้  $AB$  เป็นเส้นตรงกำหนดให้  $P$  อยู่ห่างจาก  $AB$  1.5 นิ้ว จาก  $P$  ลากเส้น  $PD \parallel AB$  ที่  $P$  มีทางเดินเป็นเส้นตรงขนานกับ  $AB$  ห่างจาก  $AB$  1.5 นิ้ว



3.  $A$  เป็นจุดหนึ่งซึ่งคงที่ ทางเดินของจุดศูนย์กลางของ  $\odot$  ที่เส้นรอบวงจะผ่านจุด  $A$  คือ เส้นรอบวงของ  $\odot$  ที่มี  $A$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาว 3.2 ซม. เพราะเหตุทุก ๆ จุดบนเส้นรอบวงของวงกลมจะอยู่ห่างจากจุด  $A$  3.2 ซม. ถ้าให้  $B, C, D, E, \dots$  เป็นจุดบนเส้นรอบวงรัศมี 3.2 ซม. เขียน  $\odot$  ครอบคลุมว่าผ่านจุด  $A$  ทั้งหมด



4. ให้  $AB$  และ  $CD$  ขนานกัน  $X$  เป็นจุดตรงแนบนอกเส้นขนานคู่นี้ ลากเส้นจาก  $X$  ตัด  $AB$  ที่  $P$  และตัด  $CD$  ที่  $Q$  ให้  $Y$  เป็นจุดกึ่งกลางของ  $PQ$  และลากเส้นจาก  $X$  ตัด  $AB$  ที่  $P_1, P_2$  ตัด  $CD$  ที่  $Q_1, Q_2$  จะได้  $Y_1$  และ  $Y_2$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $P_1Q_1$  และ  $P_2Q_2$  ทานของเคววก้นจะหารจุดกึ่งกลางของ  $PQ$  ใด ๆ ได้ คือ  $Y$  ทางเดินของจุดกึ่งกลาง  $PQ$  เป็นเส้นตรงขนานกับ  $AB$  และ  $CD$  และอยู่ห่างจากเส้นทั้ง 2 เท่ากัน

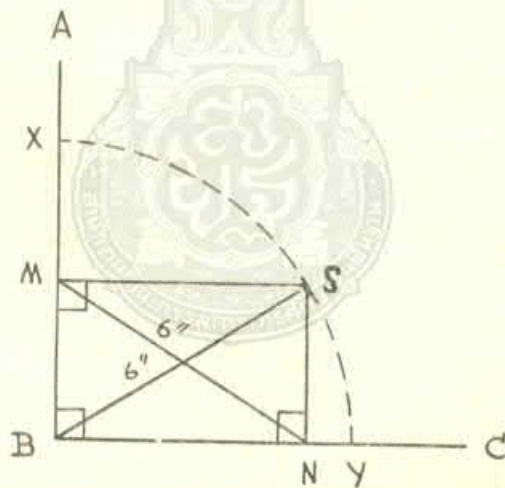


5. ให้  $AB$  และ  $BC$  เป็นไม้ตรง 2 อันวางตั้งฉากที่  $B$   $MN$  เป็นไม้ตรงอีกอัน  
หนึ่งยาว 6 นิ้ว เลื่อนไปมาระหว่าง  $AB, BC$  โดยปลาย  $M$  วก  $AB$  และ  
ปลาย  $N$  วก  $BC$  จาก  $M$  ลากเส้น  $\perp AB$  ออกไป และจาก  $N$  ลากเส้น  
ตั้งฉากกับ  $BC$  ออกไปตัดกันที่  $S$

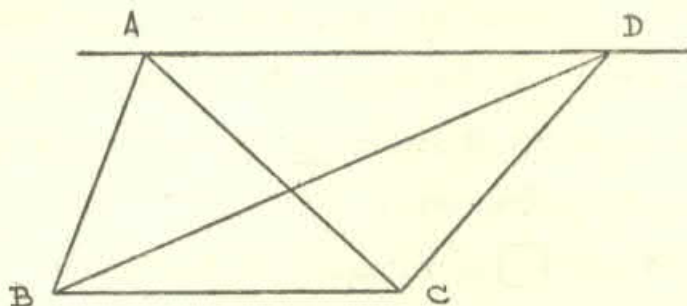
$\therefore BMSN$  เป็น  $\square$  เส้นทแยงมุมของ  $\square$  ยาวเท่ากัน

$\therefore BS = MN$

ให้  $B$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี  $BS = MN$  เขียนส่วนโค้งตัด  $AB$  ที่  $X$  และ  
 $BC$  ที่  $Y$  ทางเดินของจุด  $S$  เป็นส่วนของเส้นรอบวงของ  $\odot$  ซึ่งมี  $B$  เป็น  
จุดศูนย์กลาง รัศมี  $BS = MN = 6$  นิ้ว และมีโคจรเฉพาะระหว่างไม้  $AB$  และ  
 $BC$  เท่านั้น คือ  $\widehat{YSX}$



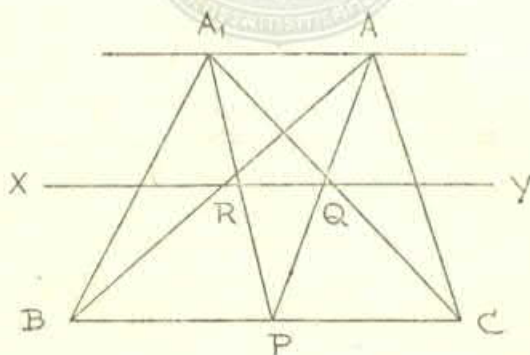
6. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่งมีพหุคูณคงเดิม และ  $BC$  เป็นฐานคงที่ ลาก  $AD$   
 $\parallel BC$  สมมติให้  $D$  เป็นจุดยอดของ  $\triangle$  ลาก  $DB, DC$   $\triangle DBC$  เป็น  $\triangle$   
ใหม่ที่เกิดขึ้น



1.  $\triangle ABC = \triangle DBC$  (พ.ท.  $\triangle$  ที่มีฐานเดียวกันอยู่ในคู่ขนานเดียวกัน ย่อมเท่ากัน)

นั่นคือ ทางเดินของจุดยอด A เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด A และขนาน BC

7. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  ซึ่งมี  $BC$  เป็นฐานคงที่  $P$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $BC$  ลาก  $AP$  แบ่งครึ่ง  $AP$  ที่จุด  $Q$  ลากเส้น  $XY$  ผ่านจุด  $Q$  ให้  $\parallel BC$  ให้  $A'$  เป็นจุดยอดอีกจุดหนึ่งของ  $\triangle A'BC$  มีพ.ท. เท่ากับ  $\triangle ABC$  (พ.ท.  $\triangle$  ที่มีฐานเดียวกันและอยู่ในคู่ขนานเดียวกันย่อมเท่ากัน) ลาก  $A'P$  ตัด  $XY$  ที่  $R$

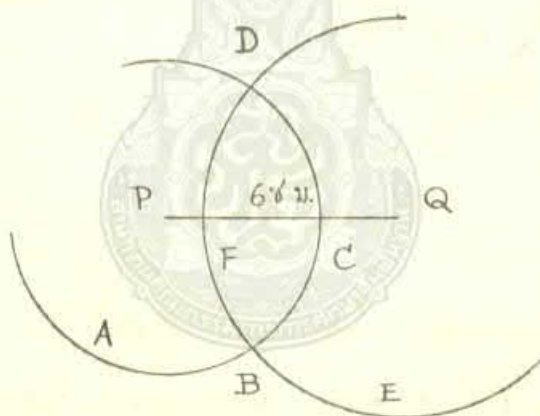


1.  $A'A \parallel XY \parallel BC$
2.  $AQ = QP$
3.  $A'R = RP$

1. สร้าง
2.  $Q$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AP$
3. เส้นขนาน 3 เส้นซึ่งแบ่งครึ่ง  $AP$  ย่อมแบ่งครึ่ง  $A'P$  ด้วย

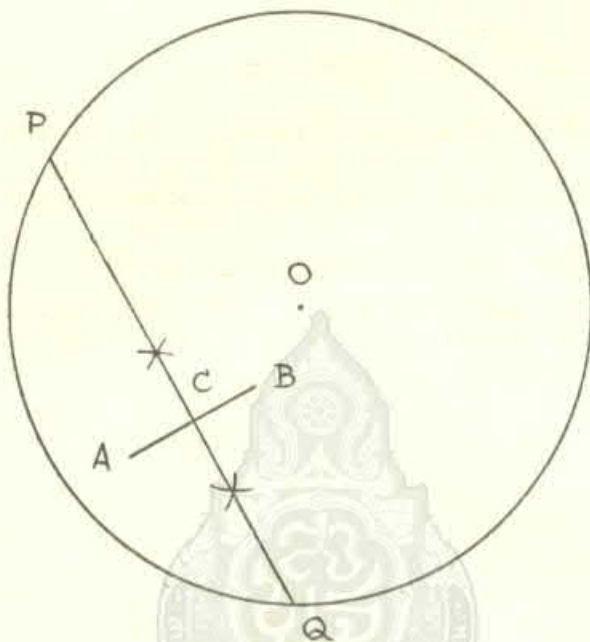
ในทำนองเดียวกันไม่ว่า  $A'$  จะอยู่ที่ใดในเส้น  $A'A$ ;  $\triangle A'BC$  ย่อมมี พ.ท.  
 $= \triangle ABC$  เสมอและ  $A'R = RP$  เสมอ  
 นั่นคือทางเดินของจุดกึ่งกลาง  $AP$  เป็นเส้นตรง  $\parallel BC$  และห่างจาก  $A'A$  และ  
 $BC$  เท่ากัน

8. ให้  $P$  และ  $Q$  เป็นจุด 2 จุดห่างกัน 6 ซม. ให้  $P$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 4 ซม. เขียนส่วนโค้ง  $ABCD$  ให้  $Q$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 5 ซม. เขียนส่วนโค้ง  $EBFD$  ตัดกับส่วนโค้งแรกที่  $B$  และ  $D$   
 $\therefore B$  และ  $D$  เป็นจุด 2 จุดห่างจาก  $P$  และ  $Q$  เป็น 4 ซม. และ 5 ซม.



- |                                                                             |                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 1. $B$ และ $D$ เป็นจุดบนส่วนโค้ง $ABCD$                                     | 1. พุทธทุกจุดบน $\widehat{ABCD}$ ห่างจาก $P$<br>$= 4$ ซม. |
| 2. $B$ และ $D$ เป็นจุดบนส่วนโค้ง $EBFD$                                     | 2. พุทธทุกจุดบน $\widehat{EBFD}$ ห่างจาก $Q$<br>$= 5$ ซม. |
| 3. $\therefore B$ และ $D$ เป็นจุดห่างจาก $P = 4$ ซม. และห่างจาก $Q = 5$ ซม. | 3. จากข้อ 1 และข้อ 2                                      |

9. ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของ  $\odot$  ซึ่งมีรัศมี  $= 1.5$  นิ้ว  $A$  และ  $B$  เป็นจุด 2 จุดที่อยู่ภายใน  $\odot$  ห่างกัน  $.75$  นิ้ว



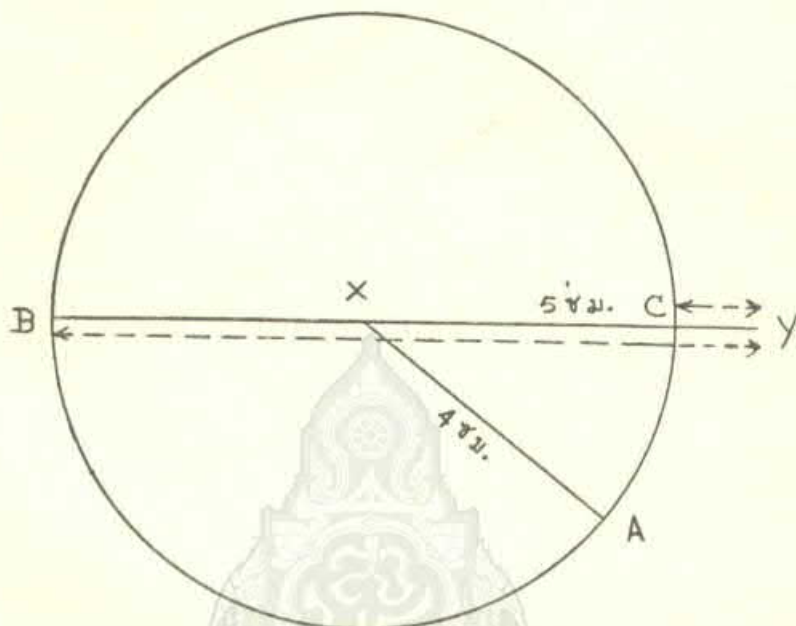
ลากเส้น  $PQ$  แบ่งครึ่งและตั้งฉาก  $AB$  ที่  $C$  ตัด  $\odot^{ce}$  ของ  $\odot$  ที่  $P$  และ  $Q$

$\therefore P$  และ  $Q$  เป็นจุด 2 จุด แต่แต่ละจุดอยู่ห่างจาก  $A, B$  เท่ากัน

1.  $PQ$  เป็นเส้นแบ่งครึ่งและ  $\perp AB$  ที่  $C$
2. ทุกจุดบน  $PQ$  ห่างจาก  $A$  และ  $B$  เท่ากัน
3.  $P$  และ  $Q$  เป็นจุดบน  $\odot^{ce}$  ของ  $\odot$

นั่นคือ  $P$  และ  $Q$  เป็นจุดบน  $\odot^{ce}$  ห่างจาก  $A$  และ  $B$  เท่ากัน

10. ให้  $X$  และ  $Y$  เป็นจุด 2 จุดห่างกัน 5 ซม. ให้  $X$  เป็นจุดศูนย์กลาง วงกลม รัศมี 4 ซม. เขียน  $\odot$  ตัด  $XY$  ที่  $C$  และตัด  $YX$  ที่ต่อออกไปที่  $B$



จุดใด ๆ (A) บนเส้นรอบวงของ  $\odot$  ซึ่งมี  $X$  เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี 4 ซม.

จุดใด ๆ (A) จะห่างจากจุด  $X$  4 ซม. เสมอ

$\therefore$  ทางเดินของจุดซึ่งอยู่ห่างจาก  $X$  4 ซม. เป็นเส้นรอบวงของ  $\odot$  ซึ่งมี

$X$  เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี 4 ซม. เมื่อ  $A$  มาอยู่ที่  $B$  จะได้  $BX + XY =$

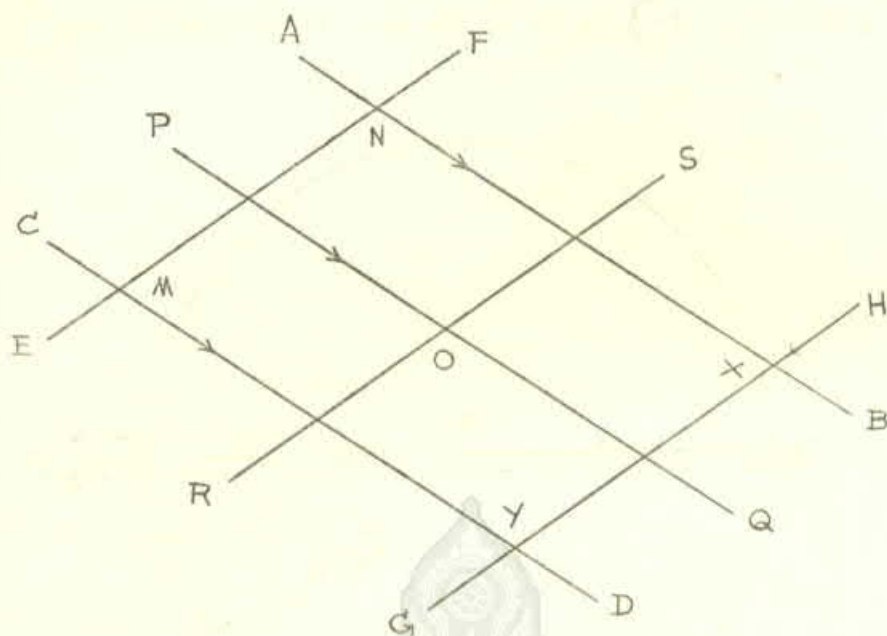
$$4 + 5 = 9 \text{ ซม.} = BY$$

$\therefore$   $A$  จะห่างจาก  $Y$  มากที่สุด = 9 ซม.

เมื่อ  $A$  มาอยู่ที่  $C$  จะได้  $CY = XY - XC = 5 - 4 = 1 \text{ ซม.}$

$\therefore$   $A$  จะห่างจาก  $Y$  น้อยที่สุด = 1 ซม.

11. ให้ PQ และ RS เป็นเส้นตรง 2 เส้นตัดกันที่จุด O



AB และ CD เป็นทางเดินของรถที่ห่างจาก PQ 2 ซม.

FE และ HG เป็นทางเดินของรถที่ห่างจาก RS 3 ซม.

ทางเดินทั้ง 4 ตัดกันที่ M, N, X, Y

$\therefore$  M, N, X, Y เป็นจุด 4 จุดที่ห่างจาก PQ = 2 ซม. และห่างจาก RS = 3 ซม.

1. M และ Y เป็นจุดบนทางเดิน  
CD

2. M และ Y ห่างจาก PQ  
2 ซม.

3. N และ X เป็นจุดบนทางเดิน  
AB

4. N และ X ห่างจาก PQ  
2 ซม.

1. สร้าง

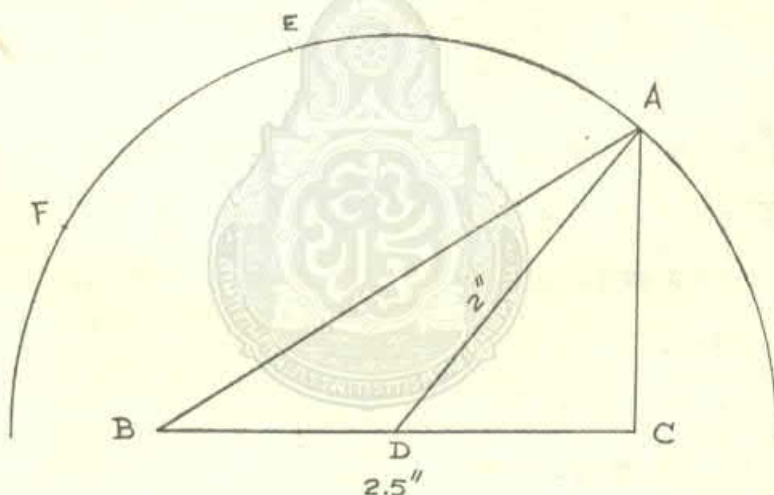
2. M และ Y เป็นจุดบนทางเดินของ  
รถที่ห่าง PQ 2 ซม.

3. สร้าง

4. N และ X เป็นจุดบนทางเดินของรถ  
ที่ห่าง PQ 2 ซม.

- |                             |                                                    |
|-----------------------------|----------------------------------------------------|
| 5. M และ N อยู่บนทางเดิน EF | 5. สร้าง                                           |
| 6. M และ N ห่างจาก RS ๓ ซม. | 6. M และ N เป็นจุดบนทางเดินของ<br>จุดห่าง RS ๓ ซม. |
| 7. Y และ X อยู่บนทางเดิน GH | 7. สร้าง                                           |
| 8. Y และ X ห่างจาก RS ๓ ซม. | 8. Y และ X เป็นจุดบนทางเดินของ<br>จุดห่าง RS ๓ ซม. |

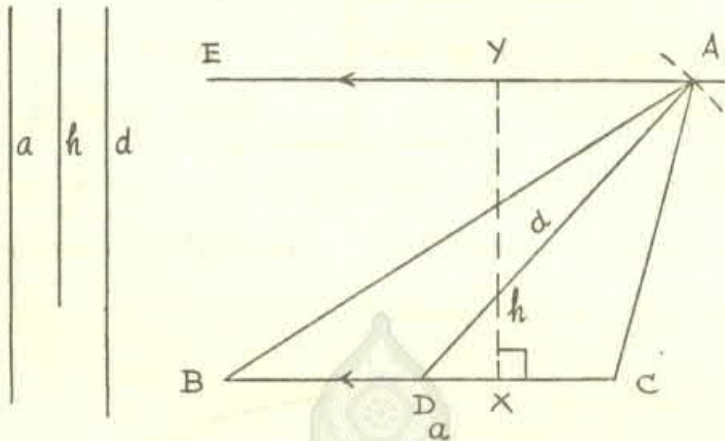
12. ให้ BC เป็นฐานของ  $\triangle ABC$  ยาว 2.5 นิ้ว แบ่งครึ่งฐาน BC ที่ D ให้ D เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี 2 นิ้ว เขียนส่วนโค้งเล็กจากจุดใดจุดหนึ่งบนเส้นรอบวงเป็นจุด A เขียนเส้น AB, AC



$\therefore ABC$  เป็น  $\triangle$  ที่มีฐาน  $BC = 2.5$  นิ้ว มีมิตฐาน  $AD = 2$  นิ้ว

- |                                                                                                           |                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1. ส่วนโค้ง AEF เป็นทางเดิน<br>ของจุดห่างจาก D 2 นิ้ว                                                     | 1. สร้าง                                |
| 2. A ห่างจาก D 2 นิ้ว                                                                                     | 2. A เป็นจุดบน $\widehat{AEF}$ จากข้อ 1 |
| 3. BC เป็นฐานคงที่ 2.5 นิ้ว                                                                               | 3. สร้าง                                |
| 4. ไม่ว่า A จะอยู่ที่ใดบนส่วน<br>โค้ง AEF $\triangle ABC$ จะมี $BC$<br>$= 2.5$ นิ้ว และ $AD = 2$ นิ้วเสมอ | 4. จากข้อ 2 และข้อ 3                    |

18. ให้  $a$  เป็นความยาวของฐาน  $\triangle$   
 $h$  เป็นความยาวของเส้นส่วนสูง  
 $d$  เป็นความยาวของเส้นมัธยฐาน

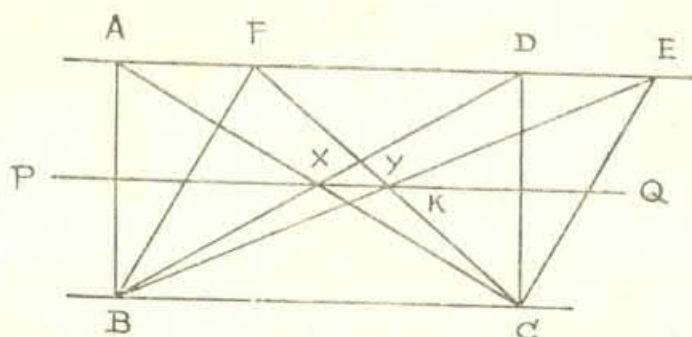


สร้าง ลาก BC ยาว  $a$  จากจุดใด ๆ ใน BC ลากเส้น  $\perp$  BC ยาว  $= h$   
 ที่ Y จาก Y ลาก  $YE \parallel BC$  D เป็นจุดกึ่งกลาง BC วัด  $= d$  เขียนส่วน  
 โค้งตัด  $EY$  ที่ตัดออกไปที่ A ลาก AB, AC  $\therefore$  ABC เป็น  $\triangle$  ที่ต้องการ

1.  $BC = a$
2.  $BC \parallel EA$  ห่าง  $= h$
3. D เป็นจุดกึ่งกลาง BC
4. DA ตัด  $EY$  ที่ตัดออกไปที่ A  
 $AD = d$
5.  $\triangle ABC$  มี  $BC = a$ , สูง  $= h$   
 และ  $AD = d$

1. สร้าง
2. สร้าง
3. สร้าง
4. สร้าง
5. จากข้อ 1, ข้อ 2, ข้อ 3, ข้อ 4

14. ให้ ABCD เป็น ☐ รูปหนึ่ง มีเส้นทแยงมุม AC ตัดกับ BD ที่ X จาก X  
 ลากเส้น  $PQ \parallel BC$  ให้ BCEF เป็น ☐ รูปหนึ่ง มีเส้นทแยงมุม CF ตัด  
 PQ ที่ Y ลาก BE ตัด FC ที่ K



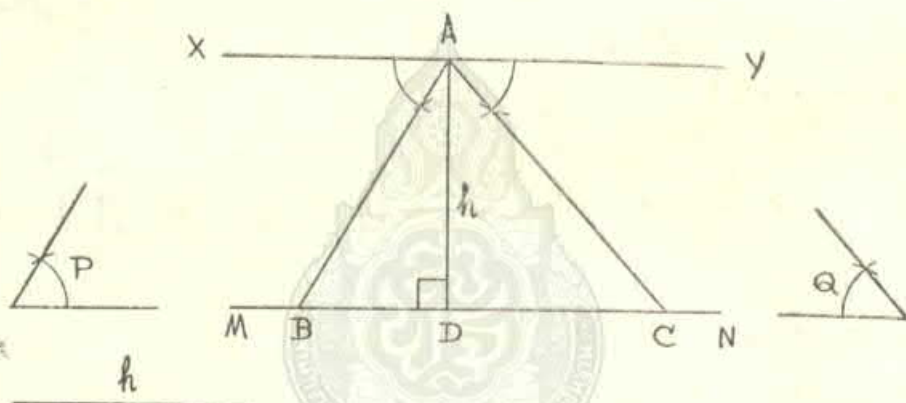
- |                                                                                                                                                                            |                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 1. $AX = XC$ ; $BX = XD$                                                                                                                                                   | 1. เส้นทแยงมุมของ $\square$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน    |
| 2. $PQ \parallel AD \parallel BC$                                                                                                                                          | 2. สี่เหลี่ยม                                         |
| 3. $\therefore CY = YF$                                                                                                                                                    | 3. เส้นขนาน 3 เส้นแบ่งครึ่ง $AC$ ข้อมุมแบ่งครึ่ง $CF$ |
| 4. $CF$ ตัดแบ่งครึ่ง $BE$ ที่ $K$                                                                                                                                          | 4. เส้นทแยงมุมของ $\square$ แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน    |
| 5. $K$ และ $Y$ ต่างก็แบ่งครึ่ง $FC$                                                                                                                                        | 5. จาก 3, 4                                           |
| 6. $K$ และ $Y$ เป็นจุดเดียวกัน                                                                                                                                             | 6. ทแยงแบ่งครึ่งเส้นตรงเดียวกัน จากข้อ 5              |
| 7. ทำนองเดียวกันจะพิสูจน์ได้ว่าไม่ว่า $Y$ จะเป็นจุดตัดของเส้นทแยงมุม $\square$ ใดๆ บนฐาน $BC$ ข้อมุมอยู่บนเส้น $PQ$ ขนาน $AD$ และขนาน $BC$ และห่างจาก $AD, BC$ เท่ากันด้วย |                                                       |

## แบบฝึกหัดชุดที่ 15

หน้า 79

1. ให้  $\triangle P, Q$  และส่วนสูง  $h$

สร้าง ลากเส้นตรง  $MN$  และ  $XY$  ให้ขนานกัน ห่างกัน  $= h$  ลากเส้นจาก  $A$  ซึ่งเป็นจุดใน  $XY$  ให้  $\perp MN$  ที่  $D$  จาก  $A$  ทำมุมกับ  $XA$  ให้  $= \angle P$  ลากแขนของมุมพบ  $MN$  ที่  $B$  จาก  $A$  ทำมุมกับ  $YA$  ให้  $= \angle Q$  ลากแขนของมุมพบ  $MN$  ที่  $C$   $\therefore ABC$  เป็น  $\triangle$  ที่ต้องการ

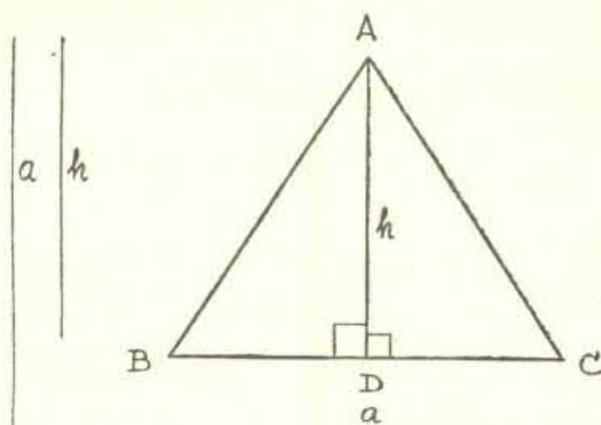


1.  $MN \parallel XY$  และห่าง  $= h$
2.  $\angle XAB = \angle ABC$  ;  $\angle YAC = \angle ACB$
3.  $\angle XAB = \angle P$  ;  $\angle YAC = \angle Q$
4.  $\angle ABC = \angle P$  ;  $\angle ACB = \angle Q$
5.  $AD \perp BC$  ยาว  $= h$

1. สร้าง
2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
3. สร้าง ตามบทสร้างว่าด้วยการสร้างมุมเท่า
4. ทางเท่ากันจึงเกิดขงกัน
5. สร้าง

2. ให้  $a$  และ  $h$  เป็นความยาวของฐานและส่วนสูงที่กำหนด

สร้าง ลากเส้น  $BC$  ยาว  $a$  แบ่งครึ่ง  $BC$  ที่  $D$  จาก  $D$  ลากเส้น  $AD$  ยาว  $h \perp BC$  ต่อเส้น  $AB, AC$   $\therefore ABC$  เป็น  $\triangle$  หน้าที่ต้องการ



1.  $BC = a$ ;  $BD = DC$

2.  $\angle BDA = \angle ADC = 90^\circ$

3.  $\triangle ABD \cong \triangle ADC$

4.  $AB = AC$   $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  หนักรว

1. สร้าง

2. สร้าง

3. ค.ม.ค. จากข้อ 1 ข้อ 2 และ AD  
ด้านร่วม

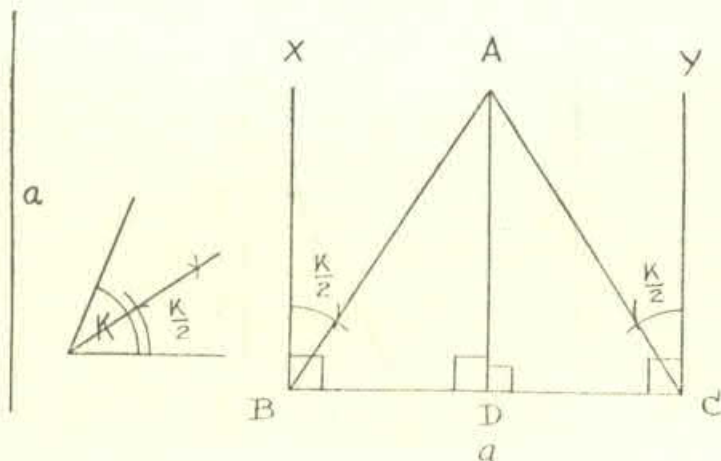
4. จากข้อ 3 และคุณสมบัติของ  $\triangle$  หนักรว

9. ให้  $a$  เป็นความยาวของฐาน และ  $K$  เป็นมุมยอดที่กำหนด

สร้าง สามเหลี่ยม  $BC$  ยาว  $= a$  หน่วย สามเหลี่ยม  $BX$  และ  $CY$  ทั้งฉากกับ

$BC$  ที่  $B$  และ  $C$  ที่  $B$  ทำมุมกับ  $XB = \frac{K}{2}$  และที่  $C$  ทำมุมกับ

$YC = \frac{K}{2}$  สามเหลี่ยมของมุมตกกันที่  $A$



∴ ABC เป็น  $\triangle$  ที่สองเท่า

สร้างเพื่อพิสูจน์ ลากเส้นจาก A  $\perp$  BC ที่ D

$$1. \angle XBD = \angle ADG = \angle YCD = \angle$$

$$= \angle ADB$$

$$2. XB \parallel AD \parallel YC$$

$$3. \angle XBA = \angle BAD = \frac{\angle K}{2}$$

$$4. \angle YCA = \angle CAD = \frac{\angle K}{2}$$

$$5. \angle BAD + \angle CAD = \angle BAC$$

$$= \frac{\angle K}{2} + \frac{\angle K}{2} = \angle K$$

$$6. \triangle BDA \cong \triangle ADC$$

$$7. AB = AC ; \triangle ABC \text{ เป็น } \triangle$$

หน้าจั่ว

1. สร้าง

2. มุมภายนอก = มุมภายในข้าง  
ที่อยู่ของเส้นตัด

3. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

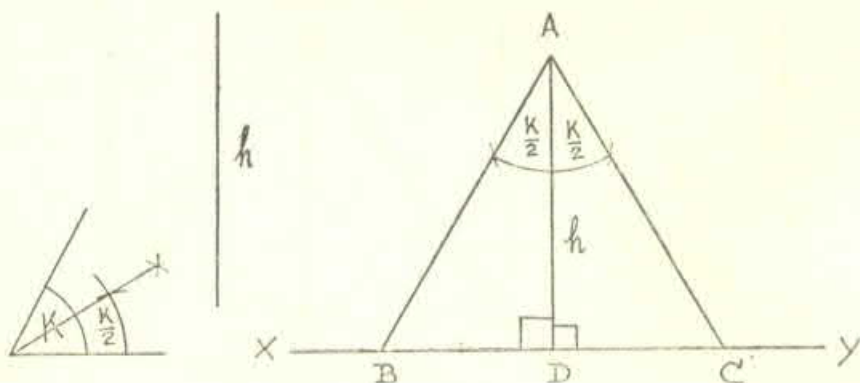
4. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

5. + สิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน และ  
= ส่วนใหญ่

6. ม.ค.ม. จากข้อ 1 AD คั่นร่วม  
และข้อ 5

7. จากข้อ 6

4. ให้ h เป็นส่วนสูง และ K เป็นความกว้างของมุมยอดที่กำหนดให้



สร้าง ลากเส้นตรง  $XY$  ให้จุด  $D$  ใน  $XY$  ลาก  $DA$  ยาว  $h \perp XY$  ที่  $A$

ทำมุมกับ  $AD$  ทั้งสองด้าน  $= \frac{\hat{A}}{2}$  ตัดแขนของมุม พบ  $XY$  ที่  $B$  และ  $C$

$\therefore \triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  ที่ต้องการ

$$1. \hat{DAB} = \hat{DAC} = \frac{\hat{A}}{2}$$

$$2. \hat{ADB} = \hat{ADC} = 90^\circ$$

$$3. \triangle ABD \cong \triangle ADC$$

$$4. AB = AC; \triangle ABC \text{ เป็น } \triangle \text{ หนาว}$$

$$5. \hat{DAB} + \hat{DAC} = \hat{BAC} = \hat{A}$$

1. สร้าง

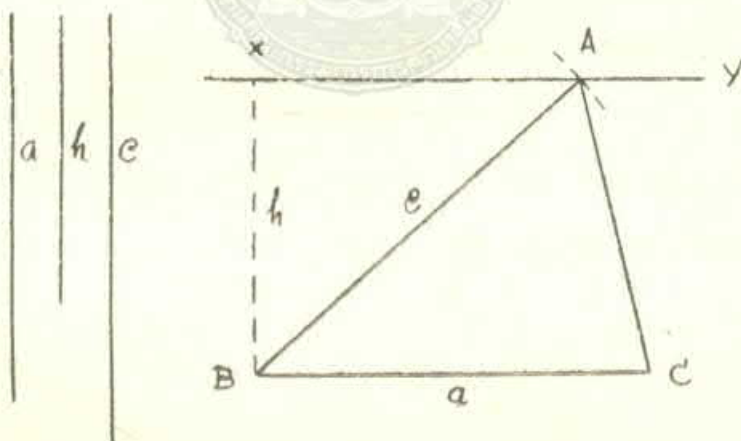
2. สร้าง

3. ม.ท.น. จากข้อ 1,  $AD$  ด้านร่วม และข้อ 2

4. จากข้อ 3

5. ส่วนย่อย + กัน = ส่วนใหญ่

5. ให้  $a, c$  เป็นความยาวของ 2 ด้าน และ  $h$  เป็นส่วนสูงที่กำหนด



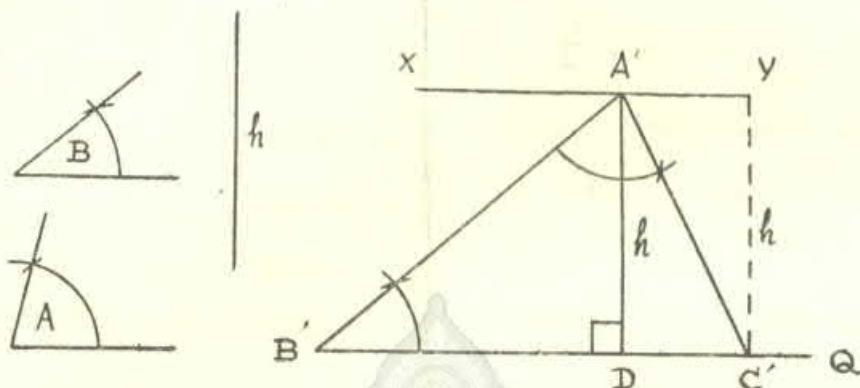
สร้าง ลากเส้น  $BC$  ยาว  $= a$  ที่  $B$  ลาก  $BX$  ยาว  $h \perp BC$  และ

ลาก  $XY \parallel BC$  ยาวพอสมควร ให้  $B$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาว  $= c$

เขียนส่วนโค้งตัด  $XY$  ที่  $A$  ลาก  $AC$

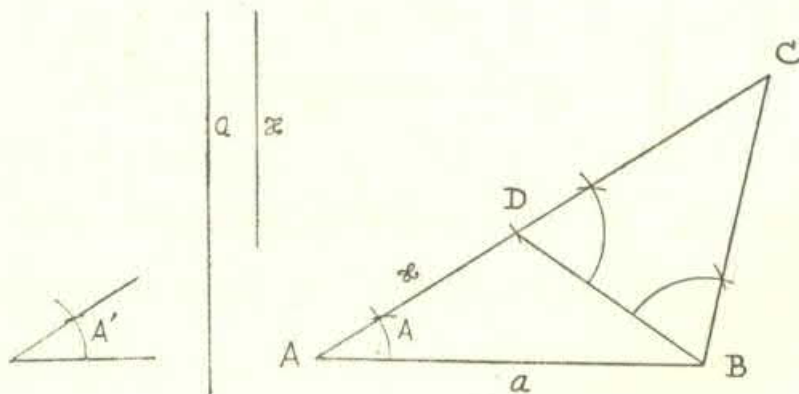
$\therefore \triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  ที่สองเท่า มี  $BC = a; BA = c$  โดยการ  
สร้าง และอยู่ ในตำแหน่งที่ห่างกัน  $= h$  จึงมีส่วนสูง  $= h$

6. ให้  $\angle A, \angle B$  และ  $h$  เป็นมุมและเส้นตั้งฉาก ที่ลากจาก  $A$  มายัง  $BC$



สร้าง ลากเส้น  $BQ$  ขาวพอสมควร ลาก  $XY$  ให้ขนาน  $BQ$  และห่างจาก  
 $BQ = h$  ที่  $B'$  ทำมุม  $\angle A'B'C'$  ให้  $= \angle B$  ที่จุด  $B'$  ตัดแขนของมุม  
บน  $XY$  ที่  $A'$  ลาก  $A'D \perp BQ$  ที่  $D$  และทำมุมกับ  $B'A'$  ที่  
 $A'$  ให้เท่ากับ  $\angle A$  ที่กำหนด ตัดแขนของมุมบน  $BQ$  ที่  $C'$   
 $\therefore A'B'C'$  เป็น  $\triangle$  ที่สองเท่า

7.  $\angle A$  เป็นมุมที่กำหนด ให้  $a$  เป็นความยาวของฐาน และ  $x$  เป็นความยาวของ  
ผลต่างของด้าน  $AC$  และ  $BC$



สร้าง ลากเส้น  $AB$  ยาว  $= a$  ที่  $A$  ทำมุมกับ  $AB$  ให้เท่ากับมุม  $\hat{A}$  ที่กำหนดให้ ลากแขนของมุมยาวพอสมควร ให้  $A$  เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี  $x$  เขียนส่วนโค้งตัดแขนของมุมที่  $D$  ที่  $DB$  ที่  $B$  สร้างมุมกับแขน  $BD$  ให้เท่ากับมุม  $\hat{CDB}$  ลากแขนของมุมตัด  $AD$  ที่ตัดออกไปที่  $C$

$\therefore ABC$  เป็น  $\triangle$  ที่ต้องการ

$$1. \hat{CBD} = \hat{CDB}$$

$$2. BC = DC$$

$$3. AC - BC = AC - DC = AD = x$$

$$4. \hat{CAB} = \hat{A}$$

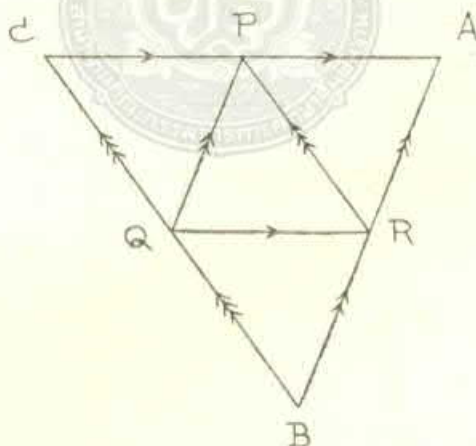
1. สร้าง

2. ทำมุมตรงข้ามมุมเท่าๆของ  $\triangle$  ย่อมเท่ากัน

3. ลบสิ่งเท่ากันจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน และเท่ากับที่กำหนด

4. สร้าง

8. ให้  $P, Q, R$  เป็นตำแหน่งกึ่งกลางของด้านทั้ง 3 ของ  $\triangle$



สร้าง ลากเส้น  $PQ, QR, RP$  จาก  $P$  ลากเส้นให้ขนานกับ  $QR$  ออกไปทั้ง 2 ข้าง จาก  $R$  ลากเส้นขนานกับ  $PQ$  ตัดเส้นขนานเดิมที่  $A$  จาก  $Q$  ลากเส้นขนานกับ  $PR$  ออกไปทั้ง 2 ข้างตัดเส้นขนานทั้ง 2 ที่  $C$  และ  $B$

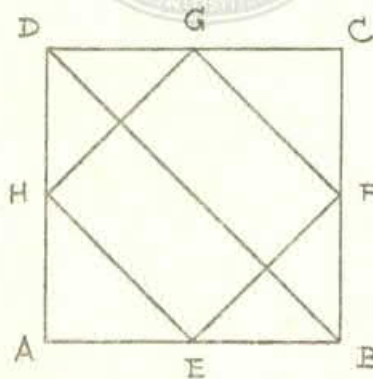
$\therefore ABC$  เป็น  $\triangle$  ที่ต้องการ

- |                                       |                                            |
|---------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. PQRA เป็น <input type="checkbox"/> | 1. เส้นขนาน 2 คู่เท่ากัน                   |
| 2. $PA = QR; PQ = AR$                 | 2. ด้านตรงข้ามของ <input type="checkbox"/> |
| 3. PQBR เป็น <input type="checkbox"/> | 3. เส้นขนาน 2 คู่เท่ากัน                   |
| 4. $QB = PR; PQ = RB$                 | 4. ด้านตรงข้ามของ <input type="checkbox"/> |
| 5. $PQ = AR = RB$                     | 5. จากข้อ 2 = ข้อ 4                        |
| 6. R เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB        | 6. จากข้อ 5                                |
| 7. $PA = QR = CP$                     | 7. พิสูจน์ด้านของเหลี่ยมข้อ 1 ถึงข้อ 5     |
| 8. P เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AC        | 8. จากข้อ 7                                |
| 9. $PR = CQ = QB$                     | 9. พิสูจน์ด้านของเหลี่ยมข้อ 1 ถึงข้อ 5     |
| 10. Q เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC       | 10. จากข้อ 9                               |

### แบบฝึกหัด ใจเพชร

หน้า 80

1. ให้ ABCD เป็น ☐ รูปหนึ่ง มี E, F, G, H เป็นจุดกึ่งกลางของ AB, BC, CD, DA ตามลำดับ ท่อ EF, FG, GH และ HE และลาก BD



- |                                               |                                             |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------------|
| 1. $HE \parallel DB$ และเป็น $\frac{1}{2} DB$ | 1. ท่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ $\triangle ABD$ |
| 2. $GF \parallel DB$ และเป็น $\frac{1}{2} DB$ | 2. ท่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ $\triangle DBC$ |
| 3. $HE = GF$ และขนานกัน                       | 3. จากข้อ 1 = ข้อ 2                         |

4.  $EF = GH$  และขนานกัน  
 5.  $EFGH$  เป็น ข  
 6.  $AE = AH$   
 7.  $\angle AEH = \angle AHE$   
 8.  $\angle HAE = 120^\circ$   
 9.  $\angle AEH = \angle AHE = 45^\circ$   
 10.  $\angle BEF = 45^\circ$

11.  $\angle HEA + \angle HEF + \angle FEB = 210^\circ$   
 12.  $\angle HEF = 210^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 120^\circ$   
 13.  $\triangle AEH \cong \triangle BEF$

14.  $HE = EF$

15.  $EFGH$  เป็น จ

4. เส้นขนานที่ตัดด้วยเส้นตรงที่เท่ากัน  
 5. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน  
 6. ค่าเป็น  $\frac{1}{2}$  ของด้านของ ข  
 7. มุมตรงข้ามด้านเท่าของ  $\triangle$   
 8. กำหนดให้  
 9.  $\triangle 120^\circ$ , 2 มุมแหลม + กัน =  $120^\circ$   
 10. พิจารณาของเคียวข้อ 6 ถึงข้อ 9  
 ใน  $\triangle BEF$

11. = มุมตรง

12. — สิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

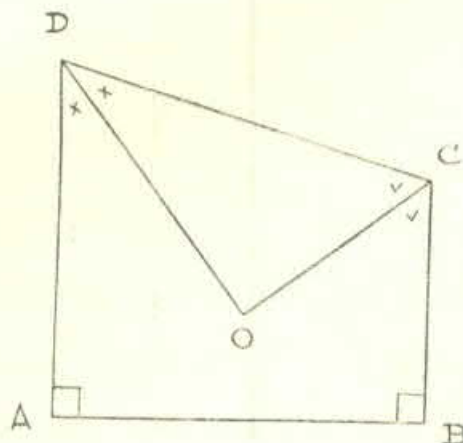
13. ค.น.ก.  $AH = AE = EB = BF$ ;

$\angle A = \angle B = 120^\circ$

14. จากข้อ 13

15. ด้านประชิดของ ข เท่ากัน มุมเป็นมุมฉาก

2. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง มี  $\angle A = \angle B = 120^\circ$  ลาก  $OD$  แบ่งครึ่ง  $\angle D$  และ  $OC$  แบ่งครึ่ง  $\angle C$  ตัดกันที่  $O$



$$1. \overset{\Delta}{A} + \overset{\Delta}{B} + \overset{\Delta}{C} + \overset{\Delta}{D} = 4 \text{ | จ.}$$

$$2. \overset{\Delta}{A} + \overset{\Delta}{B} = 2 \text{ | จ.}$$

$$3. \overset{\Delta}{C} + \overset{\Delta}{D} = 2 \text{ | จ.}$$

$$4. \overset{\Delta}{ODC} + \overset{\Delta}{OCD} = \frac{\overset{\Delta}{D}}{2} + \frac{\overset{\Delta}{C}}{2}$$

$$= 1 \text{ | จ.}$$

$$5. \overset{\Delta}{COD} = 1 \text{ | จ.}$$

$$1. \text{มุมของ } \square = 4 \text{ | จ.}$$

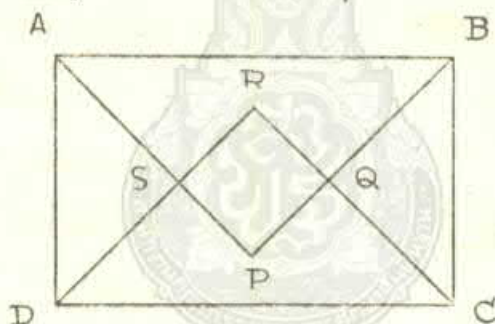
2. กำหนดให้

3. ดึงเส้นเท่ากันจากทุกเท่ากันเหลือเท่ากัน

4. ผลบวกของครึ่งมุมจากข้อ 3

5. เพราะมุมในรูป  $\triangle$  เป็น 2 มุมฉาก  
และมุมอีก 2 มุมรวมกันเป็น 1 มุมฉาก  
จาก 4

8. ให้ ABCD เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง เส้นแบ่งครึ่งมุมทั้ง 4 ตัดกันที่ P, Q, R, S ตามลำดับ



$$1. \overset{\Delta}{SAD} + \overset{\Delta}{SDA} = 1 \text{ | จ.}$$

$$2. \overset{\Delta}{ASD} = 1 \text{ | จ.}$$

$$3. \overset{\Delta}{ASD} = \overset{\Delta}{RSP} = 1 \text{ | จ.}$$

$$4. \overset{\Delta}{BQC} = 1 \text{ | จ.}$$

$$5. \overset{\Delta}{RQP} = 1 \text{ | จ.}$$

$$6. \overset{\Delta}{DRC} = \overset{\Delta}{APB} = 1 \text{ | จ.}$$

$$7. PQRS \text{ เป็น } \square$$

1. แต่ละมุมเป็นครึ่งหนึ่งของมุมฉาก

2. จากข้อ 2 มุมที่เหลือของ  $\triangle$  ย่อม  
 $= 1 \text{ | จ.}$

3. มุมตรงข้ามเกิดจาก 2 เส้นตัดกัน

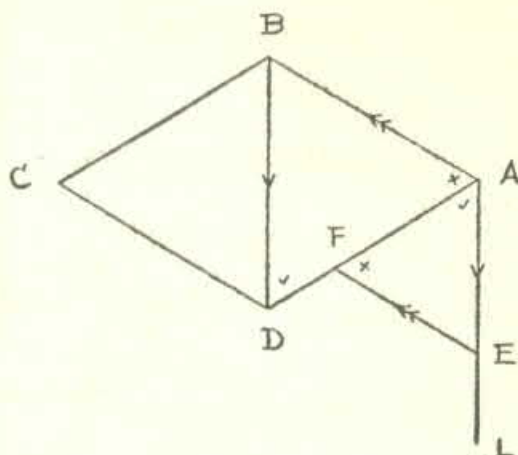
4. จาก  $\triangle BCQ$  พิจารณาทำนองเดียวกัน  
ข้อ 1 ถึงข้อ 3

5. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้น 2 เส้นตัดกัน

6. พิจารณาทำนองเดียวกัน

7. มุมทั้ง 4 เท่าเป็นมุมฉาก

4. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง  $BD$   
เป็นเส้นทแยงมุม  $AL \parallel BD$ :  $E$   
เป็นจุดบน  $AL$  ลาก  $EF \parallel AB$   
ตัด  $AD$  ที่  $F$



1.  $AE \parallel BD$ ;  $AB \parallel EF$

2.  $\angle EAF = \angle ADB$

3.  $\angle EFA = \angle BAD$

4.  $\angle AEF = \angle ABD$

5.  $AB = AD$

6.  $\angle ADB = \angle ABD$

7.  $\angle EAF = \angle AFE$

8.  $EF = AF$   $\triangle AEF$  เป็น  
 $\triangle$  หน้าที่

1. กำหนดให้

2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

3. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

4. 2 มุมของ  $\triangle$  2 รูปเท่ากัน มุมที่เหลือ  
เท่ากัน

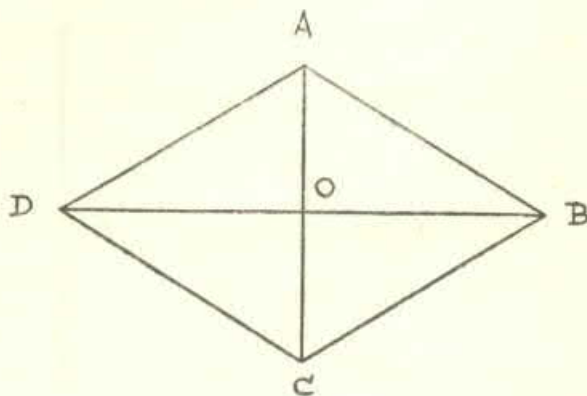
5. ด้านของ  $\square$

6. มุมฐานของ  $\triangle$  หน้าที่

7. ทางเท่าๆ มุมเท่ากัน

8. 2 มุมของ  $\triangle$  เท่ากัน

5. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  ลากเส้น  
ทแยงมุม  $AC$  ตัดกับ  $BD$  ที่  $O$



1.  $AO=OC; DO=OB$

2.  $AB=AD$

3.  $\triangle AOB \cong \triangle AOD$

4.  $\triangle DAO = \triangle OAB$

5.  $AC$  แบ่งครึ่ง  $\triangle A$

1. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

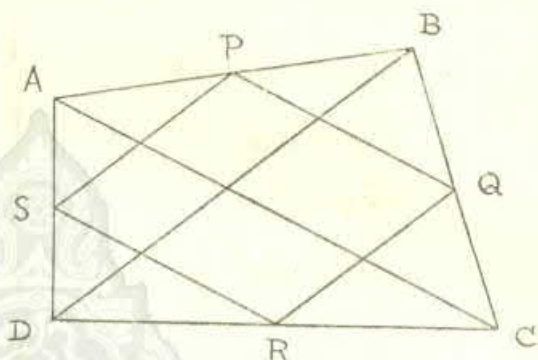
2. ด้านเท่าของ  $\square$ 

3. ก.ค.ค. จากข้อ 1 และข้อ 2

4. จากข้อ 3

5. จากข้อ 4

6. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง  
 $P, Q, R, S$  เป็นจุดกึ่งกลางของ  
 $AB, BC, CD, DA$  ตามลำดับลาก  
เส้น  $PQ, QR, RS, SP$  และต่อ  
เส้นทแยงมุม  $AC, BD$



1.  $PQ/AC$  และเป็น  $\frac{1}{2}$  ของ  $AC$

2.  $SR/AC$  และเป็น  $\frac{1}{2}$  ของ  $AC$

3.  $PQ=SR$  และขนานกัน

4.  $PQ+SR=AC$

5.  $PS/BD$  และเป็น  $\frac{1}{2}$  ของ  $BD$

6.  $QR/BD$  และเป็น  $\frac{1}{2}$  ของ  $BD$

7.  $PS=QR$  และขนานกัน

1. เส้นต่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABC$ 2. เส้นต่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ADC$ 

3. ข้อ 1 = ข้อ 2

4. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

5. เส้นต่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABD$ 6. เส้นต่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle CBD$ 

7. จากข้อ 5 = ข้อ 6

$$8. QR + PS = BD$$

$$9. PQ + SR + PS + QR = AC + BD$$

$$8. \text{ส่วนย่อยรวมกัน} = \text{ส่วนใหญ่}$$

$$9. \text{ข้อ 4} + \text{ข้อ 8}$$

7. ให้ ABCD เป็น  $\square$  มี  $AB \parallel DC$

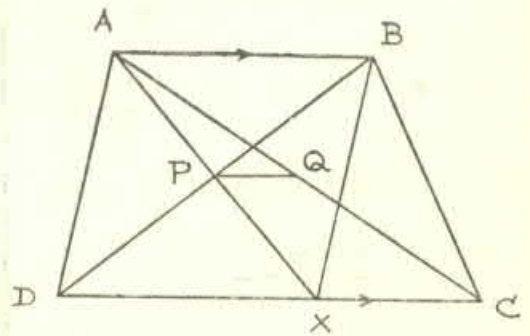
ลากเส้นทแยงมุม AC และ BD

P และ Q เป็นจุดกึ่งกลางเส้นทแยง

มุม BD และ AC ลาก PQ จาก

B ลากเส้น  $\parallel AD$  ตัด DC ที่ X

ที่ AX



1.  $AB \parallel DC$  และ  $BX \parallel AD$

2. ABXD เป็น  $\square$

3. เส้นทแยงมุม AX และ BD  
ตัดกันที่ P

$$4. PA = PX$$

$$5. \triangle XAC; PQ = \frac{XC}{2} \text{ และขนาน}$$

$$XC$$

$$6. DC - DX = DC - AB = XC$$

$$7. \frac{DC - AB}{2} = \frac{XC}{2} = PQ$$

1. กำหนดให้และสร้าง

2. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

3. หาสมบัติของ  $\square$

4. จากข้อ 3

5. เส้นต่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle$

6. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้ ( $\because DX = AB$ )

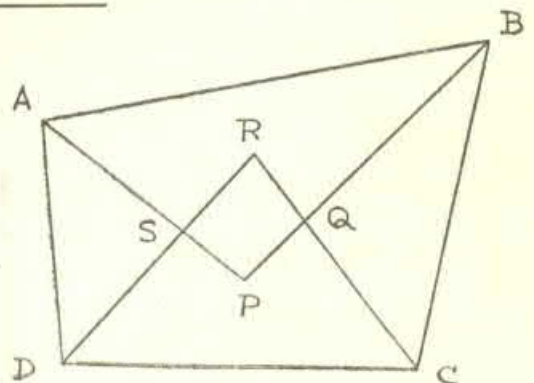
7. จากข้อ 5 = ข้อ 6

8. ให้ ABCD เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง ลาก

เส้นแบ่งครึ่ง มุมทั้ง 4 ตามลำดับ

ที่ P, Q, R, S จะเกิด  $\square$

PQRS



$$1. \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} + \frac{\angle D}{2} = 4 \text{ [จ]}$$

$$2. \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} + \frac{\angle D}{2} = 2 \text{ [จ]}$$

$$3. \angle DRC = 2 \text{ [จ]} - \frac{\angle D}{2} - \frac{\angle C}{2}$$

$$4. \angle APB = 2 \text{ [จ]} - \frac{\angle A}{2} - \frac{\angle B}{2}$$

$$5. \angle DRC + \angle APB = 4 \text{ [จ]} - \frac{\angle A}{2} - \frac{\angle B}{2} - \frac{\angle C}{2} - \frac{\angle D}{2}$$

$$6. \angle DRC + \angle APB = 2 \text{ [จ]}$$

$$7. \angle RSP + \angle RQP = 2 \text{ [จ]}$$

9. ให้ ABC เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง AD เป็น  
มีฐาน มี BX และ CY ลาก  
ขนานกับ AD ลาก PQ ให้ตั้งฉาก  
กับ AD ที่ O และตัด BX ที่ P  
ตัด CY ที่ Q

$$1. BD = DC$$

$$2. PB \parallel AD \parallel QC$$

$$3. PO = OQ$$

$$1. \text{มุมทั้ง 4 ของ } \square \text{ ใดๆ} = 4 \text{ [จ]}$$

$$2. \text{ครึ่งหนึ่งของสี่เหลี่ยมย่อมเท่ากัน}$$

$$3. \text{มุมใน } \triangle DRC = 2 \text{ [จ]}$$

$$4. \text{มุมใน } \triangle APB = 2 \text{ [จ]}$$

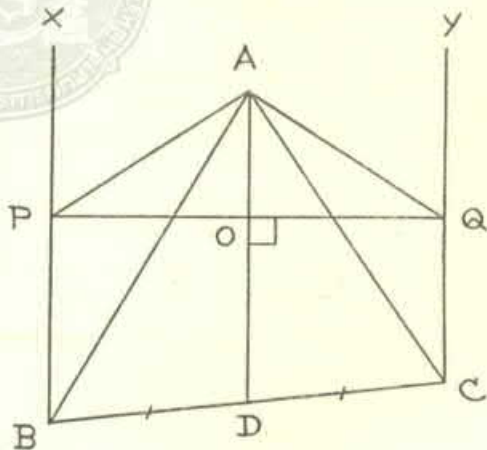
$$5. \text{ข้อ 3 และ ข้อ 4 รวมกัน}$$

$$6. \text{จากข้อ 5 และ ข้อ 2}$$

$$7. \text{ผลบวกของมุมทั้ง 4 ของรูปสี่เหลี่ยม}$$

$$PQRS = 4 \text{ [จ]} \text{ และมุมตรงข้าม}$$

$$\text{คู่หนึ่งรวมกันเป็น } 2 \text{ [จ]}$$



$$1. AD \text{ เป็นมีฐาน}$$

$$2. \text{กำหนดให้}$$

$$3. \text{เส้นขนาน 3 เส้นตัด BC เท่ากัน}$$

$$\text{ย่อมตัด PQ เท่ากันด้วย}$$

4.  $\angle AOP = \angle AOQ$

5.  $\triangle AOP \cong \triangle AOQ$

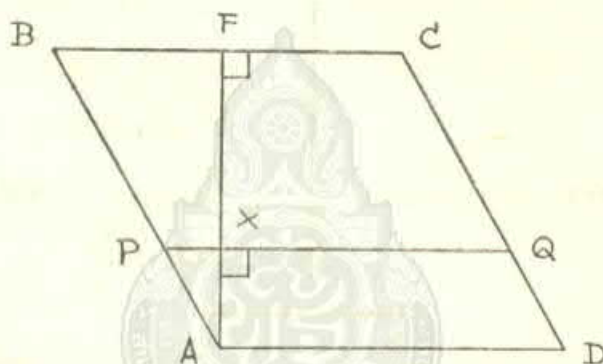
6.  $AP = AQ$ ;  $\triangle APQ$  เป็น  
 $\triangle$  หนักรว

5.  $\angle AOP = \angle AOQ$

5. พ.น.ก. จากข้อ 3 ข้อ 4 และ  $AO$   
ที่ร่วมกัน

6. จากข้อ 5

10. ให้  $ABCD$  และ  $APQD$  เป็น  $\square$  2 รูป มี  $AF$  และ  $AX$  เป็นส่วนสูงตามลำดับและ  $AX = \frac{1}{3} AF$



1. พ.น.  $\square$   $ABCD = AF \cdot AD$

2. พ.น.  $\square$   $APQD = AX \cdot AD$

3.  $AX = \frac{1}{3} AF$  หรือ  $3AX = AF$

4. พ.น.  $\square$   $ABCD = 3AX \cdot AD$

5. พ.น.  $\square$   $ABCD = 3 \square$

APQD

1. พ.น.  $\square$   $= 3 \times 3$

2. พ.น.  $\square$   $= 3 \times 3$

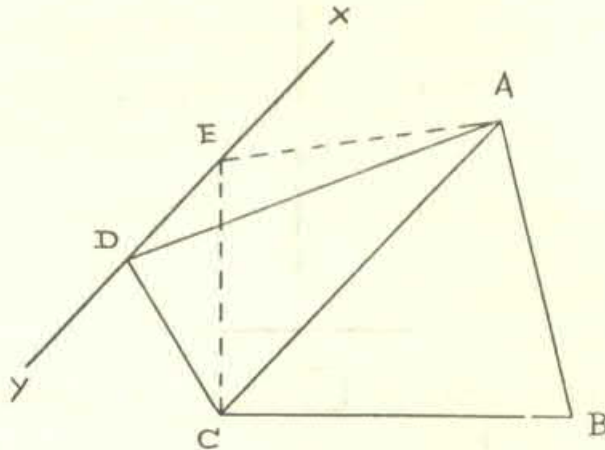
3. กำหนดให้

4. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้

5. จากข้อ 4

11. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  ที่เคลื่อนที่ไม่ได้  $AC$  เป็นฐาน สร้าง  $\triangle ACD$  บนฐาน  $AC$  เกิด  $\square ABCD$

ลากเส้น  $XY$  ผ่านจุด  $D$  ขนานกับ  $AC$   $XY$  จะเป็นการเกินของจุด  $D$  ซึ่งทำให้  $\square ABCD$  มีพื้นที่คงที่เสมอ



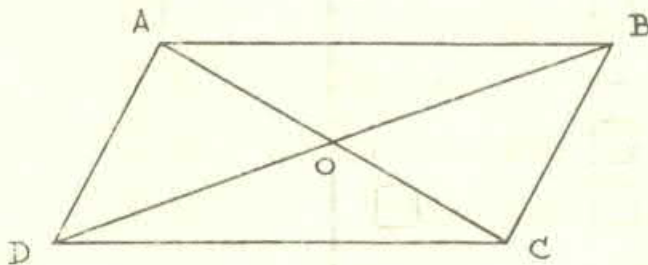
1.  $\triangle ADC$  มีพื้นที่คงที่ไม่ว่า  
จุด D จะอยู่ที่ใดบนเส้น XY

2.  $\square ABCD$  ย่อมมีเนื้อที่คงที่

1. สามเหลี่ยมที่มีอยู่บนฐานเดียวกัน  
และอยู่ในคี่ขนานเดียวกันย่อมมี  
เนื้อที่เท่ากัน

2. เนื้อที่ของ  $\triangle ACB$  และ ของ  $\triangle ACD$  คงที่

12. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง ให้ทแยงมุม  $AC$  ตัดกับ  $BD$  ที่จุด  $O$  ทำให้  
 $\triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD = \triangle DOA$



1.  $\triangle AOB = \triangle BOC$

2. B เป็นจุดยอดรวม

3. ฐาน  $AO = OC$

4.  $\triangle CBO = \triangle DOA$

1. กำหนดให้

2. กำหนดให้

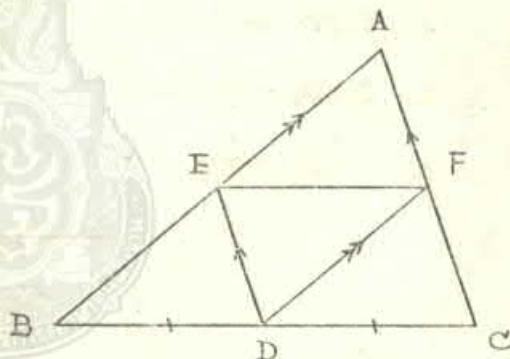
3. จากข้อ 1 และ ข้อ 2  $\triangle$  มี พ.ท.  
เท่ากันย่อมมีสูงเท่ากันฐานเท่ากัน

4. กำหนดให้

5.  $BO = OD$
6.  $\angle AOB = \angle DOC$
7.  $\triangle AOB \cong \triangle DOC$
8.  $AB = DC$  และ  $\angle ABO = \angle ODC$
9.  $AB \parallel DC$
10.  $AD = BC$  และขนานกัน
11.  $ABCD$  เป็น  $\square$

5.  $\triangle$  มีพ.ท. เท่ากัน สูงเท่ากัน  
ข้อมมีฐานเท่ากัน
6. มุมตรงข้ามเกิดจากเส้นตรงตัดกัน
7. ค.ม.ค. จากข้อ 3 ข้อ 6 และข้อ 5
8. จากข้อ 7
9. มุมภายนอก = มุมภายในบนข้าง  
เดียวของเส้นตัดเส้นตรง 2 เส้น
10. เส้นตัดทแยงเส้นขนานที่ยาวเท่ากัน
11. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

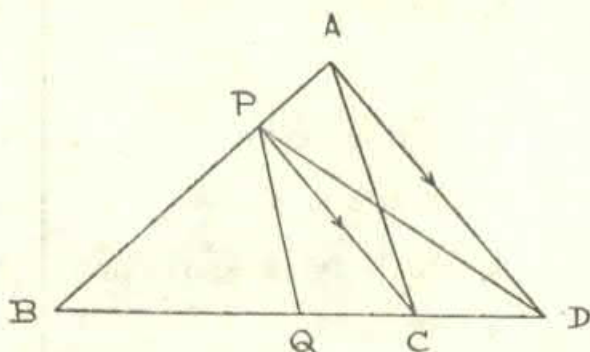
13. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปขนาน  $D$  เป็น  
จุดกึ่งกลาง  $BC$   $DF \parallel AB$  พบ  
 $AC$  ที่  $F$ ,  $DE \parallel AC$  พบ  $AB$  ที่  $E$   
ที่  $EF$



1.  $DE \parallel AC$
2.  $BE = EA$
3.  $DF \parallel AB$
4.  $AF = FC$
5.  $EF \parallel BC$

1. กำหนดให้
2. เส้นต่อจุดกึ่งกลางด้านที่ 1 ขนานด้าน  
ที่ 2 แบ่งครึ่งด้านที่ 3
3. กำหนดให้
4. เส้นต่อจุดกึ่งกลางด้านที่ 1 ขนาน  
ด้านที่ 2 แบ่งครึ่งด้านที่ 3
5. ต่อจุดกึ่งกลางของ 2 ด้านย่อม  $\parallel$   
ด้านที่ 3

14. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง  $P$  เป็นจุดกำหนดใน  $AB$  ต่อ  $PC$  จาก  $A$  ลาก  $AD \parallel PC$  พบ  $BC$  ที่ต่อออกไปที่  $D$  ลาก  $PD$  แบ่งครึ่ง  $BD$  ที่  $Q$  ลาก  $PQ$   
 $\therefore PQ$  เป็นเส้นแบ่งครึ่ง พ.ท.



รูป  $\triangle ABC$

1.  $\triangle PCD = \triangle APC$

2.  $\triangle BPD = \triangle ABC$

3.  $BQ = QD$

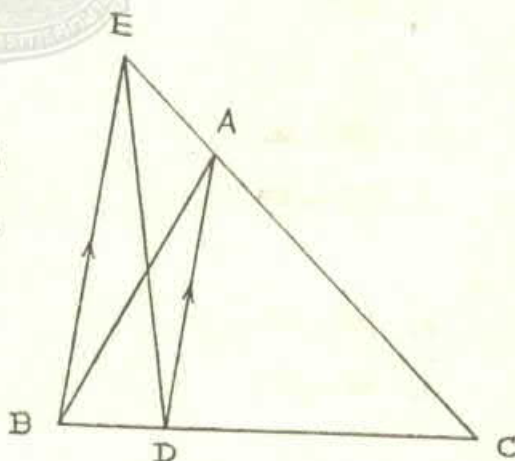
4.  $\triangle PBQ = \triangle PQD$

5.  $\triangle PBQ = \frac{1}{2} \triangle BPD$

6.  $\triangle PBQ = \frac{1}{2} \triangle ABC$

1. ฐาน  $PC$  ร่วม คู่ขนานเดียวกัน  
 2. ข้อ 1 ขวดย  $\triangle PBC$  ทั้ง 2 ข้าง  
 3.  $Q$  เป็นจุดกึ่งกลาง ตามสร้าง  
 4. ฐานเท่ากัน สูงเท่า  
 5. ส่วนย่อย =  $\frac{1}{2}$  ของส่วนใหญ่  
 6. เช่นเดียวกับข้อ 5

15. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง  $D$  เป็นจุดใน  $BC$  ต่อ  $AD$  จาก  $B$  ลากเส้น  $BE \parallel DA$  พบ  $AC$  ที่ต่อออกไปที่  $E$  ลาก  $ED$   
 $\therefore \triangle DCE$  เป็น  $\triangle$  ที่ต้องการ

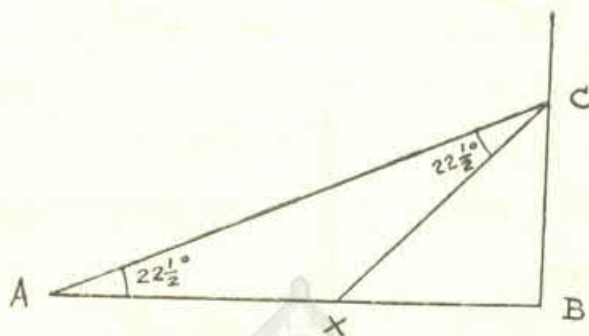


1.  $\triangle BDA = \triangle EDA$

2.  $\triangle ABC = \triangle EDC$

1. ฐาน  $AD$  ร่วม คู่ขนานเดียวกัน  
 2. ข้อ 1 ขวดย  $\triangle ADC$  ทั้ง 2 ข้าง

16. ให้  $AB$  เป็นเส้นตรงหนึ่ง ด้าน  $BC \perp AB$  ที่  $B$  จาก  $A$  ทำมุม  $22\frac{1}{2}^\circ$  กับ  $AB$  ด้านหนึ่งของมุมพบ  $BC$  ที่  $C$  จาก  $C$  ทำมุมกับเส้น  $AC$   $22\frac{1}{2}^\circ$  พบ  $AB$  ที่  $X$



$$1. \angle XAC = \angle ACX = 22\frac{1}{2}^\circ$$

$$2. AX = XC$$

$$3. \angle CXB = \angle XAC + \angle ACX \\ = 45^\circ$$

$$4. \angle ABC = 90^\circ$$

$$5. \angle BCX = 45^\circ$$

$$6. XB = BC$$

$$7. CX^2 = XB^2 + BC^2 = 2XB^2$$

$$8. AX^2 = 2XB^2$$

1. สืบว่า

2. ด้านตรงข้ามมุมเท่าของ  $\triangle$

3. ผลบวกมุมภายในตรงข้ามของ  $\triangle$   
= มุมภายนอก

4. ให้ไว้

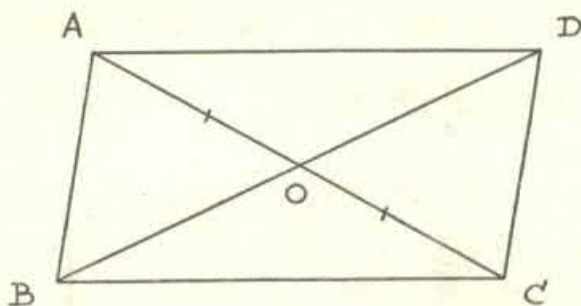
5. ผลบวกของ 3 มุมของ  $\triangle = 2|90^\circ$

6. ด้านตรงข้ามมุมเท่าของ  $\triangle$

7.  $\square$  ขนด้านตรงข้าม = ผลบวก  
ของ  $\square$  ขนอีก 2 ด้าน

8. แทนค่าจากข้อ 2 ในข้อ 7

17.  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DBC$  อยู่บนฐาน  $BC$  ร่วมกัน  $AD \parallel BC$ ;  $BD$  แบ่งครึ่ง  $AC$  ที่  $O$



1.  $AD \parallel BC$

2.  $\angle ADO = \angle DBC ; \angle DAO = \angle OCB$

3.  $AO = OC$

4.  $\triangle AOD \cong \triangle OCB$

5.  $\triangle AOD = \triangle OCB$

6.  $\triangle BOC = \triangle ODA$

1. กำหนดให้

2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

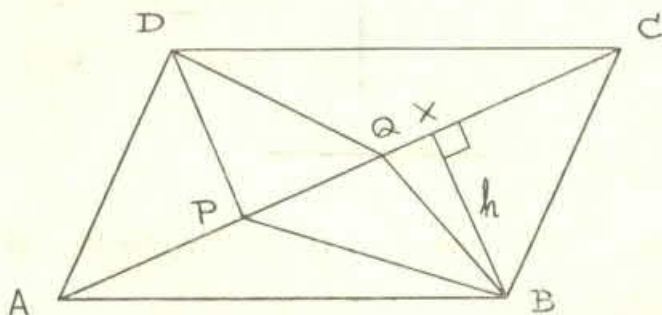
3. กำหนดให้

4. ม.ท.ม. จากข้อ 2 และข้อ 3

5. รูปที่เท่ากันร่วมกัน

6. เท่ากัน

18. ให้ ABCD เป็น [ข] AC เป็นเส้นทแยงมุม P และ Q อยู่บน AC จาก BP, BQ และ DP, DQ จาก B ลากเส้นส่วนสูง  $\perp AC$  ที่ X ยาว = h



$$1. \triangle ABC = \triangle ADC$$

$$2. \triangle ABC \text{ และ } \triangle ADC \text{ มี ส่วนสูงเท่ากัน}$$

$$3. \triangle BPQ = \frac{1}{2} \cdot PQ \cdot h$$

$$4. \triangle DPQ = \frac{1}{2} \cdot PQ \cdot h$$

$$5. \triangle BPQ = \triangle DPQ$$

$$1. \text{เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่ง พ.ท. } \boxed{ข}$$

$$2. \triangle 2 \text{ รูป พ.ท. เท่ากันฐานร่วม}$$

$$3. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

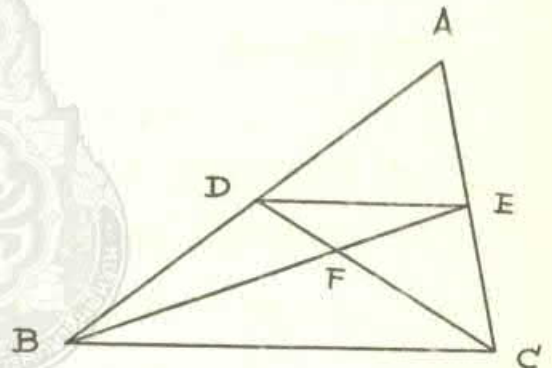
(ใช้ส่วนสูงของ  $\triangle ABC$ )

$$4. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

(ใช้ส่วนสูงของ  $\triangle ADC$ )

$$5. \text{จากข้อ 3 = ข้อ 4}$$

19. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง  $D$  และ  $E$  เป็นจุดกึ่งกลางด้าน  $AB$  และ  $AC$  ลาก  $DE$  และ  $BE$  ตัดกันที่  $F$  ดัง  $DE$



$$1. DE \parallel BC$$

$$2. \triangle BDC = \triangle BEC$$

$$3. \triangle DFB = \triangle EFC$$

$$4. AD = DB$$

$$5. \triangle BDC = \triangle ADC$$

$$6. \triangle BFC = \text{รูป } ADFE$$

$$1. \text{ลากเส้นต่อจุดกึ่งกลางของ 2 ด้านของ } \triangle \text{ ย่อม } \parallel \text{ ด้านที่ 3}$$

$$2. \text{ฐาน } BC \text{ ร่วมคี่ขนานเดียวกัน}$$

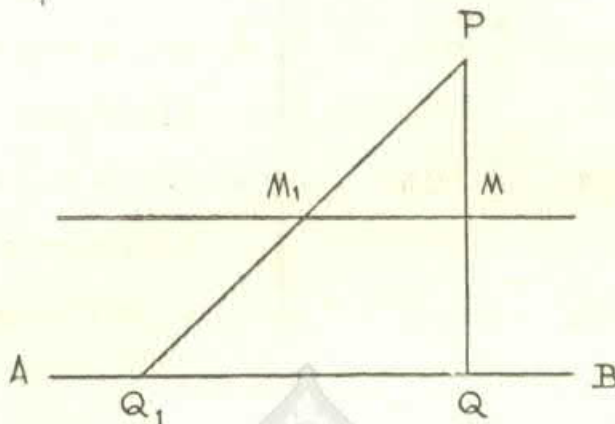
$$3. \text{ห้ } \triangle BFC \text{ ออกทั้ง 2 ข้าง}$$

$$4. \text{กำหนดให้}$$

$$5. \text{ฐานเท่ากัน สูงร่วม พ.ท. ย่อมเท่ากัน}$$

$$6. \text{จากข้อ 5 และข้อ 2}$$

20. ให้  $AB$  เป็นเส้นตรงที่ตรงแต่ไม่ได้อันหนึ่ง และ  $P$  เป็นจุดหนึ่ง นอกเส้นตรง  $AB$  เป็นจุดตรงนั้น ลากเส้นจาก  $P$  มาพบ  $AB$  ที่  $Q$  และ  $Q_1$  ให้  $M$  และ  $M_1$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $PQ$  และ  $PQ_1$  ตามลำดับ



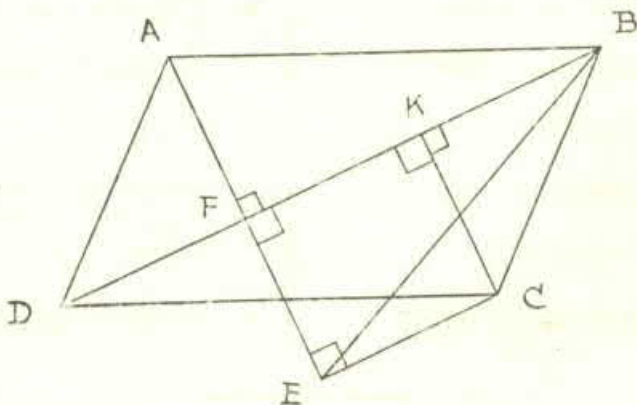
1.  $MM_1 \parallel AB$

2. ทางเดินของ  $M$  เป็นเส้นตรงขนานกับ  $AB$  และห่างจาก  $AB$  เท่ากับครึ่งจาก  $P$

1. ลากเส้นต่อจาก  $M$  2 ด้านของ  $\triangle PQM$  / ด้านที่ 3

2. ไม่ว่า  $M$  จะอยู่ที่ใดบนเส้น  $PQ$  ใด ๆ ย่อมห่างจาก  $P$  และ  $AB$  เท่ากับเส้นขนาน  $MM_1$

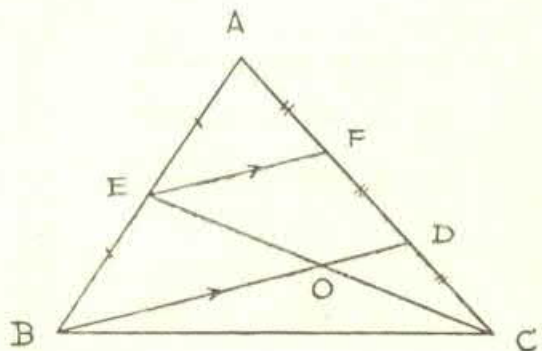
21. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  ลากเส้นจาก  $A \perp BD$  ที่  $F$  ต่อไป  $\perp CE$  ซึ่ง  $\parallel BD$  ที่  $E$  จาก  $C$  ลาก  $CK \perp BD$  ที่  $K$



1.  $CE \parallel BD$
2.  $\angle AFB = \angle$
3.  $\angle AFB = \angle AEC = \angle$
4.  $\angle CKE = \angle$
5.  $CK \parallel EF$
6.  $CKFE$  เป็น  $\square$
7.  $CK = EF$
8.  $\triangle ADB = \triangle BCD$
9.  $\frac{1}{2} \cdot AF \cdot BD = \frac{1}{2} CK \cdot BD$
10.  $AF = CK$
11.  $\therefore AF = EF$
12.  $\triangle ABF \cong \triangle BFE$
13.  $AB = BE$

1. กำหนดให้
2. กำหนดให้
3. มุมภายใน = มุมภายนอกบนข้าง  
เดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน
4. สร้าง
5. มุมภายใน = มุมภายนอกบนข้าง  
เดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน
6. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน
7. ด้านตรงข้ามของ  $\square$
8. เส้นทแยงมุมของ  $\square$  แบ่งครึ่ง
9. พ.ท.  $\triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$   
จากข้อ 8
10. จาก 9
11. ต่างเท่ากับ  $CK$
12. ท.ม.ท. จากข้อ 11  $\angle F$  เป็นมุมฉาก  
และ  $FB$  ด้านร่วม
13. จากข้อ 12

22. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง  $E$   
เป็นจุดกึ่งกลาง  $AB$ ;  $D$  เป็นจุด  
ใน  $AC$  ซึ่งห่างจาก  $C$  ทำให้  
 $CD = \frac{AC}{3}$  ลาก  $BD$  ตัด  $CE$   
ที่  $O$  จาก  $E$  ลาก  $EF \parallel BD$  ตัด  
 $AC$  ที่  $F$



$$1. AF = \frac{1}{2} FD$$

$$2. DC = \frac{1}{3} AC$$

$$3. AF + FD = \frac{2}{3} AC$$

$$4. AF = FD = DC$$

$$5. EF = \frac{BD}{2}$$

$$6. OD = \frac{EF}{2}$$

$$7. OD = \frac{EF}{2} = \frac{BD}{4}$$

1. ลากเส้นจากจุดกึ่งกลางด้าน 1 /  
ด้าน 2 ย่อมแบ่งครึ่งด้าน 3

2. กำหนดให้

3. ส่วนที่เหลือจากข้อ 2

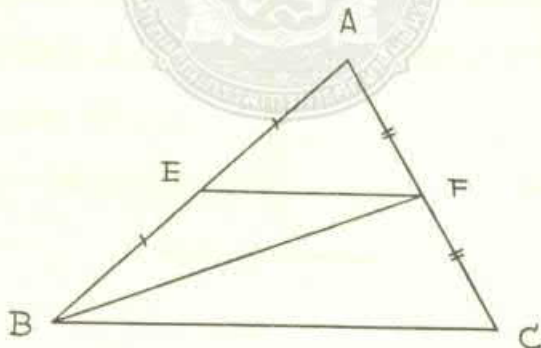
4. ค่าเป็น  $\frac{1}{3}$  ของ AC

5. ลากเส้นต่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้าน  $= \frac{1}{2}$   
ของด้าน 3 ของ  $\triangle ABD$

6. ลากเส้นต่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้าน  $= \frac{1}{2}$   
ของด้าน 3 ของ  $\triangle CEF$

7. จากข้อ 5 = ข้อ 6

29. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง E และ F เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AB, AC  
ลาก EF  
ต่อ BF



$$1. AE = EB; AF = FC$$

$$2. \triangle AEF = \triangle EFB$$

$$3. \triangle AEF = \frac{\triangle ABF}{2}$$

$$4. \triangle AFB = \triangle FBC$$

1. กำหนดให้

2. ส่วนเท่ากันสูงเท่ากัน คือยอดเดียวกัน

3. ส่วนย่อยเท่ากันย่อมเป็นครึ่งหนึ่งของส่วนใหญ่

4. ส่วนเท่ากัน สูงเท่ากัน คือยอด  
เดียวกัน

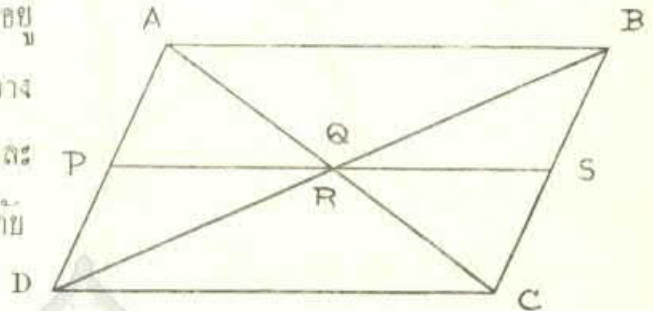
$$5. \triangle ABF = \frac{\triangle ABC}{2}$$

$$6. \triangle AEF = \frac{\triangle ABE}{2} = \frac{\triangle ABC}{4}$$

5. ส่วนย่อยเท่ากันย่อมเป็นครึ่งหนึ่งของส่วนใหญ่

6. รากข้อ 8 = ข้อ 5

24. ให้ ABCD เป็น ข มี P อยู่กึ่งกลาง AD, Q อยู่กึ่งกลาง AC, R อยู่กึ่งกลาง BD และ S อยู่กึ่งกลาง BC ตามลำดับ ทัด PQ และ RS



1.  $PQ \parallel DC$

2.  $RS \parallel AB$

3.  $PQ \parallel AB$  ทัด

4. Q และ R เป็นจุดเดียวกัน

5.  $\angle ABR = \angle BRS$

6.  $\angle ABD = \angle BDC$

7.  $\angle BDC = \angle DQP$

8.  $\angle BRS = \angle DQP$

9.  $\angle BRS + \angle SRD = \angle DQP + \angle SRD = 2\angle$

10. PR และ QS เป็นเส้นตรงเดียวกัน

1. ลากเส้นต่อจากกึ่งกลางของ 2 ด้านของ  $\triangle$  ย่อม / ด้านที่ 8

2. ลากเส้นต่อจากกึ่งกลางของ 2 ด้านของ  $\triangle$  ย่อม / ด้านที่ 8

3. ต่างขนาดกันเส้นที่ขนานกัน

4. เส้นทแยงมุมของ ข ย่อมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันทุกคู่

5. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

6. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

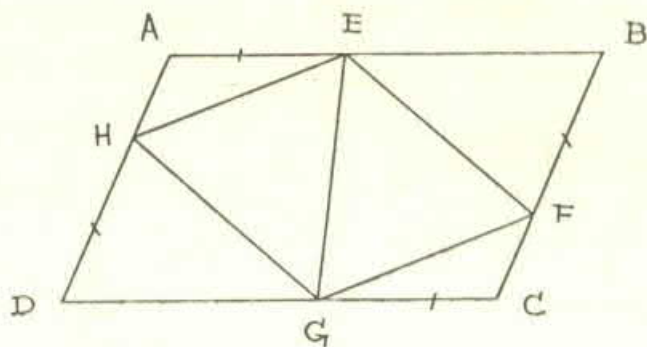
7. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

8. ข้อ 5 = ข้อ 6 = ข้อ 7

9. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันได้เท่ากันและเป็นมุมตรง

10. เส้นตรง 2 เส้นมาพบกันที่ปลายเส้นที่ 8 มุมประชิด =  $2\angle$

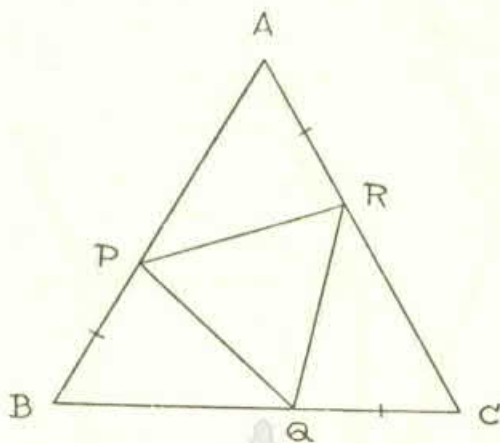
25. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$   $E, F, G, H$  เป็นจุดบนเส้น  $AB, BC, CD, DA$  โดย  $AE = BF = CG = DH$  ลาก  $EG$



1.  $AB = DC, AE = CG$
2.  $AB - AE = DC - CG$
3.  $EB = DG$
4.  $BF = DH$
5.  $\triangle EBF \cong \triangle GDH$
6.  $\triangle EBF \cong \triangle GDH$
7.  $EF = HG; \triangle BEF \cong \triangle DGH$
8.  $\triangle BEG \cong \triangle EGD$
9.  $\triangle FEG \cong \triangle EGH$
10.  $EF \parallel GH$
11.  $FG = EH$  และขนานกัน
12.  $EFGH$  เป็น  $\square$

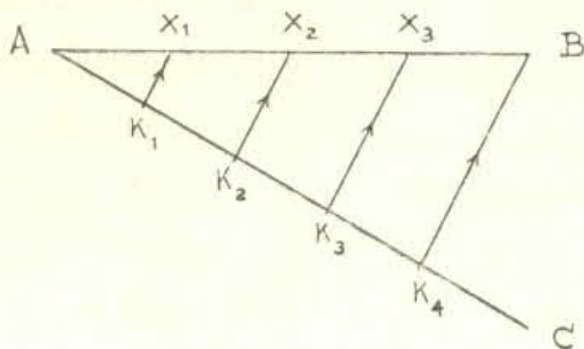
1. กำหนดให้
2. จากข้อ 1
3. ดึงเท่ากันโดยลบด้วยสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน
4. กำหนดให้
5. มุมตรงข้ามของ  $\square$
6. ค.ม.ค. จากข้อ 3 ข้อ 5 และข้อ 4
7. จากข้อ 6
8. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
9. ลบสิ่งเท่ากันจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน (8-7)
10. มุมแย้งเท่ากัน
11. เส้นขนานตัดด้วยเส้นยาวเท่ากันและขนานกัน ย่อมเท่าและขนานกัน
12. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

26. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  ด้านเท่ารูปหนึ่ง P อยู่บน AB; Q อยู่บน BC, R อยู่บน AC โดย  $BP = CQ = AR$  ลาก PQ, QR, RP

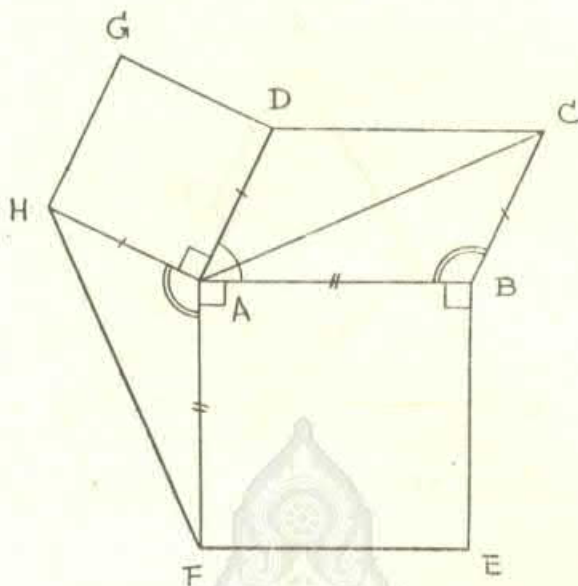


- |                                                            |                                            |
|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. $\angle A = \angle B = \angle C$ และ $AB = BC = AC$     | 1. กำหนดให้จาก $\triangle$ ด้านเท่า        |
| 2. $PB = QC = RA$                                          | 2. กำหนดให้                                |
| 3. $AP = BQ = CR$                                          | 3. ลบสิ่งเท่ากันจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน |
| 4. $\triangle APR \cong \triangle BPQ \cong \triangle CQR$ | 4. ค.ม.ค. จากข้อ 2 ข้อ 1 และข้อ 3          |
| 5. $\therefore PQ = QR = RP$                               | 5. จากข้อ 4                                |
| 6. $PQR$ เป็น $\triangle$ ด้านเท่า                         | 6. จากข้อ 5                                |

27. ให้ AB เป็นเส้นตรงเส้นหนึ่งยาว 6 ซม. แบ่ง AB ที่  $X_1, X_2, X_3$ ; (ตามบทสร้างการแบ่งเส้นตรงเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน) จะได้ว่า  $AX_1 = X_1X_2 = X_2X_3 = X_3B$

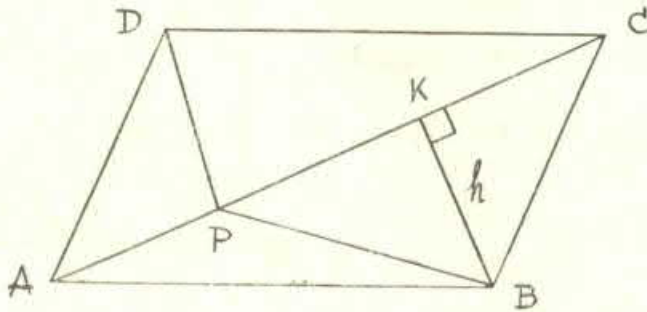


28. ABCD เป็น ☐ มี AB EF เป็น ☐ บน AB และ ADGH เป็น ☐ บน AD ถ้า AC และ HF



- |                                                                        |                                              |
|------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1. $\angle FAB + \angle BAD + \angle DAH + \angle HAF = 4 \text{ ไร่}$ | 1. มุมรอบจุดใด = 4 <input type="checkbox"/>  |
| 2. $\angle FAB + \angle DAH = 2 \text{ ไร่}$                           | 2. ค่าเป็นมุมของ <input type="checkbox"/>    |
| 3. $\angle BAD + \angle HAF = 2 \text{ ไร่}$                           | 3. ข้อ 1—ข้อ 2                               |
| 4. $AB \parallel DC$                                                   | 4. ด้านตรงข้ามของ <input type="checkbox"/>   |
| 5. $\angle BAD + \angle ADC = 2 \text{ ไร่}$                           | 5. มุมภายในข้างเดียวของเส้นตัดเส้นขนานบวกกัน |
| 6. $\angle HAF = \angle ADC$                                           | 6. ค่าเท่ากับสิ่งเดียวกัน                    |
| 7. $AF = AB; HA = AD$                                                  | 7. ด้านตรงข้ามของ <input type="checkbox"/>   |
| 8. $AF = DC$                                                           | 8. เท่ากับสิ่งเดียวกัน                       |
| 9. $\triangle HAF \cong \triangle ADC$                                 | 9. ค.ม.ท. จากข้อ 7 ข้อ 6 และข้อ 8            |
| 10. $HF = AC$                                                          | 10. จากข้อ 9                                 |

29. ให้ ABCD เป็น  $\square$  AC เป็นเส้นทแยงมุม P เป็นจุดใด ๆ บน AC  
ลาก PB, PD จาก B ลากเส้น BK  $\perp$  AC ยาว = h



1.  $\triangle ABC = \triangle ADC$

2.  $\triangle ABC = \triangle ADC$

$$= \frac{1}{2} \times h \times AC$$

3.  $\therefore \triangle$  ทั้ง 2 มีส่วนสูงเท่ากัน

4.  $\triangle APB = \triangle ADP$

$$= \frac{1}{2} \times h \times AP$$

5.  $\triangle ADP + \triangle PDC$

$$= \triangle ADC$$

6.  $\triangle APB + \triangle PDC$

$$= \triangle ADC$$

7.  $\triangle ADC = \frac{1}{2} \square ABCD$

8.  $\triangle APB + \triangle PDC$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

1. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่ง  $\square$

2. พ.ท.  $\triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$

3.  $\triangle$  มี พ.ท. เท่ากัน มีฐานร่วม

4.  $\triangle$  มีสูงเท่าและฐานร่วม

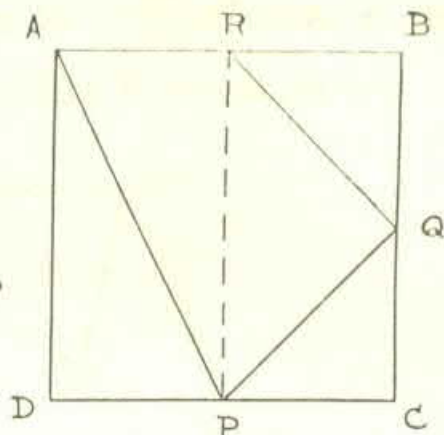
5. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

6. สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน

7. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่ง  $\square$

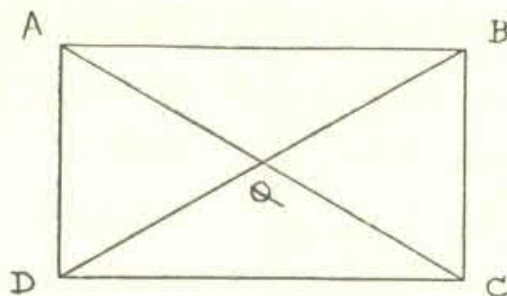
8. ท่างเท่ากันสิ่งก็เท่ากัน

30. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$   $P, Q, R$   
เป็นจุดกึ่งกลาง  $DC, CB$  และ  $BA$   
ตามลำดับ ลาก  $AP, PQ, QR$  ตัด  $RP$



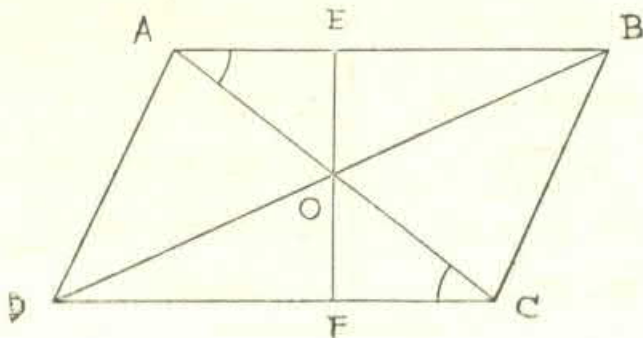
- |                                                                                |                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| 1. $AR = DP = \frac{AB}{2}$                                                    | 1. ทางเส้นครึ่งของด้านของ $\square$                               |
| 2. $PR \parallel AD$ และเท่ากัน                                                | 2. เส้นขนานที่ตัดเส้นขนานยาวเท่ากัน                               |
| 3. $\square ARPD = \frac{1}{2} \square ABCD$                                   | 3. เส้นขนาน 2 คู่ ตัดกันและยาว $\frac{1}{2}$ ของด้านของ $\square$ |
| 4. $\triangle ARP = \frac{1}{2} \square ARPD$                                  | 4. ส่วนสูงเท่า และฐานร่วม                                         |
| 5. $\triangle RQP = \frac{1}{2} \square RBCP$                                  | 5. ส่วนสูงเท่า และฐานร่วม                                         |
| 6. $\triangle ARP + \triangle RQP = \frac{1}{2} [\square ARPD + \square RBCP]$ | 6. ข้อ 4 + ข้อ 5                                                  |
| 7. $\square ARPD + \square RBCP = \square ABCD$                                | 7. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่                                      |
| 8. $\triangle ARP + \triangle RQP = \square APQR$                              | 8. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่                                      |
| 9. $\square APQR = \frac{1}{2} \square ABCD$                                   | 9. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้                                        |

31. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  มีเส้นทแยงมุม  $AC = BD$  ตัดกันที่  $O$



- |                                                                          |                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| 1. $AC = BD$                                                             | 1. กำหนดให้                                          |
| 2. $AO = OC = BO = OD$                                                   | 2. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน                 |
| 3. $\angle OAB = \angle OBC$ ;<br>$\angle OBC = \angle OCB$              | 3. มุมฐานของ $\triangle$ หนึ่ง                       |
| 4. $\angle OAB + \angle OCB = \angle OBC$<br>$+ \angle OBA = \angle ABC$ | 4. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน              |
| 5. $\angle ABC = \angle BCD$                                             | 5. มุมเหลื่อม 2 มุมของ $\triangle$ รวมกัน<br>= มุม 3 |
| 6. $\angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = \angle ABC$                   | 6. พิจารณาของโดยวกกับข้อ 2 ถึงข้อ 5                  |
| 7. $ABCD$ เป็น $\square$                                                 | 7. ทุกมุมของ $\square$ เป็นมุมฉาก                    |

32. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  เส้นทแยงมุม  $AC$  ตัดกับ  $BD$  ที่  $O$   $E$  และ  $F$  เป็นจุดบน  $AB$  และ  $CD$  ทำให้  $AE = CF$



ข้อ EO และ OF

1.  $AE = CF$

2.  $AO = OC$

3.  $\angle EAO = \angle OCF$

4.  $\triangle EAO \cong \triangle OCF$

5.  $\angle AOE = \angle COF$

6.  $\angle AOE + \angle EOC = 2 \text{ ไร่}$

7.  $\angle COF + \angle EOC = 2 \text{ ไร่}$

8. EO และ OF เป็นเส้นตรง  
เดียวกัน

1. กำหนดให้

2. เส้นทแยงมุม  $\square$  แบ่งครึ่งซึ่งกัน  
และกัน

3. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน

4. ค.ม.ค. จากข้อ 1, ข้อ 3 และ  
ข้อ 2

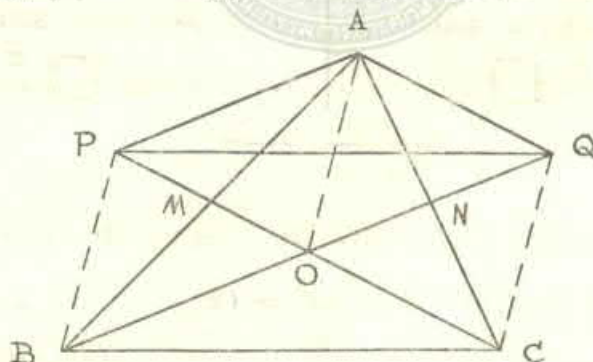
5. จากข้อ 4

6. เป็นมุมตรง

7. สิ่งที่ทำกันไว้แทนกัน

8. มุมประชิดเกิดจากเส้นตรง 3 เส้น  
+ กัน = 2 ไร่

83. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  มี M และ N เป็นจุดกึ่งกลาง AB และ AC ต่อ CM และ BN ตัดกันที่ O ต่อ BN ไปทาง N ถึง Q ทำให้  $NQ = NO$ ; ต่อ CM ไป  
ถึง P ทำให้  $QM = MO$  ลาก AP, AQ และ PQ ต่อ PB, AO, QC



1.  $AN = NC$ ;  $ON = NQ$

2.  $\triangle AOCQ$  เป็น  $\square$

3.  $AQ = OC$ ;  $AO = QC$

4.  $AM = MB$ ,  $PM = MO$

1. กำหนดให้

2. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

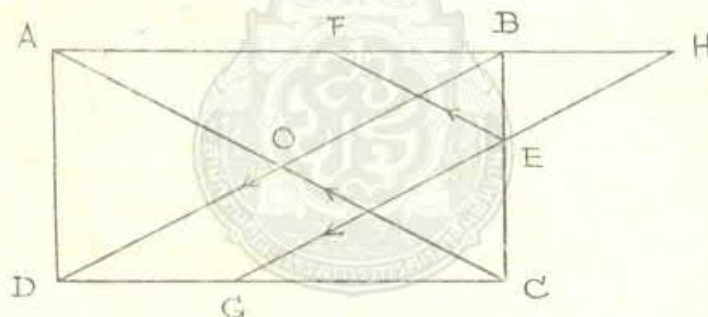
3. ด้านตรงข้ามของ  $\square$

4. กำหนดให้

5.  $\angle APBO$  เป็น
6.  $AP = BC$ ;  $AO = PB$
7.  $QC = PB$  และขนานกัน
8.  $PQ = BC$
9.  $\triangle APQ \cong \triangle OBC$

5. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
6. ด้านตรงข้ามของ
7. จากข้อ ๑ และข้อ 6
8. เส้นขนานที่ตัดกัน
9. ก.ค.ค. จากข้อ ๑, ข้อ 6 และข้อ 8

34. ให้  $ABCD$  เป็น  มีเส้นทแยงมุม  $AC$  ตัดกับ  $BD$  ที่  $O$   $E$  เป็นจุดใน  $BC$ ;  $EF \parallel AC$  ตัด  $AB$  ที่  $F$ ;  $EG \parallel BD$  ตัด  $CD$  ที่  $G$  ต่อ  $GE$  เล็งไปพบ  $AB$  ที่  $H$  ออกไป  $H$



1.  $OA = OB = OC = OD$

2.  $\angle OAB = \angle OBA$

3.  $DB \parallel GH$ ;  $DG \parallel BH$

4.  $DBHG$  เป็น

5.  $DB = GH$

6.  $\angle ABD = \angle BHG$

1. เส้นทแยงมุมเท่ากันแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
2. มุมฐานของ  $\triangle$  หน้าจั่ว  $AOB$
3. กำหนดให้
4. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน
5. ด้านตรงข้ามของ
6. มุมภายใน = มุมภายนอกบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน

$$7. \overset{\Delta}{EFH} = \overset{\Delta}{OAB}$$

$$8. \overset{\Delta}{EHF} = \overset{\Delta}{EFH}$$

$$9. EH = EF$$

$$10. GE + EF = GE + EH = GH$$

$$11. GE + EF = DB$$

7. มุมภายใน = มุมภายนอกบนข้าง  
 ภายนอกของเส้นตัดกับเส้นขนาน

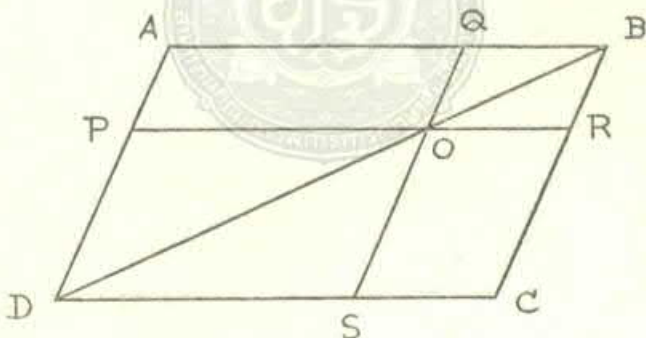
8. ข้อ 6 = ข้อ 7

9. ด้านตรงข้ามมุมเท่าของ  $\Delta$   
 ย่อมเท่ากัน

10. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อม  
 เท่ากัน

11. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้

35. ให้ ABCD เป็น ☐ มี BD เป็นเส้นทแยงมุม O เป็นจุดบน BD; QS ผ่าน  
 จุด O  $\parallel$  AD และ BC พบ AB ที่ Q และพบ DC ที่ S PR ผ่านจุด O  $\parallel$  AB  
 และ DC พบ AD ที่ P และ BC ที่ R



1.  $PR \parallel AB \parallel DC$

2.  $QS \parallel AD \parallel BC$

3. AQOP เป็น ☐

4. POSD เป็น ☐

5.  $\Delta POD = \Delta DOS$

6. QBRO เป็น ☐

7.  $\Delta QBO = \Delta BOR$

1. กำหนดให้

2. กำหนดให้

3. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

4. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

5. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่ง ☐

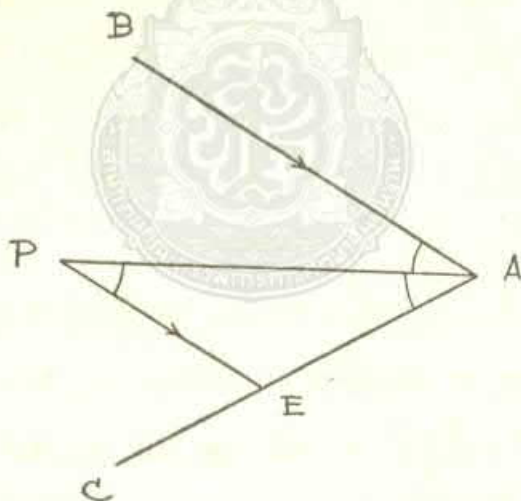
6. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

7. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่ง ☐

8. ORCS เป็น  $\square$
9.  $\triangle POD + \square AQOP$   
 $+ \triangle QBO = \triangle ABD$
10.  $\triangle ODS + \square ORCS$   
 $+ \triangle BOR = \triangle BCD$
11.  $\triangle ABD = \triangle BCD$
12.  $\square AQOP = \square ORCS$

8. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน
9. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่
10. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่
11. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่ง  $\square$
12. สิ่งเท่ากันลบจากสิ่งเท่ากัน  
 เหลือเท่ากัน

36. ให้  $\triangle BAC$  เป็นมุมที่กำหนด AP เป็นเส้นแบ่งครึ่ง  $\angle BAC$   
 ลาก P เป็นจุดใด ๆ บน AP ลาก  $PE \parallel BA$  พบ AC ที่ E



1.  $\angle BAP = \angle PAE$
2.  $\angle BAP = \angle APE$
3.  $\angle PAE = \angle APE$
4.  $AE = PE$   $\triangle AEP$   
 เป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว

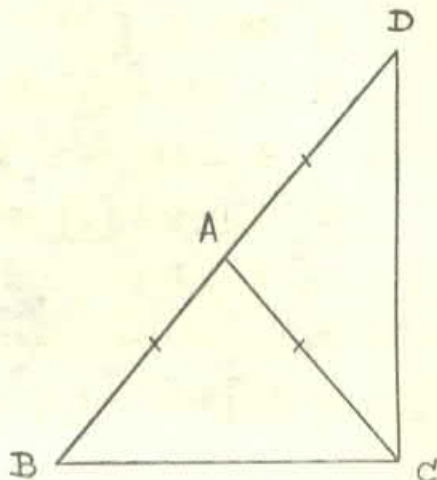
1. กำหนดให้
2. มุมแย้งเกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน
3. จากข้อ 1 = ข้อ 2
4. ด้านตรงข้ามมุมเท่าของ  $\triangle$  ย่อม  
 เท่ากัน

๓๗. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  หน้าที่มี

$AB = AC$  ต่อ  $BA$  ออกไปทาง

A ถึงจุด D โดยให้  $AD = AB$

ลาก  $DC$



1.  $AB = AC = AD$

2.  $\angle ADC = \angle ACD$

3.  $\angle ABC = \angle ACB$

4.  $\angle ADC + \angle ABC = \angle ACD$   
 $+ \angle ACB = \angle DCB$

5.  $\angle DCB = 1$  ไร่

1. กำหนดให้

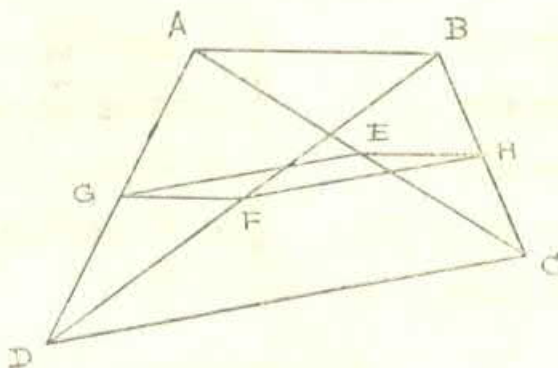
2. มุมฐานของ  $\triangle$  หน้าที่

3. มุมฐานของ  $\triangle$  หน้าที่

4. จากข้อ 2 และข้อ 3

5. มุม 2 มุมของ  $\triangle =$  มุม 3  
 มุม 3 ย่อมเป็น ไร่

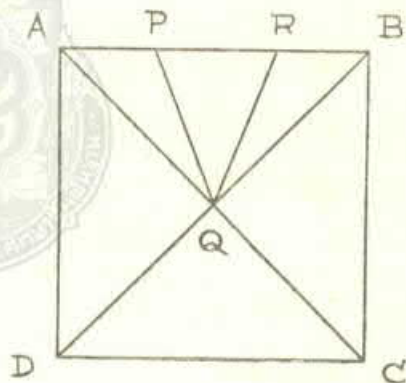
๓๘. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง  $AC$  และ  $BD$  เป็นเส้นทแยงมุม  $E$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AC$ ,  $F$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $BD$  และ  $G, H$  ต่างเป็นจุดกึ่งกลาง  $AD$  และ  $BC$  ตามลำดับ ต่อ  $EG, GF, FH$ , และ  $HE$



1. G และ F เป็นจุดกึ่งกลาง AD และ BD
2.  $GF \parallel AB$  และเป็น  $\frac{1}{2} AB$
3. E และ H เป็นจุดกึ่งกลาง AC และ BC
4.  $EH \parallel AB$  และเป็น  $\frac{1}{2} AB$
5.  $GF = EH$  และขนานกัน
6.  $FH = GE$  และขนานกัน
7. EGFH เป็น ข

1. กำหนดให้
2. ท่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABD$
3. กำหนดให้
4. ท่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABC$
5. เป็น  $\frac{1}{2} AB$  และ  $\parallel$  กับเส้นขนานเดียวกัน
6. เส้นขนานที่ตัดเส้นขนานที่ยาวเท่ากัน
7. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

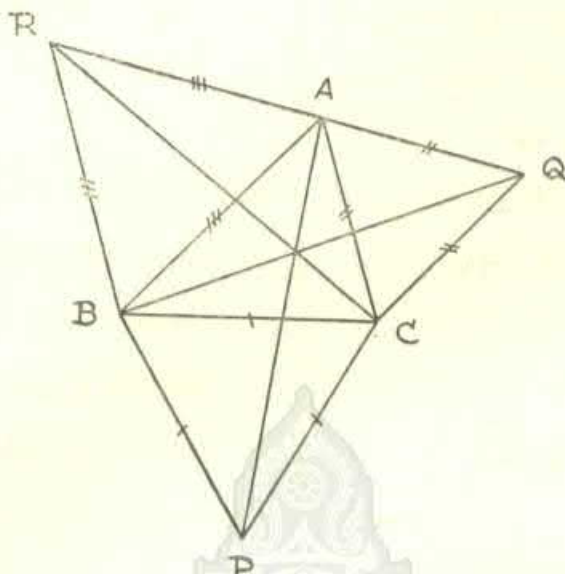
89. ให้ ABCD เป็น ข AC เป็นเส้นทแยงมุม Q เป็นจุดกึ่งกลาง AC, P และ R อยู่บน AB โดยทำให้  $AP = BR$  ท่อ PQ และ RQ
- ลากเส้นทแยงมุม BD ตัด AC ที่ Q



1.  $AQ = BQ = CQ = DQ$
2.  $\angle QAB = \angle QBA$
3.  $AP = BR$
4.  $\triangle QAP \cong \triangle QRB$
5.  $PQ = RQ$

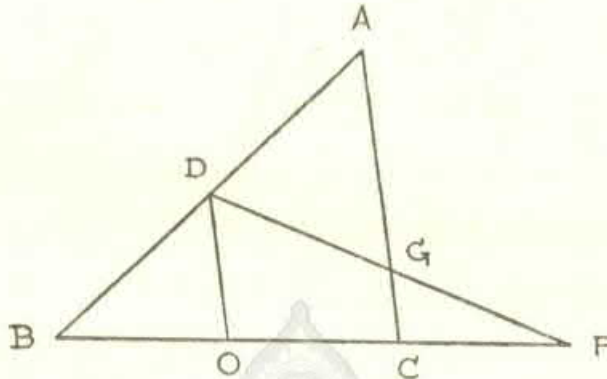
1. เส้นทแยงมุมของ ข แบ่งครึ่งซึ่งกันและกันและเท่ากัน
2. มุมฐานของ  $\triangle$  หน้าจั่ว
3. กำหนดให้
4. ก.ม.ท. จากข้อ 1 ข้อ 2 และข้อ 3
5. จากข้อ 4

40. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง มี  $\triangle$  ด้านเท่า  $BCP$  ขนด้าน  $BC$ ;  $\triangle$  ด้านเท่า  $QAC$  ขนด้าน  $AC$  และ  $\triangle$  ด้านเท่า  $RAB$  ขนด้าน  $AB$ ; ลาก  $AP$ ,  $BQ$  และ  $CR$



- |                                                        |                                             |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| 1. $\angle RAB = \angle QAC = 60^\circ$                | 1. มุมของ $\triangle$ ด้านเท่า              |
| 2. $\angle RAB + \angle BAC = \angle QAC + \angle BAC$ | 2. สิ่งเท่ากันบวกสิ่งเท่ากันย่อมเท่ากัน     |
| 3. $\angle RAC = \angle BAQ$                           | 3. จากข้อ 2, สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน           |
| 4. $RA = AB$ ; $CA = AQ$                               | 4. ด้านของ $\triangle$ ด้านเท่า             |
| 5. $\triangle RAC \cong \triangle BAQ$                 | 5. ค.ม.ค. จากข้อ 4 และข้อ 3                 |
| 6. $RC = BQ$                                           | 6. จากข้อ 5                                 |
| 7. $\angle BCP = \angle ACQ$                           | 7. มุมของ $\triangle$ ด้านเท่าเท่ากันทุกมุม |
| 8. $\angle BCP + \angle BCA = \angle ACQ + \angle BCA$ | 8. สิ่งเท่ากันรวมกันย่อมเท่ากัน             |
| 9. $\angle PCA = \angle BCQ$                           | 9. จากข้อ 8 สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน            |
| 10. $CP = CB$ ; $AC = CQ$                              | 10. ด้านของ $\triangle$ ด้านเท่า            |
| 11. $\triangle CPA \cong \triangle CQB$                | 11. ค.ม.ค. จากข้อ 9 และข้อ 10               |
| 12. $AP = BQ$                                          | 12. จากข้อ 11                               |
| 13. $AP = BQ = RC$                                     | 13. จากข้อ 12 = ข้อ 6                       |

41. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  หนึ่ง  $D$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $AB$  ท่อ  $BC$  ออกไปยัง  $F$  โดยให้  $CF = \frac{BC}{2}$  ลาก  $DF$  ตัด  $AC$  ที่  $G$  ลาก  $DO$  จากจุด  $D$  ให้ขนาน  $AC$  พบ  $BC$  ที่  $O$



1.  $BO = OC$

2.  $CF = OC = \frac{BC}{2}$

3.  $DO = \frac{AC}{2}$

4.  $DG = GF$

5.  $CG = \frac{DO}{2}$

6.  $CG = \frac{1}{2} \cdot \frac{AC}{2} = \frac{AC}{4}$

7.  $AG = AC - CG = AC - \frac{AC}{4}$

8.  $AG = \frac{3}{4} AC = 3CG$

1. จากจุดกึ่งกลางด้านที่ 1 ขนานด้านที่ 2 แบ่งครึ่งด้านที่ 3

2. กำหนดให้

3. ค่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABC$

4. จากจุดกึ่งกลาง  $C$  ของด้านที่ 1 ขนานด้านที่ 2  $DO$  แบ่งครึ่งด้านที่ 3 ( $DF$ )

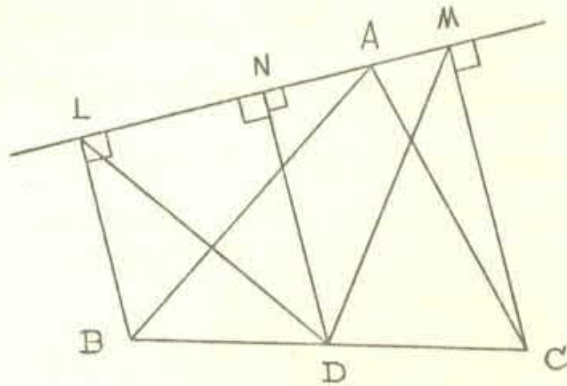
5. ค่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle DOF$

6. แทนค่าจากข้อ 3 ในข้อ 5

7. สิ่งเท่ากันลบจากสิ่งเท่ากันเหลือเท่ากัน

8. จากข้อ 7 และแทนค่าในข้อ 6

42. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  หนึ่ง  $D$  เป็นจุดกึ่งกลาง  $BC$  ลากเส้นจาก  $B, C, D$ , ไป  $\perp$  เส้นทแยงมุม  $A$  ที่  $L, M$ , และ  $N$  ตามลำดับ ลาก  $DL$  และ  $DM$



$$1. \angle BLN = \angle DNM = \angle CMN = 90^\circ$$

$$2. BL \parallel DN \parallel CM$$

$$3. BD = DC$$

$$4. LN = NM$$

$$5. \angle DNL = \angle DNM = 90^\circ$$

$$6. \triangle DLN \cong \triangle MND$$

$$7. DL = DM$$

1. กำหนดให้

2. มุมภายใน = มุมภายนอกบนข้าง-  
เดียวของเส้นตัดเส้นขนาน

3. กำหนดให้

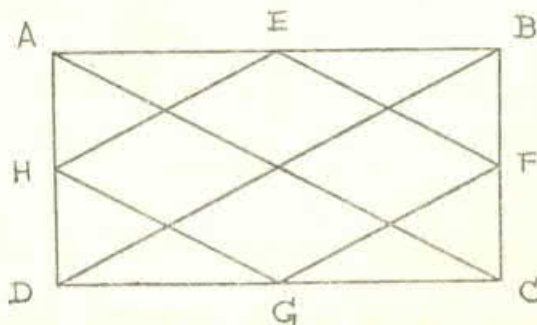
4. เส้นขนาน 3 เส้นตัดเส้นตรงเท่ากัน  
ตัดเส้นอื่นเท่ากันด้วย

$$5. DN \perp LM$$

6. ค.ม.ท. จากข้อ 4, ข้อ 5 และ DN  
ร่วมกัน

7. จากข้อ 6

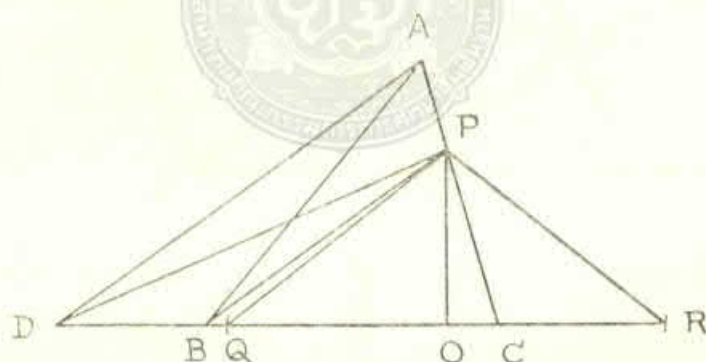
49. ให้ ABCD เป็น □ รูปหนึ่ง E, F, G, H เป็นจุดกึ่งกลาง ด้าน AB, BC, CD, และ DA ตามลำดับ ทัด EF, FG, GH และ HE ลาก AC และ BD



1.  $HE \parallel BD$  และเป็น  $\frac{1}{2} BD$
2.  $GF \parallel BD$  และเป็น  $\frac{1}{2} BD$
3.  $HE = GF$  และขนานกัน
4.  $EF = HG$  และขนานกัน
5.  $EF \parallel AC$  และเป็น  $\frac{1}{2} AC$
6.  $AC = BD$
7.  $EF = HE = GF = HG$
8.  $EFGH$  เป็น  $\boxed{ป}$

1. ท่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ADB$
2. ท่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle BDC$
3. จากข้อ 1 = ข้อ 2
4. เส้นยัดหัวท้ายเส้นขนานยาวเท่ากัน
5. ท่อจุดกึ่งกลาง 2 ด้านของ  $\triangle ABC$
6. เส้นทแยงมุมของ  $\boxed{ม}$
7. จากข้อ 3 = ข้อ 4
8. จากข้อ 7

44. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง  $P$  เป็นจุดอยู่ใน  $AC$   
 สร้าง ลาก  $PB$  จาก  $A$  ลาก  $AD \parallel PB$  ตัด  $CB$  ที่ตัดออกไปที่  $D$  ต่อ  $DP$   
 ลาก  $PO \perp DC$  ที่  $O$  ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี  $\frac{DC}{2}$  ตัด  $DC$  และ  $DC$   
 ที่ตัดออกไปที่  $Q$  และ  $R$  ลาก  $PQ$  และ  $PR$



1.  $\triangle DBP = \triangle ABP$
2.  $\triangle PDC = \triangle ABC$
3.  $BC = 2 OQ$
4.  $OQ + OR = 2 OQ = DC$
5.  $QR = DC$
6.  $\triangle PDC = \triangle PQR$

1. ฐานร่วมและอยู่ในคู่ขนานเดียวกัน
2. ขวาก  $\triangle PBC$  ทั้ง 2 ข้าง
3. สร้าง
4. จากข้อ 3
5. จากข้อ 4
6. ฐานเท่ากัน สูงเท่ากัน

7.  $\angle POQ = \angle POR = 90^\circ$

8.  $OQ = OR$

9.  $\triangle PQO \cong \triangle POR$

10.  $PQ = PR$ ;  $\triangle PQR$  เป็น  $\triangle$  หน้าที่

11.  $\triangle PQR = \triangle ABC$

7. สร้าง

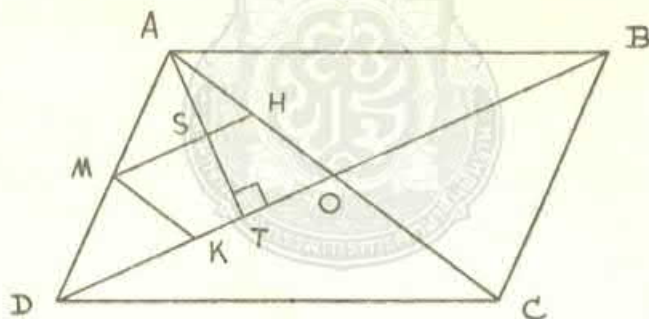
8. ทำเป็นครึ่งของ DC

9. ค.ม.ค จากข้อ 8 ข้อ 7 และ PO  
ด้านรวม

10. จากข้อ 9

11. ข้อ 2 = ข้อ 6

45. ให้ ABCD เป็น  $\square$  เส้นทแยงมุม AC ตัดกับ BD ที่ O M เป็นจุดกึ่งกลาง AD ลาก  $MH \parallel DB$  ตัด AO ที่ H  $MK \parallel AC$  ตัด DB ที่ K จาก A ลากเส้นไป  $\perp DO$  ที่ T ตัด MH ที่ S



1.  $AS = ST$

2.  $ST = \frac{AT}{2}$

3.  $MH \parallel DO$  และเป็น  $\frac{DO}{2}$

4.  $MH = KO = \frac{DO}{2}$

5.  $DO = \frac{DB}{2}$

6.  $\square MHOK = ST \cdot KO = \frac{AT \cdot DB}{2 \cdot 4}$

1. จากจุดกึ่งกลางด้านที่ 1 // ด้านที่ 2  
แบ่งครึ่งด้าน 3

2. จากข้อ 1

3. ข้อจุดกึ่งกลางของ 2 ด้านของ  $\triangle$   
ADO

4. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน

5. เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

6. พ.ท.  $\square =$  สูง  $\times$  ฐาน

$$7. \triangle ADO = \frac{1}{2} AT \cdot DO = \frac{1}{2} AT \cdot \frac{DB}{2}$$

$$8. \boxed{u} ABCD = 2 \triangle ADB = AT \cdot DB$$

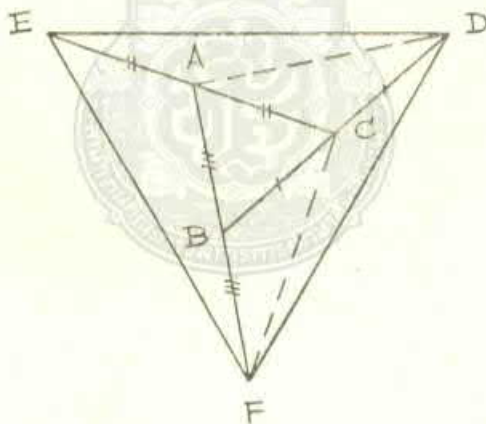
$$9. \boxed{u} MHOK = \frac{AT \cdot DB}{8} = \frac{1}{8} \boxed{u} ABCD$$

$$7. \text{พ.ท. } \triangle = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$8. \boxed{u} \text{เป็น 2 เท่า } \triangle \text{ ที่ฐานเดียวกัน}$$

$$9. \text{แทนค่าข้อ 8 ในข้อ 6}$$

46. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  หนึ่ง ตัด  $BC$  ณ  $D$  ทำให้  $DC = CB$ ; ตัด  $CA$  ณ  $E$  ทำให้  $EA = AC$ ; ตัด  $AB$  ณ  $F$  ทำให้  $BF = AB$ ; ตัด  $DE, EF$  และ  $FD$  ลาก  $AD$  และ  $CF$



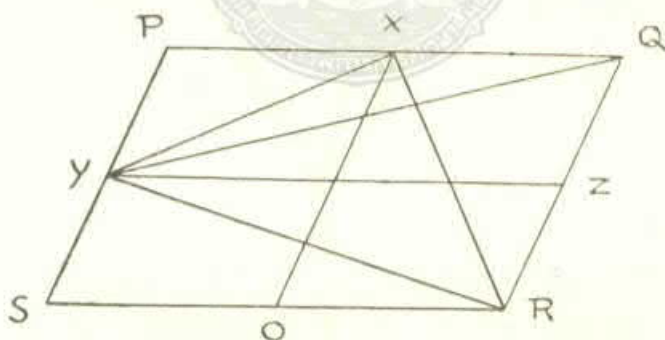
1.  $CD = BC$
2.  $\triangle ADC = \triangle ABC$
3.  $AC = AE$
4.  $\triangle ACD = \triangle ADE$
5.  $\triangle ADE = \triangle ABC$
6.  $\triangle CDE = 2 \triangle ABC$
7.  $AB = BF$

1. กำหนดให้
2.  $\triangle$  มีฐานเท่ากันและสูงเท่ากัน
3. กำหนดให้
4.  $\triangle$  มีฐานเท่ากันสูงเท่ากัน
5. ข้อ 2 = ข้อ 4
6. ส่วนย่อยขวกกัน = ส่วนใหญ่
7. กำหนดให้

8.  $\triangle ABC = \triangle BCF$
9.  $\triangle BCF = \triangle CFD$
10.  $\triangle BDF = 2 \triangle ABC$
11.  $\triangle AEF = \triangle AFC$
12.  $\triangle AEF = 2 \triangle ABC$
13.  $\triangle ABC + \triangle CDE + \triangle BFD$   
 $+ \triangle AEF = \triangle DEF$
14.  $7 \triangle ABC = \triangle DEF$

8.  $\triangle$  มีฐานเท่ากันสูงเท่ากัน
9.  $\triangle$  มีฐานเท่ากันสูงเท่ากัน
10. ส่วนย่อยพวกกัน = ส่วนใหญ่
11.  $\triangle$  มีฐานเท่ากันสูงเท่ากัน
12. ส่วนย่อยพวกกัน = ส่วนใหญ่
13. ส่วนย่อยพวกกัน = ส่วนใหญ่
14. สิ่งเท่ากันใช้แทนกันได้

47. ให้ PQRS เป็น  $\square$  X และ Y เป็นจุดกึ่งกลางของ PQ และ PS ลากเส้น PX, PQ, PR และ XR จาก Y ลาก YZ // PQ ตัด QR ที่ Z จาก X ลาก XO // QR ตัด SR ที่ O



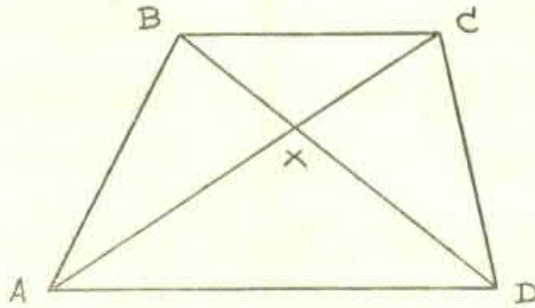
1.  $PY = YS$
2.  $\square PQZY = \frac{1}{2} \square PQRS$
3.  $\triangle PQY = \frac{1}{2} \square PQZY$

1. กำหนดให้
2.  $\square$  มีคู่ขนานเคียงกัน ฐานเป็นครึ่งหนึ่งของกัน
3.  $\triangle$  และ  $\square$  มีฐานร่วมคู่ขนานเคียงกัน

4.  $PX = XQ$
5.  $\triangle PXY = \frac{1}{2} \triangle PQY$
6.  $\triangle PXY = \frac{1}{4} \boxed{\text{ข}} PQZY$   
 $= \frac{1}{8} \boxed{\text{ข}} PQRS \dots (1)$
7.  $\triangle QRY = \frac{1}{2} \boxed{\text{ข}} PQRS \dots (2)$
8.  $XQRO$  เป็น  $\boxed{\text{ข}} = \frac{1}{2} \boxed{\text{ข}} PQRS$
9.  $\triangle QXR = \frac{1}{2} \boxed{\text{ข}} XQRO = \frac{1}{4} \boxed{\text{ข}} PQRS$
10.  $\triangle YSR = \frac{1}{2} \boxed{\text{ข}} YZRS = \frac{1}{4} \boxed{\text{ข}} PQRS$
11.  $\triangle PXY + \triangle QXR + \triangle YSR$   
 $= \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) \boxed{\text{ข}} PQRS$
12.  $\boxed{\text{ข}} PQRS - \triangle PXY - \triangle QXR$   
 $- \triangle YSR = \triangle XYR$
13.  $\boxed{\text{ข}} PQRS - \frac{5}{8} \boxed{\text{ข}} PQRS$   
 $= \triangle XYR$
14.  $\frac{3}{8} \boxed{\text{ข}} PQRS = \triangle XYR \dots (3)$
4. กำหนดให้
5. สิ่งเท่ากัน พื้นของ  $\triangle$  หนึ่ง =  $\frac{1}{2}$  ของอีกรูป
6. สิ่งเท่ากัน ใช้แทนกัน
7. พื้นรวมคู่ขนานเดียวกัน
8. คู่ขนานเดียวกัน พื้นรูปหนึ่ง =  $\frac{1}{2}$  ของอีกรูป
9. สิ่งเท่ากัน ใช้แทนกัน
10. พื้นเท่ากัน คู่ขนานเดียวกัน
11. สิ่งเท่ากัน ยวกสิ่งเท่ากันได้เท่ากัน
12. สิ่งเท่ากัน ลบจากสิ่งเท่ากันได้เท่ากัน
13. สิ่งเท่ากัน ใช้แทนกัน
14. จากข้อ 13

๑๕๖

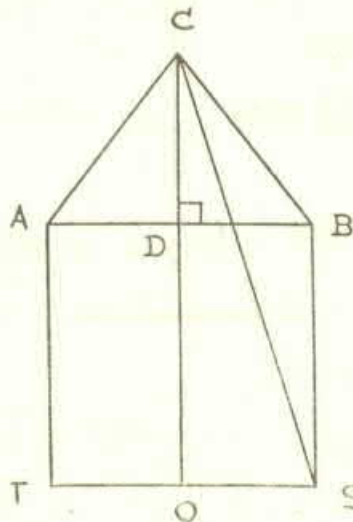
48. ให้  $ABCD$  เป็น  $\square$  รูปหนึ่ง เส้นทแยงมุม  $AC$  และ  $BD$  ตัดกันที่  $X$  ทำให้  
พ.ท.  $\triangle ABX =$  พ.ท.  $\triangle CDX$



1.  $\triangle ABX = \triangle CDX$
2.  $\triangle ABC = \triangle DCB$
3.  $\therefore AD \parallel BC$

1. กำหนดให้
2. จากข้อ 1 +  $\triangle BXC$  ทั้ง 2 ข้าง
3. พ.ท. เท่ากันฐานร่วมย่อมมีค่านานเท่ากัน

49. ให้  $ABC$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่วรูปหนึ่ง  $AC = CB$  และ  $AB$  เป็นฐาน  $ABST$  เป็น  $\square$  ขนค้ำ  $AB$  ลาก  $CS$  จาก  $C$  ลาก  $CD \perp AB$  ที่  $D$  และต่อไปพบ  $ST$  ที่  $O$



$$1. AD = DB$$

$$2. \angle SBD = \boxed{ค}$$

$$3. \angle ODA = \boxed{ค}$$

$$4. CD \parallel SB$$

$$5. \angle SDB \text{ เป็น } \boxed{ด}$$

$$6. \triangle SCB = \frac{1}{2} \boxed{ด} \angle SDB$$

$$7. \boxed{ด} \angle SDB = \frac{1}{2} \boxed{จ} \angle ABST$$

$$8. \triangle SCB = \frac{1}{4} \boxed{จ} \angle ABST$$

1. ลากจากมุมยอด  $\triangle$  หน้ารวมมา  $\perp$ ฐานย่อมแบ่งครึ่งฐาน

2. มุมของ  $\boxed{จ}$

3. กำหนดให้

4. มุมภายใน = มุมภายนอกบนข้าง  
เดียวของเส้นตัดเส้นตรง

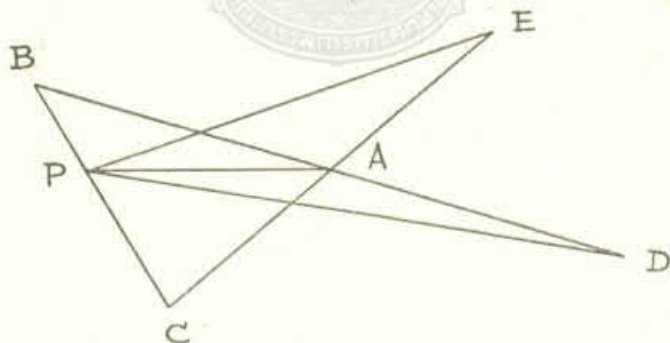
5. เส้นขนาน 2 คู่ตัดกัน มุมเป็น  $\boxed{อ}$

6. ฐานร่วมและคู่ขนานเดียวกัน

7. ฐานร่วม สูงเป็น  $\frac{1}{2}$  ของ  $\boxed{จ}$

8. จาก 6

50. ให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  รูปหนึ่ง ท่อ  $AB$  ออกไปถึง  $D$  ทำให้  $AD=AB$ ; ท่อ  $CA$  ออกไปถึง  $E$  ทำให้  $AE=AC$ ;  $P$  เป็นจุดใน  $BC$  ลาก  $PE, PA, PD$



$$1. \triangle APD = \triangle ABP$$

$$2. \triangle AEP = \triangle APC$$

$$3. \triangle APD + \triangle AEP = \triangle ABP + \triangle APC$$

$$4. \triangle ABP + \triangle APC = \triangle ABC$$

1. สูงเท่ากัน ฐานเท่ากัน

2. สูงเท่ากัน ฐานเท่ากัน

3. ข้อ 1 บวกข้อ 2

4. ส่วนย่อยรวมกัน = ส่วนใหญ่

5.  $\triangle APD + \triangle AEP = \triangle ABC$

6.  $\triangle ABC$  มี พ.ท. คงที่

7.  $\therefore \triangle APD + \triangle AEP = \triangle ABC$  มี พ.ท. คงที่ด้วย ไม่ว่า P จะเคลื่อนที่ไปอย่างไรก็ตาม ใน BC

5. สิ่งเท่ากันใช้แทนกัน

6. กำหนดให้

7. จากข้อ 5 = ข้อ 6





